

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства»
(ПГУАС)

Е.И. Куимова, С.Н. Ячинова

МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ

Практикум

Рекомендовано Редсоветом университета
в качестве учебного пособия для студентов,
обучающихся по направлению подготовки
38.03.01 «Экономика»

Пенза 2015

УДК 517.86(035.3)

ББК 22.18

К89

Рецензенты: кандидат педагогических наук, доцент 13 кафедры (общепрофессиональных дисциплин) Т.Ю.Новичкова (ПАИИ); доктор технических наук, профессор кафедры математики и математического моделирования И.А. Гарькина (ПГУАС)

Куимова Е.И.

К89 Оптимизационные задачи в экономике. Практикум: учеб. пособие / И.Е. Куимова, С.Н. Ячинова. – Пенза: ПГУАС, 2015. – 126 с.

Посвящено некоторым детерминированным методам теории исследования операций, нашедших наиболее широкое применение в теории принятия оптимальных решений в экономике. В каждом разделе предложены материалы для отработки навыков использования оптимизационных алгоритмов.

Пособие подготовлено на кафедре «Математика и математическое моделирование» и предназначено для студентов, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика». Рекомендуется при изучении дисциплины «Методы оптимальных решений» (код Б1.Б.3.4, профессиональный модуль).

© Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства, 2015

© Куимова И.Е., Ячинова С.Н., 2015

ВВЕДЕНИЕ

Пособие посвящено методам решения оптимизационных задач экономики.

Основная цель пособия – формирование математического мышления, помощь в выработке практических навыков решения прикладных задач. Умение строить математические модели, описывающие экономические процессы и явления способствует реализации компетенции ОПК-4 Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, которая заключается в способности находить организационно-управленческие решения в профессиональной деятельности и готовности нести за них ответственность.

Рассматриваются темы:

- линейного программирования;
- динамического программирования;
- сетевого моделирования.

Представлены задания для самостоятельной и аудиторной отработки алгоритмов, которые могут быть использованы для эффективного анализа следующих задач:

- ✓ Задача максимизации или минимизации производственной функции при наличии ограничений.
- ✓ Задача производственного планирования.
- ✓ Задача об оптимальном соотношении ингредиентов смеси.
- ✓ Транспортная задача.
- ✓ Задача о назначениях.
- ✓ Задача о распределении инвестиций.
- ✓ Задача о замене оборудования.
- ✓ Задача о кратчайшем пути.
- ✓ Задача оптимизации временных параметров сетевых графиков.

Подробное изложение теоретических основ и пошаговых иллюстраций представлено в монографии «Е.И. Куимова, С.Н. Ячинова, О.В. Снежкина Оптимизационные задачи в экономике», ПГУАС, Пенза, 2014.

1. ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ. ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ

Задания для самостоятельной работы

Вариант 1

$$Z(X) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_1 - 3x_2 \geq -9, \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 24, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Вариант 2

$$Z(X) = 5x_1 - 3x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 \geq 0, \\ -x_1 + x_2 \leq 3, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 6, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Вариант 3

$$Z(X) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} -6x_1 + x_2 \leq 3, \\ -5x_1 + 9x_2 \leq 45, \\ x_1 - 3x_2 \leq 3, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Вариант 4

$$Z(X) = 2x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ -x_1 + 2x_2 \geq 8, \\ x_1 + x_2 \leq 10, \\ 4x_1 - x_2 \leq 20, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Вариант 5

$$Z(X) = 2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ x_1 - 5x_2 \leq 5, \\ x_1 + x_2 \leq 4, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Вариант 6

$$Z(X) = 15x_1 + 10x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 6x_1 - x_2 \geq 3, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 24, \\ x_1 - x_2 \leq 3, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Вариант 7

$$Z(X) = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_1 - x_2 \geq -2, \\ 4x_1 - x_2 \leq 16, \\ 2x_1 - x_2 \leq 6, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Вариант 8

$$Z(X) = 2x_1 + 5x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 4, \\ -x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1 + 2x_2 \leq 14, \\ -x_1 + 3x_2 \geq 5, \\ x_1 \leq 4, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Вариант 9

$$Z(X) = 2x_1 - x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 2, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 16, \\ x_1 + x_2 \leq 10, \\ 2x_1 - x_2 \leq 8, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Вариант 11

$$Z(X) = 2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 9, \\ x_1 + 2x_2 \leq 15, \\ x_1 + 2x_2 \geq 9, \\ 2x_1 + x_2 \leq 15, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Вариант 13

$$Z(X) = 3x_1 - x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ x_1 \leq 6, \\ x_2 \leq 6, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Вариант 15

$$Z(X) = 3x_1 + 6x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 \geq 0, \\ x_1 - x_2 \geq -3, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 6, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Вариант 17

$$Z(X) = -x_1 - x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ x_1 + x_2 \geq 10, \\ x_1 + x_2 \geq 3, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Вариант 10

$$Z(X) = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq 0, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 3, \\ x_2 \leq 3, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Вариант 12

$$Z(X) = x_1 - 3x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ 2x_1 - x_2 \leq 6, \\ -x_1 + x_2 \leq 3, \\ 2x_1 + x_2 \leq 6 \end{cases}$$

Вариант 14

$$Z(X) = x_1 - 2x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq -2, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 7, \\ -4x_1 + 3x_2 \geq -12, \\ x_1 + 3x_2 \geq 18, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Вариант 16

$$Z(X) = 5x_1 + 5x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 \leq 2, \\ -x_1 + 3x_2 \geq 9, \\ x_1 + x_2 \geq 3, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Вариант 18

$$Z(X) = 5x_1 - x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ -5x_1 + 9x_2 \leq 45, \\ x_1 - 2x_2 \leq 4, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Вариант 19

$$Z(X) = 4x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ x_1 + x_2 \geq 3, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Вариант 21

$$Z(X) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1 + x_2 \geq 2, \\ 2x_1 + x_2 \geq 4, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 0, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0$$

Вариант 23

$$Z(X) = -x_1 + 4x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 0, \\ x_1 + x_2 \geq -1, \end{cases}$$

$$x_2 \geq 0$$

Вариант 25

$$Z(X) = x_1 - 4x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ x_1 - x_2 \geq 0, \\ 2x_1 + x_2 \geq 6, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 18 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Вариант 20

$$Z(X) = -3x_1 - x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 \geq 0, \\ 2x_1 - x_2 \leq 0, \\ x_1 + x_2 \leq 3, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Вариант 22

$$Z(X) = 4x_1 + 6x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 4x_1 - 5x_2 \geq 0, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ 2x_1 + x_2 \geq 2, \end{cases}$$

Вариант 24

$$Z(X) = x_1 + 4x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ -2x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ x_1 + x_2 \leq 3, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 9, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Вариант 26

$$Z(X) = -5x_1 + x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \geq 0, \\ x_1 + 3x_2 \geq 9, \\ x_1 - 3x_2 \leq 3, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 3, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Вариант 27

$$Z(X) = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 0, \\ 2x_1 + x_2 \geq 4, \\ 3x_1 - x_2 \geq 0, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 12, \end{cases}$$

$$x_2 \geq 0$$

Вариант 28

$$Z(X) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_1 - x_2 \leq 0, \\ 3x_1 + x_2 \geq 6, \\ 3x_1 - x_2 \geq 6, \end{cases}$$

Вариант 29

$$Z(X) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 4, \\ -x_1 + x_2 \leq 2, \\ 3x_1 - 2x_2 \geq 0, \\ x_1 - x_2 \leq 0, \end{cases}$$

Вариант 30

$$Z(X) = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 \geq 0, \\ -x_1 + x_2 \leq 3, \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 6, \\ 2x_1 - 5x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Варианты контрольных работ**Вариант 1**

$$A) Z = X_1 - 2X_2 \rightarrow \min.$$

$$\begin{cases} 3X_1 + X_2 \leq 11, \\ X_1 - 3X_2 \leq 0, \\ -2X_1 + X_2 \leq 2, \\ X_1, X_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$B) Z = -4X_1 + 3X_2 + X_4 - X_5 \rightarrow \max.$$

$$\begin{cases} 2X_1 - X_2 - X_3 = -1, \\ X_1 - 3X_2 - X_4 = -13, \\ 4X_1 + X_2 + X_5 = 26, \\ X_1 - 3X_2 + X_6 = 0, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 2

$$A) Z = X_1 + 3X_2 \rightarrow \max.$$

$$\begin{cases} X_1 - X_2 \leq 1, \\ 2X_1 + X_2 \leq 2, \\ X_1 - X_2 \geq 0, \\ X_1, X_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$B) Z = X_1 + 2X_2 + X_3 - X_4 - 6 \rightarrow \min.$$

$$\begin{cases} X_1 + 5X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 10, \\ 2X_1 - X_2 + X_3 - 3X_4 = 6, \\ 10X_1 + X_3 + 2X_4 + 3X_5 = 25, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 3

A) $Z = X_1 + X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 - 2X_2 \leq 10, \\ X_1 + 2X_2 \geq 2, \\ 2X_1 + X_2 \leq 10, \\ X_1, X_2 \geq 0. \end{cases}$$

B) $Z = -3X_1 + 2X_2 - 3X_4 - X_5 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + 5X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 10, \\ 4X_1 - X_2 + X_4 + X_5 = 21, \\ 4X_1 - X_2 - X_4 + X_5 = 13, \\ X_1 + X_2 - X_6 = 3, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 4

A) $Z = X_1 + 2X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 \leq 1, \\ X_1 - X_2 \leq 1, \\ X_1, X_2 \geq 0. \end{cases}$$

B) $Z = 3X_1 - 2X_2 + X_3 - X_4 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 - X_2 + 4X_3 - 2X_4 = 2, \\ 3X_1 + 2X_2 - X_3 + 4X_4 = 3, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 5

A) $Z = X_1 + 2X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 - X_2 \leq 1, \\ X_1 - 2X_2 \leq 1, \\ X_1, X_2 \geq 0. \end{cases}$$

B) $Z = X_1 - X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} 4X_1 - 3X_2 - X_3 + X_4 + X_5 = 6, \\ X_1 + 4X_2 + X_3 + X_5 = 15, \\ 2X_1 - 4X_2 - X_3 + X_4 = -3, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 6

A) $Z = X_1 + X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 \leq 1, \\ 2X_1 + X_2 \leq 1, \\ X_1 - X_2 \leq 1, \\ X_1 - 2X_2 \leq 1, \\ 2X_1 - X_2 \leq 1, \\ X_1, X_2 \geq 0. \end{cases}$$

B) $Z = X_1 + 3X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} 2X_1 - X_2 + X_5 - X_6 = 10, \\ 2X_1 + 2X_2 + X_4 + X_6 = 25, \\ 2X_1 - 3X_2 - X_3 + X_5 = -9, \\ 6X_2 + X_3 + X_4 = 36, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 7

A) $Z = X_1 - X_2 \rightarrow \min.$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 \leq 1, \\ X_1 - 2X_2 \leq 1, \\ 2X_1 + 3X_2 \leq 2, \\ 3X_1 + 2X_2 \leq 3, \\ X_1 + X_2 \leq \frac{1}{2}, \\ X_1, X_2 \geq 0. \end{cases}$$

B) $Z = X_1 - X_2 - X_3 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 = 4, \\ X_1 - X_2 + X_3 \leq 2, \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 8

A) $Z = X_1 + X_2 \rightarrow \min.$

$$\begin{cases} 0 \leq X_1 \leq 1, \\ 0 \leq X_2 \leq 2, \\ 0 \leq X_1 + X_2 \leq 3, \\ -1 \leq X_1 - X_2 \leq 0. \end{cases}$$

B) $Z = X_1 + X_2 - X_3 \rightarrow \min.$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 \leq 4, \\ X_1 - X_2 + X_3 \leq 2, \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 9

A) $Z = X_1 - X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} 1 \leq X_1 + X_2 \leq 2, \\ 2 \leq X_1 - 2X_2 \leq 3, \\ 1 \leq 2X_1 - X_2 \leq 2, \\ X_1, X_2 \leq 0. \end{cases}$$

B) $Z = X_1 - 10X_2 + 100X_3 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 \leq 1, \\ X_1 - X_2 - X_3 \leq 2, \\ -X_1 + 2X_3 \leq 0, \\ X_1 + 2X_3 \geq 5, \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 10

A) $Z = 3X_1 + 4X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} -1 \leq X_1 + X_2 \leq 1, \\ X_1 + X_2 \geq -1, \\ -X_1 + 2X_2 \leq 2, \\ 2X_1 - X_2 \leq 2, \\ X_1, X_2 \geq 0. \end{cases}$$

B) $Z = X_1 + X_3 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} 2X_1 + 7X_2 + 22X_3 \leq 22, \\ 2X_1 - X_2 + 6X_3 \leq 6, \\ 2X_1 - 5X_2 + 2X_3 \leq 2, \\ -4X_1 + X_2 + X_3 \geq 1, \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 11

A) $Z = 2X_1 + X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 - 2X_2 \leq 1, \\ 2X_1 - X_2 \leq 1, \\ -3X_1 + X_2 \leq 0, \\ 2X_1 - X_2 \leq 0, \\ 2X_1 - 3X_2 \geq -3, \\ X_1, X_2 \geq 0. \end{cases}$$

B) $Z = X_1 + X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 - X_2 \leq 1, \\ X_2 - X_3 \leq 1, \\ X_1 + X_3 \leq 2, \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 12

A) $Z = 5X_1 - 10X_2 \rightarrow \min.$

$$\begin{cases} -2X_1 + X_2 \leq 1, \\ -X_1 + X_2 \leq 2, \\ 3X_1 + X_2 \leq 8, \\ -2X_1 + 3X_2 \geq -9, \\ 4X_1 + 3X_2 \geq 0, \\ X_1 \geq 0. \end{cases}$$

B) $Z = X_2 + X_3 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 - 3X_2 + X_3 = 5, \\ X_2 - X_3 = 2, \\ X_3 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 13

A) $Z = 12X_1 + 4X_2 \rightarrow \min.$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 \geq 2, \\ X_1 - X_2 \leq 0, \\ X_1 \geq \frac{1}{2}, \\ X_2 \leq 4. \end{cases}$$

B) $Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \rightarrow \min.$

$$\begin{cases} 2X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 3, \\ -2X_1 + X_2 + X_3 - X_4 = -1, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 14

A) $Z = X_1 + 3X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + 4X_2 \geq 4, \\ X_1 + X_2 \leq 6, \\ X_2 \leq 2. \end{cases}$$

B) $Z = X_1 + 2X_3 + X_5 \rightarrow \min.$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 5, \\ X_2 + X_3 + X_4 - X_5 = 2, \\ X_3 - X_4 + X_5 = 1, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 15

A) $Z = X_1 - X_2 \rightarrow \min.$

$$\begin{cases} 3 \leq X_1 + X_2 \leq 7, \\ 1 \leq X_2 \leq 4, \\ X_1 \leq 4. \end{cases}$$

B) $Z = X_1 - X_2 + X_3 \rightarrow \min.$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 - X_3 + X_4 = 3, \\ X_1 - 4X_2 + X_3 = -2, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 16

A) $Z = 3X_1 - 4X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 - 2X_2 \geq 6, \\ X_1 + 2X_2 \geq 0, \\ X_1 \leq 6. \end{cases}$$

B) $Z = X_1 - X_4 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + 2X_3 + X_4 = 5, \\ X_1 - X_2 - X_3 + 2X_4 = 1, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 17

A) $Z = -X_1 + 2X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 - 8X_2 \leq 10, \\ X_1 + X_2 \geq 1, \\ X_1 - 5X_2 \geq -5, \\ 3X_1 + 10X_2 \leq 30. \end{cases}$$

B) $Z = X_1 + X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + X_3 = 2, \\ X_2 - X_3 + X_4 = 1, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 18

A) $Z = 8X_1 - 2X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} 3X_1 + 4X_2 \geq 18, \\ 3X_1 - X_2 \geq 3, \\ 2X_1 + X_2 \leq 18, \\ 4X_1 - X_2 \leq 24, \\ X_2 \leq 6. \end{cases}$$

B) $Z = X_1 + 2X_6 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + X_6 = 1, \\ X_2 + X_5 + X_6 = 1, \\ X_3 + X_4 + X_6 = 1, \\ X_4 - X_5 - X_6 = 2, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 19

A) $Z = X_1 + X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 \leq 14, \\ -5X_1 + 3X_2 \leq 15, \\ 4X_1 + 6X_2 \geq 24, \\ X_1, X_2 \geq 0. \end{cases}$$

B) $Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 - X_5 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 5, \\ -X_1 + X_2 - X_3 + X_4 - X_5 = -1, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 20

A) $Z = X_1 + 2X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} 4X_1 - X_2 \leq 12, \\ -X_1 + 3X_2 \leq 6, \\ 2X_1 + 4X_2 \geq 16, \\ X_1, X_2 \geq 0. \end{cases}$$

B) $Z = 4X_1 - 4X_2 + 2X_3 - X_4 + X_5 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} 2X_1 + X_2 + X_3 + 2X_4 + 3X_5 = 1, \\ 2X_1 - X_2 + 2X_3 + X_5 = 2, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 21

A) $Z = -2X_1 + X_2 \rightarrow \min.$

$$\begin{cases} 3X_1 - 2X_2 \leq 12, \\ -X_1 + 2X_2 \leq 8, \\ 2X_1 + 3X_2 \geq 6, \\ X_1, X_2 \geq 0. \end{cases}$$

B) $Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 + X_4 - X_5 - X_6 = 1, \\ X_2 + X_3 - X_4 - X_5 - X_6 = 1, \\ X_2 - X_6 = 2, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 22

A) $Z = X_1 - 2X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} -1 \leq X_1 + X_2 \leq 1, \\ -1 \leq -X_1 + X_2 \leq 1. \end{cases}$$

B) $Z = X_1 - X_2 + 2X_3 + 3X_4 - X_5 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 1, \\ X_1 - X_2 - X_4 = 2, \\ X_2 + X_3 = \frac{1}{2}, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 23

A) $Z = 3X_1 + 8X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} -2 \leq X_1 + X_2 \leq 2, \\ -2 \leq -X_1 + X_2 \leq 2, \\ -1 \leq X_1 \leq 1. \end{cases}$$

B) $Z = 3X_1 + 4X_2 + 3X_3 - X_4 - 2X_5 - X_6 \rightarrow \min.$

$$\begin{cases} 2X_1 + 3X_2 + 4X_3 - X_4 - 2X_5 - 3X_6 = 24, \\ X_1 + 2X_2 - X_3 - X_4 - 2X_5 + X_6 = 2, \\ X_3 - X_6 = 3, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 24

A) $Z = 4X_1 + X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} -X_1 + X_2 \leq 1, \\ X_2 \leq 1, \\ -1 \leq X_1 \leq 10. \end{cases}$$

B) $Z = -X_1 + 4X_2 + 2X_4 - X_5 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 - 5X_2 + X_3 = 5, \\ -X_1 + X_2 - X_5 = 4, \\ X_1 + X_2 + X_5 = 8, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 25

A) $Z = X_1 - 2X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 \leq 1, \\ X_1 - X_2 \leq 0, \\ X_1, X_2 \geq 0. \end{cases}$$

B) $Z = -5X_1 + X_2 - X_3 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} 3X_1 - X_2 - X_3 = 4, \\ X_1 - X_2 + X_3 - X_4 = 1, \\ 2X_1 + X_2 + 2X_3 + X_5 = 7, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 26

A) $Z = 10X_1 + 5X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} 2X_1 - 3X_2 \leq 6, \\ X_1 + 2X_2 \geq 4, \\ 4X_1 + X_2 \geq 1, \\ X_1, X_2 \geq 0. \end{cases}$$

B) $Z = X_1 - 10X_2 + 10X_3 \rightarrow \min.$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 \leq 1, \\ X_1 - X_2 - X_3 \leq 2, \\ -X_1 + 2X_3 \leq 0, \\ X_1 + 2X_3 \geq 5, \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 27

A) $Z = 3X_1 + 5X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + 5X_2 \geq 5, \\ 3X_1 - X_2 \leq 3, \\ 2X_1 - 3X_2 \geq -6 \\ X_1, X_2 \geq 0. \end{cases}$$

B) B) $Z = X_1 + X_3 \rightarrow \min.$

$$\begin{cases} 2X_1 + 7X_2 + 22X_3 \leq 22, \\ 2X_1 - X_2 + 6X_3 \leq 6, \\ 2X_1 - 5X_2 + 2X_3 \leq 2, \\ -4X_1 + X_2 + X_3 \geq 1, \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 28

A) $Z = 4X_1 - 3X_2 \rightarrow \min.$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 \geq 2, \\ 2X_1 + X_2 \leq 10, \\ X_1 - X_2 \leq 1 \\ X_1, X_2 \geq 0. \end{cases}$$

B) B) $Z = X_1 - X_2 + X_3 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 - X_3 + X_4 = 3, \\ X_1 - 4X_2 + X_3 = -2, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 29

A) $Z = 2X_1 + 4X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 \leq 12, \\ -3X_1 + 2X_2 \leq 9, \\ X_1 + 3X_2 \geq 6 \\ X_1, X_2 \geq 0. \end{cases}$$

B) $Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 - X_5 \rightarrow \min.$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 5, \\ -X_1 + X_2 - X_3 + X_4 - X_5 = -1, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 30

A) $Z = 5X_1 + 10X_2 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} 6X_1 - 4X_2 \geq -12, \\ -4X_1 + 8X_2 \leq 20, \\ 7X_1 + 5X_2 \leq 35, \\ X_1 + X_2 \geq 3, \\ X_1, X_2 \geq 0. \end{cases}$$

B) $Z = -5X_1 + X_2 - X_3 \rightarrow \min.$

$$\begin{cases} 3X_1 - X_2 - X_3 = 4, \\ X_1 - X_2 + X_3 - X_4 = 1, \\ 2X_1 + X_2 + 2X_3 + X_5 = 7, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0. \end{cases}$$

Творческое задание

Построить экономико-математическую модель и решить графическим методом типовую задачу оптимизации.

Вариант 1

Совхозу требуется не более 10 трехтонных автомашин и не более 8 пятитонных. Отпускная цена автомашины первой марки 2 000 ден. ед., второй марки 4 000 ден.ед. Совхоз может выделить для приобретения машин 40 000 ден. ед.

Сколько следует приобрести автомашин каждой марки в отдельности, чтобы их общая (суммарная) грузоподъемность была максимальной.

Вариант 2

Совхоз для кормления животных использует два вида корма. В дневном рационе животного должно содержаться не менее 6 единиц питательного вещества *A* и не менее 12 единиц питательного вещества *B*. Какое количество корма надо расходовать ежедневно на одно животное, чтобы затраты были минимальными?

Использовать данные таблицы.

Питательное вещество	Количество питательных веществ в 1 кг корма	
	1	2
<i>A</i>	2	1
<i>B</i>	2	4
Цена 1 кг корма, тыс.руб.	0,2	0,3

Вариант 3

Некоторая фирма выпускает два набора удобрений для газонов: обычный и улучшенный.

В обычный набор входит 3 кг азотных, 4 кг фосфорных и 1 кг калийных удобрений, а в улучшенный – 2 кг азотных, 6 кг фосфорных и 3 кг калийных удобрений.

Известно, что для некоторого газона требуется, по меньшей мере, 10 кг азотных, 20 кг фосфорных и 7 кг калийных удобрений.

Обычный набор стоит 3 ден. ед., а улучшенный – 4 ден. ед. Каких и сколько наборов удобрений нужно купить, чтобы обеспечить эффективное питание почвы и минимизировать стоимость?

Вариант 4

На имеющихся у фермера 400 га земли он планирует посеять кукурузу и сою.

Сев и уборка кукурузы требуют на каждый гектар 200 ден. ед. затрат, а сои – 100 ден. ед.

На покрытие расходов, связанных с севом и уборкой, фермер получил ссуду в 60 тыс. ден. ед.

Каждый гектар, засеянный кукурузой, принесет 30 центнеров, а каждый гектар, засеянный соей, – 60 центнеров.

Фермер заключил договор на продажу, по которому каждый центнер кукурузы принесет ему 3 ден. ед., а каждый центнер сои – 6 ден. ед.

Однако согласно этому договору фермер обязан хранить убранное зерно в течение нескольких месяцев на складе, максимальная вместимость которого равна 21 тыс. центнеров.

Фермеру хотелось бы знать, сколько гектаров нужно засеять каждой из этих культур, чтобы получить максимальную прибыль.

Вариант 5

Продукция двух видов (краска для внутренних (I) и наружных (E) работ) поступает в оптовую продажу. Для производства красок используются два исходных продукта – A и B . Максимально возможные суточные запасы этих продуктов составляют 6 и 8 тонн соответственно. Расходы продуктов A и B на 1 т соответствующих красок приведены в таблице.

Исходный продукт	Расход исходных продуктов на тонну краски, т		Максимально возможный запас, т
	Краска E	Краска I	
A	1	2	6
B	2	1	8

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на краску I никогда не превышает спроса на краску E более чем на 1 т. Кроме того, установлено, что спрос на краску I никогда не превышает 2 т в сутки. Оптовые цены одной тонны красок равны 3000 ден. ед. для краски E и 2000 ден. ед. для краски I . Какое количество краски каждого вида должна производить фабрика, чтобы доход от реализации продукции был максимальным?

Вариант 6

Финансовый консультант фирмы «ABC» консультирует клиента по оптимальному инвестиционному портфелю. Клиент хочет вложить средства (не более 25 000 долл.) в два наименования акций крупных предприятий в составе холдинга «Дикси».

Анализируются акции «Дикси-Е» и «Дикси-В».

Цены на акции: «Дикси-Е» – 5 долл. за акцию; «Дикси-В» – 3 долл. за акцию. Клиент уточнил, что он хочет приобрести максимум 6000 акций обоих наименований, при этом акций одного из наименований должно быть не более 5000 штук.

По оценкам «ABC», прибыль от инвестиций в эти акции в следующем году составит: «Дикси-Е» – 1,1 долл.; «Дикси-В» – 0,9 долл.

Задача консультанта состоит в том, чтобы выдать клиенту рекомендации по оптимизации прибыли от инвестиций.

Вариант 7

Завод – производитель высокоточных элементов для автомобилей выпускает два различных типа деталей – X и Y . Завод располагает фондом рабочего времени в 4000 чел.-ч в неделю. Для производства одной детали типа X требуется 1 чел.-ч, а для производства одной детали типа Y – 2 чел.-ч.

Производственные мощности завода позволяют выпускать максимум 2250 деталей типа X и 1750 деталей типа Y в неделю.

Каждая деталь типа X требует 2 кг металлических стержней и 5 кг листового металла, а для производства одной детали типа Y необходимо 5 кг металлических стержней и 2 кг листового металла.

Уровень запасов каждого вида металла составляет 10 000 кг в неделю.

Кроме того, еженедельно завод поставляет 600 деталей типа X своему постоянному заказчику.

Существует также профсоюзное соглашение, в соответствии с которым общее число производимых в течение одной недели деталей должно составлять не менее 1500 штук.

Сколько деталей каждого типа следует производить, чтобы максимизировать общий доход за неделю, если доход от производства одной детали типа X составляет 30 ден. ед., а от производства одной детали типа Y – 40 ден. ед.?

Вариант 8

Имеется два вида корма I и II, содержащие питательные вещества (витамины) S_1 , S_2 и S_3 .

Содержание числа единиц питательных веществ в 1 кг каждого вида корма и необходимый минимум питательных веществ приведены в таблице.

Питательное вещество (витамин)	Необходимый минимум питательных веществ	Число единиц питательных веществ в 1 кг корма	
		<i>I</i>	<i>II</i>
S_1	9	3	1
S_2	8	1	2
S_3	12	1	6

Стоимость 1 кг корма *I* и *II* соответственно равна 4 и 6 ден. ед.

Необходимо составить дневной рацион, имеющий минимальную стоимость, в котором содержание питательных веществ каждого вида было бы не менее установленного предела.

Вариант 9

При производстве двух видов продукции используется 4 типа ресурсов. Норма расхода ресурсов на производство единицы продукции, общий объем каждого ресурса заданы в таблице.

Ресурсы	Норма затрат ресурсов на товары		Общее количество ресурсов
	1-го вида	2-го вида	
1	2	2	12
2	1	2	8
3	4	0	16
4	0	4	12

Прибыль от реализации одной единицы продукции первого вида составляет 2 ден. ед., второго вида – 3 ден. ед.

Задача состоит в формировании производственной программы выпуска продукции, обеспечивающей максимальную прибыль от ее реализации.

Вариант 10

Фирма производит два широко популярных безалкогольных напитка – «Лимонад» и «Тоник». Фирма может продать всю продукцию, которая будет произведена. Однако объем производства ограничен количеством основного ингредиента и производственной мощностью имеющегося оборудования.

Для производства 1 л «Лимонада» требуется 0,02 ч работы оборудования, а для производства 1 л «Тоника» – 0,04 ч.

Расход специального ингредиента составляет 0,01 кг и 0,04 кг на 1 л «Лимонада» и «Тоника» соответственно.

Ежедневно в распоряжении фирмы имеется 24 ч времени работы оборудования и 16 кг специального ингредиента.

Прибыль фирмы составляет 0,10 ден. ед. за 1 л «Лимонада» и 0,30 ден. ед. за 1 л «Тоника».

Сколько продукции каждого вида следует производить ежедневно, если цель фирмы состоит в максимизации ежедневной прибыли?

Вариант 11

На приобретение оборудования для нового производственного участка выделено 30 тыс. ден. ед. и помещение площадью в 45 м². Участок может

быть оснащен машинами трех типов, характеристики которых приведены в таблице.

Найти оптимальный план приобретения машин, обеспечивающий новому производственному участку максимальную производительность.

Машина	Стоимость машины, тыс. ден. ед.	Занимаемая площадь, м ²	Производительность за смену, тыс. ед.
M_1	6	9	8
M_2	3	4	4
M_3	2	3	3

Вариант 12

В опытном хозяйстве установлено, что откорм крупного рогатого скота выгоден только тогда, когда каждое животное получает в суточном рационе не менее 20 кормовых единиц, не менее 2000 г белка и не менее 100 г кальция. Для кормления животных используется сено и силос. Возможности хозяйства позволяют включать в суточный рацион не более 20 кг сена, не более 25 кг силоса.

Содержание указанных питательных веществ 1 кг корма каждого вида, а также себестоимость 1 кг корма приведены в таблице.

Корм	Содержание в 1 кг			Себестоимость 1 кг корма, ден. ед.
	единиц	белка, г	кальция, г	
Сено	0,5	40	5	2
Силос	0,2	10	4	1

Составить кормовой рацион минимальной стоимости, учитывающий минимальные суточные нормы потребления питательных веществ и возможности хозяйства по ресурсам.

Вариант 13

Имеются два проекта на строительство жилых домов. Расход стройматериалов, их запас и полезная площадь дома каждого проекта приведены в таблице.

Стройматериалы	Расход стройматериалов (м ³) на один дом		Запас стройматериалов, м ³
	I	II	
Кирпич силикатный	7	3	1365
Кирпич красный	6	3	1245
Пиломатериалы	1	2	650
Полезная площадь, м ²	60	50	

Определить, сколько домов первого и второго проекта следует построить, чтобы полезная площадь была наибольшей.

Вариант 14

Сельскохозяйственное предприятие может приобрести тракторы марок M_1 и M_2 для выполнения работ P_1 , P_2 и P_3 .

Производительность тракторов при выполнении указанных работ, общий объем работ, и стоимость каждого трактора приведены в таблице.

Вид работ	Объем работ	Производительность трактора марки	
		M_1	M_2
P_1	60	4	3
P_2	40	8	1
P_3	30		3
Стоимость трактора, ден.ед.		7	2

Найти оптимальный вариант приобретения тракторов, обеспечивающий выполнение всего комплекса работ при минимальных денежных затратах на технику.

Вариант 15

Совхозу требуется не более 10 трехтонных автомашин и не более 8 пятитонных.

Отпускная цена автомашины первой марки 2 000 ден. ед., второй марки 4 000 ден.ед.

Совхоз может выделить для приобретения машин 40 000 ден. ед. Сколько следует приобрести автомашин каждой марки в отдельности, чтобы их общая (суммарная) грузоподъемность была максимальной.

Вариант 16

При откорме каждое животное должно получить не менее 9 ед. белков, 8 ед. протеина, 10 ед. углеводов. Для составления рациона используют два вида корма, представленных в следующей таблице.

Питательные вещества	Количество единиц питательных веществ на 1 кг	
	корма 1	корма 2
Белки	3	1
Углеводы	1	2
Протеины	1	6

Стоимость 1 кг корма первого вида – 4 ден.ед., второго – 6 ден.ед.

Составьте дневной рацион питательности, имеющий минимальную стоимость.

Вариант 17

Для производства двух видов изделий *A* и *B* предприятие использует три вида сырья. Другие условия задачи приведены в таблице.

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие, кг		Общее количество сырья, кг
	A	B	
I	12	4	300
II	4	4	120
III	3	12	252
Прибыль от реализации одного изделия, ден.ед.	30	40	

Составить такой план выпуска продукции, при котором прибыль предприятия от реализации продукции будет максимальной при условии, что изделий *B* надо выпустить не менее, чем изделий *A*.

Вариант 18

Рацион для питания животных на ферме состоит из двух видов кормов I и II.

Один килограмм корма I стоит 80 ден. ед. и содержит: 1 ед. жиров, 3 ед. белков, 1 ед. углеводов, 2 ед. нитратов.

Один килограмм корма II стоит 10 ден. ед. и содержит 3 ед. жиров, 1 ед. белков, 8 ед. углеводов, 4 ед. нитратов.

Составить наиболее дешевый рацион питания, обеспечивающий жиров не менее 6 ед., белков не менее 9 ед., углеводов не менее 8 ед., нитратов не более 16 ед.

Вариант 19

При производстве двух видов продукции используется 3 вида сырья. Составить план выпуска продукции, обеспечивающий максимум прибыли. Исходные данные приведены в таблице.

Запасы сырья	Расход сырья на единицу продукции, кг	
	Первый вид продукции	Второй вид продукции
30	1	3
48	4	3
60	3	3
Прибыль	70	60

Вариант 20

Для изготовления шкафов и буфетов мебельная фабрика применяет древесину четырёх видов, запасы которой ограничены и составляют соответственно: 12, 16, 12, 8 единиц. Количество единиц древесины для изготовления 1 шкафа и 1 буфета даны в таблице.

Ресурсы	Запасы	Расход	
		1 шкаф	1 буфет
1	12	–	0,4
2	16	0,4	–
3	12	0,2	0,2
4	8	0,1	0,2

Требуется составить такой план выпуска продукции, который обеспечивает наибольший доход, если от реализации шкафов получено 2 д. ед. дохода, а буфетов – 3 д. ед. дохода.

Вариант 21

При производстве двух видов продукции используется 3 вида сырья (исходные данные приведены в таблице).

Запасы сырья	Расход сырья на единицу продукции	
	Первый вид продукции	Второй вид продукции
20	2	1
12	1	1
30	1	3
Прибыль	40 ден. ед.	50 ден. ед.

Построить экономико-математическую модель задачи, получить производственный план, максимизирующий прибыль.

Вариант 22

Для производства двух видов изделий *A* и *B* предприятие использует 3 вида сырья (исходные данные приведены в таблице).

Вид сырья	Нормы расхода сырья на ед. изделия		Общее количество сырья
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	12	4	300
II	4	4	120
III	3	12	252
Прибыль от реализации одного изделия	30	40	

Составить такой план продукции, при котором прибыль предприятия от реализации продукции будет максимальной.

Вариант 23

В рационе животных используют два вида кормов. Животные должны получать 3 вида веществ (исходные данные приведены в таблице).

Вещества	Содержание питательных веществ в кг корма		Необходимое количество веществ
	I	II	
<i>A</i>	5	1	15
<i>B</i>	2	1	12
<i>C</i>	1	1	7
Стоимость 1 кг корма	40	30	

Составить рацион кормления, обеспечивающий минимальные затраты.

Вариант 24

На предприятии выпускается два вида изделий, при этом используется три вида сырья. Исходные данные приведены в таблице.

Тип сырья	Нормы затрат ресурсов на единицу продукции		Запасы сырья
	№1	№2	
1	18	15	360
2	6	4	192
3	5	3	180
Цена изделия	9	10	

Составить план выпуска продукции, обеспечивающий максимальную прибыль.

Вариант 25

На свиномкомплексе производится откорм свиней, причём каждое животное должно получать 6 единиц вещества *A*; 8 единиц вещества *B*; 12 единиц вещества *C*. Для откорма нужно закупить 2 вида кормов: в I корме содержится 2 ед. вещества *A*; 1 ед. вещества *B*; 3 ед. вещества *C*; во II корме содержится 1 ед. вещества *A*; 2 ед. вещества *B*; 4 ед. вещества *C*. Стоимость 1 ед. корма I вида равна 2 ден. ед. Стоимость 1 ед. корма II вида равна 3 ден. ед.

Сколько надо закупить каждого вида корма, чтобы обеспечить наиболее дешёвый рацион питания.

2. ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ. СИМПЛЕКС-МЕТОД РЕШЕНИЯ

Задания для самостоятельной работы

Вариант 1

$$Z(X) = 2x_1 + 8x_2 + x_3 + 4x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} 13x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 7x_4 = 8, \\ -7x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = -2 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 2

$$Z(X) = 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 7x_4 = 21, \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 - 5x_4 = -12 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 3

$$Z(X) = 4x_1 + 13x_2 + 3x_3 + 6x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} -5x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = -1, \\ 9x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 6 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 4

$$Z(X) = x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + x_3 - 2x_4 = 2, \\ 11x_1 - 14x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 2 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 5

$$Z(X) = 11x_1 + x_3 + 4x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} 4x_1 - 5x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ 11x_1 - 11x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 11, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 6

$$Z(X) = 4x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 13x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 19, \\ 3x_1 + 7x_2 - x_3 + 2x_4 = 16, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 7

$$Z(X) = 12x_1 + 8x_2 + 5x_3 + 4x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} -6x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -2, \\ 11x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 7, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 8

$$Z(X) = x_1 - 19x_2 - 5x_3 - 7x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + x_3 - x_4 = -1, \\ -6x_1 + 7x_2 - x_3 + 2x_4 = 10, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 9

$$Z(X) = 7x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} -10x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -2, \\ 6x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 18, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 10

$$Z(X) = 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 7x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 10x_3 - 5x_4 = 10, \\ -x_1 + x_2 - 6x_3 + 4x_4 = -2, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 11

$$Z(X) = -22x_1 + 19x_2 - 5x_3 + 6x_4 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 4x_1 - 13x_2 + 7x_3 - x_4 = -1, \\ -4x_1 + 18x_2 - 10x_3 + 2x_4 = 6, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 13

$$Z(X) = -2x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - 4x_3 + x_4 = 2, \\ 5x_1 - x_2 - 7x_3 + 2x_4 = 6, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 15

$$Z(X) = 2x_1 + x_2 - 4x_3 + 3x_4 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_3 - x_4 = -2, \\ 3x_1 + x_2 - 5x_3 + 2x_4 = 7, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 17

$$Z(X) = 2x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 1, \\ 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 6, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 19

$$Z(X) = x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} -4x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 2, \\ -6x_1 + 6x_2 - x_3 + 2x_4 = 10, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 21

$$Z(X) = 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 - 18x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} -4x_1 + 6x_2 - x_3 + 2x_4 = -8, \\ 4x_1 - 14x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 12, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 12

$$Z(X) = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} 8x_1 - 7x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 4, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 20, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 14

$$Z(X) = -2x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} -x_1 - 8x_2 + x_3 + 6x_4 = -2, \\ 3x_1 + 27x_2 - 4x_3 - 22x_4 = -2, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 16

$$Z(X) = 2x_1 + 6x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} -4x_1 + 5x_2 + 2x_3 - x_4 = -2, \\ 5x_1 - 8x_2 - 3x_3 + x_4 = -1, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 18

$$Z(X) = 9x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 8x_4 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 7x_4 = 12, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 4, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 20

$$Z(X) = 2x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 7, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 22

$$Z(X) = 3x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 9, \\ -x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = -6, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 23

$$Z(X) = x_1 - 2x_2 + 3x_4 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = 10, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 8, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 25

$$Z(X) = 2x_1 + 10x_2 + 4x_3 + 2x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 2, \\ -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 27

$$Z(X) = 7x_1 - 10x_3 + 6x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 3, \\ x_1 - 5x_2 - 5x_3 + 3x_4 = 8, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 29

$$Z(X) = -2x_1 + 6x_2 - 3x_3 + 6x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ -2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 24

$$Z(X) = 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 6x_4 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 4, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 26

$$Z(X) = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 6x_4 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 6, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 28

$$Z(X) = 2x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 3x_4 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 6, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 4, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Вариант 30

$$Z(X) = 4x_1 + 12x_2 + 4x_3 + 8x_4 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 12, \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 = 12, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

Варианты контрольных работ**Вариант 1**

1) Решить задачу, рассматривая в качестве начального опорного плана план X_0 , приведенный в условиях

$$Z = X_1 - 2X_2 + X_3 \rightarrow \max .$$

$$\begin{cases} X_1 + 4X_2 + X_3 = 5, \\ X_1 - 2X_2 - X_3 = -1, \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0, \\ X_0 = \{1, 0, 0\}. \end{cases}$$

2) Решить задачу, определяя начальный опорный план методом искусственного базиса

$$Z = X_1 + 2X_2 + X_3 - 2X_4 + X_5 - 2X_6 \rightarrow \max .$$

$$\begin{cases} 2X_1 + 3X_2 - 2X_3 - 3X_4 + 2X_5 + 3X_6 = 0, \\ X_1 - X_2 + X_3 + X_4 + X_5 - X_6 = 7, \\ 3X_1 + 2X_2 - X_3 - 4X_4 + 3X_5 + 2X_6 = 10, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 2

$$1) Z = X_1 + X_2 + X_3 \rightarrow \max .$$

$$\begin{cases} -X_1 + X_2 + X_3 = 2, \\ 3X_1 - X_2 + X_3 = 0, \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0, \\ X_0 = \{0, 1, 0\}. \end{cases}$$

$$2) Z = X_1 - 4X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 \rightarrow \max .$$

$$\begin{cases} 14X_1 + 14X_2 + 12X_3 + 5X_4 + 6X_5 + 3X_6 = 8, \\ X_1 - X_2 + 2X_3 + X_5 = 0, \\ 16X_1 - 16X_2 + 8X_3 + 7X_4 + 4X_5 + 5X_6 = 12, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 3

$$1) Z = 2X_1 + X_2 + 3X_3 + X_4 \rightarrow \max .$$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 + 5X_3 - X_4 = 4, \\ X_1 - X_2 - X_3 + 2X_4 = 1, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0, \\ X_0 = \{0, 0, 1, 1\}. \end{cases}$$

$$2) Z = X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 4X_4 + 5X_5 \rightarrow \max .$$

$$\begin{cases} X_2 + X_3 - 2X_4 + 7X_5 = 2, \\ X_1 + X_3 - 2X_4 - 6X_5 = 2, \\ X_1 + X_2 - 2X_4 + 7X_5 = 2, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 4

$$1) Z = 6X_1 + X_2 + 4X_3 - 5X_4 \rightarrow \max .$$

$$\begin{cases} 3X_1 + X_2 - X_3 + X_4 = 4, \\ 5X_1 + X_2 + X_3 - X_4 = 4, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0, \\ X_0 = \{1, 0, 0, 1\}. \end{cases}$$

$$2) Z = X_1 + X_2 - X_3 + X_4 - 2X_5 \rightarrow \max .$$

$$\begin{cases} 3X_1 + X_2 + X_3 + X_4 - 2X_5 = 10, \\ 6X_1 + X_2 + 2X_3 + 3X_4 - 4X_5 = 20, \\ 10X_1 + X_2 + 3X_3 + 6X_4 - 7X_5 = 30, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 5

$$1) Z = X_1 + 2X_2 + 3X_3 - X_4 \rightarrow \max .$$

$$\begin{cases} X_1 - 3X_2 - X_3 - 2X_4 = -4, \\ X_1 - X_2 + X_3 = 0, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0, \\ X_0 = \{0, 1, 1, 0\}. \end{cases}$$

$$2) Z = X_1 - 2X_2 + X_3 - 2X_4 + X_5 - 2X_6 \rightarrow \max .$$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - 2X_3 + X_5 + 6X_6 = 9, \\ 3X_1 + 3X_2 - X_3 + 5X_4 + X_5 + 11X_6 = 30, \\ 2X_1 + 2X_2 + X_3 + 5X_4 + X_5 + 6X_6 = 22, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 6

$$1) Z = X_1 - 3X_2 - 5X_3 - X_4 \rightarrow \max .$$

$$\begin{cases} X_1 + 4X_2 + 4X_3 + X_4 = 5, \\ X_1 + 7X_2 + 8X_3 + 2X_4 = 9, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0, \\ X_0 = \{1, 0, 1, 0\}. \end{cases}$$

$$2) Z = X_1 + 2X_2 + X_3 + 3X_4 - 2X_5 \rightarrow \max .$$

$$\begin{cases} X_1 + 7X_2 - X_3 + 7X_4 - 8X_5 = 9, \\ X_2 + 8X_3 + 9X_4 + 7X_5 = 25, \\ X_3 + X_4 + X_5 = 3, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 7

1) $Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \rightarrow \max .$

$$\begin{cases} X_1 + 3X_2 + X_3 + 2X_4 = 5, \\ 2X_1 - X_3 + X_4 = 1, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0, \\ X_0 = \{0, 1, 0, 1\}. \end{cases}$$

2) $Z = X_1 + X_3 + X_6 \rightarrow \max .$

$$\begin{cases} X_1 + 4X_2 + X_3 + 3X_4 - 2X_5 + X_6 = 15, \\ X_1 + 4X_2 - X_3 - X_4 + X_6 = 5, \\ 2X_1 + 6X_2 + X_3 + 4X_4 - 2X_5 + X_6 = 22, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 8

1) $Z = X_1 + 2X_2 - X_3 + X_4 \rightarrow \max .$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - 2X_3 + 3X_4 = 1, \\ 2X_1 - X_2 - X_3 + 3X_4 = 2, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0, \\ X_0 = \{0, 0, 1, 1\}. \end{cases}$$

2) $Z = 2X_1 + X_2 + 2X_3 + 5X_4 - 5X_5 - 5X_6 \rightarrow \max .$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 + 2X_4 - X_5 - X_6 = 0, \\ X_2 + 2X_3 + 9X_4 - 5X_5 - 2X_6 = 2, \\ X_1 + 3X_2 + 4X_3 + 19X_4 - 10X_5 - 5X_6 = 4, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 9

1) $Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 \rightarrow \max .$

$$\begin{cases} 2X_1 + 3X_2 + 5X_3 + 7X_4 + 9X_5 = 19, \\ X_1 - X_2 + X_4 + 2X_5 = 2, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0, \\ X_0 = \{0, 0, 1, 2, 0\}. \end{cases}$$

2) $Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \rightarrow \max .$

$$\begin{cases} 4X_1 + 2X_2 + 5X_3 - X_4 = 5, \\ 5X_1 + 3X_2 + 6X_3 - 2X_4 = 5, \\ 3X_1 + 2X_2 + 4X_3 - X_4 = 4, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 10

$$1) Z = -2X_1 + X_2 + X_3 - X_4 + 4X_5 + X_6 \rightarrow \max .$$

$$\begin{cases} 3X_1 + X_2 + 2X_3 + 6X_4 + 9X_5 + 3X_6 = 15, \\ X_1 + 2X_2 - X_3 + 2X_4 + 3X_5 + X_6 = 5, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0, \\ X_0 = \{1, 0, 0, 0, 0, 4\}. \end{cases}$$

$$2) Z = X_1 + 10X_2 - X_3 + 5X_4 \rightarrow \max .$$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 - X_3 - X_4 = 1, \\ -X_1 + 2X_2 + 3X_3 + X_4 = 2, \\ X_1 + 5X_2 + X_3 - X_4 = 5, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 11

$$1) Z = X_1 + X_2 + 2X_3 - X_4 + X_5 - X_6 \rightarrow \max .$$

$$\begin{cases} X_1 + 3X_2 + X_3 - 3X_4 + 4X_5 + X_6 = 6, \\ X_1 - X_2 - X_3 + X_4 + X_6 = 2, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0, \\ X_0 = \{0, 0, 0, 0, 1, 2\}. \end{cases}$$

$$2) Z = X_1 - 5X_2 - X_3 + X_4 \rightarrow \max .$$

$$\begin{cases} X_1 + 3X_2 + 3X_3 + X_4 = 3, \\ 2X_1 + 3X_3 - X_4 = 4, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 12

$$1) Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \rightarrow \max .$$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 + 3X_4 = 3, \\ X_1 + X_2 - X_3 + X_4 = 1, \\ X_1 - X_2 + X_3 + X_4 = 1, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0, \\ X_0 = \{0, 0, 0, 1\}. \end{cases}$$

$$2) Z = X_1 - 4X_2 + 3X_3 + 10X_4 \rightarrow \max .$$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - X_3 + X_4 = 0, \\ X_1 + 14X_2 + 10X_3 - 10X_4 = 11, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 13

1) $Z = X_1 + 2X_2 + X_3 + 3X_4 + X_5 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + 2X_4 + X_5 = 5, \\ X_1 + X_2 + X_3 + 3X_4 + 2X_5 = 9, \\ X_2 + X_3 + 2X_4 + X_5 = 6, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0, \\ X_0 = \{0, 0, 1, 2, 1\}. \end{cases}$$

2) $Z = X_1 + 2X_2 + 3X_3 - 4X_4 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - X_3 + X_4 = 2, \\ X_1 + 14X_2 + 10X_3 - 10X_4 = 24, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 14

1) $Z = X_1 - X_2 + 2X_3 - X_4 + X_5 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + 2X_3 + 3X_4 - 2X_5 = 3, \\ X_2 - X_3 - X_4 - X_5 = 0, \\ X_1 + X_4 - X_5 = 0, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0, \\ X_0 = \{0, 2, 0, 1, 1\}. \end{cases}$$

2) $Z = X_1 - 10X_2 + X_3 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 - 5,5X_2 - 7X_3 = -13, \\ X_1 + 14,5X_2 + 7X_3 = 15, \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 15

1) $Z = X_1 + 2X_2 + 2X_3 + X_4 + 6X_5 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + 3X_2 + 3X_3 + X_4 + 9X_5 = 18, \\ X_1 + 5X_2 + 2X_4 + 8X_5 = 13, \\ X_3 + X_5 = 3, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0, \\ X_0 = \{0, 1, 2, 0, 1\}. \end{cases}$$

2) $Z = X_1 - 5X_2 - X_3 + X_4 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - 3X_3 - 5X_4 = 3, \\ X_1 - X_2 - 5X_3 + X_4 = 1, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 16

1) $Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + 2X_3 = 4, \\ -2X_2 - 2X_3 + X_4 - X_5 = -6, \\ X_1 - X_2 + 6X_3 + 2X_4 + X_5 = 12, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0, \\ X_0 = \{1, 1, 2, 0, 0\}. \end{cases}$$

2) $Z = X_1 - X_2 - X_3 + X_4 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 + X_3 - 5X_4 = 4, \\ 2X_1 - 3X_2 - 5X_3 = 1, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 17

1) $Z = X_1 - X_2 + X_3 + X_4 - X_5 - X_6 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} 2X_1 + X_2 + X_3 + 3X_4 + 3X_5 + 2X_6 = 7, \\ X_1 - X_3 + X_5 - X_6 = -2, \\ X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + 2X_6 = 5, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0, \\ X_0 = \{0, 0, 2, 0, 1, 1\}. \end{cases}$$

2) $Z = X_1 + X_2 - X_3 + X_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 - 7X_3 - 8X_4 = 4, \\ 2X_1 - X_2 - 19X_3 - X_4 = 3, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 18

1) $Z = X_1 - X_2 + X_3 + 2X_4 + 3X_5 + 2X_6 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + 2X_4 + 2X_6 = 5, \\ X_2 + X_3 + X_4 - X_5 + 2X_6 = 2, \\ X_1 + X_3 + X_4 - X_5 + 2X_6 = 3, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0, \\ X_0 = \{0, 1, 0, 0, 1, 2\}. \end{cases}$$

2) $Z = X_1 + X_2 - 2X_3 + 3X_4 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - 3X_3 - 7X_4 = 5, \\ 3X_1 - X_2 - 13X_3 - X_4 = 5, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 19

1) $Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \rightarrow \max .$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - X_3 - X_4 = 2, \\ X_1 - X_2 - X_3 + X_4 = 0, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0, \\ X_0 = \{1, 1, 0, 0\}. \end{cases}$$

2) $Z = X_1 - X_2 - X_3 + X_4 \rightarrow \max .$

$$\begin{cases} X_1 - X_2 + X_3 - X_4 = 3, \\ 2X_1 + X_2 - X_3 + 2X_4 = -1, \\ -5X_1 - 7X_2 + 7X_3 - 11X_4 = 4, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 20

1) $Z = X_1 + X_2 + X_3 \rightarrow \max .$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + 2X_3 - X_4 = 3, \\ X_1 + 2X_2 + 3X_3 - X_4 = 5, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0, \\ X_0 = \{1, 2, 0, 0\}. \end{cases}$$

2) $Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \rightarrow \max .$

$$\begin{cases} X_1 - X_2 + X_3 - X_4 = 4, \\ 2X_1 + X_2 - X_3 + 2X_4 = 0, \\ -5X_1 - 7X_2 + 7X_3 - 11X_4 = 10, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 21

1) $Z = X_1 - X_2 + X_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + 3X_3 = 4, \\ 2X_1 + X_2 + 3X_3 = 5, \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0, \\ X_0 = \{2, 1, 0\}. \end{cases}$$

2) $Z = X_1 + X_2 - X_3 + X_4 \rightarrow \max .$

$$\begin{cases} X_1 - X_2 + X_3 - X_4 = 12, \\ 2X_1 + X_2 - X_3 + 2X_4 = -2, \\ -5X_1 - 7X_2 + 7X_3 - 11X_4 = 26, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 22

1) $Z = X_1 - X_2 + X_3 - X_4 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 + 5X_3 - 3X_4 = 3, \\ X_1 - 5X_2 - 9X_3 + 11X_4 = -4, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0, \\ X_0 = \{1, 1, 0, 0\}. \end{cases}$$

2) $Z = X_1 + 2X_2 + X_3 + X_4 + X_5 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + 4X_2 + 2X_3 + 2X_4 + X_5 = 8, \\ X_1 - 2X_2 + 2X_3 - 2X_4 - X_5 = -6, \\ X_1 - 2X_2 + 2X_4 - X_5 = 2, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 23

1) $Z = -X_1 + X_2 - X_3 + X_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 + 4X_3 + X_4 = 3, \\ X_1 - 5X_2 - 3X_3 + 7X_4 = 4, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0, \\ X_0 = \{1, 1, 0, 0\}. \end{cases}$$

2) $Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + X_4 = 1, \\ X_1 + 2X_3 - X_4 = 2, \\ 2X_1 + X_2 + 2X_3 = 3, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 24

1) $Z = 2X_1 + X_2 + 2X_3 + X_4 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 + 3X_3 - X_4 = 3, \\ X_1 - 5X_2 - 4X_3 + 6X_4 = 4, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0, \\ X_0 = \{1, 1, 0, 0\}. \end{cases}$$

2) $Z = X_1 + X_2 + X_3 - X_4 + X_5 - X_6 \rightarrow \max.$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + 3X_5 + 3X_6 = 3, \\ X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 4X_4 + 6X_5 + 5X_6 = 6, \\ X_1 + 4X_2 + 9X_3 + 16X_4 + 14X_5 + 9X_6 = 14, \\ X_1 + 8X_2 + 27X_3 + 64X_4 + 36X_5 + 17X_6 = 36, \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 25

1) $Z = X_1 + 5X_2 - X_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} X_1 + 5X_2 + 6X_3 - X_4 = 11, \\ X_1 - X_2 - X_4 = -1, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0, \\ X_0 = \{1, 2, 0, 0\}. \end{cases}$$

2) $Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} X_1 + 10X_2 + X_4 = 10, \\ 10X_1 + 8X_3 - X_4 = 8, \\ 11X_1 + 10X_2 + 8X_3 = 9, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 26

1) $Z = X_1 - X_2 + 4X_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 - 3X_3 = 3, \\ 2X_1 - X_2 + 4X_3 = 1, \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0, \\ X_0 = \{1, 1, 0\}. \end{cases}$$

2) $Z = X_1 - X_2 + X_3 + 2X_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 + 2X_4 = 7, \\ X_2 + X_3 + X_4 = 5, \\ X_2 - X_4 = 3, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 27

1) $Z = -X_1 + 4X_2 - X_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 + X_3 = 3, \\ 2X_1 + X_2 - X_3 = 0, \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0, \\ X_0 = \{1, 0, 2\}. \end{cases}$$

2) $Z = X_1 + X_2 + X_3 + 5X_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - X_4 = 3, \\ X_1 - X_2 + 3X_4 = -1, \\ 2X_1 + X_2 + X_3 - X_4 = 5, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 28

1) $Z = 8X_1 + 2X_2 - 3X_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 = 5, \\ 3X_1 + X_2 - X_3 = -3 \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0, \\ X_0 = \{0, 1, 4\}. \end{cases}$$

2) $Z = 3X_1 + 7X_2 + 6X_3 + 5X_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 4X_1 + 3X_2 + 2X_3 - X_4 = 7, \\ X_1 - 2X_2 - 5X_3 - 3X_4 = -12, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 29

1) $Z = 3X_1 + 2X_2 + 10X_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} X_1 + 10X_2 + 11X_3 = 31, \\ X_1 - X_2 = -2 \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0, \\ X_0 = \{1, 3, 0\}. \end{cases}$$

2) $Z = X_1 + X_2 + 2X_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} X_1 + X_3 + X_4 = 4, \\ -X_1 - 2X_2 - 3X_3 + X_4 = 0, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 30

1) $Z = X_1 + 2X_2 - 5X_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} X_1 - 3X_2 + 11X_3 = -9, \\ 3X_1 - X_2 + 9X_3 = 5 \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0, \\ X_0 = \{3, 4, 0\}. \end{cases}$$

2) $Z = X_1 + 2X_2 - X_3 + X_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - 2X_3 + 3X_4 = 1, \\ 2X_1 - X_2 - X_3 + 3X_4 = 2, \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0. \end{cases}$$

Творческое задание

Вариант 1

Стальные прутья длиной 110 см необходимо разрезать на заготовки длиной 45, 35 и 50 см. Требуемое количество заготовок данного вида составляет соответственно 40, 30 и 20 шт. Возможные варианты разреза и величина отходов при каждом из них приведены в следующей таблице.

Длина заготовки, (см)	Вариант разреза					
	1	2	3	4	5	6
45	2	1	1	-	-	-
35	-	1	-	3	1	-
50	-	-	1	-	1	2
Величина отходов (см)	20	30	15	5	25	10

Определить, сколько прутьев по каждому из возможных вариантов следует разрезать, чтобы получить не менее нужного количества заготовок каждого вида при минимальных отходах.

Вариант 2

В некоторой местности в двух пунктах A и B имеется потребность в дополнительном транспорте. В пункте A имеется 5 дополнительных автобусов, а в пункте B – 7. Известно, что 3, 4 и 5 автобусов могут быть получены соответственно из гаражей G_1 , G_2 и G_3 . Как следует распределить автобусы между пунктами A и B , чтобы минимизировать их суммарный пробег? Расстояния от гаражей до пунктов A и B приведены в таблице.

Гараж	Расстояние до пунктов	
	A	B
G_1	3	4
G_2	1	3
G_3	4	2

Вариант 3

Из отходов производства предприятие может организовать выпуск четырех видов продукции. Для этого оно планирует использовать два типа взаимозаменяемого оборудования. Количество изделий каждого вида, которое может быть изготовлено на соответствующем оборудовании в течение 1 ч, а также затраты, связанные с производством одного изделия приведены в следующей таблице.

Оборудование I типа предприятие может использовать не более 80 ч, а оборудование II типа – не более 60 ч.

Тип оборудования	Количество производимых в течение 1 ч изделий вида				Затраты (руб.), связанные с производством в течение 1 ч изделий вида			
	1	2	3	4	1	2	3	4
I	8	7	4	5	2,7	2,6	2,7	2,4
II	6	8	6	4	2,6	2,7	2,6	2,5

Учитывая, что предприятию следует изготовить изделий каждого вида соответственно не меньше 240, 160, 150 и 220 ед., определить, в течение какого времени и на каком оборудовании следует изготавливать каждое из изделий так, чтобы получить не менее нужного количества изделий при минимальных затратах на их производство.

Вариант 4

Компания производит полки для ванных комнат двух размеров – A и B . Агенты по продаже считают, что в неделю на рынке может быть реализовано до 550 полок. Для каждой полки типа A требуется 2 м^2 материала, а для полки типа B – 3 м^2 материала. Компания может получить до 1200 м^2 материала в неделю. Для изготовления одной полки типа A требуется 12 мин машинного времени, а для изготовления одной полки типа B – 30 мин; машину можно использовать 160 ч в неделю. Если прибыль от продажи полок типа A составляет 30 руб., а от полок типа B – 40 руб., то сколько полок каждого типа следует выпускать в неделю?

Вариант 5

Нефтяная компания закупает необработанную нефть из нескольких источников W , X , Y и Z и занимается ее очисткой, вырабатывая различные виды A , B и C , смазочных масел, готовых к продаже. Имеются также ограничения при продаже на количество каждого вида смазочных масел.

Масло	Состав, %	Возможное количество для продажи, галлоны
A	Не меньше 10(W), не больше 25 (Z)	90000
B	Не меньше 15 (W)	100000
C	Не меньше 20 (X), не больше 50 (Y)	120000

Цены (в условных единицах) 1 галлона сырья и смазочных масел приведены ниже.

Сырье				Масло		
X	Y	Z	W	A	B	C
72	60	67	75	90	87	84

Предполагая, что необработанная нефть доступна в неограниченном количестве, сформулируйте задачу максимизации прибыли и найдите ее оптимальное решение.

Вариант 6

Из трех видов сырья необходимо составить смесь, в состав которой должно входить не менее 26 ед. химического вещества A , 30 ед. – вещества B и 24 ед. – вещества C . Количество единиц химического вещества, содержащегося в 1 кг сырья каждого вида, указано в таблице. В ней же приведена цена 1 кг сырья каждого вида.

Вещество	Количество единиц вещества, содержащегося в 1 кг сырья вида			
	1	2	3	4
A	1	1	-	4
B	2	-	3	5
C	1	2	4	6
Цена 1 кг сырья, (руб.)	5	6	7	4

Составить смесь, содержащую не менее нужного количества веществ данного вида и имеющую минимальную стоимость.

Вариант 7

Заводы фирмы расположены в городах Лидсе и Кардиффе; они доставляют товары на склады городов Манчестер, Бирмингем и Лондон. Расстояния между этими городами приведены в таблице (расстояния округлены до десятков миль):

	Манчестер	Бирмингем	Лондон
Лидс	40	110	190
Кардифф	170	100	150

Завод в Лидсе выпускает в год 800 т товаров, а в Кардиффе – 500 т. Манчестерский склад вмещает 400 т, бирмингемский – 600 т, лондонский – 300 т. Как следует транспортировать товары для минимизации цен на перевозки?

Вариант 8

Фирма занимается составлением диеты, содержащей, по крайней мере, 20 единиц белков, 30 единиц углеводов, 10 единиц жиров и 40 единиц витаминов. Как дешевле всего достичь этого при указанных в таблице ценах на 1 кг (или 1л) пяти имеющихся продуктов?

	Хлеб	Соя	Рыба	Фрукты	Молоко
Белки	2	12	10	1	2
Углеводы	12	0	0	4	3
Жиры	1	8	3	4	3
Витамины	2	2	4	6	2
Цена	12	36	32	18	10

Вариант 9

Фирма рекламирует свою продукцию с использованием четырех средств: телевидения, радио, газет и афиш. Из различных рекламных экспериментов, которые проводились в прошлом, известно, что эти средства приводят к увеличению прибыли соответственно на 10, 3, 7 и 7 у.е. в расчете на 1 у.е., затраченную на рекламу.

Распределение рекламного бюджета по различным средствам подчинено следующим ограничениям:

- а) полный бюджет не должен превосходить 500 000 у.е.;
- б) следует расходовать не более 40 % бюджета на телевидение и не более 20 % бюджета на афиши;
- в) вследствие привлекательности для подростков радио на него следует израсходовать, по крайней мере, половину того, что планируется на телевидение.

Сформулируйте задачу распределения средств по различным источникам как задачу линейного программирования и используйте симплекс – метод для ее решения.

Вариант 10

Небольшая фирма производит два типа подшипников *A* и *B*, каждый из которых должен быть обработан на трех станках, а именно на токарном, шлифовальном и сверлильном. Время, требуемое для каждой из стадий производственного процесса, приведено в таблице.

Тип подшипника	Время обработки, ч			Прибыль от продажи одного подшипника
	Токарный станок	Шлифовальный станок	Сверлильный станок	
<i>A</i>	0,01	0,02	0,04	80
<i>B</i>	0,02	0,01	0,01	125
Полное возможное время работы в неделю, ч	160	120	150	

Фирма хотела бы производить подшипники в количествах, максимизирующих ее прибыль. Сформулируйте задачу как задачу линейного программирования и получите решение с использованием симплекс – метода. Проверьте решение графически.

Вариант 11

Производитель элементов центрального отопления изготавливает радиаторы четырех моделей. Ограничения на производство обусловлены количеством рабочей силы и количеством стальных листов, из которых изготавливают радиаторы.

Модель радиатора	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
Необходимое количество рабочей силы, чел.-часы	0,5	1,5	2	1,5
Необходимое количество стального листа, м ²	4	2	6	8
Прибыль от продажи одного радиатора, у.е.	5	5	12,5	10

Решите эту задачу с максимизацией прибыли, используя симплекс – метод.

Вариант 12

Фирма производит три вида продукции (*A, B, C*), для выпуска каждого из которых требуется определенное время обработки на всех четырех устройствах I, II, III, IV. Пусть время работы на устройствах – соответственно 84, 42, 21 и 42 ч.

Вид продукции	Время обработки, ч				Прибыль, у.е.
	I	II	III	IV	
<i>A</i>	1	3	1	2	3
<i>B</i>	6	1	3	3	6
<i>C</i>	3	3	2	4	4

Определите, какую продукцию и в каких количествах следует производить для получения максимальной прибыли. (Следует предположить, что рынок сбыта для каждого продукта неограничен; временем, требуемым для переключения устройства в зависимости от вида продукции, можно пренебречь.)

Вариант 13

Производитель безалкогольных напитков располагает двумя разливочными машинами *A* и *B*. Машина *A* спроектирована для поллитровых бутылок, а машина *B* – для литровых, но каждая из них может быть исполь-

зована для обоих типов бутылок с некоторой потерей эффективности в соответствии с приведенными в таблице сведениями о работе машин.

Машина	Количество бутылок, производимых в 1 мин.	
	Пол-литровые бутылки	Литровые бутылки
<i>A</i>	50	20
<i>B</i>	40	30

Каждая из машин работает ежедневно по 6 ч при пятидневной рабочей неделе. Прибыль от пол-литровой бутылки составляет 4 руб., а от литровой – 10 руб. Недельная продукция не может превосходить 50 000 л; рынок принимает не более 44 000 пол-литровых бутылок и 30 000 литровых. Производитель хочет максимизировать свою прибыль при имеющихся средствах. Сформулируйте задачу в виде задачи линейного программирования и найдите оптимальное решение.

Вариант 14

Фирме требуется уголь с содержанием фосфора не более 0,03 % и долей зольных примесей не более 3,25 %. Три сорта угля *A, B, C* доступны по следующим ценам (за 1 т):

Сорт угля	Содержание примеси фосфора, %	Содержание примеси золы, %	Цена, у.е.
<i>A</i>	0.06	2.0	30
<i>B</i>	0.04	4.0	30
<i>C</i>	0.02	3.0	45

Как их смешивать, чтобы получить минимальную цену и удовлетворить ограничениям на содержание примесей?

Вариант 15

Средства очистки пола оценивают по следующим трем показателям: а) очищающие свойства, б) дезинфицирующие свойства, в) раздражающее воздействие на кожу. Каждый из этих показателей измеряется по линейной шкале от 0 до 100 единиц.

Продукт на рынке должен иметь, по крайней мере, 60 единиц очищающих свойств и, по крайней мере, 60 единиц дезинфицирующих свойств. При этом раздражающее воздействие на кожу должно быть минимальным. Конечный продукт должен быть смесью трех основных очистителей, характеристики которых приводятся в таблице.

Очиститель	Очищающие свойства	Дезинфицирующие свойства	Раздражающее воздействие на кожу
<i>A</i>	90	30	70
<i>B</i>	65	85	50
<i>C</i>	45	70	10

Сформулируйте задачу нахождения оптимальной смеси как задачу линейного программирования и решите ее.

Вариант 16

Автозавод выпускает две модели: *A* и *B*. На заводе работают 1000 неквалифицированных и 800 квалифицированных рабочих, каждому из которых оплачивается 40 ч в неделю. Для изготовления модели *A* требуется 30 ч неквалифицированного и 50 ч квалифицированного труда; для модели *B* требуется 40 ч неквалифицированного и 20 ч квалифицированного труда. Каждая модель *A* требует затрат в размере 500 у.е. на сырье и комплектующие, тогда как каждая модель *B* требует затрат в размере 1500 у.е., суммарные затраты не должны превосходить 900 000 у.е. в неделю. Рабочие, осуществляющие доставку, работают по пять дней в неделю и могут забрать с завода не более 210 машин в день.

Каждая модель *A* приносит фирме 1000 у.е. прибыли, а каждая модель *B* – 500 у.е. прибыли. Какой объем выпуска каждой модели Вы бы порекомендовали для повышения прибыли?

Вариант 17

Фермер владеет 100 акрами земли, на которых планирует вырастить урожай трех видов – *A*, *B*, *C*. Для посева одного акра требуется зерна *A* на сумму 40 у.е., *B* – на 20 у.е. и *C* – на 30 у.е. Фермер располагает 3 200 у.е. Для сбора хорошего урожая необходимо 1, 2 и 1 рабочих дня на одном акре для видов *A*, *B* и *C* соответственно, но фермер может работать не более 160 дней. Он планирует продать Урожай вида *A*, собранный с одного акра, за 140 у.е., вида *B* за 320 у.е. и вида *C* за 230 у.е. Сколько акров под зерно *A*, *B* и *C* должен засеять фермер, чтобы прибыль была максимальной?

Вариант 18

Качество железной руды, добываемой на четырех шахтах, зависит от количества трех основных компонент *A*, *B* и *C*. Каждая тонна руды должна содержать по крайней мере 5 кг элемента *A*, 100 кг элемента *B* и 30 кг элемента *C*. Содержание элементов в руде, добываемой в каждой из шахт, показано в таблице.

Элементы	Шахта			
	I	II	III	IV
<i>A</i>	10	3	8	2
<i>B</i>	90	150	75	175
<i>C</i>	45	25	20	37

Одна тонна руды из шахты I стоит 800 у.е., из шахты II – 400 у.е., из шахты III – 600 у.е., из шахты IV – 500 у.е. Решить проблему минимальной цены одной тонны смеси руды из различных шахт при ее надлежащем качестве.

Вариант 19

Для перевозок груза на трех линиях могут быть использованы суда трех типов. Производительность судов при использовании их на различных линиях характеризуется данными, приведенными в таблице. В ней же указаны общее время, в течение которого суда каждого типа находятся в эксплуатации, и минимально необходимые объемы перевозок на каждой из линий. Определите, какие суда, на какой линии и в течение какого времени следует использовать, чтобы обеспечить максимальную загрузку судов с учетом возможного времени их эксплуатации.

Тип судна	Производительность судов (млн тонно-миль в сутки) на линии			Общее время эксплуатации судов (сут.)
	1	2	3	
I	8	14	11	300
II	6	15	13	300
III	12	12	4	300
Заданный объем перевозок (млн. тонно-миль)	3000	5400	3300	

Вариант 20

Для производства продукции трех видов *A*, *B* и *C* используются три различных вида сырья. Каждый из видов сырья может быть использован в объеме, соответственно не большем, чем 180, 210 и 236 кг. Нормы затрат каждого из видов сырья на единицу продукции данного вида и цена единицы продукции каждого вида приведены в таблице.

Вид сырья	Нормы затрат сырья (кг) на единицу продукции		
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
I	4	2	1
II	3	1	3
III	1	2	5
Цена единицы продукции (руб.)	10	14	12

Требуется определить план выпуска продукции, обеспечивающий максимальный ее выпуск в стоимостном выражении.

Вариант 21

Кондитерская фабрика для производства трех видов карамели *A*, *B* и *C* использует три вида основного сырья: сахарный песок, патоку и фруктовое пюре. Нормы расхода сырья каждого вида приведены в таблице. В ней же указано общее количество сырья каждого вида, которое может быть использовано фабрикой, а также прибыль от реализации 1 т карамели данного вида.

Вид сырья	Нормы расхода сырья (т) на 1 т карамели			Общее количество сырья (т)
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	
Сахарный песок	0,8	0,5	0,6	800
Патока	0,4	0,4	0,3	600
Фруктовое пюре	-	0,1	0,1	120
Прибыль от реализации 1 т продукции (руб.)	108	112	126	

Вариант 22

При откорме животных каждое животное ежедневно должно получать не менее 60 ед. питательного вещества *A*, не менее 50 ед. питательного вещества *B* и не менее 12 ед. питательного вещества *C*. Указанные питательные вещества содержат три вида корма. Содержание единиц питательных веществ в 1 кг каждого из видов корма приведено в следующей таблице.

Питательные вещества	Количество единиц питательных веществ в 1 кг корма		
	И	II	III
<i>A</i>	1	3	4
<i>B</i>	2	4	2
<i>C</i>	1	4	3
Цена 1 кг корма	0,09	0,12	0,1

Составить дневной рацион, обеспечивающий получение необходимого количества питательных веществ, при минимальных денежных затратах.

Вариант 23

На швейной фабрике для изготовления четырех видов изделий может быть использована ткань трех артикулов. Нормы расхода тканей на пошив одного изделия приведены в таблице. В ней же указаны имеющиеся в распоряжении фабрики общее количество тканей каждого артикула и цена одного изделия каждого вида.

Артикул ткани	Норма расхода ткани (м) на одно изделие вида				Общее количество ткани (м)
	1	2	3	4	
I	1	-	2	1	180
II	-	1	3	2	210
III	4	2	-	4	800
Цена одного изделия (руб.)	9	6	4	7	

Определить, сколько изделий каждого вида должна произвести фабрика, чтобы стоимость изготовленной продукции была максимальной.

Вариант 24

Предприятие выпускает четыре вида продукции и использует три типа основного оборудования: токарное, фрезерное и шлифовальное. Затраты времени на изготовление единицы продукции для каждого из типов оборудования приведены в таблице. В ней же указаны общий фонд рабочего времени каждого из типов оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия данного вида. Определить такой объем выпуска каждого из изделий, при котором общая прибыль от их реализации будет максимальной.

Тип оборудования	Затраты времени (станко- часов) на единицу продукции вида				Общий фонд рабочего времени (станко- часов)
	1	2	3	4	
Токарное	2	1	1	3	300
Фрезерное	1	-	2	1	70
Шлифовальное	1	2	1	-	340
Прибыль от реализации единицы продукции (руб.)	8	3	2	1	

Вариант 25

Фирма производит два продукта A и B , продаваемых соответственно по 8 и 15 рублей за упаковку; рынок сбыта для каждого из них практически не ограничен. Продукт A обрабатывается на машине I, продукт B – на машине II. Затем оба упаковываются на фабрике.

1 кг сырья стоит 6 рублей, машина I обрабатывает 5000 кг в 1 ч с потерями 10 %. Машина II обрабатывает 4000 кг в 1 ч с потерями 20 %.

Машина I доступна 6 ч в день, ее использование стоит 288 рублей в 1 ч. Машина II доступна 5 ч в день, ее использование стоит 336 рублей в 1 ч. Упаковка продукта A весит $1/4$ кг, а упаковка продукта B – $1/3$ кг. Фабрика может работать 10 ч в день, производя в 1 ч продукцию стоимостью 360 рублей. За 1 ч можно упаковать 12 000 продуктов A и 8000 продуктов B .

Компании требуется определить такие значения потребления сырья для продуктов A и B (тысячах килограммов), при которых дневная прибыль максимальна.

3. ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Задания для самостоятельной работы

Найти оптимальные планы транспортных задач.

Вариант 1

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	4	2	3	4	60
Б ₂	2	4	3	5	90
Б ₃	6	5	4	6	140
Потребности	40	30	100	120	

Вариант 2

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	5	2	3	4	60
Б ₂	4	3	2	5	210
Б ₃	3	2	2	1	100
Потребности	40	60	80	60	

Вариант 3

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	1	2	4	1	50
Б ₂	2	3	1	5	30
Б ₃	3	2	4	4	10
Потребности	30	30	10	20	

Вариант 4

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	8	1	9	7	110
Б ₂	4	6	2	12	190
Б ₃	3	5	8	9	90
Потребности	80	60	170	80	

Вариант 5

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	2	1	7	4	700
Б ₂	8	5	4	2	400
Б ₃	5	2	1	6	300
Потребности	300	500	400	200	

Вариант 6

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	18	20	14	10	90
Б ₂	10	20	40	30	30
Б ₃	16	22	10	20	40
Потребности	70	30	20	40	

Вариант 7

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	2	4	5	3	100
Б ₂	3	2	5	4	400
Б ₃	4	3	4	2	500
Б ₄	4	7	3	2	700
Потребности	400	400	300	600	

Вариант 8

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	8	3	6	4	70
Б ₂	1	4	2	7	70
Б ₃	6	9	9	8	20
Б ₄	2	1	5	2	70
Потребности	40	70	50	70	

Вариант 9

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	4	8	1	6	70
Б ₂	3	5	3	4	80
Б ₃	2	6	4	3	90
Б ₄	1	4	5	3	80
Потребности	60	40	120	100	

Вариант 10

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	10	15	16	12	100
Б ₂	8	10	9	11	150
Б ₃	14	13	12	10	100
Б ₄	12	14	16	13	50
Потребности	150	125	75	50	

Вариант 11

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	5	4	3	4	160
Б ₂	3	2	5	5	140
Б ₃	1	6	3	2	60
Потребности	80	80	60	80	

Вариант 12

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	4	2	3	1	80
Б ₂	6	3	5	6	140
Б ₃	3	2	6	3	70
Потребности	80	50	50	70	

Вариант 13

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	6	7	3	5	100
Б ₂	1	2	5	6	150
Б ₃	8	10	20	1	50
Потребности	75	80	60	85	

Вариант 14

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	8	1	9	7	110
Б ₂	4	6	2	12	190
Б ₃	3	5	8	9	90
Потребности	80	60	170	80	

Вариант 15

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	9	7	5	3	175
Б ₂	1	2	4	6	125
Б ₃	8	10	12	1	140
Потребности	180	110	60	40	

Вариант 16

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	4	3	2	7	40
Б ₂	3	1	5	1	20
Б ₃	2	3	4	5	30
Б ₄	3	2	1	4	70
Потребности	40	60	40	20	

Вариант 17

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	Запасы
Б ₁	8	6	1	40
Б ₂	6	3	4	90
Б ₃	6	2	6	40
Б ₄	9	7	7	70
Потребности	40	60	40	

Вариант 18

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	Запасы
Б ₁	5	4	4	120
Б ₂	5	3	5	20
Б ₃	3	6	4	60
Б ₄	2	7	6	60
Потребности	30	140	90	

Вариант 19

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	7	3	6	4	110
Б ₂	1	3	2	5	80
Б ₃	6	8	9	8	60
Б ₄	2	1	5	2	90
Потребности	30	90	90	130	

Вариант 20

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	Запасы
Б ₁	1	3	5	20
Б ₂	2	2	4	40
Б ₃	3	1	2	60
Потребности	25	50	75	

Вариант 21

Предприятия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	11	20	3	9	150
Б ₂	12	14	4	12	190
Б ₃	18	25	11	18	150
Потребности	80	110	60	130	

Вариант 22

Предприятия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	4	8	2	3	50
Б ₂	7	10	10	4	60
Б ₃	8	9	3	5	50
Б ₄	12	10	4	6	20
Потребности	60	30	40	50	

Вариант 23

Предприятия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	2	3	3	4	2	25
Б ₂	1	2	3	3	2	20
Б ₃	4	4	5	3	2	35
Б ₄	5	7	4	6	4	10
Потребности	20	20	15	20	15	

Вариант 24

Предприятия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	6	2	4	1	15
Б ₂	3	1	5	6	20
Б ₃	2	8	5	3	25
Потребности	15	15	20	10	

Вариант 25

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	4	3	5	1	80
Б ₂	2	1	3	2	40
Б ₃	4	3	2	5	30
Потребности	20	40	60	30	

Вариант 26

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	2	4	5	3	100
Б ₂	3	2	5	4	400
Б ₃	4	3	4	2	500
Б ₄	4	7	3	2	700
Потребности	400	400	300	600	

Вариант 27

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	8	3	6	4	70
Б ₂	1	4	2	7	70
Б ₃	6	9	9	8	20
Б ₄	2	1	5	2	70
Потребности	40	70	50	70	

Вариант 28

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	9	5	10	7	70
Б ₂	11	8	9	6	80
Б ₃	7	6	5	4	90
Б ₄	6	4	3	2	100
Потребности	150	40	110	50	

Вариант 29

Предприятия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	5	4	3	2	100
Б ₂	2	3	5	6	60
Б ₃	3	2	4	3	80
Б ₄	4	1	2	4	160
Потребности	100	140	100	60	

Вариант 30

Предприятия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	Запасы
Б ₁	7	8	1	2	160
Б ₂	4	5	9	8	140
Б ₃	9	2	3	6	170
Потребности	120	50	190	110	

Варианты контрольных работ**Вариант 1**

Предприятия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	1	5	7	9	3	10
Б ₂	4	6	4	7	13	20
Б ₃	1	5	3	4	9	10
Б ₄	2	4	2	10	3	30
Б ₅	3	2	5	6	4	10
Потребности	10	10	25	25	30	

Вариант 2

Предприятия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	4	3	5	2	3	100
Б ₂	7	1	2	3	1	200
Б ₃	9	2	4	5	6	300
Б ₄	1	3	6	4	10	100
Б ₅	5	8	15	6	15	200
Потребности	100	200	200	300	200	

Вариант 3

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	1	7	12	2	5	200
Б ₂	2	3	8	4	7	100
Б ₃	3	5	4	6	9	200
Б ₄	4	4	3	8	2	400
Б ₅	5	3	7	10	1	400
Потребности	200	400	100	200	100	

Вариант 4

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	2	5	5	6	7	10
Б ₂	4	3	4	4	3	5
Б ₃	5	2	3	6	2	5
Б ₄	3	6	5	7	8	10
Б ₅	1	9	7	6	4	15
Потребности	5	10	15	15	15	

Вариант 5

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	3	1	3	4	3	10
Б ₂	5	1	2	2	6	30
Б ₃	2	3	4	1	1	60
Б ₄	6	2	5	3	2	10
Б ₅	3	7	4	4	1	60
Потребности	10	30	30	30	40	

Вариант 6

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	4	5	2	4	3	20
Б ₂	3	1	3	5	2	40
Б ₃	2	7	6	8	6	80
Б ₄	3	3	1	4	9	40
Б ₅	1	6	9	2	7	20
Потребности	20	20	40	40	40	40

Вариант 7

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	1	3	4	1	3	100
Б ₂	5	4	5	7	5	200
Б ₃	4	9	5	10	9	400
Б ₄	7	7	5	8	13	200
Б ₅	12	10	8	11	6	100
Потребности	100	200	200	300	400	

Вариант 8

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	4	6	3	4	1	300
Б ₂	7	3	5	2	2	200
Б ₃	5	3	2	4	4	100
Б ₄	2	3	4	6	5	100
Б ₅	1	4	4	3	3	200
Потребности	200	200	300	300	100	

Вариант 9

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	1	6	9	3	4	200
Б ₂	3	2	2	4	5	400
Б ₃	4	5	4	7	6	600
Б ₄	1	4	3	9	8	200
Б ₅	7	9	7	1	9	200
Потребности	200	400	400	300	500	

Вариант 10

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	1	4	7	2	4	150
Б ₂	3	6	3	9	6	300
Б ₃	4	8	12	2	5	250
Б ₄	1	5	9	12	7	150
Б ₅	2	3	4	6	5	200
Потребности	150	200	200	400	200	

Вариант 11

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	3	3	4	2	3	20
Б ₂	1	2	1	5	3	40
Б ₃	4	8	2	9	12	60
Б ₄	5	7	9	6	5	40
Б ₅	10	14	17	7	6	20
Потребности	40	60	40	60	20	

Вариант 12

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	3	4	3	1	5	300
Б ₂	2	3	5	6	8	200
Б ₃	1	2	3	3	4	100
Б ₄	4	5	7	9	9	200
Б ₅	5	6	8	4	7	300
Потребности	300	200	300	100	400	

Вариант 13

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	1	1	3	4	5	20
Б ₂	2	3	4	2	6	10
Б ₃	1	1	4	7	8	20
Б ₄	5	6	3	4	7	30
Б ₅	4	5	7	6	4	10
Потребности	20	20	40	10	30	

Вариант 14

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	1	3	4	2	5	200
Б ₂	1	2	4	1	7	200
Б ₃	3	4	5	9	9	300
Б ₄	6	3	7	6	8	300
Б ₅	5	6	7	3	4	100
Потребности	200	300	400	200	300	

Вариант 15

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	2	1	3	1	5	150
Б ₂	8	3	7	4	6	250
Б ₃	6	4	9	3	4	250
Б ₄	5	2	4	2	3	150
Б ₅	4	6	2	3	4	150
Потребности	300	150	300	150	250	

Вариант 16

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	3	4	6	5	13	50
Б ₂	6	3	7	6	10	50
Б ₃	10	5	2	2	6	100
Б ₄	9	4	4	9	5	150
Б ₅	3	2	4	2	3	100
Потребности	50	50	100	100	50	

Вариант 17

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	5	2	1	6	4	200
Б ₂	6	2	4	4	6	300
Б ₃	9	2	3	7	5	200
Б ₄	7	3	5	8	7	200
Б ₅	3	2	4	2	3	100
Потребности	200	200	400	200	100	

Вариант 18

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	3	4	5	4	1	50
Б ₂	1	2	7	1	5	100
Б ₃	4	6	6	3	7	150
Б ₄	2	7	4	7	2	100
Б ₅	3	8	9	4	5	200
Потребности	100	150	150	100	300	

Вариант 19

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	1	2	3	1	2	400
Б ₂	3	4	2	4	5	500
Б ₃	5	7	6	3	9	600
Б ₄	4	10	15	4	8	400
Б ₅	3	4	5	3	7	200
Потребности	400	600	500	400	500	

Вариант 20

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	3	4	5	4	6	50
Б ₂	1	5	7	1	5	100
Б ₃	4	6	6	3	4	150
Б ₄	2	7	4	7	2	100
Б ₅	1	9	6	3	2	100
Потребности	100	150	150	100	100	

Вариант 21

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	3	1	8	1	4	250
Б ₂	2	5	2	3	5	500
Б ₃	9	4	6	5	7	750
Б ₄	7	3	10	3	2	250
Б ₅	6	6	4	7	8	500
Потребности	500	250	500	750	500	

Вариант 22

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	1	3	4	5	1	300
Б ₂	9	5	2	4	8	600
Б ₃	3	4	5	4	3	900
Б ₄	5	7	2	6	6	600
Б ₅	1	4	3	7	8	300
Потребности	300	900	600	900	300	

Вариант 23

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	2	3	4	5	1	100
Б ₂	2	4	2	6	7	200
Б ₃	6	5	4	5	4	300
Б ₄	4	6	7	6	9	400
Б ₅	5	7	6	9	8	400
Потребности	200	300	200	300	100	

Вариант 24

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	4	5	6	10	9	50
Б ₂	6	3	8	4	3	100
Б ₃	5	1	3	1	7	150
Б ₄	7	2	4	2	3	150
Б ₅	1	5	7	8	4	100
Потребности	50	150	200	150	100	

Вариант 25

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	1	5	1	1	5	200
Б ₂	4	2	6	7	9	300
Б ₃	3	4	5	6	5	100
Б ₄	4	2	3	3	6	300
Б ₅	6	2	3	5	4	300
Потребности	200	300	200	200	100	

Вариант 26

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	2	3	4	2	5	100
Б ₂	3	1	1	3	1	200
Б ₃	4	3	3	5	4	300
Б ₄	5	1	2	6	7	200
Б ₅	2	9	8	7	6	100
Потребности	100	200	200	100	200	

Вариант 27

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	2	2	3	1	2	200
Б ₂	1	2	3	4	5	100
Б ₃	4	3	6	5	8	200
Б ₄	1	2	3	7	5	100
Б ₅	4	3	5	7	6	200
Потребности	200	200	400	100	100	

Вариант 28

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	1	4	5	6	1	50
Б ₂	2	2	2	5	5	100
Б ₃	3	6	8	3	4	150
Б ₄	4	7	9	4	8	200
Б ₅	5	2	2	7	9	100
Потребности	50	100	100	200	200	

Вариант 29

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	1	2	3	4	8	300
Б ₂	4	5	6	2	6	200
Б ₃	1	1	3	4	5	100
Б ₄	3	3	2	2	7	200
Б ₅	5	6	7	8	10	300
Потребности	100	100	200	200	300	

Вариант 30

Предприя- тия Базы	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	Запасы
Б ₁	4	2	2	5	3	300
Б ₂	3	3	4	5	5	600
Б ₃	1	2	3	4	6	100
Б ₄	2	6	1	1	8	300
Б ₅	3	4	5	5	9	600
Потребности	100	300	300	300	600	

4. ЗАДАЧА О НАЗНАЧЕНИЯХ

Задания для самостоятельной работы

Решить задачу о назначениях на максимум и минимум.

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6
5 3 2 6 7 4 7 7 2 4 5 3 5 7 6 3	6 5 2 3 3 7 3 2 6 5 3 2 6 3 5 4	7 2 7 6 4 3 3 2 2 3 5 7 2 4 5 2	3 2 5 6 4 2 7 2 4 3 5 7 7 3 3 2	3 3 2 3 7 5 5 7 4 4 7 2 5 7 6 7	4 3 2 6 3 7 3 7 5 5 6 7 6 4 5 3
Вариант 7	Вариант 8	Вариант 9	Вариант 10	Вариант 11	Вариант 12
6 4 6 4 4 7 3 2 4 4 6 5 3 2 6 4	2 5 3 6 6 5 2 4 6 6 4 7 2 2 7 4	4 5 5 5 6 6 4 3 5 6 7 6 2 6 4 3	2 5 4 7 3 3 5 4 5 7 3 4 3 4 6 2	3 2 7 7 5 5 7 4 4 3 3 7 3 7 4 7	4 5 4 3 7 6 2 3 7 5 3 2 2 5 3 3
Вариант 13	Вариант 14	Вариант 15	Вариант 16	Вариант 17	Вариант 18
4 5 3 5 2 3 7 3 4 7 5 2 6 3 5 5	7 4 7 3 5 5 5 5 6 2 4 3 4 7 6 4	3 6 7 6 2 7 5 3 2 4 4 4 5 5 3 2	5 2 2 5 7 5 6 2 4 6 6 3 5 5 2 2	4 7 6 4 6 3 7 4 7 6 4 4 7 7 7 3	6 4 5 2 3 4 2 3 2 3 3 5 7 4 7 4
Вариант 19	Вариант 20	Вариант 21	Вариант 22	Вариант 23	Вариант 24
2 5 4 6 4 6 5 4 6 6 6 3 7 3 5 6	7 4 4 5 5 5 3 7 5 2 7 2 4 4 5 3	5 7 6 3 5 3 3 5 5 7 5 6 3 5 3 4	4 4 5 3 6 4 6 2 6 6 4 6 3 5 5 6	7 5 4 3 3 5 2 2 3 7 4 3 3 7 5 5	2 4 4 6 4 2 6 6 5 4 2 4 2 7 4 2
Вариант 25	Вариант 26	Вариант 27	Вариант 28	Вариант 29	Вариант 30
4 3 4 4 7 7 7 5 5 4 5 4 2 5 2 3	3 3 6 5 3 6 5 4 5 2 6 4 2 2 3 5	2 4 3 5 3 5 5 4 2 2 3 2 6 5 5 3	3 2 5 6 6 3 7 4 5 2 2 6 6 3 5 5	2 5 3 7 2 7 6 3 4 7 3 4 7 4 5 2	6 7 6 3 7 2 2 7 2 6 2 2 3 5 3 2

Варианты контрольных работ

Решить задачу о назначениях на максимум и минимум.

Вариант 1

2	6	8	11	6	8	10
12	1	1	15	4	12	6
14	11	4	1	9	4	15
12	9	15	10	15	14	4
14	14	15	10	6	4	12
1	5	11	9	8	1	4
4	1	3	10	1	2	7

Вариант 2

10	13	14	13	5	13	6
2	10	12	11	2	8	11
11	3	13	15	12	2	12
11	12	5	15	3	1	6
8	1	6	15	7	9	2
3	4	2	4	14	8	4
5	6	5	13	1	2	9

Вариант 3

12	9	5	2	11	10	2
4	8	6	14	15	15	15
5	9	3	3	15	8	9
11	9	14	15	4	14	2
14	14	2	2	4	10	15
15	1	12	7	7	11	3
13	9	11	3	14	11	1

Вариант 4

11	15	4	6	2	10	9
4	13	8	1	11	10	15
7	14	11	11	4	8	14
2	15	15	14	10	2	8
1	7	1	9	12	12	11
10	5	2	5	6	1	9
8	5	4	6	7	4	6

Вариант 5

4	15	8	14	4	5	12
2	10	14	8	6	7	14
13	1	10	6	9	8	10
3	8	15	3	1	9	2
12	8	12	5	15	5	12
11	10	7	3	13	3	9
12	7	5	1	9	10	4

Вариант 6

10	3	1	8	3	10	12
15	8	12	6	2	9	14
11	14	1	10	12	14	10
7	15	13	14	2	14	10
1	4	4	11	10	13	12
14	14	8	8	14	7	7
10	11	4	5	9	10	1

Вариант 7

12	1	7	3	1	4	3
9	5	14	4	3	4	9
8	7	1	13	9	5	10
8	14	6	5	14	3	12
15	13	2	2	8	3	8
10	5	12	3	14	11	15
8	3	14	6	5	3	7

Вариант 8

10	14	10	3	15	7	11
15	1	8	13	6	11	1
1	15	10	1	13	7	14
1	7	3	11	1	4	3
5	15	2	14	5	7	5
1	1	7	13	8	13	7
2	15	12	2	8	11	15

Вариант 9

1	11	4	14	3	6	6
11	4	1	5	3	12	14
2	3	2	6	4	3	6
2	4	8	11	10	5	4
14	15	4	5	4	5	7
14	3	8	13	11	2	4
11	8	2	4	5	1	4

Вариант 10

11	6	7	11	1	2	5
8	4	5	7	6	2	1
1	7	11	6	2	13	13
6	2	13	13	1	1	1
12	8	7	5	3	15	7
6	4	3	2	3	15	4
12	15	4	8	10	13	11

Вариант 11

11	15	3	10	14	9	6
15	4	9	13	12	6	11
8	13	7	13	14	10	10
12	6	1	3	11	14	8
13	9	5	2	5	15	12
9	6	2	2	2	10	10
15	12	5	9	10	9	6

Вариант 12

11	2	6	3	8	14	15
3	11	13	12	1	14	4
1	5	4	3	8	12	13
13	5	8	7	11	6	12
8	1	12	4	15	6	2
7	2	10	10	5	14	12
10	12	14	7	3	15	1

Вариант 13

11	2	6	3	7	13	12
15	2	2	7	8	4	14
10	2	4	4	8	2	8
1	14	8	5	11	8	6
7	4	10	11	11	11	6
15	7	15	7	6	2	9
5	14	12	12	5	4	10

Вариант 14

9	9	7	1	2	6	8
6	8	1	3	11	9	8
11	2	12	4	2	13	15
11	6	12	8	10	15	14
13	12	8	11	3	10	11
4	3	2	8	14	12	8
11	7	8	4	6	1	11

Вариант 15

9	6	3	5	7	7	10
14	11	13	5	12	1	5
12	8	14	2	8	5	13
5	10	4	11	11	5	6
15	5	4	11	11	6	12
4	8	11	6	10	11	4
2	1	10	5	10	4	1

Вариант 16

11	10	10	14	1	9	1
11	15	1	8	11	9	8
1	15	1	15	1	13	12
1	1	7	12	9	1	10
10	6	5	11	8	3	2
4	5	13	10	15	6	11
15	8	9	1	15	2	15

Вариант 17

13	5	7	3	9	5	4
8	13	11	14	13	14	7
15	1	7	3	2	13	1
3	11	13	11	8	10	14
7	12	5	9	14	8	6
14	8	13	9	2	14	9
11	2	1	10	13	6	5

Вариант 18

6	15	13	15	12	10	1
3	14	6	6	5	1	8
9	5	2	8	9	1	1
10	5	13	13	15	1	2
3	13	3	8	11	12	7
7	1	10	11	13	3	4
6	14	13	15	6	11	8

Вариант 19

13	13	13	10	14	5	12
6	15	15	5	7	11	2
3	7	1	2	3	3	2
15	11	6	8	4	10	13
9	14	1	1	4	4	9
12	2	9	6	13	13	6
4	1	15	7	6	11	12

Вариант 20

2	3	13	1	1	3	13
8	12	12	10	12	1	8
10	6	7	13	14	14	5
8	1	2	10	12	3	7
8	2	7	8	2	3	7
8	5	10	13	2	2	10
4	3	9	1	12	3	5

Вариант 21

4	7	15	14	2	7	3
3	12	1	9	14	14	14
2	12	4	5	4	15	3
11	7	14	8	6	5	1
8	1	3	1	6	11	4
5	5	12	1	4	12	4
11	3	15	5	10	15	7

Вариант 22

9	1	15	3	3	2	6
14	13	14	2	13	13	2
1	15	9	14	5	3	4
3	14	7	15	7	11	8
9	3	15	5	1	6	7
14	6	4	10	11	12	14
2	3	8	11	5	9	10

Вариант 23

15	11	11	7	3	6	3
9	5	9	4	15	5	11
8	12	11	7	10	8	8
8	15	2	6	5	7	4
14	1	14	7	4	2	14
10	15	10	9	2	7	4
1	13	10	10	1	14	13

Вариант 24

6	10	9	1	3	8	5
2	6	6	2	1	14	5
2	1	7	3	15	2	11
2	2	7	9	2	12	1
13	13	10	9	9	3	14
7	3	5	11	4	3	9
3	9	12	14	10	10	14

Вариант 25

5	11	1	9	10	5	8
11	5	12	15	8	8	8
12	3	2	15	10	8	1
8	6	4	7	14	1	15
6	3	14	7	9	13	14
10	4	12	14	5	3	1
3	14	11	6	11	12	11

Вариант 26

1	7	10	2	4	2	5
4	7	3	5	11	13	7
9	2	2	4	13	15	11
2	5	13	10	3	5	1
4	8	11	7	15	6	9
4	13	1	13	3	15	3
5	7	5	1	15	11	3

Вариант 27

14	4	5	10	2	7	13
11	14	5	3	9	12	8
6	5	13	11	14	5	15
3	4	2	6	12	15	14
6	4	8	1	8	14	11
2	1	3	12	13	6	9
10	14	7	4	2	10	13

Вариант 28

7	10	14	3	7	1	6
1	14	3	11	12	3	6
13	15	14	8	8	12	3
1	14	9	7	10	3	15
13	8	2	10	1	13	2
9	4	14	4	2	1	1
9	3	12	13	7	1	10

Вариант 29

4	3	13	7	6	13	3
12	14	13	10	5	2	10
4	13	7	7	8	6	7
11	6	3	6	8	3	11
1	6	15	13	11	7	13
15	7	13	13	2	14	1
5	11	1	12	9	2	2

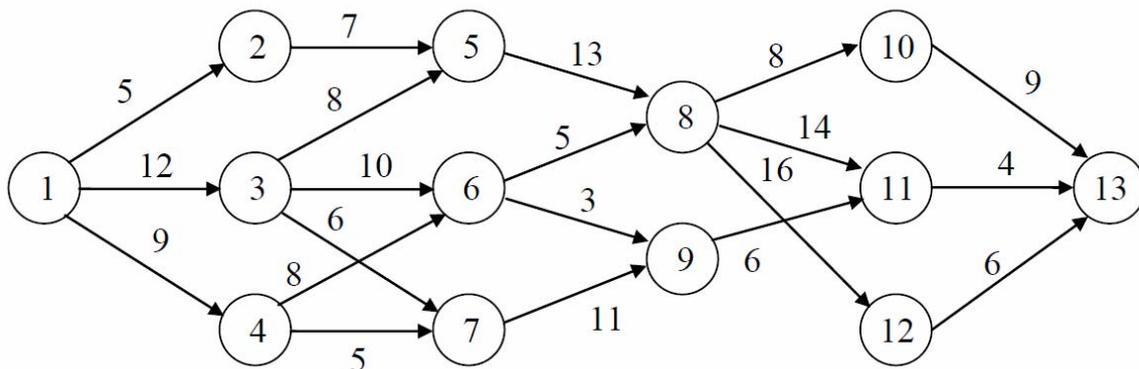
Вариант 30

7	12	5	14	9	9	6
3	5	11	2	14	11	14
11	13	15	5	14	15	1
1	1	13	3	7	9	3
7	10	11	15	8	12	9
6	14	10	12	10	3	9
1	15	9	1	11	7	15

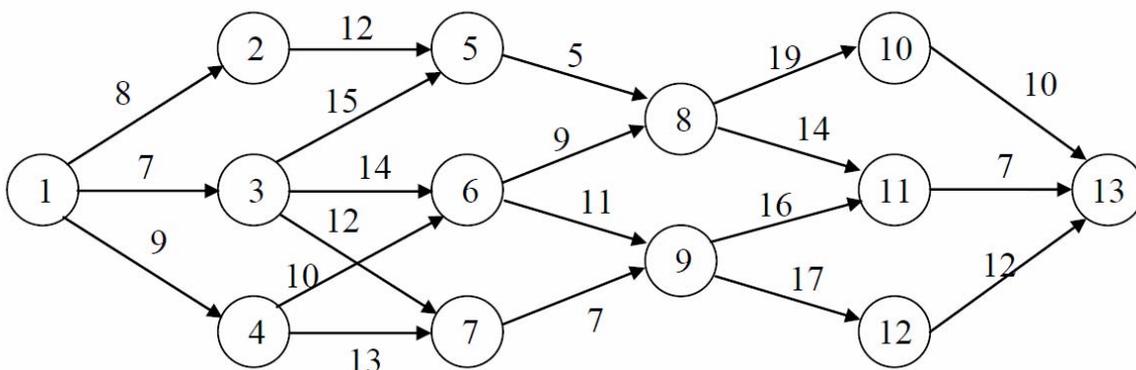
5. ЗАДАЧА О КРАТЧАЙШЕМ ПУТИ

Задания для самостоятельной работы

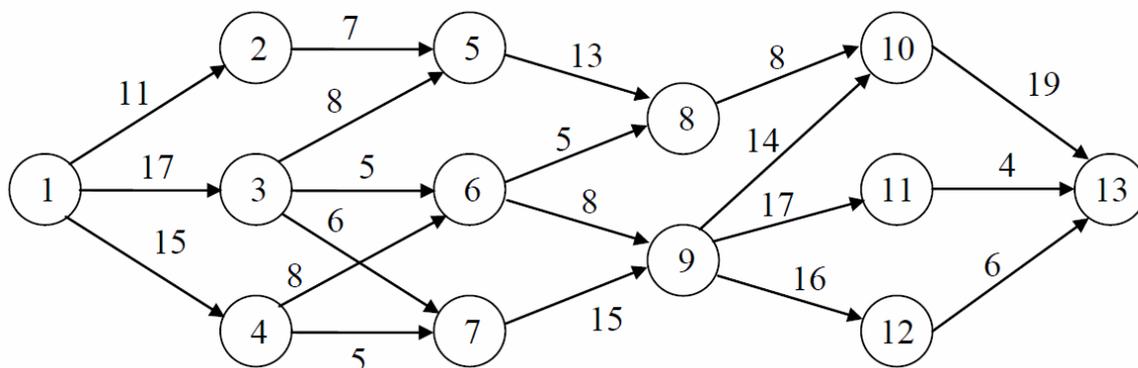
Вариант 1



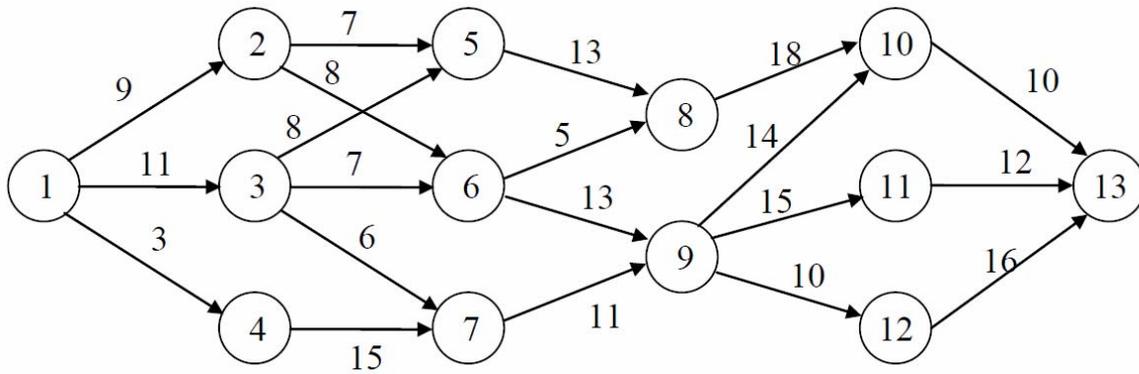
Вариант 2



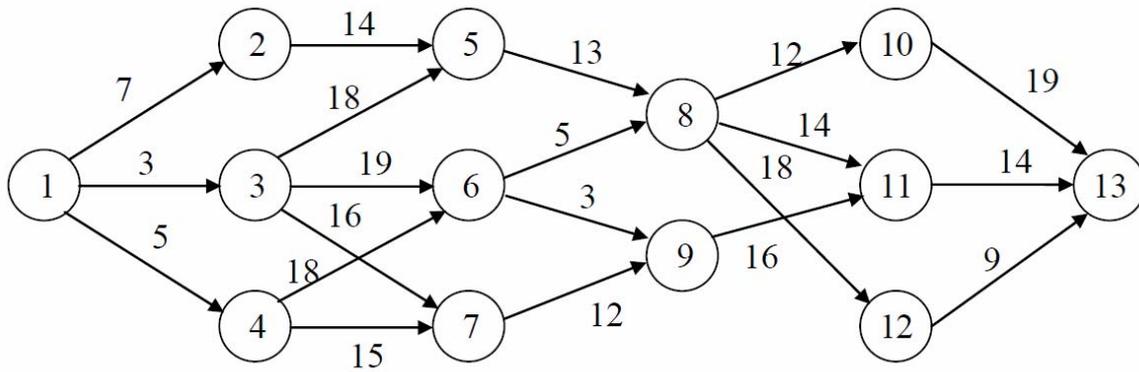
Вариант 3



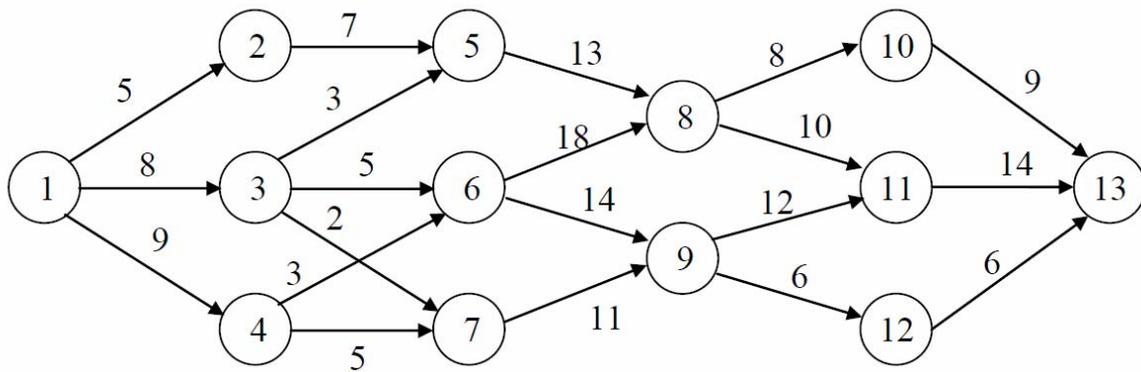
Вариант 4



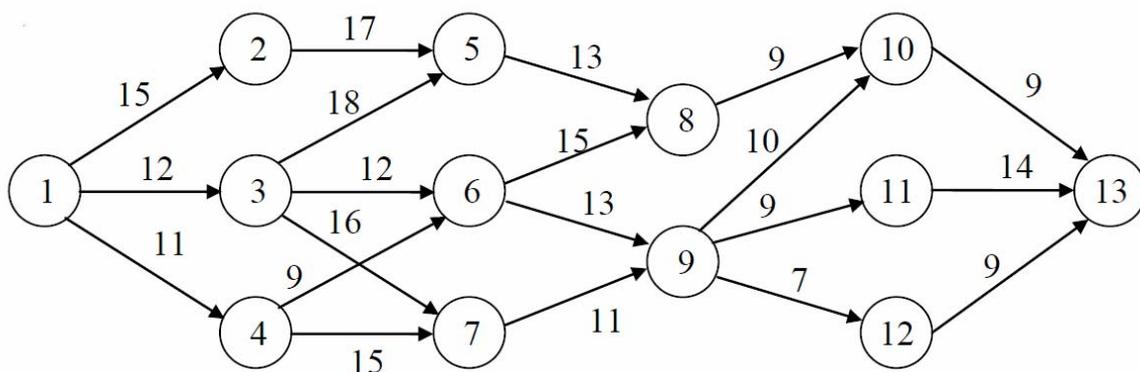
Вариант 5



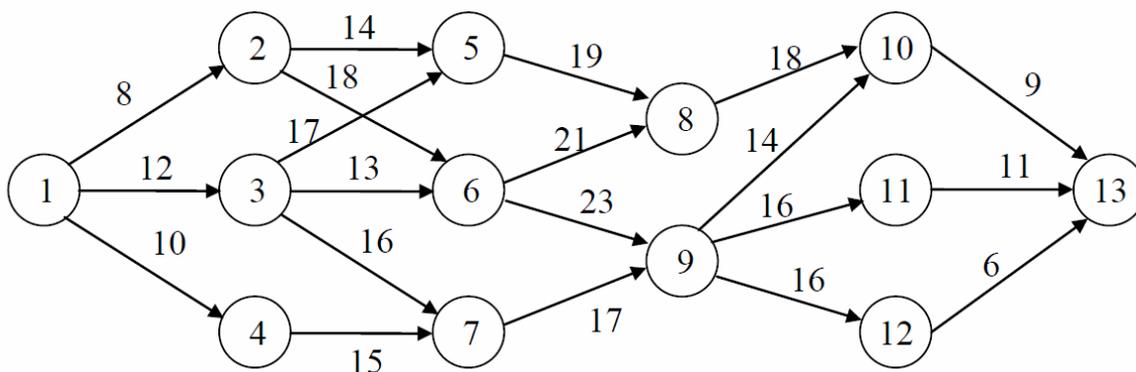
Вариант 6



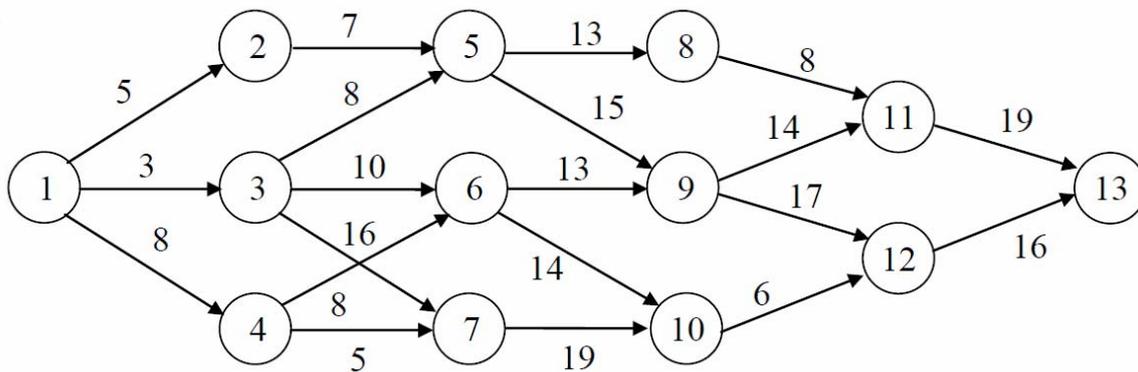
Вариант 7



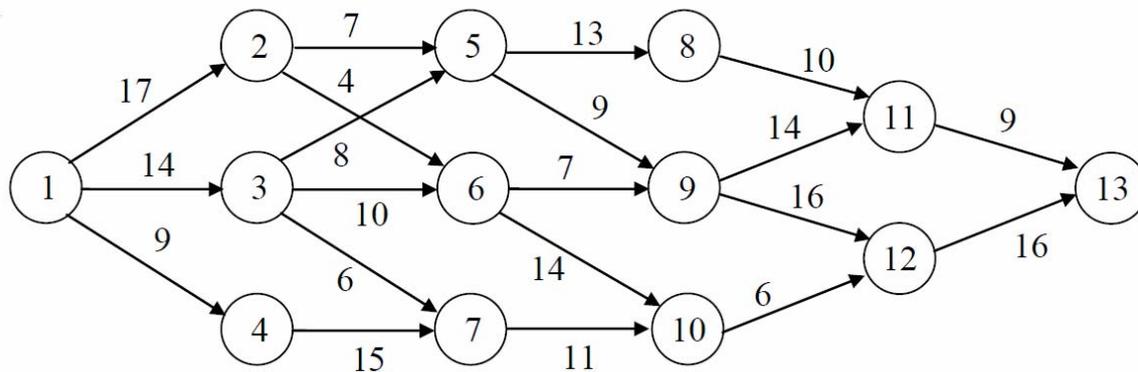
Вариант 8



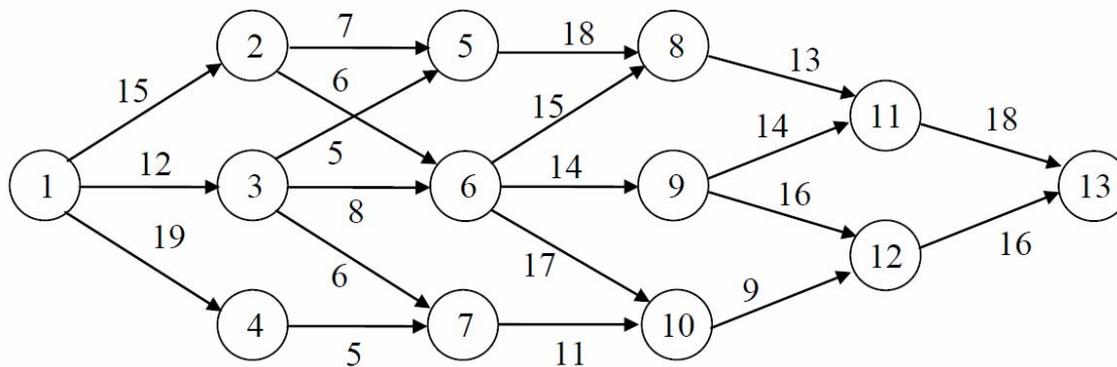
Вариант 9



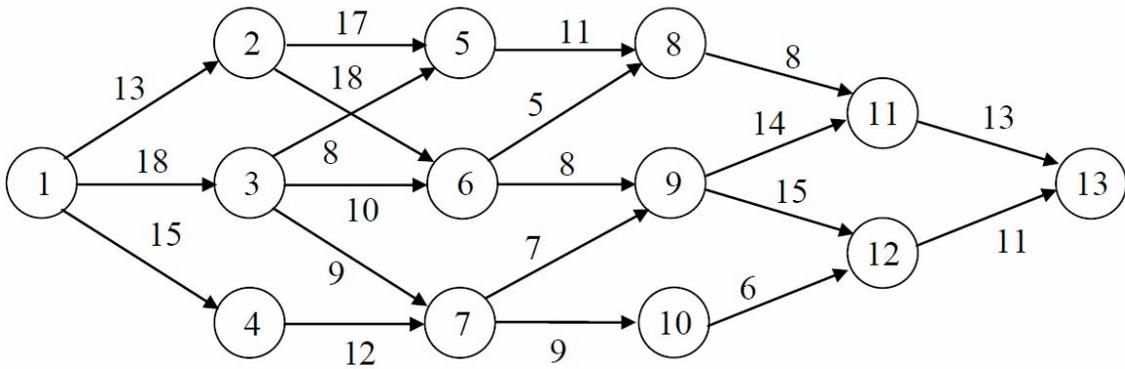
Вариант 10



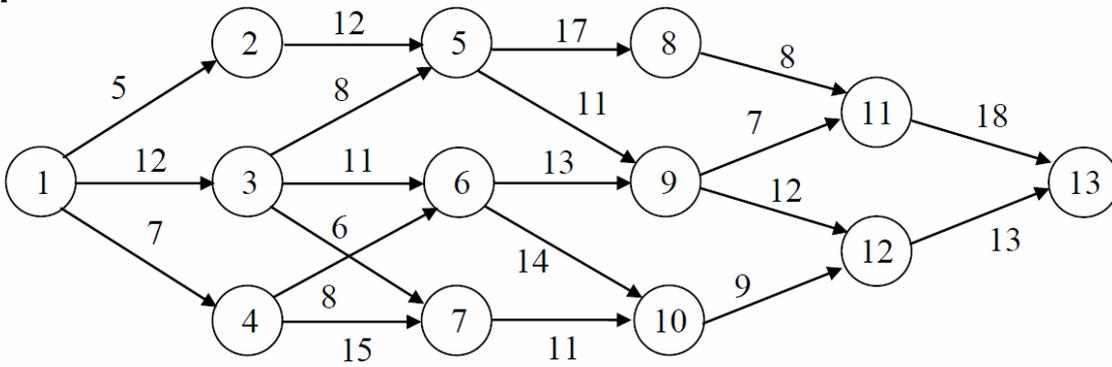
Вариант 11



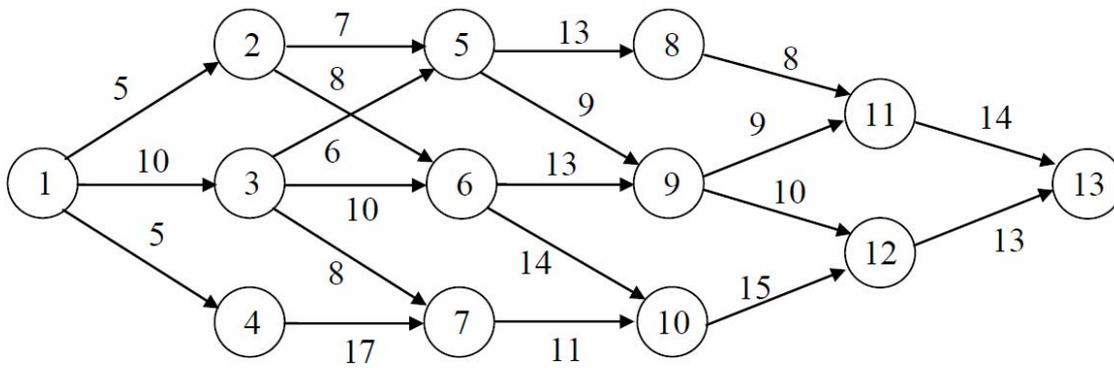
Вариант 12



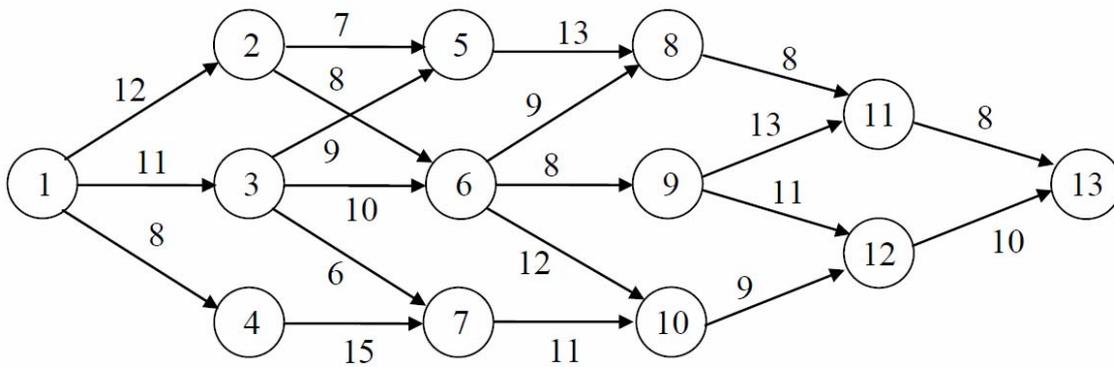
Вариант 13



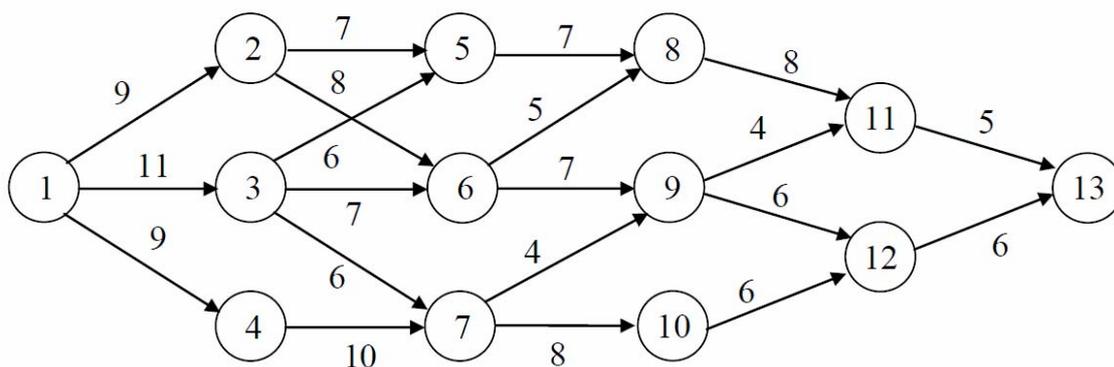
Вариант 14



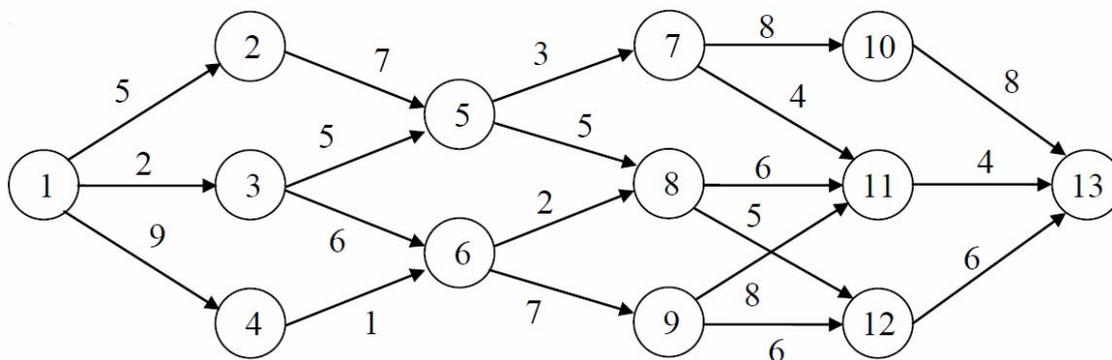
Вариант 15



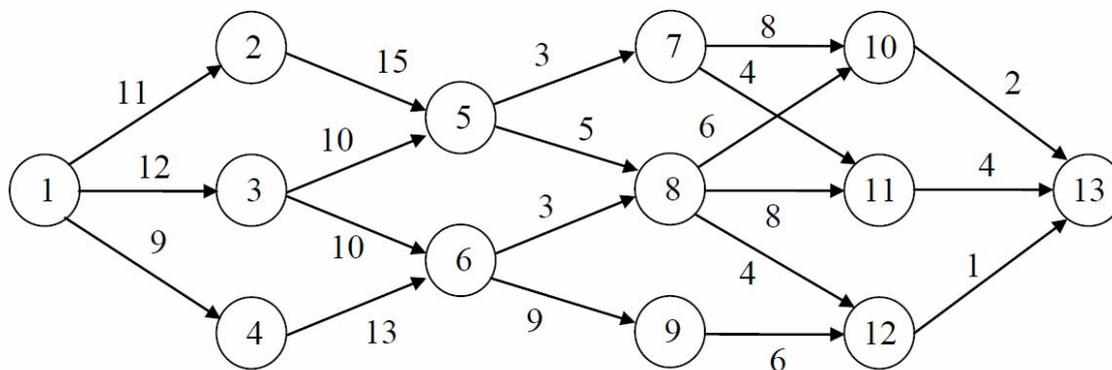
Вариант 16



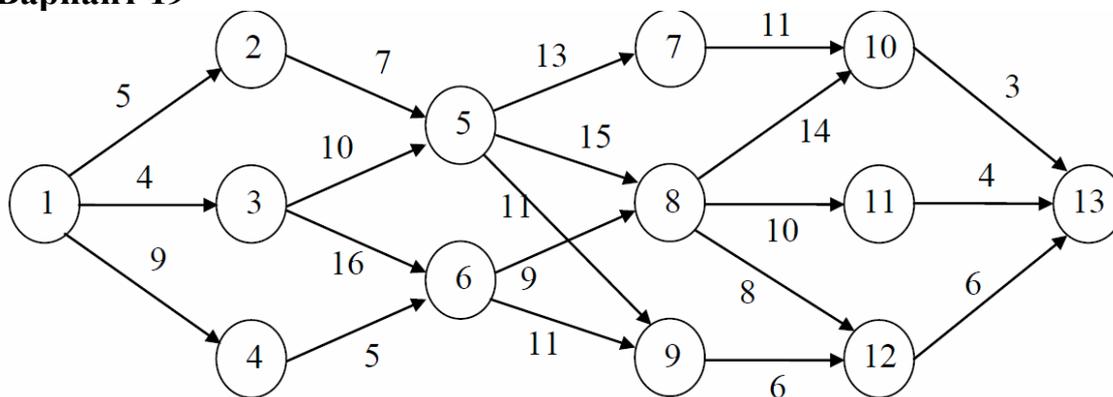
Вариант 17



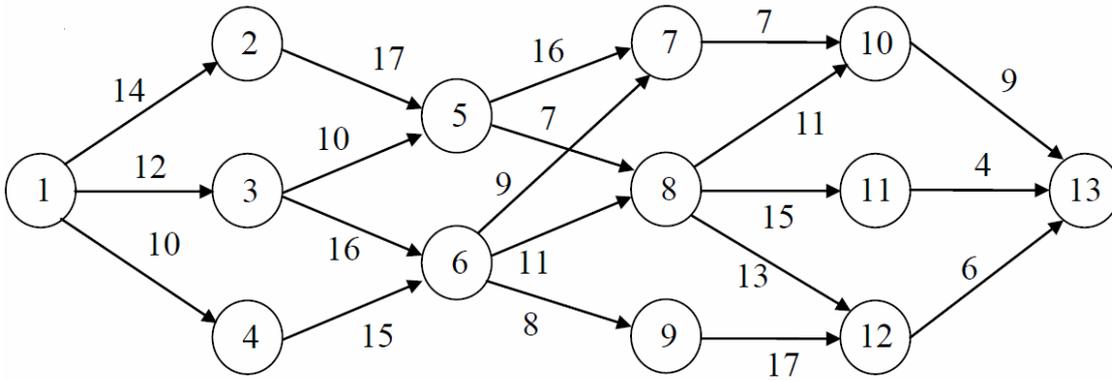
Вариант 18



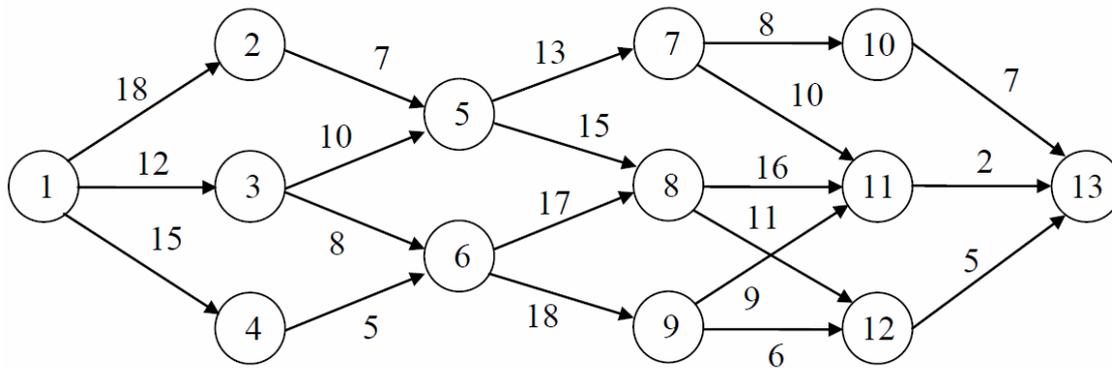
Вариант 19



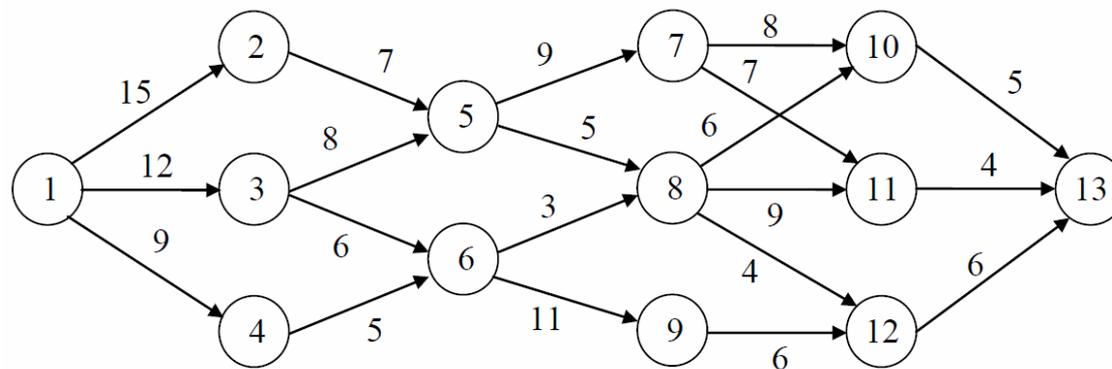
Вариант 20



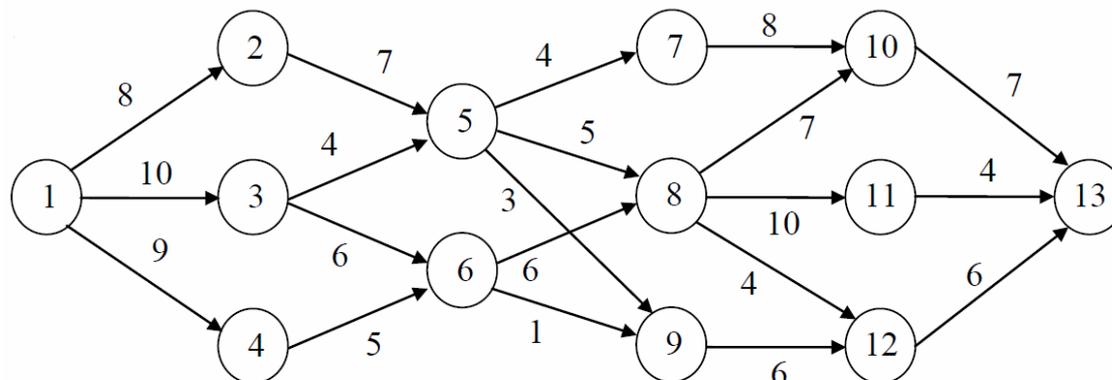
Вариант 21



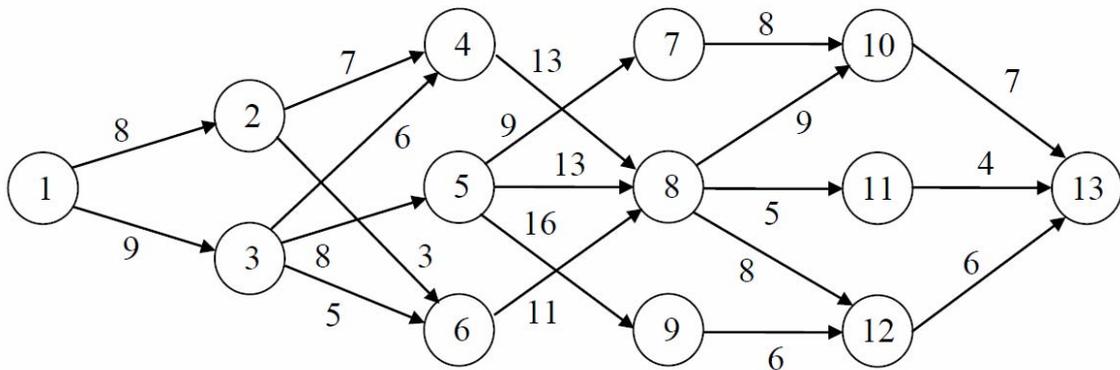
Вариант 22



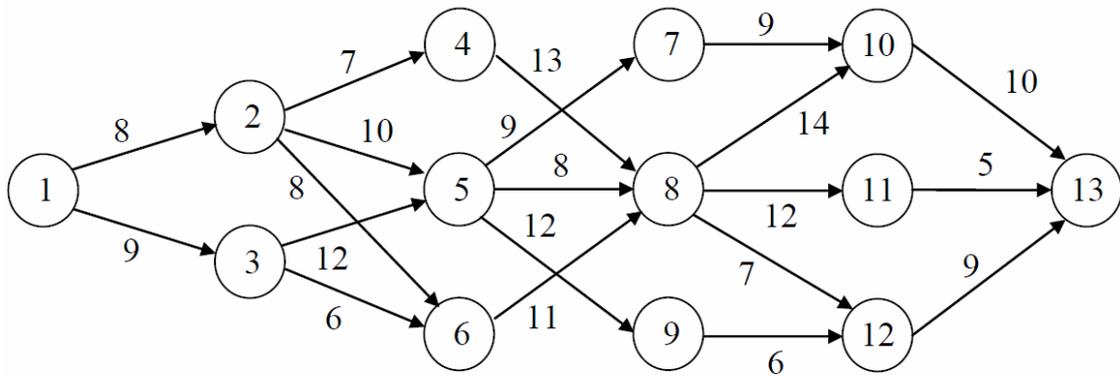
Вариант 23



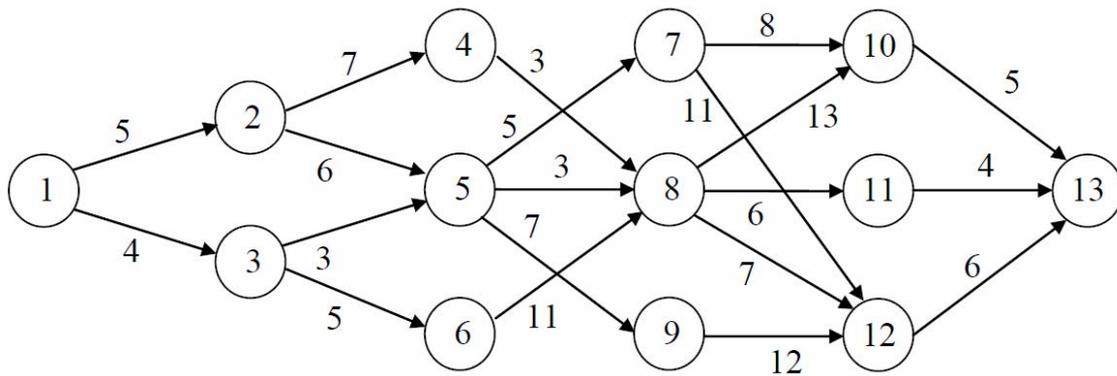
Вариант 24



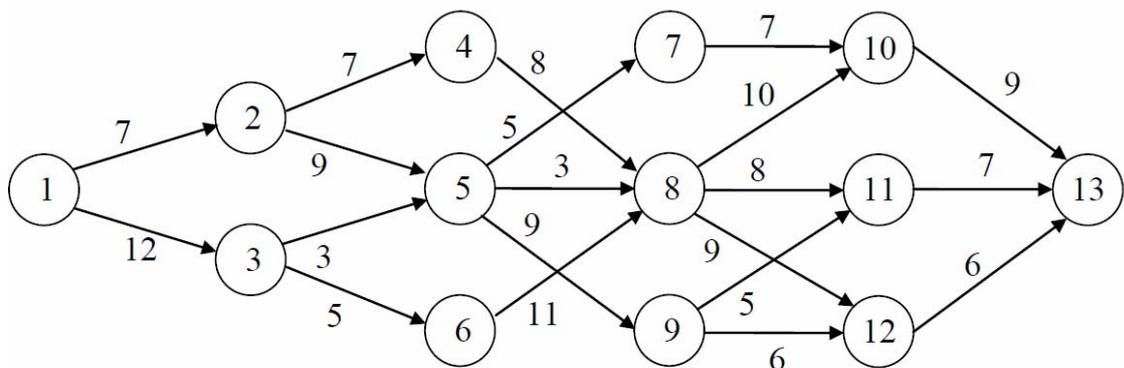
Вариант 25



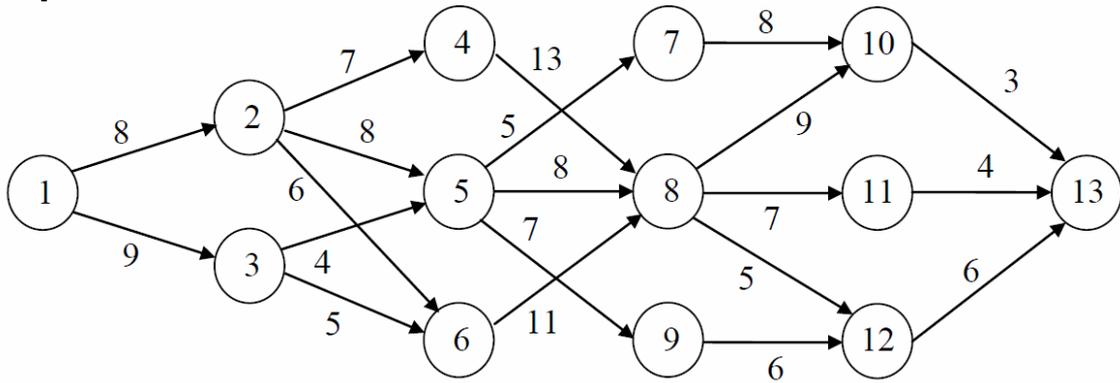
Вариант 26



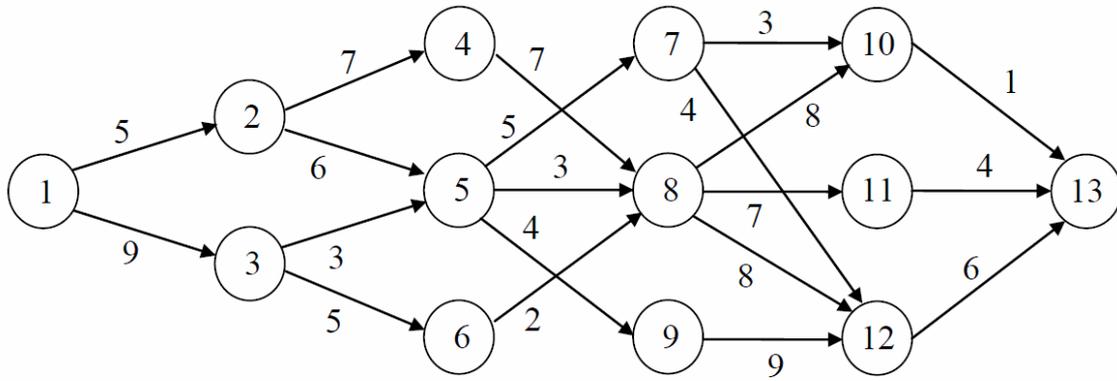
Вариант 27



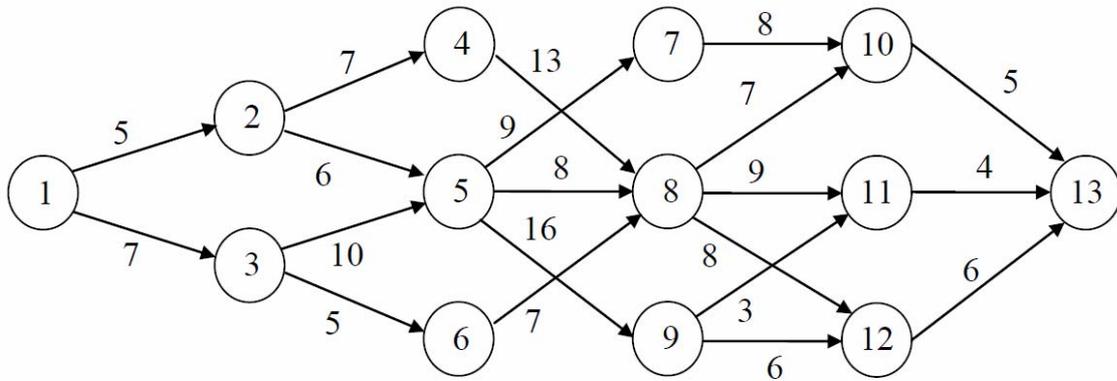
Вариант 28



Вариант 29



Вариант 30



Варианты контрольных работ

Вариант 1

o 6 o 5 o 5 o 2 o
5 3 6 6 6
o 2 o 7 o 4 o 7 o
4 6 7 2 4
o 5 o 2 o 4 o 5 o
6 5 3 5 3
o 6 o 5 o 7 o 6 o

Вариант 2

o 2 o 6 o 5 o 2 o
7 2 2 6 2
o 3 o 3 o 7 o 3 o
4 7 4 2 5
o 4 o 6 o 5 o 3 o
4 3 3 5 4
o 7 o 6 o 3 o 5 o

Вариант 3

o 5 o 7 o 2 o 7 o
6 7 5 4 5
o 5 o 4 o 3 o 3 o
4 4 2 7 4
o 4 o 2 o 3 o 5 o
4 4 5 2 5
o 5 o 2 o 4 o 5 o

Вариант 4

o 2 o 3 o 2 o 5 o
2 2 5 5 2
o 3 o 4 o 2 o 7 o
6 4 6 5 6
o 4 o 4 o 3 o 5 o
4 3 2 3 2
o 4 o 7 o 3 o 3 o

Вариант 5

o 6 o 3 o 3 o 2 o
3 4 4 4 7
o 5 o 7 o 5 o 5 o
6 3 2 4 2
o 7 o 4 o 4 o 7 o
5 2 3 2 4
o 5 o 5 o 7 o 6 o

Вариант 6

o 4 o 6 o 4 o 6 o
4 3 5 5 5
o 3 o 4 o 7 o 3 o
5 6 4 3 5
o 3 o 4 o 4 o 6 o
5 7 3 6 6
o 2 o 3 o 2 o 6 o

Вариант 7

o 2 o 2 o 5 o 3 o
3 6 5 4 6
o 4 o 6 o 5 o 2 o
7 2 6 4 3
o 7 o 6 o 6 o 4 o
6 4 3 4 2
o 5 o 2 o 2 o 7 o

Вариант 8

o 3 o 4 o 5 o 5 o
4 3 2 7 7
o 5 o 6 o 6 o 4 o
4 2 6 2 3
o 6 o 5 o 6 o 7 o
2 6 3 6 7
o 7 o 2 o 6 o 4 o

Вариант 9

0 5 0 2 0 5 0 4 0
 4 3 7 3 4
 0 3 0 3 0 3 0 5 0
 6 4 7 4 7
 0 5 0 5 0 7 0 3 0
 7 3 3 3 2
 0 6 0 3 0 4 0 6 0

Вариант 10

0 4 0 3 0 2 0 7 0
 6 6 5 3 2
 0 7 0 5 0 5 0 7 0
 5 7 3 2 6
 0 3 0 4 0 3 0 3 0
 4 5 5 2 2
 0 5 0 3 0 7 0 4 0

Вариант 11

0 3 0 4 0 5 0 3 0
 3 2 2 6 3
 0 7 0 2 0 3 0 7 0
 4 4 6 6 2
 0 2 0 4 0 7 0 5 0
 2 3 7 6 3
 0 2 0 6 0 3 0 5 0

Вариант 12

0 3 0 5 0 5 0 5 0
 4 4 4 2 3
 0 7 0 7 0 4 0 7 0
 7 7 6 3 6
 0 2 0 6 0 2 0 4 0
 4 2 3 5 3
 0 6 0 4 0 7 0 6 0

Вариант 13

0 5 0 3 0 6 0 7 0
 5 5 4 3 7
 0 3 0 2 0 7 0 5 0
 4 3 6 5 5
 0 6 0 2 0 4 0 4 0
 7 5 2 6 4
 0 7 0 5 0 5 0 3 0

Вариант 14

0 4 0 5 0 2 0 2 0
 5 6 4 3 5
 0 5 0 7 0 5 0 6 0
 3 6 4 2 3
 0 6 0 4 0 6 0 6 0
 7 6 2 4 5
 0 7 0 5 0 5 0 2 0

Вариант 15

0 5 0 2 0 5 0 4 0
 6 2 3 5 4
 0 3 0 4 0 6 0 5 0
 2 5 5 6 6
 0 6 0 6 0 6 0 3 0
 6 3 2 7 3
 0 3 0 7 0 3 0 5 0

Вариант 16

0 6 0 7 0 4 0 4 0
 6 3 5 3 5
 0 2 0 5 0 5 0 3 0
 2 7 4 4 6
 0 4 0 5 0 2 0 7 0
 4 6 5 4 4
 0 6 0 4 0 4 0 5 0

Вариант 17

0 7 0 5 0 7 0 6 0
 3 3 3 3 2
 0 4 0 5 0 3 0 3 0
 4 2 2 6 7
 0 6 0 5 0 7 0 5 0
 5 3 3 5 6
 0 6 0 3 0 5 0 3 0

Вариант 18

0 5 0 4 0 4 0 5 0
 5 2 2 2 4
 0 2 0 6 0 4 0 6 0
 5 4 4 3 7
 0 2 0 6 0 6 0 4 0
 4 6 3 7 4
 0 4 0 3 0 5 0 5 0

Вариант 19

o 2 o 7 o 5 o 4 o
 3 3 4 3 3
 o 4 o 3 o 5 o 2 o
 5 6 5 2 3
 o 4 O 3 o 7 o 4 o
 5 7 5 2 2
 o 5 o 3 o 7 o 5 o

Вариант 20

o 7 o 4 o 3 o 4 o
 2 6 6 7 7
 o 3 o 7 o 7 o 7 o
 6 3 7 5 4
 o 2 O 5 o 4 o 5 o
 5 7 2 2 4
 o 3 o 2 o 5 o 2 o

Вариант 21

o 3 o 3 o 3 o 6 o
 4 4 5 3 5
 o 7 o 3 o 6 o 5 o
 7 6 4 4 2
 o 7 O 5 o 2 o 6 o
 3 6 5 6 2
 o 4 o 2 o 2 o 3 o

Вариант 22

o 4 o 2 o 4 o 3 o
 4 4 7 3 4
 o 5 o 3 o 5 o 5 o
 4 2 4 7 5
 o 4 O 2 o 2 o 3 o
 2 2 6 2 6
 O 7 o 6 o 5 o 5 o

Вариант 23

o 4 o 3 o 2 o 5 o
 4 7 4 5 2
 o 3 o 6 o 3 o 7 o
 2 7 3 3 4
 o 3 O 5 o 2 o 2 o
 7 5 7 6 3
 O 7 o 6 o 3 o 5 o

Вариант 24

o 2 o 2 o 5 o 3 o
 2 2 7 4 4
 o 3 o 2 o 7 o 6 o
 7 2 7 7 5
 o 5 O 4 o 7 o 3 o
 7 2 2 5 5
 O 7 o 7 o 4 o 5 o

Вариант 25

o 4 o 4 o 3 o 2 o
 4 5 4 7 2
 o 6 o 3 o 7 o 3 o
 6 6 7 4 7
 o 5 O 5 o 6 o 7 o
 7 4 6 2 5
 O 7 o 6 o 4 o 5 o

Вариант 26

o 7 o 4 o 5 o 4 o
 7 7 7 6 2
 o 7 o 7 o 6 o 2 o
 5 5 6 7 3
 o 2 O 7 o 5 o 3 o
 7 3 4 3 5
 O 5 o 2 o 5 o 3 o

Вариант 27

o 4 o 6 o 4 o 5 o
 6 5 5 5 7
 o 2 o 3 o 4 o 2 o
 2 4 7 7 2
 o 6 O 2 o 3 o 3 o
 2 6 7 3 5
 O 5 o 7 o 4 o 7 o

Вариант 28

o 3 o 2 o 4 o 4 o
 5 6 5 2 3
 o 3 o 4 o 2 o 6 o
 3 6 4 5 3
 o 2 O 5 o 4 o 2 o
 5 6 5 7 6
 O 2 o 2 o 7 o 4 o

Вариант 29

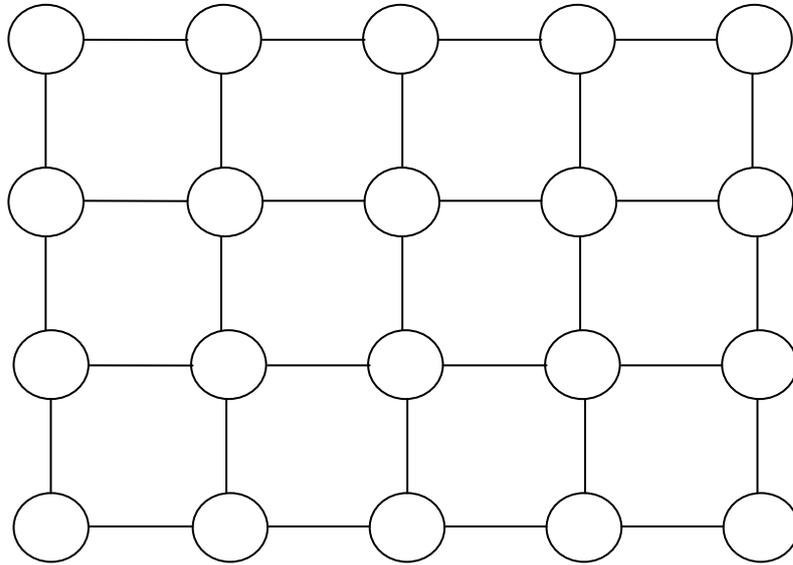
o 7 o 6 o 7 o 6 o
2 2 7 6 3
o 7 o 7 o 2 o 2 o
6 2 3 3 3
o 6 O 2 o 6 o 2 o
6 6 3 5 5
O 4 o 3 o 5 o 3 o

Вариант 30

o 6 o 4 o 7 o 6 o
4 4 4 4 3
o 3 o 6 o 3 o 7 o
2 6 4 6 7
o 4 O 7 o 6 o 4 o
2 5 5 7 3
O 3 o 7 o 7 o 7 o

6. СЕТЕВЫЕ ГРАФИКИ

Задания для самостоятельной работы



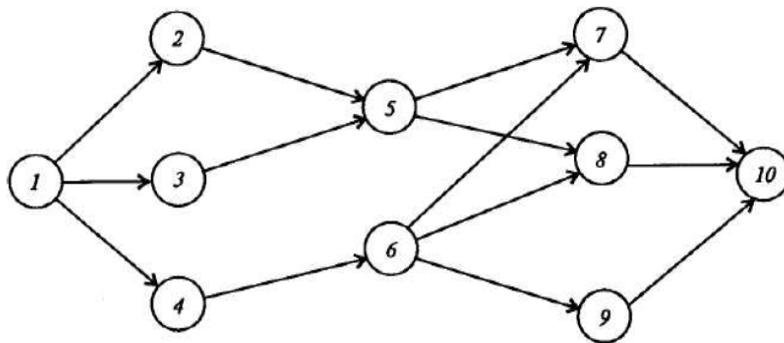
Задан комплекс из 20 работ в виде прямоугольника 4×5 . В матрицах задано время на выполнение каждой работы. Каждая работа может начинаться только после окончания работ, расположенных выше и левее данной. Найти

- минимальное время на выполнение всего комплекса;
- свободный и полный резерв для каждой работы;
- критический путь и все критические работы.

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4	Вариант 5
6 5 3 2 6	2 6 5 2 3	5 7 2 7 6	2 3 2 5 6	6 3 3 2 3
2 7 4 7 7	3 3 7 3 2	5 4 3 3 2	3 4 2 7 2	5 7 5 5 7
5 2 4 5 3	4 6 5 3 2	4 2 3 5 7	4 4 3 5 7	7 4 4 7 2
6 5 7 6 3	7 6 3 5 4	5 2 4 5 2	4 7 3 3 2	5 5 7 6 7
Вариант 6	Вариант 7	Вариант 8	Вариант 9	Вариант 10
4 6 4 6 4	2 2 5 3 6	3 4 5 5 5	5 2 5 4 7	4 3 2 7 7
3 4 7 3 2	4 6 5 2 4	5 6 6 4 3	3 3 3 5 4	7 5 5 7 4
3 4 4 6 5	7 6 6 4 7	6 5 6 7 6	5 5 7 3 4	3 4 3 3 7
2 3 2 6 4	5 2 2 7 4	7 2 6 4 3	6 3 4 6 2	5 3 7 4 7

Вариант 11	Вариант 12	Вариант 13	Вариант 14	Вариант 15
3 4 5 3 5 7 2 3 7 3 2 4 7 5 2 2 6 3 5 5	7 7 4 7 3 3 5 5 5 5 2 6 2 4 3 6 4 7 6 4	5 3 6 7 6 3 2 7 5 3 6 2 4 4 4 7 5 5 3 2	4 5 2 2 5 5 7 5 6 2 6 4 6 6 3 7 5 5 2 2	6 4 7 6 4 3 6 3 7 4 4 7 6 4 4 3 7 7 7 3
Вариант 16	Вариант 17	Вариант 18	Вариант 19	Вариант 20
5 2 5 4 6 3 4 6 5 4 6 6 6 6 3 3 7 3 5 6	6 7 4 4 5 2 5 5 3 7 4 5 2 7 2 6 4 4 5 3	7 5 7 6 3 4 5 3 3 5 6 5 7 5 6 6 3 5 3 4	5 4 4 5 3 2 6 4 6 2 2 6 6 4 6 4 3 5 5 6	2 7 5 4 3 4 3 5 2 2 4 3 7 4 3 5 3 7 5 5
Вариант 21	Вариант 22	Вариант 23	Вариант 24	Вариант 25
7 4 3 4 4 3 7 7 7 5 2 5 4 5 4 3 2 5 2 3	3 3 3 6 5 7 3 6 5 4 7 5 2 6 4 4 2 2 3 5	4 2 4 3 5 5 3 5 5 4 4 2 2 3 2 7 6 5 5 3	4 3 2 5 6 3 6 3 7 4 3 5 2 2 6 7 6 3 5 5	2 2 5 3 7 3 2 7 6 3 5 4 7 3 4 7 7 4 5 2
Вариант 26	Вариант 27	Вариант 28	Вариант 29	Вариант 30
4 4 3 2 6 6 3 7 3 7 3 5 5 6 7 7 6 4 5 3	7 4 5 4 3 7 7 6 2 3 2 7 5 3 2 5 2 5 3 3	4 6 4 5 2 2 3 4 2 3 6 2 3 3 5 5 7 4 7 4	3 2 4 4 6 3 4 2 6 6 2 5 4 2 4 2 2 7 4 2	7 6 7 6 3 7 7 2 2 7 6 2 6 2 2 4 3 5 3 2

Варианты контрольных работ



Вариант 1

T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(2,5)	T(3,5)	T(4,6)	T(5,7)
9	10	14	8	7	7	6
T(5,8)	T(6,7)	T(6,8)	T(6,9)	T(7,10)	T(8,10)	T(9,10)
10	7	6	4	9	5	11

Вариант 2

T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(2,5)	T(3,5)	T(4,6)	T(5,7)
8	11	13	7	6	8	7
T(5,8)	T(6,7)	T(6,8)	T(6,9)	T(7,10)	T(8,10)	T(9,10)
11	9	10	8	7	7	5

Вариант 3

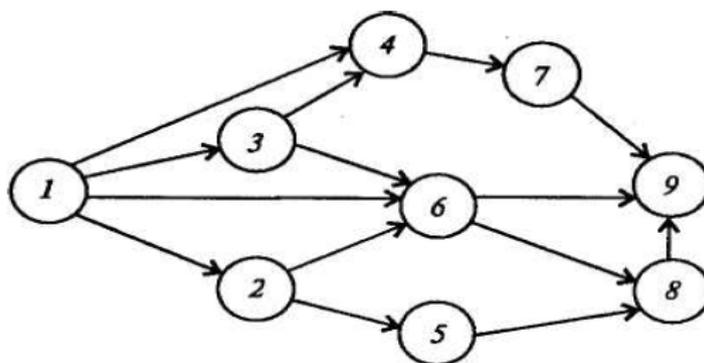
T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(2,5)	T(3,5)	T(4,6)	T(5,7)
7	12	12	6	5	9	8
T(5,8)	T(6,7)	T(6,8)	T(6,9)	T(7,10)	T(8,10)	T(9,10)
6	13	11	5	14	10	9

Вариант 4

T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(2,5)	T(3,5)	T(4,6)	T(5,7)
6	13	11	5	14	10	9
T(5,8)	T(6,7)	T(6,8)	T(6,9)	T(7,10)	T(8,10)	T(9,10)
7	12	12	6	5	9	8

Вариант 5

T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(2,5)	T(3,5)	T(4,6)	T(5,7)
5	14	10	14	13	11	10
T(5,8)	T(6,7)	T(6,8)	T(6,9)	T(7,10)	T(8,10)	T(9,10)
11	15	9	13	12	12	11

**Вариант 6**

T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(1,6)	T(2,5)	T(2,6)	T(3,4)
11	15	9	13	12	12	11
T(3,6)	T(4,7)	T(5,8)	T(6,8)	T(6,9)	T(7,9)	T(8,9)
5	14	10	14	13	11	10

Вариант 7

T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(1,6)	T(2,5)	T(2,6)	T(3,4)
13	16	8	12	11	12	13
T(3,6)	T(4,7)	T(5,8)	T(6,8)	T(6,9)	T(7,9)	T(8,9)
12	17	7	11	10	14	13

Вариант 8

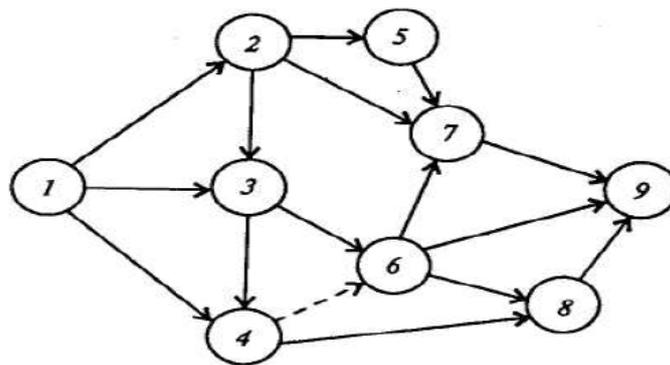
T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(1,6)	T(2,5)	T(2,6)	T(3,4)
12	17	7	11	10	14	13
T(3,6)	T(4,7)	T(5,8)	T(6,8)	T(6,9)	T(7,9)	T(8,9)
13	16	8	12	11	12	13

Вариант 9

T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(1,6)	T(2,5)	T(2,6)	T(3,4)
11	18	6	10	11	15	14
T(3,6)	T(4,7)	T(5,8)	T(6,8)	T(6,9)	T(7,9)	T(8,9)
10	19	5	11	12	16	14

Вариант 10

T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(1,6)	T(2,5)	T(2,6)	T(3,4)
10	19	5	11	12	16	14
T(3,6)	T(4,7)	T(5,8)	T(6,8)	T(6,9)	T(7,9)	T(8,9)
11	18	6	10	11	15	14



Вариант 11

T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(2,3)	T(2,5)	T(2,7)	T(3,4)	T(3,6)
11	20	14	12	13	18	17	10
T(4,6)	T(4,8)	T(5,7)	T(6,7)	T(6,8)	T(6,9)	T(7,9)	T(8,9)
0	21	13	13	14	17	15	11

Вариант 12

T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(2,3)	T(2,5)	T(2,7)	T(3,4)	T(3,6)
11	20	14	12	13	18	17	8
T(4,6)	T(4,8)	T(5,7)	T(6,7)	T(6,8)	T(6,9)	T(7,9)	T(8,9)
0	20	14	12	13	18	17	16

Вариант 13

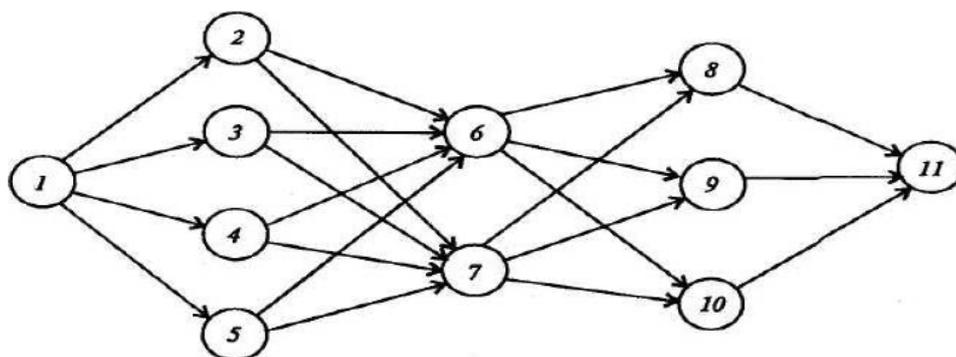
T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(2,3)	T(2,5)	T(2,7)	T(3,4)	T(3,6)
18	13	22	12	14	5	20	14
T(4,6)	T(4,8)	T(5,7)	T(6,7)	T(6,8)	T(6,9)	T(7,9)	T(8,9)
0	10	19	5	11	12	16	14

Вариант 14

T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(2,3)	T(2,5)	T(2,7)	T(3,4)	T(3,6)
14	23	11	5	6	7	20	5
T(4,6)	T(4,8)	T(5,7)	T(6,7)	T(6,8)	T(6,9)	T(7,9)	T(8,9)
0	13	22	12	14	5	9	4

Вариант 15

T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(2,3)	T(2,5)	T(2,7)	T(3,4)	T(3,6)
5	24	10	6	7	21	15	14
T(4,6)	T(4,8)	T(5,7)	T(6,7)	T(6,8)	T(6,9)	T(7,9)	T(8,9)
0	25	11	15	7	8	7	9



Вариант 16

T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(1,5)	T(2,6)	T(2,7)	T(3,6)
6	25	11	15	7	8	22
T(3,7)	T(4,6)	T(4,7)	T(5,6)	T(5,7)	T(6,8)	T(6,9)
23	21	20	17	5	24	10
T(6,10)	T(7,8)	T(7,9)	T(7,10)	T(8,11)	T(9,11)	T(10,11)
6	7	21	20	9	10	11

Вариант 17

T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(1,5)	T(2,6)	T(2,7)	T(3,6)
7	24	12	8	9	10	23
T(3,7)	T(4,6)	T(4,7)	T(5,6)	T(5,7)	T(6,8)	T(6,9)
22	11	12	7	14	26	8

Вариант 18

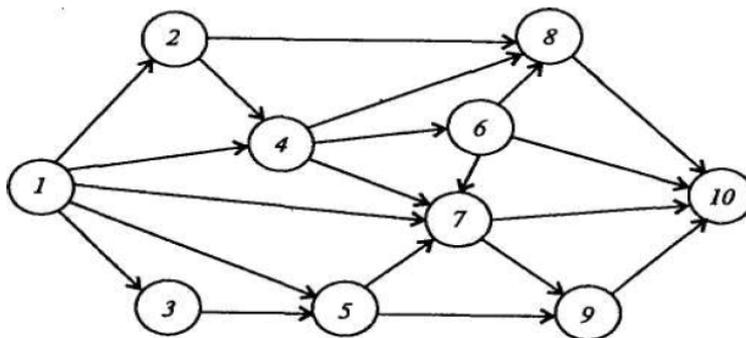
T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(1,5)	T(2,6)	T(2,7)	T(3,6)
14	26	8	23	13	9	10
T(3,7)	T(4,6)	T(4,7)	T(5,6)	T(5,7)	T(6,8)	T(6,9)
24	23	5	7	7	24	12
T(6,10)	T(7,8)	T(7,9)	T(7,10)	T(8,11)	T(9,11)	T(10,11)
8	9	10	23	22	11	10

Вариант 19

T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(1,5)	T(2,6)	T(2,7)	T(3,6)
9	11	14	10	24	25	13
T(3,7)	T(4,6)	T(4,7)	T(5,6)	T(5,7)	T(6,8)	T(6,9)
14	12	9	6	10	11	20
T(6,10)	T(7,8)	T(7,9)	T(7,10)	T(8,11)	T(9,11)	T(10,11)
5	17	7	15	13	16	22

Вариант 20

T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(1,5)	T(2,6)	T(2,7)	T(3,6)
10	11	20	5	17	7	15
T(3,7)	T(4,6)	T(4,7)	T(5,6)	T(5,7)	T(6,8)	T(6,9)
13	16	18	10	9	1	14
T(6,10)	T(7,8)	T(7,9)	T(7,10)	T(8,11)	T(9,11)	T(10,11)
10	24	25	13	14	12	21



Вариант 21

T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(1,5)	T(1,7)	T(2,4)	T(2,8)
10	11	20	5	17	7	15
T(3,5)	T(4,6)	T(4,7)	T(4,8)	T(5,7)	T(5,9)	T(6,7)
14	13	8	9	11	14	10
T(6,8)	T(6,10)	T(7,9)	T(7,10)	T(8,10)	T(9,10)	
24	25	13	3	6	9	

Вариант 22

T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(1,5)	T(1,7)	T(2,4)	T(2,8)
9	11	14	10	24	25	13
T(3,5)	T(4,6)	T(4,7)	T(4,8)	T(5,7)	T(5,9)	T(6,7)
14	13	18	10	11	20	5
T(6,8)	T(6,10)	T(7,9)	T(7,10)	T(8,10)	T(9,10)	
17	7	15	13	16	5	

Вариант 23

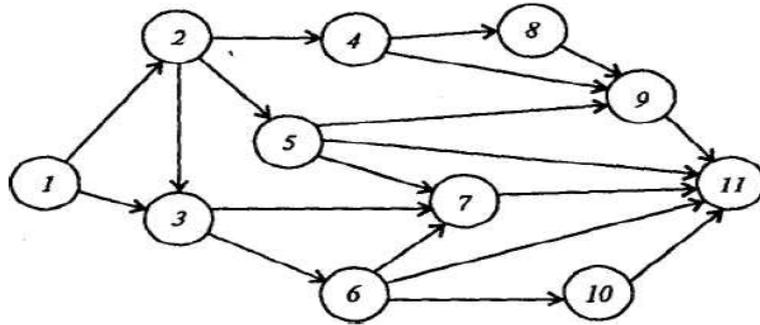
T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(1,5)	T(1,7)	T(2,4)	T(2,8)
11	20	3	17	6	18	17
T(3,5)	T(4,6)	T(4,7)	T(4,8)	T(5,7)	T(5,9)	T(6,7)
4	9	18	12	9	18	8
T(6,8)	T(6,10)	T(7,9)	T(7,10)	T(8,10)	T(9,10)	
17	9	15	13	12	6	

Вариант 24

T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(1,5)	T(2,4)	T(2,7)	T(2,8)
12	9	18	8	17	9	15
T(3,5)	T(4,6)	T(4,7)	T(4,8)	T(5,7)	T(5,9)	T(6,7)
13	12	9	11	20	3	17
T(6,8)	T(6,10)	T(7,9)	T(7,10)	T(8,10)	T(9,10)	
6	18	17	4	7	3	

Вариант 25

T(1,2)	T(1,3)	T(1,4)	T(1,5)	T(1,7)	T(2,4)	T(2,8)
13	11	23	8	7	18	17
T(3,5)	T(4,6)	T(4,7)	T(4,8)	T(5,7)	T(5,9)	T(6,7)
14	22	18	14	19	11	18
T(6,8)	T(6,10)	T(7,9)	T(7,10)	T(8,10)	T(9,10)	
17	7	15	9	14	20	



Вариант 26

T(1,2)	T(1,3)	T(2,3)	T(2,4)	T(2,5)	T(3,6)	T(3,7)
4	9	8	6	7	5	3
T(4,8)	T(4,9)	T(5,7)	T(5,9)	T(5,11)	T(6,7)	T(6,10)
9	4	6	5	2	11	15
T(6,11)	T(7,11)	T(8,9)	T(9,11)	T(10,11)		
8	7	5	7	4		

Вариант 27

T(1,2)	T(1,3)	T(2,3)	T(2,4)	T(2,5)	T(3,6)	T(3,7)
20	15	10	16	17	8	15
T(4,8)	T(4,9)	T(5,7)	T(5,9)	T(5,11)	T(6,7)	T(6,10)
13	12	9	15	21	11	14
T(6,11)	T(7,11)	T(8,9)	T(9,11)	T(10,11)		
11	20	3	17	6		

Вариант 28

T(1,2)	T(1,3)	T(2,3)	T(2,4)	T(2,5)	T(3,6)	T(3,7)
16	21	10	18	8	10	5
T(4,8)	T(4,9)	T(5,7)	T(5,9)	T(5,11)	T(6,7)	T(6,10)
13	16	11	20	15	10	15
T(6,11)	T(7,11)	T(8,9)	T(9,11)	T(10,11)		
21	11	14	11	19		

Вариант 29

T(1,2)	T(1,3)	T(2,3)	T(2,4)	T(2,5)	T(3,6)	T(3,7)
14	19	11	18	17	7	7
T(4,8)	T(4,9)	T(5,7)	T(5,9)	T(5,11)	T(6,7)	T(6,10)
14	13	8	11	9	13	12
T(6,11)	T(7,11)	T(8,9)	T(9,11)	T(10,11)		
9	6	5	3	6		

Вариант 30

T(1,2)	T(1,3)	T(2,3)	T(2,4)	T(2,5)	T(3,6)	T(3,7)
15	21	11	14	11	18	7
T(4,8)	T(4,9)	T(5,7)	T(5,9)	T(5,11)	T(6,7)	T(6,10)
14	13	18	10	9	19	8
T(6,11)	T(7,11)	T(8,9)	T(9,11)	T(10,11)		
17	13	12	9	9		

7. ЗАДАЧА О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ИНВЕСТИЦИЙ

Задания для самостоятельной работы

Вариант 1

Найти оптимальное распределение средств между 3-мя предприятиями, если прибыль $f(x)$ зависит от вложенных в предприятие средств x . Требуется распределить 9 млн средств, вложения кратны 1 млн. Возможные прибыли указаны в таблице.

x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$
1	5	7	6
2	9	9	10
3	12	11	13
4	14	13	15
5	15	16	16
6	18	19	18
7	20	21	21
8	24	22	22
9	27	25	25

Вариант 2

Найти оптимальное распределение средств между 3-мя предприятиями, если прибыль $f(x)$ зависит от вложенных в предприятие средств x . Требуется распределить 8 млн средств, вложения кратны 1 млн. Возможные прибыли указаны в таблице.

x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$
1	5	7	6
2	9	9	10
3	12	11	13
4	14	13	15
5	15	16	16
6	18	19	18
7	20	21	21
8	24	22	22

Вариант 3

Найти оптимальное распределение средств между 4-мя предприятиями, если прибыль $f(x)$ зависит от вложенных в предприятие средств x . Тре-

буется распределить 9 млн средств, вложения кратны 1 млн. Возможные прибыли указаны в таблице.

x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
1	5	7	6	3
2	9	9	10	5
3	12	11	13	7
4	14	13	15	11
5	15	16	16	13
6	18	19	18	15
7	20	21	21	20
8	24	22	22	22
9	27	25	25	24

Вариант 4

Найти оптимальное распределение средств между 4-мя предприятиями, если прибыль $f(x)$ зависит от вложенных в предприятие средств x . Требуется распределить 5 млн средств, вложения кратны 1 млн. Возможные прибыли указаны в таблице.

x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
1	0,2	1	2,1	0
2	0,9	1,1	2,5	2
3	1	1,3	2,9	2,5
4	1,2	1,4	3,9	3
5	2	1,8	4,9	4

Вариант 5

Найти оптимальное распределение средств между 4-мя предприятиями, если прибыль $f(x)$ зависит от вложенных в предприятие средств x . Требуется распределить 6 млн средств, вложения кратны 1 млн. Возможные прибыли указаны в таблице.

x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
1	0,2	1	2,1	0
2	0,9	1,1	2,5	2
3	1	1,3	2,9	2,5
4	1,2	1,4	3,9	3
5	2	1,8	4,9	4

Вариант 6

Торговая фирма располагает 5 автолавками, которые могут быть направлены в воскресный день в 3 населенных пункта. Считается, что товарооборот фирмы зависит лишь от количества и ассортимента направляемых товаров и определяется числом посланных в тот или иной населенный пункт машин.

Среднее значение товарооборота в тыс. р. В каждом из населенных пунктов задано в таблице.

Количество автолавок	Товарооборот в населенных пунктах, тыс. руб.		
	1	2	3
1	15	12	18
2	24	20	23
3	30	31	29
4	37	38	36
5	41	42	39

Вариант 7

В таблице указан возможный прирост выпуска продукции четырьмя плодово-консервными заводами области в млн р. При осуществлении инвестиций на их модернизацию с дискретностью 50 млн р., причем на один завод можно осуществить только одну инвестицию.

Составить план распределения инвестиций между заводами области, максимизирующий общий прирост выпуска продукции.

Инвестиции, млн руб.	Прирост выпуска продукции, млн руб.			
	Заводы			
	1	2	3	4
50	25	30	36	28
100	60	70	64	56
150	100	90	95	110
200	140	122	130	142

Вариант 8

В трех областях необходимо построить 5 предприятий по переработке сельскохозяйственной продукции одинаковой мощности.

Разместить предприятия таким образом, чтобы обеспечить минимальные суммарные затраты на их строительство и эксплуатацию.

Функция расходов $f(x)$, характеризующая величину затрат на строительство и эксплуатацию в зависимости от количества размещаемых предприятий в области, приведена в таблице.

X	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$
1	8	10	11
2	14	17	16
3	22	18	15
4	29	27	26
5	34	31	31

Вариант 9

Найти оптимальное распределение средств между 3-мя предприятиями, если прибыль $f(x)$ зависит от вложенных в предприятие средств x . Требуется распределить 700 тыс. руб. средств, вложения кратны 100 тыс. Возможные прибыли указаны в таблице.

x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$
100	30	50	40
200	50	80	50
300	90	90	110
400	110	150	120
500	170	190	180
600	180	210	220
700	210	220	240

Вариант 10

Найти оптимальное распределение средств между 4-мя предприятиями, если прибыль $f(x)$ зависит от вложенных в предприятие средств x . Требуется распределить 100 тыс. руб. средств, вложения кратны 20 тыс. Возможные прибыли указаны в таблице.

x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
20	12	14	13	18
40	33	28	38	39
60	44	38	47	48
80	64	56	62	65
100	78	80	79	82

Вариант 11

Совет директоров фирмы рассматривает предложения по наращиванию производственных мощностей для увеличения выпуска однородной продукции на четырех предприятиях, принадлежащих фирме.

Для модернизации предприятий совет директоров инвестирует средства в объеме 250 млн р. С дискретностью 50 млн р. Прирост выпуска

продукции зависит от выделенной суммы, его значения представлены предприятиями и содержатся в таблице.

Найти распределение инвестиций между предприятиями, обеспечивающее фирме максимальный прирост выпуска продукции, причем на одно предприятие можно осуществить только одну инвестицию.

X	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
50	5	7	6	4
100	9	10	8	11
150	21	20	21	19
200	33	34	32	35
250	38	39	40	41

Вариант 12

Совет директоров фирмы рассматривает предложения по наращиванию производственных мощностей для увеличения выпуска однородной продукции на четырех предприятиях, принадлежащих фирме.

Для модернизации предприятий совет директоров инвестирует средства в объеме 250 млн р. С дискретностью 50 млн р. Прирост выпуска продукции зависит от выделенной суммы, его значения представлены предприятиями и содержатся в таблице.

Найти распределение инвестиций между предприятиями, обеспечивающее фирме максимальный прирост выпуска продукции, причем на одно предприятие можно осуществить только одну инвестицию.

X	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
50	8	10	7	10
100	13	12	14	13
150	22	21	22	23
200	31	38	29	30
250	39	40	38	41

Вариант 13

Совет директоров фирмы рассматривает предложения по наращиванию производственных мощностей для увеличения выпуска однородной продукции на четырех предприятиях, принадлежащих фирме.

Для модернизации предприятий совет директоров инвестирует средства в объеме 250 млн р. С дискретностью 50 млн р. Прирост выпуска продукции зависит от выделенной суммы, его значения представлены предприятиями и содержатся в таблице.

Найти распределение инвестиций между предприятиями, обеспечивающее фирме максимальный прирост выпуска продукции, причем на одно предприятие можно осуществить только одну инвестицию.

X	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
50	11	12	10	11
100	16	15	17	14
150	23	24	22	25
200	32	31	32	30
250	38	39	40	38

Вариант 14

Совет директоров фирмы рассматривает предложения по наращиванию производственных мощностей для увеличения выпуска однородной продукции на четырех предприятиях, принадлежащих фирме.

Для модернизации предприятий совет директоров инвестирует средства в объеме 250 млн р. С дискретностью 50 млн р. Прирост выпуска продукции зависит от выделенной суммы, его значения представлены предприятиями и содержатся в таблице.

Найти распределение инвестиций между предприятиями, обеспечивающее фирме максимальный прирост выпуска продукции, причем на одно предприятие можно осуществить только одну инвестицию.

X	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
50	10	9	7	8
100	15	16	13	14
150	24	22	20	21
200	33	34	31	32
250	40	39	41	40

Вариант 15

Совет директоров фирмы рассматривает предложения по наращиванию производственных мощностей для увеличения выпуска однородной продукции на четырех предприятиях, принадлежащих фирме.

Для модернизации предприятий совет директоров инвестирует средства в объеме 250 млн р. С дискретностью 50 млн р. Прирост выпуска продукции зависит от выделенной суммы, его значения представлены предприятиями и содержатся в таблице.

Найти распределение инвестиций между предприятиями, обеспечивающее фирме максимальный прирост выпуска продукции, причем на одно предприятие можно осуществить только одну инвестицию.

X	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
50	12	13	11	11
100	17	15	16	18
150	23	25	21	22
200	34	33	35	34
250	42	41	43	44

Вариант 16

Совет директоров фирмы рассматривает предложения по наращиванию производственных мощностей для увеличения выпуска однородной продукции на четырех предприятиях, принадлежащих фирме.

Для модернизации предприятий совет директоров инвестирует средства в объеме 250 млн р. С дискретностью 50 млн р. Прирост выпуска продукции зависит от выделенной суммы, его значения представлены предприятиями и содержатся в таблице.

Найти распределение инвестиций между предприятиями, обеспечивающее фирме максимальный прирост выпуска продукции, причем на одно предприятие можно осуществить только одну инвестицию.

X	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
50	21	20	22	23
100	30	28	31	29
150	42	41	40	42
200	51	52	53	50
250	62	63	61	64

Вариант 17

Совет директоров фирмы рассматривает предложения по наращиванию производственных мощностей для увеличения выпуска однородной продукции на четырех предприятиях, принадлежащих фирме.

Для модернизации предприятий совет директоров инвестирует средства в объеме 250 млн р. С дискретностью 50 млн р. Прирост выпуска продукции зависит от выделенной суммы, его значения представлены предприятиями и содержатся в таблице.

Найти распределение инвестиций между предприятиями, обеспечивающее фирме максимальный прирост выпуска продукции, причем на одно предприятие можно осуществить только одну инвестицию.

X	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
50	22	23	24	21
100	30	28	31	29
150	43	41	42	40
200	52	53	51	53
250	63	64	65	66

Вариант 18

Совет директоров фирмы рассматривает предложения по наращиванию производственных мощностей для увеличения выпуска однородной продукции на четырех предприятиях, принадлежащих фирме.

Для модернизации предприятий совет директоров инвестирует средства в объеме 250 млн р. С дискретностью 50 млн р. Прирост выпуска продукции зависит от выделенной суммы, его значения представлены предприятиями и содержатся в таблице.

Найти распределение инвестиций между предприятиями, обеспечивающее фирме максимальный прирост выпуска продукции, причем на одно предприятие можно осуществить только одну инвестицию.

X	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
50	23	24	25	22
100	32	31	33	30
150	44	43	42	41
200	53	52	54	55
250	70	72	71	73

Вариант 19

Совет директоров фирмы рассматривает предложения по наращиванию производственных мощностей для увеличения выпуска однородной продукции на четырех предприятиях, принадлежащих фирме.

Для модернизации предприятий совет директоров инвестирует средства в объеме 250 млн р. С дискретностью 50 млн р. Прирост выпуска продукции зависит от выделенной суммы, его значения представлены предприятиями и содержатся в таблице.

Найти распределение инвестиций между предприятиями, обеспечивающее фирме максимальный прирост выпуска продукции, причем на одно предприятие можно осуществить только одну инвестицию.

X	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
50	25	26	27	28
100	34	33	35	35
150	46	46	45	44
200	57	58	56	55
250	78	77	79	80

Вариант 20

Совет директоров фирмы рассматривает предложения по наращиванию производственных мощностей для увеличения выпуска однородной продукции на четырех предприятиях, принадлежащих фирме.

Для модернизации предприятий совет директоров инвестирует средства в объеме 250 млн р. С дискретностью 50 млн р. Прирост выпуска продукции зависит от выделенной суммы, его значения представлены предприятиями и содержатся в таблице.

Найти распределение инвестиций между предприятиями, обеспечивающее фирме максимальный прирост выпуска продукции, причем на одно предприятие можно осуществить только одну инвестицию.

X	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
50	15	12	17	13
100	32	30	33	31
150	39	38	40	37
200	46	45	47	44
250	52	54	60	63

Вариант 21

В трех районах города предприниматель планирует строительство пользующихся спросом одинаковых по площади мини-магазинов «Продукты». Известны места, в которых их можно построить. Подсчитаны затраты на их строительство и эксплуатацию.

Необходимо так разместить мини-магазины, чтобы затраты на их строительство и эксплуатацию были минимальные.

X	1	2	3	4
$g_1(x)$	10	21	32	45
$g_2(x)$	8	22	30	46
$g_3(x)$	9	20	31	44

Вариант 22

В трех районах города предприниматель планирует строительство пользующихся спросом одинаковых по площади мини-магазинов «Продукты». Известны места, в которых их можно построить. Подсчитаны затраты на их строительство и эксплуатацию.

Необходимо так разместить мини-магазины, чтобы затраты на их строительство и эксплуатацию были минимальные.

X	1	2	3	4
$g_1(x)$	5	9	16	21
$g_2(x)$	6	11	17	20
$g_3(x)$	4	8	15	19

Вариант 23

В трех районах города предприниматель планирует строительство пользующихся спросом одинаковых по площади мини-магазинов «Продукты». Известны места, в которых их можно построить. Подсчитаны затраты на их строительство и эксплуатацию.

Необходимо так разместить мини-магазины, чтобы затраты на их строительство и эксплуатацию были минимальные.

X	1	2	3	4
$g_1(x)$	22	35	47	61
$g_2(x)$	20	37	46	58
$g_3(x)$	23	36	50	59

Вариант 24

В трех районах города предприниматель планирует строительство пользующихся спросом одинаковых по площади мини-магазинов «Продукты». Известны места, в которых их можно построить. Подсчитаны затраты на их строительство и эксплуатацию.

Необходимо так разместить мини-магазины, чтобы затраты на их строительство и эксплуатацию были минимальные.

X	1	2	3	4
$g_1(x)$	15	25	41	53
$g_2(x)$	13	26	40	55
$g_3(x)$	17	24	39	52

Вариант 25

В трех районах города предприниматель планирует строительство пользующихся спросом одинаковых по площади мини-магазинов «Продукты». Известны места, в которых их можно построить. Подсчитаны затраты на их строительство и эксплуатацию.

Необходимо так разместить мини-магазины, чтобы затраты на их строительство и эксплуатацию были минимальные.

X	1	2	3	4
$g_1(x)$	8	13	21	28
$g_2(x)$	9	14	20	27
$g_3(x)$	7	15	22	30

Вариант 26

В трех районах города предприниматель планирует строительство пользующихся спросом одинаковых по площади мини-магазинов «Продукты». Известны места, в которых их можно построить. Подсчитаны затраты на их строительство и эксплуатацию.

Необходимо так разместить мини-магазины, чтобы затраты на их строительство и эксплуатацию были минимальные.

X	1	2	3	4
$g_1(x)$	26	44	67	89
$g_2(x)$	25	46	65	91
$g_3(x)$	24	47	64	93

Вариант 27

В трех районах города предприниматель планирует строительство пользующихся спросом одинаковых по площади мини-магазинов «Продукты». Известны места, в которых их можно построить. Подсчитаны затраты на их строительство и эксплуатацию.

Необходимо так разместить мини-магазины, чтобы затраты на их строительство и эксплуатацию были минимальные.

X	1	2	3	4
$g_1(x)$	18	29	42	57
$g_2(x)$	17	30	41	55
$g_3(x)$	20	32	44	59

Вариант 28

В трех районах города предприниматель планирует строительство пользующихся спросом одинаковых по площади мини-магазинов «Продукты». Известны места, в которых их можно построить. Подсчитаны затраты на их строительство и эксплуатацию.

Необходимо так разместить мини-магазины, чтобы затраты на их строительство и эксплуатацию были минимальные.

X	1	2	3	4
$g_1(x)$	12	21	28	37
$g_2(x)$	11	22	27	35
$g_3(x)$	13	20	29	39

Вариант 29

В трех районах города предприниматель планирует строительство пользующихся спросом одинаковых по площади мини-магазинов «Продукты». Известны места, в которых их можно построить. Подсчитаны затраты на их строительство и эксплуатацию.

Необходимо так разместить мини-магазины, чтобы затраты на их строительство и эксплуатацию были минимальные.

X	1	2	3	4
$g_1(x)$	19	36	53	67
$g_2(x)$	20	37	54	65
$g_3(x)$	18	35	55	69

Вариант 30

В трех районах города предприниматель планирует строительство пользующихся спросом одинаковых по площади мини-магазинов «Продукты». Известны места, в которых их можно построить. Подсчитаны затраты на их строительство и эксплуатацию.

Необходимо так разместить мини-магазины, чтобы затраты на их строительство и эксплуатацию были минимальные.

X	1	2	3	4
$g_1(x)$	24	43	62	79
$g_2(x)$	25	41	64	78
$g_3(x)$	24	44	60	81

Варианты контрольных работ

В состав автотранспортного предприятия входят четыре автобазы. Между этими автобазами необходимо распределить 6 автомобилей таким образом, чтобы получить максимально возможную дополнительную прибыль. Величина прибыли, которую может дать каждая автобаза в зависимости от количества выделенных ей автомобилей, приведена в таблице.

Вариант 1

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	0,26	0,23	0,19	0,17
2	0,32	0,4	0,41	0,39
3	0,54	0,5	0,52	0,43
4	0,59	0,58	0,64	0,62
5	0,82	0,73	0,75	0,83
6	0,87	0,85	0,93	0,93

Вариант 2

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	0,27	0,24	0,24	0,28
2	0,42	0,36	0,29	0,29
3	0,47	0,53	0,56	0,46
4	0,59	0,68	0,64	0,69
5	0,71	0,82	0,73	0,82
6	0,86	0,9	0,9	0,85

Вариант 3

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	0,59	0,58	0,51	0,20
2	0,40	0,90	0,51	0,99
3	0,79	0,76	1,03	1,10
4	0,75	0,69	0,85	1,03
5	1,49	1,16	0,88	1,43
6	1,33	1,71	1,13	1,11

Вариант 4

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	1,12	0,43	0,58	0,62
2	0,87	0,76	0,51	1,15
3	1,19	1,27	0,67	1,32
4	0,60	1,30	1,13	0,72
5	1,21	1,17	1,33	1,53
6	1,72	1,66	1,68	1,56

Вариант 5

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	0,37	0,64	0,76	0,92
2	1,20	0,69	1,11	1,07
3	0,55	1,22	1,22	0,92
4	1,11	1,53	1,28	1,52
5	1,39	1,28	0,76	1,09
6	1,72	1,34	1,61	1,56

Вариант 6

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	1,07	1,88	1,27	0,77
2	2,05	0,61	1,77	1,54
3	1,90	1,96	1,62	1,40
4	1,05	1,98	1,72	1,60
5	2,64	2,27	1,88	1,55
6	1,63	1,15	1,63	1,64

Вариант 6

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	0,75	1,20	0,41	0,71
2	1,20	0,40	0,87	1,06
3	0,91	1,00	0,96	1,15
4	0,94	1,46	0,89	0,64
5	1,65	1,34	1,54	1,09
6	1,20	0,94	1,41	1,52

Вариант 7

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	0,52	1,59	0,56	1,72
2	2,34	1,31	1,77	1,27
3	2,23	0,91	1,81	1,38
4	1,92	1,45	1,94	2,36
5	2,23	1,95	2,95	2,15
6	2,18	1,74	3,12	2,81

Вариант 8

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	0,34	1,38	0,54	1,43
2	1,70	0,43	1,60	1,20
3	2,06	0,76	1,73	0,61
4	1,87	1,00	0,96	2,12
5	1,68	1,88	2,15	1,79
6	1,61	1,53	2,15	1,97

Вариант 9

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	0,52	1,59	0,56	1,72
2	2,34	1,31	1,77	1,27
3	2,23	0,91	1,81	1,38
4	1,92	1,45	1,94	2,36
5	2,23	1,95	2,95	2,15
6	2,18	1,74	3,12	2,81

Вариант 10

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	0,27	0,84	0,92	0,93
2	0,98	0,44	0,50	0,35
3	0,18	0,61	0,84	0,01
4	0,52	0,37	0,64	0,10
5	0,78	0,66	0,90	0,79
6	0,08	0,58	0,37	0,85

Вариант 11

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	2,16	1,01	2,26	2,24
2	1,71	1,47	2,88	2,69
3	2,20	1,57	1,86	2,13
4	2,02	1,94	3,24	2,94
5	1,94	1,47	1,99	2,03
6	2,38	1,82	2,63	2,36

Вариант 12

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	1,32	0,81	2,08	1,42
2	1,27	1,18	2,02	1,92
3	1,77	1,08	1,34	1,48
4	1,50	1,67	2,36	1,99
5	1,27	0,94	1,81	1,30
6	2,18	1,60	2,11	1,68

Вариант 13

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	0,48	0,44	1,17	0,63
2	0,76	1,12	1,04	0,95
3	1,26	0,92	0,77	0,80
4	0,83	0,74	1,60	1,11
5	1,17	0,94	1,35	1,20
6	1,65	0,96	1,70	1,15

Вариант 14

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	0,95	1,08	1,06	0,21
2	0,54	0,65	0,59	1,34
3	1,06	0,99	1,00	0,86
4	0,65	1,56	1,09	1,04
5	1,22	1,03	1,71	0,90
6	1,74	0,94	1,13	1,76

Вариант 15

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	1,36	1,56	1,46	0,77
2	0,86	1,20	0,85	1,83
3	1,11	1,39	1,94	1,40
4	1,11	1,78	2,03	1,74
5	1,34	1,86	1,80	1,64
6	2,09	1,00	1,48	2,24

Вариант 16

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	1,44	1,96	1,95	1,16
2	0,87	2,17	1,67	1,91
3	1,86	2,24	2,30	2,27
4	1,69	2,05	2,88	1,78
5	2,00	2,31	2,80	2,22
6	3,06	1,60	1,50	2,69

Вариант 17

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	0,25	0,27	0,93	0,29
2	0,03	0,16	0,01	0,70
3	0,41	0,38	0,23	0,82
4	0,93	0,05	0,11	0,06
5	0,20	0,57	0,40	0,72
6	0,85	0,47	0,59	0,27

Вариант 18

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	0,87	0,80	0,99	0,50
2	0,67	0,43	1,64	0,66
3	0,98	0,84	0,45	0,87
4	0,75	0,87	0,31	1,61
5	1,69	0,19	0,85	0,96
6	1,05	0,82	0,40	0,77

Вариант 19

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	0,80	0,64	0,84	0,77
2	0,98	0,33	0,89	1,47
3	1,02	0,42	2,12	1,85
4	1,78	1,39	0,70	1,88
5	1,46	1,87	1,22	1,00
6	2,60	1,31	1,14	1,50

Вариант 20

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	0,02	0,13	0,46	0,74
2	0,94	0,31	1,21	1,12
3	0,98	0,66	0,45	1,66
4	0,94	1,36	1,04	0,52
5	1,73	0,51	0,15	0,74
6	0,87	0,92	1,56	1,25

Вариант 21

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	0,67	0,16	0,72	0,52
2	0,94	0,56	0,27	0,86
3	0,04	0,54	0,64	0,01
4	1,00	0,42	0,03	0,04
5	0,36	0,23	0,70	0,37
6	0,77	0,68	0,85	0,14

Вариант 22

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	1,45	1,97	2,12	1,87
2	2,65	1,96	1,56	1,85
3	1,42	1,90	1,59	1,70
4	2,29	2,07	2,19	2,18
5	2,55	3,13	2,45	2,14
6	1,98	2,28	3,64	2,84

Вариант 23

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	0,71	1,27	1,34	1,27
2	1,82	1,53	1,21	1,47
3	1,35	0,94	1,54	1,13
4	2,08	1,59	2,00	1,32
5	1,89	2,41	2,39	1,43
6	1,56	2,14	2,70	2,12

Вариант 24

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	0,50	0,87	0,43	0,55
2	1,04	1,23	0,45	1,01
3	0,79	0,91	0,88	0,66
4	1,24	0,87	1,50	1,14
5	0,91	1,61	1,53	0,85
6	1,45	1,30	1,72	1,23

Вариант 25

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	0,02	0,19	0,62	0,12
2	0,65	0,45	0,37	0,14
3	0,54	0,27	0,88	0,03
4	0,82	0,88	0,74	0,72
5	0,07	0,19	0,90	0,35
6	0,34	0,98	0,04	0,71

Вариант 26

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	0,70	0,23	0,52	0,29
2	0,45	0,63	1,21	1,02
3	0,66	0,99	0,80	0,80
4	1,06	0,87	1,01	1,44
5	1,78	1,12	0,83	1,28
6	1,73	1,03	1,29	1,05

Вариант 27

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	0,71	0,35	0,55	0,98
2	0,59	1,24	1,26	1,44
3	0,82	1,86	0,93	1,69
4	1,20	1,54	1,84	2,08
5	2,58	1,46	1,68	2,14
6	2,62	1,89	1,94	1,41

Вариант 28

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	1,24	1,16	1,45	1,41
2	0,79	1,71	1,85	1,73
3	1,12	2,48	1,11	1,90
4	1,48	1,60	2,11	2,25
5	3,30	1,57	2,59	2,62
6	3,07	2,00	2,31	1,85

Вариант 29

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	1,04	1,07	0,75	1,56
2	1,11	1,48	1,65	1,32
3	1,38	0,79	0,81	1,90
4	1,93	1,42	1,24	1,53
5	2,58	2,27	1,71	1,76
6	1,53	2,12	1,25	1,70

Вариант 30

Количество автомобилей	Прибыль			
	База 1	База 2	База 3	База 4
1	1,39	1,28	1,15	2,31
2	1,57	1,68	1,99	1,74
3	1,52	1,01	1,51	2,74
4	2,03	1,75	1,37	1,98
5	3,17	2,44	2,63	2,48
6	1,95	2,77	1,74	2,50

8. ЗАДАЧА О ЗАМЕНЕ ОБОРУДОВАНИЯ

Задания для самостоятельной работы

Определить оптимальный цикл замены оборудования при следующих исходных данных.

Вариант 1

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6
Чистая прибыль, тыс. руб.	10	9	8	7	5	3	1
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	10	6	5	4	3	2	1

Вариант 2

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5
Чистая прибыль, тыс. руб.	12	10	8	6	4	2
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	12	10	7	4	3	2

Вариант 3

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6
Чистая прибыль, тыс. руб.	14	12	10	8	6	4	1
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	14	10	7	4	3	2	0

Вариант 4

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5
Чистая прибыль, тыс. руб.	11	10	9	7	5	3
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	11	9	5	4	3	1

Вариант 5

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6
Чистая прибыль, тыс. руб.	13	12	11	9	7	4	1
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	13	10	8	5	4	2	0

Вариант 6

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6
Чистая прибыль, тыс. руб.	15	14	12	10	8	6	3
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	15	11	8	6	4	2	0

Вариант 7

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6
Чистая прибыль, тыс. руб.	16	15	13	11	8	5	2
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	16	13	10	7	4	2	1

Вариант 8

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6	7
Чистая прибыль, тыс. руб.	15	14	13	11	9	7	4	1
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	15	13	10	7	4	3	1	0

Вариант 9

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6
Чистая прибыль, тыс. руб.	14	13	12	10	7	4	1
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	14	11	8	5	3	2	0

Вариант 10

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6	7
Чистая прибыль, тыс. руб.	11	10	9	8	7	5	3	1
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	11	8	6	9	4	3	2	0

Вариант 11

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6	7
Чистая прибыль, тыс. руб.	13	12	10	9	8	7	5	4
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	21	14	10	7	5	4	4	3

Вариант 12

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6	7
Чистая прибыль, тыс. руб.	10	10	8	7	6	5	3	2
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	22	14	10	7	5	4	4	2

Вариант 13

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6	7
Чистая прибыль, тыс. руб.	12	11	10	9	8	7	5	4
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	23	14	10	7	5	4	4	2

Вариант 14

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6	7
Чистая прибыль, тыс. руб.	50	42	41	41	40	30	29	28
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	24	20	17	15	13	9	6	4

Вариант 15

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6	7
Чистая прибыль, тыс. руб.	48	41	40	39	38	28	28	27
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	25	21	18	15	13	9	6	4

Вариант 16

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6	7
Чистая прибыль, тыс. руб.	46	39	38	37	36	27	26	26
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	26	22	19	16	14	10	7	5

Вариант 17

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6	7
Чистая прибыль, тыс. руб.	44	37	36	35	35	26	25	24
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	27	23	20	17	14	10	7	5

Вариант 18

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6	7
Чистая прибыль, тыс. руб.	42	36	35	34	33	24	24	23
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	28	24	20	17	15	10	7	5

Вариант 19

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6	6
Чистая прибыль, тыс. руб.	40	34	33	32	31	23	23	22
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	29	25	21	18	15	11	11	7

Вариант 20

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6	7
Чистая прибыль, тыс. руб.	38	32	31	30	29	22	21	20
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	30	26	22	18	16	11	8	5

Вариант 21

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6	6
Чистая прибыль, тыс. руб.	36	31	30	29	28	20	20	20
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	31	26	22	19	16	11	11	8

Вариант 22

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6	7
Чистая прибыль, тыс. руб.	34	29	28	27	26	19	18	18
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	32	27	23	20	17	12	8	6

Вариант 23

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6
Чистая прибыль, тыс. руб.	32	27	26	25	24	18	17
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	33	28	24	20	17	12	8

Вариант 24

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6	7
Чистая прибыль, тыс. руб.	30	25	24	24	23	17	16	15
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	34	29	25	21	18	12	9	6

Вариант 25

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6
Чистая прибыль, тыс. руб.	28	24	23	22	21	15	15
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	35	30	25	21	18	13	9

Вариант 26

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6	7
Чистая прибыль, тыс. руб.	26	25	24	23	22	21	19	18
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	36	31	26	22	19	13	9	6

Вариант 27

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6
Чистая прибыль, тыс. руб.	24	23	22	21	20	19	17
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	37	31	27	23	19	14	9

Вариант 28

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6	7
Чистая прибыль, тыс. руб.	22	21	20	19	18	17	15	14
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	38	32	27	23	20	14	10	7

Вариант 29

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6	7
Чистая прибыль, тыс. руб.	20	19	18	17	16	15	13	12
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	39	33	28	24	20	17	15	13

Вариант 30

Возраст оборудования, лет	0	1	2	3	4	5	6	7
Чистая прибыль, тыс. руб.	18	17	16	15	14	13	11	10
Ликвидная стоимость, тыс. руб.	40	34	29	25	21	18	15	13

Варианты контрольных работ

Вариант 1

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	11	12	13	15	16	18	19	21	24	26	29
Доход от использования оборудования	60	58	57	56	55	54	53	52	51	50	49
Издержки	10	12	12	13	13	14	14	15	15	16	16
Остаточная стоимость		9	7	6	5	4	3	2	2	1	1

Вариант 2

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	12	13	15	16	18	19	21	23	26	28	31
Доход от использования оборудования	50	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38
Издержки	10	12	13	13	14	14	14	15	15	16	16
Остаточная стоимость		10	8	6	5	4	3	3	2	2	1

Вариант 3

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	13	14	16	17	19	21	23	25	28	31	34
Доход от использования оборудования	50	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39
Издержки	10	14	14	15	15	16	16	17	17	18	18
Остаточная стоимость		10	8	7	5	4	3	3	2	2	1

Вариант 4

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	14	15	17	19	20	23	25	27	30	33	36
Доход от использования оборудования	52	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41
Издержки	10	15	15	16	16	17	17	18	18	19	19
Остаточная стоимость		11	9	7	6	5	4	3	2	2	2

Вариант 5

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	15	17	18	20	22	24	27	29	32	35	39
Доход от использования оборудования	60	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45
Издержки	12	16	16	17	17	18	18	19	19	20	20
Остаточная стоимость		12	10	8	6	5	4	3	3	2	2

Вариант 6

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	16	18	19	21	23	26	28	31	34	38	41
Доход от использования оборудования	55	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44
Издержки	8	10	10	11	11	12	12	13	13	14	14
Остаточная стоимость		13	10	8	7	5	4	3	3	2	2

Вариант 7

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	17	19	21	23	25	27	30	33	36	40	44
Доход от использования оборудования	65	62	61	60	59	58	57	56	55	54	53
Издержки	15	18	18	19	19	20	20	21	21	22	22
Остаточная стоимость		14	11	9	7	6	4	4	3	2	2

Вариант 8

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	18	20	22	24	26	29	32	35	39	42	47
Доход от использования оборудования	55	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44
Издержки	15	19	19	20	20	21	21	22	22	23	23
Остаточная стоимость		14	12	9	7	6	5	4	3	2	2

Вариант 9

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	19	21	23	25	28	31	34	37	41	45	49
Доход от использования оборудования	55	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43
Издержки	17	20	20	21	21	22	22	23	23	24	24
Остаточная стоимость		15	12	10	8	6	5	4	3	3	2

Вариант 10

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	20	22	24	27	29	32	35	39	43	47	52
Доход от использования оборудования	75	74	73	72	71	70	69	68	67	66	65
Издержки	20	21	21	22	22	23	23	24	24	25	25
Остаточная стоимость		16	13	10	8	7	5	4	3	3	2

Вариант 11

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	21	23	25	28	31	34	37	41	45	50	54
Доход от использования оборудования	75	74	73	72	71	70	69	68	67	66	65
Издержки	20	22	22	23	23	24	24	25	25	26	26
Остаточная стоимость		17	13	11	9	7	6	4	4	3	2

Вариант 12

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	22	24	27	29	32	35	39	43	47	52	57
Доход от использования оборудования		77	76	75	74	73	72	71	70	69	68
Издержки		23	23	24	24	25	25	26	26	27	27
Остаточная стоимость		18	14	11	9	7	6	5	4	3	2

Вариант 13

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	23	25	28	31	34	37	41	45	49	54	60
Доход от использования оборудования	80	78	77	76	75	74	73	72	71	70	69
Издержки	20	24	24	25	25	26	26	27	27	28	28
Остаточная стоимость		18	15	12	9	8	6	5	4	3	2

Вариант 14

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	24	25	26	28	29	31	32	34	35	37	39
Доход от использования оборудования	72	70	69	68	67	66	65	64	63	62	61
Издержки	20	25	25	26	26	27	27	28	28	29	29
Остаточная стоимость		19	15	12	10	8	6	5	4	3	3

Вариант 15

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	25	26	28	29	30	32	34	35	37	39	41
Доход от использования оборудования	72	69	68	67	66	65	64	63	62	61	60
Издержки	22	26	26	27	27	28	28	29	29	30	30
Остаточная стоимость		20	16	13	10	8	7	5	4	3	3

Вариант 16

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	26	27	29	30	32	33	35	37	38	40	42
Доход от использования оборудования	70	68	67	66	65	64	63	62	61	60	59
Издержки	22	27	27	28	28	29	29	30	30	31	31
Остаточная стоимость		21	17	13	11	9	7	5	4	3	3

Вариант 17

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	27	28	30	31	33	34	36	38	40	42	44
Доход от использования оборудования	70	67	66	65	64	63	62	61	60	59	58
Издержки	25	28	28	29	29	30	30	31	31	32	32
Остаточная стоимость		22	17	14	11	9	7	6	5	4	3

Вариант 18

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	28	29	31	32	34	36	38	39	41	43	46
Доход от использования оборудования	70	66	65	64	63	62	61	60	59	58	57
Издержки	15	20	20	21	21	22	22	23	23	24	24
Остаточная стоимость		22	18	14	11	9	7	6	5	4	3

Вариант 19

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	29	30	32	34	35	37	39	41	43	45	47
Доход от использования оборудования	75	65	64	63	62	61	60	59	58	57	56
Издержки	15	20	21	21	22	22	23	23	24	24	25
Остаточная стоимость		23	19	15	12	10	8	6	5	4	3

Вариант 20

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	30	32	33	35	36	38	40	42	44	47	49
Доход от использования оборудования	75	70	69	68	67	66	65	64	63	62	61
Издержки	18	21	21	22	22	23	23	24	24	25	25
Остаточная стоимость		24	19	15	12	10	8	6	5	4	3

Вариант 22

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	31	33	34	36	38	40	42	44	46	48	50
Доход от использования оборудования	72	68	67	66	65	64	63	62	61	60	59
Издержки	18	21	22	22	23	23	24	24	25	25	26
Остаточная стоимость		25	20	16	13	10	8	7	5	4	3

Вариант 22

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	30	34	35	37	39	41	43	45	47	50	52
Доход от использования оборудования	85	77	76	75	74	73	72	71	70	69	68
Издержки	15	22	22	23	23	24	24	25	25	26	26
Остаточная стоимость		26	20	16	13	10	8	7	5	4	3

Вариант 23

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	33	35	36	38	40	42	44	46	49	51	54
Доход от использования оборудования	75	71	70	69	68	67	66	65	64	63	62
Издержки	15	22	23	23	24	24	25	25	26	26	27
Остаточная стоимость		26	20	16	13	10	8	7	5	4	3

Вариант 24

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	35	36	37	39	41	43	46	48	50	53	55
Доход от использования оборудования	75	70	69	68	67	66	65	64	63	62	61
Издержки	15	23	23	24	24	25	25	26	26	27	27
Остаточная стоимость		27	22	17	14	11	9	7	6	5	4

Вариант 25

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	35	37	39	42	44	47	50	53	56	59	63
Доход от использования оборудования	60	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45
Издержки	15	23	24	24	25	25	26	26	27	27	28
Остаточная стоимость		28	22	18	14	11	9	7	6	5	4

Вариант 26

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	35	39	42	45	49	53	57	62	67	72	78
Доход от использования оборудования	60	58	57	56	55	54	53	52	51	50	49
Издержки	20	24	24	25	25	26	26	27	27	28	28
Остаточная стоимость		29	23	18	15	12	9	8	6	5	4

Вариант 27

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	38	40	43	47	50	54	59	63	68	74	80
Доход от использования оборудования	60	57	56	55	54	53	52	51	50	49	48
Издержки	18	24	25	25	26	26	27	27	28	28	29
Остаточная стоимость		30	24	19	15	12	10	8	6	5	4

Вариант 28

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	38	41	44	48	52	56	60	65	70	76	82
Доход от использования оборудования	75	71	70	69	68	67	66	65	64	63	62
Издержки	15	20	20	21	21	22	22	23	23	24	24
Остаточная стоимость		30	24	19	16	12	10	8	6	5	4

Вариант 29

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	25	41	44	48	52	56	60	65	70	76	82
Доход от использования оборудования	73	70	69	68	67	66	65	64	63	62	61
Издержки	14	20	21	21	22	22	23	23	24	24	25
Остаточная стоимость		31	24	19	16	12	10	8	6	5	4

Вариант 30

Возраст	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость нового оборудования	45	43	47	50	54	59	63	69	74	80	86
Доход от использования оборудования	80	69	68	67	66	65	64	63	62	61	60
Издержки	20	21	21	22	22	23	23	24	24	25	25
Остаточная стоимость		31	24	19	16	12	10	8	6	5	4

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ржевский, С.В. Исследование операций [Текст] / С.В. Ржевский. – СПб.: Лань, 2013. – 480 с.
2. Соколов, А.В. Методы оптимальных решений [Текст]: в 2 т. Т.1 Общие положения. Математическое программирование; т.2 Многокритериальность. Динамика. Неопределенность / А.В. Соколов, В.В. Токарев. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 264 с.
3. Балдин, К.В. Математические методы и модели в экономике [Текст] / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. – М.: Флинта, 2012. – 328 с.
4. Гусева, Е.Н. Экономико-математическое моделирование [Текст] / Е.Н. Гусева. – М.: Флинта, 2012. – 216 с.
5. Есипов, Б.А. Методы исследования операций [Текст] / Б.А. Есипов. – М.: Лань, 2013. – 304 с.
6. Кузнецов, А.В. Высшая математика. Математическое моделирование [Текст] / А.В. Кузнецов, В.А. Сакович, Н.И. Холод. – СПб.: Лань, 2013. – 352 с.
7. Алексеев, В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория, примеры. Задачи [Текст] / В.М. Алексеев, Э.М. Галеев, В.М. Тихомиров. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. – 256 с.
8. Ашманов, С.А. Теория оптимизации в задачах и упражнениях [Текст] / С.А. Ашманов, А.В. Тимохов. – СПб.: Лань, 2012. – 448 с.
9. Куимова, Е.И. Оптимизационные задачи в экономике [Текст] / Е.И. Куимова, С.Н. Ячинова, О.В. Снежкина. – Пенза: ПГУАС, 2014. – 140 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ. ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ.....	4
2. ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ. СИМПЛЕКС-МЕТОД РЕШЕНИЯ.....	23
3. ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ.....	47
4. ЗАДАЧА О НАЗНАЧЕНИЯХ.....	62
5. ЗАДАЧА О КРАТЧАЙШЕМ ПУТИ.....	71
6. СЕТЕВЫЕ ГРАФИКИ	83
7. ЗАДАЧА О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ИНВЕСТИЦИЙ.....	92
8. ЗАДАЧА О ЗАМЕНЕ ОБОРУДОВАНИЯ.....	112
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	124

Учебное издание

Куимова Елена Ивановна
Ячинова Светлана Николаевна

МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ
Практикум

Учебное пособие

В авторской редакции
Верстка Н.А. Сазонова

Подписано в печать 11.08.15. Формат 60×84/16.
Бумага офисная «Снегурочка». Печать на ризографе.
Усл.печ.л. 7,32. Уч.-изд.л. 7,875. Тираж 80 экз.
Заказ № 307.



Издательство ПГУАС.
440028, г. Пенза, ул. Германа Титова, 28.