

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

---

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Пензенский государственный университет  
архитектуры и строительства»  
(ПГУАС)

**ОБРАБОТКА И ОЦЕНКА  
ТОЧНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ  
ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ**

Методические указания  
по выполнению лабораторной работы

Пенза 2015

УДК [528.486,4:624,07] (075.8)  
ББК 26.1я73  
О-23

Рекомендовано Редсоветом университета

Рецензент – доцент Е.П. Тюкленкова (ПГУАС)

**Обработка** и оценка точности результатов геодезических  
О-23 измерений: методические указания / Т.И. Хаметов. – Пенза:  
ПГУАС, 2015. – 19 с.

Изложены сущность, способы обработки и оценки точности результатов линейных и угловых измерений, в том числе дано понятие погрешности измерений и приведены их характеристики. Представлена методика оценки точности и обработки результатов измеренных величин, равноточных и неравноточных измерений. Приведены классификация источников погрешностей и методика их устранения, а также вопросы для контроля знаний.

Методические указания подготовлены на кафедре «Землеустройство и геодезия» и предназначены для студентов, обучающихся по направлению 08.03.01 «Строительство» при изучении дисциплины «Геодезические работы в строительстве».

© Пензенский государственный университет  
архитектуры и строительства, 2015  
© Хаметов Т.И., 2015

## ВВЕДЕНИЕ

При возведении инженерно-строительных сооружений возникают общие геодезические задачи: получение исходных данных, определение на местности основных осей и границ сооружений в соответствии с проектом, обеспечение соответствия элементов сооружения проекту, наблюдение за деформациями и смещениями конструкций.

Каждая из указанных задач должна решаться с учётом требований к точности измерений.

Для получения надёжных результатов необходимо знать характеристики погрешностей измерений, источники погрешностей. Строительные работы должны проводиться на основе оценки точности функций измеренных величин. Только обработанные результаты измерений допустимы к использованию в производстве.

Основные вопросы оценки точности и обработки результатов геодезических измерений с учётом специфики строительной отрасли рассматриваются в данных методических указаниях.

В результате выполнения лабораторной работы в рамках методических указаний студент должен овладеть следующей профессиональной компетенцией:

– способностью выявлять естественную научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий математический аппарат.

В результате выполнения лабораторной работы студент должен:

– **знать** состав и технологию камеральных работ по обработке и оценке точности результатов геодезических измерений;

– **уметь** использовать современные технологии обработки результатов равнооточных и неравнооточных измерений;

– **владеть** навыками обработки и оценки точности результатов геодезических измерений с выявлением и устранением погрешностей измерений.

# 1. ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

**Цель задания** – изучить виды погрешностей, причины их появления и способы исключения из результатов измерений, критерии оценки точности измерений.

**Пособия и принадлежности:** рабочая тетрадь, микрокалькулятор, бланк задания.

Как правило, измерения расстояний, превышений и углов сопровождаются погрешностями, влияющими на точность результатов измерений.

Погрешностью  $\Delta$  измерения называют отклонение результатов измерения  $l$  от истинного точного значения измеряемой величины  $x$ :  $\Delta = l - x$ .

По характеру влияния на результаты измерений погрешности могут быть грубыми, систематическими и случайными.

**Грубые погрешности** возникают из-за грубых промахов в процессе измерений и вычислений. Они недопустимы, а поэтому, должны быть обнаружены и полностью исключены из результатов измерений, например, путем многократного повторного измерения или вычисления; применение другого способа измерений, отличающегося приемами и приборами; повторного вычисления другим лицом. Измерения и вычисления контролируют также путем подсчета невязок, например, в сумме измеренных углов, в сумме приращений координат, в сумме превышений.

**Систематические погрешности** возникают в процессе измерений из-за однообразного и непрерывного действия какой-либо причины. Их не всегда удается выявить и полностью исключить из результатов измерений, несмотря на принятые меры. Поэтому в ходе выполнения и обработки измерений эти погрешности стараются исключить, вводя поправки в результаты измерений, юстируя или компарируя приборы или соблюдая необходимую методику измерений. Например, если рулетка или мерная лента короче своей номинальной длины на 2 мм, то следует либо отказаться от прибора, либо ввести поправки в длину измеренного расстояния. Устанавливая нивелир на равных расстояниях от задней и передней реек, можно исключить влияние систематических погрешностей за счет оставшейся после поверки нивелира непараллельности оси визирования и оси цилиндрического уровня за счет влияния кривизны Земли.

Случайные погрешности неизбежны при измерениях и представляют собой мелкие погрешности, закономерность появления которых при небольшом ряде измерений данной величины не обнаруживается. Поэтому исключить их из результатов измерений невозможно, а в ходе выполнения и обработки измерений необходимо стремиться лишь ослабить их влияние.

Причины появления случайных погрешностей и их действие в данный момент измерения установить невозможно, они могут быть разными: ограниченная точность мерного прибора, помехи среды, оценка на глаз доли делений шкалы мерного прибора и т.п. Путем совершенствования техники измерений или улучшения условий для измерений можно ослабить влияние случайных погрешностей, но исключить их полностью не представляется возможным.

Установлено, что точность геодезических работ определяется величинами главным образом случайных погрешностей и в некоторых случаях еще и влиянием неисключенных систематических погрешностей. Поэтому необходимо знать, что случайные погрешности обладают следующими свойствами: малые по абсолютному значению погрешности встречаются чаще больших; погрешности со знаком плюс появляются так же часто, как и со знаком минус; среднее арифметическое из случайных погрешностей с увеличением числа измерений приближается к нулю.

Среднее арифметическое из результатов даже небольшого числа измерений будет ближе к истинному значению, чем любой отдельно взятый результат. Поэтому среднее арифметическое из результатов измерений называют **вероятнейшим значением** измерений величины, а отклонение результата измерения от среднего арифметического – **вероятнейшей погрешностью**.

Например, если  $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$  – отдельные результаты измерений величины  $x$  при числе измерений  $n$ , то ее вероятнейшее значение

$$L = \frac{l_1 + l_2 + l_3 + \dots + l_n}{n} = \frac{[l]}{n}. \quad (1)$$

Ввиду того, что истинные значения измеряемых величин в основном неизвестны, при оценке точности измерений пользуются вероятнейшими значениями измеряемых величин. Например, в замкнутом многоугольнике истинные значения измеренных величин являются известными в виде суммы горизонтальных углов или суммы превышений.

Основным критерием для оценки точности результатов измерений, выполненных в одинаковых условиях, является средняя квадратическая ошибка измерений  $m$ , определяемая по формуле Гаусса:

$$m = \sqrt{\frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \dots + \Delta_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}}, \quad (2)$$

где  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$  – случайные погрешности измерений;  
 $n$  – число измерений.

Установлено, что погрешности измерений, превышающие среднюю квадратическую погрешность  $m$  в 2 раза, встречаются редко, а превышающие в 3 раза – еще реже; 95,5% всех погрешностей по модулю меньше, чем  $2m$ ; 99,7% погрешностей – меньше, чем  $3m$ . Поэтому утроенную квадратическую погрешность называют предельной:

$$\Delta_{\text{пред}} = 3m.$$

Измерения, содержащие погрешности больше  $\Delta_{\text{пред}}$ , бракуют. Критерием точности линейных измерений является относительная погрешность, равная отношению абсолютной величины погрешности к измеренной величине и выраженная в виде дроби с единицей в числителе:

$$\frac{m}{1} = \frac{1}{N}, \quad (3)$$

где  $N = \frac{1}{m}$ .

**Задача.** Определить среднюю квадратическую и относительную погрешности измерения расстояний нитяным дальномером на базисе длиной 200,00 м. После 16 измерений дальномером были получены следующие расхождения (в метрах) по сравнению с длиной базиса, принимаемые за истинные погрешности:  $\Delta_1 = -0,4$ ;  $\Delta_2 = -0,6$ ;  $\Delta_3 = +0,5$ ;  $\Delta_4 = -0,6$ ;  $\Delta_5 = +0,7$ ;  $\Delta_6 = +0,4$ ;  $\Delta_7 = -0,5$ ;  $\Delta_8 = +0,4$ ;  $\Delta_9 = -0,4$ ;  $\Delta_{10} = +0,6$ ;  $\Delta_{11} = +0,5$ ;  $\Delta_{12} = -0,6$ ;  $\Delta_{13} = -0,5$ ;  $\Delta_{14} = -0,4$ ;  $\Delta_{15} = -0,6$ ;  $\Delta_{16} = +0,5$ .

#### Примеры решения:

а) после возведения в квадрат всех  $\Delta$  и суммирования по формуле (2) определяют среднюю квадратическую погрешность измерения

$$m = \sqrt{\frac{4.37}{16}} = \pm 0.52$$

б) по формуле (3) вычисляют относительную погрешность измерений

$$\pm \frac{0.52}{200} = \pm \frac{1}{380}$$

## 2. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ФУНКЦИЙ ИЗМЕРЕННЫХ ВЕЛИЧИН

Очень часто приходится оценивать точность не самих измеренных величин, а их функций. Например, суммы или разности, произведения или частного и т.д. Исходными величинами в таких случаях являются средние квадратические погрешности измеренных величин.

Пусть для определения значения некоторой величины  $u$  измерены другие величины  $x, y, z, \dots$ , с которыми определяемая величина связана функциональной зависимостью

$$u = f(x, y, z, \dots).$$

Если средние квадратические погрешности измеренных величин равны  $m_x, m_y, m_z, \dots$ , то среднюю квадратическую погрешность определяемой величины вычисляют по формуле

$$m_u^2 = \left(\frac{df}{dx}\right)^2 m_x^2 + \left(\frac{df}{dy}\right)^2 m_y^2 + \left(\frac{df}{dz}\right)^2 m_z^2 + \dots \quad (4)$$

Конкретные варианты формулы (4) для частных случаев функции  $u$  приведены в табл.1.

Т а б л и ц а 1

Номер функции	Вид функции	Средняя квадратическая погрешность
1	$u = kx$	$m_u = km_x$
2	$u = x_1 + x_2 + \dots + x_n$	$m_u = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + \dots + m_n^2}$
3	$u = x - y$	$m_u = \sqrt{m_x^2 - m_y^2}$
4	$u = k_1x_1 + k_2x_2 + \dots + k_nx_n$	$m_u = \sqrt{k_1^2m_1^2 + k_2^2m_2^2 + \dots + k_n^2m_n^2}$

**Задание.** Требуется решить задачи по оценке точности функций измеренных величин.

**Задача 1.** Диаметр окружности  $d = 6,32$  м измерен несколько раз со средней квадратической погрешностью  $md = \pm 2$  см.

Определить среднюю квадратическую погрешность в длине  $C$  окружности  $M_c$  и среднюю квадратическую относительную погрешность определения длины окружности.

**Пример решения.** Так как  $C = nd$ , то  $C = 3,14 \cdot 6,32$  м = 19,84 м. По формуле для функции 1 (см. табл.3) определяют  $M_c = \pi md = 3,14 \cdot 2$  см = 6,3 см.

Средняя квадратическая погрешность определения длины окружности будет равна:

$$\frac{M_c}{C} = \frac{0,063 \text{ м}}{19,84 \text{ м}} = \frac{1}{320}.$$

**Задача 2.** Участок дороги  $D$  измерен по частям:  $d_1$  – со средней квадратической погрешностью  $m_1 = 0,09$  м;  $d_2$  – со средней квадратической погрешностью  $m_2 = 0,17$  м.

Определить  $m_D$  – среднюю квадратическую погрешность длины участка дороги  $D$ .

**Пример решения.** По формуле для функции 2 (см. табл.3) определяют

$$m_D = \sqrt{0,09^2 + 0,17^2} = 0,19 \text{ мм.}$$

**Задача 3.** При геометрическом нивелировании превышение  $h$  вычисляют как разность отсчетов  $a$  и  $b$  по рейкам. Определить среднюю квадратическую погрешность превышения, если  $m_a = m_b = 2$  мм.

**Пример решения.** По формуле для функции 3 (см. табл.3) определяют

$$m_h = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2,8 \text{ мм.}$$

**Задача 4.** Все углы шестиугольного сооружения измерены с одинаковой точностью со средней квадратической погрешностью  $m_\beta = 10''$ .

Определить среднюю квадратическую погрешность суммы всех измеренных углов.

**Задача 5.** Средние квадратические погрешности площадей застройки  $F_1$  и  $F_2$  соответственно равны:  $m_1 = 10,8$  м и  $m_2 = 16,5$  м.

Определить среднюю квадратическую погрешность  $m_f$  площади застройки  $F = F_1 + F_2$ .

**Задача 6.** Определить абсолютную и относительную средние квадратические погрешности участка автодороги  $D$ , состоящего из трех отрезков:  $d_1 = 84,68$  м;  $d_2 = 43,64$  м;  $d_3 = 73,81$  м, измеренных каждый со средними квадратическими погрешностями соответственно  $m_1 = 0,06$  м;  $m_2 = 0,04$  м;  $m_3 = 0,08$  м.

### 3. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ РАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

**Цель задания** – освоить методику обработки результатов равноточных измерений и оценки их точности.

**Приборы и принадлежности:** микрокалькулятор и бланки вариантов задания.

Равноточными называют измерения, выполненные приборами одинаковой точности, равным числом приемов, в одной и той же внешней среде, одним и тем же исполнителем. Если для определения величины  $x$  выполнен ряд равноточных измерений и получены результаты  $l_1, l_2, \dots, l_n$ , то за окончательное значение  $L$  принимают величину, вычисляемую как среднее арифметическое из всех результатов:

$$L = \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_n}{n} = \frac{[l]}{n}. \quad (5)$$

Для контроля вычислений находят вероятнейшие погрешности  $v$  (уклонение от среднего арифметического):

$$v_1 = L - l_1; \quad v_2 = L - l_2; \quad v_3 = L - l_3; \quad v_n = L - l_n.$$

Сумма вероятнейших погрешностей (поправок) должна равняться нулю ( $[v] = 0$ ) при любом числе измерений.

Знание поправок позволяет вычислить среднюю квадратическую погрешность по формуле

$$m = \sqrt{\frac{[v^2]}{n-1}}. \quad (6)$$

Так как все измерения равноточны, то средняя квадратическая погрешность  $m$  в равной мере дает оценку точности  $l_1, l_2, \dots, l_n$  и является обобщенной оценкой погрешности данного ряда измерений.

Для оценки точности среднего арифметического  $x_0$  вычисляют среднюю квадратическую погрешность по формуле

$$M = m/\sqrt{n}. \quad (7)$$

Кроме оценки точности выполненных измерений, формула (7) может быть использована для расчета числа измерений точности  $M$ :

$$n = m^2/M^2. \quad (8)$$

**Задание.** Требуется решить задачи по оценке точности равноточных измерений.

**Задача 1.** Обработать результаты равноточных измерений длины линии  $l$  между осями колонн, измеренной лентой 6 раз, и оценить точность

измерений. Результаты измерений и их обработка приведены в табл. 2. Необходимо определить среднее значение длины линии, среднюю квадратическую погрешность отдельного измерения и его предельную погрешность, а также среднюю квадратическую и относительную погрешности среднего значения измеренной длины линии.

Т а б л и ц а 2

Номер измерения	Результаты измерения $l$ , м	Уклонение от вероятнейшего значения $v=L-l$ , см	Значение $v^2$ , см
1	225,26	+ 6	36
2	225,23	+ 3	9
3	225,22	+ 2	4
4	225,14	- 6	36
5	225,23	+ 3	9
6	225,12	- 8	64
$L = 225,20$		$[v] = 0$	$[v^2] = 158$

**Примеры решения:**

а) среднее значение измеренной линии определяют по формуле (5):

$$L = 225 + \frac{0,26 + 0,23 + 0,22 + 0,14 + 0,23 + 0,12}{6} = 225,20 \text{ м};$$

б) среднюю квадратическую погрешность отдельного измерения вычисляют по формуле (6):

$$m = \sqrt{\frac{158}{6-1}} = 5,6 \text{ см};$$

в) предельную погрешность измерения определяют по утроенной средней квадратической погрешности:

$$\Delta_{\text{пред}} = 3 \cdot 5,6 \text{ см} = 16,8 \text{ см};$$

г) среднюю квадратическую погрешность среднего арифметического значения измеренной линии находят по формуле (7):

$$M = \frac{5,6}{\sqrt{6}} = 2,3 \text{ см};$$

д) относительную погрешность среднего арифметического значения измеренной линии определяют по формуле (3):

$$\frac{M}{L} = \frac{2,3}{22520} = \frac{1}{9800}.$$

**Задача 2.** Определить, сколько раз потребуется измерить длину линии, чтобы получить средние квадратические погрешности  $m = 0,05$  м и  $M = 0,02$  м.

**Пример решения.** Подставляя заданное значение  $m$  и  $M$  в формулу (8), получаем:

$$n = \frac{0,05^2}{0,02^2} = 6 \text{ раз.}$$

**Задача 3.** Определить необходимое количество приемов измерения горизонтального угла теодолитом 2Т30 для достижения точности, характеризуемой средней квадратической погрешностью  $M = 15''$ .

**Задача 4.** Один и тот же угол измерен 5 раз. Результаты измерения угла:  $\beta_1 = 56^\circ 31,8'$ ;  $\beta_2 = 56^\circ 28,8'$ ;  $\beta_3 = 56^\circ 29,9'$ ;  $\beta_4 = 56^\circ 32,1'$  и  $\beta_5 = 56^\circ 31,4'$ .

Определить вероятнейшее значение измеренного угла и его среднюю квадратическую погрешность, а также среднюю квадратическую погрешность отдельного измерения.

#### 4. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПО РАЗНОСТЯМ ДВОЙНЫХ РАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

В геодезической практике распространены двойные непосредственные измерения. Так, превышения при техническом нивелировании определяют для контроля дважды: один раз по черным сторонам реек, другой раз – по красным. Расстояния лентой измеряют дважды – в прямом и обратном направлениях. Различие двух результатов одной и той же величины несет информацию о величине погрешностей измерений. Имея разности измерений ряда величин, можно вычислить среднюю квадратическую погрешность одного измерения:

$$m = \sqrt{\frac{[d^2]}{2n}}, \quad (9)$$

где  $d$  – разность двойных измерений;

$n$  – число двойных измерений.

**Задание.** Требуется решить задачи по оценке точности по разностям двойных равноточных измерений.

**Задача 1.** Длина здания измерена 5 раз дважды – в прямом и обратном направлениях. Результаты измерений и их обработка приведены в табл.3. Определить среднюю квадратическую погрешность одного измерения длины здания по разностям двойных измерений.

Т а б л и ц а 3

Номер измерения	Результаты измерений, м		Разность измерения $d$ , см	Значение $d^2$ , см
	прямо	обратно		
1	81,62	81,57	+ 5	25
2	79,37	79,40	- 3	9
3	80,88	80,91	- 3	9
4	82,06	82,00	+ 6	36
5	81,36	81,29	- 7	49
			$[d] = - 2$	$[d^2] = 128$

**Пример решения.** По формуле (9) определяют искомое

$$m = \sqrt{\frac{128}{10}} = 3,6 \text{ см.}$$

**Задача 2.** Длина сооружения измерена дальномером 3 раза дважды – в прямом и обратном направлениях и получены результаты: 156,20 м и 156,56м; 149,37 м и 148,41 м; 152,42 м и 153,00 м. Определить среднюю квадратическую погрешность одного измерения длины сооружения.

**Задача 3.** Разности двойных измерений трех горизонтальных углов здания равны: +17"; +12"; +6". Определить среднюю квадратическую погрешность одного измерения угла здания.

**Задача 4.** Разности двойных измерений пяти отрезков участка трассы равны: - 10см; +5см; -16 см; +8 см; +4 см. Определить среднюю квадратическую погрешность одного измерения участка трассы.

## 5. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ НЕРАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

**Цель задания** – освоить методику нахождения вероятнейших значений и оценки точности результатов неравноточных измерений.

**Приборы и принадлежности:** микрокалькулятор и бланки вариантов задания.

Неравноточными называют измерения, выполненные приборами разной точности, разным числом приемов и в различных условиях. Для обработки таких измерений каждому измерению присваивают свой вес, вычисляемый по формуле

$$p = c/m^2 ,$$

где  $c$  – произвольное число.

Имея ряд результатов измерений  $l_1, l_2, \dots, l_n$ , полученных со средними квадратическими погрешностями  $m_1, m_2, \dots, m_n$ , определяют соответствующий им вес:

$$p_1 = c/m_1^2; \quad p_2 = c/m_2^2; \dots, \quad p_n = c/m_n^2. \quad (10)$$

Окончательное значение измеряемой величины находят как общую арифметическую середину или среднее весовое по формуле

$$L_0 = \frac{P_1 l_1 + P_2 l_2 + \dots + P_n l_n}{P_1 + P_2 + \dots + P_n} = \frac{[Pl]}{[P]}. \quad (11)$$

Контролем правильности вычисления среднего весового служит равенство  $[Pv] = 0$ , где поправки  $v_i$  вычисляют по формулам

$$v_1 = L_0 - l_1; \quad v_2 = L_0 - l_2; \dots \quad v_n = L_0 - l_n.$$

Среднюю квадратическую погрешность одного измерения, имеющего вес, равный единице, определяют по формуле

$$\mu = \sqrt{\frac{[pv^2]}{n-1}}. \quad (12)$$

Оценку точности вероятнейшего значения  $L_0$  находят по формуле

$$M_o = \mu / \sqrt{[P]}. \quad (13)$$

**Задание.** Требуется решить задачи по оценке точности неравноточных измерений

**Задача 1.** Направление угла поворота трассы измерено 5 раз. Каждый результат получен как среднее из нескольких приемов. Данные измерения и их обработка приведены в табл.4.

Определить среднее весовое значение угла, средние квадратические погрешности полученного значения и измерения с весом, равным единице.

Т а б л и ц а 4

Номер измерения	Результаты измерений	Число приемов	Вес $P$	Значения		
				$v$	$P \cdot v$	$P \cdot v^2$
1	48°16'39"	6	3	+ 3,9	11,7	45,63
2	48°16'36"	2	1	+ 6,9	6,9	47,61
3	48°16'47"	6	3	- 4,1	- 12,3	50,43
4	48°16'43"	12	6	- 0,1	- 0,6	0,06
5	48°16'46"	4	2	- 3,1	- 6,2	19,22
$\Sigma P = 15$					- 0,5	162,95

### Примеры решения:

а) определяют общую арифметическую середину или среднее весовое значение по формуле (11):

$$L_0 = 48^\circ 16' + \frac{3 \cdot 39 + 1 \cdot 36 + 3 \cdot 47 + 6 \cdot 43 + 2 \cdot 46}{3 + 1 + 3 + 6 + 2} = 48^\circ 16' 42,9'';$$

б) вычисляют среднюю квадратическую погрешность одного измерения, имеющего вес, равный единице, по формуле (12):

$$\mu = \sqrt{\frac{162,95}{(5-1)}} = 6,4'';$$

в) находят среднюю квадратическую погрешность среднего весового значения по формуле (13):

$$M_0 = \frac{6,4}{\sqrt{15}} = 1,6''.$$

**Задача 2.** Даны результаты измерения угла:  $30^\circ 01' 8''$  – из двух повторений;  $30^\circ 01' 10''$  – из четырех повторений и  $30^\circ 01' 14''$  – из трех повторений. Определить вероятнейшее значение угла  $\beta_0$  и его среднюю квадратическую погрешность.

**Задача 3.** Средняя квадратическая погрешность результата измерения угла  $m = 4,5''$ , а вес результата  $P = 4$ . Определить среднюю квадратическую погрешность единицы веса.

**Задача 4.** Даны результаты измерения размеров котлована и получены значения: 26,85 м – из двух измерений; 26,96 м – из трех измерений и 26,76 м – из четырех измерений. Определить среднюю квадратическую погрешность измерений и вероятнейшее значение размера котлована.

## 6. ИСТОЧНИКИ ПОГРЕШНОСТЕЙ И ИХ УСТРАНЕНИЕ

В связи с тем, что точность измерений на строительномонтажных работах увязывается со значениями строительных допусков, необходимо знать их величины погрешностей, источники их появления и методы устранения или ослабления. Ниже приводится перечень возможных источников систематических и случайных погрешностей, способов их устранения при измерении длин линий лентой и при геометрическом нивелировании.

Источники погрешностей при измерении длин линий лентой или рулеткой следующие:

1. Отклонение конца ленты (или рулетки) при измерениях от створа линии (допустимы до 15 см). Это позволяет укладывать мерный прибор в створе линии на глаз.

2. Несоответствие силы натяжения ленты при измерениях силе натяжения ее при компарировании (допустимо до 1,5 кг).

3. Неточность отсчитывания по ленте при измерении остатков линии (допустима до 1 см при длине линии 100 м и более). Остатки более коротких линий следует измерять стальной рулеткой.

4. Неточность определения длины ленты при компарировании (допустима до 3 мм).

5. Неточность определения поправки за наклон линии к горизонту (зависит от величины угла наклона, который можно измерять с ошибкой до 50, и величины превышения, определяемого с ошибкой до 1,5 м на 100 м расстояния).

6. Различие в температурах ленты в моменты компарирования и измерения (допустимо до 8 ).

7. Провес или прогиб ленты в вертикальной плоскости или изгиб ее в сторону (допускается до 0,1 м в одной из точек прибора).

8. Состояние поверхности, на которой располагается мерный прибор (измерения по вязкой и липкой почве могут привести к накоплению недопустимых ошибок).

Источники погрешностей при геометрическом нивелировании и их устранение:

1. Погрешность  $x$  в отсчетах по рейкам, возникающую при непараллельности визирной оси и оси цилиндрического уровня, можно устранить, соблюдая равенство плеч  $l$  (расстояний от нивелира до задней и передней реек). Действительно, при нивелировании по способу из середины и при наличии в отсчетах по рейкам погрешности  $x$  превышение  $h = (a - x_1) - (b - x_2) = a - b + (x_2 - x_1)$ . Так как  $x_1 = l_1 \operatorname{tgi}$  и  $x_2 = l_2 \operatorname{tgi}$ , то погрешность в превышении из-за наличия  $x$  будет:  $\Delta h = (x_2 - x_1) = (l_2 - l_1) \operatorname{tgi}$ . При  $l_1 = l_2$  погрешность в превышении  $\Delta h = 0$ . Так как угол  $i$  изменяется под влиянием температуры, то проверку параллельности визирной оси и оси цилиндрического уровня следует производить особенно тщательно.

2. Погрешности от оседания штатива можно избежать, если устанавливать его на твердом грунте, надежно вдавливая в него ножки. При перемещении пузырька цилиндрического уровня в одну сторону следует проверить крепление винтов штатива. При нивелировании заболоченной местности необходимо заранее в местах установки штатива и реек забивать прочные деревянные колья.

При нивелировании песчаной местности для устранения погрешностей от оседания реек следует пользоваться "башмаками", при нивелировании по пашне предварительно снимают верхний рыхлый слой и используют "костыли". При постановке "башмака" на траву снимают дерн. При нивелировании через торфяные болота в местах установки реек забивают

большие кольца с гвоздями в их головках. При нивелировании по льду следует предварительно произвести разбивку мест установки нивелира и реек и вморозить в лед кольца с гвоздями на головках.

3. При геометрическом нивелировании способом из середины для уменьшения погрешностей  $\Delta$  в отсчетах, возникающих от оседания реек, рекомендуется производить отсчеты в такой последовательности: 1) по черной стороне задней рейки  $a_ч$ ; 2) по черной стороне передней рейки  $b_ч$ ; 3) по красной стороне передней рейки  $b_к$ ; 4) по красной стороне задней рейки  $a_к$ . Если допустить, что эти отсчеты выполняются через одинаковые промежутки времени, то погрешности в этих отсчетах следующие:  $\Delta a_ч = 0$ ;  $\Delta b_ч = \Delta$ ;  $\Delta b_к = 2\Delta$ ;  $\Delta a_к = 3\Delta$ . При этих условиях превышения на станциях определяют по формулам

$$\begin{cases} h_ч = a_ч - (b_ч + \Delta) = a_ч - b_ч - \Delta; \\ h_к = (a_к + 3\Delta) - (b_к + 2\Delta) + a_к - b_к + \Delta, \end{cases}$$

а их средние значения  $h = (h_ч + h_к)/2$  будут свободны от погрешностей  $\Delta$ . Так как оседание оставленной на точке рейки происходит и при переходе с нивелиром на следующую станцию (для которой она будет задней), то для избавления от погрешностей, вызываемых оседанием реек, следует ставить их на "костыли", деревянные колышки или "башмаки", забиваемые в твердый грунт. Если при правильных отсчетах по рейкам суммы превышений прямого и обратного ходов будут значительно отличаться друг от друга, то одна из причин этого – оседание реек.

4. Погрешности от рефракции и конвекционных токов воздуха имеют наибольшее значение с 11 до 15 часов дня. Поэтому рекомендуется производить нивелирование в ранние утренние и вечерние часы. К 11 часам расстояния между нивелиром и рейкой следует сокращать. В горных условиях работу можно выполнять в любое время дня при расстояниях между нивелиром и рейкой не более 20 м.

5. Погрешности в отсчетах от неточного нанесения делений на рейках должны быть определены при компарировании реек и учтены при вычислении превышений путем введения соответствующих поправок в отсчеты по рейкам.

6. Погрешность от наклона реек носит систематический характер. Погрешность отсчета по наклонной рейке  $\Delta_n = a' - a$ , где  $a'$  и  $a$  – отсчеты соответственно по наклонно и вертикально установленным рейкам. Отсчет  $a = a \cdot \cos \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – угол между наклонно и вертикально установленными рейками. По размеру угла  $\varepsilon$  можно принять  $\cos \varepsilon = 1 - \varepsilon^2 / (2p^2)$ , где  $p = 3438'$ . При этих условиях  $\Delta_n = a' \varepsilon^2 / (2p^2)$ . При  $a = 3$  м и  $\varepsilon = 15'$  погрешность  $\Delta_n = 0,03$  мм.

## Контрольные вопросы

1. Что такое погрешность измерения?
2. Чем различаются между собой случайные и систематические погрешности?
3. Перечислите свойства случайных погрешностей.
4. Как определяют наилучшее приближение к истинному значению измеряемой величины? Почему его называют вероятнейшим значением?
5. Что такое средняя квадратическая погрешность и для чего она служит?
6. Какую погрешность называют предельной?
7. По какой формуле определяется относительная погрешность измерений?
8. Назовите источники погрешностей измерения при геометрическом нивелировании.
9. Назовите возможные источники случайных и систематических погрешностей при измерении длин линий.
10. Как оценить точность функций измеренных величин?
11. Как оценить точность измерений и среднее арифметическое, если дан ряд равноточных измерений?
12. Как оценить точность по разностям двойных равноточных измерений?
13. Что понимают под весом измерения и по какой формуле его можно вычислить?
14. Какой ряд измерений называют равноточным?
15. Что такое средняя квадратическая погрешность единицы веса?
16. Что такое весовое среднее и как его определить?
17. Как вычислить среднюю квадратическую погрешность среднего весового значения и результатов ряда неравноточных измерений?

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Инженерная геодезия: [Текст] / учебник под ред. Д.Ш. Михелева (10-е изд. перераб. и доп.). М.: Академия, 2010.
2. Геодезия: учеб. для вузов/ В.Ф. Перфилов, Р.Н. Скогорева, Н.В. Усова. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. Шк., 2008.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
1. ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ .....	4
2. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ФУНКЦИЙ ИЗМЕРЕННЫХ ВЕЛИЧИН.....	7
3. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ РАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ.....	9
4. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПО РАЗНОСТЯМ ДВОЙНЫХ РАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ .....	11
5. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ НЕРАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ...	12
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	18
ОГЛАВЛЕНИЕ.....	18

Учебное издание

Хаметов Тагир Ишмуратович

**ОБРАБОТКА И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ  
ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ**

Методические указания  
по выполнению лабораторной работы

В авторской редакции  
Верстка Т.Ю. Симутина

---

Подписано в печать 22.05.15. Формат 60×84/16.  
Бумага офисная «Снегурочка». Печать на ризографе.  
Усл.печ.л. 1,10. Уч.-изд.л.1,18. Тираж 80 экз.  
Заказ № 190.

---

Издательство ПГУАС.  
440028, г.Пенза, ул. Германа Титова, 28