МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства» (ПГУАС)

А.В. Гречишкин

ЗВУКОИЗОЛЯЦИЯ ОГРАЖДАЮЩИХ КОНСТРУКЦИЙ, ПОДКРЕПЛЕННЫХ РЕБРАМИ ЖЕСТКОСТИ

УДК 699.844:62.23(035.3) ББК 38.637:38.42 Г79

> Рецензенты: доктор технических наук, профессор А.М. Береговой (ПГУАС); кандидат технических наук, доцент В.В. Викторов (ООО «Гражданпроект» г. Пенза)

Гречишкин А.В.

Г79 Звукоизоляция ограждающих конструкций, подкрепленных ребрами жесткости: моногр. / А.В. Гречишкин. – Пенза: ПГУАС, 2015. – 128 с.

ISBN 978-5-9282-1274-2

Изложены теоретические основы и практический метод расчета изоляции воздушного шума ограждениями с ребрами жесткости.

Монография подготовлена на кафедре «Городское строительство и архитектура» и предназначена для научных и инженерно-технических работников проектных организаций, а также может быть использована студентами, обучающимися по направлению 08.03.01 «Строительство».

ISBN 978-5-9282-1274-2

 © Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, 2015
 © Гречишкин А.В., 2015

оглавление

ВВЕДЕНИЕ	5
1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА	7
 1.1. Прохождение звука через однослойные ограждения 1.2. Распространение упругих волн в подкрепленных пластинах 1.3. Звукоизоляция панелей с ребрами жесткости 	7
2. ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА ПОДКРЕПЛЕННЫХ СТРУКТУР	19
2.1. О подходе к решению задачи о собственных колебаниях упругих тел	19
2.2. Волновое поле двухпролетной полосы с упругой промежуточной опорой	20
 2.3. Определение частот собственных колебаний с помощью балочных функций 2.4. Влидина издели и правила с работра 	30
2.4. Влияние жесткости упругих опор на волновые своиства подкрепленных структур	32
3. ПРОХОЖДЕНИЕ ЗВУКА ЧЕРЕЗ ОГРАЖДЕНИЯ, ПОДКРЕПЛЕННЫЕ РЕБРАМИ ЖЕСТКОСТИ	37
3.1. Звуковое поле в плоскости пластины	37
3.2. Распределение смещений в подкрепленной пластине под воздействием звуковых волн	40
3.3. Акустическая мощность, излучаемая пластиной,	15
 3.3.1. Излучение в области полных пространственных резонансов 3.3.2. Излучение на частотах неполных пространственных 	47
резонансов	49
3.3.3. Излучение в области простых резонансов	52
3.4. Влияние внутренних потерь на изменение колебательной скорости	54
 3.5. Определение расчетных формул звукоизоляции 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗВУКОИЗОЛЯЦИИ ОГРАЖДЕНИЙ С РЕБРАМИ ЖЕСТКОСТИ И АНАЛИЗ 	58
РЕЗУЛЬТАТОВ	61
4.1. Методика проведения эксперимента, приборы и оборудование.4.2. Влияние на звукоизоляцию пластин способа крепления ребер	61
жесткости	66
4.4. Влияние расстояния между точками крепления ребер	07
к пластине на ее звукоизоляцию	8/

4.5. Увеличение звукоизоляции подкрепленных пластин с помощью
вибродемпфирующих и звукопоглощающих материалов
4.6. Сравнение результатов теоретических и экспериментальных
исследований
5. РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЗВУКОИЗОЛЯЦИИ
ОГРАЖДАЮЩИХ КОНСТРУКЦИЙ С РЕБРАМИ ЖЕСТКОСТИ 110
5.1. Особенности расчета звукоизоляции ограждений
с ребрами жесткости110
5.2. Алгоритм решения задачи о звукоизоляции ограждений
с ребрами жесткости110
5.2.1. Определение граничных частот расчетных областей
5.2.2. Подсчет усредненных характеристик звукоизлучения
5.2.3. Построение частотной характеристики звукоизоляции115
5.3. Расчет звукоизоляции ограждений с ребрами жесткости
с помощью ЭВМ
5.4. Графо-аналитический метод расчета облегченных
ограждающих конструкций
ЗАКЛЮЧЕНИЕ
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

ВВЕДЕНИЕ

Улучшение условий жизни и труда людей органически связано с дальнейшим обеспечением нормальных санитарно-гигиенических условий труда и быта, устранением производственного травматизма и профессиональных заболеваний. Одним из аспектов этой проблемы является снижение шума в производственных, служебных и жилых помещениях, в местах отдыха трудящихся. Шум ухудшает условия и качество труда, оказывает вредное влияние на организм человека, повышая общую заболеваемость, вызывая нежелательные психологические и физиологические реакции.

Наиболее эффективным методом снижения шума, распространяющегося по воздуху, является устройство на пути его распространения звукоизолирующих преград: стен, перегородок, перекрытий, специальных звукоизолирующих выгородок, кабин, кожухов и т.п. Важное место в создании таких преград принадлежит разработке и совершенствованию методов расчета их звукоизоляции.

Существенное снижение массы зданий и сооружений, наметившееся в практике строительства в последние годы, повлекло за собой использование ограждающих конструкций на основе новых, прогрессивных материалов и конструктивных решений. К таким конструкциям, в полной мере относятся ограждения, состоящие из тонких листовых материалов (стальных, алюминиевых, асбоцементных и т.п.), подкрепленных ребрами жесткости. Широкое применение таких ограждений в строительстве связано с удачным сочетанием их весовых и прочностных характеристик (высокая прочность, жесткость и устойчивость при относительно небольшом весе), обеспечено повышенной индустриальностью и универсальностью.

Однако отсутствие к настоящему времени ясности в процессе прохождения звука через подобные ограждающие конструкции не позволяет рационально проектировать такие сложные акустические структуры, какими являются ограждения с ребрами жесткости.

В связи с этим, исследование звукоизоляции облегченных ограждающих конструкций с ребрами жесткости является актуальным направлением в проблеме проектирования эффективной звукоизоляции.

Целью настоящей работы является создание физико-математической модели процесса прохождения звука через ограждения с ребрами жесткости, разработка метода расчета звукоизоляции, изыскание путей улучшения их акустической эффективности.

Работа состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы.

В первой главе дается обзор теоретических и экспериментальных исследований в области звукоизоляции акустически однородных ограждений и ограждений, подкрепленных ребрами жесткости, рассматриваются вопросы, касающиеся распространения упругих волн в подкрепленных пластинах.

Во второй главе на основании представления волнового переноса колебательной энергии, с ее минимальной затратой найдены собственные функции и частотное уравнение подкрепленных пластин, оценено влияние жесткости опор (ребер) на характер нормальных смещений и фазовые соотношения на промежуточной опоре, дается обоснование волновых процессов, учитываемых в последующих главах.

В третьей главе теоретически исследуется процесс прохождения звука через ограждения в виде шарнирно-опертой прямоугольной пластины конечных размеров, подкрепленной ребрами жесткости.

В основу рассмотрения прохождения звука положено согласование форм распределения звукового давления в плоскости пластины с ее собственными формами колебаний. Найдены расчетные формулы звукоизоляции для широкой области частот.

Четвертая глава представляет результаты экспериментальных исследований звукоизоляции ограждений с ребрами жесткости. Полученные экспериментальные данные сопоставляются с результатами теоретических исследований.

В пятой главе приводятся разработанные инженерный и графо-аналитический методы расчета звукоизоляции ограждающих конструкций с ребрами жесткости, дается алгоритм расчета с использованием ЭВМ.

1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА

Составной частью ограждений с ребрами жесткости являются однослойные пластины. Поэтому при решении задачи о звукоизоляции облегченных ограждающих конструкций в первую очередь рассмотрим работы по прохождении звука через однослойные ограждения (без учета реакции со стороны ребер жесткости). Затем сделаем краткий обзор работ, касающихся распространения упругих волн в подкрепленных пластинах и остановимся на исследованиях, посвященных звукоизоляции панелей с ребрами жесткости.

1.1. Прохождение звука через однослойные ограждения

Основы классической теории звукоизоляции однослойных пластин были заложены Рэлеем [32]. Рассматривая прохождение звука через бесконечную однородную преграду при нормальном падении плоской звуковой волны, он пришел к выводу, что ее звукоизоляция определяется поверхностной массой и частотой звука:

$$R = 10 \lg \left[1 + \left(\frac{\omega \mu}{2\rho_0 c_0} \right)^2 \right] \approx 20 \lg \frac{\omega \mu}{2\rho_0 c_0}, \qquad (1.1)$$

где *R* – собственная изоляция преграды;

ω – круговая частота звука;

µ – масса единиц площади преграды;

ρ₀ – плотность воздуха;

с₀ – скорость звука в воздухе.

Зависимость (1.1) получила наименование "закона массы". Этот закон гласит, что собственная звукоизоляция ограждения пропорциональна логарифму произведения частоты звука на вес ограждения, отнесенный к единице ее поверхности. Прохождение звука при этом объяснялось поршневыми колебаниями ограждения. Отсюда делали вывод о том, что форма и углы падения звуковых волн на преграду не имеют принципиального значения и основную роль играет механическое сопротивление преграды.

Лондон [48], исследуя звукоизоляцию пластин при падении звуковых волн на ее поверхность под различными углами, установил, что звукоизоляция пластин при наличии диффузного звукового поля ниже, чем в случае нормально падающей звуковой волны и определяется зависимостью:

$$R = 10 \lg \left(\frac{\omega \mu}{2\rho_0 c_0}\right)^2 - 10 \lg \left[ln \left(1 + \left(\frac{\omega \mu}{2\rho_0 c_0}\right) \right)^2 \right].$$
(1.2)

Вычисления по приведенным формулам не могли дать удовлетворительного совпадения с результатами экспериментальных измерений звукоизоляции ограждающих конструкций. Это объясняется тем, что зависимости (1.1) и (1.2) не учитывают ряда факторов, имеющих место при передаче звуковых волн через ограждение (эффект волнового совпадения, внутренние потери, размеры и т.п.).

Решая задачу о звукоизоляции пластин неограниченных размеров в более общем виде, Рейснер [55] показал, что при некоторых углах падения плоской звуковой волны может наблюдаться полное прохождение звука через пластину. Однако результаты были получены в столь сложном и громоздком виде, что не удалось дать физического объяснения происходящим явлениям.

Шох [56], отказавшись от обычных представлений, предложил рассматривать преграду как совокупность независимых друг от друга элементарных участков, каждый из которых представляет собой колебательную систему с одной степенью свободы. Он установил, что при косом падении звука под углом θ колебательная скорость звуковых волн, прошедших через преграду, больше колебательной скорости самой преграды, так как отдельные ее участки могут совершать колебания только в направлении, перпендикулярном к преграде. С учетом этого звукоизоляция ограждений должна зависеть от угла падения звуковых волн:

$$R = 10 \lg \left[1 + \left(\frac{\omega \mu \cos \theta}{2\rho_0 c_0} \right)^2 \right].$$
(1.3)

Однако и эта формула не могла удовлетворительно объяснить причину уменьшения звукоизоляции реальных ограждений в области высоких частот.

Эта задача была решена Кремером [40], разработавшим основы современной теории звукоизоляции. При детальном исследовании прохождения звука через пластину неограниченных размеров им было найдено, что при совпадении скорости распространения изгибных волн в пластине со скоростью падающей звуковой волны в окружающей среде вдоль пластины возникает эффект волнового совпадения.

В этом случае, при отсутствии внутренних потерь, пластина передает звуковые волны практически без их ослабления, то есть наблюдается полное прохождение звука. Граничная частота волнового совпадения определяется по формуле

$$f_{\rm rp} = \frac{c_0^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{D}} \,, \tag{1.4}$$

где $D = \frac{Eh^3}{12 - (1 - v^2)}$ – изгибная жесткость пластины;

E, *h*, *v* – соответственно модуль Юнга, толщина пластины и коэффициент Пуассона.

Таким образом, согласно теории Кремера [40], звукоизоляция управляется не только частотой звука и массой пластины, но и ее изгибной жесткостью.

В дальнейшем наличие эффекта волнового совпадения при прохождении звука через ограждения было подтверждено Гетцем [41], Шохом [56], В.И. Заборовым [10].

Немаловажной причиной расхождения теоретических расчетов звукоизоляции с экспериментальными данными явилось то, что расчетные формулы не учитывали наличие внутренних потерь в материале ограждающих конструкций.

Жос и Лямюр [45] выявили слабую зависимость звукоизоляции ниже граничной частоты от коэффициента потерь. Однако основную причину расхождения теоретических и экспериментальных значений звукоизоляции объяснили невыполнением принятого предположения о достаточно плотном спектре собственных частот на низких частотах.

Кремер [40] для устранения отмеченного недостатка предложил следующее выражение механического импеданса ограждения:

$$Z = i\omega\mu \left[1 - \left(\frac{f}{f_{\rm rp}}\right)^2 \sin^4\theta\right],\tag{1.5}$$

где *f* – частота падающего звука;

*f*_{гр} – граничная частота волнового совпадения, определяемая по формуле (1.4).

В формуле (1.5) величина модуля упругости E, входящая в выражение (1.4), заменена выражением $E(1+i\eta)$, где ηE – мнимая часть модуля, обуславливающая затухание. Однако из сравнения теоретических значений с результатами экспериментальных исследований следует, что их совпадение возможно лишь при больших значениях η .

Уточнение расчетной формулы звукоизоляции для реальных ограждений было сделано Лондоном [48]. Он предложил ввести в выражение механического импеданса некоторый коэффициент рассеивания, учитывающий потери при передаче звуковых волн через ограждения. Формула (1.5) получила вид:

$$Z = \frac{2r}{\cos\theta} + i\omega\mu \left[1 - \left(\frac{f}{f_{\rm rp}}\right)^2 \sin^4\theta\right].$$
 (1.6)

Исследуя зависимость (1.6), Г.Л. Осипов [23] показал, что если определить экспериментальным путем величину дополнительного слагаемого $\frac{2r}{\cos\theta}$, можно получить хорошее совпадение теории с экспериментом.

Вопросы учета конечных размеров пластины и условий закрепления их по контуру при подсчете звукоизоляции реальных ограждений оставались открытыми.

Хекл [42] исследовал влияние на звукоизоляцию ограждений способа заделки их краев. Рассматривая прохождение звука через пластину с учетом изгибных жесткостей стенок, в которые заделывалась исследуемая пластина, он установил, что для ограждений конечных размеров за счет утечки энергии в примыкающие конструкции, наблюдается некоторое повышение звукоизоляции в области частот выше граничной частоты волнового совпадения. Ниже граничной частоты звукоизоляция определяется, как и в случае пластины неограниченной протяженности, законом массы.

Лямшев Л.М. [17], изучая отражение звука пластинами ограниченных размеров, пришел к выводу, что амплитуда колебаний пластины в области волнового совпадения больше на резонансной частоте и меньше между соседними резонансами.

Гурович Ю.А. [8] при решении задачи о звукоизоляции тонкой прямоугольной пластины учитывает нерезонансные формы колебаний и считает, что значения звукоизоляции реальных пластин на низких частотах должны находиться между теоретическими кривыми для резонансного и нерезонансного прохождения.

Механизм прохождения звука через реальные ограждения на основе рассмотрения их резонансного движения и анализа состояния волновых полей исследован М.С. Седовым [27-30]. Сформулированные им условия согласования волновых полей позволили решить задачу о прохождении звука через однослойные пластины с учетом конечных размеров и граничных условий. Он показал, что существенное влияние на звукоизоляцию ниже граничной частоты оказывают не только масса и частота, но и коэффициент потерь, размеры, способ закрепления краев и изгибная жесткость ограждения. Аналитически найдено также, что повышение звукоизоляции на низких частотах является результатом конечности реальных ограждений.

Учет закономерностей, справедливых для процесса прохождения звука через пластины реальных размеров, позволил получить более точные расчетные зависимости звукоизоляции и тем самым создать предпосылки более совершенного проектирования ограждающих конструкций.

Значительный вклад в развитие и совершенствование расчета звукоизоляции однородных ограждений внесен также, кроме отмеченных выше, трудами С.П. Алексеева, Л.Я. Ильяшука, С.Д. Ковригина, Е.Я. Юдина, К. Гёзеле, Л. Беранека и других отечественных и зарубежных исследователей.

1.2. Распространение упругих волн в подкрепленных пластинах

Под воздействием звуковых волн в пластине возникают и распространяются упругие волны. Для большей части звукового диапазона частот длины этих волн много больше толщины самих пластин.

В этом случае основными типами волн являются изгибные и продольные волны. В подкрепляющих элементах (ребрах жесткости) также могут возникать изгибные и продольные волны, распространяющиеся по высоте этих элементов, а также изгибные и крутильные волны, распространяющиеся вдоль ребер жесткости [1].

Одновременный учет всех видов колебаний элементов, составляющих оребренное ограждение, практически невозможен даже с помощью ЭВМ. Определенный подход выбирается в зависимости от того, какой вид деформации играет наиболее существенную роль в рассматриваемой задаче о прохождении или излучении звука.

В большинстве случаев продольные волны не оказывают влияния на излучение воздушного шума и поэтому первостепенный интерес представляют только изгибные волны, поскольку они относительно хорошо связаны со звуковыми полями в окружающей среде [53].

В работе [7], одной из первых касающихся изучения изгибных волн, рассматривается распространение нормальных волн изгиба по пластинам неограниченной протяженности при наличии на них всякого рода препятствий, характеризующихся произвольными силовыми и моментными импедансами. Здесь же вводится понятие коэффициента отражения изгибных волн и дается его общий анализ.

Исследуя отражение наклонно падающей изгибной волны от ребра жесткости, Кремер [40] использует конкретные колебательные характеристики ребер.

Прохождение изгибной волны через симметричное ребро жесткости при наклонном падении в дальнейшем было рассмотрено в работах [20,44,58], а случай нормального падения исследован в работах [3,5,39,52].

По мере изучения изгибных колебаний было установлено, что существенную роль играют граничные условия, налагаемые на препятствия. Общие граничные условия, в которых препятствие характеризуется его податливостями и динамическими жесткостями по отношению к моментам и усилиям, действующим на кромках пластины, составлены в работе [19].

Традиционно распространение изгибных волн в ребристых пластинах изучается на моделях, представляющих собой однородные пластины с установленными на них неоднородностями, моделирующими ребра жесткости.

Для ограждающих конструкций с характерным отношением $\frac{M_{nn}}{M_p} \ge 5$

справедливо выражение [18]:

$$\frac{W_{\rm nn}}{W_{\rm p}} = \frac{m_{\rm nn}V_{\rm nn}^2 S_{\rm nn}}{m_{\rm p}V_{\rm p}^2 L_{\rm nn}} = \frac{M_{\rm nn}V_{\rm nn}^2}{M_{\rm p}V_{\rm p}^2},$$

где $\frac{W_{nn}}{W_p}$ — отношение энергии изгибных волн, содержащихся в пластине и ребрах жесткости;

S_{пл}, L_{пл} – соответственно площадь и периметр участка пластины, ограниченного смежными ребрами жесткости;

 $M_{\rm nn}, M_{\rm p}$ – масса пластины и подкрепляющего набора;

 $V_{\rm nn}^2, V_{\rm p}^2$ – квадраты колебательных скоростей пластины и ребер.

Отношение $\frac{V_{\pi\pi}^2}{V_p^2}$ на частотах выше собственной частоты первой моды

изгибных колебаний участка пластины, ограниченного ребрами жесткости, согласно работе [6], равно 2 - 8.

Таким образом, для конструкций с отношением $\frac{M_{nn}}{M_p} \ge 5$ в ребрах

жесткости содержится менее 10% вибрационной энергии, содержащейся в ребристой пластине.

Указанное выше свойство ребер жесткости, положено в основу исследования [18], в котором математической моделью панели с ребрами жесткости является конструкция, представляющая пластину, шарнирноопертую вдоль линии крепления ребер жесткости (рис.1.1).

Ребра принимаются абсолютно жесткими, то есть не допускающими перемещений в поперечном направлении, в ряде других работ [9,36,44].

При более строгой постановке задачи необходимо учитывать сопротивление ребер жесткости по отношению к поступательному движению пластины (силовой импеданс) и сопротивление вращательному движению частей пластины (моментный импеданс).



Рис. 1.1

В таком виде задача о распространении изгибных волн рассматривалась в работах [5, 50], а прохождение звука в работах [24, 35].

Однако часто оказывается невозможным точно рассчитать упругие характеристики подкрепляющих элементов и определить их влияние на прохождение изгибных волн. Несколько упрощая задачу, в работах [12, 31] при определении усилий со стороны подкреплений пренебрегают моментным сопротивлением ребер жесткости.

Мид [21, 51] в качестве модели периодической конструкции предлагает рассматривать балку постоянного сечения, лежащую на одинаковых равномерно установленных опорах двух типов. В первом случае опоры имеют бесконечную жесткость в поперечном направлении, но допускают повороты балки, играя роль упругих пружин по отношению к этим поворотам; во втором случае абсолютно жесткая опора заменяется на упругую (рис.1.2).



Рис. 1.2

Расчет собственных колебаний многопролетных пластин сложен из-за громоздкости и трудоемкости вычислений. Поэтому наряду с учетом локального расположения подкреплений, используется другой подход к решению задачи о собственных колебаниях, который дает удовлетворительные результаты в применении к расчету пластин, подкрепленных часто поставленными регулярными ребрами жесткости. Он состоит в распределении жесткости ребер по всей поверхности пластины, то есть в замене подкрепленной пластины конструктивно ортотропной. Такой подход использован в работах [13, 15, 43, 46].

Согласно С.Г. Лехницкому [15], для изотропной пластины, усиленной с двух сторон параллельными ребрами, жесткости определяются по формулам:

$$D_{1} = \frac{Eh^{3}}{12(1-v^{2})} ;$$

$$D_{2} = \frac{Eh^{3}}{12(1-v^{2})} + \frac{E'J}{d} ,$$

- где *J* момент инерции сечения ребра относительно оси, лежащей в срединной плоскости;
 - Е, v модуль упругости и коэффициент Пуассона материала и пластины;
 - Е' модуль упругости материала ребра;
 - *d* расстояние между ребрами (ребра предполагаются одинаковыми и расположенными одинаковых расстояниях друг от друга).

Если ребра расположены лишь с одной стороны пластины, то момент инерции сечения нужно вычислять относительно линии, проходящей через центр тяжести сечений, которые не будут лежать на срединной плоскости.

После определения жесткостей подкрепленной пластины дальнейшее решение проводится одним из аналитических или численных методов.

Недостатком такого подхода является то, что он является приближенным, и точность результатов падает с увеличением расстояния между ребрами. К тому же его нельзя использовать при произвольном расположении ребер на пластине.

Отдельные вопросы распространения упругих волн в пластинах, подкрепленных ребрами жесткости (математические модели, граничные условия, подходы к решению задач о собственных колебаниях и т.п.) рассмотрены и в ряде других работ [38, 47, 54].

1.3. Звукоизоляция панелей с ребрами жесткости

Современная теория звукоизоляции рассматривает преграду в виде плоскопараллельного слоя или однородной пластины, или системы слоев и пластин, масса и жесткость в которых равномерно распределены по площади.

Панели же с ребрами жесткости представляют собой пластины, подкрепленные в одном или двух направлениях ребрами жесткости, наличие которых приводит к нарушению этой равномерности.

Мейданик [49], исследуя звукоизлучение неограниченных стальных пластин с элементами и без элементов жесткости, констатировал, что наличие элементов жесткости приводит к увеличению излучения звуковой энергии. Дополнительное излучение происходит в основном в области частот между первой резонансной частотой и граничной частотой волнового совпадения и примерно пропорционально отношению

(P+L)/P,

где *P* – периметр пластины;

L – общая длина элементов жесткости.

Хекл [43] предположил, что дополнительное излучение объясняется тем, что та часть звуковой энергии, которая находится в случае чистой пластины в ближнем поле и не расходуется на излучение, с появлением на пластине существенных неоднородностей начинает излучаться, увеличивая тем самым общий поток звуковой энергии, отдаваемой пластиной в окружающую среду.

Многочисленные экспериментальные исследования отечественных и иностранных ученых [4, 11, 57, 60, 61] подтверждают, что увеличение жесткости перегородок за счет введения ребер жесткости, эффективное на первый взгляд для изменения акустических качеств ограждений (увеличивается масса), способствует понижению звукоизоляции и тем больше, чем больше ребер жесткости.

Вопрос о прохождении плоской акустической волны через пластину, подкрепленную ребрами жесткости одного направления конечной погонной массы, рассмотрен в работе [24]. Для случая нормального падения волны на однослойную пластину выполнены расчеты коэффициента прохождения звука при различных соотношениях массы ребра и пластины. Показано, что при увеличении массы ребер до бесконечности, результаты расчета коэффициента прохождения звуковой волны совпадают с результатами исследований Е.Л. Шендерова [36, 37].

В работах [36, 37] исследуется влияние опор на прохождение звуковых волн через тонкую однослойную многопролетную пластину. Причем предполагается, что пластина жестко закреплена вдоль опор и они настолько малы, что практически не вносят возмущений в проходящую звуковую волну, а лишь влияют на условия, при которых происходят колебания пластин. Получено, что усиленное прохождение звука имеет место на частотах собственных колебаний пластин.

В дальнейшем Е.Л. Шендеров [35] усложнил задачу, рассмотрев прохождение звука через пластину, подкрепленную ребрами жесткости, которые обладают конечными импедансами по отношению к поперечным и вращательным движениям. Он получил, что коэффициент прохождения имеет резонансный характер и зависит от параметра kd, где k – волновое число изгибных волн, d – расстояние между ребрами жесткости. При увеличении волновых расстояний между ребрами жесткости (kd>5) резонансы сглаживаются и стремятся к прямой, соответствующей значению коэффициента прохождения звука через пластину без опор.

Практический интерес представляют работы Л.Я. Кудисовой и Б.Д. Тартаковского [13, 14, 33], посвященные исследованию звукоизоляции авиационных ограждающих конструкций, рассмотревших прохождение плоской звуковой волны, падающей под произвольным углом, через тонкую пластину, подкрепленную параллельными ребрами жесткости. В результате теоретических и экспериментальных исследований найдены условия возникновения резонансных колебаний пластин и волновых совпадений изза наличия параллельных ребер жесткости. Получены аналитические выражения для частот волнового совпадения, собственных частот и импедансов конструкций, позволяющих определить влияние подкреплений на звукоизоляцию панелей с ребрами жесткости.

Передача низкочастотного шума через панели конечных размеров, имеющие ребра жесткости, рассмотрена Ваикаитисом и Слазаком [59]. Аналитическое исследование основано на решении линейного акустического волнового уравнения, связанного с уравнениями колебаний панелей с дискретно расположенными ребрами жесткости. Дано сравнение теоретических и экспериментальных результатов, графически продемонстрировано влияние различных характеристик ребер жесткости на передачу шума.

Панели с ребрами жесткости, как и всякие тонкие однослойные ограждения, имеют относительно невысокую звукоизоляцию. Поэтому возникла необходимость в разработке мероприятий по улучшению их акустической эффективности.

Залас [62] экспериментально определяет параметры, от которых зависит прохождение звука через панели и количественно оценивает влияние на их звукоизоляцию типа вибродемпфирующего материала, его толщины, характера воздействия звукового поля.

Венцке и Дэммиг [60, 61] приводят результаты измерения звукоизоляции и звукоизлучения различных панелей с ребрами и без ребер жесткости, показывают влияние ребер и вибропоглощающих покрытий на акустические характеристики ограждений. Согласно [60], применение вибропоглощающих покрытий способствует повышению звукоизоляции металлических панелей и это повышение тем значительнее, чем жестче конструкция.

Морозова Н.Н. [22] экспериментально исследует акустическую эффективность подкрепленных панелей со звукопоглощающими и вибродемпфирующими покрытиями. Ею установлено, что для наиболее эффективного использования увеличения веса конструкций, предпочтительнее применять комбинированные облицовки, содержащие звуко- и вибропоглощающие покрытия.

Рассматривая звукоизоляцию бесконечной пластины с ребрами жесткости, авторы работы [33], обнаружили, что наибольшая эффективность при использовании вибропоглощающих покрытий достигается в случае касательного падения звуковых волн в продольном и поперечном направлениях.

В вышеназванных работах [33, 22, 60, 61, 62] покрытия наносились равномерно по всей поверхности пластины, вопросы влияния демпфирования ребер жесткости на звукоизоляцию подкрепленных пластин не рассматривались.

Отсутствие точного теоретического расчета и потребности в проектировании эффективной звукоизоляции панелей с ребрами жесткости выдвинули на повестку дня разработку инженерных методов расчета звукоизоляции подобных ограждений.

Метод расчёта звукоизоляции одностенных судовых преград предложен в работе [4].

В качестве теоретической модели преграды здесь принята бесконечная пластина, звукоизоляция которой подчинена закону массы:

$$R = 20 \lg f \rho h + 20 \lg \left(1 - \cos^2 \theta\right) - 10 \lg \left[\frac{1 + \left(\frac{\pi}{\rho_0 c_0} f \rho h\right)^2}{1 + \left(\frac{\pi}{\rho_0 c_0} f \rho h \cos \theta\right)^2}\right].$$

Применение данного расчета ограничивается рядом условий.

Во-первых, минимальный линейный размер преграды l должен быть во много раз больше длины изгибной волны на частоте волнового совпадения $\lambda_{rp} (l \ge 8\lambda_{rp})$. Во-вторых, расчетный диапазон для каждой преграды имеет вполне определенные нижнюю и верхнюю границы.

Нижняя граница определяется двумя условиями (принимается наибольшее значение):

$$f_{\rm H} = \frac{340}{l} ;$$
$$f_{\rm H} \approx \frac{4ch}{l^2} .$$

Здесь *с* – скорость продольных волн в преграде;

l, *h* – соответственно минимальный линейный размер и толщина преграды.

В-третьих, чтобы получить достоверные результаты, ребра жесткости должны быть установлены на пластине в одном направлении с шагом более 0,5 м и чтобы их высота не превышала 30-кратной толщины пластины.

Таким образом, предлагаемый метод расчета имеет довольно узкую область применения.

Все вышеизложенное указывает на то, что если звукоизоляция однослойных пластин без учета влияния ребер жесткости изучена подробно, то вопросы звукоизоляции подкрепленных преград рассмотрены недостаточно полно. К тому же теоретические исследования проведены только для бесконечных пластин, что подтверждает важность и необходимость дальнейшего исследования механизма прохождения звука через ограждения с ребрами жесткости.

2. ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА ПОДКРЕПЛЕННЫХ СТРУКТУР

2.1. О подходе к решению задачи о собственных колебаниях упругих тел

Звук вызывается колебаниями давления в воздухе, которые возникают при колебаниях каких-либо тел или их поверхностей, передающих соответствующие колебательные движения воздуху.

В процессе эксплуатации любая конструкция, подвергаясь воздействию внешних сил (например, звуковых волн), также начинает совершать колебательные движения. При совпадении частоты вынуждающей силы с частотой собственных колебаний тела могут возникнуть резонансные явления, характеризующиеся увеличением амплитуды колебаний. В свою очередь, акустическая энергия, излучаемая колеблющимися телами в окружающую среду, пропорциональна квадрату амплитуды колебаний. Следовательно, возникающие резонансы при колебаниях упругих тел способствуют возрастанию энергии излучения.

Согласование форм распределения звукового давления в плоскости пластины с ее собственными формами колебаний положено в основу рассмотрения прохождения звука через прямоугольные пластины с реальными граничными условиями [28]. То есть при исследовании звукоизоляции конструкций первоочередным является определение спектра собственных частот и собственных функций.

Началом развития учения о собственных колебаниях явились исследования Эйлера и Д. Бернулли, получивших дифференциальное уравнение поперечных колебаний стержней. Дальнейшее развитие теории колебаний принадлежит Пуассону, Рэлею, С.П. Тимошенко и А.Н. Крылову [29]. Ими были получены основные уравнения, сформулированы граничные условия, исследованы основные типы волн в пластинах, а также разработан численный метод решения задачи о колебаниях стержней и пластин. Этот метод основывается на прямом решении дифференциального уравнения движения. Общее решение составляется в виде суммы частных решений уравнения с постоянными коэффициентами. Использование граничных условий позволяет получить частотное уравнение и затем определить собственную функцию, характеризующую форму колебаний.

Однако для решения многих задач недостаточно иметь решения о движении систем с чисто колебательной точки зрения, как это трактует классическая теория колебаний. Здесь необходимы дополнительные сведения о характере распространения колебаний и волновой структуре колебательных полей. В связи с этим, профессором М.С. Седовым предложен метод решения задач о собственных колебаниях упругих тел, основанный на представлении волнового переноса колебательной энергии с ее минимальной затратой [29]. Будем считать собственными колебаниями те колебания, при которых волновое движение становится замкнутым с наименьшей затратой энергии на образование бегущей волны в новых областях среды. Это условие для каждой частоты можем записать в виде:

$$\oint Jdt = \min,\tag{2.1}$$

где $\oint Jdt = \sum_{j=1,2...t_j}^{n-1} \int J_j dt$, $J_j = \rho c U_j^2$ – плотность потока энергии, расходуемой

на образование синусоидальной волны в новых частях среды;

- *j* номер волны;
- *U_n* волна, характеристики которой совпадают с характеристиками волны: *U*₁;
- . U – первая производная волны по времени;
- рс удельное акустическое сопротивление среды;
 - ρ плотность;
 - с скорость звука;
 - *t* время распространения волны до момента образования замкнутого движения.

Согласно сделанному определению собственных колебаний решение уравнения (2.1) сводится к отысканию действительного кратчайшего замкнутого пути, на котором затрачивается наименьшее количество энергии для образования бегущей волны.

Такой подход к решению задач о собственных колебаниях справедлив, как показано в работе [29], для любого волнового процесса, где участвуют волны, способные переносить энергию.

Ниже будет приведен теоретический вывод для определения формы колебаний двухпролетной полосы с промежуточной упругой опорой, моделирующей ребро жесткости конечной изгибной жесткости.

2.2. Волновое поле двухпролетной полосы с упругой промежуточной опорой

Как уже отмечалось выше (1.2), в качестве математической модели периодической конструкции принимают балку (полосу), лежащую на одинаковых равномерно установленных упругих опорах.

Рассмотрим формирование собственных колебаний двухпролетной полосы с упругой промежуточной опорой и шарнирно-опертой по краям. Колебательное поле будем характеризовать величиной смещения точек полосы.

Полное решение задачи будем искать путем составления функции суммарных смещений точек полосы с учетом граничных условий на концах. Суммарное смещение в каждом пролете образуется за счет двух бегущих в противоположных направлениях однородных и неоднородных волн. Искомая функция смещения точек полосы с учетом минимальной затраты энергии на образование замкнутого движения будет представлять собой суперпозицию четырех типов волн.

Начало координат совместим с левой опорой, ось ОХ со срединной плоскостью полосы. За положительное смещение принимаем смещение точек полосы вверх. Опоры пронумеруем слева направо (рис. 2.1).



Рис. 2.1

Пусть бегущая волна U_{21} , амплитуда которой U_{021} распространяется в левом пролете полосы от второй опоры к первой с начальной фазой $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ В этом же направлении распространяется и неоднородная волна U_{II21} амплитудой U_{0II21} . Обратные волны U_{12} и U_{I12} , амплитуды которых U_{012} и U_{0112} падают на промежуточную опору 2. Часть энергии бегущей волны отразится с волной $U_{021}^{(1)}e^{i(\omega t + kx)}$, а часть пройдет во второй пролет с волной $U_{023}^{(1)}e^{i[\omega t - k(x - l_1)]}$, где l_I – длина первого пролета. Энергия волны $U_{032}e^{i[\omega t - k(x - l_1)]}$, распространяющейся от опоры 3 к опоре 2, частично пройдет через опору 2 в первый пролет с волной $U_{021}^{(2)}e^{i(\omega t + kx)}$, а частично отразится с волной $U_{021}^{(1)}e^{i[\omega t - k(x - l_1)]}$ и т.д. Рассматривая установившийся процесс, когда

$$\begin{split} &\sum_{j=1}^{\infty} U_{021}^{(j)} = U_{021}; \quad \sum_{j=1}^{\infty} U_{0II21}^{(j)} = U_{0II21}; \\ &\sum_{j=1}^{\infty} U_{012}^{(j)} = U_{012}; \quad \sum_{j=1}^{\infty} U_{0I12}^{(j)} = U_{0I12}, \end{split}$$

можем определить амплитуды волн. Здесь индекс *j* указывает на количество отражений волн от соответствующей опоры.

В рассматриваемом случае бегущие и неоднородные волны, распространяющиеся в первом пролете, запишутся в виде:

$$\begin{split} U_{21} &= U_{021} e^{ikx + i\omega t};\\ U_{II21} &= U_{0II21} e^{k(x - l_1) + i\omega t};\\ U_{12} &= U_{012} e^{-ikx + i\omega t};\\ U_{I12} &= U_{0I12} e^{-kx + i\omega t}, \end{split}$$

где U_{021} , U_{012} , U_{0II21} , U_{0I12} – амплитуды волн, участвующих в образовании замкнутого волнового движения. С учетом принципа суперпозиции выражение суммарной волны U_I для первого пролета запишется:

$$U_{I} = U_{021}e^{ikx} + U_{0II21}e^{k(x-l_{1})} + U_{012}e^{-ikx} + U_{0I12}e^{-kx} .$$
(2.2)

Для удобства записи здесь и в дальнейшем опустим временно множитель $e^{i\omega t}$, характеризующий установившееся движение. Граничные условия на левом конце полосы:

$$(U_I)_{x=0} = 0, (2.3)$$

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial^2 x}\right)_{x=0} = 0.$$
 (2.4)

Подставляя выражение суммарной волны (2.2) для первого пролета в (2.3), получим

$$U_{021} + U_{0II21}e^{-kl_1} + U_{012} + U_{0I12} = 0.$$
(2.5)

Используя граничное условие (2.4), имеем

$$-U_{021} + U_{0II21}e^{-kl_1} - U_{012} + U_{0I12} = 0.$$
(2.6)

Преобразование уравнений (2.5) и (2.6) приводит к соотношениям:

$$U_{021} = U_{012},$$

$$U_{012} = U_{0121}e^{-kl_1}.$$
(2.7)

Имеем систему двух уравнений с четырьмя неизвестными. Решение такой системы неопределенно.

Рассмотрим процесс волнообразования и формирования собственных колебаний одновременно для первого и второго пролетов.

Граничные условия на промежуточной опоре, т.е. при $x = l_1$ имеют вид:

 $U_{I} = U_{II}$ – равенство смещений слева и справа;

$$\frac{\partial U_I}{\partial x} = \frac{\partial U_{II}}{\partial x} -$$
 непрерывность угла наклона касательной к кривой изгиба (2.8)

 $\frac{\partial^2 U_I}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 U_{II}}{\partial x^2}$ – равенство изгибающих моментов слева и справа;

$$EJ\left(\frac{\partial^3 U_I}{\partial x^3}\right) = EJ\left(\frac{\partial^3 U_{II}}{\partial x^3}\right) + cU_{II} -$$
скачок перерезывающей силы.

где с – жесткость промежуточной опоры;

 $U_{I\!I}$ – функция смещений точек полосы во втором пролете.

Суммарную волну для первого пролета с учетом уже переотраженных однородных и неоднородных волн

$$U_{12} = U_{012}e^{-ikx},$$

$$U_{112} = U_{0112}e^{-kx},$$

$$U_{21}^{(1)} = U_{021}^{(1)}e^{ikx},$$

$$U_{1121}^{(1)} = U_{01121}^{(1)}e^{k(x-l_1)}$$

запишем в виде

$$U_{I} = U_{012}e^{-ikx} + U_{0I12}e^{-kx} + U_{021}^{(1)}e^{ikx} + U_{0II21}^{(1)}e^{k(x-l_{1})}.$$

Для второго пролета первоначально рассмотрим случай, когда нет переотраженных волн, т.е.

$$U_{32} = U_{032}e^{ik(x-l_1)},$$

$$U_{III32} = U_{0III32}e^{k[x-(l_1+l_2)]},$$

$$U_{23} = U_{023}e^{-ik(x-l_1)},$$

$$U_{II23} = U_{0II23}e^{-k(x-l_1)}.$$

Суммарная волна в этом случае

$$U_{II} = U_{032}e^{ik(x-l_1)} + U_{0III32}e^{k\left[x-(l_1+l_2)\right]} + U_{023}e^{-ik(x-l_1)} + U_{0II23}e^{-k(x-l_1)} ,$$

где U_{032} , U_{0III32} , U_{023} , U_{0II23} – амплитуды волн, участвующих в формировании собственных колебаний;

*l*₂ – длина второго пролета.

Условия сопряжения на промежуточной опоре (2.8) можем теперь записать в виде

$$\begin{cases} U_{021}^{(1)}e^{ikl_{1}} + U_{01121}^{(1)} + U_{012}e^{-ikl_{1}} + U_{0112}e^{-kl_{1}} = U_{032} + U_{011132}e^{-kl_{2}} + U_{01123} + U_{01123} + U_{01123} + U_{01123} + U_{01121} - iU_{012}e^{(-ikl_{1})} - U_{0112}e^{(-kl_{1})} = iU_{032} + U_{011132}e^{(-kl_{2})} - U_{023} - U_{01123} + U_{01121} - U_{012}e^{-ikl_{1}} + U_{0112}e^{-kl_{1}} = -U_{032} + U_{011132}e^{-kl_{2}} - U_{023} - U_{01123} + U_{01123} + U_{01121} - U_{012}e^{-ikl_{1}} + U_{0112}e^{-kl_{1}} = -U_{032} + U_{011132}e^{-kl_{2}} - U_{023} - U_{01123} + U_{01123} + U_{01121} + iU_{012}e^{-ikl_{1}} - U_{0112}e^{-kl_{1}} = (\gamma - i)U_{032} + U_{011132}e^{-kl_{2}} - U_{023} - U_{01123} + U_{01112}e^{-ikl_{1}} + U_{0112}e^{-ikl_{1}} - U_{0112}e^{-ikl_{1}} = (\gamma - i)U_{032} + U_{011132}e^{-kl_{2}} - U_{011132}e^{-ikl_{1}} + U_{0112}e^{-ikl_{1}} + U_{0112}e^{-ikl_{1}} + U_{0112}e^{-ikl_{1}} = (\gamma - i)U_{032} + U_{011132}e^{-ikl_{1}} + U_{0112}e^{-ikl_{1}} + U_{0112}e^{-ikl_{1}} = (\gamma - i)U_{032} + U_{011132}e^{-ikl_{1}} + U_{0112}e^{-ikl_{1}} + U_{0112}e^{-ikl_{1}} + U_{0112}e^{-ikl_{1}} + U_{0112}e^{-ikl_{1}} = (\gamma - i)U_{032} + U_{011132}e^{-ikl_{1}} + U_{011132}e^{-ikl_{1}} + (\gamma + i)U_{023} + (\gamma - 1)U_{01123} + U_{01123}e^{-ikl_{1}} + U_{0112}e^{-ikl_{1}} + (\gamma + i)U_{023} + (\gamma - 1)U_{01123} + U_{01123}e^{-ikl_{1}} + U_{0112}e^{-ikl_{1}} + U_{012}e$$

где $\gamma = \frac{c}{EJK^3}$.

В соответствии с предложением о минимальной затрате энергии на образование новых волн в среде вправе предложить, что

$$U_{021}^{(1)} \equiv U_{021}; \quad U_{0II21}^{(1)} \equiv U_{0II21}.$$
 (2.10)

Тогда с учетом соотношений (2.10) и (2.7) условия сопряжений на промежуточной опоре примут вид:

$$\begin{cases} U_{021} \left(e^{ikl_{1}} - e^{-ikl_{1}} \right) + U_{0II21} \left(1 - e^{-2kl_{1}} \right) = U_{032} + U_{0III32} e^{-kl_{2}} + U_{023} + U_{0II23} \\ iU_{021} \left(e^{ikl_{1}} + e^{-ikl_{1}} \right) + U_{0II21} \left(1 + e^{-2kl_{1}} \right) = iU_{032} + U_{0III32} e^{-kl_{2}} - iU_{023} - U_{0II23} \\ -U_{021} \left(e^{ikl_{1}} - e^{-ikl_{1}} \right) + U_{0II21} \left(1 - e^{-2kl_{1}} \right) = -U_{032} + U_{0III32} e^{-kl_{2}} - U_{023} + U_{0III32} + U_{0II23} \\ +U_{0II23} - iU_{021} \left(e^{ikl_{1}} + e^{-ikl_{1}} \right) + U_{0II21} \left(1 + e^{-2kl_{1}} \right) = (\gamma - i)U_{032} + (\gamma + 1)U_{0III32} e^{-kl_{2}} + (\gamma + i)U_{023} + (\gamma - 1)U_{0II23} \end{cases}$$

Имеем систему четырех уравнений с шестью неизвестными. Введем некоторое дополнение. Зная, что падающая волна $U = U_0 e^{i\phi}$, а начальный фазовый угол принят $\phi = -\frac{\pi}{2}$, будем считать, что

$$U_{021} = -iU_0 \quad . \tag{2.12}$$

Теперь для однозначного определения амплитуд волн необходимо еще одно уравнение. Его можно получить, используя граничное условие на третьей опоре:

$$(U_{II})_{x=l_1+l_2} = 0.$$
 (2.13)

Суммарную волну во втором пролете рассмотрим с учетом вторичного отражения

$$\begin{split} U_{23} &= U_{023} e^{ik(x-l_1)}, \\ U_{II23} &= U_{0II23} e^{-k(x-l_1)}, \\ U_{II23} &= U_{0II23} e^{-k(x-l_1)}, \\ U_{II23} &= U_{0II23} e^{k[x-(l_1+l_2)]}, \\ U_{III32} &= U_{0III32} e^{k[x-(l_1+l_2)]}, \\ U_{II} &= U_{023} e^{-ik(x-l_1)} + U_{0II23} e^{-k(x-l_1)} + U_{023} e^{k(x-l_1)} + U_{0III32} e^{k[x-(l_1+l_2)]}. \end{split}$$

В условиях замкнутого волнового движения с минимальной затратой энергии на образование собственных колебаний полагаем:

$$U_{011132}^{(1)} \equiv U_{011132}; U_{032}^{(1)} \equiv U_{032}.$$

Тогда, учитывая, что смещение полосы на правой опоре равно нулю (2.13), получим

$$U_{032}e^{ikl_2} + U_{0III32} + U_{023}e^{-ikl_2} + U_{0II23}e^{-ikl_2} = 0.$$

Теперь имеем систему пяти уравнений с пятью неизвестными

$$\begin{cases} -iU_{0} \left(e^{ikl_{1}} - e^{-ikl_{1}} \right) + U_{0II21} \left(1 - e^{-2kl_{1}} \right) = U_{032} + U_{0III32} e^{-kl_{2}} + \\ + U_{023} + U_{0II23} \\ - U_{0} \left(e^{ikl_{1}} + e^{-ikl_{1}} \right) + U_{0II21} \left(1 + e^{-2kl_{1}} \right) = iU_{032} + U_{0III32} e^{-kl_{2}} - \\ - iU_{023} - U_{0II23} \\ iU_{0} \left(e^{ikl_{1}} - e^{-ikl_{1}} \right) + U_{0II21} \left(1 - e^{-2kl_{1}} \right) = -U_{032} + U_{0III32} e^{-kl_{2}} - \\ - U_{023} + U_{0II23} \\ U_{032} e^{ikl_{2}} + U_{0III32} + U_{023} e^{-ikl_{2}} + U_{0II23} e^{-ikl_{2}} = 0 \\ U_{0} \left(e^{ikl_{1}} + e^{-ikl_{1}} \right) + U_{0II21} \left(1 + e^{-2kl_{1}} \right) = (\gamma - i)U_{032} + \\ + (\gamma + 1)U_{0III32} e^{-kl_{2}} + \\ + (\gamma + i)U_{023} + (\gamma - 1)U_{0III23} \end{cases}$$

$$(2.14)$$

После несложных преобразований получаем соотношения

$$U_{032} = -U_{023} - iU_0 \left(e^{ikl_1} - e^{-ikl_1} \right)$$

$$U_{0II23} = -e^{-kl_2} U_{0III32} + \left(1 - e^{-2kl} \right) U_{0II21}$$
(2.15)

Подставляя выражения U_{032} и U_{0II23} в (2.14), переходим к системе трех уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} iU_{023} - e^{-kl_2}U_{0III32} + U_{0II21} = -e^{-ikl_1}U_0 \\ 2iU_{023} + 2e^{-kl_2}U_{0III32} + (\gamma - \gamma e^{-2kl_1} - 2)U_{0II21} = (\gamma A - 2e^{-ikl_2})U_0 \\ iBU_{023} + (1 - e^{-2kl_2})U_{0III32} + e^{-kl_2}(1 - e^{-2kl_1})U_{0II21} = e^{ikl_2}AU_0 \end{cases}$$

где $A = i(e^{ikl_1} - e^{-ikl_1}); B = i(e^{ikl_2} - e^{-ikl_2}).$

Решая систему, находим значения неизвестных:

$$\begin{split} U_{023} = \\ &= \frac{\left(e^{k(l_1+l_2)} - e^{-k(l_1+l_2)}\right)\left(\gamma A - 4e^{-ikl_1}\right) - \left(e^{kl_1} - e^{-kl_1}\right)\left(\gamma e^{-ikl_1}\left(e^{kl_2} - e^{-kl_2}\right) - \gamma A e^{ikl_2}\right)}{i\left[4\left(e^{k(l_1+l_2)} - e^{-k(l_1+l_2)}\right) - \gamma B\left(e^{kl_1} - e^{-kl_1}\right) - \gamma\left(e^{kl_2} - e^{-kl_2}\right)\left(e^{kl_1} - e^{-kl_1}\right)\right]}; \\ U_{0III32} = \frac{\gamma\left(e^{kl_1} - e^{-kl_1}\right)\left(Ae^{kl_2} - Be^{-ikl_1} + Ae^{ikl_2}\right) + 4e^{kl_1}\left(Be^{-ikl_1} + Ae^{ikl_2}\right) - \gamma BAe^{kl_1}}{e^{kl_2}\left[4\left(e^{k(l_1+l_2)} - e^{-k(l_1+l_2)}\right) - \gamma B\left(e^{kl_1} - e^{-kl_1}\right) - \gamma\left(e^{kl_2} - e^{-kl_2}\right)\left(e^{kl_1} - e^{-kl_1}\right)\right]}U_0; \\ U_{0II21} = \\ = \frac{4Ae^{ikl_2} + 4Be^{-ikl_1} - \gamma AB - \gamma A(e^{kl_2} - e^{-kl_2})}{e^{-kl_1}\left[4\left(e^{k(l_1+l_2)} - e^{-k(l_1+l_2)}\right) - \gamma B\left(e^{kl_1} - e^{-kl_1}\right) - \gamma\left(e^{kl_2} - e^{-kl_2}\right)\left(e^{kl_1} - e^{-kl_1}\right)\right]}U_0; \end{split}$$

С учетом соотношений (2.7) и (2.15) находим амплитуды остальных волн, участвующих в формировании собственных колебаний

$$U_{032} = \left\{ \frac{-\left(e^{k(l_1+l_2)} - e^{-k(l_1+l_2)}\right)\left(\gamma A - 4e^{-ikl_1}\right) + \left(e^{kl_1} - e^{-kl_1}\right)\left(\gamma e^{-ikl_1}\left(e^{kl_2} - e^{-kl_2}\right) - \gamma A e^{ikl_2}\right)}{i\left[4\left(e^{k(l_1+l_2)} - e^{-k(l_1+l_2)}\right) - \gamma B\left(e^{kl_1} - e^{-kl_1}\right) - \gamma\left(e^{kl_2} - e^{-kl_2}\right)\left(e^{kl_1} - e^{-kl_1}\right)\right]} - A\right\}U_0$$

$$U_{023} = \frac{-\gamma A \left(e^{kl_1} - e^{-kl_1}\right) e^{kl_2} + i \left(e^{ik(l_1+l_2)} - e^{-ik(l_1+l_2)}\right) \left(\gamma \left(e^{kl_1} - e^{-kl_1}\right) - 4e^{-kl_1}\right) + \gamma A B e^{-kl_1}}{4 \left(e^{k(l_1+l_2)} - e^{-k(l_1+l_2)}\right) - \gamma B \left(e^{kl_1} - e^{-kl_1}\right) - \gamma \left(e^{kl_2} - e^{-kl_2}\right) \left(e^{kl_1} - e^{-kl_1}\right)} U_0$$

$$U_{0I12} = \frac{4Ae^{ikl_2} + 4Be^{-ikl_1} - \gamma AB - \gamma A(e^{kl_2} - e^{-kl_2})}{4\left(e^{k(l_1+l_2)} - e^{-k(l_1+l_2)}\right) - \gamma B\left(e^{kl_1} - e^{-kl_1}\right) - \gamma \left(e^{kl_2} - e^{-kl_2}\right)\left(e^{kl_1} - e^{-kl_1}\right)}U_0;$$
$$U_{012} = iU_0.$$

Теперь, когда известны фазовые соотношения и амплитуды участвующих в движении бегущих и неоднородных волн, можем найти суммарное смещение полосы в любой точке рассматриваемых пролетов

$$\begin{split} U_{I} &= U_{0} \left\{ -i \left(e^{ikx} - e^{-ikx} \right) + \left[4i \left(e^{ik(l_{1}+l_{2})} - e^{-ik(l_{1}+l_{2})} \right) - \gamma i \left(e^{ikl_{1}} - e^{-ikl_{1}} \right) \right] \\ &\left(i \left(e^{ikl_{2}} - e^{-ikl_{2}} \right) + \left(e^{kl_{2}} - e^{-kl_{2}} \right) \right) \right] \left(e^{kx} - e^{-kx} \right) / \left[4 \left(e^{k(l_{1},l_{2})} - e^{-k(l_{1},l_{2})} \right) \\ &- \gamma \left(e^{kl_{1}} - e^{-kl_{1}} \right) i \left(e^{ikl_{2}} - e^{-ikl_{2}} \right) + \left(e^{kl_{2}} - e^{-kl_{2}} \right) \right) \right] \right\}; \\ U_{II} &= U_{0} \left\{ \left[- \left(4i \left(e^{k(l_{1}+l_{2})} - e^{-k(l_{1}+l_{2})} \right) - \gamma i \left(e^{kl_{1}} - e^{-kl_{1}} \right) \left(e^{kl_{2}} - e^{-kl_{2}} \right) \right) \right] \\ &\left(e^{ikx} - e^{-ikx} \right) - \gamma \left(e^{ikl_{1}} - e^{-ikl_{1}} \right) \left(e^{k(l_{1}+l_{2})} - e^{-k(l_{1}+l_{2})} \right) \\ &\left(e^{ik(x-l_{1})} - e^{-ik(x-l_{1})} \right) - \left(e^{kl_{1}} - e^{-ikl_{1}} \right) \left(e^{ik(x-l_{1}-l_{2})} - e^{-ik(x-l_{1}-l_{2})} \right) \right) + \\ &+ \left(-4i \left(e^{ik(l_{1}+l_{2})} - e^{-ik(l_{1}+l_{2})} \right) - \gamma \left(e^{ikl_{1}} - e^{-ikl_{1}} \right) \left(e^{ik(x-l_{1})} - e^{-ikl_{2}} \right) \right) \right) \\ &\times \left(e^{kx} - e^{-kx} \right) - \gamma i \left(e^{kl_{1}} - e^{-kl_{1}} \right) \left(\left(e^{ik(l_{1}+l_{2})} - e^{-ik(l_{1}+l_{2})} \right) - e^{-ik(l_{1}+l_{2})} \right) \\ &- \left(e^{ikl_{1}} - e^{-ikl_{1}} \right) \left(e^{k(x-l_{1}-l_{2})} - e^{-ik(x-l_{1}-l_{2})} \right) \right) \right] / \left[4 \left(e^{k(x-l_{1})} - e^{-k(x-l_{1})} \right) - \\ &- \gamma \left(e^{ikl_{1}} - e^{-kl_{1}} \right) \left(i \left(e^{ikl_{2}} - e^{-ikl_{2}} \right) + \left(e^{kl_{2}} - e^{-kl_{2}} \right) \right) \right] \right\}. \end{split}$$

Реальная форма суммарных смещений точек полосы соответственно для первого и второго пролетов будем иметь вид:

$$U_{I} = 2U_{0} \left\{ \sin kx - \frac{2\sin k(l_{1}+l_{2}) + \gamma(\sin kl_{2} - shkl_{2})\sin kl_{1}}{2shk(l_{1}+l_{2}) + \gamma(\sin kl_{2} - shkl_{2})shkl_{1}} shkx \right\} \cos \omega t \quad (2.16)$$

$$U_{II} = 2U_{0} \left\{ \left[\left(2shk(l_{1}+l_{2}) - \gamma shkl_{1}shkl_{2}\sin + \gamma \sin kl_{1}(shk(l_{1}+l_{2}) \times sin k(x-l_{1}) - shkl_{1}\sin k(x-l_{1} - l_{2})) - - \left(2\sin k(l_{1}+l_{2}) + \gamma \sin kl_{1}\sin kl_{2} \right) \times shkx\gamma shkl_{1}(\sin k(l_{1}hk(x-l_{1}) + l_{2})s - shkx\gamma shkl_{1}(\sin k(l_{1}hk(x-l_{1}) + l_{2})s - shkl_{1}shk(x-l_{1} - l_{2})) \right] / \left[2shk(l_{1}+l_{2}) + \gamma(\sin kl_{2} - shkl_{2})shkl_{1} \right] \right\} \cos \omega t. \quad (2.16)$$

Полученные выражения (2.16) и (2.17) позволяют определить смещение точек полосы в произвольный момент времени для каждого пролета. Для полного решения задачи необходимо найти частотное уравнение. Воспользуемся для этого равенством нулю изгибающего момента на крайней правой опоре:

$$\left(\frac{\partial^2 U_{II}}{\partial x^2}\right)_{x=l_1+l_2} = 0.$$
(2.18)

Подставив выражения (2.17) в (2.18), получим частотное уравнение

$$\gamma (\sin k (l_1 + l_2) shk l_1 shk l_2 - shk (l_1 + l_2) \sin k l_1 \sin k l_2) =$$

= 2shk (l_1 + l_2) sin k (l_1 + l_2)

ИЛИ

$$\gamma(ctgkl_1 - cthkl_1 + ctgkl_2 - cthkl_2) = 2(cthkl_1 + cthkl_2)(ctgkl_1 + ctgkl_2). \quad (2.19)$$

При равенстве пролетов $l_1 = l_2$ собственные функции и частные уравнения принимают вид:

$$\gamma(ctgkl - cthkl) = 4cthkl ctgkl$$

$$U_{I} = 2U_{0} \{ \sin kx - [2\sin 2kl + \gamma(\sin kl - shkl)\sin kl] \\ shkx / [2sh2kl + \gamma(\sin kl - shkl)] \} \cos \omega t;$$

$$U_{II} = 2U_{0} \{ [(2sh2kl - \gamma sh^{2}kl)\sin kl + \gamma \sin klsh2kl \\ \sin k(x-l) - \gamma \sin kl shkl \sin k(x-2l) - (2\sin 2kl + \gamma \sin^{2}kl) \\ shkx + \gamma shkl \sin 2kl shk(x-l) - \gamma \sin kl shkl shk(x-2l)] \\ [2sh2kl + \gamma(\sin kl - shkl)] \} \cos \omega t$$

Из изложенного выше следует, что найденные функции суммарных смещений точек полосы удовлетворяют всем граничным условиям на частотах собственных колебаний и условиям замкнутого волнового движения при минимальной затрате энергии на образование новых бегущих волн и, следовательно, являются собственными функциями задачи.

2.3. Определение частот собственных колебаний с помощью балочных функций

Для оценки правильности выбранного подхода к решению задачи о собственных колебаниях подкрепленных структур рассмотрим колебания двухпролетной полосы с упругой промежуточной опорой (рис.2.1), используя один из классических методов, в частности, метод А.Н. Крылова, позволяющий автоматически выполнять условия сопряжения участков.

Двухпролетную балку в этом случае заменим однопролетной путем исключения промежуточной опоры и заменой ее действия на балку неизвестной силой (рис.2.2).



Рис. 2.2

Обозначая функции Крылова символами K_1 , K_2 , K_3 , K_4 можем представить собственную форму колебаний в виде:

$$U(x) = C_1 K_1(kx) + C_2 K_2(kx) + C_3 K_3(kx) + C_4 K_4(kx).$$

Здесь *C*₁, *C*₂, *C*₃, *C*₄ – постоянные;

$$K_{1}(kx) = \frac{1}{2}(chkx + \cos kx);$$

$$K_{2}(kx) = \frac{1}{2}(shkx + \sin kx);$$

$$K_{3}(kx) = \frac{1}{2}(chkx - \cos kx);$$

$$K_{4}(kx) = \frac{1}{2}(shkx - \sin kx).$$

Граничные условия на левом конце балки:

$$\left(\frac{\partial^2 U_I}{\partial x^2}\right)_{x=0} = 0$$

$$\left(U_I\right)_{x=0} = 0.$$
(2.20)

При x=0 $K_1(kx) = I$, a $K_2(\bar{k}x) = K_3(kx) = K_4(kx) = 0$.

С учетом (2.20), выражение U(x) для первого участка принимает вид:

$$U_{I} = C_{2}K_{2}(kx) + C_{4}K_{4}(kx).$$
(2.21)

В сечении $x = l_1$ значения функции U(x) должны удовлетворять условиям сопряжения:

$$(U_{I})_{x=l_{1}} = (U_{II})_{x=l_{1}}$$

$$\left(\frac{\partial U_{I}}{\partial x}\right)_{x=l_{1}} = \left(\frac{\partial U_{II}}{\partial x}\right)_{x=l_{1}}$$

$$\left(\frac{\partial^{2} U_{I}}{\partial x^{2}}\right)_{x=l_{1}} = \left(\frac{\partial^{2} U_{II}}{\partial x^{2}}\right)_{x=l_{1}}$$

$$\left(\frac{\partial^{3} U_{I}}{\partial x^{3}}\right)_{x=l_{1}} = \left(\frac{\partial^{3} U_{II}}{\partial x^{3}}\right)_{x=l_{1}} + \frac{R}{EJ}$$
(2.22)

Все эти условия удовлетворятся, если принять при общем для обоих пролетов начале отсчета, что

$$U_{II} = U_I + \frac{R}{EJk^3} K_4 [k(x - l_1)]. \qquad (2.23)$$

Выполнение условий (2.22) легко проверить, воспользовавшись правилами дифференцирования функций Крылова и учитывая, что

$$K_1(0) = I$$
, a $K_2(0) = K_3(0) = K_4(0) = 0$.

Считаем, что в сечении $x = l_1$ приложена опорная реакция. Тогда в соответствии с формулой (2.23) и с учетом (2.21) для второго участка имеем

$$U_{II} = C_4 K_4(kx) + C_2 K_2(kx) + H K_4 [k(x-l_1)]$$

где $H = \frac{R}{EJk^3}$, причем R – амплитудное значение реакции.

Для определения трех констант C_2 , C_4 и H имеются три граничных условия – смещение и момент на правой опоре равны нулю, смещение в сечении $x = l_1$, равно R/c, где c – жесткость упругой опоры.

Таким образом, получаем систему трех уравнений с тремя неизвестными:

$$C_{2}K_{2}(kl_{1}) + C_{4}K_{4}(kl_{1}) = \frac{R}{c}$$

$$C_{2}K_{4}[k(l_{1}+l_{2})] + C_{4}K_{2}[k(l_{1}+l_{2})] + HK_{2}(kl_{2}) = 0$$

$$C_{2}K_{2}[k(l_{1}+l_{2})] + C_{4}K_{4}[k(l_{1}+l_{2})] + HK_{4}(kl_{2}) = 0$$
(2.24)

Для определения частот собственных колебаний определитель полученной системы уравнений (2.24) приравняем нулю:

	$K_2(kl_1)$	$K_4(kl_1)$	$-\frac{1}{\gamma}$	
$\Delta =$	$K_4\left[k\left(l_1+l_2\right)\right]$	$K_2[k(l_1+l_2)]$	$K_2(kl_2) = 0$	0
	$K_2\left[k\left(l_1+l_2\right)\right]$	$K_4\left[k\left(l_1+l_2\right)\right]$	$K_4(kl_2)$	
Здес	$c_{\rm b} \gamma = \frac{c}{k^3 E J}.$			

Откуда находим частотное уравнение

$$\gamma(-ctgkl_1 + cthkl_1 - ctgkl_2 + cthkl_2) =$$

$$= 2(cthkl_1 + cthkl_2)(ctgkl_1 + ctgkl_2). \qquad (2.25)$$

Выражение (2.25) идентично полученному ранее (2.19), что позволяет судить о возможности использования представления волнового переноса энергии с ее минимальной затратой, предложенного профессором М.С. Седовым [28], для решения задачи о собственных колебаниях подкрепленных структур.

2.4. Влияние жесткости упругих опор на волновые свойства подкрепленных структур

Проследим влияние жесткости промежуточной опоры на значения собственных чисел и характер нормальных смещений на примере двухпролетной полосы с шарнирно-опертыми краями.



Рис. 2.3

Уравнение (2.19) при $c=\infty$ (нет смещений на промежуточной опоре) переходит в известное частотное уравнение

$$ctgkl_1 - cthkl_1 = -(ctgkl_2 - cthkl_2)$$

для двухпролетной шарнирно-опертой балки, полученное путем использования решения дифференциального уравнения с постоянным интегрирования [34].

При *с*=0 (промежуточная опора отсутствует) уравнение (2.19) принимает вид:

$$\sin kl = 0. \tag{2.26}$$

Выражение (2.26) является частотным уравнением для однопролетной балки шарнирно-опертой по концам [25].

Для промежуточных значений жесткости упругой опоры найдены корни частотных уравнений и получены собственные формы колебаний при $l_1 = l_2$ (рис. 2.3, табл. 2.1, 2.2).

Анализ полученных результатов показывает, что найденные собственные функции (2.17) справедливы для всех значений жесткости промежуточных опор. При уменьшении жесткости наблюдается увеличение отклонения полосы от положения равновесия и формы собственных колебаний становятся все более близкими к формам однопролетной полосы с шарнирно-опертыми краями. По мере увеличения жесткости опоры формы колебаний двухпролетной колебаний переходят В формы неразрезной шарнирно-опертой полосы. К тому же, для симметричных форм колебаний на промежуточной опоре фаза движения синусоидальной

волны наиболее близка к значению $\left(\frac{2m+1}{2}\right), m = 1, 2, ...,$ что характерно

для жесткого защемления (рис.2.3).

Сравнение значений собственных чисел, полученных на основе представления волнового переноса энергии с ее минимальной затратой, с методикой известного решения, указывает на правильность выбранного подхода к решению задачи о собственных колебаниях подкрепленных структур.

Найденные функции суммарных смещений для двухпролетной полосы с упругой промежуточной опорой позволяют определить смещение точек полосы на любой частоте собственных колебаний. Решение может быть продолжено аналогичным образом и для случая большего количества пролетов.

Полученное решение дает возможность оценить влияние жесткости опор на характер нормальных смещений и фазовые соотношения на промежуточной опоре.

Таблица 2.1

kl = 3.1	415	kl = 3.9	164	kl = 6.2	831	kl = 7.00	020	kl = 9.4	247
U_I	U_{II}	U_I	U_{II}	U_I	U_{II}	U_I	U_{II}	U_I	U_{II}
0.000	0.000	0.000	0.014	0.000	0.000	0.000	0.086	0.000	0.000
0.309	-0.309	0.393	0.108	0.588	0.588	0.644	-0.347	0.809	-0.809
0.588	-0.588	0.730	0.334	0.951	0.951	0.983	-0.809	0.951	-0.951
0.809	-0.809	0.964	0.609	0.951	0.951	0.857	-1.071	0.309	-0.309
0.951	-0.951	1.065	0.860	0.588	0.588	0.321	-0.919	-0.588	0.588
1.000	-1.000	1.025	1.025	0.000	0.000	-0.377	-0.377	-1.000	1.000
0.951	-0.951	0.860	1.065	-0.588	-0.588	-0.920	0.319	-0.588	0.588
0.809	-0.809	0.609	0.964	-0.951	-0.951	-0.173	0.855	0.309	-0.309
0.588	-0.588	0.334	0.730	-0.951	-0.951	-0.811	0.981	0.951	-0.951
0.309	-0.309	0.108	0.393	-0.588	-0.588	-0.348	0.643	0.809	-0.809
0.000	0.000	0.014	0.000	0.000	0.000	-0.086	0.000	0.000	0.000

Таблица 2.2

$\gamma = 50$
$\lambda = \lambda$
$\begin{array}{c c} 100 \\ U_{ll} \\ \end{array}$
$\gamma = 10$ U_{l} U_{l}
100 101 101 101 101 101 101 101 101 101
$\gamma = 40$ U_{I} U_{I} U
500 U _{II} U
$\gamma = 16$
Ť
77
ζ

36
3. ПРОХОЖДЕНИЕ ЗВУКА ЧЕРЕЗ ОГРАЖДЕНИЯ, ПОДКРЕПЛЕННЫЕ РЕБРАМИ ЖЕСТКОСТИ

Рассмотрим прохождение звуковых волн через ограждения, подкрепленные ребрами жесткости одного направления. В качестве математической модели ограждения принимаем конструкцию в виде прямоугольной пластины, шарнирно-опертой по краям; соединение ребер и пластины жесткое (например, непрерывный сварной шов).

В основу рассмотрения прохождения звука положим анализ состояния волновых полей, возможность их согласования [28]. Дифракционными эффектами на ребрах жесткости будем пренебрегать.

3.1. Звуковое поле в плоскости пластины

Пусть на прямоугольную пластину падает под углом θ звуковая волна. Выберем систему координат так, чтобы плоскость *XOV* совпадала со срединной плоскостью пластины, оси *OX* и *OV* были направлены из левого нижнего угла одной ячейки вдоль сторон *a* и *b*, ось *OZ* перпендикулярна *XOV* (рис. 3.1). Звуковое поле здесь и в дальнейшем будем характеризовать величиной звукового давления.

Предположим, что след падающей, отраженной и прошедшей волн, распространяющихся в сторону отрицательных X, Y составляет с нормалью к стороне a угол α_0 . Итоговое звуковое давление, согласно принципу суперпозиции:

$$p_{1} = p'_{0} e^{i \left[\omega t + k'_{0}(x \sin \alpha_{0} + y \cos \alpha_{0}) + \psi_{1}\right]}, \qquad (3.1)$$

где $k'_0 = k_0 \sin \theta$;

ψ₁ – начальный фазовый ход;

 $p_0 = p'_n + p_{om} - p_{np}; p_n, p_{om}, p_{np}$ – амплитуды соответственно падающей, отраженной и прошедшей волн. Падающая в противоположном направлении волна, вместе с отраженной и прошедшей волнами, образуют на поверхности пластины след с формами распределения давления



Под другим возможным углом α₀ могут распространяться в прямом и обратном направлениях падающие, отраженные и прошедшие волны, давление в которых

$$p_{3} = p'_{0}e^{i\left[\omega t + k'_{0}(x\sin\alpha_{0} - y\cos\alpha_{0}) + \psi_{3}\right]},$$

$$p_{4} = p'_{0}e^{i\left[\omega t - k'_{0}(x\sin\alpha_{0} - y\cos\alpha_{0}) + \psi_{4}\right]}.$$
(3.3)

Рассматривая действительную часть комплексных выражений (3.1), (3.2), (3.3) и считая $\psi_1 = \psi_2 = \pi$, $\psi_3 = \psi_4 = 0$, получим

$$p_{1} = -p_{0}' \cos k_{0}' (x \sin \alpha_{0} + y \cos \alpha_{0}) \cos wt,$$

$$p_{2} = -p_{0}' \cos k_{0}' (x \sin \alpha_{0} + y \cos \alpha_{0}) \cos wt,$$

$$p_{3} = p_{0}' \cos k_{0}' (x \sin \alpha_{0} - y \cos \alpha_{0}) \cos wt,$$

$$p_{4} = p_{0}' \cos k_{0}' (x \sin \alpha_{0} - y \cos \alpha_{0}) \cos wt,$$
(3.4)

суммируя давление в каждой точке, имеем

$$p = 4p'_0 \sin(k_0 x \sin \theta \sin \alpha_0) \sin(k_0 y \sin \theta \cos \alpha_0) \cos wt.$$
(3.5)

Принимая начальные фазовые углы равными между собой, получим тем же путем другое возможное значение суммарного звукового давления:

$$p = 4p'_0 \cos(k_0 x \sin \theta \sin \alpha_0) \cos(k_0 y \sin \theta \cos \alpha_0) \cos wt.$$
(3.6)

Для точек x = a, y = b, можно записать

$$k_0 a \sin \theta \sin \alpha_0 = m' \pi ; \quad k_0 b \sin \theta \cos \alpha_0 = n' \pi, \tag{3.7}$$

где величины m', n' имеют непрерывные численные значения до тех пор, пока не будут учтены граничные условия в плоскостях *XZ*, *YZ*.

Зависимости (3.5), (3.6) с учетом (3.7) можно переписать в виде

$$p_{m'n'} = p'_{m'n'} \sin \frac{m'\pi x}{a} \sin \frac{n'\pi y}{b} \cos \omega t,$$

$$p_{m'n'} = p'_{0m'n'} \cos \frac{m'\pi x}{a} \cos \frac{n'\pi y}{b} \cos \omega t.$$
(3.8)

Здесь $p_{0m'n'} = 4 p'_0$.

В случае воздействия на пластину плоских волн диффузного звукового поля результирующее звуковое давление представится в виде бесконечного двойного ряда

$$p = \sum_{m'=0}^{\infty} \sum_{n'=0}^{\infty} p_{0m'n'} \sin \frac{m'\pi x}{a} \sin \frac{n'\pi y}{b}.$$
 (3.9)

3.2. Распределение смещений в подкрепленной пластине под воздействием звуковых волн

Под воздействием звуковых волн в пластине возникают и распространяются свободные упругие волны, формирующие нормальные колебания. Смещение каждой точки пластины в любой момент времени представим в виде [29]

$$U(x, y, t) = \pm 2U_0 XY \cos \omega t . \qquad (3.10)$$

;

Здесь $X = \sin(kx \sin \alpha);$

$$Y = \frac{2g}{d} \left(1 + \beta e^{-kb\sqrt{1+\sin^2\alpha}} \right) \sin(ky\cos\alpha) - \frac{2}{d} \left(1 - g^2\beta e^{-kb\sqrt{1+\sin^2\alpha}} \right) \times \cos(ky\cos\alpha) + \frac{1}{d} \left(2 - q\beta e^{-kb\sqrt{1+\sin^2\alpha}} \right) e^{-kb\sqrt{1+\sin^2\alpha}} - e^{k(y-b)\sqrt{1+\sin^2\alpha}}$$

где

$$\beta = \frac{2\left[g\sin(kb\cos\alpha) - \cos(kb\cos\alpha) + e^{-kb\sqrt{1+\sin^2\alpha}}\right]}{\left[d - 2\left(\sin(kb\cos\alpha) + g\cos(kb\cos\alpha) e^{-kb\sqrt{1+\sin^2\alpha}}\right) + qe^{-2kb\sqrt{1+\sin^2\alpha}}\right]}$$
$$g = \frac{\sqrt{1+\sin^2\alpha}}{\cos\alpha}; \quad d = g^2 + 1; \quad q = g^2 - 1.$$

Согласно принципу Остроградского – Гамильтона для движущихся упругих систем при наличии возмущающей силы можно записать

$$\partial \left\{ \int_{t_1}^{t_2} \left(E_k - V_n \right) dt + \int_{t_1}^{t_2} \left[p(x, y, t) \partial U \right] \partial t \right\} = 0 , \qquad (3.11)$$

где E_{κ} – кинетическая энергия;

*V*_{*n*} – потенциальная энергия;

 $p(x,y,t) \partial u$ – виртуальная работа возмущающих сил.

Уравнение (3.11) в условиях нормальных колебаний выражает экстремальные свойства пластины. В этом случае кинетическая энергия

$$E_{k} = \frac{\mu}{2} \int_{0}^{ab} \left(\frac{\partial U(x, y, t)}{dt} \right)^{2} dx dy . \qquad (3.12)$$

Выражение потенциальной энергии имеет вид

$$V_n = \frac{D}{2} \int_{0}^{ab} \left(\frac{\partial^2 U(x, y, t)}{dx dy} \right)^2 dx dy.$$
(3.13)

С учетом (3.10), получим

$$E_{k} = \frac{\mu\omega^{2}}{2} \int_{0}^{ab} U^{2}(x, y) dx dy \cos^{2} \omega t, \qquad (3.14)$$

$$V_n = \frac{D}{2} \int_{0}^{ab} \left(\frac{\partial^2 U(x, y)}{dx dy} \right)^2 dx dy \cos^2 \omega t .$$
(3.15)

Поскольку *U*(*x*,*y*,*t*) является собственной функцией, можно, согласно [34], принять

$$V_{n} = \frac{\mu \omega_{mn}^{2}}{2} \int_{0}^{ab} U^{2}(x, y) dx dy \cos^{2} \omega t.$$
(3.16)

Здесь ω_{mn} – круговая частота собственных колебаний пластины.

$$W_p = \int_{0}^{ab} \int_{0}^{b} p(x, y, t) U(x, y, t) dx dy.$$

Работу возмущающих сил в виде звукового давления в плоскости пластины определим из соотношения, которое можно записать как

$$W_{p} = \iint_{0}^{ab} p(x, y) U(x, y) dx dy \cos^{2} \omega t .$$
 (3.17)

Выражая экстремальные свойства (3.11) с использованием (3.14), (3.16), (3.17), получим

$$\frac{\partial}{\partial U_{mn}} \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \frac{\mu \omega^2}{2} \int_{0}^{ab} U^2(x, y) dx dy - \frac{\mu \omega_{mn}^2}{2} \right\}$$
(3.18)
$$\int_{0}^{ab} U^2(x, y) dx dy + \int_{0}^{ab} p(x, y) U(x, y) dx dy \left\{ \cos^2 \omega t dt \right\}.$$

Интегрируя по времени за четверть периода

,

$$\left(t_1 = 0, t_2 = \frac{\pi}{2\omega}\right),$$

$$\frac{\partial}{\partial U_{mn}} \left[\frac{\mu}{2} \left(\omega^2 - \omega_{mn}^2\right) \int_{0}^{ab} U^2(x, y) dx dy + \int_{0}^{ab} \int_{0}^{b} p(x, y) U(x, y) dx dy\right] = 0. \quad (3.19)$$

Используя условие ортогональности нормальных функций, можем записать

$$\int_{0}^{a} \int_{0}^{b} U^{2}(x, y) dx dy = \sum_{m=1}^{\infty} U_{mn}^{2} \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} (XY)^{2} dx dy, \qquad (3.20)$$

$$\iint_{0\ 0}^{a\ b} p(x,y) U(x,y) dx dy = \sum_{\substack{m'=1\\m=1\\n'=1}}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} p_{0m'n'} U_{mn} \iint_{0\ 0}^{a\ b} p(x,y) U(x,y) dx dy .$$
(3.21)

Из соотношения (3.21) следует, что для прямоугольной пластины возможны той случая соотношения индексов

$$\begin{array}{l} m = m' \\ n = n' \end{array} \\ m = m' \\ n \neq n' \end{array} \quad (a) \\ m \neq m' \\ n = n' \end{array} \quad (b) \\ m \neq m' \\ n \neq n' \end{array} \quad (c) \\ m \neq m' \\ n \neq n' \end{array} \quad (c) \\ m = n' \end{array} \quad (c) \\ m = n' \\ m \neq m' \\ n \neq n' \end{array} \quad (c) \\ m = n' \\ m \neq m' \\ n \neq n' \end{array}$$

Согласно терминологии, принятой в работе [28] первое возможное соотношение индексов (3.22) получило название полного пространственного резонанса, второе (3.23) – неполного пространственного резонанса, третье (3.24) – простого резонанса.

Используя (3.19), найдем амплитуды колебаний пластины для всех возможных соотношений индексов.

В случае полного пространственного резонанса, когда узловые линии *m'n'* -й формы распределения звукового давления точно совпадают с узловыми линиями *mn*-й формы колебаний пластины, имеем

$$U_{mn} = \frac{p_{0mn}}{\mu \left(\omega_{mn}^2 - \omega^2\right)} G, \qquad (3.25)$$

rge
$$G = \frac{g\left(1 + \beta e^{-kb\sqrt{1+\sin^2\alpha}}\right)}{2\left(1 + g^2\beta^2 e^{-2kb\sqrt{1+\sin^2\alpha}}\right)}.$$

Из формулы (3.25) видно, что при $\omega = \omega_{mn}$ происходит полное прохождение звука.

В случае неполных пространственных резонансов одни составляющие характеристик волновых волей согласуются полностью, а другие находятся в таких соотношениях, при которых амплитуда вынужденных колебаний пластины максимальна.

Если узловые линии *m'n'*-й формы распределения звукового давления точно соответствуют узловым линиям *mn*-й формы распределения смещений пластины только вдоль стороны а, то

$$U_{m(n)} = \frac{p_{0mn'}}{\mu \left(\omega_{m(n)}^2 - \omega^2\right)} \frac{2 \left[Bn' \cos' n\pi + C \left(n + \frac{1}{2} \right) \sin n' \pi + Cn' \sin n' \pi \right]}{\pi \left[\left(n + \frac{1}{2} \right)^2 - n'^2 \right] \left(B^2 + C^2 \right)}, \quad (3.26)$$

rge $B = \frac{2g}{d} \left(1 + \beta e^{-kb\sqrt{1 + \sin^2 \alpha}} \right); \quad C = \frac{2}{d} \left(1 - g^2 \beta e^{-kb\sqrt{1 + \sin^2 \alpha}} \right).$

Из полученного соотношения (3.26) следует, что смещения пластины *U_{m(n)}* будут иметь наибольшее значение, когда

$$\sin n'\pi = \pm I(\cos n'\pi = 0)$$
, то есть $n'_{m(n)} = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$

При $n'_{m(n)} = \frac{1}{2}$, очевидно, соответствующей наинизшей частоте колебания, получаем

$$U_{m(n)} = \frac{2p_{0mn'}}{\mu \left(\omega_{m(n)}^2 - \omega^2\right) \pi n \left(B^2 + C^2\right)}.$$
 (3.27)

Если узловые линии *m'n'*-й формы распределения звукового давления в плоскости пластины точно соответствуют узловым линиям *mn*-й формы распределения смещений пластины только вдоль стороны *b*, то

$$U_{n(m)} = \frac{p_{0m'n}}{\mu \left(\omega_{n(m)}^2 - \omega^2\right)} \frac{2m\sin m'\pi}{\pi \left(m^2 - {m'}^2\right)} G,$$
(3.28)

где G – то же, что и в (3.25). В этом случае амплитуда будет максимальной при $m' = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$

Возьмем значение $m' = \frac{1}{2}$ соответствующее частоте, когда впервые удовлетворится требование (3.23 б), тогда

$$U_{n(m)} = \frac{p_{0m'n}}{\mu \left(\omega_{n(m)}^2 - \omega^2\right)} \frac{8m}{\pi \left(4m^2 - 1\right)}G.$$
 (3.29)

Случай соотношения индексов (3.24) характерен полным несоответствием форм распределения звукового давления и форм собственных колебаний пластины.

В условиях простого резонанса амплитуду смещений запишем

$$U_{(m)(n)} = \frac{p_{0m'n'}}{\mu(\omega_{(m)(n)}^2 - \omega^2)} \times \frac{4m\sin m'\pi \left[Bn'\cos n'\pi + C\left(n' + \left(n + \frac{1}{2}\right)\sin n'\pi\right)\right]}{\pi^2 \left[\left(n + \frac{1}{2}\right)^2 - n'^2\right] (m^2 - m'^2)(B^2 + C^2)}.$$
(3.30)

Амплитуда смещений пластины для *mn*-й ее формы собственных колебаний, соответствующей наинизшему номеру простого резонанса при $n' = \frac{1}{2}$, $m' = \frac{1}{2}$ будет равна:

$$U_{(m)(n)} = \frac{p_{0m'n'}}{\mu(\omega_{(m)(n)}^2 - \omega^2)} \frac{16mC}{\pi^2 n (4m^2 - 1)(B^2 + C^2)}.$$
 (3.31)

Анализ полученных зависимостей (3.26), (3.28), (3.30) показывает, что в условиях неполного пространственного и простого резонансов при совпадении круговой текущей частоты с круговой частотой собственных колебаний пластины, звук через пластину проходит полностью, если не учитывать потери энергии на внутреннее трение и сопротивление излучению.

3.3. Акустическая мощность, излучаемая пластиной, подкрепленной ребрами жесткости

Найдем количественные зависимости мощности, излучаемой подкрепленной пластиной под воздействием звуковых волн. В качестве расчетной возьмем пластину, рассмотренную в предыдущем параграфе. Расположение координатных осей примем в соответствии с рис. 3.1.

Пусть на пластину из верхнего полупространства (Z > 0) падают звуковые волны под углами θ .

Акустическая мощность, излучаемая в нижнее полупространство (Z < 0) определяется в этом случае [63]

$$P_{2} = \frac{1}{2} Re\left(\iint_{0 \ 0}^{a \ b} p\left(x, y, -\frac{h}{2}\right) V^{*}(x, y) dx dy \right),$$
(3.32)

где $p(x, y, -\frac{h}{2})$ – максимальное во времени звуковое давление в плоскости

пластины;

*V** – сопряженное число комплексного представления колебательной скорости пластины в каждой точке *X*, *У*.

Звуковое давление в излученной волне

$$p(x, y, z, t) = \sum_{m'=0}^{\infty} \sum_{n'=0}^{\infty} p_{0m'n'} \sin \frac{m'\pi x}{a} \sin \frac{n'\pi y}{b} e^{i\left[\omega t + K_{zm'n'}\left(Z + \frac{h}{2}\right)\right]},$$
 (3.33)

где $K_{zm'n'}$ – составляющая волнового вектора на ось, перпендикулярную плоскости пластины;

h – толщина пластины.

Из волнового уравнения $\Delta^2 p(x, y, z) + K_0^2 p(x, y, z) = 0$

$$\Delta^{2} = \frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}}$$

$$K_{zm'n''} = \sqrt{K_{0}^{2} - \left(\frac{m'\pi}{a}\right)^{2} - \left(\frac{n'\pi}{b}\right)^{2}}.$$
(3.34)

Амплитуду звукового давления будем искать из граничных условий на поверхности пластины

$$\left(\frac{\partial p(x, y, z, t)}{\partial z}\right)_{z=-\frac{h}{2}} = i\omega\rho_0 V(x, y, t), \qquad (3.35)$$

где ρ_0 – плотность среды, граничащей с пластиной; V(x, y, t) – колебательная скорость пластины.

В свою очередь колебательную скорость представим в виде разложения в двойной род по собственным функциям

$$V(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_{mn} X Y e^{i\omega t} .$$
(3.36)

Подставив в граничные условия (3.35) значения p(x, y, z, t) (3.33), V(x, y, t) (3.36) и усреднив полученное выражение по площади пластины, имеем

$$\overline{p}'_{m'n'} = \frac{K_0 \rho_0 c_0 \overline{V}_{mn} \int_0^a \int_0^b XY \sin \frac{m' \pi x}{a} \sin \frac{n' \pi y}{b} dx dy}{K_{zm'n'} \int_0^a \int_0^b \sin^2 \frac{m' \pi x}{a} \sin \frac{n' \pi y}{b} dx dy}.$$
(3.37)

С учетом (3.37), выражение акустической мощности (3.32) представим в виде:

$$P'_{2mn} = \frac{\rho_0 c_0}{2} \sum_{\substack{m'=0\\n'=0}}^{\infty} \frac{1}{\int_0^a \int_0^b \sin^2 \frac{m' \pi x}{a} \sin^2 \frac{n' \pi y}{b} dx dy} \cdot Re \frac{K_0}{K_{2m'n'}} \sum_{\substack{m=1\\n=1}}^{\infty} V^2 \left(\iint_{0\ 0}^{a\ b} XY \sin \frac{m' \pi x}{a} \sin \frac{n' \pi y}{b} dx dy \right)^2.$$
(3.38)

Пренебрегая взаимодействием форм собственных колебаний пластины через окружающую среду, опустим процесс бесконечного суммирования по числам *m*, *n*, *m'*, *n'* [28], а также учитывая, что при

$$K_0^2 < \left[\left(\frac{m'\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n'\pi}{b} \right)^2 \right] , \quad Re\left(\frac{K_0}{K_{zm'n'}} \right) = 0$$

имеем для

$$Re\left(\frac{K_{0}}{K_{zm'n'}}\right) > 0$$

$$P_{2mn}' = \frac{\rho_{0}c_{0}}{2} \overline{V}_{mn}^{-2} \frac{K_{0}}{K_{zm'n'}} \frac{\left(\int_{0}^{a} \int_{0}^{b} XY \sin \frac{m'\pi x}{a} \sin \frac{n'\pi y}{b} dx dy\right)^{2}}{\int_{0}^{a} \int_{0}^{b} \sin^{2} \frac{m'\pi x}{a} \sin^{2} \frac{n'\pi y}{b} dx dy}.$$
(3.39)

Теперь можем определить количественные характеристики излучения в каждом характерном случае согласования звуко- и виброполей.

3.3.1. Излучение в области полных пространственных резонансов

В условиях полного согласования волновых характеристик звуко- и виброполей, то есть при m = m', n = n' излучаемую акустическую мощность (3.39) можно представить

$$P_{2mn}' = \frac{\rho_0 c_0}{2} \overline{V}_{mn}^2 a b B^2 \frac{K_0}{\sqrt{K_0^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}},$$
 (3.40)

где $\overline{V}_{mn}^2 = \frac{\overline{V}_{mn}^2}{4}$ – усредненная по площади пластины колебательная скорость,

полученная как сумма скоростей в четырех изгибных волнах, формирующих каждую форму собственных колебаний пластины;

В – то же, что и в формуле (3.26).

Коэффициент излучения в этом случае

$$S_{mn} = B^{2} \frac{K_{0}}{\sqrt{K_{0}^{2} - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^{2} - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^{2}}} = \frac{B^{2}}{\cos\theta_{mn}}.$$
 (3.41)

Так как общая излучаемая мощность на частотах пространственного резонанса [63]

$$P_{2mn}=4P_{2mn}',$$

то зависимость (3.40) можно записать в виде:

$$P_{2mn} = \frac{\rho_0 c_0}{2} \bar{V}_{mn}^2 a b S_{mn}.$$
(3.42)

Для практических расчетов интересен случай излучения при возбуждении пластины диффузным звуком в интервале частот

$$\Delta f = f_{\scriptscriptstyle \rm G} - f_{\scriptscriptstyle \rm H}.$$

Акустическая мощность, излучаемая пластиной, в этом случае

$$P_2 = \sum_{m=m_u}^{m=m_e} \sum_{n=n_u}^{n=n_e} \overline{P}_{2mn}, \qquad (3.43)$$

где P_{2mn} – усредненное значение мощности в интервале частот Δf ;

 $m_{_{H}}, n_{_{H}}, m_{_{\theta}}, n_{_{\theta}}$ — номера форм собственных колебаний пластины, соответствующих нижней $f_{_{H}}$ и верхней $f_{_{\theta}}$ частотам интервала Δf .

Используя выражение излучаемой мощности на каждой частоте, находим

$$P_{2} = \frac{\rho_{0}c_{0}}{2}ab\sum_{m=m_{H}}^{m=m_{e}}\sum_{n=n_{H}}^{n=n_{e}}\overline{V}_{mn}^{2}\frac{1}{\Delta K_{0mn}}\int_{K_{0m_{1}n_{1}}}^{K_{0m_{2}n_{2}}}\frac{K_{0mn}dK_{0mn}}{\sqrt{K_{0mn}^{2}}-\left(\frac{m\pi}{a}\right)^{2}-\left(\frac{n\pi}{b}\right)^{2}}B^{2},$$
(3.44)

где

 \overline{V}_{mn}^2 — усредненное значение квадрата колебательной скорости пластины в интервале частот Δf_{mn} ;

$$K_{0m_1n_1}, K_{0m_2n_2}$$
 – волновые числа среды, соответствующие крайним часто-
там $f_{m_1n_1}, f_{m_2n_2}$ на которых вклад резонанса остается реша-
ющим.

После соответствующих преобразований и усреднений, получим – выражение акустической мощности в интервале частот Δf

$$P_2 = \frac{\rho_0 c_0}{2} a b \overline{\vec{V}}^2 \overline{\vec{S}} , \qquad (3.45)$$

где

$$\overline{\overline{S}} = \frac{1}{\Delta f} \left(f_2 \cos \theta_2 - f_1 \cos \theta_1 \right) B^2, \qquad (3.46)$$
$$\widetilde{\overline{V}}^2 = \sum_{m=m_u}^{m=m_e} \sum_{n=n_u}^{n=n_e} \overline{V}_{mn}^2$$

или

$$\overline{\overline{S}} = \frac{1}{\Delta f} \left(f_{e} \sqrt{1 - \frac{f_{zp}}{f_{e}}} - f_{H} \sqrt{1 - \frac{f_{zp}}{f_{H}}} \right) B^{2}.$$
(3.47)

3.3.2. Излучение на частотах неполных пространственных резонансов

Акустическую мощность, излучаемую в этом случае получим, проведя интегрирование выражения (3.39) с учетом соотношений (3.23)

$$P_{2mn} = \frac{\rho_0 c}{2} V_{m(n)}^2 a b S_{mn'} , \qquad (3.48)$$

$$P_{2mn} = \frac{\rho_0 c}{2} V_{(m)n}^2 a b S_{m'n} , \qquad (3.49)$$

где коэффициенты излучения

$$S_{mn'} = \frac{4(Bn'\cos n'\pi + Cn' + C(n+0.5)\sin n'\pi)^2}{\pi^2 \left(\left(n+0,5 \right)^2 - {n'}^2 \right)^2 \cos \theta_{mn'}},$$
(3.50)

$$S_{m'n} = \frac{4m^2 \sin^2 m' \pi B^2}{\pi^2 (m^2 - m'^2)^2 \cos \theta_{m'n}}.$$
(3.51)

Максимальные значения коэффициенты излучения принимают при

$$n' = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots; \quad m' = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$$

Анализ полученных зависимостей (3.50) и (3.51) показывает, что коэффициенты излучения $S_{mn'}(S_{m'n})$ имеют большее значение в случае меньших n(m) и больших n'(m') для постоянного θ . Следовательно, пластина меньших размеров, для которой число n(m) меньше, излучает интенсивнее.

Рассмотрим далее излучение пластины под воздействием полосы Δf диффузного звукового поля. Согласно [63], в области неполных пространственных резонансов могут встретиться как обычные, так и неполные резонансы. Тогда общая излучаемая мощность

$$P_{2\mu} = \sum_{\substack{m=1\\n=n_{\mu}}}^{n=n_{e}} \sum_{\substack{n'=1\\2}}^{n'=n_{e}} \overline{P}_{2mn'} + \sum_{\substack{n=1\\m=m_{\mu}}}^{n=n_{e}} \sum_{\substack{m'=n_{e}}}^{m'=m_{e}} \overline{P}_{2m'n} + \sum_{\substack{m=m_{\mu}}\\n'=1\\2}}^{n=n_{e}} \sum_{\substack{m'=n_{\mu}'\\n'=n_{\mu}}}^{n=n_{e}} \overline{P}_{2m'n'}, \qquad (3.52)$$

где $\overline{P}_{2mn'}$, $\overline{P}_{2m'n}$, $\overline{P}_{2m'n'}$ – усредненные по углам излучения в полосе Δf значения звуковой мощности в пределах каждого резонанса.

В неявном виде здесь есть суммирование вкладов излучаемой мощности под всеми углами $\theta_B < \theta < \theta_H$ на каждой частоте $f_H < f < f_g$.

Подсчетом можно убедиться, что вклад простых резонансов в излучение в рассматриваемом диапазоне частот существенно меньше вклада неполных пространственных резонансов [30]. Поэтому для простоты вычислений в выражении (3.52) будем учитывать только первые два слагаемые. Тогда с учетом зависимостей (3.48), (3.49), (3.50), (3.51) найдем суммарную излучаемую мощность

$$P_{2H} = \frac{2\rho_0 c_0 ab}{\pi^2} \left(\sum_{\substack{m=1\\n=n_u}}^{n=n_e} \sum_{\substack{n'=1\\n=1\\n=n_u}}^{n'=n_e} \overline{V_{m(n)}^2} \frac{C^2 (n'+n+0,5)^2}{((n+0,5)^2 - n'^2)^2} \times \frac{1}{\Delta K_{0m(n)}} \frac{K_{0m(n)} dK_{0m(n)}}{\sqrt{K_{0m(n)}^2 - (\frac{m\pi}{a})^2 - (\frac{n'\pi}{b})^2}} + \sum_{\substack{n=n_e\\n=n_u}}^{m=n_e} \sum_{\substack{m'=1\\m=m_u}}^{m=m_e} \overline{V_{m(m)}^2} \times \frac{1}{\sqrt{K_{0m(m)}^2 - (\frac{m\pi}{a})^2 - (\frac{m'\pi}{b})^2}} + \frac{1}{2} \sum_{\substack{n=1\\m=m_u}}^{m=n_e} \sum_{\substack{m'=1\\m=m_u}}^{m'=1} \overline{V_{m(m)}^2} \times \frac{1}{\sqrt{K_{0m(m)}^2 - (\frac{m\pi}{a})^2 - (\frac{m'\pi}{b})^2}} + \frac{1}{2} \sum_{\substack{n=1\\m=m_u}}^{m=m_e} \sum_{\substack{m'=1\\m=m_u}}^{m'=1} \overline{V_{m(m)}^2} \times \frac{1}{\sqrt{K_{0m(m)}^2 - (\frac{m'\pi}{a})^2 - (\frac{m'\pi}{a})^2 - (\frac{m'\pi}{a})^2}} + \frac{1}{2} \sum_{\substack{m'=1\\m=m_u}}^{m'=1} \sum_{\substack{m'=1\\m=m_u}}^{m'=1} \overline{V_{m(m)}^2} \times \frac{1}{\sqrt{K_{0m(m)}^2 - (\frac{m'\pi}{a})^2 - (\frac{m'\pi}{a})^2 - (\frac{m'\pi}{a})^2 - (\frac{m'\pi}{a})^2}} + \frac{1}{2} \sum_{\substack{m'=1\\m=m_u}}^{m'=1} \sum_{\substack{m'=1\\m=m_u}^{m'=1} \sum_{\substack{m'=1\\m=m_u}}^{m'=1} \sum_{\substack{m'=1\\m=m_u}}^{m'=1} \sum_{\substack{m'=1\\m=m_u}}^{m'=1} \sum_{\substack{m'=1\\m=m_u}}^{m'=1} \sum_{\substack{m'=1\\m=m_u}}^{m'=1} \sum_{\substack{m'=1\\m=m_u}}^$$

Освобождаясь от знаков сумм и выполнив усреднения величин, формирующих факторы излучения, получим

$$\begin{split} P_{2H} &= \frac{2\rho_0 c_0 ab}{\pi^2} \Biggl(\tilde{V}_{m(n)}^2 \frac{C^2 m_e}{\left(n_{cp} + 0, 5 - n_{cp}'\right)^2} \frac{1}{\Delta f_{m_{cp}(n)}} \left(f_{m_2(n)} \cos \theta_{m_2(n)} - f_{m_1(n)} \cos \theta_{m_1(n)} \right) + \tilde{V}_{(m)n}^2 \frac{n_e m_{cp}^2 B^2}{\left(m_{cp}^2 - m_{cp}'\right)^2} \frac{1}{\Delta f n_{cp}(m)} \left(f_{m_1(n)} \cos \theta_{n_2(m)} - f_{n_1(m)} \cos \theta_{n_1(m)} \right) \Biggr), \end{split}$$

где

$$\tilde{V}_{m(n)}^{2} = \sum_{m=m_{H}}^{m=m_{e}} \overline{V}_{m(n)}^{2}; \ \tilde{V}_{m(n)}^{2} = \sum_{n=n_{H}}^{n=n_{e}} \overline{V}_{m(n)}^{2}.$$

Здесь число n_{cp} относится к частоте $f'_{cp\,m(n)} = \sqrt{f_{m_{n(n)}}f_{m_{e}(n)}}$ с числом $m_{He} = \sqrt{m_{H}m_{e}}$, $m_{H} = 1$, а число m_{cp} – к частоте $f''_{cp} = \sqrt{f_{n_{H}(m)}f_{n_{e}(m)}}$ с числом $n_{He} = \sqrt{n_{H}n_{e}}$, $n_{H} = 1$.

Числа n_{cp} ², m_{cp} ² отнесем к расчетным резонансам соответственно с частотами f'_{cp} , f''_{cp} , что позволяет освободиться от знаков сумм $\sum_{n'=n'_B}^{n=n'_B}$; $\sum_{m'=m'_H}^{m=m'_B}$ путем введения множителей $m_B n_B$.

Усреднив факторы излучения по ширине интервала $\Delta f = f_e - f_H$, причем $f_{cp} = \sqrt{f_H f_e} \approx f'_{cp} \approx f''_{cp}$, и считая, что для n'_{cp} , m'_{cp} угол $\theta \approx \frac{\pi}{2}$ представим мощность в виде

$$P_{2\rm H} = \frac{2\rho_0 c_0}{\pi^2} ab \frac{f_{\rm B} \cos\theta_{\rm B}}{\Delta f} \left(\frac{\tilde{V}_{m(n)}}{\left(n_{\rm cp} + 0.5 - n_{\rm cp}'\right)^2} + \frac{\tilde{V}_{(m)n}}{\left(m_{\rm cp}^2 - m_{\rm cp}'\right)^2} \right) \quad (3.55)$$

Здесь
$$\theta_e = \arcsin \frac{\lambda_B}{\lambda_{cp}} = \arcsin \frac{f_{cp}}{f_B}$$
.

Коэффициент звукоизлучения в этом случае

$$\overline{S}_{H} = \frac{4f_{\rm B}\cos\theta_{\rm B}}{\pi^{2}\Delta f} \left(m_{\rm B} \frac{C^{2}}{\left(n_{\rm cp} + 0.5 - n_{\rm cp}^{\prime}\right)^{2}} + n_{\rm B} \frac{m_{\rm cp}^{2}B^{2}}{\left(m_{\rm cp}^{2} - m_{\rm cp}^{\prime 2}\right)^{2}} \right).$$
(3.56)

3.3.3. Излучение в области простых резонансов

Излучаемая мощность в условиях простых резонансов (3.24) на каждой частоте

$$P_{2m'n'} = \frac{\rho_0 c_0}{2} V_{(m)(n)}^2 ab S_{m'n'}, \qquad (3.57)$$

где коэффициент излучения

$$S_{m'n'} = \frac{16}{\pi^4} \frac{m^2 \sin m' \pi \left(Bn' \cos n' \pi + Cn' + C(n+0.5) \sin n' \pi \right)}{\left(\left(n+0,5 \right)^2 - n'^2 \right)^2 \left(m^2 - m'^2 \right)^2 \cos \theta_{m'n'}}$$

$$\frac{1}{\cos \theta_{m'n'}} = \frac{K_0}{\sqrt{K_0^2 - \left(\frac{m' \pi}{a} \right)^2 - \left(\frac{n' \pi}{b} \right)^2}}$$
(3.58)

Наибольшие значения выражение (3.58) имеет при $n' = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, ...;$

 $m' = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \dots$

При возбуждении пластины диффузным звуком, излучаемая мощность равна

$$P_{2n} = \sum_{\substack{m=m_n \ n=n_n}}^{n=n_e} \sum_{\substack{m'=n'_e \ n'=1 \ 2}}^{n'=n'_e} \bar{P}_{2m'n'}.$$
(3.59)

Здесь $\overline{P}_{2m'n'}$ – представляет усреднённое значение мощности в интервале частот $\Delta f_{(m)(n)}$.

Используя выражение мощности на каждой частоте (3.57), получим

$$P_{2n} = \frac{8\rho_0 c_0 ab}{\pi^4} \sum_{\substack{m=m_n \\ n=n_{nn}}}^{n=m_e} \overline{V}_{(m)(n)}^2 \sum_{\substack{m'=1 \\ n'=\frac{1}{2}}}^{m'=m'_e} \frac{m^2 C^2}{(n+0.5-n')^2 (m^2-m'^2)^2} \times \frac{1}{n'=\frac{1}{2}} \times \frac{1}{\Delta K_{0(m)(n)}} \frac{K_{0(m_1)(n_1)}}{\sqrt{K_{0(m_1)(n_1)}}} \frac{K_{0(m)(n)} dK_{0(m)(n)}}{\sqrt{K_{0(m)(n)}^2 - \left(\frac{m'\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n'\pi}{b}\right)^2}},$$
(3.60)

где $\overline{V}_{(m)(n)}^2$ – усредненное по частоте в пределах $\Delta f_{(m)(n)}$ значение колебательной скорости пластины.

Проведя необходимые действия суммирования и усреднения, получим

$$P_{2n} = \frac{8\rho_0 c_0}{\pi^4} ab \tilde{V}_{(m)(n)}^2 \Delta N \frac{m_{cp}^2 C^2}{\left(n_{cp} + 0.5 - n_{cp}'\right)^2 \left(m_{cp}^2 - m_{cp}'^2\right)^2} \times \frac{1}{\Delta f_s} \left(f_{(m)(n)s} \cos \theta_{(m)(n)cp} - f_{(m)(n)cp} \cos \theta_{(m)(n)cp}\right).$$
(3.61)

Здесь

$$\tilde{V}_{(m)(n)}^{2} = \sum_{\substack{m=m_{\mu}\\n=n_{\mu}}}^{n=n_{e}} \tilde{V}_{(m)(n)}^{2}; \quad m_{cp} = \sqrt{m_{\mu}m_{e}}; \quad n_{cp} = \sqrt{n_{\mu}n_{e}}$$

 ΔN – число резонансов в полосе Δf .

Считая, что $\theta_{(m)(n)cp} = \frac{\pi}{2}$ зависимость (3.61) запишем в виде

$$P_{2n} = \frac{\rho_0 c_0}{2} \tilde{V}_{(m)(n)}^2 a b \overline{\bar{S}}, \qquad (3.62)$$

где

$$\overline{\overline{S}} = \frac{16}{\pi^4} \Delta N \frac{m_{cp}^2}{\left(m_{cp}^2 - m_{cp}'^2\right)^2} \frac{c^2 \cos \theta_e}{\left(n_{cp} + 0, 5 - n_{cp}'\right)^2} \frac{f_e}{\Delta f}.$$
(3.63)

Число резонансов ΔN найдем из зависимости [42]

$$\frac{\Delta N}{\Delta f} = \frac{2\pi ba}{c_0^2} f_2, \qquad (3.64)$$

 f_{Γ} – граничная частота волнового совпадения.

3.4. Влияние внутренних потерь на изменение колебательной скорости

При колебаниях реальных конструкций часть энергии расходуется на преодоление внутреннего трения. Работа сил внутреннего трения

$$W_{0} = \frac{\mu \omega_{mn}^{2} \eta}{2} \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} U^{2}(x, y) dx dy, \qquad (3.65)$$

где η – коэффициент потерь.

Тогда с учетом потери энергии на преодоление внутреннего трения экстремальные свойства колеблющейся пластины (3.19) представляем в виде

$$\frac{\partial}{\partial U_{mn}} \left\{ \frac{\mu}{2} \left[\omega^2 - \omega_{mn}^2 \left(1 + i\eta \right) \right] \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} U^2 \left(x, y \right) dx dy + \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} p\left(x, y \right) U(x, y) dx dy \right\} = 0.$$
(3.66)

Откуда при m = m', n = n'

$$U_{mn} = \frac{p_{_{\theta}}mn}{\mu \left[\omega_{mn}^{2}\left(1+i\eta\right)-\omega^{2}\right]}G,$$
(3.67)

где

$$G = \frac{d\left(1 + g^{2}\beta e^{-kb\sqrt{1+\sin^{2}\alpha}}\right)}{2\left(1 + g^{2}\beta^{2}e^{-2kb\sqrt{1+\sin^{2}\alpha}}\right)}.$$
(3.68)

Считая, что колебательная скорость связана со смещением соотношением $V = i\omega U$, определим квадрат колебательной скорости

$$V_{mn}^{2} = \frac{p_{emn}^{2}\omega^{2}G^{2}}{\mu^{2} \left[-\omega_{mn}^{2}\eta - i\left(\omega^{2} - \omega_{mn}^{2}\right)\right]^{2}}.$$
 (3.69)

Здесь p_{gmn} – суммарная амплитуда звукового давления в падающей и отраженных волнах.

В единичном интервале частот, квадрат колебательной скорости:

$$\overline{V}_{mn}^{2} = \frac{p_{0\,mn}G^{2}}{\mu^{2}\Delta\omega_{mn}}\int_{0}^{\infty} \frac{\omega^{2}d\omega}{\left[-\omega_{mn}^{2}\eta - i\left(\omega^{2} - \omega_{mn}^{2}\right)\right]^{2}},$$
(3.70)

где \overline{p}_{0mn}^2 – квадрат звукового давления в падающих волнах в заданном интервале частот.

Рассматривая возбуждение пластины звуковыми волнами диффузного поля в интервале частот $\Delta \omega$, найдем выражение усредненного квадрата колебательной скорости

$$\overline{\overline{V}}^{2} = \frac{G^{2}}{\mu^{2} \Delta \omega_{mn}} \sum_{\substack{m=m_{n} \\ n=n_{n}}}^{m=m_{n}} p_{e\,mn}^{2} \int_{0}^{\infty} \frac{\omega^{2} d\omega}{\left[-\omega_{mn}^{2} \eta - i\left(\omega^{2} - \omega_{mn}^{2}\right)\right]^{2}}.$$
(3.71)

После интегрирования и преобразований, получим

$$\frac{\tilde{\overline{V}}^2}{\bar{V}^2} = \frac{G^2 \pi}{2} \frac{\tilde{\overline{p}}_e^2}{\mu^2 \omega_{mn} \Delta \omega \eta},$$
(3.72)

где ω_{mn} – среднегеометрическое значение между частотами наинизшего и наивысшего резонансов в рассматриваемом интервале Δω.

$$\tilde{\overline{p}}_{e}^{2} = \overline{p}_{0mn}^{2} \Delta N.$$

Квадрат звукового давления найдем как сумму квадратов давлений, падающих на пластину волн в пределах телесного угла между двумя косинусами, образующие которых имеют с нормалью к пластине углы $\theta_{\rm H}$ и $\theta_{\rm B}$.

$$\tilde{\overline{p}}_{e}^{2} = 2p^{2} \int_{\theta_{e}}^{\theta_{n}} \cos\theta \sin\theta \partial\theta , \qquad (3.73)$$

где p – звуковое давление при диффузном падении звука в пределах от 0 до $\frac{\pi}{2}$.

Далее рассмотрим процесс формирования колебательного поля в области неполных пространственных резонансов. Для случая m = m'; $n \neq n'$ ограничиваясь наибольшими абсолютными значениями амплитуды, получаем:

$$U_{m(n)} = \sum_{n'=\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{2p_{e\,mn'}M}{\mu \left[\omega_{m(n)}^{2} \left(1+i\eta\right) - \omega^{2}\right] \pi (n+0,5-n')},$$
(3.74)

где

$$M = \frac{\left(1 - g^2 \beta e^{-kb\sqrt{1} + \sin^2 \alpha}\right)}{\left(1 + g^2 \beta e^{-kb\sqrt{1} + \sin^2 \alpha}\right)}.$$

Во втором случае, при $m \neq m'$, n = n'

$$U_{(m)n} = \sum_{n'=\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{2p_{e\,m'n} m G}{\mu \left[\omega_{(m)n}^{2} \left(1+i\eta\right) - \omega^{2}\right] \pi (m^{2} - m'^{2})}.$$
(3.75)

Здесь *G* по формуле (3.68).

Освобождаясь от знака сумм, находим квадрат колебательной скорости в каждом частотном интервале

$$\overline{V}_{m(n)}^{2} = \frac{\overline{p}_{gmn'}^{2}}{4\mu^{2}\Delta\omega_{m(n)}} M^{2} \int_{0}^{\infty} \frac{\omega^{2}d\omega}{\left[-\omega_{m(n)}^{2}\eta - i\left(\omega^{2} - \omega_{m(n)}^{2}\right)\right]^{2}},$$
(3.76)

$$\overline{V}_{(m)n}^{2} = \frac{p_{em'n}^{-2}}{4\mu^{2}\Delta\omega_{(m)n}} G^{2} \int_{0}^{\infty} \frac{\omega^{2}d\omega}{\left[-\omega_{(m)n}^{2}\eta - i\left(\omega^{2} - \omega_{(m)n}^{2}\right)\right]^{2}} .$$
(3.77)

Если на пластину воздействует диффузное звуковое поле в интервале частот $\Delta \omega$, то с учетом зависимостей (3.76), (3.77) запишем

$$\tilde{\overline{V}}_{m(n)}^{2} = \frac{\pi}{8} \frac{\overline{p}_{g\ mn'}^{2}}{\mu^{2} \Delta \omega \omega_{m(n)} \eta} M^{2} , \qquad (3.78)$$

$$\tilde{\vec{V}}_{(m)n}^2 = \frac{\pi}{8} \frac{\tilde{\vec{p}}_{s\,m'n}^2}{\mu^2 \Delta \omega \,\omega_{(m)n} \eta} G^2 \,. \tag{3.79}$$

Здесь
$$\overline{\overline{p}}_{e\ mn'}^2 = \overline{p}_{mn'}^2 \Delta N_{m(n)}; \quad \overline{\overline{p}}_{e\ m'n}^2 = \overline{p}_{m'n}^2 \Delta N_{(m)n};$$

ИЛИ

$$\overline{\overline{p}}_{g mn'}^{2} = 2p_{1} \int_{\theta_{g}}^{\theta_{n}} \cos\theta \sin\theta \partial\theta ; p_{g m'n}^{2} = 2P_{2} \int_{\theta_{g}}^{\theta_{n}} \cos\theta \sin\theta \partial\theta$$
$$p_{1} = p_{2} = p$$

Тогда, считая $\theta_{_{H}} = \frac{\pi}{2}$, что соответствует частоте $f_{cp} = \sqrt{f_{_{\rm H}} f_{_{\rm B}}}$ можно найти

$$\overline{p}_{{}_{B}m'n}^{2} = p_{1} \left(1 - \sin^{2}\theta_{{}_{B}} \right) = p_{2} \left[1 - \left(\frac{f_{{}_{cp}}}{f_{{}_{B}}} \right)^{2} \right], \qquad (3.80)$$

$$p_{{}_{B}m'n}^{2} = p_{1} \left(1 - \sin^{2}\theta_{{}_{B}} \right) = p_{1} \left[1 - \left(\frac{f_{{}_{cp}}}{f_{{}_{B}}} \right)^{2} \right].$$

В итоге усредненное значение квадрата колебательной скорости неполного пространственного резонанса

$$\tilde{\overline{V}}^2 = \sqrt{\overline{V}_{m(n)}^2} \overline{V}_{n(m)}^2 = \frac{\pi}{8} \left[1 - \left(\frac{f_{\rm cp}}{f_{\rm B}}\right)^2 \right] \frac{p^2 G M}{\mu^2 \Delta \omega \omega_{mn \, \rm cp} \eta}.$$
(3.81)

Аналогично предыдущему, определим влияние внутренних потерь на квадрат колебательной скорости в области простых резонансов. Амплитуда колебаний в этом случае

$$U_{(m)(n)} = \sum_{\substack{n'=0\\m'=0}}^{\infty} \frac{4p_{e\,m'n'}m \Big[Bn'\cos n'_{(m)(n)}\pi + Cn' + Cn\sin n'_{(m)(n)}\pi\Big]\sin m'_{(m)(n)}\pi}{\mu \Big[w_{(m)(n)}^2 (1+i\eta) - w^2\Big]\pi^2 \Big[\left(n + \frac{1}{2}\right)^2 - n'^2\Big]\left(m^2 - m'^2\right)}M$$
(3.82)

Усредняя звуковое давление в интервале $\Delta \omega$, относя полученные средние значения к среднегеометрическому резонансу и суммируя энергию в падающих звуковых волнах, находим

$$\tilde{\overline{V}}^2 = \frac{\pi}{32} \left[1 - \left(\frac{f_{\rm cp}}{f_{\rm B}}\right)^2 \right] \frac{p^2}{\mu^2 \Delta \omega \omega_{(m)(n)\,\rm cp} \eta} M^2.$$
(3.83)

Полученные зависимости (3.72), (3.81) и (3.83) показывают, что квадрат колебательной скорости пластины обратно пропорционален коэффициенту потерь, т.е. с увеличением внутренних потерь колебательная скорость снижается практически во всей расчетной области частот.

3.5. Определение расчетных формул звукоизоляции

Собственную звукоизоляцию пластины будем искать, исходя из представления о суммарной акустической мощности в верхней среде [30]

$$R = 10lg \frac{P_1}{P_2}, \qquad (3.84)$$

где *P*₁ – суммарная звуковая мощность в верхней среде;

Р₂ – прошедшая мощность.

Суммарную звуковую мощность P_1 в среде перед ограждением представим в виде

$$P_1 = P_1' + P_1'',$$

здесь P'_1 , P'_2 – соответственно падающая и отраженная P'_2 мощности. Причем

$$P_1' = \frac{abp^2}{8\rho_0' c_0'} . (3.85)$$

Считая $P_1' = P_1''$, можем записать

$$P_1 = \frac{abp^2}{4\rho'_0 c'_0},$$
 (3.86)

где *p* – суммарное амплитудное звуковое давление в верхней среде.

Акустическая мощность (3.45), излучаемая пластиной, в области полных пространственных резонансов, с учетом найденного значения квадрата колебательной скорости (3.72)

$$P_2 = G^2 \frac{\pi \rho_0 c_0}{4} ab \frac{\overline{\overline{p}}_s^2}{\mu^2 \omega_{mn} \Delta \omega \eta} \overline{\overline{S}} .$$
 (3.87)

Используя выражения квадрата звукового давления (3.73), суммарной и прошедшей звуковых мощностей (3.86), (3.87), получим

$$R = 10 \lg \frac{2}{\pi \rho_0 c_0 \rho_0' c_0'} \frac{\mu^2 \omega_{mn} \Delta \omega \eta G^{-2}}{\overline{\overline{S}} \left(\cos 2\theta_s - \cos 2\theta_{\mu} \right)}.$$
(3.88)

Считая, $\rho_0 c_0 = \rho'_0 c' = 415 \text{ кг/м}^2 \text{ с}$, $\omega = 2\pi f$, выражение собственной звукоизоляции запишем в виде

$$R = 10 \lg \frac{1,46}{10^4} \frac{\mu^2 f_{mn} \Delta f \eta G^{-2}}{\overline{S} \left(\cos 2\theta_e - \cos 2\theta \right)}.$$
 (3.89)

Здесь µ – масса единицы площади ограждения;

 f_{mn} – среднегеометрическая частота расчетного интервала $\Delta f = f_1 - f_2$, $\Gamma u;$

 $\overline{\overline{S}}$ – усредненная характеристика звукоизлучения, определяемая по формуле (3.46).

Углы θ_{e} , θ_{H} соответствуют частотам f_{1} , f_{2} и определяются

$$\theta = \arcsin \frac{c_0}{c_u}$$
.

Здесь $c_0 = 344$ м/с;

*с*_{*u*} – скорость распространения изгибных волн в пластине.

Поскольку $\sin^2 \theta = \frac{f}{f_c}$, $\cos 2\theta_2 - \cos 2\theta_1 = 2f_2 \frac{\Delta f}{f_1 f_2}$ выражение (3.89) принимает вид:

$$R = 10 \lg \frac{0.7}{10^4} \frac{G^{-2} \mu^2 f^3 \eta}{f_{2mn} S},$$
(3.90)

 $f_{rmn} \approx f_{r}$ — граничная частота полных пространственных резонансов. Аналогичным образом определим звукоизоляцию в области частот ниже граничной f_{rmn} .

В условиях неполных пространственных резонансов излучаемая мощность определяется выражением (3.55).

Тогда с учетом соотношений (3.84) и (3.86) для анализа звукоизоляции в третьоктавных полосах $f_e \cos \theta_e / \Delta f = 2,3$ имеем

$$R = 10 \lg \frac{7.3}{10^4} \frac{\mu^2 f \Delta f \eta}{\overline{S} G M},$$
 (3.91)

где \overline{S} , M, G – находятся соответственно по формулам (3.56), (3.74), (3.68).

В случае анализа прохождения звука в октавных полосах: $(f_e \cos \theta_e / \Delta f = 0, 2)$ собственная звукоизоляция будет определяться выражением

$$R = 10lg \frac{3.3}{10^4} \frac{\mu^2 f \Delta f \eta}{\bar{S} G M}.$$
 (3.92)

В условиях простых пространственных резонансов излучаемая акустическая мощность

$$P_2 = \frac{\rho_0 c_0}{2} \frac{\pi}{8} ab N_{(\Delta f, \theta)} \frac{p^2 \overline{S} M^2}{\mu^2 \Delta \omega \omega_{mn} \eta}.$$
(3.93)

Тогда звукоизоляция в области частот $f_{r(m)n} \leq f < f_{rm(n)}$ будет определяться как

$$R = 10 \lg \frac{1.4}{10^3} \frac{\mu^2 f \Delta f \eta}{\overline{\overline{S}} M^2} - \text{для третьоктавных полос;}$$
(3.94)

$$R = 10 \lg \frac{6.04}{10^4} \frac{\mu^2 f \Delta f \eta}{\overline{\overline{S}} M^2} - \text{для октавных полос.}$$
(3.95)

Усредненная характеристика звукоизлучения $\overline{\overline{S}}$ в этом случае определяется в соответствии с зависимостью (3.63).

На основе анализа состояния волновых полей установлено, что деление частотной характеристики звукоизоляции однородной прямоугольной пластины на три характерные области частот: простых, неполных и полных пространственных резонансов является правомерным и для пластин, подкрепленных ребрами жесткости. В условиях простых и неполных пространственных резонансов при совпадении круговой текущей частоты с круговой частотой собственных колебаний пластины звук проходит полностью, если не учитывать потери энергии на внутреннее трение и сопротивление излучению.

Увеличение размеров и внутренних потерь ограждения приводит к повышению звукоизоляции в области неполных пространственных резонансов.

Звукоизоляция ограждающих конструкций с ребрами жесткости определяется массой ограждения, частотой звука, коэффициентом потерь, размерами ячеек, заключенных между ребрами жесткости.

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗВУКОИЗОЛЯЦИИ ОГРАЖДЕНИЙ С РЕБРАМИ ЖЕСТКОСТИ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

4.1. Методика проведения эксперимента, приборы и оборудование

При проведении исследований изоляции ограждающих конструкций от воздушного шума применяются различные методы: стандартный метод измерения с помощью двух реверберационных камер; метод измерения с помощью одной реверберационной и одной заглушенной камеры; метод измерения в заглушенной трубе; импульсные и корреляционные методы [16].

Наиболее распространен метод измерения звукоизоляции внутренних ограждающих конструкций, использующий две реверберационные камеры, разделенные испытываемым ограждением. При этом предполагается, что в камерах имеет место диффузное звуковое поле.

Экспериментальное исследование с ребрами жесткости проводили в больших реверберационных камерах Нижегородского государственного архитектурно-строительного университета.

Большие акустические камеры имеют рабочие объемы 150 м³ и 74 м³. Площадь проема, разделяющего камеры высокого (КВУ) и низкого (КНУ) уровней, можно менять в зависимости от размеров исследуемого ограждения (максимально возможный размер 4,0×2,5 м). Для создания диффузного звукового поля камерам придана неправильная форма и их размеры (длина, ширина, высота) не кратны между собой. Чтобы практически исключить косвенную передачу звука (путем распространения колебаний от ограждающих конструкций КВУ к ограждающим конструкциям КНУ) камеры выполнены на раздельных фундаментах. Конструктивное решение акустических камер показано на рис.4.1.

Измерения звукоизоляции исследуемых ограждений проводили с помощью электроакустической аппаратуры. Передающий тракт состоит из генератора шума 03004, третьоктавного анализатора 01024, двух усилителей мощности LV-102 и электроакустических излучателей (рис. 4.2). Система излучателей в КВУ составлена из шести колонок АРС-6900 мощностью 100 Вт каждая, а КНУ – из двух колонок по 50 Вт. Колонки установлены на различной высоте и по-разному ориентированы в пространстве.





Рис. 4.1. Акустические камеры ННГАСУ





Приемный измерительный тракт состоит из конденсаторного микрофона MV-102, третьоктавного анализатора 01024 (микрофонный усилитель 00011, фильтр 01018, индикаторный прибор 02022) и самописца уровней 02013 (см. рис. 4.2).

Для повышения точности измерений «контрольным» шумомером PSI-202 проверяли постоянство звукового давления в одной и той же точке КВУ в течение всего цикла измерений.

Изоляцию от воздушного шума (*R*, дБ) испытываемого образца определяли по формуле

$$R = L_1 - L_2 + 10 \lg \frac{S}{A}$$
,

где и *L*₁ и *L*₂ – уровни звукового давления соответственно в КВУ и КНУ, дБ;

S – площадь образца испытываемой конструкции, м²;

A – общее звукопоглощение в КНУ, м².

Уровни L_1 и L_2 в полосе частот вычисляли как среднеарифметическое значение уровней, измеренных в соответствующем помещении. Измерительный микрофон на частотах выше $f_{\rm гр.диф}$ последовательно размещали в семи точках КВУ и восьми точках КНУ. Точки измерения расположены не менее, чем в 1,0 м от ограждающих конструкций камер, одна от другой и источников шума. Граничную частоту диффузности звукового поля определяли по формуле

$$f_{\rm гр. \, диф} = 125 \sqrt{\frac{180}{V}},$$

где V – объем камеры, м³.

Для соответствия экспериментальных результатов с расчетными, где принято амплитудное значение звукового давления, уровень звука на частотах $f < f_{\rm rp, диф}$ брали как максимум уровня звукового давления данной частоты. Месторасположение микрофона для измерения максимального значения определялось по формам распределения звукового давления в акустических камерах на рассматриваемых частотах.

Звукопоглощение в камере низкого уровня определяли по формуле

$$A = \frac{0,163}{T}V,$$

где *V* – объем камеры низкого уровня, м³;

Т-время реверберации, с.

Процесс реверберации записывали на ленту самописца уровней 02013 в трех наиболее удаленных от источников шума точках КНУ.

Реверберационные камеры ННГАСУ обладают необходимыми условиями, обеспечивающими надежное измерение звукоизоляции: звуковое

поле диффузно в диапазоне частот 160 Гц и выше; уровень шума помех в КНУ на частотах 100 Гц и выше не превышает 20 дБ [2]; высокое значение собственной звукоизоляции камер (рис. 4.4) обеспечивает отсутствие обходных путей между ними; уровень звукового давления в КВУ и КНУ достигает порядка 100 дБ (рис. 4.3); камеры имеют малое звукопоглощение (время реверберации изменяется в пределах 0,5+11,0 с).



Рис. 4.4. Частотная характеристика собственной звукоизоляции реверберационных камер

Все это свидетельствует о том, что используемые для измерений камеры могут обеспечить высокую точность экспериментального определения звукоизоляции ограждений (предельная погрешность 1,5 дБ при доверительной вероятности 0,95 [2]).

4.2. Влияние на звукоизоляцию пластин способа крепления ребер жесткости

Пластины, подкрепленные ребрами жесткости, нашли широкое применение в строительстве, машиностроении и во многих других отраслях промышленности. В зависимости от условий работы, статических и динамических нагрузок крепление ребер к пластинам осуществляется различными способами. Оно может быть непрерывным (сварной шов, клеевое соединение) или точечным (точечная сварка, соединение на заклепках, болтах и т.п.).

Выясним, в какой степени тот или иной способ крепления ребер влияет на звукоизоляцию подкрепленных пластин.

Исследуемые пластины помещали в проем, разделяющий камеры высокого и низкого уровней и по периметру заделывались гипсовым раствором. Этот вид заделки использован как наиболее простой и в большем приближении моделирующий шарнирное опирание, которое заложено в основу выводов аналитических выражений звукоизоляции.

В качестве исследуемых образцов использовали стальные пластины толщиной 2,0 мм с размерами в плане 1,0×1,2 м, подкрепленные ребрами жесткости ($_$ 32×32×4) в одном направлении.

Измерения проводили последовательно в три этапа. На первом этапе исследовали звукоизоляцию пластин, подкрепленных одним ребром жесткости. В одном случае ребро крепилось непрерывным сварным швом, в другом соединение осуществлялось при помощи заклепок (шаг установки заклепок Ш₃ = 260 мм).

На втором этапе измерений увеличили количество ребер жесткости до трех. Для точечного соединения расстояние между заклепками осталось прежним.

На третьем этапе, не изменяя количества ребер жесткости, уменьшили шаг заклепок до 60 мм.

Результаты каждого этапа экспериментальных исследований приведены соответственно на рис. 4.6-4.8. Для сравнения на всех рисунках приводятся также частотные характеристики звукоизоляции пластины без ребер жесткости. Анализ полученных результатов показывает, что

– при определенном шаге установки ребер (в частности, $Ш_p = 600$ мм) последние не оказывают практически значимого влияния на звукоизоляцию подкрепленных пластин (рис. 4.6);

 при уменьшении расстояния между ребрами до 300 мм (увеличилось их количество) звукоизоляция в области частот ниже граничной снижается на 3-5 дБ при сварном соединении и остается неизменной при заклепочном соединении (рис. 4.7);



















– при уменьшении расстояния между точками крепления до 60 мм, в случае заклепочного соединения наблюдается понижение звукоизоляции подкрепленной пластины на 2-3 дБ. Однако влияние ребер жесткости здесь сказывается в меньшей мере, чем в случае соединения ребер и пластины непрерывным сварным швом (рис.4.8).

Отсюда вытекает необходимость более детального исследования влияния на звукоизоляцию пластины, подкрепленных ребрами жесткости, расстояний между ребрами и точками крепления ребер к пластине.

Следует также отметить, что звукоизоляция подкрепленных пластин практически не изменяется от установки подкрепляющего набора в сторону КВУ или КНУ (рис.4.5).

4.3. Зависимость звукоизоляции от геометрических параметров пластины и ребер жесткости

Известно, что в некоторых случаях увеличение жесткости перегородок за счет введения ребер способствует понижению звукоизоляции и тем больше, чем больше ребер жесткости [4, 60].

Для уточнения этого обстоятельства и определения количественных зависимостей звукоизоляции от расстояния между ребрами проведены исследования пластин равных размеров с различным количеством ребер жесткости.

На рис. 4.9 и 4.10 представлены частотные зависимости звукоизоляции "чистой" стальной пластины толщиной 3,0 мм размером 1,0×1,2 м и той же пластины с ребрами жесткости в виде полос сечением 5×100 мм. Ребра установлены в одном направлении и соединены с пластиной непрерывным сварным швом. Исследованы пластины с одним, двумя, тремя и пятью ребрами жесткости; шаг ребер соответственно равнялся 0,6 м; 0,4 м; 0,3 м и 0,2 м. Из сравнения кривых звукоизоляции видно, что наличие ребер жесткости на пластине неизменно снижает ее звукоизоляцию в области частот ниже граничной, причем это снижение увеличивается по мере уменьшения расстояния между ребрами жесткости.

Исследования, проведенные на панелях из дюралюминия с ребрами жесткости, соединенными с пластиной при помощи заклепок, подтверждают вывод сделанный выше. Однако в этом случае влияние ребер на уменьшение звукоизоляции носит менее выраженный характер (рис. 4.11-4.13).

Следует отметить, что в районе и выше граничной частоты полного пространственного резонанса ребра жесткости практически не оказывают влияния на звукоизоляцию подкрепленных пластин, независимо от шага расстановки ребер.






















Для сравнения значений звукоизоляции панелей, имеющих одинаковое расстояние между ребрами, но разное их количество провели замеры звукоизоляции стальных пластин толщиной 3,0 мм меньших размеров в плане (0,8×1,0; 0,6×1,0; 0,4×1,0) (рис.4.14-4.18). Количество устанавливаемых ребер подбирали с таким расчетом, чтобы образованные ими ячейки размерам ячеек панелей рассмотренных соответствовали выше. Полученные результаты показывают, что звукоизоляция панелей с разным количеством ребер, но равными размерами ячеек, примерно одинакова. Так, для панели размером 1,2×1,0×0,003 м с двумя ребрами жесткости (ячейка 0,4×1,0 м) звукоизоляция на частоте 500 Гц равна 32,5 дБ, а для панели 0,8×1,0×0,003 м с одним ребром жесткости (ячейка 0,4×1,0 м) величина звукоизоляции на той же частоте составляет 33 дБ (рис.4.17).

Отсюда можно сделать вывод, что звукоизоляция подкрепленных пластин определяется звукоизоляцией ячейки, ограниченной ребрами жесткости и краями пластины (то же самое учитывалось и в расчетах). Согласование экспериментальных данных с расчетными подтверждает правильность принятых ранее допущений.

Существенную роль на звукоизоляцию панелей оказывают, как и следовало ожидать (2.4), жесткостные характеристики подкрепляющего набора (ребер). Увеличение высоты ребра приводит к более значительно снижению звукоизоляции (рис.4.19), что в некоторой степени согласуется с известными результатами (рис.4.20) работы [11].

Снижение звукоизоляции за счет увеличения жесткости подкрепляющего набора наблюдается и при установке на ребрах перекрестных связей (рис. 4.21).

Отметим также, что панели из дерева, как показали экспериментальные исследования [4] практически не изменяют своих звукоизолирующих свойств при установке на них ребер жесткости. Недостаточно жесткая конструктивная связь ребер с пластиной, податливость дерева и его значительные внутренние потери способствуют этому обстоятельству. Подобные результаты были получены для пластин из органического стекла толщиной 5,0 мм с наклеенными ребрами сечением 5×80 мм (рис.4.22).





































4.4. Влияние расстояния между точками крепления ребер к пластине на ее звукоизоляцию

При исследовании влияния ребер жесткости на акустические свойства пластин было обнаружено, что в некоторых случаях звукоизоляция последних остается практически неизменной (см. рис.4.7) Одним из факторов, способствующих этому, является не достаточно жесткое соединение ребер с пластиной.

Зависимость звукоизоляции от расстояния между точками крепления ребер с пластиной исследовали на металлических панелях с постоянным количеством ребер и изменяющимся количеством заклепок.

Рассмотрены стальные пластины размером 1200х1000х1,2 мм с тремя ребрами жесткости уголкового профиля 25х25х4 мм и пластины того же размера из дюралюминия с пятью ребрами (∟ 50×50×4). Шаг заклепок, как в первом, так и во втором случае, постепенно уменьшали с 240 мм до 30 мм. Частотные характеристики звукоизоляции (некоторые промежуточные значения) представлены соответственно на рис.4.23 и 4.24. Для сравнения здесь же приведены кривые звукоизоляции панелей без ребер жесткости.

Анализ полученных результатов показывает, что с уменьшением расстояния между точками крепления ребер звукоизоляция панелей снижается. Однако, как видно из рисунков 4.23, 4.24, это снижение имеет практическое значение при шаге заклепок менее 100 мм, при больших расстояниях между точками крепления, ребра жесткости не оказывают влияние на звукоизоляцию подкрепленных пластин.









4.5. Увеличение звукоизоляции подкрепленных пластин с помощью вибродемпфирующих и звукопоглощающих материалов

Звукоизоляция неподкрепленных пластин снижается на частотах характерных областей согласования звуко- и виброполей и, в частности, в области полных пространственных резонансов, где происходит усиленное прохождение звука [28]. Аналогичные явления наблюдаются и при наличии на пластине ребер жесткости. Избавиться от провалов в частотной характеристике звукоизоляции можно путем нанесения на поверхность пластины специальных покрытий, обладающих высокими механическими потерями.

Ниже приведены результаты исследования повышения звукоизоляции панелей с ребрами жесткости за счет увеличения общего коэффициента потерь ограждения.

На стальные пластины толщиной 3,0 мм, подкрепленные тремя параллельными ребрами жесткости, наклеивали жесткий листовой вибропоглощающий материал "Агат" толщиной 8,0 мм. Покрытие наносили в одном случае по всей поверхности пластины, в другом, только между ребрами жесткости. Наличие вибродемпфирующего материала способствовало повышению звукоизоляции на 2-3 дБ на низких и 5-8 дБ на средних и высоких частотах, демпфирование ребер жесткости практически не оказал влияния на увеличение звукоизоляции (1-1,5 дБ) (рис.4.25).

Аналогичные результаты были получены и при нанесении на ту же пластину мастики № 579 толщиной 6-8 мм (рис.4.26).

Однако следует отметить, что нанесение вибропоглощающих материалов на пластину привело не только к повышению звукоизоляции, но и нежелательному увеличению веса (30%).

Этот недостаток можно исключить устройством ограждений, состоящих из двух более тонких пластин с промежуточным слоем из вибропоглощающего материала. На рис. 4.27 приведены частотные характеристики звукоизоляции пластин из дюралюминия с примерно равными поверхностными массами: однослойной толщиной 3,0 мм и слоистой, состоящей из двух листов толщиной 1,5 мм каждый с вклеенной между ними прослойкой из поливинилбутираля толщиной 1,0 мм. Повышение звукоизоляции в этом случае происходит за счет увеличения внутренних потерь и смещения граничного пространственного резонанса в более высокие области частот.











Рис. 4.27. Частотные характеристики звукоизоляции пластин с ребрами жесткости: 1 – дюралюминиевая пластина толшиной 3,0 мм; 2 – пластина, состоящая из дюралюминиевых обкладок толщиной 1.5 мм каждая с прослойкой из поливинилбутираля толщиной 1,0 мм

Без значительного увеличения веса (3-20%, в зависимости от количества ребер жесткости) можно улучшить звукоизоляцию пластин, если крепить ребра не жестко, а через вибродемпфирующий материал. Устройство прокладки из "Агата" толщиной 4,0 мм в узлах крепления ребер жесткости к пластине из дюралюминия толщиной 1,5 мм привело к увеличению звукоизоляции до 3 дБ.

Наряду с вибропоглощающими покрытиями для увеличения звукоизоляции панелей с ребрами жесткости рекомендуется использовать звукопоглощающие материалы (ЗПМ). Нанесение ЗПМ ATM-I-35 на дюралюминиевую пластину толщиной 1,5 мм со стороны ребер жесткости повысило звукоизоляцию на высоких частотах в зависимости от толщины покрытия на 10-25 дБ (рис.4.31).

В реальных условиях не всегда предоставляется возможным нанести звуко- или вибропоглощащие покрытия на всю поверхность пластины. Этому могут препятствовать конструктивные, технологические или иные причины. В связи с этим рассмотрена звукоизоляция пластины с ребрами жесткости при частичном облицевании вибродемпфирующим материалом (ВДМ). Представленные на рис.4.30 результаты экспериментальных исследований дюралюминиевых пластин толщиной 2,0 мм с ВДМ "Агат" толщиной 6,0 мм показывают влияние площади покрытия (%, S_{покр}/ S_{пласт}) на звукоизоляцию пластин, подкрепленных ребрами жесткости.



Рис. 4. 28. Повышение звукоизоляции дюралюминиевой пластины за счет размещения вибродемпфирующего материала между ребрами: 1 – ВДМ между ребрами; 2 – без ВДМ



Рис. 4.29. Повышение звукоизоляции дюралюминиевой пластины за счет упругого соединения ребра жесткости с пластиной: 1 – ВДМ "Агат" толщиной 4,0 мм на всей поверхности пластины; 2 – то же в узлах крепления ребер жесткости; 3 – без вибродемпфирующего материала



Рис. 4.30. Частотные характеристики звукоизоляции пластины с ребрами жесткости при её частичном облицевании ВДМ



Рис.4.31. Повышение звукоизоляции пластины с ребрами жесткости за счет нанесения на её поверхность звукопоглощающего материала (ЗПМ): 1 – дюралюминиевая пластина толпиной 1.5 мм с семью ребрами жесткости; 2 – та же пластина с одним слоем ЗПМ (30 мм); 3 – та же пластина с двумя слоями ПМ (60 мм)

4.6. Сравнение результатов теоретических и экспериментальных исследований

Теоретическое исследование механизма прохождения звука через панели с ребрами жесткости показало, что их звукоизоляция управляется массой, частотой звука, коэффициентом потерь, размерами и условиями закрепления по краям. Результаты теоретических исследований подтверждает анализ экспериментальных данных, полученных в лаборатории акустики ННГАСУ.

Определим звукоизоляцию панелей с ребрами жесткости с помощью полученных ранее аналитических выражений и сравним ее с результатами экспериментальных измерений.

Рассмотрим пример построения частотной характеристики звукоизоляции стальной пластины толщиной 2,0 мм размером в плане $1,0\times1,2$ м², подкрепленной тремя ребрами жесткости на сварке (Ш_р = 0,3 м). Физико-механические характеристики ограждения:

плотность $\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$

модуль упругости $E = 21 \cdot 10^{10} \Pi a;$

коэффициент Пуассона v = 0,3;

коэффициент потерь $\eta = 3,5 \cdot 10^{-3}$.

Построим частотную характеристику звукоизоляции в области частот ниже граничной. Граничную частоту расчетной области найдем, воспользовавшись выражением

$$f_{\rm rp} = \frac{c_0^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{D}}, \qquad (4.1)$$

где

 $c_0 = 344$ м/с – скорость звука;

 $\mu = \rho h = 15,6 \text{ кг/м}^2$ – масса единицы поверхности пластины (без учета массы ребер);

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\upsilon^2)} = 153,8 \frac{\kappa\Gamma \cdot M^2}{c^2} - изгибная жесткость пластины.$$

Раскрывая выражение (4.1), получаем: $f_{\rm rp}$ = 5998 Гц

То есть для случая 1/3 октавных полов пропускания, полученное значение $f_{\rm rp}$ попадает в частотный интервал со среднегеометрической частотой f = 6300 Гц. Следовательно, в этом интервале нужно ожидать ухудшение звукоизоляции. Это хорошо видно на экспериментальной кривой (рис.4.32).

Найдем значения звукоизоляции для частотного интервала со среднегеометрической частотой f = 5000 Гц. Значения верхней и нижней

частот рассматриваемого интервала будут соответственно $f_{\rm B} = 5600$ Гц и $f_{\rm H} = 4500$ Гц.

Определим вначале усредненную характеристику звукоизлучения, используя выражение (3.56):

$$\overline{S} = \frac{4}{\pi^2} \frac{f_{\rm B}}{\Delta f} \cos \theta_{\rm B} \left(m_{\rm B} \frac{C^2}{\left(n_{\rm cp} + 0.5 - n_{\rm cp}' \right)^2} + n_{\rm B} \frac{m_{\rm cp}^2 B^2}{\left(m_{\rm cp}^2 - m_{\rm cp}'^2 \right)^2} \right).$$
(4.2)

Здесь множитель $\frac{f_{\rm B}}{\Delta f}\cos\theta_{\rm B} = 2,3$ (для 1/3 октавной полосы); величины C = 0,5 и B = 0,87 по формуле (3.26); $m_{\rm B}, n_{\rm B}, m_{\rm cp}', n_{\rm cp}'$:

$$m_{\rm B} = \frac{2a f_{\rm B}}{c_0} = 32,56; \quad n_{\rm B} = \frac{2b f_{\rm B}}{c_0} = 9,77;$$

$$n'_{\rm cp} = \frac{\mathrm{tg}\phi_{mn'}bm_{_{\rm HB}}}{a}$$
, где $m_{_{\rm HB}} = \sqrt{m_{_{\rm B}}m_{_{\rm H}}}$, $m_{_{\rm H}} = 1$; $\phi_{mn'} = \frac{\pi}{2} - \alpha_{mn'}$.

Так как $\alpha_{mn'} = \arcsin \frac{c_0 m_{\text{HB}}}{2af} = 11,33^\circ$, то $\phi_{mn'} = 78,67^\circ$, $n'_{\text{cp}} = 8,55$;

$$m'_{\rm cp} = \frac{\mathrm{tg}\phi_{m'n}an_{_{\rm HB}}}{b}$$
, где $n_{_{\rm HB}} = \sqrt{n_{_{\rm B}}n_{_{\rm H}}}$, $n_{_{\rm H}} = 1$; $\phi_{m'n} = \frac{\pi}{2} - \alpha_{m'n}$.

Угол

$$\alpha_{m'n} = \arcsin \frac{c_0 m_{\text{HB}}}{2bf} = 21,03^{\circ}$$
тогда $\phi_{m'n} = 68,97^{\circ} m'_{\text{cp}} = 27,13$.

Числа *m*_{ср} и *n*_{ср} определим из соотношений:

$$m_{\rm cp}^2 = \frac{fa^2}{\frac{\pi}{2}\sqrt{D/\mu}} - \frac{n_{\rm HB}^2a^2}{b^2}; \quad n_{\rm cp}^2 = \frac{fb^2}{\frac{\pi}{2}\sqrt{D/\mu}} - \frac{m_{\rm HB}^2b^2}{a^2}.$$

Откуда $m_{cp} = 30,1; n_{cp} = 9,4.$ Тогда согласно (4.2) $\overline{S} = 4,378.$

Значения звукоизоляции в интервале со среднегеометрическим значением частоты f = 5000 Гц определим, воспользовавшись выражением (3.91):

$$R = 10 \lg \frac{7.3}{10^4} \frac{\mu^2 f \Delta f \eta}{\overline{S}GM}.$$
 (4.3)

Величины *G* и *М* находятся по формулам (3.68) и (3.74). В данном случае GM = 0,42, $\Delta f = f_{\rm B} - f_{\rm H} = 1100$ Гц. Подставляя найденные величины в формулу звукоизоляции, получим $R_{5000} = 32,7$ дБ. Аналогичным образом подсчитывается звукоизоляция в других интервалах частот.

Для интервала со среднегеометрической частотой f = 3200 Гц, имеем:

 $f_{\rm B} = 3600 \ \Gamma \mu, f_{\rm H} = 2800 \ \Gamma \mu, \Delta f = 800 \ \Gamma \mu, m_{\rm B} = 20,93, n_{\rm B} = 6,28, n'_{\rm cp} = 5,94, m'_{\rm cp} = 16,65, n_{\rm cp} = 7,51, m_{\rm cp} = 24,06.$

Усредненная характеристика в этом случае $\overline{\overline{S}} = 1,166$, а звукоизоляция $R_{3200} = 36,6$ дБ.

Рассматривая интервал частот $f_{\rm B} = 2300$ Гц, $f_{\rm H} = 1800$ Гц, f = 2000 Гц, $\Delta f = 500$ Гц, находим $m_{\rm B} = 13,37$, $n_{\rm B} = 4,01$, $n'_{\rm cp} = 3,31$, $m'_{\rm cp} = 9,51$, $n_{\rm cp} = 5,94$, $m_{\rm cp} = 19,0$, $\overline{\overline{S}} = 0,345$, $R_{2000} = 36,6$ дБ и т.д.

Частотные характеристики звукоизоляции рассмотренного выше ограждения, полученные экспериментально и построенные с помощью аналитических выражений, приведены на рис. 4.32. Сравнение теоретических и экспериментальных кривых указывает на их хорошее совпадение. Следовательно, можно утверждать, что формула (4.3) правомерна при подсчете звукоизоляции панелей с ребрами жесткости на сварке.

Рассмотрим второй пример. Подсчитаем звукоизоляцию панели из дюралюминия размером 1,2×1,0×0,002 м с ребрами жесткости на заклепках (шаг заклепок 60 мм, шаг ребер жесткости 200 мм).

В данном случае $\mu = 5,6 \text{ кг/м}^2$, $\eta = 3 \cdot 10^{-3}$; $D/\mu = 9,55 \text{ м}^4/c^2$.

Построим частотную характеристику звукоизоляции в области частот неполных пространственных и полных пространственных резонансов. Значение граничной частоты полных пространственных резонансов найдем по формуле

$$f_{\rm rmn} = \frac{c_0^2}{2\pi \sin^2 \theta_{\rm mn}} \sqrt{\mu/D} \,. \tag{4.4}$$

В частном случае: $\theta_{mn} = \frac{\pi}{2}$ имеем

$$f_{\rm rmn} = \frac{c_0^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{D}} \,. \tag{4.5}$$

Из зависимостей (4.1), (4.5) видно, что на частотах собственных колебаний пластины, значения полного пространственного резонанса f_{rmn} совпадают со значениями частот волнового совпадения

$$f_{\Gamma} = 6093 \ \Gamma$$
ц.









Для определения звукоизоляции в области частот ниже граничной используем выражение:

$$R = 10 \lg \frac{1,46}{10^3} \frac{\mu^2 f \Delta f}{\overline{S}} \eta.$$
 (4.6)

Усредненная характеристика звукоизлучения в этом случае определяется по формуле

$$\overline{\overline{S}} = \frac{4}{\pi^2} N_B \frac{N_{\rm cp}^2}{\left(N_{\rm cp}^2 - N_{\rm cp}'^2\right)^2} \frac{f_{\rm B}}{\Delta f} \cos\theta.$$
(4.7)

Расчет ведем для третьоктавных интервалов частот. Рассмотрим интервал со среднегеометрическим значением частоты f = 5000 Гц. Для этого интервала $f_{\rm B} = 5600$ Гц, $f_{\rm H} = 4500$ Гц, $\Delta f = 1100$ Гц.

Для определения необходимо подсчитать неизвестные

$$N_{\rm B} = m_{\rm B} + n_{\rm B}, \ N_{\rm cp}^2 = \sqrt{n_{\rm cp}^2 m_{\rm cp}^2} = n_{\rm cp} m_{\rm cp}, \ N_{\rm cp}'^2 = \sqrt{n_{\rm cp}'^2 m_{\rm cp}'^2} = n_{\rm cp}' m_{\rm cp}'.$$

В свою очередь:
$$m_{\rm B} = \frac{2af_{\rm B}}{c_0} = 32,56$$
 $n_{\rm B} = \frac{2bf_{\rm B}}{c_0} = 6,51;$
 $n_{\rm cp} = b \sqrt{\frac{2f}{\pi}\sqrt{D_{\mu}} - \frac{m_{\rm B}}{a^2}} = 6,31;$
 $m_{\rm cp} = a \sqrt{\frac{2f}{\pi}\sqrt{D_{\mu}} - \frac{n_{\rm B}}{b^2}} = 29,39;$
 $n_{\rm cp}' = \mathrm{tg}\varphi_{mn'} b \frac{m_{\rm B}}{a} = 5,7, \text{ т.к. } m_{\rm HB} = \sqrt{m_{\rm B}m_{\rm H}} = 5,71;$
 $\varphi_{mn'} = \frac{\pi}{2} - \alpha_{mn'} = 78,67^{\circ} \left(\alpha_{mn'} = \arcsin\left(\frac{c_0m_{\rm HB}}{2af}\right) = 11,33^{\circ}\right);$
 $m_{\rm cp}' = \mathrm{tg}\varphi_{m'n} a n_{\rm HB}/b = 26,22, \text{ т.к. } \varphi_{m'n} = \frac{\pi}{2} - \alpha_{mn'};$
 $n_{\rm HB} = 2,56(n=1), \ \varphi_{m'n} = 63,97^{\circ} \left(\alpha_{m'n} = \arcsin\left(\frac{c_0m_{\rm HB}}{2bf}\right) = 26,03^{\circ}\right).$

Тогда N_в = 39,07; $N_{cp}^{\prime 2}$ = 148,92; N_{cp}^{2} = 185,36.

По (4.7) находим \overline{S} = 5,089. Подставляя найденное значение в (4.6), получаем $R_{5000} = 22,7$ дБ.

Рассматривая аналогичным образом интервалы со среднегеометрическими частотами f = 4000 Гц, f = 2500 Гц, f = 1000 Гц, f = 400 Гц, определяем соответственно $R_{4000} = 25,7$ дБ, $R_{2500} = 25,8$ дБ; $R_{1000} = 21,6$ дБ, $R_{400} = 14$ дБ и т.д.

Теперь подсчитаем звукоизоляцию в области частот выше граничной частоты полных пространственных резонансов $f > f_{rmn}$.

Звукоизоляция в этом случае определяется выражением

$$R = 10 \lg \frac{0.73}{10^4} \frac{\mu^2 f^3 \eta}{f_{\rm r} \overline{\overline{S}}}, \qquad (4.8)$$

где
$$\overline{\overline{S}} = \frac{1}{\Delta f} \left(f_{\rm B} \sqrt{1 - \frac{f_{\rm F}}{f_{\rm B}}} - f_{\rm H} \sqrt{1 - \frac{f_{\rm F}}{f_{\rm H}}} \right).$$
 (4.9)

Найдем численные значения звукоизоляции в интервале частот, для которого $f_{\rm H}$ = 7100 Гц, $f_{\rm B}$ = 9000 Гц, f = 8000 Гц. Так как Δf = 1900 Гц, a $f_{\rm r}$ = 6093 Гц, получаем \overline{S} = 1,28. Согласно (4.8) для интервала со среднегеометрической частотой f = 8000 Гц, имеем R_{8000} = 26,5 дБ.

Аналогичным образом для интервала $f_{\rm H} = 9000$ Гц; $f_{\rm B} = 11200$ Гц; f = 10000 Гц получаем $\overline{\overline{S}} = 1,11, R_{10000} = 30,1$ дБ.

Частотные характеристики звукоизоляции, построенные по формулам (4.6), (4,8) приведены на рис.4.33. Для сравнения здесь же показана частотная характеристика звукоизоляции, полученная экспериментальным путем. Хорошее совпадение экспериментальных данных с теоретическими, подтверждает возможность расчета звукоизоляции пластин, подкрепленных ребрами жесткости на заклепках, используя, выражение (4.6), (4.8).

Рассмотрим далее, изменится частотная характеристика как звукоизоляции ограждения, если увеличить расстояния между ребрами жесткости, т.е. уменьшить их количество. Пусть на пластину из дюралюминия (размеры и физико-механические свойства, как и в предыдущем примере) установлены ребра жесткости с шагом равным 400 мм. Расчет звукоизоляции, проведенный по формуле (4.6) показывает, что кривая частотной характеристики звукоизоляции пластины с шагом ребер 400 мм идет выше кривой, соответствующей случаю установки ребер с шагом 200 мм (рис. 4.34). Такое расположение кривых звукоизоляции экспериментальных подтверждается результатами исследований (рис. 4.9-4.11). Следовательно, в области неполных пространственных резонансов звукоизоляция ограждений увеличивается по мере увеличения расстояний между ребрами жесткости.



Рис.4.34. Частотные характеристики звукоизоляции пластин из дюралюминия толщиной 2,0 мм с ребрами на заклепках (Ш_n = 60 мм): 1 – экспериментальная (Ш_p = 400 мм);2 – теоретическая (Ш = 400 мм); 3 – теоретическая (Ш_p = 200 мм)





Теоретические и экспериментальные исследования показали, что наличие ребер на пластине в некоторых случаях не приводят к уменьшению ее звукоизоляции. Это возможно, если ребра практически не препятствуют распространению упругих волн в пластине, т.е. при больших расстояниях между заклепками (болтами и т.п.).

Построим частотную характеристику звукоизоляции пластины из дюралюминия (h = 1,5 мм, a = 1,2 м, b = 1,0 м, $\rho = 2,8 \cdot 10^3$ кг/м³, $E = 7,1 \cdot 10^{10}$, v = 0,34, $\eta = 3 \cdot 10^{-3}$) с ребрами жесткости на заклепках (Ш_p = 400 мм, Ш₃ = 240 мм).

Расчет ведем для области частот ниже граничной (4.1), $f_{\Gamma} = 8119 \ \Gamma$ ц. Используя выражение (4.7), находим усредненные характеристики звукоизлучения $\overline{\overline{S}}$ (при подсчете чисел *m*, *n* учитываем размеры всей пластины). Подставляя в (4.6) соответствующие значения *f*, Δf и $\overline{\overline{S}}$, получаем:

<i>R</i> ₈₀₀₀ =24,2 дБ	<i>R</i> ₁₀₀₀ =25,4 дБ
<i>R</i> ₄₀₀₀ = 32,6 дБ	R ₅₀₀ = 19,9 дБ
<i>R</i> ₂₀₀₀ =30,1 дБ	<i>R</i> ₂₅₀ =14,2 дБ

Рис. 4.35 наглядно показывает совпадение расчетных и экспериментальных кривых звукоизоляции. Это дает возможность теоретического построения частотной характеристики звукоизоляции ограждений с ребрами жесткости при больших расстояниях между заклепками. Для сравнения на рис. 4.35 приведена экспериментальная кривая звукоизоляции той же пластины без ребер жесткости, ход которой также идентичен теоретической кривой.

Все вышеизложенное позволяет сделать вывод, что ребра жесткости оказывают существенное влияние на изменение акустических свойств ограждающих конструкций с ребрами жесткости. Наличие ребер приводит к уменьшению звукоизоляции ограждений в области неполных пространственных резонансов.

Основными факторами, влияющими на звукоизоляцию ограждений, подкрепленных ребрами жесткости, являются способ крепления ребер, расстояние между ребрами, масса пластины и коэффициент внутренних потерь.

Повышение звукоизоляции ограждений с ребрами жесткости может быть достигнуто за счет:

- увеличения расстояния между точками крепления ребер (болтами, заклепками и пр.);
- увеличения расстояния между ребрами жесткости (уменьшения их количества);

 использования распределенного вибродемпфирования и звукопоглощающих материалов;

- применения слоистых вибродемпфированных ограждений, равных по поверхностной массе однослойным;

- устройства упругой прокладки между ребром жесткости и ограждением;

- уменьшения жесткости подкрепляющего набора (ребер жесткости).

5. РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЗВУКОИЗОЛЯЦИИ ОГРАЖДАЮЩИХ КОНСТРУКЦИЙ С РЕБРАМИ ЖЕСТКОСТИ

5.1. Особенности расчета звукоизоляции ограждений с ребрами жесткости

Рассматривая механизм прохождения звука через пластину, подкрепленную ребрами жесткости, считали, что ее звукоизоляция определяется звукоизоляцией ячейки, ограниченной ребрами и краями пластины. Ребра принимали неподвижными.

Сравнение результатов экспериментальных и теоретических исследований показало, что такое допущение справедливо только для пластин с наваренными ребрами жесткости. При точечном соединении пластин с ребрами наличие последних сказывается на уменьшении звукоизоляции, если расстояния между точками крепления (шаге заклепок) меньше 100 мм. К тому же И В этом случае влияние ребер носит менее выраженный характер, чем в случае соединения ребер и пластины непрерывным сварным швом.

В связи с этим ограждения с ребрами жесткости можно подразделить по способу соединения ребер с пластиной на три типа: 1 – ограждения с ребрами при непрерывном соединении; 2 – ограждения с ребрами при точечном соединении с малым шагом (100 мм и меньше); 3 – ограждения с ребрами при точечном соединении с большим шагом (более 100 мм). Правомерность такого деления обосновывается характером нормальных смещений и фазовыми соотношениями в узлах крепления ребер жесткости (гл.2).

Ниже предлагается алгоритм расчета звукоизоляции ограждений с ребрами жесткости, учитывающий их конструктивные особенности.

5.2. Алгоритм решения задачи о звукоизоляции ограждений с ребрами жесткости

Для всех типов ограждений принят общий алгоритм расчета:

- определение граничных частот расчетных областей;
- подсчет усредненных характеристик звукоизлучения;
- построение частотной характеристики звукоизоляции.

5.2.1. Определение граничных частот расчетных областей

Частотная характеристика звукоизоляции ограждений с ребрами жесткости, как отмечалось выше, делится на три характерные области: простых пространственных резонансов, неполных пространственных и

полных пространственных резонансов. Каждая из этих областей ограничена некоторыми значениями граничных частот. Такими частотами являются:

- граничный простой пространственный резонанс;
- граничный неполный пространственный резонанс;
- граничный полный пространственный резонанс.

Определим их количественные зависимости и значения.

Для области простых пространственных резонансов справедливы условия согласования волновых полей, описываемых соотношением (3.24). Резонансные частоты, на которых выполняются условия максимального прохождения звука можно найти, рассматривая картину распределения линий равных фаз звуковых волн в плоскости пластины (рис.5.1).

Длина звуковой волны

$$\lambda_0 = \frac{2a}{m'} \sin \alpha_{m'n'} \sin \theta_{m'n'}.$$
 (5.1)

Здесь угол *α_{mn}* определяется

$$\alpha_{m'n'} = \frac{\pi}{2} - \varphi_{m'n'} , \qquad (5.2)$$

$$\varphi_{m'n'} = \operatorname{arctg} \frac{an'}{bm'}.$$
(5.3)



Рис.5.1. Определение частоты простого пространственного резонанса (n'=3/2, m'=3/2, n, m-1, 2, ...)

Тогда искомая частота будет равна

$$f_{(m)(n)} = \frac{c_0 m'}{2a \sin \alpha_{m'n'} \sin \theta_{m'n'}}.$$
 (5.4)

В первом приближении, если считать a > b, $\theta_{m'n'} = \frac{\pi}{2}$, m' = 1/2

$$f_{r(m)(n)} = \frac{c_0}{4a\sin\alpha_{m'n'}}.$$
 (5.5)

При $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}$

$$f_{r(m)(n)} = \frac{c_0}{4a} \ . \tag{5.6}$$

Частоты неполных пространственных резонансов определим, анализируя рис.5.2.



Рис.5.2. Определение частоты неполного пространственного резонанса $(m = 1, m' = 1, n' = \frac{1}{2}, n - 1, 2, ...)$

Длина звуковой волны в этом случае

$$\lambda_0 = \frac{2a}{m} \sin \alpha_{mn'} \sin \theta_{mn'}, \qquad (5.7)$$

где

$$\alpha_{mn'} = \frac{\pi}{2} - \varphi_{mn'}, \quad \varphi_{mn''} = \operatorname{arctg} \frac{an'}{bm}.$$
(5.8)

Тогда приближенное значение частоты неполного пространственного резонанса будет равно

$$f_{\rm rm(n)} = \frac{c_0 m}{2a\sin\alpha_{mn'}\sin\theta_{mn'}}.$$
(5.9)

При $\theta_{mn'} = \pi/2$, m = m' = 1 зависимость (5.9) примет вид

$$f_{\Gamma(n)m} = \frac{c_0}{2a\sin\alpha_{mn'}},\tag{5.10}$$

здесь $\alpha_{mn'}$ определяется по формуле (5.8).

В случае полного согласования волновых полей (3.22), частота полного пространственного резонанса

$$f_{cmn} = \frac{c_0^2}{2\pi \sin^2 \theta_{mn}} \sqrt{\frac{\mu}{D}}.$$
 (5.11)

В частном случае $\theta_{mn} = \frac{\pi}{2}$,

$$f_{\rm rmn} = \frac{c_0^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{D}} \,. \tag{5.12}$$

5.2.2. Подсчет усредненных характеристик звукоизлучения

Усредненные характеристики звукоизлучения \overline{S} ограждений с ребрами жесткости будем определять в зависимости от способа соединения ребер с пластиной (см. разд. 5.6):

- по методике, предложенной в гл. 3, для ограждений первого типа;

- по результатам работы [28] для ограждений второго и третьего типов.

Расчет будем вести в 1/3 октавных полосах для трех характерных частотных областей.

1. Область простых пространственных резонансов (ПР).

Усредненная характеристика звукоизлучения ограждений с ребрами при непрерывном соединении определится как

$$\overline{\overline{S}} = \frac{36.8}{\pi^4} \Delta N \frac{1}{(n_{\rm cp} - n_{\rm cp}')^2} \frac{m_{\rm cp}^2}{(m_{\rm cp}^2 - m_{\rm cp}')^2},$$
(5.13)

где ΔN – число резонансов по формуле (3.64).

При точечном соединении ребер жесткости

$$\overline{\overline{S}} = 0,379\Delta N \frac{n_{\rm cp}^2 m_{\rm cp}^2}{(n_{\rm cp}^2 - n_{\rm cp}'^2)^2 (m_{\rm cp}^2 - m_{\rm cp}'^2)^2},$$
(5.14)

где $m_{\rm cp} = n_{\rm cp} = \frac{abk}{\pi\sqrt{a^2 + b^2}}$, $k = \frac{\omega}{c}$,

$$m'_{\rm cp} = \frac{2 f a \sin \alpha_{mn'} \sin \theta_{mn'}}{c_0},$$
$$n'_{\rm cp} = \frac{2 f b \cos \alpha_{m'n} \sin \theta_{m'n}}{c_0}.$$

2. Область неполных пространственных резонансов (НПР)

Для ограждений первого типа

$$\overline{S} = \frac{9,2}{\pi^2} \left(m_{\rm B} \frac{1}{\left(n_{\rm cp} + 0, 5 - n_{\rm cp}' \right)^2} + n_{\rm B} \frac{m_{\rm cp}^2}{\left(m_{\rm cp}^2 - m_{\rm cp}'^2 \right)^2} \right).$$
(5.15)

Для ограждений второго и третьего типов

$$\overline{\overline{S}} = 0,933N_{\rm B} \frac{N_{\rm cp}^2}{\left(N_{\rm cp}^2 - N_{\rm cp}'^2\right)};$$

$$N_{\rm B} = m_{\rm B} + n_{\rm B}; \quad m_{\rm B} = \frac{2af_{\rm B}}{c_0}; \quad n_{\rm B} = \frac{2bf_{\rm B}}{c_0};$$
$$N_{\rm cp}^2 = \sqrt{m_{\rm cp}^2 n_{\rm cp}^2}; \quad (5.16)$$

$$\begin{split} m_{\rm cp}^{2} &= \frac{f_{\rm cp} - \frac{\pi n_{\rm B}}{2b^{2}} \sqrt{D/\mu}}{\frac{\pi}{2a^{2}} \sqrt{D/\mu}} ; \qquad n_{\rm cp}^{2} = \frac{f_{\rm cp} - \frac{\pi m_{\rm B}}{2a^{2}} \sqrt{D/\mu}}{\frac{\pi}{2b^{2}} \sqrt{D/\mu}} \\ N_{\rm cp}^{\prime 2} &= \sqrt{n_{\rm cp}^{\prime 2} m_{\rm cp}^{\prime 2}} ; \\ n_{\rm cp}^{\prime} &= \frac{\mathrm{tg} \varphi_{mn'} b m_{\rm HB}}{a} ; \qquad m_{\rm cp}^{\prime} = \frac{\mathrm{tg} \varphi_{m'n} a n_{\rm HB}}{b} ; \\ \varphi_{mn'} &= \frac{\pi}{2} - \alpha_{mn'} ; \qquad \varphi_{m'n} = \frac{\pi}{2} - \alpha_{m'n} ; \\ \alpha_{mn'} &= \arcsin \frac{c_{0} m_{\rm HB}}{2a f_{\rm cp}} ; \qquad \alpha_{m'n} = \arcsin \frac{c_{0} n_{\rm HB}}{2b f_{\rm cp}} ; \\ m_{\rm HB} &= \sqrt{m_{\rm H} m_{\rm B}} , \quad (m_{\rm H} = 1) ; \qquad n_{\rm HB} \sqrt{n_{\rm H} n_{\rm B}} , \quad (n_{\rm H} = 1) ; \end{split}$$

При этом необходимо считать, что b=b – при малом шаге точек крепления (≤ 100 мм), b = kb – при большом шаге точек крепления (>100 мм), здесь k – количество ячеек.

3. Область полных пространственных резонансов (ППР)

Усредненные характеристики звукоизлучения в этом случае подсчитываются по формуле

$$\overline{\overline{S}} = \frac{1}{\Delta f} \left(f_{\rm B} \sqrt{1 - \frac{f_{\rm r}}{f_{\rm B}}} - f_{\rm H} \sqrt{1 - \frac{f_{\rm r}}{f_{\rm H}}} \right).$$
(5.17)

5.2.3. Построение частотной характеристики звукоизоляции

В зависимости от способа соединения ребер жесткости с ограждением формулы звукоизоляции имеют вид:

- для ограждений с ребрами жесткости при непрерывном соединении

$$R = 10 \lg \frac{0.14}{10^2} \frac{\mu^2 f_{\rm cp} \Delta f \eta}{\overline{\overline{S}} M^2} \quad (\Pi P); \qquad (5.18)$$

$$R = 10 \lg \frac{7.3}{10^3} \frac{\mu^2 f_{\rm cp} \Delta f \eta}{\overline{\overline{S}} G M^2} \quad (\text{H}\Pi\text{P}) ; \qquad (5.19)$$

$$R = 10 \lg \frac{0.7}{10^4} \frac{\mu^2 f_{cp}^3 \eta}{\bar{S}f_r G^2} \ (\Pi\Pi\Pi P);$$
 (5.20)

- для ограждений с ребрами жесткости при точечном соединении

$$R = 10 \lg \frac{6.85}{10^3} \frac{\mu^2 f_{\rm cp} \Delta f \eta}{\overline{\overline{S}}} \quad (\Pi P); \qquad (5.21)$$

$$R = 10 \lg \frac{1.46}{10^3} \frac{\mu^2 f_{\rm cp} \Delta f \eta}{\overline{\overline{S}}} \quad (\text{H}\Pi\text{P}); \qquad (5.22)$$

$$R = 10 \lg \frac{0.73}{10^4} \frac{\mu^2 f^3_{cp} \eta}{\overline{S} f_r} \quad (\Pi \Pi P).$$
 (5.23)

Определяя значение звукоизоляции на каждой среднегеометрической частоте по приведенным выше формулам, строим частотную характеристику звукоизоляции.

5.3. Расчет звукоизоляции ограждений с ребрами жесткости с помощью ЭВМ

Расчет изоляции воздушного шума ограждающими конструкциями осложняется большим объемом однообразных механических вычислений. Повышение эффективности вычислительного процесса может быть достигнуто за счет использования электронно-вычислительных машин.

Алгоритм расчета звукоизоляции панелей с ребрами жесткости представим в виде блок-схемы (рис. 5.3). Изображение алгоритма в виде блок-схемы является этапом формализации задачи расчета звукоизоляции, непосредственно предшествующим разработке программы для ЭВМ. При разработке блок-схемы определяется набор исходных данных, последовательность действий, ветвления вычислительного процесса.



Рис. 5.3. Блок-схема алгоритма расчета

Элемент 2 блок-схемы задает массив стандартных среднегеометрических третьоктавных (октавных) частот анализа в диапазоне 100–10000 Гц, для которых выполняется расчет звукоизоляции ограждающих конструкций.

Блок 3 соответствует вводу исходных данных, необходимых для выполнения расчета: размеров ограждения в плане a и b, его толщины h, модуля упругости E, коэффициента Пуассона v, поверхностной массы μ , скорости звука в воздухе $c_0 = 344$ м/с, коэффициента внутренних потерь η .

Определению искомых значений звукоизоляции по вышеизложенной методике (см. подразд. 5.2) предшествуют предварительные расчеты граничных частот расчетных областей, которые выполняются в соответствии с блоком 4.

Блок 5 характеризует начало цикла последовательности вычислений усредненных характеристик звукоизлучения \overline{S} и построение частотной характеристики звукоизоляции R(f) в 21 частотном диапазоне. Блоки 8 и 16 осуществляют проверку на окончание цикла (конец частотного диапазона анализа).

В соответствии с элементом 6 блок-схемы осуществляется выбор среднегеометрической частоты соответствующей наименьшей граничной частоте области простых пространственных резонансов.

Блоки 9 и 10 осуществляют ветвление вычислительного процесса по различным расчетным формулам в зависимости от ранее вычисленных граничных частот. Вычисление значений звукоизоляции в области простых пространственных резонансов ведется по формулам (5.18), (5.21) (блок 11), в области неполных пространственных резонансов по формулам (5.19), (5.22) (блок 12) и в области полных пространственных резонансов по формулам (5.20), (5.23) (блок 13).

На печать выводятся значения среднегеометрических частот F(I), соответствующие им значения звукоизоляции R(I) (блок 14).

Результаты расчетов, выполненных по предложенному алгоритму, приведены на рис. 5.4-5.7. Сопоставление экспериментальных кривых звукоизоляции с расчетными говорит о хорошей их сходимости и возможности использования разработанной методики расчета звукоизоляции ограждений с ребрами жесткости в инженерной практике.



Рис. 5.4. Частотные характеристики звукоизоляции пластины из дюралюминия толщиной 1,5 мм с тремя ребрами жесткости на заклепках (Ш₃ = 240 мм): 1 – теоретическая; 2 – экспериментальная



Рис. 5.5. Частотные характеристики звукоизоляции пластины из дюралюминия толщиной 1,5 мм с пятью ребрами жесткости на заклепках (Ш₃ = 60 мм): 1 – теоретическая; 2 – экспериментальная; 3 – теоретическая [7]



Рис. 5.6. Частотные характеристики звукоизоляции пластины из стали толщиной 3,0 мм с двумя ребрами жесткости на сварке: 1 – теоретическая; 2 – экспериментальная



Рис. 5.7. Частотные характеристики звукоизоляции пластины из стали толщиной 3,0 мм с одним ребром жесткости на сварке: 1 – теоретическая; 2 – экспериментальная

5.4. Графо-аналитический метод расчета облегченных ограждающих конструкций

На основе экспериментальных и теоретических исследований разработан графо-аналитический метод расчета ограждений с ребрами жесткости.

Для тонких однослойных ограждающих конструкций из стали, дюралюминия, асбоцементных листов и тому подобных материалов следует предусматривать точечное крепление ребер жесткости к листам. Расстояние между точками крепления (заклепками, болтами и т.п.) должно быть не менее 100 мм. Рекомендуемое расстояние между ребрами жесткости – более 0,6 м. При соблюдении указанных параметров ребра жесткости не оказывают практически значимого влияния на звукоизоляцию ограждающих конструкций.

В этом случае частотная характеристика изоляции воздушного шума строится в соответствии с п.2.9 [26] и состоит из трех прямолинейных отрезков: *АВ*, *BC*, *CD* (рис.5.8). Координаты точек *B* и *C* определяются по табл. 5.1. Наклон отрезка ВА принимают равным 4 дБ на октаву, наклон отрезка CD - 8 дБ на октаву. Ломаная линия представляет собой частотную характеристику изоляции воздушного шума заданной конструкцией.

При расстояниях между точками крепления менее 100 мм и расстояниях между ребрами жесткости менее 0,6 м частотная характеристика изоляции воздушного шума облегченными ограждающими конструкциями строится в следующем порядке:

$$f_p = \frac{86}{b\sqrt{\frac{K^2}{4K^2 + 1}}},$$
(5.24)

где K = a/b;

а, *b* – соответственно больший и меньший размер ограждающей конструкции, м.

Частота *f_p* округляется до ближайшей среднегеометрической частоты третьоктавной полосы;

в) по табл. 5.2 определяется поправка ΔR , учитывающая влияние шага ребер жесткости. Наносится на график точка B' (рис. 5.8), из которой вниз проводится отрезок B'E (точка E соответствует частоте резонанса f_p) с наклоном 4 дБ на октаву. Точка B' соединяется с точкой C, из точки E проводится горизонтальный отрезок **ЕА'**.

Ломаная линия *A'EB'CD* представляет собой частотную характеристику изоляции воздушного шума рассматриваемой конструкции.

Расчет звукоизоляции проводится при проектировании ограждений. Окончательная же оценка изоляции воздушного шума производится на основании натурных испытаний ограждающих конструкций зданий.



Рис. 5.8. Частотные характеристики изоляции воздушного шума ограждениями с ребрами жесткости

Т	a	б	Л	И	П	a	5.1
-	~	~	•	**	-	~	•••

Материалы	Плотность,	Параметры			
	кг/м ³	<i>f</i> _B , Гц	<i>f</i> _c , Гц	<i>R</i> _{<i>B</i>} , дБ	<i>R</i> _c , дБ
Сталь	7800	6000/h	12000/h	39	31
Алюминиевые	2500-2700	6000/h 12000/h		32	22
сплавы					
Асбестоцементные	2100	9000/h	18000/h	35	29
листы					
Гипсокартонные	1100	19000/h	38000/h	36	30
листы					
Твердая	1100	1900/h	3800/h	35	29
древесноволокнис	650	13500/h	2700/h	30.5	26
тая плита					

Таблица 5.2

Шаг ребер, м	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2
Поправка <i>ДR</i> , дБ	1	2	3	4	5

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании представления волнового переноса энергии с ее минимальной затратой найдены собственные функции и частотное уравнение пластины, подкрепленной ребрами жесткости, оценено влияние жесткости ребер на характер нормальных смещений и фазовые соотношения.

Теоретическое исследование механизма прохождения звука через ограждающие конструкции, подкрепленные ребрами жесткости, в основу которого положено согласование форм распределения звукового давления в плоскости ограждения с его собственными формами колебаний, дало возможность установить основные закономерности и получить аналитические выражения звукоизоляции, справедливые для широкого диапазона частот.

Основными факторами, влияющими на звукоизоляцию облегченных ограждающих конструкций с ребрами жесткости являются: способ крепления ребер с ограждением, шаг ребер, шаг точек крепления (болтов, заклепок и т.п.), масса ограждения и коэффициент потерь. Установлено, что влияние ребер жесткости на звукоизоляцию ограждений при точечном креплении ребер сказывается в меньшей мере, нежели при непрерывном соединении. Рекомендуемое расстояние между точками крепления более 100 мм, между ребрами жесткости - более 0,6 м.

Разработанные инженерные и графо-аналитические методы расчета изоляции воздушного шума облегченными ограждающими конструкциями с ребрами жесткости позволяют на стадии проектирования создавать ограждения требуемой звукоизоляции.

Сопоставление теоретических исследований с экспериментальными данными показало, что предложенные методы позволяют подсчитывать звукоизоляцию ограждающих конструкций с достаточной для практики точностью.

Предложенные в работе рекомендации по повышению звукоизоляции облегченных ограждений с ребрами жесткости позволяют увеличить изоляцию воздушного шума на 3-15 дБ.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Авиационная акустика [Текст] // под ред. Мунина А.Г., Квитки В.Е. – М.: Машиностроение, 1973. – 448 с.

2. Бобылёв, В.Н. О надежности и точности измерения звукоизоляции однослойных ограждений [Текст] / В.Н. Бобылёв и [др.] // ГИСИ им. В.П. Чкалова. – Горький, 1974. – Вып. 71. – С. 66-74.

3. Бобровницкий, Ю.И. Распространение волн по стержню с периодической сосредоточенной нагрузкой [Текст] / Ю.И. Бобровницкий, В.П. Маслов// Акустический журнал. – 1966. – Т. 12. – Вып. 2. – С. 167-172.

4. Боголепов, И.И. Звукоизоляция на судах [Текст] / И.И. Боголепов, Э.И. Авферонок. – Л.: Судостроение, 1970. – 192 с.

5. Борисов, Л.П. Распространение волн изгиба по пластинам с тонкими препятствиями [Текст] / Л.П. Борисов, Б.Д. Тартаковский// Акустический журнал. – 1965. – Т. 9. – Вып. 3. – С. 306-312.

6. Бородицкий, Л.С. Снижение структурного шума в судовых помещениях [Текст] / Л.С. Бородицкий, В.М. Спиридонов. – Л.: Судостроение, 1974. – 222 с.

7. Бреховских, Л.М. Распространение волн изгиба по пластинкам/ Л.М. Бреховских [Текст] // Журнал технической физики. – 1944. – Т.14. – Вып. 9.- С. 568-576.

8. Гурович, Ю.А. О звукоизоляции прямоугольной пластины на низких частотах [Текст] / Ю.А. Гурович// Акустический журнал. – 1978. – Т. 24. – Вып. 4. – С. 508-515.

9. Ефимцов, Б.М. Колебания подкрепленной пластины в случайном акустическом поле [Текст] / Б.М. Ефимцов, В.А. Корнеев// Борьба с шумом и звуковой вибрацией: Материалы семинара/ ЦЩПП. – М., 1977. – С. 23-26.

10. Заборов, В.И. Теория звукоизоляции ограждающих конструкций [Текст] / В.И. Заборов. – М.: Стройиздат, 1969. – 185 с.

11. Клюкин, И.И. Борьба с шумом и звуковой вибрацией на судах [Текст] / И.И. Клюкин. – Л.: Судостроение, 1971. – 416 с.

12. Коновалюк, И.П. Влияние ребра жесткости на отражение плоской звуковой волны от тонкой пластины [Текст] / И.П. Коновалюк, В.Н. Красильников // Проблемы дифракции и распространения волн. – 1965. – Вып. 4. – С. 149-165.

13. Кудисова, Л.Я. Волновое совпадение в ортотропной пластине [Текст] / Л.Я. Кудисова// Борьба с шумом и звуковой вибрацией. Материалы семинара/ МДНТП. – М., 1977. – С. 30-32.

14. Кудисова, Л.Я. О прохождении звука через подкрепленную пластину [Текст] / Л.Я. Кудисова, Б.Д. Тартаковский// Акустический журнал. – 1974. – Т. 20. – Вып. I. – С. 55-61.

15. Лехницкий, С.Г. Анизотропные пластинки [Текст] / С.Г. Лехницкий. – М.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1957. – 464 с.

16. Лопашев, Д.З. Методы измерения и нормирования шумовых характеристик [Текст] / Д.З. Лопашев, Г.Л Осипов, Е.Н. Федосеева. – М.: Изд-во стандартов, 1983. – 232 с.

17. Лямшев, Л.М. Отражение звука тонкими пластинками и оболочками в жидкости [Текст] / Л.М. Лямшев. – М.: Изд-во АН СССР, 1955. – 73 с.

18. Ляпунов, В.Т. Виброизоляция в судовых конструкциях [Текст] / В.Т. Ляпунов, А.С. Никифоров. – Л.: Судостроение, 1975. – 232 с.

19. Ляпунов, В.Т. Изоляция изгибных волн в пластинах с произвольным препятствием [Текст] / В.Т. Ляпунов // Акустический журнал. – 1968. – Т. 14. – Вып. 4. – С. 572-576.

20. Маслов, В.П. Косое падение изгибной волны в пластине на узкое препятствие [Текст] / В.П. Маслов // Акустический журнал. – 1967. – Т. 13. – Вып. 2. – С. 406-410.

21. Мид, Д. Колебания и волны в периодических конструкциях [Текст] / Д. Мид // Конструирование и технология машиностроения. – 1971. – № 3. С. 18-28.

22. Морозова, Н.Н. Влияние звукопоглощающих и вибропоглощающих покрытий на снижение шума элементов тонкостенных конструкций // Звукоизолирующие и звукопоглощающие конструкции в строительстве и на транспорте: материалы к научно-техническому семинару [Текст] / под ред. И.И. Никифорова. – Л., 1974. – С. 75-81.

23. Осипов, Г.Л. Шумы и звукоизоляция [Текст] / Г.Л. Осипов. – М.: Стройиздат, 1967. – 104 с.

24. Плахов, Д.Д. Прохождение акустической волны сквозь многослойную пластину, подкрепленную ребрами жесткости [Текст] / Д.Д. Плахов // Акустический журнал. – 1968. – Т.Н. – Вып. 1. – С. 90-94.

25. Прочность, устойчивость, колебания [Текст]: Справочник в 3-х т. / под ред. И.А. Биргера и Я.Г. Пановко. – Т. 3. – М.: Машиностроение, 1968. – 568 с.

26. Руководство по расчету и проектированию звукоизоляции ограждающих конструкций зданий [Текст] / НИИ строительной физики. – М.: Стройиздат, 1983. – 64 с.

27. Седов, М.С. Исследование звукоизоляции ограждающих конструкций в больших и малых реверберационных камерах ГИСИ [Текст] / М.С. Седов, В.Н. Бобылев// Звукоизоляция конструкций зданий: Тр. – ГИСИ им. В.П. Чкалова, 1974. – Вып. 71. – С. 58-66.

28. Седов, М.С. Звукоизоляция облегченных ограждающих конструкций [Текст]: дис. ... д-ра техн. наук / М.С. Седов. – Горький: ГИСИ им. В.П. Чкалова, 1971. – 343 с.

29. Седов, М.С. Решение некоторых основных задач о собственных колебаниях упругих тел [Текст] / М.С. Седов. – Горький: ГИСИ им. В.П Чкалова, 1970. – 64 с.

30. Седов, М.С. Расчет звукоизоляции строительных панелей [Текст] / М.С. Седов, В.Н. Бобылев. – Горький: Изд-во ГГУ им. Н.И. Лобачевского, 1979. – 112 с.

31. Сергеев, В.Д. О звукопрохождении через тонкую пластину, подкрепленную ребрами жесткости [Текст] / В.Д. Сергеев // У1 Всесоюзная акустическая конференция: Доклады. – М., 1968.

32. Стретт, Д.В. Теория звука: в 2-х т. [Текст] / Д.В. Стретт: пер. с англ. – М.: Гостехтеориздат, 1955. – Т. 1-504 с.; Т. 2. – 427 с.

33. Тартаковский, Б.Д. Влияние вибропоглощающего покрытия на звукоизоляцию пластин с ребрами жесткости [Текст] / Б.Д. Тартаковский, Л.Я. Кудисова // Борьба с шумом и звуковой вибрацией: Материалы семинара / ЦЩПП. – М., 1972. – С. 100-104.

34. Тимошенко, С.П. Колебания в инженерном деле [Текст] / С.П. Тимошенко: пер. с англ. – М.: Наука, 1967. – 444 с.

35. Шендеров, Е.Л. Волновые задачи гидроакустики [Текст] / Е.Л. Шендеров. – Л.: Судостроение, 1972. – 349 с.

36. Шендеров, Е.Л. Прохождение звука через тонкую пластину с опорами [Текст] / Е.Л. Шендеров // Акустический журнал. – 1964. – Т. 10. – Вып. 2. – С. 229-232.

37. Шендеров, Е.Л. Прохождение звуковой волны сквозь тонкую пластину с промежуточными опорами [Текст] / Е.Л. Шендеров // Акустический журнал. – 1963г. – Т. 9. – Вып. 3. – С. 359-367.

38. Bhat, R.B. Vibration of panels with non-uniformly spaced stiffener s / R.B. Bhat// J. Sound and vibr. -1982 - 84 - No. 3 - P. 449-452.

39. Cremer, L. Calculations of sound propagation in structures / L. Cremer// Acustica. – 1953. – No. 5. – P. 317–335.

40. Cremer, L. Theorie der Schallammung dunner Wande bei schragem Einfall/ L. Cremer// Acustische Zeitschrift. – 1942. – No. 7. – S. 81-125.

41. Gots J.// Acustische Zeitschrift. – 1943. – No. 11.

42. Heckl, M. Dle Schalldammung von homogenen Einfachwanden endlicher Flache/ M. Heckl// Acustica. – 1960 – Bd.10. – No.2. – S.98-108.

43. Heckl, M. Untersuching an orthotroppen Platten/ M. Heckl// Acustica. – 1960. – Vol. 10. – No. 2. – P. 109 – 115.

44. Heckl, M. Wave propagation on beam-plate systems/ M. Heckl // JASA. – 1961. – Vol. 33. – No. 5. – P. 640 – 657.

45. Josse, R. Transmission du son par une paroi-simple/ R. Josse, C. Lamure// Acustica. – 1964 – No. 14. – S. 226.

46. Koval, L.R. On sound transmission into a thin Cylindrical shell under flight conditions/ L.R. Koval// J. Sound and Vibr. -1976 - Vol. 48 - P. 265-275.

47. Lin, Y.K., A brief survey of transfer matrix techniques with special reference to the analysis of aircraft panels/ Y.K. Lin, B.K. Donaldson // J. Sound and Vibr. -1960 - Vol. 10. - No. 1 - P. 103-143.

48. London, A. Transmission of reverberant sound through single walls / A. London// Journal of Research of the National Barcau of Standarts. – 1949. – Vol. 42. – No. 6.

49. Maidanik, G. Response of ribbed panels to reverberant acoustic fields/ G. Maidanik// JASA. - 1962. - Vol. 34. – No. 6. – P. 309-318.

50. Mead, D.J. Criteria for comparing the effectiveness of damping treatments// Noize control. - 1961. - Vol. 7. - No. 3. - P. 27-38.

51. Mead, D.J. The damping properties of elastically supported sandwich plates/ D.J. Mead// J. Sound and Vibr. – 1972. – Vol. 24. – No. 3. – P. 275-295.

52. Muller, H. Biegewellendammung an symmetrischen und exzentrischen Sperrmassen / H. Muller // Frequenz. – 1975. – No. 10-11. – S. 325-351.

53. Nilson, A.C. Wave propagation in simple hull-frame structures of / A.C. Nilson// J. Sound and Vibr. – 1976. – Vol. 4. – No. 3. – P. 393-405.

54. Prathap, G. Large amplitude flexuralvibration of stiffened plates / G. Prathap, T.K. Varadan// J. Sound and Vibr. – 1978. – Vol. 57. – No. 4. – P. 583–593.

55. Reisner, H. Der senkrechte und Schrage Durchtritt iener in einem flussiger Medium erzeudten eben Dilatations (longitudinal) Welle durch eine in diesem Medium befindliche planparallelefeste/ H. Reisner// Helv. Phys. Asta. – 1938. – No. 11. – S. 140.

56. Schon, A. Der Schalldurchgang durch Platten/ A. Schon// Acustica. – 1952. – Bd. 2. – No. 1. – S. 1.

57. Sontag, E. Das Schallmass von Blechkapseln/ E. Sontag// Hochfrequenztechn. und Elektroakust. – 1966. – Bd. 75. – S. 18-24.

58. Ungar, E.E. Transmisson of plate flexural waves through reinforcing beams: dynamic stress concentrations / E.E. Ungar // JASA. – 1961. – Vol. 33. – No. 5. – P. 633- 639.

59. Vaicaitis, R. Noise transmission through stiffened/ R. Vaicaitis, M. Slazak// J. Sound and Vibr. – 1980. – Vol. 70. – No. 3. – P. 413-426.

60. Venzke, G. Der Einfluss von Versteifungen auf die Schallabstrahlung und Schalldammung von Metallwanden/ G. Venzke, P. Damnig, H.W. Fischer// Acustica. – 1973. – Vol. 29. – No. 1. – P. 29-40.

61. Venkze, G. Schalldammung von Schiffszwischenwanden / G. Venzke, P. Damnig// Hansa. – 1967. – Vol. 104. – No. 9. – P. 1023-1027.

62. Zalas, John M. Effect of structural damping on the airborne sound transmission loss of ribbed panels/ John M Zalas// Environ. Sol. – 1971. –Vol. 14. – No. 1. – P. 16-20.

Научное издание

Гречишкин Александр Викторович

ЗВУКОИЗОЛЯЦИЯ ОГРАЖДАЮЩИХ КОНСТРУКЦИЙ, ПОДКРЕПЛЕННЫХ РЕБРАМИ ЖЕСТКОСТИ Монография

В авторской редакции Верстка Н.В. Кучина

Подписано в печать 24.03.205. Формат 60х84/16. Бумага офисная «Снегурочка». Печать на ризографе. Усл.печ.л. 7,44. Уч.-изд.л. 8,0. Тираж 500 экз. 1-й завод 100 экз. Заказ № 108.

Издательство ПГУАС. 440028, г. Пенза, ул. Германа Титова, 28.