

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства»
(ПГУАС)

Н.А. Очкина, А.А. Шумкина

КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

КОНЦЕПЦИИ МИКРО-, МАКРО- И МЕГАМИРОВ

Лабораторный практикум

Рекомендовано Редсоветом университета
в качестве учебного пособия для студентов,
обучающихся по направлению 38.03.02 «Менеджмент»

Под общей ред. доктора технических наук,
профессора Г.И. Грейсуха

Пенза 2015

УДК 50.001.1(075.8)

ББК 20в.я73

О-95

Рецензенты: кандидат технических наук, доцент
С.В. Тертычная (ПГУ);
кандидат физико-математических
наук, доцент П.П. Мельниченко
(ПГУАС)

Очкина Н.А.

О-95 Концепции современного естествознания. Концепции микро-,
макро- и мегамиров. Лабораторный практикум: учеб. пособие /
Н.А. Очкина, А.А Шумкина; под общ. ред. Г.И. Грейсуха. – Пенза:
ПГУАС, 2015. – 148 с.

В учебное пособие также включены методические указания к лабораторным работам по физике, химии и астрономии.

Учебное пособие подготовлено на кафедре «Физика и химия» и предназначено для студентов, обучающихся по направлению 38.03.02 «Менеджмент».

© Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства, 2015

© Очкина Н.А., Шумкина А.А., 2015

ПРЕДИСЛОВИЕ

Составной частью современного научного познания является эксперимент, отличающийся от наблюдения активным оперированием реальными объектами, позволяющий изолировать изучаемый объект или процесс от побочных явлений или предметов.

Лабораторный практикум по естественнонаучным дисциплинам (физике, химии, астрономии) является необходимой составной частью процесса изучения курса «Концепции современного естествознания» студентами ПГУАС.

Цель практикума заключается в усвоении студентами научного метода познания; формировании у них следующих компетенций:

– *предметной* – связанной со способностью использовать основы знаний для формирования мировоззренческой позиции (ОК-1);

умением анализировать и действовать с позиций отдельных областей человеческой культуры, в частности, с позиции научного метода познания (ОК-2);

– *социальной* – связанной со способностью к коммуникации в устной и письменной формах для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-4);

умением работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия (ОК-5);

– *личностного самосовершенствования* – связанной со способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);

– *информационной* – предусматривающей владение способностью работать с разными источниками информации.

Данное пособие содержит описание лабораторных работ, выполняемых на кафедре «Физика и химия» по одному из разделов дисциплины, называемому «Концепции микро-, макро- и мегамиров».

Описание лабораторных работ составлено по традиционному принципу с включением целей, теоретической и экспериментальной части работы с примерами записи полученных результатов в виде таблиц и графиков. Отдельно вынесены вопросы для самостоятельной проработки, приведен перечень рекомендуемой литературы. В теоретической части описания лабораторных работ сформулированы основные понятия и физические законы по теме работы, приведено обоснование и вывод рабочих формул. В экспериментальной части описания предлагается применение различных методик определения характеристик физических систем или универсальных физических постоянных, проверки физических законов.

ВВЕДЕНИЕ

Материя – это сущность мира, то общее, что входит в состав всех объектов природы.

В основе представлений о строении материального мира лежит системный подход, согласно которому любой объект материального мира, будь то атом, планета, организм или галактика, может быть рассмотрен как сложное образование, включающее в себя составные части, организованные в целостность.

Современная наука выделяет в мире три структурных уровня:

1. **Микромир** – мир предельно малых, непосредственно не наблюдаемых микрообъектов, пространственная размерность которых исчисляется от 10^{-8} до 10^{-18} см, а время жизни – от бесконечности до 10^{-24} с. Масса объектов микромира не более 10^{-10} кг. К ним относятся элементарные частицы и античастицы, ядра атомов, атомы, молекулы.

2. **Макромир** – мир макрообъектов, размерность которых соотносима с масштабами человеческого опыта: пространственные величины выражаются в миллиметрах, сантиметрах и километрах, время – в секундах, минутах, часах, годах. Масса объектов макромира от 10^{-10} до 10^{20} кг. К ним относятся макромолекулы, вещества в различных агрегатных состояниях, живые организмы, начиная с элементарной единицы живого – клетки, человек с продуктами его деятельности, т.е. макротела.

3. **Мегами́р** – мир огромных космических масштабов и скоростей, расстояние в котором измеряется световыми годами, а время существования космических объектов – миллионами и миллиардами лет. Масса объектов мегамира более 10^{20} кг. Мегами́р образуют планеты, звёзды, галактики, системы галактик.

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ В ЛАБОРАТОРИЯХ ФИЗИКИ И ХИМИИ

Общие положения

Перед началом выполнения лабораторных работ студенты должны быть ознакомлены:

- с учебным оборудованием и особенностями работы в лаборатории;
- с местом расположения главного рубильника;
- с комплексом противопожарного инвентаря и его расположением в лаборатории;
- с местом расположения медицинской аптечки, содержащей необходимые медикаменты и перевязочные материалы, полный перечень которых содержится в нормативных документах по организации безопасного учебного процесса и по технике безопасности;
- с планом эвакуации присутствующих в лаборатории при возникновении чрезвычайных ситуаций.

Студенты обязаны прослушать первичный инструктаж по технике безопасности на рабочем месте. Инструктаж проводит преподаватель, ведущий занятия. Сведения о проведении инструктажа и дату проведения записывают в специальный журнал. В этом же журнале студенты расписываются в том, что прослушали инструктаж. Лица, не прошедшие инструктаж и не оформленные в журнале, к работе в лаборатории не допускаются. Нахождение студентов в лаборатории разрешается только в часы, отведенные расписанием, или в дополнительное время, выделенное для отработки пропущенных занятий. Все сотрудники лаборатории обязаны выполнять установленные положения и правила техники безопасности и следить за выполнением их студентами.

Требования техники безопасности перед началом работ

Перед началом работы необходимо:

- тщательно изучить ее описание, уяснить ход выполнения работы;
- ознакомиться с устройством и принципом действия необходимых для выполнения лабораторной работы приборов и оборудования и порядком проведения измерений на них;
- прежде чем включить прибор в цепь, проверить соответствует ли напряжение в сети тому, на которое рассчитан прибор (используемые приборы должны быть исправны, отрегулированы, содержаться в чистоте и регулярно проверяться);
- получить от преподавателя допуск к работе.

Требования техники безопасности при выполнении работ

- располагайте приборы, материалы, оборудование на рабочем месте в порядке, указанном преподавателем;
- не держите на рабочем месте предметы, не требующиеся при выполнении задания;
- производите сборку электрических цепей, переключения в них, монтаж и ремонт электрических устройств только при отключенном источнике питания;
- следите, чтобы изоляция проводов была исправна, а на концах проводов были наконечники; при сборке электрической цепи провода располагайте аккуратно, а наконечники плотно зажимайте клеммами; выполняйте наблюдения и измерения, соблюдая осторожность, чтобы случайно не прикоснуться к оголенным проводам (токоведущим частям, находящимся под напряжением);
- не приступайте к измерениям, не будучи уверенными, что установка собрана правильно и отдельные ее узлы надежно закреплены;
- собранную цепь включайте только после проверки и с разрешения преподавателя; проверяйте наличие напряжения на источнике питания или других частях электроустановки с помощью указателя напряжения;
- при проведении опытов не допускайте предельных нагрузок измерительных приборов;
- не оставляйте без присмотра работающие установки и нагревательные приборы;
- обнаружив неисправность в электрических устройствах, находящихся под напряжением, немедленно отключите источник электропитания и сообщите об этом преподавателю;
- не прикасайтесь к конденсаторам даже после отключения электрической цепи от источника электропитания: их сначала нужно разрядить;
- при работе с приборами из стекла соблюдайте особую осторожность; не вынимайте термометры из пробирок с затвердевшим веществом; для предотвращения падения при проведении опытов стеклянные сосуды (пробирки, колбы) осторожно закрепляйте в лапке штатива;
- следите за исправностью всех креплений в приборах и приспособлениях; не прикасайтесь и не наклоняйтесь (особенно с неубранными волосами) к вращающимся частям машин.

Требования техники безопасности в аварийных ситуациях

- при коротком замыкании в оборудовании или возгорании электроприбора, а также при нагревании, искрении, резких нештатных звуках немедленно обесточьте сеть электропитания;
- не приступайте к работе до полного устранения неисправности;

– при травме в первую очередь освободите пострадавшего от травмирующего фактора; вызовите медицинскую помощь; окажите первую доврачебную помощь пострадавшему.

Требования техники безопасности по окончании работ

– по окончании работы отключите источники электропитания, после чего разберите электрическую цепь;

– приведите в порядок свое рабочее место и не оставляйте его без разрешения преподавателя;

– удостоверьтесь в правильности полученных результатов у преподавателя;

– сдайте лаборанту полученные принадлежности.

Лабораторная работа № 1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАССЫ И ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ K-МЕЗОНОВ

Цель работы: ознакомление с методами применения законов сохранения энергии, импульса, заряда и др. для идентификации элементарных частиц. Расчёт характеристик микрочастиц по фотографиям их треков.

Приборы и принадлежности: фотографии треков частиц, калька, транспортир, линейка с миллиметровой шкалой, графики зависимости длины пробега частиц от их кинетической энергии.

Теоретическая часть

Мезоны – нестабильные элементарные частицы с нулевым или целым спином, принадлежащие к классу адронов и не имеющие барионного заряда. К ним относятся π -мезоны, K -мезоны и многие резонансы. Их название происходит от греч. *mesos* (промежуточный, средний). Это объясняется тем, что массы мезонов имеют промежуточное значение между массой электрона и массой протона.

π -мезоны (пионы) – группа из трёх нестабильных элементарных частиц: двух заряженных (π^+ и π^-) и одной нейтральной (π^0). Они были обнаружены в составе космического излучения в 1947 г. английским физиком С. Пауэллом.

K -мезоны (каоны) – группа нестабильных элементарных частиц, открытых в результате исследований в космических лучах методом фотоэмульсий (1949 г.) и изучения реакций с участием частиц высоких энергий, полученных на ускорителях учеными разных стран. Эта группа включает заряженные частицы (K^+ - и K^- -мезоны), а также нейтральные K^0 и \bar{K}^0 (анти K -мезон).

Массы покоя K -мезонов составляют около $1000 m_e$ (m_e – масса покоя электрона). Средние времена жизни заряженных K^+ - и K^- -мезонов одинаковы и равны $(1,229 \pm 0,008) \cdot 10^{-8}$ с. Нейтральные K^0 - и \bar{K}^0 -мезоны ведут себя как отдельные частицы только в момент рождения. При свободном движении они являются смесью двух других нейтральных частиц K_1^0 и K_2^0 , обладающих близкими массами, но различными временами жизни:

$$\tau_{K_1^0} = (0,92 \pm 0,02) \cdot 10^{-10} \text{ с}, \quad \tau_{K_2^0} = (5,62 \pm 0,08) \cdot 10^{-8} \text{ с}.$$

K -мезоны участвуют в сильных взаимодействиях. Они рождаются при столкновении пи-мезонов или нуклонов большой энергии (свыше миллиарда электронвольт) с нуклонами.

На рис. 1.1 показан известный случай образования двух нейтральных частиц (K^0 -мезона и Λ^0 -гиперона) в результате взаимодействия π^- -мезона с покоящимся протоном $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda^0$, а затем распад каждой из образовавшихся частиц на две с зарядами разных знаков. Очевидно, что продолжение линии полета нейтральной частицы (пунктирные линии на рисунке) должно проходить между следами продуктов их распада.

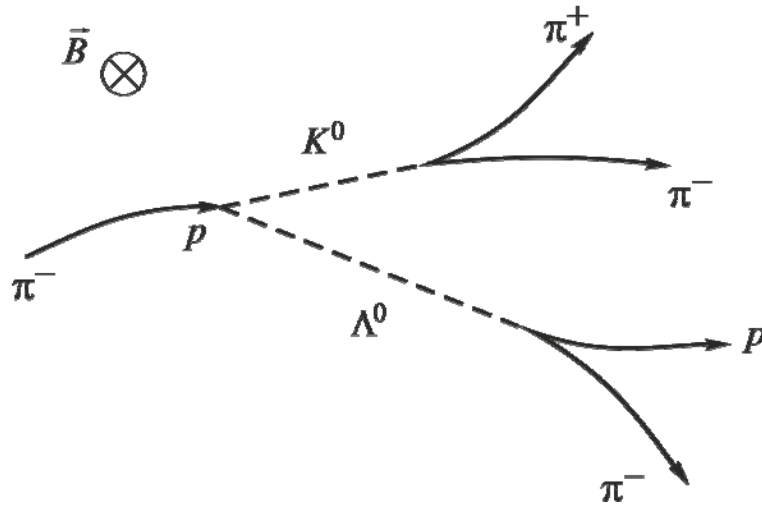


Рис. 1.1. Иллюстрация процессов взаимодействия и распада частиц

K -мезоны обладают отличным от нуля значением квантового числа странности (S), характеризующей их поведение в процессах, обусловленных сильным взаимодействием: у K^+ - и K^0 -мезонов ($S = +1$), а у K^- - и \tilde{K}^0 -мезонов, являющихся античастицами ($S = -1$).

Совместно с гиперонами K -мезоны образуют группу так называемых странных частиц (для которых ($S = \pm 1$)).

K^+ - и K^0 -мезоны одинаковым образом участвуют в сильных взаимодействиях и так как имеют приблизительно одинаковые массы и различаются лишь электрическим зарядом, то могут быть объединены в одну группу – так называемый *изотопический дублет*. Они представляют собой различные зарядовые состояния одной и той же частицы с *изотопическим спином* $I = \frac{1}{2}$. Аналогичную группу составляют K^- - и \tilde{K}^0 -мезоны.

Из-за различия в странности нейтральные K -мезоны (K^0 - и \tilde{K}^0 -) являются разными частицами, различным образом участвующими в сильных взаимодействиях.

Распадаются K -мезоны разными путями с образованием π - или μ -мезонов, электронов или позитронов, а также нейтронов. Распад заряженных K -мезонов происходит преимущественно по схемам

$$K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu; \quad K^- \rightarrow \mu^- + \tilde{\nu}_\mu;$$

$$\begin{aligned}
 K^+ &\rightarrow \pi^+ + \pi^0; & K^- &\rightarrow \pi^- + \pi^0; \\
 K^+ &\rightarrow e^+ + \pi^0 + \nu_e; & K^- &\rightarrow e^- + \pi^0 + \bar{\nu}_e.
 \end{aligned}$$

Распад нейтральных К-мезонов в основном происходит по следующим схемам (в порядке убывания вероятности распада):

Для короткоживущих

$$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-;$$

$$K^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0.$$

Для долгоживущих

$$K^0 \rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e; \quad K^0 \rightarrow \pi^- + \mu^+ + \nu_\mu;$$

$$K^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e; \quad K^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0 + \pi^0;$$

$$K^0 \rightarrow \pi^+ + \mu^- + \bar{\nu}_\mu; \quad K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0.$$

Процессы распада и рождения новых частиц происходят в соответствии с законами сохранения заряда, массы, импульса, энергии, спина и др.

Например, **закон сохранения заряда** требует, чтобы

заряд распадающейся частицы равнялся суммарному заряду продуктов распада.

Закон сохранения импульса утверждает, что

вектор импульса распадающейся частицы равен векторной сумме импульсов продуктов распада.

Например, при распаде одной частицы на две (рис. 1.2) математическое выражение закона сохранения импульса имеет вид:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2, \quad (1.1)$$

или в проекциях на оси координат:

$$\begin{cases}
 ox: & p = p_1 \cdot \cos \varphi_1 + p_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 oy: & 0 = p_1 \cdot \sin \varphi_1 + p_2 \cdot \sin \varphi_2
 \end{cases} \quad (1.2)$$

где p – величина импульса распадающейся частицы; p_1 и p_2 – величины импульсов продуктов распада; φ_1 и φ_2 – углы их разлета (с учетом правила отсчета углов, т.е. $\varphi_1 > 0$, $\varphi_2 < 0$).

Выражение закона сохранения энергии для такого распада записывают в виде:

$$E = E_1 + E_2, \quad (1.3)$$

где E – полная энергия распадающейся частицы.

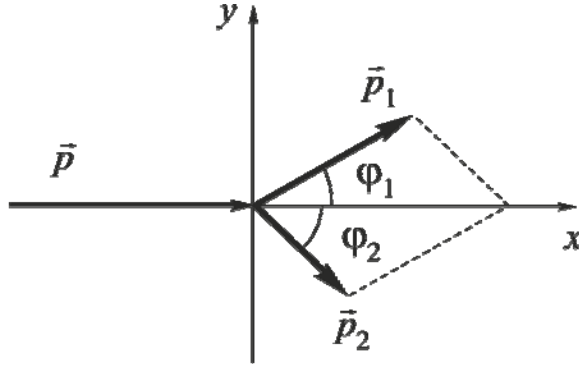


Рис. 1.2. Иллюстрация к закону сохранения импульса

Согласно теории относительности полная энергия частицы может быть выражена через энергию покоя $E_0 = m_0c^2$ и импульс частицы:

$$E = \sqrt{(m_0c^2)^2 + (pc)^2} \quad \text{или} \quad E = \sqrt{E_0^2 + (pc)^2}, \quad (1.4)$$

где c – скорость света в вакууме.

Аналогично для продуктов распада:

$$E_1 = \sqrt{(m_{10}c^2)^2 + (p_1c)^2} \quad \text{или} \quad E_1 = \sqrt{E_{10}^2 + (p_1c)^2}, \quad (1.5)$$

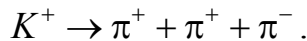
$$E_2 = \sqrt{(m_{20}c^2)^2 + (p_2c)^2} \quad \text{или} \quad E_2 = \sqrt{E_{20}^2 + (p_2c)^2}. \quad (1.6)$$

Используя эти и другие законы сохранения при исследовании траекторий частиц и продуктов их распада, можно рассчитать характеристики частиц (среднее время жизни, массу, заряд и др.).

Если трековый прибор, т.е. *устройство, которое тем или иным способом фиксирует траекторию движения частицы*, поместить в магнитное поле, то кривизне траектории (трека) частицы можно определить знак её заряда. Известно, что искривление траектории заряженной частицы в магнитном поле обусловлено действием на неё силы Лоренца, направление которой зависит от знака заряда частицы. Нейтральная частица в магнитном поле движется прямолинейно.

Действующие в мире элементарных частиц законы сохранения не допускают возможности возникновения одиночных частиц. Во всех экспериментах с античастицами их возникновение наблюдается только в парах с частицами.

В данной лабораторной работе изучается распад K^+ -мезона. Распад K^+ -мезона сопровождается рождением π -мезонов (пионов)



Пример распада K^+ -мезона по этой схеме приведен на рис. 1.3.

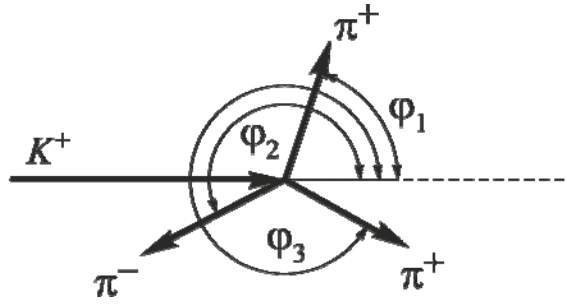


Рис. 1.3. Распад K^+ -мезона

При распаде на три частицы в формулах (1.1)–(1.3) необходимо добавить по одному слагаемому (углы φ_1 , φ_2 и φ_3 см. на рис. 1.3):

$$\begin{cases} ox: & p = p_1 \cdot \cos \varphi_1 + p_2 \cdot \cos \varphi_2 + p_3 \cdot \cos \varphi_3, \\ oy: & 0 = p_1 \cdot \sin \varphi_1 + p_2 \cdot \sin \varphi_2 + p_3 \cdot \sin \varphi_3, \end{cases} \quad (1.7)$$

$$E = E_1 + E_2 + E_3. \quad (1.8)$$

K -мезоны имеют кварковую структуру. Они построены из пары: кварк – антикварк:

K^+ -мезон состоит из u -кварка и \tilde{s} -антикварка ($u\tilde{s}$);

K^- -мезон из s -кварка и \tilde{u} -антикварка ($s\tilde{u}$);

K^0 -мезон из d -кварка и \tilde{s} -антикварка ($d\tilde{s}$);

\tilde{K}^0 -мезон из s -кварка и \tilde{d} -антикварка ($s\tilde{d}$).

Сильное взаимодействие между кварками достигается за счёт обмена глюонами (от англ. *glue* – клей) – безмассовыми электрически нейтральными частицами со спином, равным 1.

Методика проведения эксперимента

Материалом для выполнения работы служат снимки треков частиц, полученные в пузырьковой камере, в рабочем объеме которой находится перегретая жидкость (т.е. при температуре выше температуры кипения). Такое состояние достигается путем кратковременного (на доли секунды) снижения температуры кипения жидкости путем уменьшения ее давления.

Заряженная частица, попавшая в пузырьковую камеру, образует на своем пути ионы жидкости, которые становятся центрами интенсивного парообразования. Вдоль траектории заряженной частицы появляются пузырьки пара, последовательность которых образует след частицы – трек. Образовавшиеся треки фотографируют и исследуют. Нейтральные частицы очень слабо взаимодействуют с молекулами среды, поэтому практически

не образуют треков. Об их траекториях (которые, всегда прямолинейны) судят по точкам рождения и распада.

Определение собственного времени жизни частицы с помощью трековых приборов основано на измерении длины её пробега, т.е. расстояния, пройденного частицей от момента образования до распада.

Импульс нейтральной частицы, ввиду отсутствия потерь на взаимодействие с молекулами среды, не меняется во время полета и пропорционален длине пробега l .

Действительно, поскольку

$$p = mv,$$

где масса частицы m связана с массой покоя m_0 уравнением

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

а скорость частицы v определяется длиной пробега l и временем её жизни в лабораторной системе отсчета $\tau_{\text{лаб}}$

$$v = \frac{l}{\tau_{\text{лаб}}},$$

то с учетом релятивистского соотношения между временем жизни в лабораторной системе отсчета $\tau_{\text{лаб}}$ и собственным временем жизни τ_0 в системе отсчета, в которой частица покоится (т.е. в системе отсчета, движущейся вместе с частицей)

$$\tau_{\text{лаб}} = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

можно получить значение собственного времени жизни частицы

$$\tau_0 = \frac{l}{v} \cdot \frac{m_0}{m} = \frac{l \cdot m_0}{p}, \text{ или } \tau_0 = l \cdot \frac{E_0}{p \cdot c^2}. \quad (1.9)$$

Импульс p распадающейся частицы можно рассчитать как сумму импульсов продуктов распада (формулы (1.1) и (1.2)). Поскольку продуктами распада в исследуемых случаях являются заряженные частицы, то их импульсы изменяются во время полета в результате потерь энергии на ионизацию окружающих атомов и молекул. Между этими потерями и длиной пробега заряженных частиц до остановки имеется определенная взаимосвязь.

Зависимости начальной кинетической энергии π^\pm -мезонов от длины пробега l этих частиц известны и представлены в виде графика в прил. 2. Определив по графику значение начальной кинетической энергии частицы,

и воспользовавшись известной формулой специальной теории относительности

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{T(2m_0c^2 + T)} = \frac{1}{c} \sqrt{T(2E_0 + T)}, \quad (1.10)$$

можно рассчитать значение импульса частицы.

При использовании графика для расчетов необходимо учитывать, что в экспериментальной ядерной физике энергию частиц измеряют в МэВ, импульс в $\frac{\text{МэВ}}{c}$, а массу в $\frac{\text{МэВ}}{c^2}$. Здесь c – размерность внесистемной единицы скорости ($1 c = 3 \cdot 10^8$ м/с); МэВ (мегаэлектрон-вольт) – размерность внесистемной единицы энергии ($1 \text{ МэВ} = 1,6 \cdot 10^{-13}$ Дж).

Выбранные единицы измерения энергии, импульса и массы удобны выполнения расчётов в данной работе. Например, при подстановке значений импульсов с такой размерностью в формулы (1.4)–(1.6) сразу получается значение произведения pc в МэВ.

Массу покоя распадающейся частицы можно рассчитать, решая систему уравнений (1.8) и (1.4)–(1.6).

$$m_0c^2 = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N \sqrt{E_{i0}^2 + (p_i c)^2} \right)^2 - (p \cdot c)^2}, \quad (1.11)$$

где N – число частиц-продуктов распада. Энергия покоя продуктов распада (π^+ -мезона и π^- -мезона) одинакова и составляет 139,6 МэВ.

Порядок выполнения работы

1. На фотографии (рис. 1.4) треков найдите распад K^+ -мезона ($K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$) и перерисуйте треки частиц на кальку. Измерьте длину двух (наибольших) из трех треков пионов, учитывая масштаб, указанный на фотографии. Измерьте углы вылета всех трех пионов (см. рис. 1.3). Данные занесите в табл. 1.1.

2. По графику зависимости длины пробега заряженных частиц от начальной кинетической энергии (рис. 1.5) определите начальные кинетические энергии пионов и по формуле (1.10) рассчитайте их начальные импульсы. Результаты занесите в табл. 1.1.

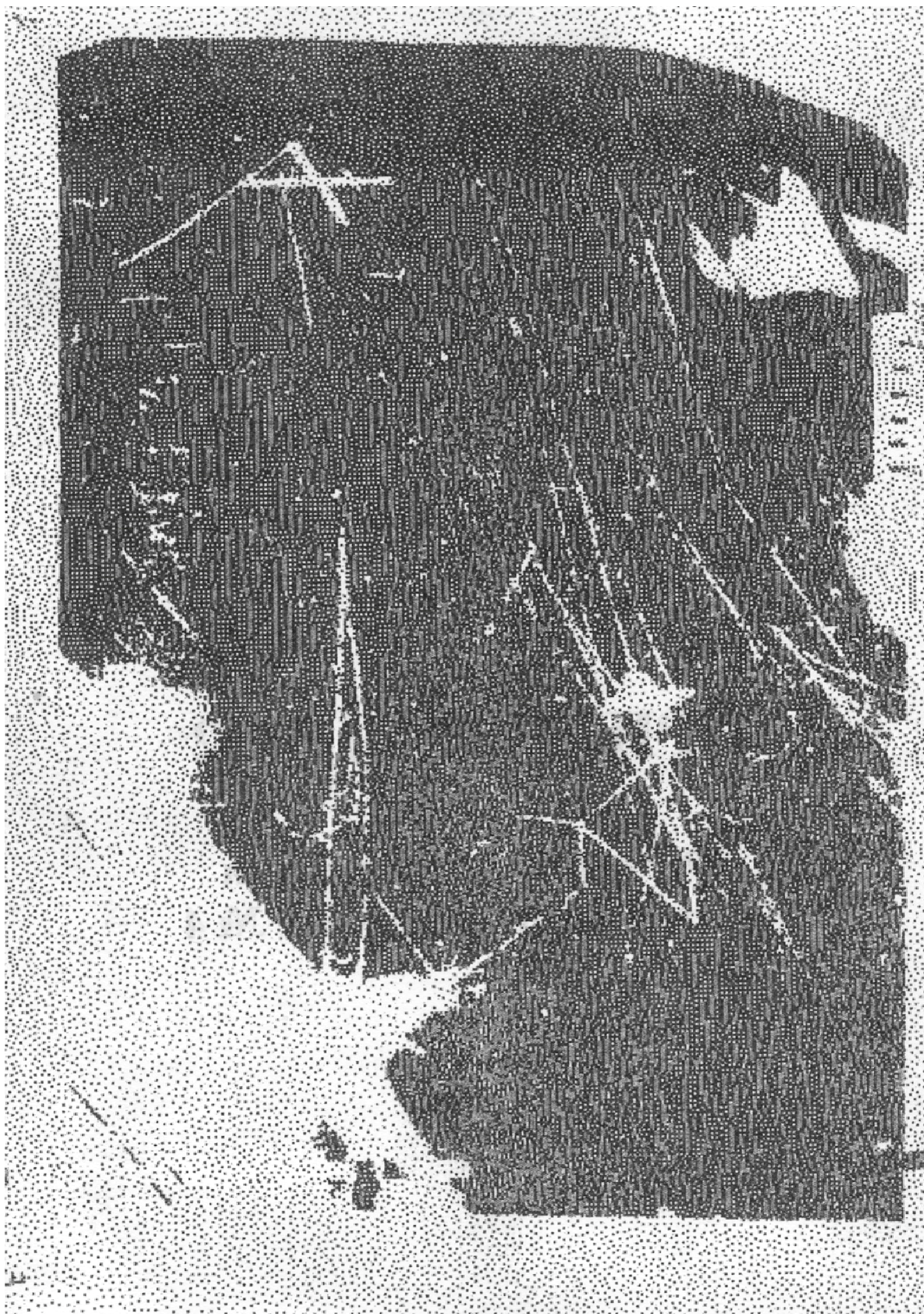


Рис. 1.4. Фотография треков частиц (масштаб 5:1)

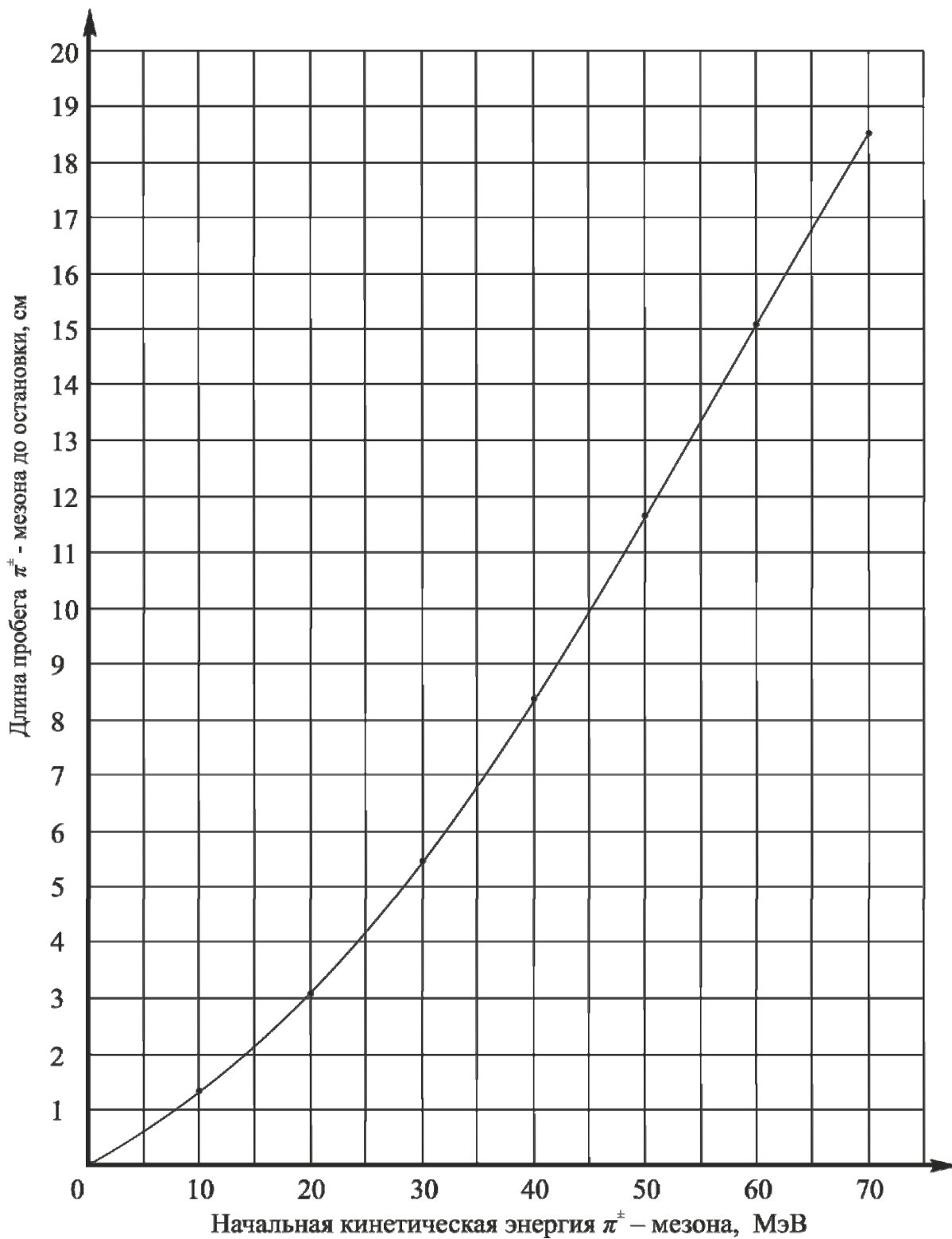


Рис. 1.5. Зависимость длины пробега заряженных частиц от начальной кинетической энергии

3. Переписав закон сохранения импульса (1.7) в виде системы линейных уравнений со свободными членами

$$\begin{cases} a = p - p_3 \cdot \cos(\varphi_3); \\ b = 0 - p_3 \cdot \sin(\varphi_3), \end{cases} \quad (1.12)$$

где $a = p_1 \cdot \cos(\varphi_1) + p_2 \cdot \cos(\varphi_2)$; $b = p_1 \cdot \sin(\varphi_1) + p_2 \cdot \sin(\varphi_2)$, решите её относительно неизвестных p и p_3 .

Замечание. В случае получения небольшого отрицательного значения величины проекции импульса K^+ -мезона принять, что в пределах ошибки измерения его импульс равен нулю, т.е. перед распадом K^+ -мезон практически остановился.

4. По формуле (1.11), используя приведенное выше значение энергии покоя пиона, определите массу K^+ -мезона в МэВ/с² и в электронных массах m_{0e} .

5. По формуле (1.9) рассчитайте время жизни K^+ -мезона. Результаты расчётов занесите в табл. 1.2.

Т а б л и ц а 1.1

Угол вылета пиона	Длина пробега пиона, см	Кинетическая энергия пиона, МэВ	Импульс пиона, МэВ/с	Импульс K^+ -мезона, МэВ/с	Масса K^+ -мезона, МэВ/с ²	Масса K^+ -мезона (m_{0e})	Время жизни K^+ -мезона, с
$\varphi_1 =$	$l_1 =$	$T_1 =$	$p_1 =$				
$\varphi_2 =$	$l_2 =$	$T_2 =$	$p_2 =$	$p =$	$M_{0K} =$	$M_{0K} =$	$\tau_0 =$
$\varphi_3 =$			$p_3 =$				

Контрольные вопросы

1. Какие частицы называются элементарными?
2. Расскажите об истории открытия элементарных частиц.
3. Назовите общие характеристики элементарных частиц.
4. Чем античастицы отличаются от частиц?
5. В чём заключается явление аннигиляции пары «частица – античастица»?
6. При каких условиях рождается пара «частица – античастица»?
7. Какие взаимодействия называются фундаментальными? Охарактеризуйте их.

8. Приведите классификацию элементарных частиц по видам взаимодействий.

9. Какие частицы называются лептонами? Перечислите их дуплетами.

10. Какие частицы называются адронами? Чем отличаются мезоны от барионов?

11. Что такое кварки? Как из кварков строятся мезоны? Барионы?

12. Перечислите и охарактеризуйте частицы-переносчики фундаментальных взаимодействий.

13. Что такое трек элементарной частицы? Почему одни элементарные частицы образуют треки, а другие нет?

14. Какова форма треков частиц, если на них действует магнитное поле?

15. Опишите устройство и принцип работы пузырьковой камеры.

16. Каковы основные условия протекания реакции взаимопревращения элементарных частиц?

17. Каково соотношение между импульсами продуктов реакции, если остановившаяся частица распалась на две частицы?

18. Как по известной кинетической энергии можно определить импульс частицы в релятивистском и нерелятивистском случаях?

19. В чем отличие собственной системы отсчета от лабораторной системы отсчета?

20. Чему равна длина пробега частицы в собственной системе отсчета?

21. В какой системе отсчета время жизни частицы минимально?

22. Какие единицы измерения энергии, импульса и массы используются в ядерной физике?

23. Определите полную энергию (в МэВ) и импульс (в МэВ/с) электрона, ускоренного до кинетической энергии, равной 2,53 МэВ.

24. При какой скорости кинетическая энергия частицы равна её энергии покоя?

25. При какой скорости кинетическая энергия релятивистской частицы с массой покоя m равна $\frac{mc^2}{2}$?

26. Энергия покоя электрона 0,511 МэВ. Найдите кинетическую энергию и импульс электрона, движущегося со скоростью $v = 0,8c$.

Лабораторная работа № 2 ИЗУЧЕНИЕ БРОУНОВСКОГО ДВИЖЕНИЯ

Цель работы: количественное исследование броуновского движения.

Приборы и принадлежности: набор фотографий; калька; циркуль-измеритель; миллиметровая линейка.

Теоретическая часть

Одним из важнейших фактов, служащих доказательством молекулярного движения и зависимости его от температуры, является броуновское движение.

Броуновским движением называют хаотическое движение микроскопических частиц твердого вещества в жидкости или газе. Оно было открыто английским ботаником Р. Броуном. Летом 1827 года он проводил исследования пыльцы растений. В частности, Броун интересовался, как пыльца участвует в процессе оплодотворения. Как-то он разглядывал под обычным микроскопом выделенные из клеток пыльцы североамериканского растения *Clarkia pulchella* (кларкии хорошенькой) взвешенные в воде удлинённые цитоплазматические зерна. Неожиданно Броун увидел, что мельчайшие твердые крупинки, которые едва можно было разглядеть в капле воды, непрерывно дрожат и передвигаются с места на место. Он установил, что эти движения не связаны ни с потоками в жидкости, ни с ее постепенным испарением, а присущи самим крупинкам.

Наблюдение Броуна подтвердили другие ученые. Мельчайшие частички вели себя, как живые, причем их движение ускорялось с повышением температуры и с уменьшением размера частиц и явно замедлялось при замене воды более вязкой средой. Это удивительное явление никогда не прекращалось: его можно было наблюдать сколь угодно долго. Поначалу Броун подумал даже, что в поле микроскопа действительно попали живые существа, тем более что пыльца – это мужские половые клетки растений, однако так же вели себя частички из мертвых растений, даже из засушенных за сто лет до этого в гербариях.

Броун честно расписался в собственной бессилии объяснить происхождение этого хаотического движения. К началу XX века большинство ученых уже понимали, что взвешенные в жидкости и нерастворимые в ней мельчайшие частицы твердого вещества движутся под влиянием беспорядочных ударов молекул жидкости. Из-за хаотического теплового движения молекул жидкости эти удары никогда не уравниваются друг друга. В результате скорость броуновской частицы беспорядочно меняется по модулю и направлению, а ее траектория представляет собой сложную ломаную линию (рис. 2.1).

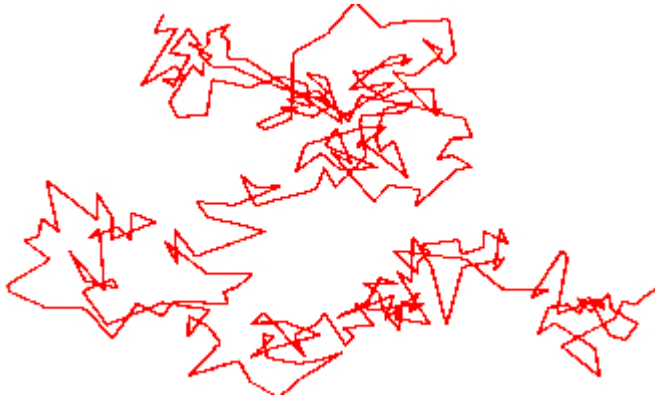


Рис. 2.1

Несмотря на кажущийся полный беспорядок, случайные перемещения броуновских частиц оказалось все же возможным описать математической зависимостью. Впервые строгое объяснение броуновского движения дали в 1905 году польский физик Марианн Смолуховский и Альберт Эйнштейн, который впервые осознал, что

это таинственное, на первый взгляд, явление служит наилучшим экспериментальным подтверждением правоты атомной теории строения вещества. Он объяснил его примерно так: взвешенная в воде частица твердого вещества подвергается постоянной «бомбардировке» со стороны хаотично движущихся молекул воды. В среднем, молекулы воздействуют на нее со всех сторон с равной интенсивностью и через равные промежутки времени. Однако, как бы ни мала была частица, в силу чисто случайных отклонений, сначала она получает импульс от молекулы, ударившей её с одной стороны, затем – от молекулы, ударившей её с другой и т.д. В результате усреднения таких соударений получается, что в какой-то момент частица «дергается» в одну сторону, затем, если с другой стороны ее «толкнуло» больше молекул – в другую и т.д. Используя законы математической статистики и молекулярно-кинетической теории газов, Эйнштейн и независимо от него М. Смолуховский получили уравнение движения броуновской частицы (описывающее зависимость среднеквадратичного смещения броуновской частицы от макроскопических показателей).

Пусть \vec{F} – равнодействующая сила, обусловленная неполной компенсацией ударов молекул жидкости о броуновскую частицу.

Кроме этой силы на частицу действует сила Стокса, вызванная вязкостью жидкости и направленная против силы \vec{F} .

$$F_{mp} = 6\pi\eta a v,$$

где a – радиус частицы; η – динамическая вязкость жидкости; v – скорость частицы.

Уравнение движения частицы (второй закон Ньютона) имеет вид

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + 6\pi\eta a v = \vec{F}, \quad (2.1)$$

где m – масса частицы; \vec{r} – радиус-вектор частицы, соединяющий начало координат с точкой пространства, в которой находится частица).

Обозначим произведение $3\pi\eta a$ буквой μ , а скорость частицы выразим по формуле $v = \frac{d\vec{r}}{dt}$. Тогда уравнение (2.1) приобретает вид

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \mu \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F}.$$

Спроектируем это уравнение на ось X . Так как проекция радиус-вектора \vec{r} на эту ось есть координата x частицы, то

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \mu \frac{dx}{dt} = F_x. \quad (2.2)$$

где F_x – проекция вектора \vec{F} на ось X .

Так как все направления движения частицы равновероятны $\langle x \rangle = 0$, то будем определять $\langle x^2 \rangle$. Для этого умножим обе части уравнения (2.2) на x

$$mx \frac{d^2 x}{dt^2} + \mu x \frac{dx}{dt} = x F_x.$$

Выполним некоторые преобразования

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(x^2) &= 2x \frac{dx}{dt}, \\ \frac{d^2}{dt^2}(x^2) &= \frac{d}{dt} \left(2x \frac{dx}{dt} \right) = 2 \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + x \frac{d^2 x}{dt^2} \right], \\ x \frac{d^2 x}{dt^2} &= \left[\frac{1}{2} \frac{d^2}{dt^2}(x^2) - \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \right], \\ \frac{m}{2} \frac{d^2}{dt^2}(x^2) - m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 &= F_x x - 3\pi\eta a \frac{d}{dt}(x)^2. \end{aligned}$$

Это равенство справедливо для любой частицы и поэтому оно справедливо и для средних значений входящих в него величин, если усреднение вести по достаточно большому числу частиц. Поэтому можно написать

$$\frac{m}{2} \frac{d^2}{dt^2} \langle x^2 \rangle - m \langle v_x^2 \rangle = \langle F_x x \rangle - 3\pi\eta a \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle.$$

Так как x и v_x не зависят друг от друга, можно записать

$$\begin{aligned} \langle F_x x \rangle &= \langle F_x \rangle \langle x \rangle = 0; \\ m \frac{\langle v_x^2 \rangle}{2} &= \frac{1}{2} kT; \\ \frac{m}{2} \frac{d^2}{dt^2} \langle x^2 \rangle - kT &= -3\pi\eta a \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle. \end{aligned}$$

Произведем замену

$$z = \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle.$$

Тогда

$$\frac{m}{2} \frac{dz}{dt} - kT = -3\pi\eta a z.$$

Полученное дифференциальное уравнение обыкновенное линейное неоднородное. Из математики известно, что его решение является суммой общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного.

Умножим обе части уравнения на величину $\frac{2}{m}$, тогда

$$\frac{dz}{dt} + \frac{6\pi\eta a}{m} z = \frac{2kT}{m};$$

$$z = C e^{-\frac{6\pi\eta a}{m} t} + \frac{kT}{3\pi\eta a};$$

$$z|_{t=0} = 0;$$

$$C = -\frac{kT}{3\pi\eta a};$$

$$z = -\frac{kT}{3\pi\eta a} e^{-\frac{6\pi\eta a}{m} t} + \frac{kT}{3\pi\eta a} = \frac{kT}{3\pi\eta a} \left(1 - e^{-\frac{6\pi\eta a}{m} t} \right).$$

Слагаемое в скобках весьма мало, следовательно им можно пренебречь. Тогда выражение примет вид

$$z = \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle = \frac{kT}{3\pi\eta a}, \text{ откуда } \langle x^2 \rangle = \frac{kTt}{3\pi\eta a}. \quad (2.3)$$

Среднее значение квадрата смещения броуновской частицы за время t вдоль оси X , или любой другой оси, пропорционально этому промежутку времени. Формула (2.3) получила название формула Эйнштейна–Смолуховского. В ней x означает смещение частицы только в одном избранном направлении (принятом нами за направление оси X), то есть x есть проекция полного смещения \vec{r} на это направление. Очевидно, что

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

Усредняя и принимая во внимание, что $\langle x^2 \rangle = \langle y^2 \rangle = \langle z^2 \rangle$, получим

$$\langle r^2 \rangle = 3 \langle x^2 \rangle.$$

Поэтому формулу (2.3) можно записать в виде

$$\langle r^2 \rangle = \frac{kTt}{\pi\eta a}.$$

В 1908 г. французский физик Жан Батист Перрен начал количественные наблюдения за движением броуновских частиц под микроскопом. Крошечные шарики почти сферической формы и примерно одинакового размера Перрен получал из гуммигута. Он отмечал и потом зарисовывал (в сильно увеличенном масштабе) на разграфленном листе бумаги положение частиц через равные интервалы времени, например, через каждые 30 с (рис. 2.2) Соединяя полученные точки прямыми, он получал замысловатые траектории. Такое хаотичное, беспорядочное движение частиц приводит к тому, что перемещаются они в пространстве довольно медленно: сумма отрезков намного больше перемещения частицы от первой точки до последней. Результаты, полученные Перреном, подтвердили теоретические выводы Эйнштейна.

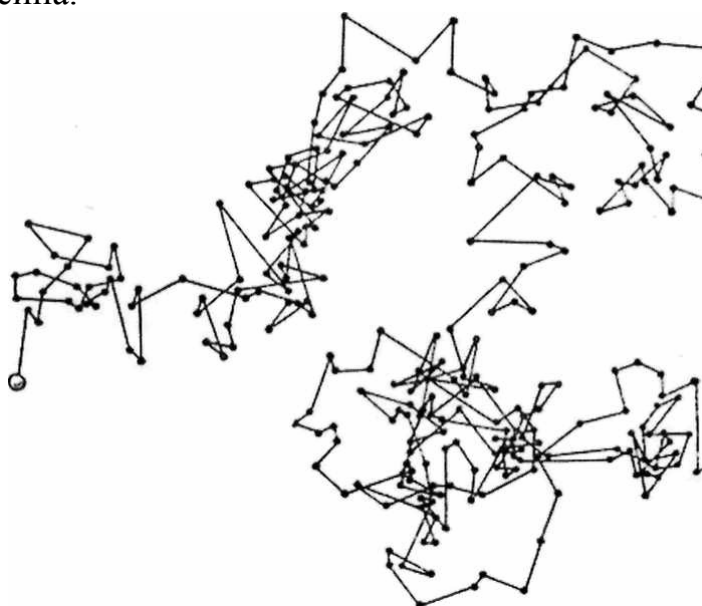


Рис. 2.2

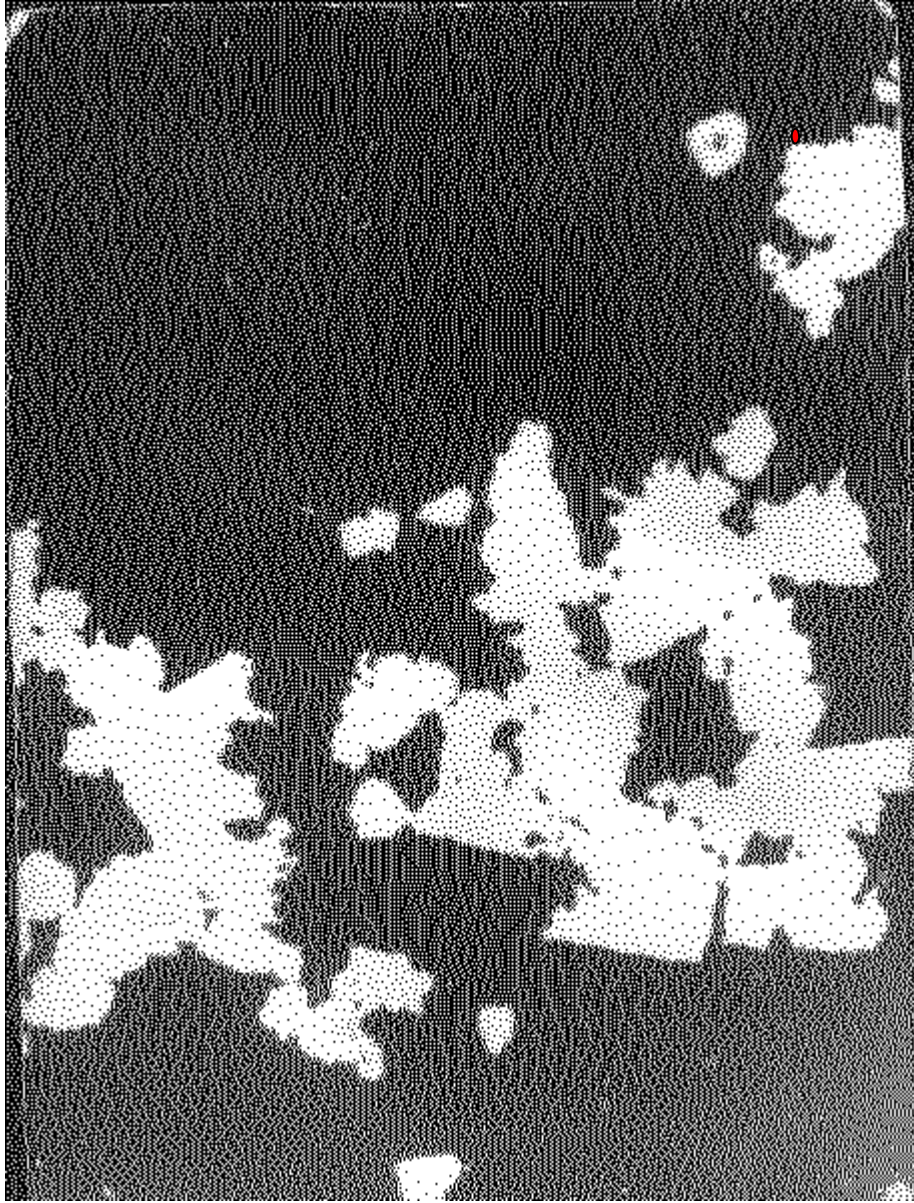
Данное уравнение имеет историческую ценность, потому что на нем основан один из первых способов определения постоянной Больцмана.

В настоящей работе исследуется движение частицы на плоскости, поэтому не учитывается одна из координат частицы.

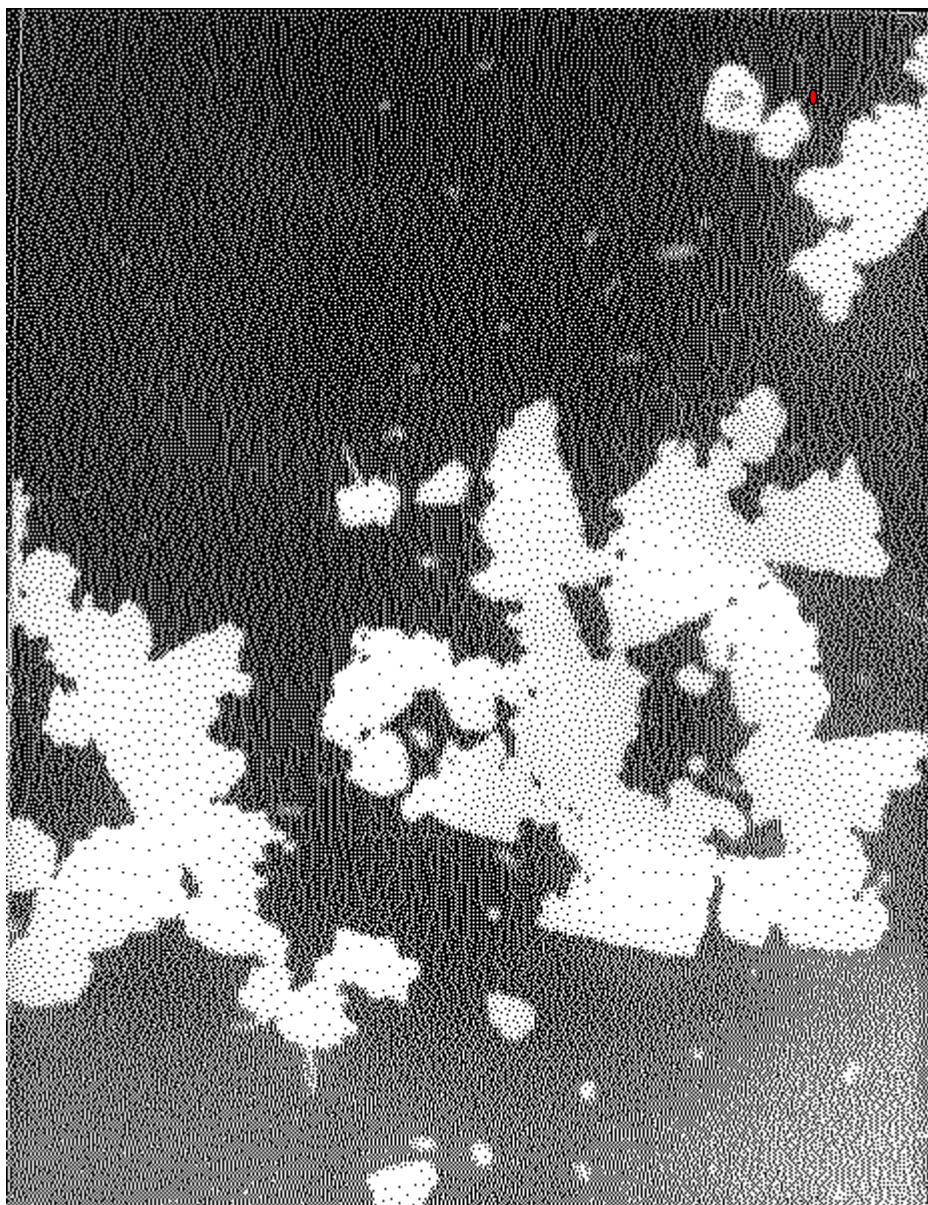
Порядок выполнения работы

Для количественного исследования броуновского движения необходимо проследить за смещениями броуновской частицы, которая зафиксирована на фотографиях (см. приложение в конце сборника).

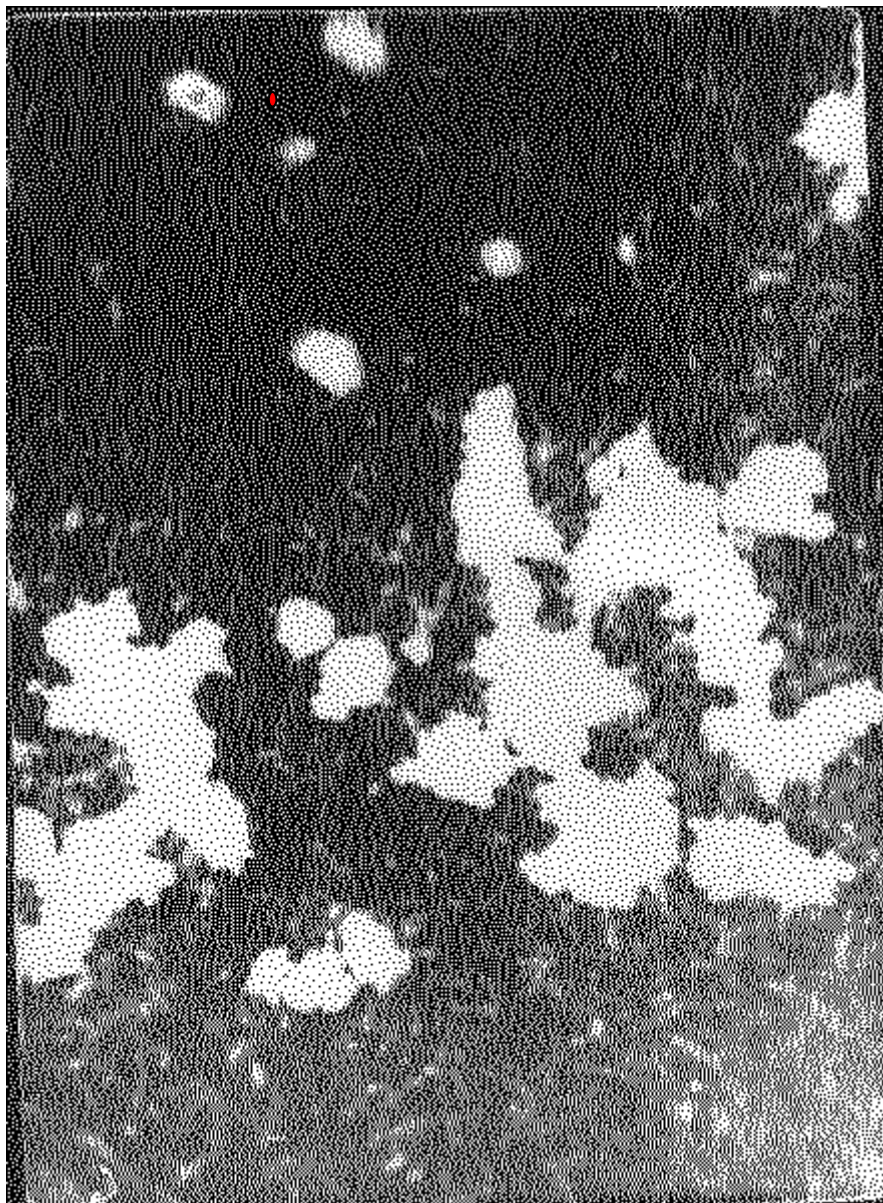
1. Изучите набор фотографий в порядке возрастания номера фотографии.



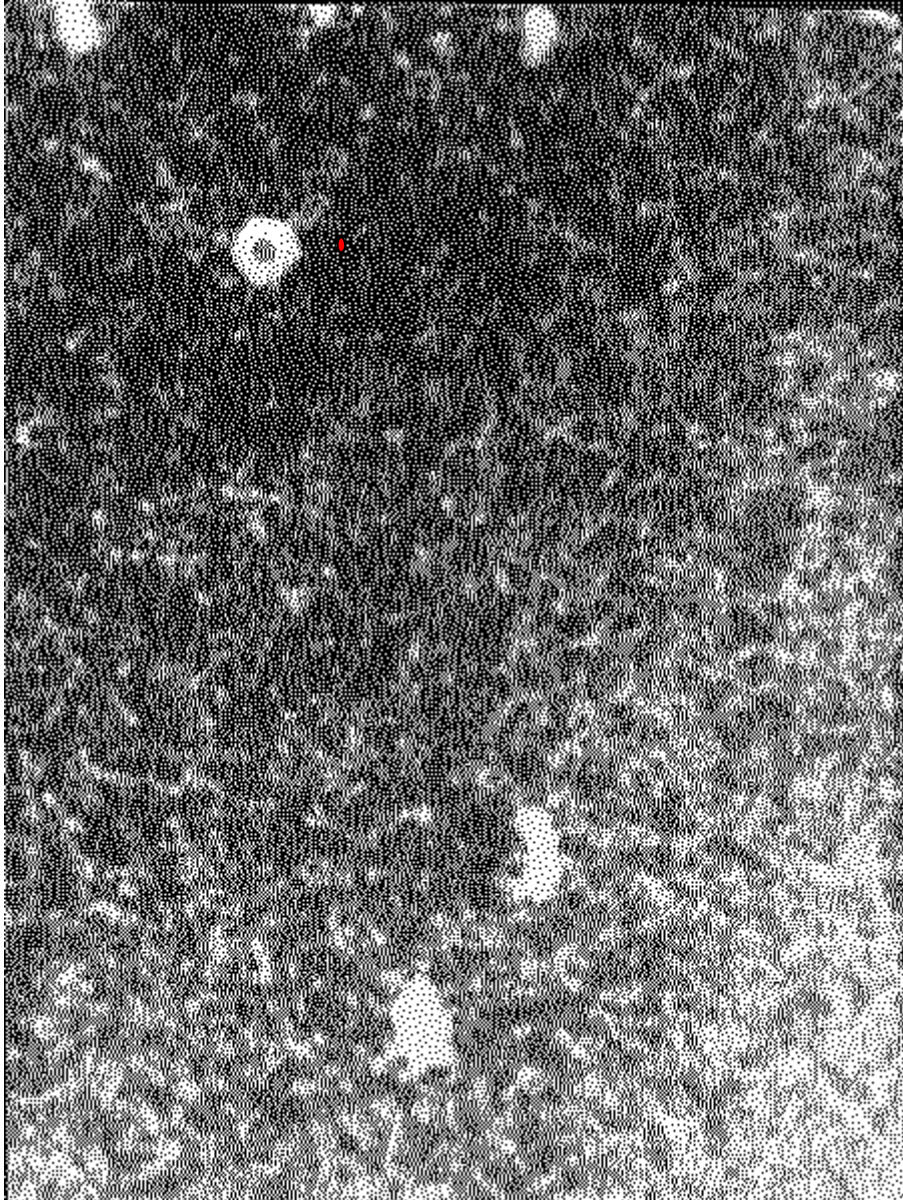
ФОТОГРАФИЯ № 1



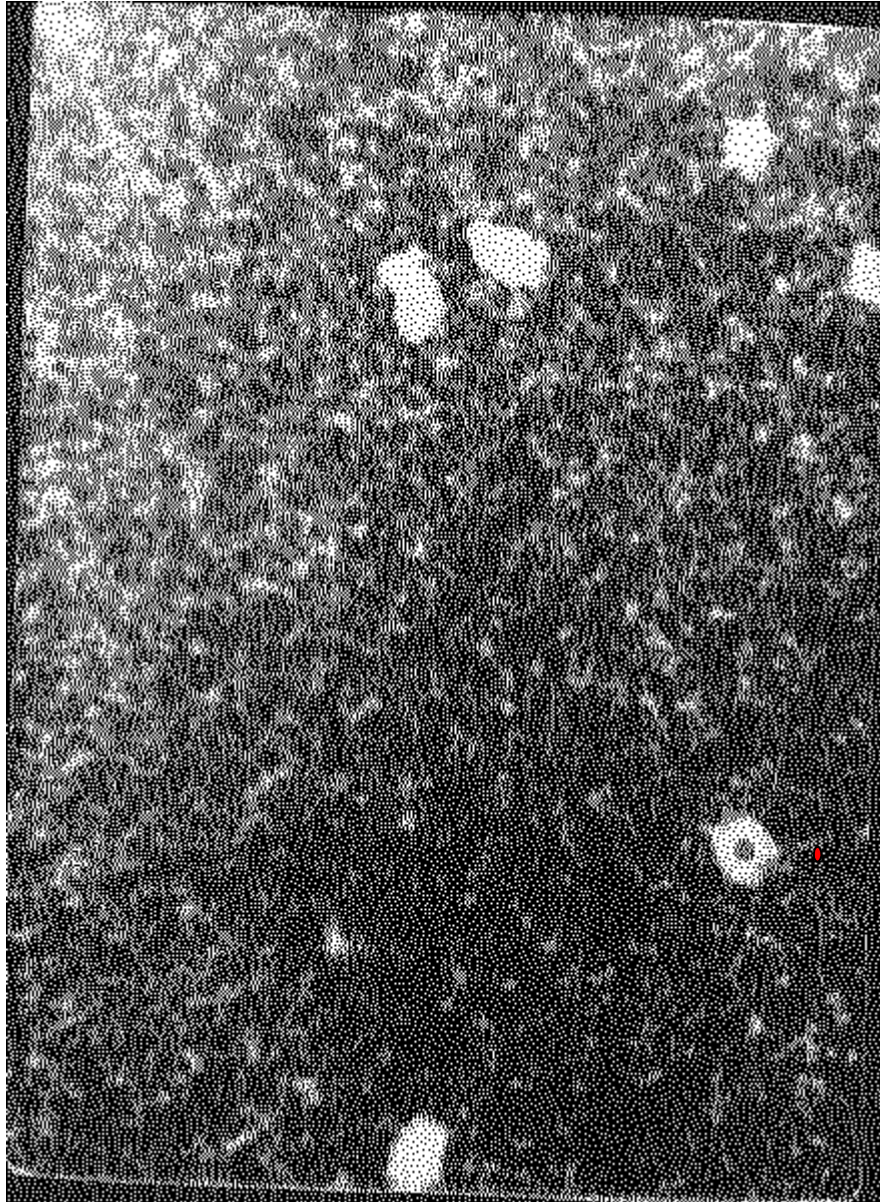
ФОТОГРАФИЯ № 2



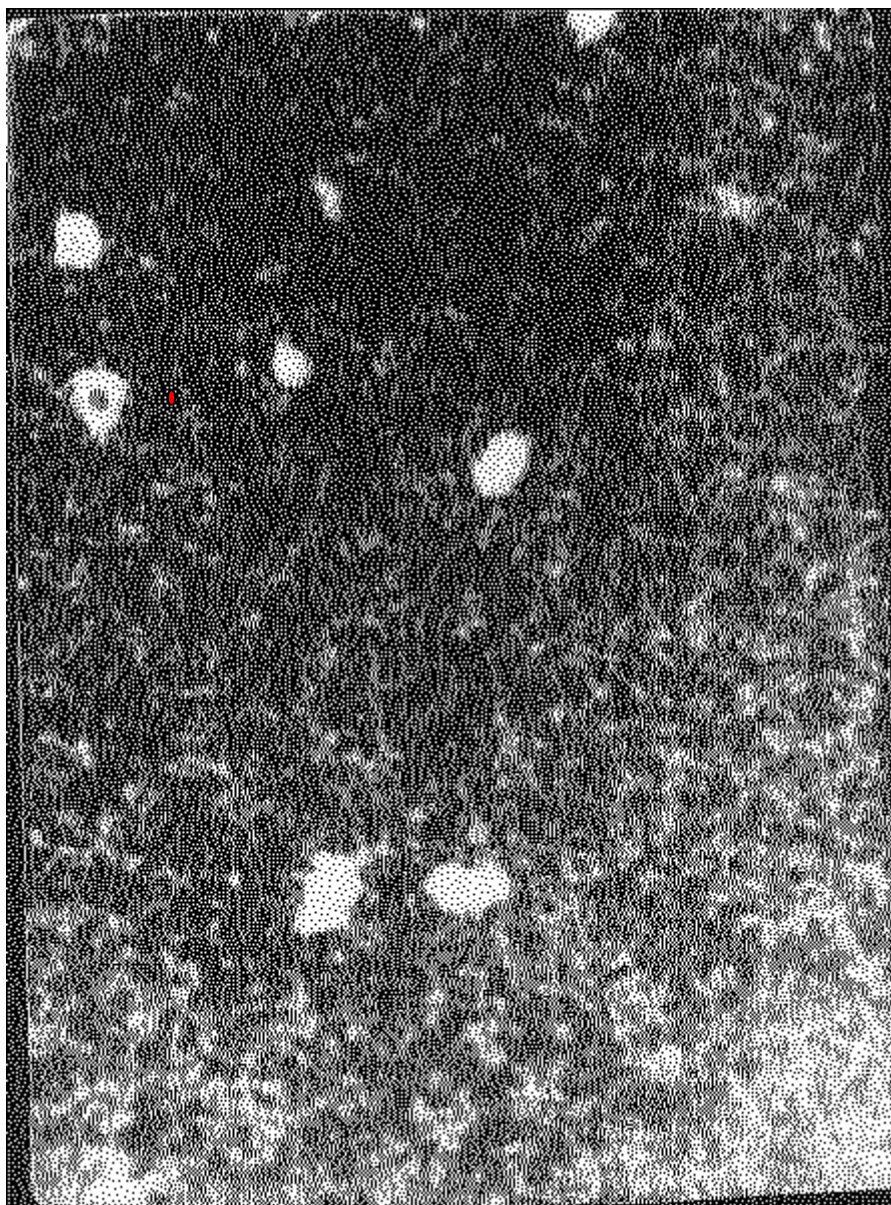
ФОТОГРАФИЯ № 3



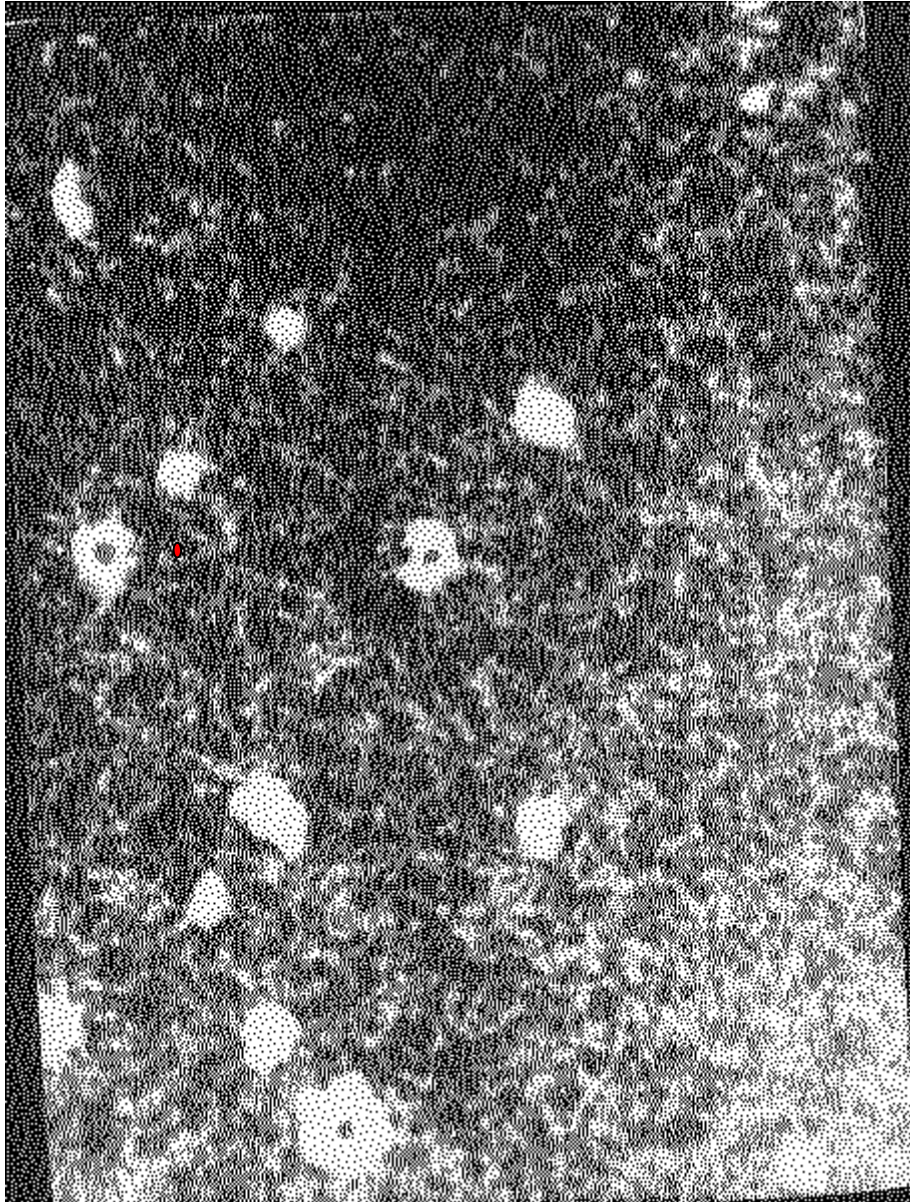
ФОТОГРАФИЯ № 4



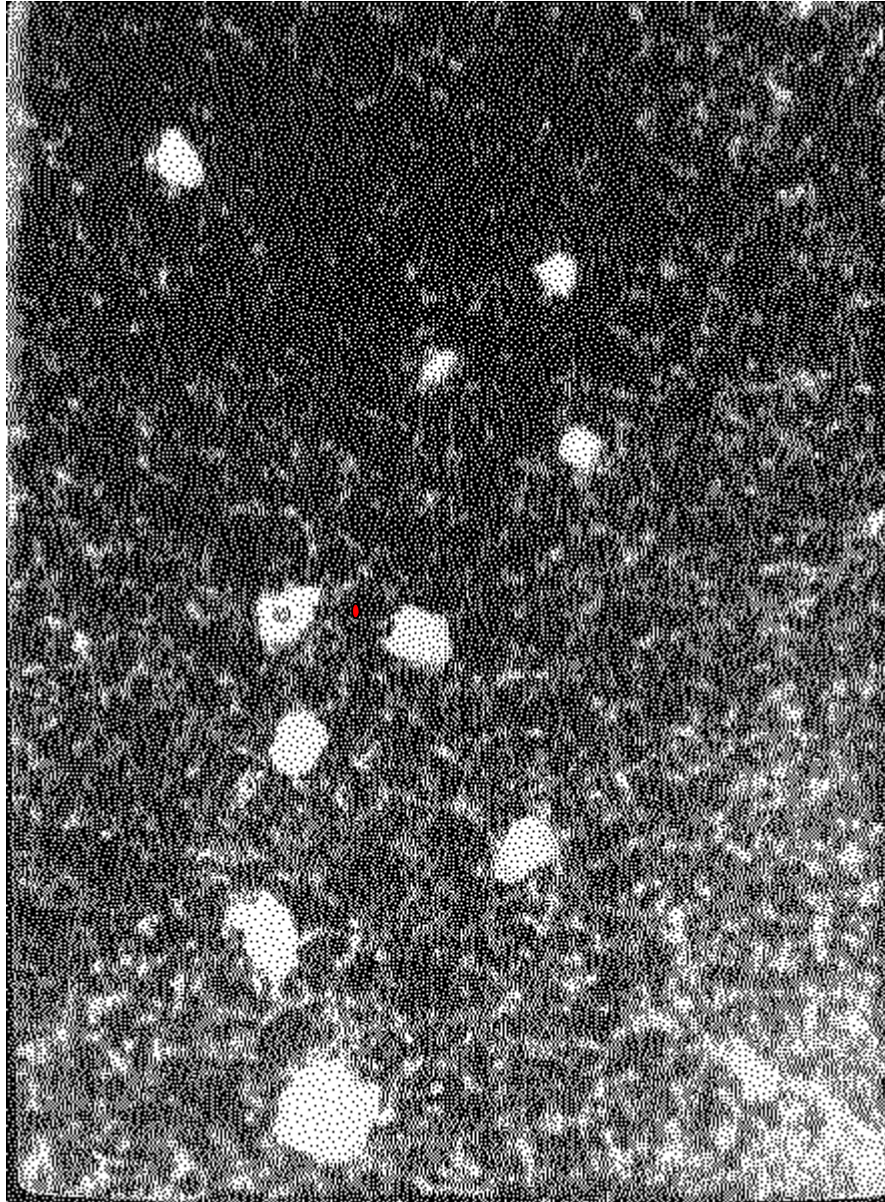
ФОТОГРАФИЯ № 5



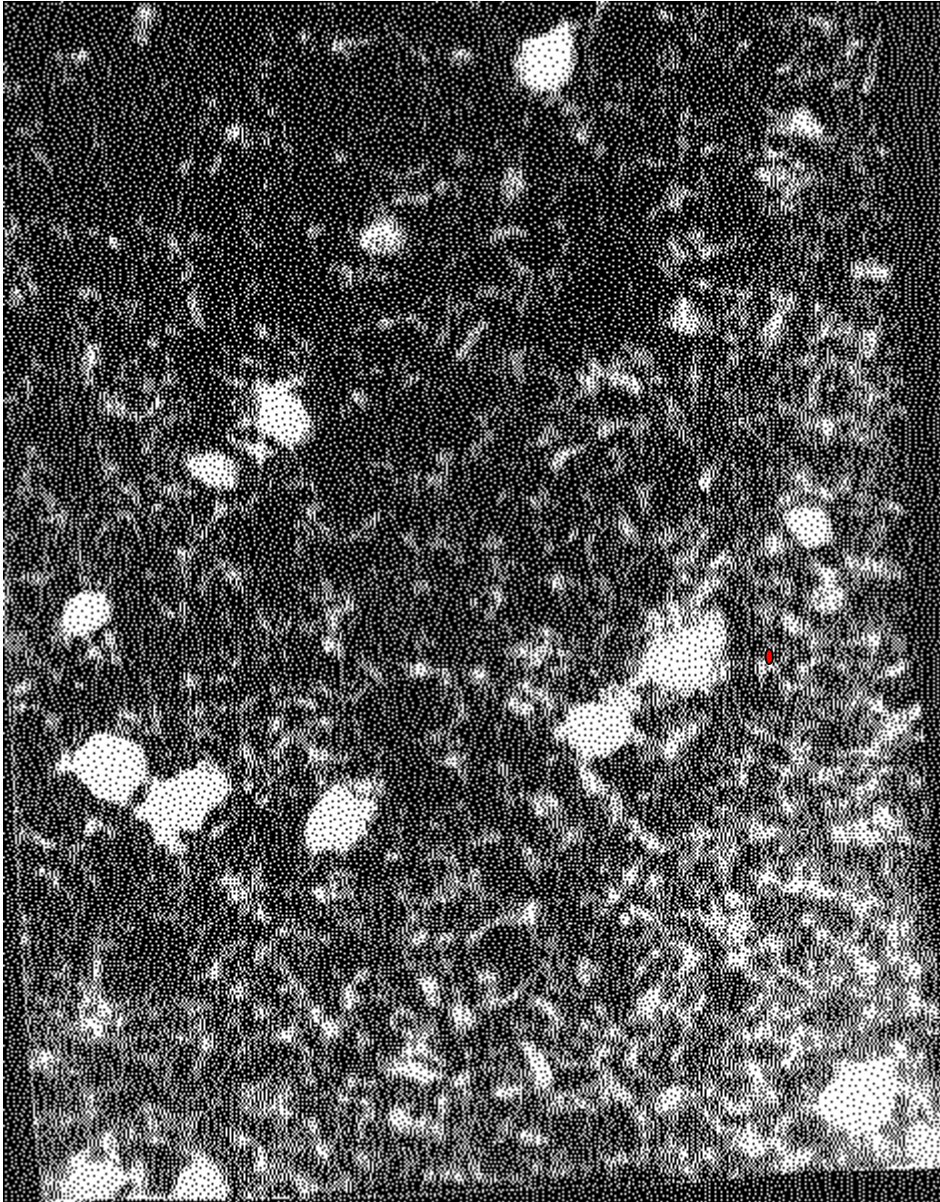
ФОТОГРАФИЯ № 6



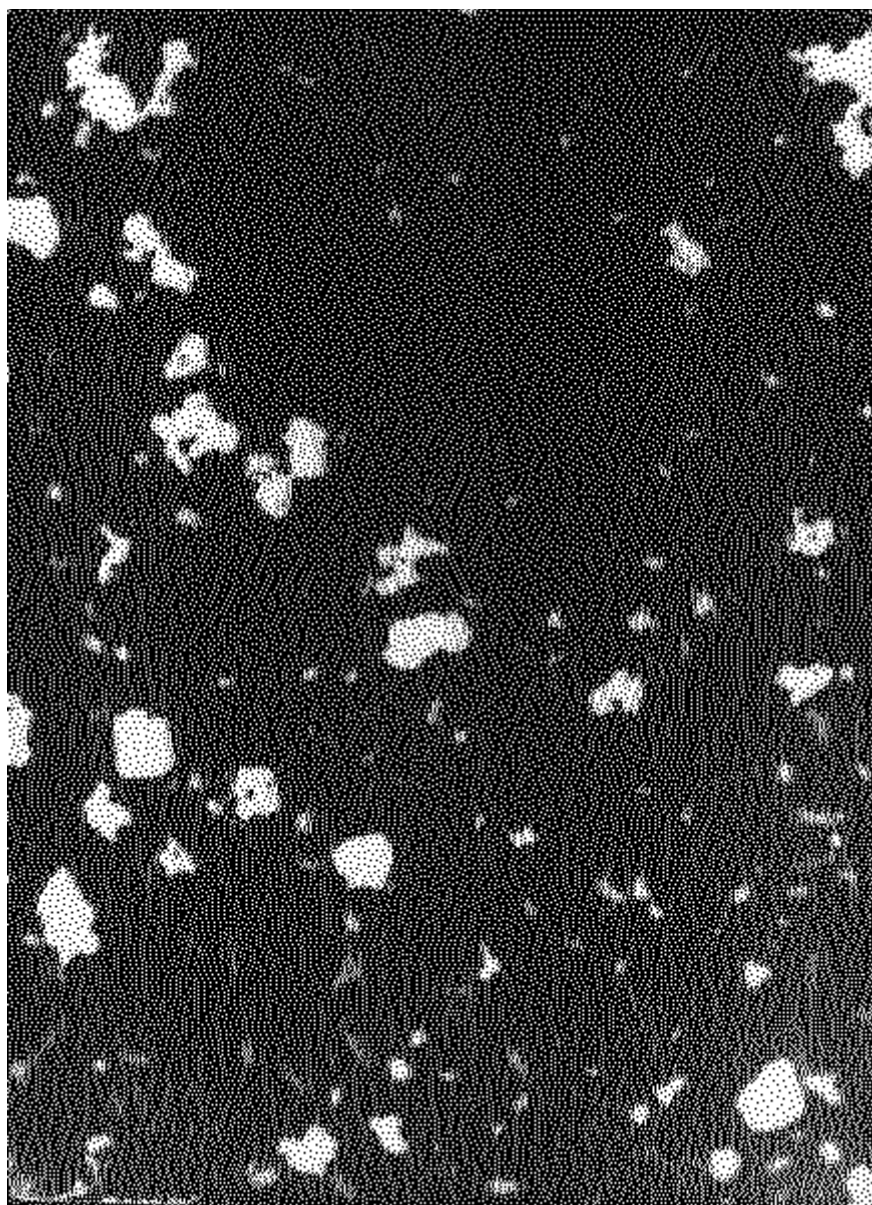
ФОТОГРАФИЯ № 7



ФОТОГРАФИЯ № 8



ФОТОГРАФИЯ № 9



ФОТОГРАФИЯ № 10



ФОТОГРАФИЯ № 11

2. Возьмите фотографию №1. Отметьте на кальке положение броуновской частицы (красная точка). Присвойте этой точке номер 1.

3. Аналогичную операцию п. 2 проведите со всеми фотографиями в порядке следования. Пример возможной траектории броуновской частицы изображен на рис. 2.3.

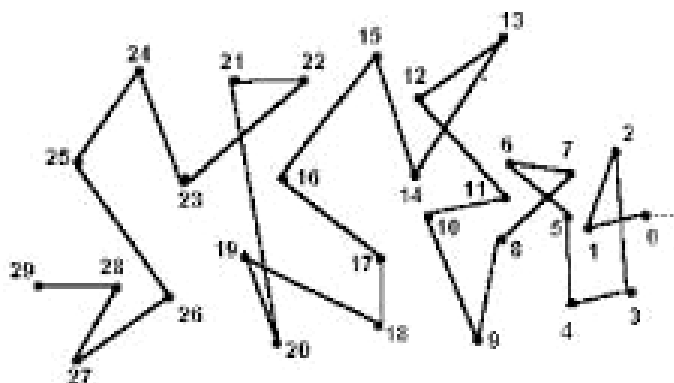


Рис. 2.3

4. Измерьте каждый отрезок между двумя последовательно изображенными точками на рисунке с помощью циркуля-измерителя и миллиметровой линейки. Результаты измерений занесите в таблицу экспериментальных данных. Здесь обозначение S_{i-j} соответствует расстоянию между двумя точками с номерами i и j .

Таблица экспериментальных данных

t, c	S, cm									
2	S_{1-2}	S_{2-3}	S_{3-4}	S_{4-5}	S_{5-6}	S_{6-7}	S_{7-8}	S_{8-9}	S_{9-10}	S_{10-11}
4	S_{1-3}	S_{2-4}	S_{3-5}	S_{4-6}	S_{5-7}	S_{6-8}	S_{7-9}	S_{8-10}	S_{9-11}	
6	S_{1-4}	S_{2-5}	S_{3-6}	S_{4-7}	S_{5-8}	S_{6-9}	S_{7-10}	S_{8-11}		
8	S_{1-5}	S_{2-6}	S_{3-7}	S_{4-8}	S_{5-9}	S_{6-10}	S_{7-11}			
10	S_{1-6}	S_{2-7}	S_{3-8}	S_{4-9}	S_{5-10}	S_{6-11}				
12	S_{1-7}	S_{2-8}	S_{3-9}	S_{4-10}	S_{5-11}					

5. Произведите расчеты по приведенным ниже формулам и построить график зависимости $\langle S^2 \rangle(t)$.

Физическая интерпретация результатов измерения состоит в расчете следующих величин:

Для момента времени $t = 2$ с расстояние, пройденное броуновской частицей, определится из формулы

$$\langle S_1^2 \rangle = \frac{1}{10} (S_{1-2}^2 + S_{2-3}^2 + S_{3-4}^2 + S_{4-5}^2 + S_{5-6}^2 + S_{6-7}^2 + S_{7-8}^2 + S_{8-9}^2 + S_{9-10}^2 + S_{10-11}^2).$$

Для момента времени $t = 4$ с – из формулы

$$\langle S_2^2 \rangle = \frac{1}{9} (S_{1-3}^2 + S_{2-4}^2 + S_{3-5}^2 + S_{4-6}^2 + S_{5-7}^2 + S_{6-8}^2 + S_{7-9}^2 + S_{8-10}^2 + S_{9-11}^2).$$

Для момента времени $t = 6$ с – из формулы

$$\langle S_3^2 \rangle = \frac{1}{8} (S_{1-4}^2 + S_{2-5}^2 + S_{3-6}^2 + S_{4-7}^2 + S_{5-8}^2 + S_{6-9}^2 + S_{7-10}^2 + S_{8-11}^2).$$

Для момента времени $t = 8$ с – из формулы

$$\langle S_4^2 \rangle = \frac{1}{7} (S_{1-5}^2 + S_{2-6}^2 + S_{3-7}^2 + S_{4-8}^2 + S_{5-9}^2 + S_{6-10}^2 + S_{7-11}^2).$$

Для момента времени $t = 10$ с – из формулы

$$\langle S_5^2 \rangle = \frac{1}{6} (S_{1-6}^2 + S_{2-7}^2 + S_{3-8}^2 + S_{4-9}^2 + S_{5-10}^2 + S_{6-11}^2).$$

Для момента времени $t = 12$ с – из формулы

$$\langle S_6^2 \rangle = \frac{1}{5} (S_{1-7}^2 + S_{2-8}^2 + S_{3-9}^2 + S_{4-10}^2 + S_{5-11}^2).$$

Для момента времени 14 с – из формулы

$$\langle S_7^2 \rangle = \frac{1}{4} (S_{1-8}^2 + S_{2-9}^2 + S_{3-10}^2 + S_{4-11}^2).$$

Контрольные вопросы

1. Что такое броуновское движение и каковы его количественные характеристики?
2. Приведите вывод закона Эйнштейна – Смолуховского.
3. В чем состоит методика получения графического представления траектории броуновской частицы?

Лабораторная работа № 3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УНИВЕРСАЛЬНОЙ ГАЗОВОЙ ПОСТОЯННОЙ

Цель работы: изучение процессов в идеальных газах и определение универсальной газовой постоянной R .

Приборы и принадлежности: установка ФПТ1-12, лабораторный термометр.

Теоретическая часть

Для объяснения свойств вещества в газообразном состоянии используют модель идеального газа, предложенную в 1847 г. английским физиком Джоном Герепатом.

Идеальным принято считать газ, если:

а) потенциальная энергия взаимодействия его молекул пренебрежимо мала по сравнению с кинетической энергией их хаотического движения;

б) удары молекул о стенки сосуда являются абсолютно упругими;

в) собственный объем молекул пренебрежимо мал по сравнению с объемом сосуда, в котором находится газ;

г) тепловое равновесие по всему объему достигается мгновенно.

Условия, необходимые для того, чтобы реальный газ обрел свойства идеального, осуществляются при соответствующем разрежении реального газа. Некоторые газы даже при комнатной температуре и атмосферном давлении слабо отличаются от идеальных.

Основными параметрами идеального газа являются давление, объем и температура. Уравнение, устанавливающее связь между параметрами идеального газа было получено в середине XIX в. французским физиком Б. Клапейроном. В форме

$$pV = \frac{m}{M} RT, \quad (3.1)$$

оно было впервые записано Д. И. Менделеевым. Поэтому уравнение (3.1) состояния идеального газа называют уравнением Клапейрона-Менделеева.

В уравнении (3.1) p – давление газа; V – объем; m – масса; M – молярная масса (масса одного моль газа); T – термодинамическая температура; R – универсальная газовая постоянная.

Физический смысл универсальной газовой постоянной в том, что она показывает, какую работу совершает 1 моль идеального газа при изобарном расширении и изменении температуры на 1 К ($R = 8,31$ Дж/(моль·К)).

Переход газа из одного состояния в другое называют *процессом*.

Процессы, при которых масса газа и один из его параметров остаются постоянными, называются *изопроцессами*. К ним относятся:

1. **Изотермический процесс** – это квазистатический процесс, происходящий в газе при постоянной температуре ($T = \text{const}$).

Из уравнения (3.1) следует, что при постоянной температуре и неизменной массе произведение давления p газа на его объем V остается величиной постоянной.

$$pV = \text{const} . \quad (3.2)$$

Уравнение изотермического процесса было получено из эксперимента английским физиком Р. Бойлем (1662 г.) и независимо от него французским физиком Э. Мариоттом (1676 г.). Поэтому уравнение (3.2) называют законом Бойля-Мариотта.

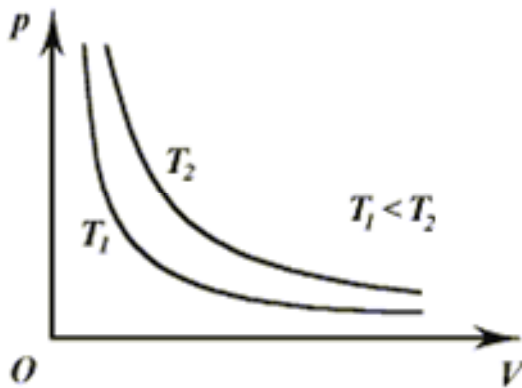


Рис. 3.1

На диаграмме (p, V) изотермические процессы изображают при различных значениях температур семейством гипербол $p \sim \frac{1}{V}$, которые называются изотермами. Так как коэффициент пропорциональности в этом соотношении увеличивается с ростом температуры, то изотермы, соответствующие более высоким значениям температуры, располагаются на графике выше

изотерм, соответствующих меньшим значениям температуры (рис. 3.1).

2. **Изобарным процессом** называют квазистатический процесс, происходящий при постоянном давлении ($p = \text{const}$).

Для данной массы газа уравнение изобарного процесса имеет вид

$$\frac{V}{T} = \text{const} . \quad (3.3)$$

Зависимость объема газа от температуры при неизменном давлении была экспериментально исследована французским физиком Ж. Гей-Люссаком (1862 г.). Поэтому уравнение (3.3) называют законом Гей-Люссака.

На диаграмме (V, T) изобарные процессы при разных значениях давления изображаются семейством прямых линий (рис. 3.2), которые называются изобарами.

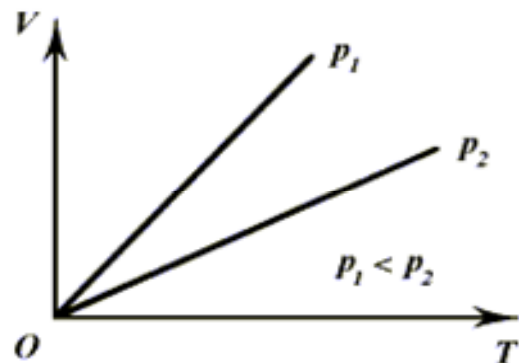


Рис. 3.2

3. **Изохорный процесс** – это процесс квазистатического нагревания или охлаждения газа данной массы газа при постоянном объеме ($V = \text{const}$).

Как следует из уравнения (3.1) состояния идеального газа, при этих условиях давление газа p изменяется прямо пропорционально его абсолютной температуре: $p \sim T$ или

$$\frac{p}{T} = \text{const} . \quad (3.4)$$

Экспериментально зависимость давления газа от температуры исследовал французский физик Ж. Шарль (1787 г.). Поэтому уравнение изохорного процесса (3.4) называют законом Шарля.

На диаграмме (p, T) изохорные процессы для заданной массы газа при различных значениях объема изображают семейством прямых линий, которые называются изохорами. Большим значениям объема соответствуют изохоры с меньшим наклоном к оси температур (рис. 3.3).

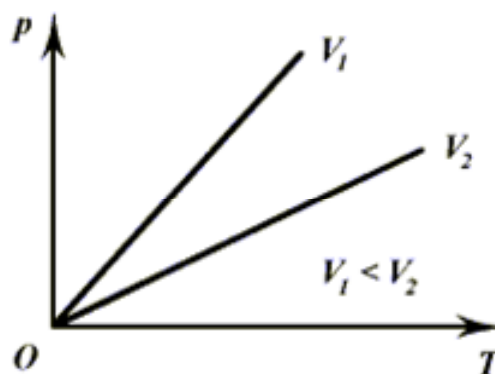


Рис. 3.3

Описание метода измерений

Эксперимент проводится с реальным газом – воздухом, представляющим собой смесь нескольких газов, основными компонентами которой являются азот (~78 %) и кислород (~21 %). Реальные газы близки к идеальному газу, если они разрежены и нагреты. Это выполняется, например, при нормальных условиях ($T = 273,15 \text{ К}$, $p = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$).

Метод экспериментального определения универсальной газовой постоянной, используемый в данной работе, заключается в следующем.

Предположим, что в сосуде известного объема V находится воздух при атмосферном давлении p_a и комнатной температуре T . Масса воздуха, заключенного в сосуде, равна m_1 . Поскольку в этих условиях воздух можно считать идеальным газом, то его состояние можно описать уравнением

$$p_a V = \frac{m_1}{M} RT . \quad (3.5)$$

Если теперь путем частичной откачки уменьшить давление воздуха в сосуде до нового значения p при той же комнатной температуре T , то его

масса уменьшится до значения m_2 . Для этого нового состояния газа, заключенного в сосуде, также справедливо уравнение Клапейрона-Менделеева

$$pV = \frac{m_2}{M} RT, \quad (3.6)$$

где M – молярная масса воздуха ($M = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль).

Вычтем из формулы (3.5) уравнение (3.6)

$$(p_a - p)V = \frac{(m_1 - m_2)}{M} RT. \quad (3.7)$$

Из уравнения (3.7) получим формулу для определения универсальной газовой постоянной

$$R = \frac{(p_a - p)VM}{(m_1 - m_2)T}. \quad (3.8)$$

Лабораторная установка

Для определения универсальной газовой постоянной предназначена экспериментальная установка ФПТ1-12, общий вид которой приведен на рис. 3.4.

Установка состоит из стеклянной колбы 1, снабженной вакуумным краном 2 и установленной на электронных весах 3. Гибкие шланги 4 соединяют колбу, манометр 6 и насос 7. Манометр и насос закреплены на жестком основании 8. На жестком основании указан объем колбы.

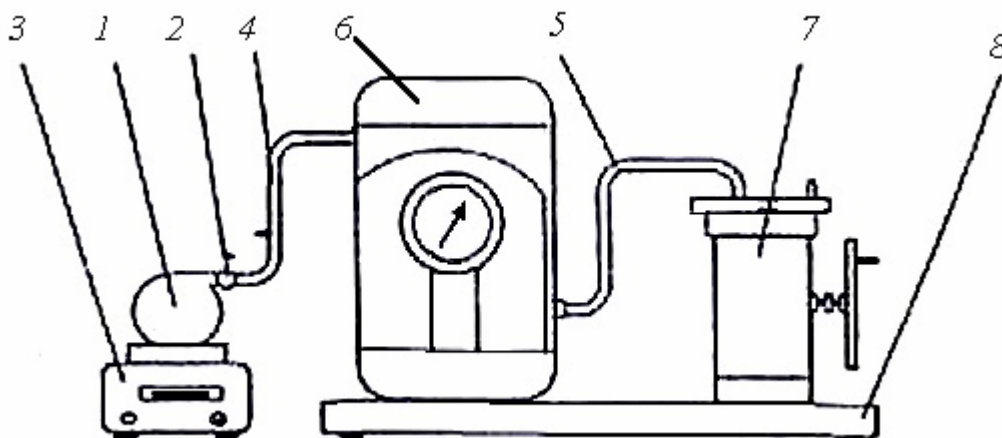


Рис. 3.4

Порядок выполнения работы

1. Измерьте атмосферное давление (барометром) и температуру в лаборатории в градусах Цельсия с помощью настенного термометра. Переведите температуру в Кельвины по формуле $T(K) = t^{\circ}C + 273 K$. Внесите значения молярной массы воздуха M , объема колбы V и температуры T в табл. 3.1.

2. Отсоедините от колбы гибкий шланг, откройте на атмосферу вакуумный шланг, взвесьте колбу с воздухом и полученное значение m_1 занесите в табл. 3.1.

3. При открытом вакуумном кране присоедините к колбе гибкий шланг 4. Стрелка манометра при этом должна показывать нулевое избыточное давление.

4. Приведите в действие насос, вращая маховое колесо против часовой стрелки. Откачайте насосом воздух из колбы до тех пор, пока стрелка манометра не установится вблизи отрицательного избыточного давления Δp , равного $-0,7 \text{ кгс/см}^2$.

5. Снимите показание манометра. Перекройте вакуумный кран и только после этого остановите насос. Переведите значение Δp в Паскали, используя соотношение $1 \text{ кгс/см}^2 = 9,81 \cdot 10^4 \text{ Па}$ и внесите его в табл. 3.1.

6. Отсоедините от колбы гибкий шланг 4 и взвесьте колбу после откачки воздуха. Значение m_2 занесите в табл. 3.1.

7. По формуле (3.8) вычислите величину универсальной газовой постоянной $R_{\text{эксп}}$ и внесите её в табл. 3.1.

8. Повторите пп. 2-7 при немного отличающихся значениях избыточного давления Δp с тем, чтобы получить три значения $R_{\text{эксп}}$. Рассчитайте среднее значение универсальной газовой постоянной $\langle R_{\text{эксп}} \rangle$ и внесите его в табл. 3.1.

9. Вычислите относительную погрешность δR измерения универсальной газовой постоянной, воспользовавшись формулой

$$\delta R = \frac{|R_{\text{табл}} - \langle R_{\text{эксп}} \rangle|}{R_{\text{табл}}} \cdot 100 \%, \quad (3.9)$$

где $R_{\text{табл}} = 8,31 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$.

Внесите величину погрешности в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Номер опыта	M , кг/моль	V , м ³	T , К	m_1 , кг	m_2 , кг	Δp , Па	$R_{\text{эксп}}$, Дж/(моль·К)	$\langle R_{\text{эксп}} \rangle$, Дж/(моль·К)	δR , %

Контрольные вопросы

1. Опишите модель идеального газа.
2. Запишите уравнение состояния идеального газа.
3. Какой физический смысл имеет универсальная газовая постоянная и чему она равна?
4. Как связана универсальная газовая постоянная с другими константами?
5. Какие значения параметров газа называются нормальными условиями? Какой объем занимает один моль любого газа при этих условиях?
6. Опишите метод определения универсальной газовой постоянной, используемый в данной работе.
7. Как объясняется уменьшение давления в колбе при откачивании из нее воздуха с точки зрения молекулярно-кинетической теории?
8. Из-за неисправности вентиля из баллона вытекает газ. Как изменится масса газа в баллоне при уменьшении давления в баллоне вдвое? Температура газа не изменяется.
9. Как изменится плотность идеального газа, если при неизменной температуре его давление увеличится на 1 %?
10. Какой процесс в идеальном газе называется изотермическим? Сформулируйте закон Бойля-Мариотта.
11. Какой процесс в идеальном газе называется изобарным? Сформулируйте закон Гей-Люссака.
12. Какой процесс в идеальном газе называется изохорным? Сформулируйте закон Шарля.

Лабораторная работа № 4 ПРОВЕРКА ПЕРВОГО НАЧАЛА ТЕРМОДИНАМИКИ

Цель работы: проверка первого начала термодинамики на основе компьютерного моделирования процессов взаимного превращения электрической, тепловой и механической энергии.

Приборы и приспособления: IBM PC – совместимый персональный компьютер (ПК), дискета с программой LABTD11.EXE.

Теоретическая часть

Термодинамика – наука о наиболее общих свойствах макроскопических систем, находящихся в состоянии термодинамического равновесия, а также о процессах перехода между этими состояниями. В основе термодинамики лежат фундаментальные принципы (так называемые начала), описывающие поведение энергии и энтропии при любых возможных процессах в системе. Первое начало термодинамики, сформулированное в середине 19 века в результате работ Ю. Р. Майера, Дж. Джоуля и Г. Гельмгольца представляет собой закон сохранения энергии. Для замкнутых систем, обменивающихся энергией с окружающей средой, уравнение первого закона термодинамики имеет вид:

$$Q = \Delta U + A, \quad (4.1)$$

где Q – энергия, сообщенная системе; ΔU – приращение внутренней энергии системы; A – работа, совершенная системой.

В соответствии с первым началом термодинамики энергия Q , переданная системе, идет на изменение ее внутренней энергии U и на совершение работы против внешних сил A

Энергия, сообщенная системе Q , может быть тепловой или другой формой энергии, так как первый закон термодинамики справедлив для любых процессов. Если система поглощает энергию, то Q принимает положительное значение.

Внутренняя энергия системы U складывается из кинетической энергии движения ее микрочастиц и потенциальной энергии их взаимодействия. Это сложная термодинамическая функция, полностью определяемая состоянием системы. Если система поглощает энергию, то запас внутренней энергии растет ($\Delta U > 0$). Внутренняя энергия может изменяться как за счет совершения над системой работы, так и путем сообщения ей определенного количества теплоты. Поэтому можно говорить о двух формах передачи энергии от одного тела другому: работе и теплоте.

Работа – мера передачи механической энергии, связанная с перемещением тела как целого или взаимным перемещением отдельных его

макросистем. Если работа совершается системой, то $A > 0$; если же работа совершается над системой, то $A < 0$ (например, сжатие газа).

Теплота – это энергия, передаваемая системе внешними телами путем теплообмена, т.е. процесса обмена внутренними энергиями при контакте тел с разными температурами.

Как Q , так и A в уравнении (4.1) характеризуют процесс и от состояний системы (начального и конечного) зависят неоднозначно, так как из начального состояния подойти к конечному состоянию можно разными путями, с различным поглощением энергии и различной величиной работы.

Если известен закон изменения параметров в процессе перехода системы из одного состояния в другое, то уравнение первого закона термодинамики можно записать в дифференциальной форме и исследовать математически.

1) При изохорном процессе $V = \text{const}$, следовательно работа расширения или сжатия газа равна нулю ($\delta A = 0$).

Поэтому $\delta Q = dU$, то есть вся подводимая к газу теплота идет на увеличение его внутренней энергии.

2) При изобарном процессе $p = \text{const}$. При постоянном давлении расширение и сжатие газа возможно, как и нагревание и охлаждение. В этом случае $\delta Q = dU + \delta A$, то есть подводимая к газу теплота идет на увеличение внутренней энергии газа и на совершение газом работы против внешних сил.

3) При изотермическом процессе $T = \text{const}$, следовательно $\Delta U = 0$. В этом случае вся подведенная к газу теплота идет на совершение механической работы.

$$\delta Q = \delta A.$$

Методика эксперимента

Экспериментальная проверка первого начала термодинамики, т.е. проверка справедливости уравнения (4.1), сопряжена с рядом значительных трудностей. Прежде всего, необходимо отметить сложность измерения приращения внутренней энергии исследуемой термодинамической системы. Лишь в частном случае, когда исследуемой системой является идеальный газ, внутренняя энергия складывается только из кинетических энергий теплового движения молекул и вычисляется по формуле

$$U = \frac{i}{2} \nu RT, \quad (4.2)$$

где ν – количество вещества; R – универсальная газовая постоянная; T – температура газа; i – число степеней свободы молекулы газа.

В результате экспериментальная оценка изменения внутренней энергии может быть сведена к измерению разности температур в начале и в конце процесса.

Выбрав в качестве исследуемой термодинамической системы идеальный газ, заключенный в цилиндр под поршень, можно оценить изменение объема и измерить механическую работу, совершенную газом против внешних сил при его расширении. Однако здесь возникают новые практические трудности. Во-первых, необходимо исключить утечку газа из подпоршневого пространства и при этом ограничить силу трения, чтобы позволить поршню легко перемещаться под небольшим давлением идеального (т.е. весьма разреженного) газа. Во-вторых, весьма непросто оценить количество теплоты, полученное собственно газом, при условии, что и цилиндр, и поршень теплопроводны, обладают конечной теплоемкостью и излучательной способностью. Наконец, совсем нелегко измерить с требуемой точностью работу расширяющегося газа против внешних сил, если в эти силы входит реальная сила трения, а поршень совершает колебания относительно точек равновесия (см. ниже).

Все экспериментальные трудности легко преодолеваются при переходе от физического к имитационному эксперименту, который сводится к следующему. Поршень под действием силы тяжести опускается с высоты L_1 до L_2 (рис.4.1) и сжимает воздух в цилиндре. Воздух считается идеальным двухатомным газом (число степеней свободы $i=5$). Перепад высот L_1-L_2 зависит как от конструктивных параметров установки (массы поршня M и площади поперечного сечения цилиндра S), так и от характера процесса сжатия газа. В данной работе моделируется изотермический процесс сжатия.

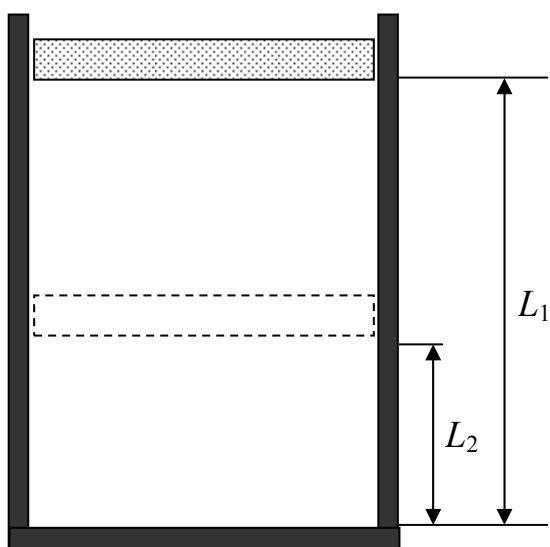


Рис.4.1. Изотермическое сжатие

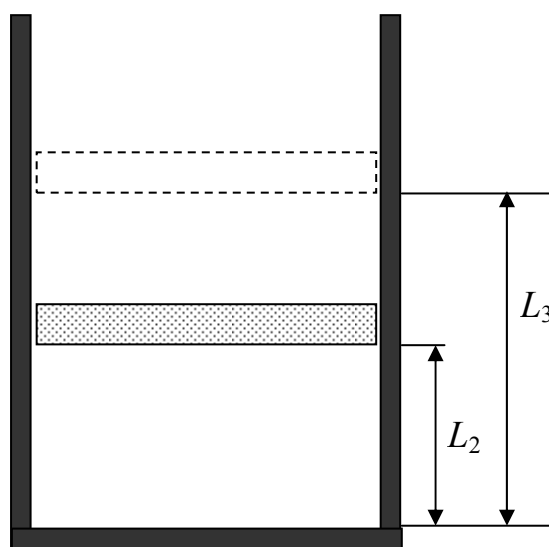


Рис.4.2. Изобарное расширение

Затем сжатый под поршнем газ нагревается электронагревателем и, расширяясь, совершает работу по подъему поршня (рис.4.2). Высота подъема $L_3 - L_2$ зависит от количества теплоты, получаемого газом. Если при расширении газ с находящимся в нем электронагревателем термоизолирован, то высота подъема поршня будет однозначно связана с количеством электрической энергии, потребленной электронагревателем и превращенной в теплоту. Сравнивая количество теплоты, рассчитанное с использованием экспериментально полученной высоты подъема поршня, с теплотой, выделенной электронагревателем, можно оценить точность, с которой выполняется первое начало термодинамики в данном имитационном эксперименте.

Особую роль в эксперименте играет сила трения. Сжатый газ («газовая пружина») и поршень образуют пружинный маятник, колебания которого в отсутствие трения оказались бы незатухающими. Только благодаря трению после нескольких колебаний возможна остановка поршня как при его опускании под действием силы тяжести, так и при его подъеме в результате нагревания и расширения газа. В то же время из-за трения поршень останавливается не в точке равновесия, где сила давления газа и сила тяжести уравновешены, а в ее окрестности. Причем отклонение точки остановки от точки равновесия зависит от целого ряда факторов и носит во многом случайный характер. Наконец, расширяющийся газ при подъеме поршня совершает работу не только против сил тяжести и атмосферного давления, но и против сил трения.

Учитывая вышеизложенное, первое начало термодинамики для процесса расширения газа под поршнем можно, с достаточной степенью точности, записать в виде:

$$Q \approx \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1) + Mg(L_3 - L_2) + F_{\text{тр}}(L_3 - L_2), \quad (4.3)$$

где Q – количество теплоты, полученное газом; m и μ – масса и молярная масса газа под поршнем, соответственно; M – масса поршня; $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения; $T_2 - T_1$ – приращение температуры газа при его расширении; $L_3 - L_2$ – высота подъема поршня в результате расширения газа; $F_{\text{тр}}$ – сила трения.

Приближенность уравнения (4.3) обусловлена тем, что в нем не учтена та часть работы газа против силы трения, которая совершается при колебаниях поршня относительно точки равновесия. Однако, учитывая небольшую амплитуду и значительную скорость затухания колебаний, это вполне допустимо (что и заложено в используемую в работе математическую модель).

До расширения газа (в положении L_2) и после него (в положении L_3) на поршень действуют одни и те же взаимоуравновешивающиеся силы (рис.4.3): сила тяжести $M\vec{g}$, сила атмосферного давления, равная p_0S и сила давления газа, запертого под поршнем, равная pS . Следовательно, процесс расширения газа, сопровождающийся подъемом поршня, можно считать изобарным и протекающим при давлении

$$p = p_0 + \frac{Mg}{S}, \quad (4.4)$$

где S – площадь поперечного сечения поршня и цилиндра.

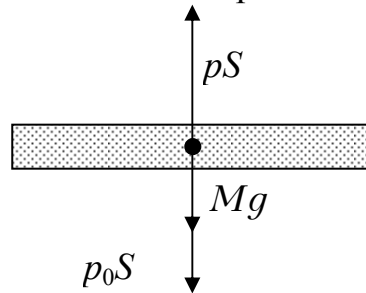


Рис. 4.3

Изобарность процесса позволяет выразить приращение температуры ($T_2 - T_1$) в формуле (4.3) через высоту подъема поршня ($L_3 - L_2$). Действительно, из уравнения Клапейрона-Менделеева следует

$$T_2 - T_1 = \frac{p(V_3 - V_2)\mu}{Rm} = \frac{pS(L_3 - L_2)\mu}{Rm}, \quad (4.5)$$

где V_2 и V_3 – объемы, занимаемые газом до и после его расширения, соответственно.

С учетом соотношения (4.5) уравнение (4.3) можно переписать в виде

$$Q \approx \frac{i}{2} pS(L_3 - L_2) + Mg(L_3 - L_2) + F_{\text{тр}}(L_3 - L_2), \quad (4.6)$$

а подставив в уравнение (4.6) соотношение (4.4), получим

$$Q \approx \left(\frac{i}{2} p_0S + \frac{i+2}{2} Mg + F_{\text{тр}} \right) (L_3 - L_2). \quad (4.7)$$

В уравнении (4.7) параметры i , p_0 , S заданы изначально, а высоты L_2 и L_3 являются результирующими величинами двух последовательных имитационных экспериментов по сжатию и расширению газа в цилиндре.

Силу трения следует определить предварительно, проведя специальный эксперимент, заключающийся в измерении времени падения поршня

при открытом клапане в днище цилиндра. В этом случае движение поршня происходит только под действием двух противоположно направленных постоянных сил: силы тяжести $M\vec{g}$ и силы трения $\vec{F}_{\text{тр}}$. Действительно, давление газа над и под поршнем одно и то же и равно атмосферному давлению. Вязкость воздуха при атмосферном давлении невелика, и сила сопротивления воздуха (сила вязкого трения) в условиях данного эксперимента много меньше силы тяжести и силы сухого трения. Это позволяет силой сопротивления воздуха пренебречь.

Тогда, используя второй закон Ньютона и формулу кинематики равноускоренного движения, можно записать:

$$\left. \begin{aligned} Ma &= Mg - F_{\text{тр}}; \\ L_1 &= \frac{at^2}{2}, \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

откуда

$$F_{\text{тр}} = M \left(g - \frac{2L_1}{t^2} \right), \quad (4.9)$$

где t – время падения поршня с высоты L_1 до основания цилиндра.

Уравнение (4.7) позволяет на основе результатов трех последовательных имитационных экспериментов вычислить количество теплоты, получаемое газом от нагревателя. С другой стороны, количество электрической энергии, которую потребляет и превращает в теплоту нагреватель в ходе эксперимента, изначально задано (задаются напряжение, ток и время работы нагревателя) и определяется законом Джоуля-Ленца:

$$Q' = UIt'. \quad (4.10)$$

Так как отклонение точек остановки поршня от точек равновесия носит случайный характер. Следовательно, эксперименты по получению параметров L_2 и L_3 следует проводить многократно, вычисляя для каждой пары экспериментов по формуле (4.7) величину Q . Среднее значение $\langle Q \rangle$ рассчитывается по формуле

$$\langle Q \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i, \quad (4.11)$$

где n – число пар экспериментов.

Относительная погрешность эксперимента рассчитывается по формуле:

$$\delta Q = \frac{|Q' - \langle Q \rangle|}{Q'} \cdot 100\%. \quad (4.12)$$

Описание имитируемой установки и компьютерной программы

Установка (рис. 4.4) состоит из цилиндра 3 с находящимся в нем идеальным газом 5 под массивным поршнем 2. Цилиндр имеет теплоизолирующую рубашку, т.е. полость 4, которая для обеспечения изотермичности при сжатии газа заполняется “идеальным” теплоносителем. При изобарном процессе расширения эта жидкость “сливается” и полость “откачивается” до высокого вакуума, что обеспечивает полную термоизоляцию газа от внешней среды.

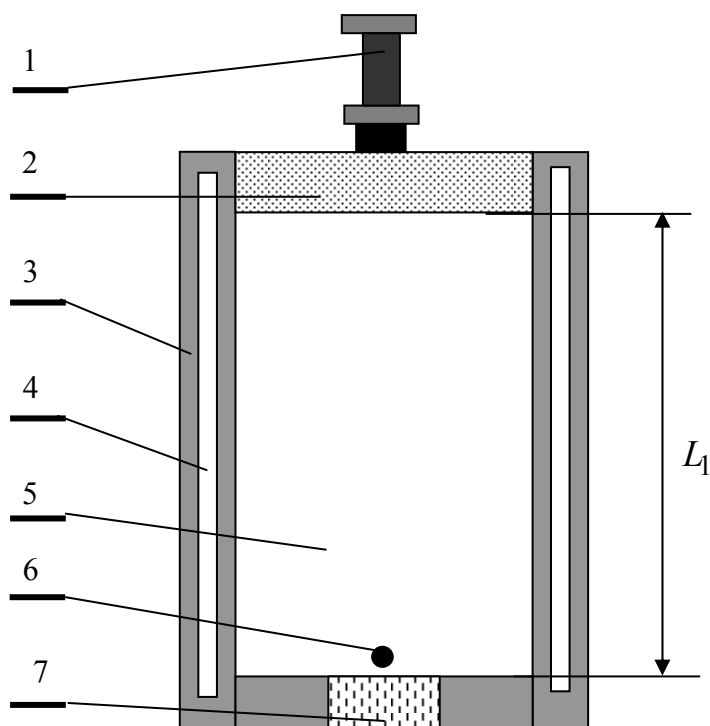


Рис. 4.4

В исходном положении поршень удерживается электромагнитом 1. Нагревание газа в цилиндре осуществляется электронагревателем 6 (электралампочкой), находящимся вблизи дна цилиндра. В днище цилиндра имеется клапан 7, выпускающий газ из цилиндра при проведении эксперимента по определению силы трения скольжения поршня о цилиндр.

Установка имеет следующие неизменяемые параметры:

- рабочая высота цилиндра $L_1 = 0,15$ м;
- площадь поперечного сечения цилиндра $S = 1,37 \cdot 10^{-4}$ м²;
- атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па;
- напряжение и сила тока электронагревателя $U = 12$ В, $I = 0,02$ А;
- в качестве идеального газа используется двухатомный газ с числом степеней свободы $i = 5$.

Параметрами, которыми варьируют в процессе проведения лабораторной работы, являются масса поршня M и время t' протекания электрического тока через электронагреватель.

Лабораторная работа выполняется в три этапа.

На первом этапе при открытом положении клапана определяется сила трения на основе измерения времени падения поршня на дно цилиндра.

На втором этапе при закрытом клапане газ под поршнем сжимается изотермически. Движение поршня происходит под действием трех сил: силы тяжести, силы трения и силы давления газа.

На третьем этапе осуществляется изобарное расширение газа. Газ при этом нагревается с помощью электронагревателя. В этом случае в соответствии с первым началом термодинамики теплота, выделяемая электронагревателем, расходуется на увеличение внутренней энергии системы и работу против внешних сил.

Моделирование экспериментов осуществляется компьютерной программой, написанной на языке Basic и обеспечивающей визуализацию на дисплее следующих процессов:

- движение поршня в машинном масштабе времени при определении силы трения;
- поступательное движение и колебание поршня около положения равновесия в машинном масштабе времени при изотермическом сжатии и изобарном расширении;
- измерение реального времени падения поршня по лабораторным часам при определении силы трения;
- измерение высоты остановки поршня после изотермического сжатия и изобарного расширения.

Компьютерная программа обеспечивает диалоговый режим общения пользователя с ПК. Компьютер дает указания к выполнению последовательности операций, отображая их на информационных табло, а пользователь с помощью клавиатуры выполняет указания ПК. В процессе диалогового общения задаются также и варьируемые параметры (M и t). Выполнив все предварительные операции, программа переходит к имитационному эксперименту, после завершения которого на экране дисплея отображается вся информация об эксперименте, которую необходимо внести в соответствующие таблицы (табл. 4.1 и 4.2).

Т а б л и ц а 4.1

Исходные данные и результаты расчета силы трения

Номер опыта	Масса поршня M , кг	Рабочая высота цилиндра L_1 , м	Время падения поршня t , с	Сила трения, Н	
				$F_{тр}$	$\langle F_{тр} \rangle$
1		0,15			
2					
3					

Таблица 4.2

Проверка первого начала термодинамики

№ опыта	Неизменные параметры					Задаваемые параметры		Измеряемые параметры		Расчетные данные			
	L_1 , м	S , м ²	p_0 , Па	U , В	I , А	M , кг	t' , с	L_2 , м	L_3 , м	Q_i , Дж	$\langle Q \rangle$, Дж	Q' , Дж	δQ , %
1	0,15	$1,37 \cdot 10^{-4}$	10^5	12	0,02								
2													
3													
4													
5													
6													

Порядок выполнения работы

Определение силы трения:

1. Задать массу поршня, выбрав любое значение из диапазона $1,5 \leq M \leq 2,7$ кг, а после набора последней цифры нажать клавишу *Enter*.

2. Открыть клапан в днище цилиндра.

3. Освободить поршень.

Примечание: выполнение пп.2 и 3, а также все последующие переходы от операции к операции осуществляются нажатием клавиши *Пробел*.

4. Время падения поршня определяет компьютер, и оно указывается на лабораторных часах.

5. Массу поршня и время, отсчитанное по лабораторным часам, внести в табл. 4.1.

6. Повторить выполнение эксперимента, т.е. пункты 1-4, три-пять раз, задавая различные значения массы или одно и то же значение массы поршня. Для повторного выполнения эксперимента нажать клавишу *Пробел*, а для перехода к изотермическому сжатию – клавишу *Enter*.

Проверка первого начала термодинамики по результатам изотермического сжатия и изобарного расширения:

1. Значение массы поршня, при которой выполнялся последний эксперимент по определению силы трения, занести в табл. 4.2, так как именно при этом значении массы будут выполняться все последующие эксперименты.

2. Подать теплоноситель в теплоизолирующую рубашку.

3. Закрыть клапан в днище цилиндра.

4. Освободить поршень.

5. Занести значение L_2 в табл. 4.2.

6. Слить теплоноситель из теплоизолирующей рубашки и откачать воздух до высокого вакуума.

7. Задать время подачи напряжения на нагреватель в интервале $10 \leq t \leq 25$ с, а после набора последней цифры нажать клавишу *Enter*.

8. Замкнуть электрическую цепь нагревателя.

9. Занести значение L_3 в табл. 4.2.

10. Повторить пункты 2-9 три-пять раз, для чего после каждой пары опытов нажимать клавишу *Пробел*. Повторять имитационные эксперименты следует при одном и том же значении параметра t' .

11. Для завершения работы и выхода из программы нажать клавишу *Esc*.

Порядок обработки результатов моделирования

1. Используя данные табл. 4.1 и формулу (4.9), рассчитать силу трения по результатам каждого эксперимента, а затем найти ее среднее значение. Все рассчитанные величины занести в табл. 4.1.

2. По данным табл. 4.2 и с учетом среднего значения силы трения (табл. 4.1) рассчитать величину Q_i по формуле (4.7) для каждой пары значений L_2 и L_3 и внести полученные результаты в табл. 4.2.

3. Определить среднее значение $\langle Q \rangle$ по результатам 3-5 опытов. Расчет среднего значения произвести по формуле (4.11), полученную величину внести в табл. 4.2.

4. По формуле (4.10) рассчитать величину Q' и внести её значение в табл. 4.2.

5. По формуле (4.12) определить относительную погрешность и внести её величину внести в табл. 4.2.

6. Произвести анализ результатов лабораторной работы.

Контрольные вопросы

1. Что называется внутренней энергией?

2. Опишите способы изменения внутренней энергии. Дайте понятия работы и теплоты.

3. Что называется термодинамической системой?

4. Сформулируйте и запишите первое начало термодинамики.

5. Запишите первое начало термодинамики для каждого из изопродцесов в идеальном газе.

6. Опишите порядок проведения имитационного эксперимента.

Лабораторная работа № 5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ЭНТРОПИИ ПРИ ПЛАВЛЕНИИ ОЛОВА

Цель работы: исследование фазового перехода первого рода на примере плавления и кристаллизации олова. Определение температуры, удельной теплоты плавления олова и изменение энтропии при плавлении.

Приборы и приспособления: экспериментальная установка; IBM PC-совместимый персональный компьютер (ПК), дискета с программой LABTD11.EXE.

Теоретическая часть

1. Энтропия и её вероятностный смысл

В 1865 г. немецким физиком Робертом Клаузиусом было установлено, что в обратимых процессах сохраняется некоторая физическая величина S . Клаузиус назвал её энтропией.

Энтропия – это однозначная функция состояния системы, полный дифференциал dS которой равен приведённому количеству теплоты $\frac{\delta Q}{T}$

$$dS = \frac{\delta Q}{T}, \quad (5.1)$$

где δQ – малое количество теплоты, сообщённой системе или отведённой от неё при малом изменении её состояния; T – температура системы, находящейся в контакте и тепловом равновесии с теплоотдатчиком или теплоприёмником.

Таким образом, Клаузиус определил изменение энтропии термодинамической системы при обратимом процессе как тепло, переданное системе, при постоянной температуре:

Например, при температуре 0°C , вода может находиться в жидком состоянии и при незначительном внешнем воздействии начинает быстро превращаться в лед, выделяя некоторое количество теплоты. При этом температура вещества так и остается 0°C . Изменяется состояние вещества, сопровождающееся выделением тепла, вследствие изменения структуры. Энтропия – это количественная мера той теплоты, которая не переходит в работу.

Согласно определению, энтропия является функцией состояния, то есть не зависит от способа достижения этого состояния, а определяется параметрами данного состояния.

Поскольку энтропия является функцией состояния, то в левой части равенства (5.1) стоит её полный дифференциал. Напротив, количество теплоты является функцией процесса, в котором эта теплота была передана, поэтому δQ не является полным дифференциалом.

Изменение энтропии системы ΔS при переходе её из состояния 1 в состояние 2 определяется только разностью значений S_1 и S_2 :

$$\Delta S = S_2 - S_1,$$

где S_1 – энтропия системы в состоянии 1; S_2 – энтропия системы в состоянии 2.

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

В любом обратимом тепловом процессе

$$\Delta S = \oint \frac{\delta Q}{T} = 0. \quad (5.2)$$

В термодинамике доказывается, что энтропия системы, совершающей необратимый процесс, возрастает:

$$\Delta S > 0. \quad (5.3)$$

Выражения (5.2) и (5.3) относятся только к **замкнутым системам**. Если же система не замкнута (обменивается теплотой с внешней средой), то ее энтропия может вести себя любым образом.

Соотношения (5.2) и (5.3) можно представить в виде неравенства Клаузиуса

$$\Delta S \geq 0, \quad (5.4)$$

т. е. *энтропия замкнутой системы может либо возрасть (в случае необратимых процессов), либо оставаться постоянной (в случае обратимых процессов)*.

Таким образом, понятие энтропии позволяет, в случае изолированных систем, отличать обратимые процессы от необратимых.

Более глубоко смысл энтропии вскрывается в статистической физике, где энтропия связывается с термодинамической вероятностью состояния системы.

Термодинамическая вероятность W состояния системы – *это число способов, которыми может быть реализовано данное состояние макроскопической системы, или число микросостояний, осуществляющих данное макросостояние*.

Согласно определению, $W \geq 1$, т.е. термодинамическая вероятность не есть вероятность в математическом смысле (последняя меньше, либо равна 1).

В 1877 году австрийский физик Людвиг Больцман установил связь энтропии S с термодинамической вероятностью состояния системы. Формулу, выражающую эту связь, записал (и назвал формулой Больцмана) немецкий физик Макс Планк:

$$S = k \ln W,$$

где k – постоянная Больцмана ($k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К).

Согласно формуле Больцмана, *энтропия данной системы, находящейся в определенном состоянии, пропорциональна натуральному логарифму термодинамической вероятности этого состояния.*

Следовательно, энтропия может рассматриваться как мера вероятности состояния термодинамической системы.

Известно, что, материальная система, предоставленная самой себе, самопроизвольно переходит в состояние равновесия. Это состояние системы является наиболее вероятным. Следовательно, в предоставленной самой себе (изолированной) материальной системе (в которой отсутствует обмен энергией с окружающей средой) протекают только такие процессы, в которых энтропия увеличивается. *В состоянии равновесия энтропия системы максимальна.*

Однако, при удалении системы от исходного состояния к равновесию, первоначальный порядок в ней нарушается и заменяется беспорядком. Чем дальше система от исходного состояния, тем больше беспорядка в ней.

Формула Больцмана позволяет дать энтропии следующее статистическое толкование: *энтропия является мерой беспорядка («хаоса») в системе.*

Так как реальные процессы необратимы (самопроизвольно система из состояния равновесия выйти не может), то можно утверждать, что все процессы в замкнутой системе ведут к увеличению её энтропии – **принцип возрастания энтропии.**

Отметим, однако, что эти утверждения имеют место для систем, состоящих из очень большого числа частиц, но могут нарушаться в системах с малым числом частиц. Для «малых» систем могут наблюдаться флуктуации, т. е. энтропия и термодинамическая вероятность состояний замкнутой системы на определенном отрезке времени могут убывать, а не возрастать, или оставаться постоянными.

2. Плавление и кристаллизация твердого тела

Переход кристаллического твердого тела в жидкое (*плавление*) и обратно (*кристаллизация*) относятся к фазовым превращениям первого рода, при которых скачком изменяются плотность, внутренняя энергия, энтропия тела. При этом поглощается (при плавлении) или выделяется (при кристаллизации) энергия, называемая теплотой плавления (кристаллизации). Если давление не меняется, то температура тела во время фазового перехода остается постоянной.

На рис. 5.1 изображена примерная диаграмма плавления: на горизонтальной откладывается время, на вертикальной – температура олова.

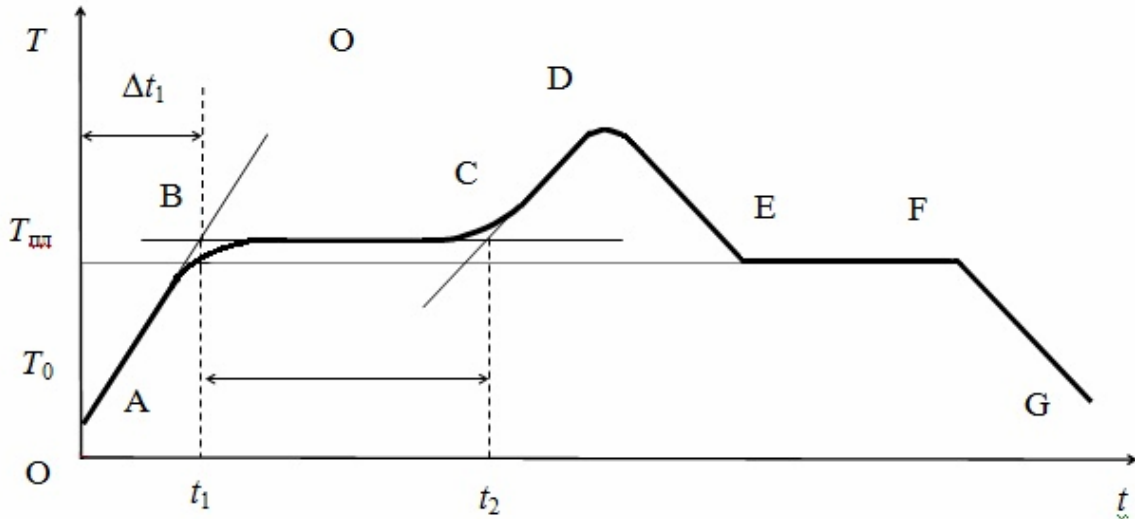


Рис. 5.1

При нагревании твердого тела внутренняя энергия возрастает, увеличивается амплитуда колебаний атомов в узлах кристаллической решетки. Это приводит к повышению температуры (линия AB).

Когда температура возрастает до точки плавления $T_{\text{пл}}$, амплитуда колебаний достигает такой величины, что начинается разрушение кристаллической решетки – твердое тело начинает плавиться. Процесс плавления происходит изотермически, т.е. при постоянной температуре (горизонтальная прямая BC), и характеризуется удельной теплотой плавления, которая определяется количеством теплоты, необходимым для расплавления единицы массы вещества

$$\lambda = \frac{Q}{m}. \quad (5.5)$$

Во время плавления сохраняется двухфазное состояние (твердое и жидкое), но плавно меняется соотношение масс каждой из фаз. Когда закончится процесс плавления, остается жидкая фаза и температура жидкости начинает повышаться (кривая CD).

Если прекратить нагрев жидкости (точка D) и начать ее охлаждать, то кривая DE пойдет вниз. Когда температура понизится до $T_{\text{пл}}$ (см. рис. 5.1), начинается процесс кристаллизации. Качественно процесс кристаллизации, как и процесс плавления, можно объяснить изменением характера теплового движения частиц вещества. Под влиянием сил взаимного притяжения между частицами их движение при охлаждении вещества, в конце концов превращается в хаотические тепловые колебания около некоторых неизменных средних положений – узлов кристаллической решетки. Процесс кристаллизации (линия EF) происходит при постоянной температуре равной температуре плавления и связан с выделением теплоты кристаллиза-

ции, равной теплоте плавления. Когда процесс кристаллизации закончится, прекратится выделение теплоты кристаллизации, начинается охлаждение твердого тела (кривая FG).

Процессы плавления и кристаллизации сопровождаются изменением энтропии вещества.

Так же как и внутренняя энергия, энтропия является функцией состояния термодинамической системы. Если термодинамическая система получает в обратимом процессе количество теплоты δQ при температуре T , то отношение $\delta Q/T$ определяет изменение энтропии dS системы, т.е.

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \quad (5.6)$$

и для обратимого процесса является полным дифференциалом. На практике обычно интересуются только изменением энтропии, а не ее абсолютным значением.

Изменение энтропии системы можно найти, используя второе начало термодинамики

$$\Delta S = S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}, \quad (5.7)$$

где интеграл берется по пути термодинамического процесса между состояниями 1 и 2; S_1 и S_2 – значения энтропии в этих состояниях. Знак равенства соответствует обратимому процессу, а знак неравенства – необратимому.

Второе начало термодинамики (5.7) утверждает, что при обратимом процессе изменение энтропии системы равно интегралу от $\frac{\delta Q}{T}$ между состояниями 1 и 2 по обратимому пути и больше этого интеграла по пути необратимому, т.е. в этом случае интеграл от $\frac{\delta Q}{T}$ не выражает изменение энтропии, а меньше его.

Подсчитаем изменение энтропии при необратимом процессе плавления твердого тела. Процесс перехода вещества из твердого состояния в жидкое состояние состоит из двух этапов.

1. Нагревание твердого тела от начальной температуры T_0 до температуры плавления $T_{пл}$. При этом

$$\delta Q_1 = cmdT ; \quad Q_1 = \int_{T_0}^{T_{пл}} cmdT. \quad (5.8)$$

Изменение энтропии на этом этапе

$$\Delta S_1 = \int_{T_0}^{T_{\text{пл}}} \frac{cm dT}{T} = cm \ln \frac{T_{\text{пл}}}{T_0}. \quad (5.9)$$

2. Плавление тела. Температура плавления остается постоянной ($T_{\text{пл}} = \text{const}$). Количество теплоты, необходимое для плавления:

$$Q_2 = \lambda m. \quad (5.10)$$

Изменение энтропии системы при этом изотермическом процессе

$$\Delta S_2 = \frac{\lambda m}{T_{\text{пл}}}. \quad (5.11)$$

Поскольку энтропия – величина аддитивная, то полное изменение энтропии системы в процессе плавления

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = cm \ln \frac{T_{\text{пл}}}{T_0} + \frac{\lambda m}{T_{\text{пл}}}. \quad (5.12)$$

Энтропия характеризует степень беспорядочности теплового движения частиц в системе. Олово, как известно, имеет кристаллическую структуру и характеризуется упорядоченным пространственным расположением частиц на большом расстоянии, т.е. в расположении атомов олова реализуется дальний порядок. Процесс плавления представляет собой переход вещества менее упорядоченное состояние – жидкое. По второму закону термодинамики такой переход должен сопровождаться возрастанием энтропии вещества.

Методика эксперимента

В ходе выполнения лабораторной работы изучаются процессы нагрева твердого олова, его плавления, нагревания и охлаждения жидкого олова, его кристаллизация и охлаждение твердого тела. Для первых двух процессов определяется изменение энтропии, а по пятому – температура плавления олова. Для определения изменения энтропии необходимо опытным путем найти значение удельной теплоемкости в процессе нагрева твердого олова и значение удельной теплоты плавления – в процессе его плавления.

Характеристики исследуемого образца приведены в табл. 5.1.

Т а б л и ц а 5.1

Материал	Масса m , кг	Температура плавления $T_{\text{пл}}^T$, К	Удельная теплоемкость c_T , Дж/кг·К	Удельная теплота плавления λ_T , кДж/кг
Олово	0,150	505	230	59

Методика эксперимента заключается в получении зависимости температуры исследуемого образца от времени и построении графика этой зависимости; в расчетном определении теплофизических характеристик материала – удельной теплоемкости и удельной теплоты плавления. По графику зависимости температуры от времени определяются время нагрева $t_1 = \Delta t_1$ образца до температуры плавления, время плавления Δt_2 и температура плавления $T_{\text{пл}}$. С целью повышения точности температуру плавления определяем на этапе кристаллизации, так как эта температура стабильна в течение всего времени процесса.

Получив время нагрева, подсчитаем количество теплоты, выделившейся в нагревателе на первом этапе:

$$Q_3 = UI t_1, \quad (5.13)$$

где U – напряжение, подаваемое на нагреватель; I – сила тока в нагревателе.

Но, ввиду неидеальности установки, на нагрев олова пойдет лишь часть этого количества теплоты, остальная передается в окружающую среду. Уравнение теплового баланса для первого этапа:

$$Q_1 = \eta Q_3, \quad (5.14)$$

где η – КПД установки ($\eta = 0,33$); Q_1 – количество теплоты, необходимое для нагревания олова от температуры окружающей среды T_0 до температуры плавления $T_{\text{пл}}$.

$$Q_1 = cm(T_{\text{пл}} - T_0). \quad (5.15)$$

Подставив выражения (5.9) и (5.11) в уравнение (5.10), получим

$$cm(T_{\text{пл}} - T_0) = \eta UI t_1. \quad (5.16)$$

Отсюда выразим теплоемкость:

$$c = \frac{\eta UI t_1}{m(T_{\text{пл}} - T_0)}. \quad (5.17)$$

Получив по графику момент начала t_1 и конца плавления t_2 , время плавления можно определить по формуле

$$\Delta t = t_2 - t_1. \quad (5.18)$$

Количество теплоты, выделившейся в нагревателе на этом этапе:

$$Q_4 = UI \Delta t_2. \quad (5.19)$$

Вследствие потерь на плавление олова пойдет только часть этого количества теплоты – Q_2 , ее можно определить по формуле (5.16).

Уравнение теплового баланса для второго этапа:

$$Q_2 = \eta Q_4, \quad (5.20)$$

Подставив уравнения (5.6) и (5.15) в уравнение (5.16), получим

$$\lambda m = \eta UI \Delta t_2. \quad (5.21)$$

Выразим удельную теплоту плавления

$$\lambda = \frac{\eta UI \Delta t_2}{m}. \quad (5.22)$$

Получив экспериментальным путем теплофизические характеристики образца, по формуле (5.12) можно подсчитать изменение энтропии.

Экспериментальная установка

Внешний вид установки представлен на рис. 5.2.

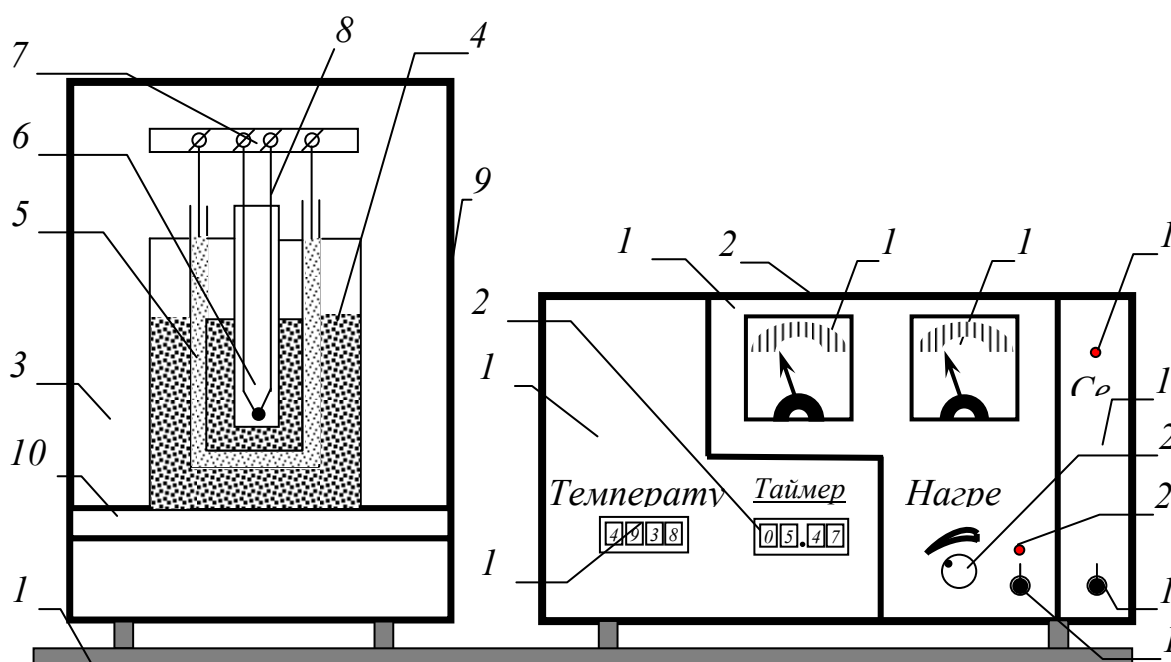


Рис. 5.2. Внешний вид экспериментальной установки:

- 1 – стойка; 2 – блок приборов; 3 – блок нагрева; 4 – стакан с оловом;
- 5 – нагреватель; 6 – датчик температуры; 7 – разъем; 8 – электрические кабели;
- 9 – кожух; 10 – подставка; 11 – блок питания; 12 – блок регулирования;
- 13 – блок измерителей; 14 – тумблер включения; 15 – индикатор «Сеть»;
- 16 – тумблер нагревателя; 17 – вольтметр; 18 – амперметр; 19 – термометр;
- 20 – таймер; 21 – индикатор «Нагрев»; 22 – регулятор

На стойке 1 смонтированы блок приборный 2 и блок нагревательный 3. В блоке нагревательном на подставке 10 установлен стакан с оловом 4, закрытый снаружи слоем теплоизоляции. Внутри стакана 4 размещены: нагреватель 5 в виде электрической спирали, помещенной в стеклянную трубку, и датчик температуры 6. Нагреватель 5 и датчик температуры 6 электрическими кабелями 8 через разъем 7 подключены к блоку приборному 2. Снаружи блок нагревательный закрыт защитным кожухом 9.

Блок приборный 2 включает в себя блок питания 11, блок регулирования нагрева 12 и блок измерительный 13. Блок питания содержит

тумблер включения установки 14 и индикатор *Сеть* 15. Блок регулирования содержит тумблер включения нагревателя 16, индикатор *Нагрев* 21 и регулятор мощности 22. Напряжение, подаваемое на нагреватель, контролируется по вольтметру 17, сила тока в цепи – по амперметру 18. Блок измерительный содержит цифровой термометр 19 и электронный таймер 20. Питание на приборы подается автоматически при включении тумблера *Сеть*. Электронный таймер непрерывно показывает текущее время или время с начала эксперимента.

При включенном нагревателе через него течет постоянный ток и выделяется теплота. Часть теплоты расходуется на нагрев олова, а часть отдается в окружающую среду. КПД установки показывает, какая часть от выделившейся теплоты поглощается оловом. КПД установки для режима нагрева и плавления $\eta = 33 \%$. Олово поглощает часть теплоты, выделяющейся в нагревателе, при этом его температура постоянно растет. Датчик фиксирует температуру олова, а цифровой термометр постоянно показывает ее текущее значение.

При достижении температуры плавления показания термометра практически не меняются, так как плавление олова идет при постоянной температуре. При этом за счет направления передачи теплоты от горячего нагревателя к холодным стенкам и неравномерности температурных полей показания термометра немного превысят температуру плавления. После того, как все олово расплавится, теплота пойдет на нагревание полученной жидкости. При этом температура начнет увеличиваться, цифровой термометр зафиксирует ее рост.

При отключении нагревателя разогретый стакан с оловом отдает теплоту в окружающую среду и остывает, его температура уменьшается. Когда температура достигает температуры плавления, начинается процесс кристаллизации, олово из жидкого состояния переходит в твердое. Процесс идет при постоянной температуре. Эта температура отличается стабильностью в течение длительного времени и считается температурой плавления. После того, как все олово станет твердым, начинается его остывание, термометр также фиксирует этот процесс.

Установка питается от сети переменного тока напряжением 220 В, поэтому при работе с ней необходимо соблюдать меры техники безопасности. В случае отклонения в работе установки следует немедленно выключить тумблер *Сеть*, вынуть шнур питания из сети.

Порядок выполнения работы

1. Включите тумблер *Сеть* на правой панели, при этом загорится светодиод *Сеть*. Автоматически включается термометр, показывающий температуру олова, и таймер.

2. Запишите значение начальной температуры олова в табл. 5.2 и переведите ее в систему СИ по формуле

$$T_0 = t_0 + 273. \quad (5.23)$$

3. Включите тумблер *Нагрев*, при этом загорается светодиод и начинают работать приборы – вольтметр и амперметр.

4. Вращением регулятора установите напряжение 20 В, запишите значения напряжения и тока в табл. 5.2. Отметьте время начала эксперимента.

5. Через каждую минуту в табл. 5.3 записывайте значения температуры олова по термометру.

6. Постоянно контролируйте напряжение питания и при его отклонениях устанавливайте регулятором требуемое значение ($U_{\text{п}} = 20 \text{ В}$).

7. При достижении температуры олова 280°C выключите нагреватель.

8. Продолжайте записывать в табл. 5.3 значения температуры олова.

9. При достижении температуры 180°C выключите установку.

10. На миллиметровке в соответствующем масштабе постройте график зависимости температуры от времени.

11. На линии нагрева и плавления постройте касательные, точка их пересечения дает момент начала плавления олова t_1 (см. рис 5.1).

12. Проведите касательную к линии нагрева жидкого олова. Точка пересечения ее с линией плавления дает время окончания плавления t_2 .

13. По графику определите время нагрева t_1 олова до температуры плавления и время плавления: $\Delta t_2 = t_2 - t_1$. Данные запишите в табл. 5.2.

14. На линии охлаждения определите температуру кристаллизации (плавления) и запишите ее в табл. 5.2.

15. Сравните полученное значение $T_{\text{пл}}$ с табличной величиной и подсчитайте относительную погрешность ее определения по формуле

$$\delta T = \frac{T_{\text{пл}} - T_{\text{пл}}^{\text{т}}}{T_{\text{пл}}^{\text{т}}} \cdot 100 \% . \quad (5.24)$$

16. Подсчитайте значение удельной теплоемкости по формуле (5.17) и относительную погрешность ее определения по формуле

$$\delta c = \frac{c_{\text{т}} - c}{c_{\text{т}}} \cdot 100 \% . \quad (5.25)$$

17. Вычислите значение удельной теплоты плавления по формуле (5.22) и сравните ее с табличной по формуле

$$\delta \lambda = \frac{\lambda_{\text{т}} - \lambda}{\lambda_{\text{т}}} \cdot 100 \% . \quad (5.26)$$

18. Определите изменение энтропии по формуле (5.12). Данные всех расчетов запишите в табл. 5.4.

Результаты эксперимента

Результаты измерений и расчетов представить в табл. 5.2–5.4.

Таблица 5.2

T_0, K	$U_{\text{п}}, \text{В}$	$I, \text{А}$	$t_1, \text{с}$	$t_2, \text{с}$	$\Delta t_2, \text{с}$	$T_{\text{пл}}, \text{K}$

Таблица 5.3

Минуты	$t, ^\circ\text{C}$	Минуты	$t, ^\circ\text{C}$	Минуты	$t, ^\circ\text{C}$	Минуты	$t, ^\circ\text{C}$	Минуты	$t, ^\circ\text{C}$
1		11		21		31		41	
2		12		22		32		42	
3		13		23		33		43	
10		20		30		40		50	

Таблица 5.4

$T_{\text{пл}}, \text{K}$	$T_{\text{пл}}^{\text{T}}, \text{K}$	$\delta T, \%$	$\frac{c, \text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$	$\frac{c_{\text{T}}, \text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$	$\delta c, \%$	$\frac{\lambda, \text{кДж}}{\text{кг}}$	$\frac{\lambda_{\text{T}}, \text{кДж}}{\text{кг}}$	$\delta \lambda, \%$	$\frac{\Delta S, \text{Дж}}{\text{K}}$

Контрольные вопросы

1. Какие системы называют гомогенными и гетерогенными? Что называется фазой в термодинамике?
2. Что называется фазовым переходом первого рода, второго рода?
2. Что называется плавлением и кристаллизацией твердых тел?
3. Объясните ход температурной кривой при плавлении и кристаллизации?
4. Что называется удельной теплотой плавления твердого тела? Как она определяется?
5. Что такое энтропия? Как определить изменение энтропии?
6. В чем состоит вероятностный смысл энтропии? Запишите формулу Больцмана.
7. Сформулируйте второе начало термодинамики.
8. Раскройте сущность физического смысла изменения энтропии при плавлении и кристаллизации твердых тел.

Лабораторная работа № 6 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ВОЗДУХА КАПИЛЛЯРНЫМ МЕТОДОМ

Цель работы: изучение внутреннего трения воздуха как одного из явлений переноса в газах.

Приборы и принадлежности – экспериментальная установка ФПТ1-1.

Теоретическое введение

Беспорядочное тепловое движение молекул приводит к постоянному перемещению их масс, изменению скоростей и энергий. При наличии в жидкости (газе) неоднородности плотности, температуры или скорости упорядоченного перемещения отдельных слоёв жидкости (газа) за счёт теплового движения молекул происходит выравнивание этих неоднородностей. При этом возникают особые процессы – явления переноса. В данной работе исследуется одно из явлений переноса – внутреннее трение (вязкость).

Внутреннее трение – это свойство текучих тел (жидкостей и газов) оказывать сопротивление перемещению одного слоя вещества относительно другого.

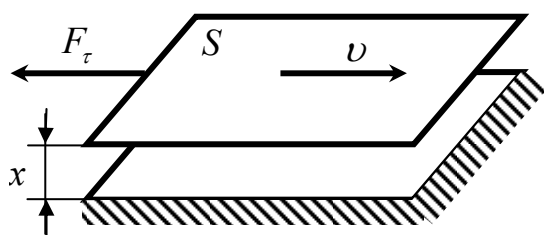


Рис. 6.1

Еще И. Ньютон установил опытным путем, что при скольжении друг относительно друга двух параллельных плоскостей, пространство между которыми заполнено жидкостью, силы вязкого трения препятствуют этому скольжению (рис. 6.1). Так, при движении со скоростью v верхней плоскости относительно нижней возникает сила вязкого трения, направленная против движения и равная:

$$F = \eta \left| \frac{dv}{dx} \right| S, \quad (6.1)$$

где F – модуль силы внутреннего трения, S – площадь слоя, по которому происходит сдвиг, dv/dx – градиент скорости течения (быстрота изменения скорости от слоя к слою), η – коэффициент динамической вязкости (вязкость).

Формула (6.1) справедлива, если расстояние x между пластинами значительно меньше их линейных размеров. Частицы жидкости, прилегающие к верхней пластине, движутся вместе с ней со скоростью v (увлекаются пластиной). Напротив, частицы жидкости вблизи нижней (неподвижной) пластины находятся в покое (прилипают к пластине). Предста-

вим, что жидкость между пластинами состоит из плоских параллельных слоев, движущихся равномерно (рис. 6.2). Нетрудно понять, что каждый вышележащий слой увлекает за собой нижний соседний слой с силой F_τ . В свою очередь, этот нижний слой тормозит движение верхнего слоя с той же силой F_τ . На каждый слой действуют сверху и снизу две равные, но противоположно направленные силы. Скорость слоев возрастает от нижнего слоя к верхнему линейно (рис. 6.2), а силы трения, действующие на каждый из слоев, одинаковы. Как результат, усилие $F = F_\tau$, приложенное к верхней пластине, передается на нижнюю пластину.

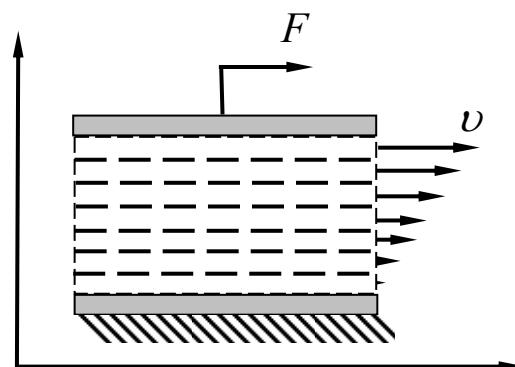


Рис. 6.2

Динамическая вязкость η численно равна силе внутреннего трения, приходящейся на единицу площади поверхности касания слоев, необходимой для поддержания разности скоростей, равной единице между двумя параллельными слоями жидкости (газа), расстояние между которыми равно единице. Единица вязкости – $1\text{Па}\cdot\text{с}$.

Чем больше вязкость, тем сильнее жидкость отличается от идеальной, тем больше силы внутреннего трения. Вязкость зависит от температуры, причем характер температурной зависимости для жидкостей и газов различен (для жидкостей вязкость с увеличением температуры уменьшается, а у газов, наоборот, увеличивается). Это указывает на различие в них механизмов внутреннего трения. В жидкостях, где расстояния между молекулами много меньше, чем в газах, вязкость обусловлена в первую очередь межмолекулярным взаимодействием, ограничивающим подвижность молекул. В газах расстояния между молекулами существенно больше радиуса действия молекулярных сил. Поэтому вязкость газов – следствие хаотичного (теплого) движения молекул, в результате которого происходит постоянный обмен молекулами между движущимися друг относительно друга слоями газа. Это приводит к переносу от слоя к слою определенного количества движения, в результате чего медленные слои ускоряются, а более быстрые замедляются. Работа внешней силы, уравнивающей вязкое сопротивление и поддерживающей установившееся течение, полностью переходит в теплоту. Вязкость газа не зависит от его плотности (давления p), так как при сжатии газа общее количество молекул переходящих из слоя в слой увеличивается, но зато каждая молекула менее глубоко проникает в соседний слой и переносит меньшее количество движения.

Вязкость идеальных газов определяется соотношением:

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle \ell \rangle,$$

где ρ – плотность газа, $\langle v \rangle$ – средняя арифметическая скорость теплового движения молекул, $\langle \ell \rangle$ – средняя длина свободного пробега молекулы.

Средняя арифметическая скорость теплового движения молекул рассчитывается по формуле

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}},$$

где m_0 – масса молекулы; k – постоянная Больцмана.

Так как средняя арифметическая скорость теплового движения молекул $\langle v \rangle$ возрастает с повышением температуры T , вязкость газов увеличивается при нагревании (пропорционально \sqrt{T}).

Средняя длина свободного пробега молекулы

$$\langle \ell \rangle = \left(\sqrt{2} \pi \sigma^2 n \right)^{-1},$$

где σ – эффективный (газокинетический) диаметр молекулы; n – концентрация молекул газа (число молекул в единице объёма).

Для очень разреженных газов понятие вязкости теряет смысл.

Существует два режима течения жидкостей (газов) – ламинарное и турбулентное. Течение называется *ламинарным* (слоистым), если вдоль потока каждый выделенный тонкий слой скользит относительно соседних слоев, не перемешиваясь с ними, и *турбулентным* (вихревым), если вдоль потока происходят вихреобразование и перемешивание жидкости (газа). Ламинарное течение наблюдается или у очень вязких жидкостей, или при течениях, происходящих с достаточно малыми скоростями, а так же при медленном обтекании жидкостью тел малых размеров.

Описание экспериментальной установки

Работа выполняется на экспериментальной установке ФПТИ-I, общий вид которой приведен на рис. 6.3.

Воздух в капилляр 4 нагнетается микрокомпрессором, размещенным в блоке приборов 2. Объемный расход воздуха измеряется реометром 5, а нужное его значение устанавливается регулятором *Воздух*, который находится на передней панели блока приборов. Для измерения разности давлений воздуха на концах капилляра предназначен U – образный водяной манометр 6. Геометрические размеры капилляра – радиус $R = 0,5$ мм, длина $\ell = 10$ см.

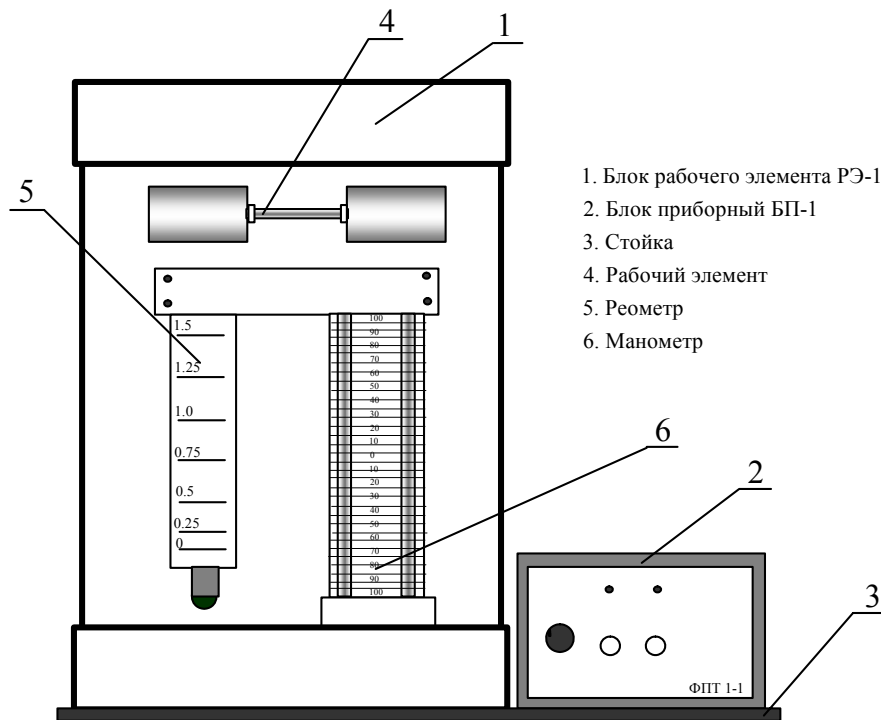


Рис. 6.3. Установка ФПТ1-1

Описание метода измерений

В процессе проведения эксперимента воздух с небольшой скоростью продувается через длинный тонкий канал (капилляр). При малых скоростях потока течение в канале является ламинарным, т.е. поток воздуха движется отдельными слоями, и его скорость в каждой точке направлена вдоль оси канала. Такое течение устанавливается на некотором расстоянии от входа в капилляр, поэтому для достижения достаточной точности эксперимента необходимо выполнение условия $R \ll L$, где R – радиус, L – длина капилляра.

Рассмотрим подробнее движение газа в круглом канале диаметром $d = 2R$ при ламинарном режиме течения. Выделим воображаемый цилиндрический объем радиусом r и толщиной dr (рис. 6.4,а).

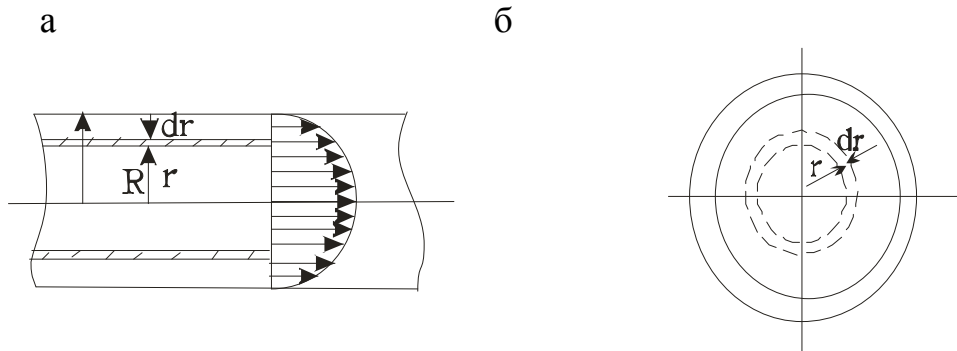


Рис. 6.4

Давления на торцах цилиндра p_1 и p_2 . При установившемся ламинарном течении вектор скорости в каждой точке канала не меняется со временем. Тогда сила давления на выбранный объем, действующая в направлении течения газа и равная по величине $F = pS = (p_1 - p_2)\pi r^2$, уравновешивается силой внутреннего трения, действующей со стороны наружных слоев газа на боковую поверхность рассматриваемого объема:

$$(p_1 - p_2) \cdot \pi r^2 = \eta \left| \frac{dv}{dr} \right| S, \quad (6.2)$$

где S – площадь боковой поверхности цилиндра, $S = 2\pi rL$.

Вследствие трения скорость газа убывает с увеличением расстояния от оси канала. Следовательно, величина $\frac{dv}{dr}$ отрицательна и

$$(p_1 - p_2) \cdot \pi r^2 = -\eta \frac{dv}{dr} \cdot 2\pi rL. \quad (6.3)$$

Решая уравнение (6.3) методом разделения переменных, получают выражение для скорости движения слоев газа

$$v = -\frac{(p_2 - p_1)r^2}{4\eta L} + C. \quad (6.4)$$

Постоянную интегрирования C определяют, используя граничное условие прилипания: при $r = R$, $v = 0$ (слой жидкости, примыкающий к поверхности капилляра, в котором она течет, из-за сил молекулярного сцепления прилипает к ней и остается неподвижным).

В этом случае
$$C = \frac{(p_2 - p_1)R^2}{4\eta L}. \quad (6.5)$$

Поэтому
$$v = \frac{(p_1 - p_2) \cdot (R^2 - r^2)}{4\eta L} = \frac{\Delta p}{4\eta L} (R^2 - r^2). \quad (6.6)$$

Из (6.6) следует, что профиль скорости в капилляре параболический (скорости слоев тем больше, чем больше их расстояние до поверхности капилляра), причем величина скорости максимальна на оси капилляра при $r = 0$ (рис. 6.4,а).

$$v_{max} = \frac{\Delta p}{4\eta L} R^2. \quad (6.7)$$

Объемный расход газа (объем газа, протекающего за единицу времени через поперечное сечение канала) может быть вычислен так.

Разобьем поперечное сечение канала на кольца шириной dr (рис. 6.4, б). Объемный расход газа dQ через кольцо радиусом r равен

$$dQ = v dS = \frac{\Delta p}{4\eta L} (R^2 - r^2) \cdot 2\pi r dr.$$

Тогда объемный расход газа Q через канал

$$Q = \frac{\pi \Delta p}{2\eta L} \int_0^R (R^2 - r^2) \cdot r dr = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\eta L}, \quad (6.8)$$

откуда

$$\eta = \frac{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^4 \Delta p}{8QL}. \quad (6.9)$$

Измеряя объемный расход Q и разность давлений Δp воздуха на концах капилляра длиной L и диаметром d , по формуле (6.9) рассчитывают коэффициент вязкости η .

Порядок выполнения работы

1. Включите установку тумблером *Сеть*.
2. С помощью регулятора расхода установите по показаниям реометра выбранное значение объемного расхода воздуха Q .
3. Измерьте разность давлений Δp в коленах манометра. Значения Q и Δp занесите в табл. 6.1.
4. Повторите измерения по пп. 2-3 для 3...5 значений объемного расхода воздуха.
5. Установите регулятор расхода воздуха на минимум, после чего выключите установку тумблером *Сеть*.

Т а б л и ц а 6.1

Номер измерения	Q , м ³ /с	Δp , Па	η_i , Па·с	$\langle \eta \rangle$, Па·с	$\Delta \eta$, Па·с	$\delta \eta$, %
1						
2						
3						
4						
5						

Обработка результатов измерений

1. Для каждого режима определите коэффициент вязкости воздуха по формуле (6.9).

2. Найдите среднее значение коэффициента вязкости $\langle \eta \rangle$ по формуле

$$\langle \eta \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \eta_i,$$

где n – число измерений.

3. Оцените погрешность результатов измерений по формуле

$$\delta \eta = \frac{\langle \Delta \eta \rangle}{\langle \eta \rangle} \cdot 100\%,$$

где $\langle \Delta \eta \rangle = \sum_{i=1}^n \Delta \eta_i$, $\Delta \eta_i = \langle \eta \rangle - \eta_i$.

4. По экспериментально определенному значению коэффициента вязкости η рассчитайте среднюю длину свободного пробега $\langle \ell \rangle$, среднее число столкновений за 1 с $\langle z \rangle$ и концентрацию n молекул воздуха.

Для этого необходимо измерить температуру t и давление p воздуха в комнате. По формуле $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$ вычислите среднюю скорость теплового движения молекул воздуха, учитывая, что молярная масса воздуха $M = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, абсолютная температура $T = t + 273$, а универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

По формуле $n = \frac{p}{kT}$ рассчитайте концентрацию молекул воздуха ($k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана).

Из уравнения Клапейрона-Менделеева $p = \frac{\rho RT}{M}$ выразите плотность воздуха и рассчитайте её значение при данной температуре

$$\rho = \frac{pM}{RT}.$$

По формуле $\langle \ell \rangle = \frac{3\eta}{\rho \langle v \rangle}$ вычислите среднюю длину свободного пробега молекул.

Затем по формуле $\sigma = \frac{1}{\sqrt{1,41\pi n \langle \ell \rangle}}$ определите эффективный диаметр молекулы воздуха и по формуле $\langle z \rangle = \sqrt{2} \cdot \pi n \sigma^2 \langle v \rangle$ – среднее число столкновений молекул за 1 с.

Занесите значения n , $\langle v \rangle$, $\langle \ell \rangle$, $\langle z \rangle$ и σ в табл. 6.2.

Т а б л и ц а 6.2

Название расчетной величины	T, K	$p, \text{Па}$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$\langle v \rangle, \text{м/с}$	$n, \text{м}^{-3}$	$\langle \ell \rangle, \text{м}$	$\sigma, \text{м}$	$\langle z \rangle, \text{с}^{-1}$
Значение расчетной величины								

Контрольные вопросы

1. Расскажите о явлениях переноса в газах.
2. Объясните явление внутреннего трения в идеальном газе с точки зрения молекулярно-кинетической теории.
3. Напишите и объясните формулу Ньютона для внутреннего трения.
4. В чем состоит физический смысл коэффициента вязкости? В каких единицах СИ измеряется эта величина?
5. Как зависит вязкость жидкости и газа от температуры?
6. Напишите формулу для коэффициента вязкости идеального газа.
7. Какая величина называется средней скоростью теплового движения молекул идеального газа? От чего зависит её значение?
8. Что такое средняя длина свободного пробега молекул? Как она связана с коэффициентом динамической вязкости для идеального газа?
9. В чем заключается капиллярный метод определения коэффициента вязкости газов?
10. Что называют объемным расходом газа? Выведите формулу Пуазейля. При каких условиях ее применяют?
11. Как изменяется скорость движения газа по радиусу канала при ламинарном режиме течения? Нарисуйте годограф скоростей.
12. Как оценить среднюю длину свободного пробега и эффективный диаметр молекулы газа, используя явление внутреннего трения?
13. Почему при строительстве магистральных газопроводов используют трубы большого диаметра, а не увеличивают давление газа при его транспортировании?

Лабораторная работа №7 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ГАЗА

Цель работы: изучение теплопроводности как одного из явлений переноса в газах; освоение методики определения коэффициента теплопроводности газа.

Приборы: установка для определения коэффициента теплопроводности воздуха ФПТ1-3.

Теплопроводность в газах

Из второго начала термодинамики следует, что во всякой изолированной (т.е. не испытывающей никаких внешних воздействий) системе самопроизвольно протекают только такие процессы, которые приводят ее в состояние, не изменяющееся в дальнейшем с течением времени. Такое состояние термодинамической системы называется тепловым равновесием. Например, тепло всегда переходит от горячего тела к холодному, пока температуры обоих тел не станут одинаковыми, то есть пока не установится тепловое равновесие.

Если в газе существует пространственная неоднородность плотности, температуры или скорости движения отдельных его слоев, то на хаотическое тепловое движение молекул накладывается их упорядоченное движение. При этом возникают потоки вещества, энергии или импульса. В результате происходит самопроизвольное выравнивание параметров газа. Эти потоки являются физической основой так называемых явлений переноса. К явлениям переноса относятся диффузия, теплопроводность и внутреннее трение (вязкость). Диффузия обусловлена переносом массы, а внутреннее трение – переносом импульса молекул.

Рассмотрим более подробно теплопроводность. Это явление возникает при наличии разности температур, обусловленной внешними причинами. Теплопроводность газа заключается в непосредственной передаче кинетической энергии хаотического молекулярного движения от одних молекул к другим при их соударениях.

Если значения температуры различных слоев газа отличаются друг от друга, то и значения средней кинетической энергии также будут разными. Молекулы, движущиеся из более нагретых частей объема газа, попадая в менее нагретые слои и сталкиваясь с молекулами, имеющими меньшие скорости, передают им часть своей энергии. Так, молекулы из менее нагретых слоев газа увеличивают свою энергию. Этим объясняется передача тепла в направлении убывания температуры. Этот процесс не сопровождается макроскопическим движением среды.

Для простоты рассмотрим одномерное явление теплопроводности. В этом случае определяющие ее физические величины зависят только от одной координаты (например координаты x). Предположим, что газ заключен между двумя параллельными поверхностями, имеющими температуры T_1 и T_2 (рис.7.1).

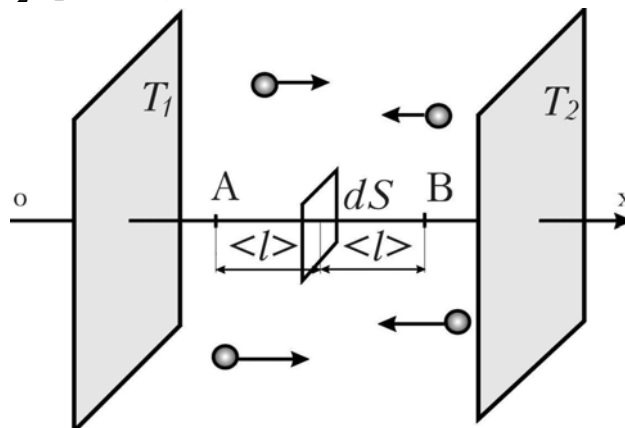


Рис.7.1

Если эти температуры поддерживать постоянными, то через газ установится стационарный (т.е. неизменный во времени) поток теплоты. Направим ось ox перпендикулярно к этим поверхностям. Неоднородность в пространстве значений температуры может быть задана с помощью градиента. Градиент – это вектор, характеризующий изменение физической величины (в данном случае температуры) при перемещении на единичную длину и направленный в сторону наиболее быстрого ее возрастания.

Таким образом, вдоль оси ox будет иметь место градиент температуры $\frac{dT}{dx}$. Количество теплоты Q , передаваемое вследствие теплопроводности за время τ через поверхность площадью S , расположенную перпендикулярно оси ox , определяется законом Фурье:

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dx} S \tau, \quad (7.1)$$

где λ – коэффициент теплопроводности; $\frac{dT}{dx}$ – градиент температуры.

Знак минус показывает, что перенос тепла происходит в направлении убывания температуры.

Количество теплоты, переносимое через поверхность площадью S за одну секунду, называется тепловым потоком:

$$I = \frac{Q}{\tau} = -\lambda \frac{dT}{dx} S.$$

Из формулы (7.1) следует, что

$$\lambda = -\frac{QS\tau}{\left(\frac{dT}{dx}\right)}.$$

Отсюда видно, что коэффициент теплопроводности численно равен количеству теплоты, проходящему через единицу площади поверхности за единицу времени при градиенте температуры, равном единице.

Выведем размерность этой физической величины:

$$[\lambda] = \frac{\text{Дж}}{\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{К}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}.$$

Коэффициент теплопроводности показывает, насколько быстро выравнивается температура различных точек газа. Чем больше коэффициент теплопроводности, тем скорее наступает состояние теплового равновесия. Коэффициент теплопроводности зависит от агрегатного состояния вещества, его атомно-молекулярного строения, температуры, давления и состава. В анизотропных средах он зависит от направления распространения тепла.

Наилучшие проводники тепла – твердые тела, в особенности металлы. Влияние давления на теплопроводность твердых тел с хорошей степенью точности описывается линейной зависимостью. У многих металлов и минералов теплопроводность растет с ростом давления. В процессе плавления металлов теплопроводность, как правило, падает скачком при температуре плавления.

Жидкости обычно проводят тепло намного хуже твердых тел. Так, коэффициент теплопроводности воды при температуре 0°C составляет 0,55 Вт/(м·К), а льда 2,21 Вт/(м·К). Как правило, теплопроводность жидкостей убывает с ростом температуры и слабо возрастает с ростом давления.

Газы обладают наименьшей теплопроводностью по сравнению с жидкостями и твердыми телами. Например, при 20°C коэффициент теплопроводности углекислого газа равен 0,0162 Вт/(м·К), водорода 0,175 Вт/(м·К), воздуха 0,0257 Вт/(м·К).

Выведем формулу для нахождения коэффициента теплопроводности идеального газа. Выделим элементарную площадку $dS = dx dy$, расположенную перпендикулярно оси ox (см. рис. 7 1).

В соответствии с формулой (7.1) элементарное количество теплоты δQ , переносимое молекулами через площадку dS за время τ , равно

$$\delta Q = -\lambda \frac{dT}{dx} \tau dS. \quad (7.2)$$

Учтем, что до площадки dS долетают только те молекулы, которые находятся от нее не дальше длины свободного пробега молекулы газа $\langle l \rangle$. Средняя длина свободного пробега – это среднее расстояние, которое

пробегают молекула между двумя последовательными столкновениями. Она вычисляется по формуле

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d_0^2 n},$$

где d_0 – эффективный диаметр молекулы – минимальное расстояние, на которое сближаются при столкновении центры молекул; n – концентрация молекул.

Выберем на оси ox две точки A и B , расположенные по обе стороны площадки dS на расстояниях от нее, равных средней длине свободного пробега молекулы газа $\langle l \rangle$ (см. рис.7.1). Будем считать, что температура в месте, где находится площадка, равна T , а $T_1 > T_2$.

Тогда температура в точке A равна $T + \frac{dT}{dx} \langle l \rangle$, а в точке B $T - \frac{dT}{dx} \langle l \rangle$.

Найдем число молекул, проходящих за одну секунду через поверхность dS . Поскольку процесс теплопроводности не сопровождается макроскопическим движением среды, количество молекул N , пересекающих эту поверхность в единицу времени слева направо и справа налево, будет одинаковым. Ввиду хаотичности теплового движения можно считать, что вдоль каждой из осей координат (а значит, и вдоль оси ox) движется со скоростью $\langle v \rangle$ одна треть от общего количества молекул. Из них половина движется слева направо, а половина – справа налево.

Следовательно, количество молекул N определяется по формуле

$$N = \frac{1}{6} n \langle v \rangle dS, \quad (7.3)$$

где n – концентрация молекул; $\langle v \rangle$ – среднеарифметическая скорость теплового движения молекул газа:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}};$$

здесь k – постоянная Больцмана;

m_0 – масса одной молекулы;

μ – молярная масса газа;

R – универсальная газовая постоянная;

dS – площадь выделенной поверхности.

Согласно закону равномерного распределения энергии по степеням свободы каждая молекула обладает средней кинетической энергией $\langle \epsilon \rangle$, вычисляемой по формуле

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{i}{2} kT = c_V m_0 T, \quad (7.4)$$

где i – число степеней свободы молекулы; k – постоянная Больцмана; c_V – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме, вычисляемая по формуле

$$c_V = \frac{ik}{2m_0};$$

где T – абсолютная температура; m_0 – масса одной молекулы.

Эта энергия определяется температурой газа в той точке пространства, в которой произошло ее последнее столкновение с другой молекулой.

Энергия E , которой обладают молекулы газа, находящиеся в единице объема, равна

$$E = \langle \varepsilon \rangle N = \frac{i}{2} kT \frac{1}{6} n \langle v \rangle dS. \quad (7.5)$$

Тогда количество теплоты δQ_{\rightarrow} , перенесенное через площадку dS слева направо за время τ , окажется равным суммарной энергии молекул, имеющих температуру точки А:

$$\delta Q_{\rightarrow} = \frac{1}{6} n \langle v \rangle \frac{i}{2} k \left(T + \frac{dT}{dx} \langle l \rangle \right) \tau dS. \quad (7.6)$$

Количество теплоты δQ_{\leftarrow} , перенесенное через площадку dS за время τ справа налево, равно суммарной энергии молекул, имеющих температуру точки В:

$$\delta Q_{\leftarrow} = \frac{1}{6} n \langle v \rangle \frac{i}{2} k \left(T - \frac{dT}{dx} \langle l \rangle \right) \tau dS. \quad (7.7)$$

Вычитая из выражения (7.7) выражение (7.6), получим общее количество теплоты, перенесенное через площадку dS :

$$\delta Q = -\frac{1}{6} n \langle v \rangle \frac{i}{2} k \left(2 \frac{dT}{dx} \langle l \rangle \right) \tau dS = -\frac{1}{3} n \langle v \rangle c_V \langle l \rangle m_0 \frac{dT}{dx} \tau dS. \quad (7.8)$$

Учитывая, что $nm_0 = \rho$, где n – концентрация молекул; m_0 – масса одной молекулы; ρ – плотность газа, получим окончательное выражение:

$$\delta Q = -\frac{1}{3} \langle v \rangle \rho \langle l \rangle c_V \frac{dT}{dx} \tau dS. \quad (7.9)$$

Сравнивая выражения (7.9) и (7.2), получим выражение для коэффициента теплопроводности идеального газа:

$$\lambda = \frac{1}{3} \langle v \rangle \rho \langle l \rangle c_V. \quad (7.10)$$

Поскольку длина свободного пробега молекул $\langle l \rangle$ обратно пропорциональна давлению газа, а плотность ρ прямо пропорциональна давлению, то теплопроводность идеального газа от давления не зависит.

Теплопроводность газов зависит от температуры. При увеличении температуры возрастает энергия каждой молекулы, а значит, и количество энергии, переносимое из слоя в слой. Вместе с тем одновременно увеличивается и число столкновений молекул, что несколько снижает обмен энергией между слоями. В результате коэффициент теплопроводности идеального газа оказывается пропорциональным квадратному корню из абсолютной температуры.

Коэффициент теплопроводности реальных газов представляет собой довольно сложную функцию температуры и давления. Причем, с ростом температуры и давления значение коэффициента теплопроводности возрастает.

На плохой теплопроводности газов основано применение в строительстве пористых материалов (т.е. материалов, содержащих газовые включения). Этим же объясняются теплоизолирующие свойства одежды, в особенности шерстяной и меховой. В ней содержится большое число маленьких пузырьков воздуха, так же, как и в рыхлом снеге, защищающем посевы от вымерзания.

Методика измерений

При измерении коэффициента теплопроводности газов необходимо иметь в виду, что существует целый ряд факторов, которые могут повлиять на результат опыта. Укажем некоторые из них.

Перенос теплоты в газах происходит тремя способами: тепловым излучением (перенос энергии электромагнитными волнами), конвекцией (перенос энергии за счет перемещения слоев газа в пространстве из областей с высокой температурой в области с низкой температурой) и теплопроводностью.

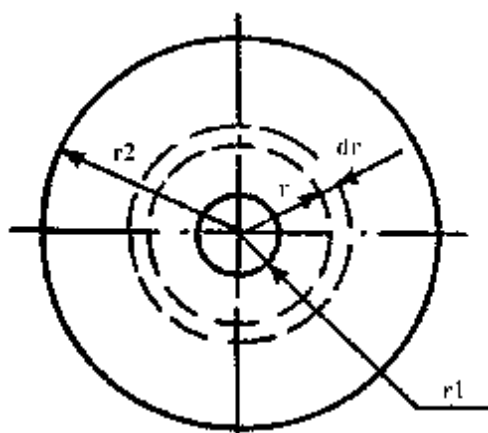


Рис. 7.2

Лабораторная установка для определения коэффициента теплопроводности сконструирована таким образом, чтобы перенос теплоты происходил в ней, в основном, за счет теплопроводности.

Рассмотрим две длинные коаксиальные цилиндрические поверхности, пространство между которыми заполнено газом, коэффициент теплопроводности λ которого необходимо измерить. На рис. 7.2 показано поперечное сечение этих. Температуры и радиусы внутренней и внешней цилиндрических поверхностей соответственно обозначим T_1, r_1 и T_2, r_2 .

Температуры слоев газа, прилегающих к поверхностям, равны температурам соответствующих поверхностей.

Выделим внутри газа кольцевой слой радиусом r , толщиной dr и длиной L . В соответствии с законом Фурье тепловой поток q , т.е. количество теплоты, проходящее через этот слой за одну секунду, можно записать в виде:

$$q = -\lambda \frac{dT}{dr} S, \quad (7.11)$$

где $S = 2\pi rL$ – площадь боковой поверхности цилиндрического слоя.

Следовательно

$$q = -\lambda \frac{dT}{dr} 2\pi rL. \quad (7.12)$$

Это дифференциальное уравнение можно решить методом разделения переменных:

$$\frac{dr}{r} = -\frac{2\pi\lambda L}{q} dT. \quad (7.13)$$

Считая коэффициент теплопроводности постоянным в исследуемом диапазоне температур и интегрируя обе части уравнения (7.13), получаем:

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -\frac{2\pi\lambda L}{q} \int_{T_1}^{T_2} dT. \quad (7.14)$$

Отсюда:

$$\ln \frac{r_2}{r_1} = -\frac{2\pi\lambda L}{q} (T_2 - T_1). \quad (7.15)$$

Из уравнения (7.15) находим формулу для определения коэффициента теплопроводности:

$$\lambda = \frac{q \ln(r_2/r_1)}{2\pi L \Delta T}, \quad (7.16)$$

где $\Delta T = T_1 - T_2$ – разность температур в слое газа.

Таким образом, для определения коэффициента теплопроводности необходимо знать разность температур ΔT в слое газа и величину теплового потока q .

В качестве внутреннего цилиндра может быть использована металлическая нить. Нить нагревают, пропуская через нее электрический ток.

Разность температур в слое газа ΔT можно найти косвенным методом, измеряя электрическое сопротивление нити при двух различных температурах t_1 и t_2 . Запишем формулы для определения сопротивлений нити $R_{н1}$ и $R_{н2}$ для двух значений температуры:

$$R_{н1} = R_0(1 + \alpha t_1); \quad (7.17)$$

$$R_{н2} = R_0(1 + \alpha t_2), \quad (7.18)$$

где R_0 – сопротивление нити при $t = 0$ °С; α – температурный коэффициент материала проволоки; t_2 – комнатная температура; t_1 – температура нагретой нити.

Вычитая из уравнения (7.17) уравнение (7.18), получим

$$R_{н1} - R_{н2} = R_0 \alpha \Delta T,$$

где $\Delta T = t_1 - t_2$ – разность температур.

Выражая отсюда R_0 и подставляя его в формулу (7.18), получаем выражение для разности температур:

$$\Delta T = \frac{R_{н1} - R_{н2}}{R_{н2} \alpha} (1 + \alpha t_2). \quad (7.19)$$

Соединим последовательно с нитью эталонный резистор, имеющий сопротивление R_p . При последовательном соединении ток, протекающий через эталонный резистор, равен току, протекающему через металлическую нить: $I_p = I_n$.

Тогда

$$\frac{U_p}{R_p} = \frac{U_n}{R_n};$$

отсюда

$$R_n = R_p \frac{U_n}{U_p},$$

где I_n , I_p – токи, протекающие через нить и эталонный резистор; U_n , U_p – падения напряжения на нити и эталонном резисторе; R_n , R_p – сопротивления нити и эталонного резистора.

Следовательно,

$$R_{н1} = \frac{U_{н1}}{U_{p1}} R_{p1}; \quad R_{н2} = \frac{U_{н2}}{U_{p2}} R_{p2},$$

где $U_{н1}$ – падение напряжения на нити в нагретом состоянии; $U_{н2}$ – падение напряжения на нити при температуре окружающего воздуха; U_{p1} – падение напряжения на эталонном резисторе при нагреве нити; U_{p2} – падение напряжения на эталонном резисторе при температуре окружающего воздуха.

Используя в качестве эталонного сопротивления резистор с малым значением температурного коэффициента, можно полагать, что $R_{p1} = R_{p2}$.

Тогда получаем:

$$\Delta T = \frac{(U_{н1}/U_{p1} - U_{н2}/U_{p2})(1 + \alpha t_2)}{(U_{н2}/U_{p2})\alpha},$$

где α – температурный коэффициент сопротивления; t_2 – температура окружающего воздуха.

Тепловой поток q , создаваемый путем нагрева нити постоянным током, определяется по формуле

$$q = I_{н1} U_{н1} = \frac{U_{p1}}{R_{p1}} U_{н1}, \quad (7.20)$$

где R_{p1} – сопротивление эталонного резистора.

Подставляя найденные ΔT и q в формулу (7.16), можно рассчитать коэффициент теплопроводности.

Экспериментальная установка

Для определения коэффициента теплопроводности воздуха предназначена экспериментальная установка ФПТ1-3, общий вид которой приведен на рис. 7.3.

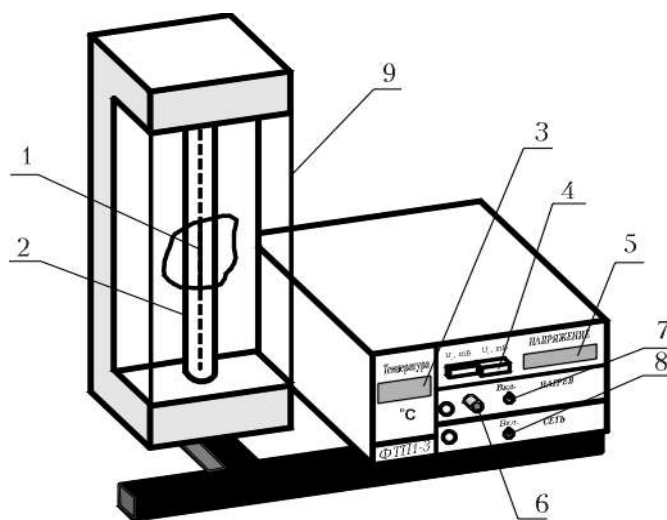


Рис. 7.3

Рабочий элемент состоит из стеклянной трубки 2, заполненной воздухом, по оси которой натянута тонкая вольфрамовая проволока 1. В течение эксперимента температура трубки поддерживается постоянной, что обеспечивается принудительной циркуляцией воздуха с помощью вентилятора между трубкой и кожухом 9 рабочего элемента. Для измерения температуры стенки трубки предназначен полупроводниковый термометр, показания которого высвечиваются на цифровом индикаторе 3.

Основные технические характеристики установки для определения коэффициента теплопроводности воздуха методом нагретой нити ФПТ1-3 приведены в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Характеристики	Условные обозначения и числовые значения
Удельное сопротивление вольфрамовой нити	$\rho_{20} = 5,5 \cdot 10^{-8}$ Ом·м
Длина нити	$L = 0,4$ м
Диаметр нити	$d = 6,4 \cdot 10^{-6}$ м
Диаметр трубки	$D = 25,5 \cdot 10^{-3}$ м
Сопротивление эталонного резистора	$R_p = 8,2$ Ом
Температурный коэффициент сопротивления вольфрама	$\alpha = 4,1 \cdot 10^{-3}$ К ⁻¹

Порядок выполнения работы

1. Подготовьте табл. 7.2 и 7.3.
2. Включите тумблер **ВКЛ** в модуле питания **СЕТЬ**.
3. Регулятор **НАГРЕВ** приведите в крайнее левое положение.
4. Включите тумблер **ВКЛ** в модуле питания **НАГРЕВ**.
5. Включите режим измерения падения напряжения на эталонном резисторе, для чего нажмите кнопку U_p .
6. Установите рукояткой **НАГРЕВ** напряжение U_{p2} в пределах 1,0-1,2 мВ (негреющий ток).
7. Запишите это значение U_{p2} в табл. 7.2.
8. Включите режим измерения напряжения на нити, для чего нажмите кнопку U_n .
9. Запишите это значение U_{n2} в табл. 7.2.
10. Запишите показания термометра в табл.7.2. Данная температура соответствует температуре окружающего воздуха t_2 .
11. Повторите 3 раза пп. 5-9.

Таблица 7.2

№	t_2	U_{p2}	U_{n2}	U_{n2}/U_{p2}	$\langle U_{n2}/U_{p2} \rangle$
1					
2					
3					

12. Нажмите кнопку U_p и установите рукояткой **НАГРЕВ** напряжение U_{p1} в диапазоне 3,3-3,7 мВ.
13. Запишите значение U_{p1} в табл. 7.3.

14. Выждите минуту для стабилизации теплового режима и определите падение напряжения на нити $U_{н1}$ нажатием кнопки U_n (во избежание поломки прибора не оставляйте его включенным на длительное время).

15. Значение $U_{н1}$ запишите в табл. 7.3.

16. Повторите пп. 9-10 для 3-4 значений U_{p1} из диапазона 3,4-3,7 мВ. Показания приборов запишите в табл. 7.3.

Таблица 7.3

№	U_{p1}	$U_{н1}$	$U_{н1}/U_{p1}$	q	ΔT	λ	$\langle \lambda \rangle$	$\delta \lambda$
1								
2								
3								
4								

17. После окончания измерений выведите ручку **НАГРЕВ** в крайнее левое положение.

18. Выключите тумблер **НАГРЕВ**.

19. Выключите установку тумблером **СЕТЬ**.

20. Рассчитайте тепловой поток по формуле (7.20).

21. Рассчитайте разность температур по формуле (7.19).

22. Для каждого режима U_{p1} рассчитайте коэффициент теплопроводности воздуха по формуле (7.16). Найдите среднее значение коэффициента теплопроводности $\langle \lambda \rangle$.

23. Оцените погрешность результатов измерений по формуле

$$\delta \lambda = \frac{\Delta \lambda}{\langle \lambda \rangle} 100\%,$$

где $\Delta \lambda = |\lambda_{\text{теор}} - \langle \lambda \rangle|$; $\lambda_{\text{теор}} = 0,0257 \text{ Вт/(м·К)}$.

Контрольные вопросы

1. Какие явления переноса Вы знаете?
2. Запишите уравнение теплопроводности.
3. Выведите формулу коэффициента теплопроводности для идеального газа.
4. Назовите возможные способы передачи тепла в газах.
5. В чем заключается метод нагретой нити, служащий для определения коэффициента теплопроводности газов?
6. Выведите расчетную формулу для определения коэффициента теплопроводности воздуха методом нагретой нити.
7. Объясните, как определяется разность температур ΔT слоя газа и тепловой поток q .
8. Какие факторы влияют на погрешность определения коэффициента теплопроводности воздуха методом нагретой нити?

Лабораторная работа № 8 ТЕПЛОВОЙ ЭФФЕКТ ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ

Теоретическое введение

Обмен энергией между изучаемой системой и внешней средой описывают законы, которые изучает термодинамика.

Первое начало термодинамики (закон сохранения энергии): теплота Q , сообщенная системе, расходуется на увеличение ее внутренней энергии ΔU и на совершение работы A против внешних сил:

$$Q = \Delta U + A. \quad (8.1)$$

Внутренняя энергия системы характеризует общий запас ее энергии, состоящий из кинетической и потенциальной энергий всех частиц системы (молекул, атомов, электронов, протонов и т.д.).

Теплота – это микроскопическая форма передачи энергии от одного тела к другому посредством хаотического движения молекул.

Работа – это макроскопической формой передачи энергии за счет перемещения масс вещества.

Тепловым эффектом химической реакции называется количество теплоты, выделенной или поглощенной системой в ходе химической реакции (при отсутствии полезной работы и при одинаковой температуре исходных и конечных веществ).

Если совершается только работа расширения газа ($A = p\Delta V$), то уравнение (8.1) принимает вид:

$$Q_p = \Delta U + p\Delta V, \quad (8.2)$$

где Q_p – теплота, подведенная к системе при постоянном давлении ($p = \text{const}$).

Вводя величину $H = U + pV$, которую называют *энтальпией* системы, получим:

$$Q_p = \Delta H, \quad (8.3)$$

где $\Delta H = \Delta U + p\Delta V$ – изменение энтальпии.

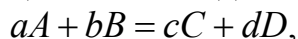
Таким образом, тепловой эффект химической реакции при $p = \text{const}$ равен изменению энтальпии.

Раздел химической термодинамики, изучающий тепловые эффекты, называется термохимией. Все термохимические расчеты и измерения относят к одному моль образующегося вещества.

В основе большинства термохимических расчетов лежит следствие из закона Гесса: тепловой эффект химической реакции равен сумме энталь-

пий образования продуктов реакции за вычетом суммы энтальпий образования исходных веществ (с учетом стехиометрических коэффициентов).

Так, если уравнение реакции имеет вид



то тепловой эффект реакции равен

$$\Delta_r H^0 = (c \cdot \Delta_f H_C^0 + d \cdot \Delta_f H_D^0) - (a \cdot \Delta_f H_A^0 + b \cdot \Delta_f H_B^0), \quad (8.4)$$

где a, b, c, d – стехиометрические коэффициенты; $\Delta_f H^0$ – стандартные теплоты образования веществ.

Теплотой образования химического соединения называют тепловой эффект образования 1 моль какого-либо соединения из простых веществ. Для процессов при $p = \text{const}$ обычно используют стандартные энтальпии образования химических соединений ($\Delta_f H_{298}^0$), которые приводятся в справочниках при стандартной температуре 298,15 К.

Изменение энтальпии в ходе химических реакций не является критерием их самопроизвольного протекания (самопроизвольно могут протекать как экзотермические ($\Delta H < 0$), так и эндотермические процессы ($\Delta H > 0$)).

Критерием, определяющим направление процесса в изолированной системе, является *энтропия* (S). Согласно второму закону термодинамики в изолированных системах самопроизвольно протекают процессы, сопровождающиеся увеличением энтропии ($\Delta S \geq 0$).

В неизолированной системе критерием самопроизвольного протекания процессов является энергия Гиббса $G = H - TS$ (при постоянных давлении и температуре – $p = \text{const}$, $T = \text{const}$) или энергия Гельмгольца $A = U - TS$ (при постоянных объеме и температуре – $V = \text{const}$, $T = \text{const}$). При этом уменьшение данной функции ($\Delta G \leq 0$ или $\Delta A \leq 0$) является критерием самопроизвольности процесса.

Наибольшее значение имеют процессы, происходящие при постоянных давлении и температуре. Изменение энергии Гиббса для химической реакции может быть рассчитано по формуле

$$\Delta_r G_{298}^0 = \Delta_r H_{298}^0 - T \Delta_r S_{298}^0. \quad (8.5)$$

Изменение энтропии $\Delta_r S_{298}^0$ рассчитывается аналогично $\Delta_r H_{298}^0$ (см. формулу (8.4)).

Устройство калориметрической установки

Для большинства физико-химических расчетов необходимо измерять тепловые эффекты процессов растворения, фазовых превращений и химических реакций. Для этого при температурах 20 – 50°C широко применяется калориметрический метод. Прибор для измерения количества выделенной (или поглощенной) теплоты (калориметр) состоит из калориметриче-

ского стакана 1 (рис. 8.1) вместимостью 400 мл, который сделан по типу сосуда Дьюара, и магнитной мешалки.

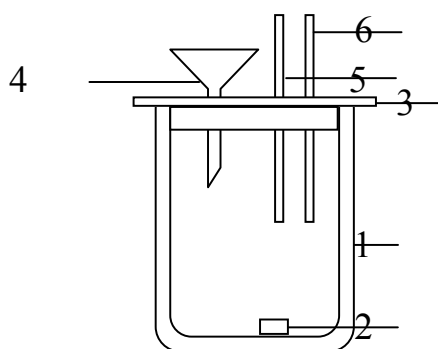


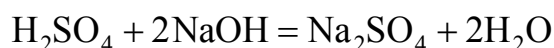
Рис. 8.1

Стакан ставят на магнитную мешалку, а внутрь стакана помещают сердечник магнитной мешалки 2. Стакан закрывают пластмассовой крышкой 3, имеющей три отверстия: одно – для небольшой воронки 4, второе – для помещения датчика температуры 5, позволяющего регистрировать температуру с точностью до сотых долей градуса, и третье – для нагревателя 6, имеющего известное сопротивление.

Экспериментальная часть

Опыт 1. Определение теплоты нейтрализации сильной кислоты сильным основанием.

Для определения теплового эффекта химической реакции



используют калориметрическую установку (рис. 8.1).

Взвесьте сухой калориметрический стакан на технических весах, запишите его массу – $m_{\text{ст}}$.

Отмерьте цилиндром определенный (80 или 100 см³) объем раствора гидроксида натрия с молярной концентрацией 1 моль/л. Вылейте раствор в калориметрический стакан и, перемешивая с помощью магнитной мешалки, определите начальную температуру раствора – $t_{\text{н}}$. Затем добавьте такой же объем кислоты с молярной концентрацией 0,5 моль/л, закройте стакан крышкой, перемешайте раствор магнитной мешалкой и запишите максимальную (конечную) температуру – $t_{\text{к}}$.

Используя полученные данные, рассчитайте следующие параметры:

1) Разницу температур $\Delta T(K)$ по формуле

$$\Delta T = T_{\text{к}} - T_{\text{н}}.$$

2) Суммарную массу раствора, находящегося в калориметре (плотность раствора ρ можно принять равной 1 г/см^3):

$$m_p = (V_{\text{кисл}} + V_{\text{щел}})\rho.$$

3) Теплоемкость системы C (Дж/К) как сумму теплоемкостей раствора и стеклянного стакана:

$$C = C_p m_p + C_{\text{СТ}} m_{\text{СТ}},$$

где C_p – удельная теплоемкость раствора, $C_p = 4,184 \text{ Дж/(г}\cdot\text{К)}$; $C_{\text{СТ}}$ – удельная теплоемкость стекла, $C_{\text{СТ}} = 0,753 \text{ Дж/(г}\cdot\text{К)}$; $m_{\text{СТ}}$ – масса стакана, г.

4) Количество теплоты q (Дж), выделившейся в калориметре:

$$q = C\Delta T.$$

5) Число моль n полученной воды:

$$n = C_{\text{щел}} V_{\text{щел}},$$

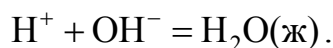
где $C_{\text{щел}}$ – молярная концентрация раствора щелочи NaOH, моль/л; $V_{\text{щел}}$ – объем гидроксида натрия, взятый для опыта, л.

6) Тепловой эффект (изменение энтальпии) реакции нейтрализации:

$$\Delta H = -\frac{q}{n}.$$

З а д а н и е . Термодинамический расчет изменения стандартной энтальпии реакции нейтрализации.

Согласно теории электролитической диссоциации реакция нейтрализации сильной кислоты сильным основанием сводится к уравнению:



Произведите расчет стандартной энтальпии $\Delta_r H_{298}^0$ реакции нейтрализации по уравнению (8.4), используя данные, приведенные в табл. 8.1.

Т а б л и ц а 8.1

Стандартные значения термодинамических функций

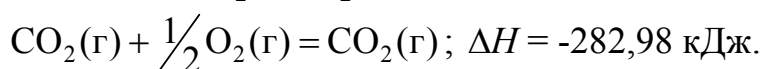
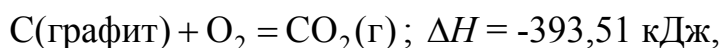
	H^+	OH^-	$\text{H}_2\text{O}_{(\text{ж})}$
$\Delta_f H_{298}^0$, кДж/моль·К	0	-230,0	-286,0
S_{298}^0 , Дж/моль·К	0	-10,5	70,0

Сравните полученное расчетное значение $\Delta_r H_{298}^0$ с экспериментальной величиной теплового эффекта ΔH , измеренной при комнатной температуре в опыте 1.

Аналогично рассчитайте изменение энтропии $\Delta_r S_{298}^0$ для этой реакции. По уравнению (8.5) вычислите изменение энергии Гиббса $\Delta_r G_{298}^0$ для реакции нейтрализации при температуре 298 К. Сделайте вывод о возможности самопроизвольного протекания процесса в стандартных изобарно-изотермических условиях.

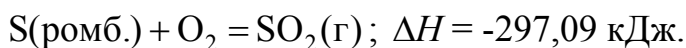
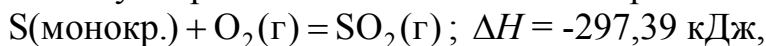
Вопросы и задачи

1. Определите теплоту образования оксида углерода(II) – CO по теплоте сгорания графита и CO с превращением их в $\text{CO}_2(\text{г})$



2. Напишите уравнение реакции разложения карбоната кальция и определить тепловой эффект этой реакции по теплотам образования CO_2 и CaCO_3 , а также тепловой эффект разложения 500 кг CaCO_3 .

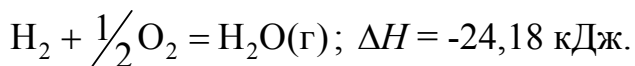
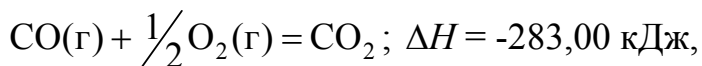
3) Рассчитайте теплоту перехода одного моль моноклинической серы в ромбическую при $t = 25^\circ\text{C}$ по теплотам сгорания:



4. Вычислите, какое количество теплоты выделится при восстановлении Fe_2O_3 металлическим алюминием, если было получено 335,1 г железа.

5. Газообразный этиловый спирт $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ можно получить при воздействии этилена $\text{C}_2\text{H}_4(\text{г})$ и водяных паров. Напишите термохимическое уравнение этой реакции, вычислив ее тепловой эффект.

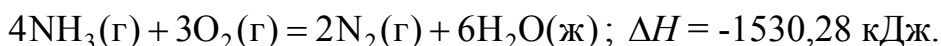
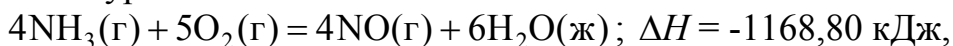
6. Вычислите тепловой эффект реакции восстановления оксида железа (II) водородом, исходя из следующих термохимических уравнений:



7. При взаимодействии газообразных сероводорода и оксида углерода (IV) образуются пары воды и сероуглерода $\text{CS}_2(\text{г})$. Напишите термохимическое уравнение этой реакции, вычислив ее тепловой эффект.

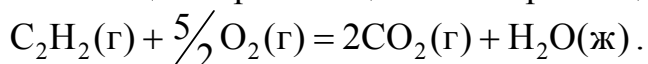
8. Напишите термохимическое уравнение реакции между $\text{CO}(\text{г})$ и водородом, в результате которой образуется $\text{CH}_4(\text{г})$ и $\text{H}_2\text{O}(\text{г})$. Сколько теплоты выделилось при этой реакции, если было получено 67,2 л метана в пересчете на нормальные условия?

9. Тепловой эффект какой реакции равен теплоте образования NO? Вычислите теплоту образования NO, исходя из следующих термохимических уравнений:



10. Кристаллический хлорид аммония образуется при взаимодействии газообразных аммиака и хлороводорода. Напишите термохимическое уравнение этой реакции, вычислив ее тепловой эффект. Сколько теплоты выделится, если в реакции было израсходовано 10 л аммиака в пересчете на нормальные условия?

11. Реакция горения ацетилена происходит по уравнению



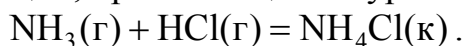
Вычислите $\Delta_r G_{298}^0$ и $\Delta_r S_{298}^0$. Объясните уменьшение энтропии в результате этой реакции.

12. Чем можно объяснить, что при стандартных условиях невозможна экзотермическая реакция



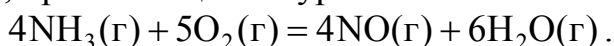
Зная тепловой эффект реакции и абсолютные стандартные энтропии соответствующих веществ, определите $\Delta_r G_{298}^0$ этой реакции.

13. Исходя из значений стандартных теплот образования и абсолютных стандартных энтропий соответствующих веществ, вычислите $\Delta_r G_{298}^0$ реакции, протекающей по уравнению



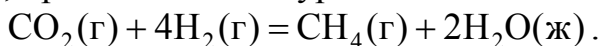
Может ли эта реакция при стандартных условиях идти самопроизвольно?

14. На основании стандартных теплот образования и абсолютных стандартных энтропий соответствующих веществ вычислите $\Delta_r G_{298}^0$ реакции, протекающей по уравнению



Возможна ли эта реакция при стандартных условиях?

15) На основании стандартных теплот образования и абсолютных стандартных энтропий соответствующих веществ вычислите $\Delta_r G_{298}^0$ реакции, протекающей по уравнению



Возможна ли эта реакция при стандартных условиях?

Лабораторная работа № 9

СКОРОСТЬ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ И ХИМИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ

Теоретическое введение

Раздел химии, изучающий скорость и механизм протекания химических реакций, называют химической кинетикой.

Скоростью гомогенной химической реакции (протекающей в одной фазе) называется изменение концентрации вещества, вступившего в реакцию или образовавшегося в результате реакции, за единицу времени.

Скоростью гетерогенной реакции (протекающей на границе раздела фаз) называется изменение количества вещества, вступившего в реакцию или образовавшегося в результате реакции, за единицу времени на единице площади поверхности раздела фаз.

Скорость химической реакции зависит от природы и концентрации реагирующих веществ, температуры, давления, наличия катализатора, площади поверхности раздела фаз и скорости диффузии (для гетерогенных реакций).

Зависимость скорости реакции от концентрации реагирующих веществ выражается основным законом химической кинетики – **законом действия масс**: *скорость химической реакции при постоянной температуре прямо пропорциональна произведению молярных концентраций реагирующих веществ, возведенных в степени, равные стехиометрическим коэффициентам.*

Для простых (одностадийных) реакций общего вида



скорость реакции определяется *кинетическим уравнением* (это математическое выражение закона действия масс):

$$v = k \cdot C_A^m \cdot C_B^n \quad (9.1)$$

где C_A и C_B – молярные концентрации веществ A и B , моль/л; m и n – стехиометрические коэффициенты химической реакции; k – константа скорости химической реакции.

Для гетерогенных реакций в кинетическое уравнение вписываются концентрации только газообразных веществ (если реакция протекает в газовой фазе) или только растворенных веществ (если реакция протекает в жидкости).

Пример 1. Для химической гомогенной реакции $2\text{NO}(\text{г}) + \text{O}_2(\text{г}) = 2\text{NO}_2(\text{г})$ закон действия масс (или кинетическое уравнение) имеет вид:

$$v = kC_{\text{NO}}^2 C_{\text{O}_2},$$

где C_{NO} и C_{O_2} – концентрации оксида азота (NO) и кислорода (O_2).

Пример 2. Для гетерогенной реакции $\text{C}(\text{тв}) + \text{O}_2(\text{г}) = \text{CO}_2(\text{г})$ закон действия масс:

$$v = kC_{\text{O}_2}.$$

Зависимость скорости реакции от температуры подчиняется **правилу Вант-Гоффа**: при повышении температуры на каждые десять градусов скорость большинства реакций увеличивается в 2-4 раза.

Математическое выражение правила Вант-Гоффа имеет вид:

$$v_{T_2} = v_{T_1} \gamma^{\frac{T_2 - T_1}{10}}, \quad (9.2)$$

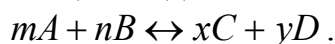
где v_{T_1} и v_{T_2} – скорости реакции при температурах T_1 и T_2 ; γ – температурный коэффициент (показывает, во сколько раз увеличивается скорость реакции при повышении температуры на 10°C).

Все химические реакции можно разделить на два типа: необратимые и обратимые. *Необратимыми* называются реакции, в которых исходные вещества целиком превращаются в продукты реакции. Такие реакции идут только в одном направлении. *Обратимые* реакции идут одновременно в двух противоположных направлениях – прямом и обратном.

Состояние, при котором скорости прямой и обратной реакций равны, называется *химическим равновесием*. В условиях химического равновесия концентрации (или парциальные давления в случае газов) исходных веществ и продуктов реакции не изменяются и называются равновесными концентрациями (или равновесными парциальными давлениями).

Баланс равновесных концентраций (или давлений) *выражает константа химического равновесия*: K_C (это константа, выраженная через концентрации) или K_p (константа, выраженная через давления газов).

Для обратимой реакции в общем виде:



Константа химического равновесия выражается следующим образом

$$K_C = \frac{[C]^x \cdot [D]^y}{[A]^m \cdot [B]^n}, \quad (9.3)$$

где $[C]$, $[D]$, $[A]$, $[B]$ – равновесные молярные концентрации соответствующих веществ; m, n, x, y – показатели степеней, которые равны стехиометрическим коэффициентам уравнения реакции.

В случае газов:

$$K_p = \frac{P_C^x \cdot P_D^y}{P_A^m \cdot P_B^n}, \quad (9.4)$$

где P_C, P_D, P_A, P_B – равновесные парциальные давления соответствующих веществ; m, n, x, y – показатели степеней, равные коэффициентам.

Пример 3. Для реакции синтеза аммиака $N_2(\text{г}) + 3H_2(\text{г}) \leftrightarrow 2NH_3(\text{г})$ константа равновесия:

$$K_C = \frac{[NH_3]^2}{[N_2] \cdot [H_2]^3} \text{ или } K_p = \frac{P_{NH_3}^2}{P_{N_2} \cdot P_{H_2}^3}.$$

Следует отметить, что в случае гетерогенных реакций в выражение константы равновесия вписываются концентрации только газообразных веществ (для реакции в газовой фазе) или только растворенных веществ (для реакции в жидкости).

Химическое равновесие имеет динамический характер. Изменение концентрации какого-либо вещества или внешних факторов (температуры, давления) вызывает смещение химического равновесия.

Направление смещения определяется **принципом Ле-Шателье**: если на систему, находящуюся в равновесии, оказывать внешнее воздействие, то равновесие смещается в том направлении, которое ослабляет влияние внешнего воздействия.

Изменение концентрации. При увеличении концентрации какого-либо из веществ, равновесие смещается в сторону расхода этого вещества; при уменьшении концентрации – в сторону образования этого вещества.

Изменение температуры. При повышении температуры равновесие смещается в направлении эндотермической реакции ($\Delta H > 0$), при понижении – в направлении экзотермической реакции ($\Delta H < 0$).

Изменение давления. При увеличении давления путем сжатия системы равновесие смещается в сторону уменьшения количества вещества газообразных соединений, которое рассчитывается как сумме коэффициентов отдельно в левой и в правой частях уравнения реакции. И, наоборот, при уменьшении давления (путем расширения системы) равновесие смещается в сторону увеличения количества вещества.

Пример 4. Рассмотрим гомогенную эндотемическую ($\Delta H > 0$) реакцию



а) Повышение концентраций исходных веществ (N_2 или H_2) приводит к смещению равновесия в сторону прямой реакции (т.е. вправо). При увеличении концентрации продуктов реакции (NH_3) равновесие смещается в сторону обратной реакции (т.е. влево).

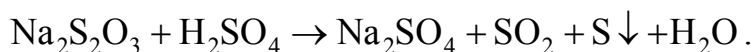
б) Так как реакция в прямом направлении эндотермическая, а значит, в обратном – экзотермическая, то при увеличении температуры равновесие смещается вправо, а при уменьшении температуры – влево.

в) Сумма коэффициентов газообразных веществ в левой части уравнения: $1 + 3 = 4$, в правой части – 2. Поэтому увеличение давления приведет к смещению равновесия вправо, а уменьшение давления – к смещению равновесия влево.

Экспериментальная часть

Опыт 1. Зависимость скорости реакции от концентрации реагирующих веществ.

Опыт основан на реакции взаимодействия тиосульфата натрия с серной кислотой:



Помутнение раствора в результате выделения коллоидной серы дает возможность установить конец реакции, зафиксировать время ее протекания при разных концентрациях исходных веществ и таким образом определить приближенно скорость реакции.

Скорость реакции в данном опыте выражается в условных единицах как величина, обратно пропорциональная времени протекания процесса.

Данные опыта необходимо занести в табл. 9.1.

Таблица 9.1

Экспериментальные результаты определения относительной скорости реакции

№ опыта	Объем растворов, см ³			Относительная концентрация (С) $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$	Время появления суспензии, с	Относительная скорость реакции, с ⁻¹	Сравнение скоростей
	$\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$	H_2O	H_2SO_4				
1	5	10	10	1			
2	10	5	10	2			
3	15	0	10	3			

Ход работы:

1. В три пронумерованных химических стаканчика (емкостью 50 см³ или 100 см³) отмерьте мерными пробирками указанные в таблице объемы раствора тиосульфата и воды в миллилитрах.

2. В три пробирки отмерьте мерной пробиркой по 10 см³ серной кислоты.

3. Влейте одновременно в каждый из стаканов отмеренные объемы серной кислоты из пробирок и включите секундомер. Быстро перемешайте растворы.

4. Запишите в табл. 9.2 время протекания реакций в каждом из стаканов. Время определяют по появлению мутности в растворе.

5. Вычислите относительную скорость реакции в каждом стаканчике по формуле

$$v_{\text{отн}} = 1/t, \quad (9.5)$$

где $v_{\text{отн}}$ – относительная скорость реакции, с⁻¹; t – время от начала опыта до появления признаков суспензии (помутнения раствора), с.

6. Сравните скорости реакции, соответствующие разным относительным концентрациям тиосульфата натрия, для чего скорости реакции для C_2 и C_3 разделите на скорость для C_1 , т.е. примите скорость реакции для C_1 равной единице. Данные занесите в табл. 9. 2.

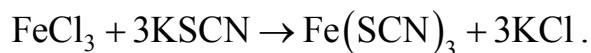
7. По экспериментальным данным постройте график зависимости относительной скорости реакции $v_{\text{отн}}$ от относительной концентрации ($C_{\text{отн}}$).

8. Запишите выражение закона действия масс для данной химической реакции.

9. По характеру полученной кривой $v_{\text{отн}}(C_{\text{отн}})$ сформулируйте вывод о зависимости скорости реакции от концентрации реагирующих веществ.

Опыт 2. Смещение химического равновесия вследствие изменения концентрации реагирующих веществ.

Данный опыт основан на изменении окраски раствора при взаимодействии хлорида железа (III) и роданида калия:



Из веществ этой системы только роданид железа (III) интенсивно окрашен в вишневый цвет. Хлорид железа (III) в растворах имеет желтую окраску, растворы роданида калия и хлорида калия – бесцветны. Поэтому по изменению интенсивности окраски раствора, при добавлении в него одного из веществ, можно судить о смещении химического равновесия.

Ход работы:

1. В пробирку налейте 2-3 капли концентрированного раствора хлорида железа (III) и столько же концентрированного раствора роданида калия, прилейте дистиллированной воды почти доверху. Полученный окрашенный раствор перемешайте (путем переливания из одной пробирки в другую) и разлейте в четыре пробирки приблизительно поровну.

2. В первую пробирку добавьте две капли концентрированного раствора FeCl_3 ; во вторую – две капли раствора KSCN ; в третью – несколько кристаллов KCl . Четвертая пробирка – контрольный раствор.

3. Сравнивая с контрольной пробиркой, определите изменение интенсивности окраски раствора и, соответственно, направление смещения равновесия в каждой пробирке (вправо или влево). Результаты занесите в табл. 9.3.

Т а б л и ц а 9.3

Экспериментальные результаты определения направления смещения равновесия

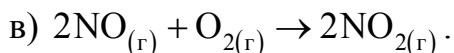
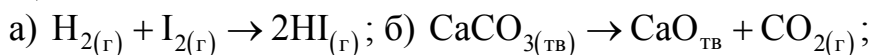
№ пробирки	Что добавлено	Изменение интенсивности окраски (сильнее, слабее)	Направление смещения равновесия (вправо, влево)
1			
2			
3			
4	контрольная пробирка		

4. Запишите математическое выражение закона действия масс для прямой и обратной реакции ($\nu_{\text{пр}}$ и $\nu_{\text{обр}}$) и выражение для константы равновесия K_C .

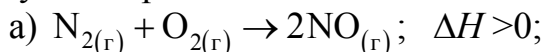
5. По экспериментальным данным сформулируйте вывод о направлении смещения равновесия: а) при увеличении концентрации исходных веществ; б) при увеличении концентрации продуктов реакции.

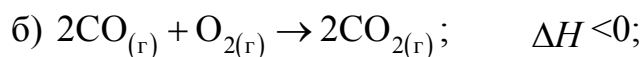
Вопросы и задачи

1. Напишите выражения закона действующих масс для прямых реакций:



2. Напишите математические выражения константы равновесия для следующих реакций:





Как можно сместить равновесие приведенных реакций вправо?

3. Чему равен температурный коэффициент скорости реакции, если при увеличении температуры на 30°C скорость реакции возрастает в 27 раз?

4. Рассчитайте, как изменятся скорости прямых реакций в системах:

а) $\text{S}_{(тв)} + \text{O}_{2(г)} \rightarrow \text{SO}_{2(г)}$; б) $2\text{SO}_{2(г)} + \text{O}_{2(г)} \rightarrow 2\text{SO}_{3(г)}$, если объем каждой из них уменьшить в 3 раза.

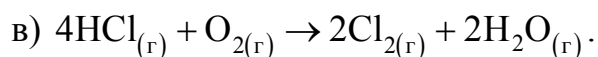
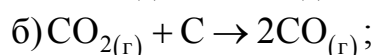
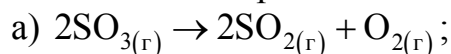
5. Как изменится скорость прямой реакции образования NO_2 в реакции $2\text{NO}_{(г)} + \text{O}_{2(г)} \rightarrow 2\text{NO}_{2(г)}$ при увеличении концентрации NO в 4 раза?

6. Во сколько раз изменится скорость реакции $2A + B \rightarrow A_2B$, если концентрацию вещества A увеличить в 2 раза, а концентрацию вещества B уменьшить в 2 раза.

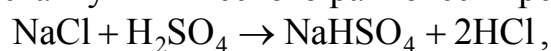
7. Через некоторое время после начала гомогенной реакции $3A + B \rightarrow 2C + D$ равновесные концентрации веществ составляли: $[A] = 0,03$ моль/л; $[B] = 0,1$ моль/л; $[C] = 0,8$ моль/л. Каковы исходные концентрации веществ A и B ?

8. В системе $\text{CO}_{(г)} + \text{Cl}_{2(г)} \rightarrow \text{COCl}_{2(г)}$ концентрацию CO увеличили от 0,03 до 0,12 моль/л, а концентрацию хлора – от 0,02 до 0,06 моль/л. Во сколько раз возросла скорость прямой реакции?

9. Запишите выражения констант равновесия для следующих реакций:



10. Вычислите константу химического равновесия реакции:



если равновесные концентрации NaCl и H_2SO_4 равны по 1 моль/л, а NaHSO_4 и HCl – по 0,4 моль/л.

11. Исходная концентрация кислорода в реакции $3\text{O}_2 = 2\text{O}_3$ равна 1,2 моль/л. Определите равновесные концентрации кислорода и озона, если к моменту наступления равновесия 30% O_2 превратилось в O_3 . Чему равна константа равновесия?

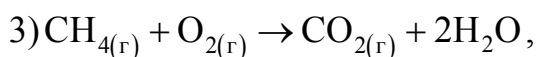
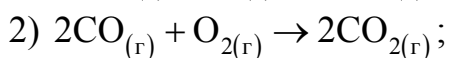
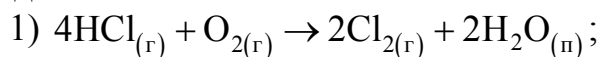
12. Реакция протекает по уравнению $2A + B = C$. Как изменится скорость реакции при уменьшении концентрации исходных веществ в 2 раза?

13. При некоторой температуре в системе $\text{H}_2 + \text{I}_2 \rightarrow 2\text{HI}$ равновесие наступило при концентрации веществ $[\text{H}_2] = 0,025$ моль/л; $[\text{I}_2] = 0,05$ моль/л;

$[HI] = 0,08$ моль/л. Рассчитайте константу равновесия и определите исходные концентрации $[H_2]$ и $[I_2]$.

14. Какими изменениями температуры, давления и концентрации можно сместить вправо равновесие в реакциях: а) $2NO_{(г)} + O_{2(г)} \rightarrow 2NO_{2(г)}$; б) $2H_{2(г)} + O_{2(г)} \rightarrow 2H_2O_{(л)}$, если первая реакция эндотермическая, а вторая – экзотермическая?

15. Как повлияют на смещение равновесия в реакциях: а) повышение температуры; б) увеличение концентрации исходных веществ; в) увеличение давления:



если реакция 1 – эндотермическая, а реакции 2 и 3 – экзотермические?

16. Какими изменениями температуры, давления и концентрации веществ можно сместить вправо равновесие в системе $N_2 + O_2 \leftrightarrow 2NO$, если прямая реакция экзотермическая?

17. При некоторой температуре в системе $2NO_2 \rightarrow 2NO + O_2$ установилось равновесие при следующих концентрациях: $[NO_2] = 0,006$ моль/л; $[NO] = 0,024$ моль/л. Найти константу равновесия реакции и исходную концентрацию NO_2 .

18. Во сколько раз изменится скорость реакции $2A + B \rightarrow A_2B$, если концентрацию вещества A увеличить в 2 раза, а концентрацию вещества B уменьшить в 2 раза?

Лабораторная работа № 10

РАСТВОРЫ. СПОСОБЫ ВЫРАЖЕНИЯ КОНЦЕНТРАЦИЙ РАСТВОРОВ

Теоретическое введение

Гомогенные смеси веществ переменного состава называются растворами. Компонент раствора, концентрация которого выше других компонентов, является растворителем. Растворитель сохраняет свое фазовое состояние при образовании раствора. Различают газовые, жидкие и твердые растворы.

Физическая величина, определяющая количественный состав раствора, называется концентрацией раствора, обычно ее выражают как отношение количества (моль) или массы вещества, содержащегося в растворе, к объему или массе раствора либо растворителя.

Наиболее распространены следующие методы выражения концентрации.

1. Массовая доля растворенного вещества:

$$\omega_B = \frac{m_B}{m_p} \cdot 100\%, \quad (10.1)$$

где m_B – масса растворенного вещества, г; m_p – масса раствора, г.

Если известны плотность вещества ρ_B и объем раствора V_p , то массовую долю растворенного вещества вычисляют по формуле

$$\omega_B = \frac{m_B}{\rho_B V_p} \cdot 100\%. \quad (10.2)$$

2. Молярная концентрация C_B – это отношение количества вещества, содержащегося в растворе, к объему раствора. Величину C_B обычно выражают в моль/л и рассчитывают по формуле

$$C_B = \frac{m_B}{M V_p}, \quad (10.3)$$

где M – молярная масса растворенного вещества.

Раствор, в одном литре которого содержится 1 моль растворенного вещества, называют одномолярным и обозначают 1 М.

3. Молярная концентрация эквивалента (нормальная или эквивалентная концентрация) $C_{\text{эк}(B)}$ – это отношение количества вещества эквивалента,

содержащегося в растворе, к объему этого раствора. Величина $C_{\text{эк(в)}}$ измеряется в моль/л и рассчитывается по формуле:

$$C_{\text{эк(в)}} = \frac{m_{\text{в}}}{M_{\text{эк}} V_{\text{р}}}, \quad (10.4)$$

где $M_{\text{эк}}$ – молярная масса эквивалента растворенного вещества.

$$M_{\text{эк}} = \frac{M}{z};$$

здесь z – эквивалентное число.

Раствор, один литр которого содержит растворенное вещество в количестве одного эквивалента, называют нормальным и обозначают 1 н.

Так как число эквивалентов одного из реагирующих веществ равно числу эквивалентов любого другого вещества, участвующего в реакции (согласно закону эквивалентов), то растворы с одинаковой эквивалентной концентрацией реагируют в равных объемах. При разных эквивалентных концентрациях объемы реагирующих веществ обратно пропорциональны их эквивалентным концентрациям:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{C_{\text{эк(1)}}}{C_{\text{эк(2)}}} \quad (10.5)$$

или

$$V_1 C_{\text{эк(1)}} = V_2 C_{\text{эк(2)}}. \quad (10.6)$$

Полученное соотношение широко используется при аналитических и технологических расчетах.

4. Молярная концентрация растворенного вещества $C_{\text{м(в)}}$ – количество растворенного вещества, отнесенное к массе растворителя, измеряется в моль/кг:

$$C_{\text{м(в)}} = \frac{m_{\text{в}}}{M \cdot m_{\text{р-ля}}}, \quad (10.7)$$

где $m_{\text{р-ля}}$ – масса растворителя, кг.

5. Титр раствора T – масса растворенного вещества, содержащаяся в 1 см³ (или 1 мл) раствора. Титр измеряется в г/см³:

$$T = \frac{m_{\text{в}}}{V_{\text{р}}}. \quad (10.8)$$

6. Молярная доля X – отношение количества вещества одного из компонентов раствора к общему количеству вещества всех компонентов раствора, включая растворитель. Для раствора, состоящего из растворенного

вещества, количество которого равно n_A , и растворителя, количество которого равно n_B , молярная доля растворенного вещества (X_A) и растворителя (X_B) определяются по формулам:

$$X_A = \frac{n_A}{n_A + n_B}, \quad (10.9)$$

$$X_B = \frac{n_B}{n_A + n_B}. \quad (10.10)$$

Сумма молярных долей всех веществ в растворе равна 1.

Пример 1. Какой объем (см^3) раствора с массовой долей хлорида натрия NaCl 20 % ($\rho=1,15 \text{ г/см}^3$) и воды ($\rho=1 \text{ г/см}^3$) потребуется для приготовления 200 г раствора с массовой долей NaCl 6 %?

Решение. Находим массу 100 %-го NaCl, необходимого для приготовления 200 г разбавленного раствора, по следующей схеме:

100 г раствора содержат 6 г NaCl,

200 г раствора содержат x_1 г NaCl,

$$x_1 = 200 \cdot 6 / 100 = 12 \text{ г.}$$

Определяем массу раствора NaCl с массовой долей 20 %, в котором содержится 12 г NaCl:

100 г раствора содержат 20 г NaCl,

x_2 г раствора содержат 12 г NaCl,

$$x_2 = 100 \cdot 12 / 20 = 60 \text{ г.}$$

Находим массу воды, необходимую для приготовления разбавленного раствора: $m_{\text{H}_2\text{O}} = m_{\text{раствора}} - m_{\text{вещества}} = 200 - 60 = 140 \text{ г.}$

Вычисляем объемы исходного раствора и воды:

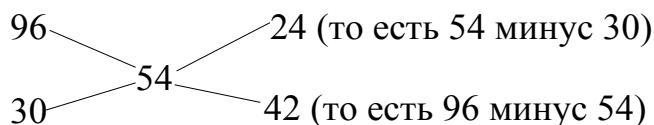
$$V_p = \frac{60 \text{ г}}{1,15 \text{ г/см}^3} = 52,1 \text{ см}^3 (52,1 \text{ мл}),$$

$$V_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{140 \text{ г}}{1 \text{ г/см}^3} = 140 \text{ см}^3 (140 \text{ мл}).$$

Для приготовления 200 г раствора с массовой долей NaCl 6 % необходимо взять 52,1 мл раствора с массовой долей NaCl 20 % и 140 мл воды.

Пример 2. В каком отношении по массе и объему необходимо смешать раствор с массовой долей серной кислоты 96 % ($\rho_1 = 1,15 \text{ г/см}^3$) с раствором этой же кислоты с массовой долей 30 % ($\rho_2 = 1,15 \text{ г/см}^3$), чтобы получить раствор с массовой долей серной кислоты 54 %?

Решение. Используем «правило креста»:



В данном случае диагональная схема показывает, что на 24 единицы массы раствора с массовой долей серной кислоты 96 % необходимо взять 42 единицы массы раствора этой же кислоты с массовой долей 30 %, то есть 24 и 42 г соответственно.

Из отношений по массе переходим к отношениям по объему. Так, 24 г раствора с массовой долей серной кислоты 96 % занимают объем

$$V_1 = \frac{24 \text{ г}}{1,84 \text{ г/см}^3} = 13,1 \text{ см}^3 (13,1 \text{ мл}),$$

а 42 г раствора с массовой долей серной кислоты 30 % – объем

$$V_2 = \frac{42 \text{ г}}{1,22 \text{ г/см}^3} = 34,4 \text{ см}^3 (34,4 \text{ мл}).$$

Таким образом, для приготовления раствора с массовой долей серной кислоты 54 % необходимо на каждые 24 г (13,1 мл) раствора с массовой долей серной кислоты 96 % прибавить 42 г (34,4 мл) раствора той же кислоты с массовой долей 30 %.

Пример 3. Какую массу кристаллогидрата сульфата натрия $\text{Na}_2\text{SO}_4 + 10\text{H}_2\text{O}$ необходимо взять для приготовления 200 г раствора сульфата натрия с массовой долей Na_2SO_4 , равной 5 %.

Решение. Находим массу Na_2SO_4 в 200 г раствора: $m_{\text{в}} = \frac{m_{\text{р}} \cdot \omega_{\text{в}}}{100\%} = (200 \cdot 5) / 100 = 10 \text{ г}$. Найдем, в какой массе кристаллогидрата содержится 10 г сульфата натрия. Молярные массы Na_2SO_4 и $\text{Na}_2\text{SO}_4 + 10\text{H}_2\text{O}$ равны 142 и 322 г/моль. Следовательно:

322 г $\text{Na}_2\text{SO}_4 + 10\text{H}_2\text{O}$ содержит 142 г Na_2SO_4 ,

x г $\text{Na}_2\text{SO}_4 + 10\text{H}_2\text{O}$ содержат 10 г Na_2SO_4 ,

$x = 322 \cdot 10 / 142 = 22,7 \text{ г}$ (масса кристаллогидрата).

Экспериментальная часть

1. Правила взвешивания на теххимических весах

Для приготовления растворов в большинстве случаев нужно производить взвешивание. Очень часто взвешивание выполняют с точностью до 0,01 г, для этого используют теххимические весы.

Главными составными частями этих весов являются колонка и коромысло. К коромыслу весов прикреплена стрелка-указатель, а за стрелкой находится шкала с делениями. За качанием коромысла наблюдают с помощью этой стрелки. В рабочее состояние весы приводят осторожным поворотом по часовой стрелке рукоятки арретирующего устройства*. К весам прилагается разновес. Разновесом называется набор гирек, а каждая гирька называется разновеской.

Приступая к взвешиванию, прежде всего следует убедиться, что весы исправны и показаниям их можно верить. Для этого опускают арретир и наблюдают за качанием стрелки. Если отклонение стрелки в обе стороны от нуля шкалы равны или отличаются на 1-2 деления, то весы считаются верными. Если отклонение в одну из сторон будет больше, чем в другую, нужно отрегулировать весы, подвинчивая в ту или иную сторону грузики на концах коромысла. Убедившись в равновесии весов, приступают к взвешиванию.

Взвешиваемое вещество помещают на левую чашку весов, а на правую пинцетом кладут разновески. Разновески помещают на чашки весов в определенном порядке, начиная с самых крупных. Снимать и класть разновески следует только при арретированных** весках. Положив разновеску, освобождают арретир и следят за стрелкой весов. Если равновесия нет, вновь арретируют весы и прибавляют следующую порцию взвешиваемого вещества и продолжают до тех пор, пока не будет достигнуто равновесие. Взвешивание можно считать законченным, когда отклонение стрелки в правую и левую стороны от средней черты шкалы станет одинаковым или будет отличаться менее чем на 1-2 деления.

После взвешивания ничего нельзя оставлять на весах. По окончании работы весы нужно привести в порядок – арретировать их, а разновески и пинцет уложить в футляр.

2. Определение плотности раствора с помощью ареометра. Определение концентрации раствора по плотности

Концентрацию раствора (содержащего одно растворенное вещество) иногда характеризуют величиной его плотности, так как определенной плотности раствора при данной температуре соответствует определенное содержание вещества в растворе. Измерив плотность раствора, можно по таблицам найти его концентрацию. Плотность растворов определяют с помощью ареометра. Его применение основано на том, что плавающее тело погружается в жидкость до тех пор, пока масса вытесненной им жидкости не станет равна массе самого тела.

* Винт-крепление чашек весов.

** Закрепленных.

Ареометр представляет собой стеклянную трубку, нижняя расширенная часть которой заполнена металлической дробью, залитой слоем смолы. В узкой верхней части ареометра имеется шкала с делениями. То деление шкалы, до которого ареометр погружается в жидкость, показывает плотность этой жидкости.

Для определения плотности исследуемого раствора его наливают в стеклянный цилиндр. Размер цилиндра должен соответствовать размеру ареометра. Жидкость нельзя наливать в цилиндр до краев во избежание ее переливания при погружении ареометра. Уровень жидкости должен быть ниже края цилиндра на 3-4 см. Погружать ареометр в испытуемую жидкость следует осторожно, не касаясь стенок цилиндра. Ареометр не выпускают из рук до тех пор, пока не станет очевидным, что он плавает. Отсчет по делениям шкалы ареометра производят по нижнему мениску жидкости.

По окончании работы ареометр промывают в воде и, вытерев его насухо, убирают в специальный футляр. Измеренную плотность ($\rho_{\text{опыт}}$) необходимо записать в рабочую тетрадь.

От плотности раствора переходят к концентрации, пользуясь специальными таблицами. Если табличные данные точно не совпадают с показаниями ареометра, то концентрацию определяют методом интерполяции (определение промежуточной величины по двум известным крайним). Для вычисления концентрации раствора методом интерполяции можно воспользоваться формулой

$$\omega_{\text{опыт}} = \omega_1 + \frac{(\omega_2 - \omega_1) \cdot (\rho - \rho_1)}{\rho_2 - \rho_1},$$

где $\omega_{\text{опыт}}$ – массовая доля, вычисленная опытным путем, %; ρ – плотность данного раствора, г/мл; ρ_1 и ρ_2 – ближайшие значения плотностей растворов (в табл. прил. 3) с недостатком и избытком, соответственно, г/см³; ω_1 и ω_2 – концентрации растворов, соответствующие плотностям ρ_1 и ρ_2 , %.

Ошибка опыта:

$$\Delta\omega = \frac{|\omega_{\text{теор}} - \omega_{\text{опыт}}|}{\omega_{\text{теор}}} \cdot 100\%,$$

где $\omega_{\text{теор}}$ – теоретическое (заданное) значение массовой доли.

Опыт 1. Приготовление растворов с заданной массовой долей.

Приготовьте раствор с заданной массовой долей (по вариантам). Для приготовления раствора с заданной массовой долей рассчитайте массы растворенного вещества и воды. На теххимических весах взвесьте необходимую массу растворяемого вещества и отмерьте мерным цилиндром дистиллированную воду. Навеску вещества и воду поместите в химический

стакан (или колбу) и перемешивайте до полного растворения вещества, перенесите приготовленный раствор в цилиндр.

Определите ареометром плотность приготовленного раствора и его массовую долю, соответствующую плотности. Установите величину расхождения найденной концентрации с заданной.

Вычислите молярную, нормальную и моляльную концентрации. Титр и молярную долю приготовленного раствора.

Варианты заданий:

- 1.1. Приготовьте 120 г раствора с массовой долей хлорида натрия 3 %.
- 1.2. Приготовьте 90 г раствора с массовой долей хлорида натрия 5 %.
- 1.3. Приготовьте 110 г раствора с массовой долей хлорида натрия 2 %.
- 1.4. Приготовьте 130 г раствора с массовой долей хлорида натрия 1 %.
- 1.5. Приготовьте 100 г раствора с массовой долей хлорида натрия 4 %.
- 1.6. Приготовьте 110 г раствора с массовой долей карбоната натрия 3 %.
- 1.7. Приготовьте 100 г раствора с массовой долей карбоната натрия 5 %.
- 1.8. Приготовьте 130 г раствора с массовой долей карбоната натрия 2 %.
- 1.9. Приготовьте 140 г раствора с массовой долей карбоната натрия 1 %.
- 1.10. Приготовьте 120 г раствора с массовой долей карбоната натрия 12 %.

Пример 4. Приготовить 130 г раствора с массовой долей хлорида натрия 1,5 % Измерить плотность полученного раствора, вычислить все остальные концентрации для этого раствора.

Для приготовления раствора необходимо:

1) вычислить массу хлорида натрия (NaCl) по формуле

$$m(\text{NaCl}) = m(\text{раствора}) \cdot \omega(\text{NaCl}) / 100\% = 130 \cdot 1,5 / 100 = 1,95 \text{ г};$$

2) взвесить эту массу хлорида натрия на весах и перенести в коническую колбу вместимостью 250 мл;

3) вычислить массу воды для приготовления раствора по формуле

$$m(\text{H}_2\text{O}) = m(\text{раствора}) - m(\text{NaCl}) = 130 - 1,95 = 128,05 \text{ г};$$

4) вычислить объём воды учитывая, что плотность воды $\rho(\text{H}_2\text{O})$ равна 1 г/см^3 , по формуле

$$V(\text{H}_2\text{O}) = m(\text{H}_2\text{O}) / \rho(\text{H}_2\text{O}) = 128,05 / 1 = 128 \text{ см}^3;$$

5) отмерить указанный в п.4 объём воды цилиндром и перенести воду в ту же колбу, в которую помещена масса хлорида натрия (см. п.2).

6) перемешать содержимое колбы круговым вращением колбы до полного растворения хлорида натрия. Перенести полученный раствор в цилиндр и измерить плотность данного раствора, $\rho(\text{раствора}) = 1,01 \text{ г/см}^3$.

7) Вычисляем молярную концентрацию $C(\text{NaCl})$ приготовленного раствора по формуле

$$C(\text{NaCl}) = m(\text{NaCl}) / [M(\text{NaCl}) \cdot V(\text{раствора})] = 1,95 / 58,5 \cdot 0,129 = 0,26 \text{ моль/л,}$$

где $V(\text{раствора}) = m(\text{раствора}) / \rho(\text{раствора}) = 130 : 1,01 = 129 \text{ см}^3 = 0,129 \text{ л.}$

8) Вычисляем нормальную концентрацию $C_{\text{эк}}(\text{NaCl})$ приготовленного раствора по формуле

$$C_{\text{эк}}(\text{NaCl}) = m(\text{NaCl}) / [M_{\text{эк}}(\text{NaCl}) \cdot V(\text{раствора})] = 1,95 / (58,5 \cdot 0,129) = 0,26 \text{ н.}$$

9) Вычисляем моляльную концентрацию приготовленного раствора по формуле

$$C_m(\text{NaCl}) = m(\text{NaCl}) / [M(\text{NaCl}) \cdot m(\text{H}_2\text{O})] = 1,95 / (58,5 \cdot 0,128) = 0,26 \text{ моль/кг.}$$

10) Вычисляем молярную долю хлорида натрия в приготовленном растворе по формуле

$$X_{(\text{NaCl})} = n(\text{NaCl}) / [n(\text{NaCl}) + n(\text{H}_2\text{O})] = 0,33 / (0,33 + 7,114) = 0,005,$$

где $n(\text{в}) = m(\text{в}) / M(\text{в}).$

11) Вычисляем титр приготовленного раствора по формуле

$$T_{(\text{NaCl})} = m(\text{NaCl}) / V(\text{раствора}) = 1,95 / 129 = 0,015 \text{ г/см}^3.$$

Опыт 2. Приготовление растворов с заданной молярной или нормальной концентрацией.

Определите массу растворяемого вещества, необходимую для приготовления раствора (по вариантам). Рассчитанную массу вещества взвесьте на часовом стекле или в стаканчике на теххимических весах. В мерную колбу (на 100, 200 или 250 мл в зависимости от варианта) вставьте воронку и перенесите в нее навеску вещества. Часовое стекло над воронкой обмойте небольшим количеством воды и смойте всю навеску в колбу. Постепенно добавляя воду и перемешивая жидкость легким круговым движением колбы, добейтесь полного растворения навески. Объем раствора при этом не должен превышать 2/3 объема колбы. Добавляя воду, доведите уровень жидкости в колбе до метки. Плотно закройте колбу пробкой и перемешайте раствор, перевернув несколько раз колбу вверх дном, держа ее за горлышко правой рукой и придерживая пробку большим пальцем.

Измерьте плотность раствора. Рассчитайте все остальные концентрации полученного раствора.

Варианты заданий:

- 2.1. Приготовьте 200 мл 0,6 М раствора хлорида натрия.
- 2.2. Приготовьте 100 мл 0,3 М раствора хлорида натрия
- 2.3. Приготовьте 250 мл 0,2 М раствора хлорида натрия
- 2.4. Приготовьте 100 мл 0,5 н раствора хлорида натрия.
- 2.5. Приготовьте 200 мл 0,4 н раствора хлорида натрия

- 2.6. Приготовьте 100 мл 0,2 М раствора карбоната натрия
- 2.7. Приготовьте 250 мл 0,3 М раствора карбоната натрия
- 2.8. Приготовьте 100 мл 0,6 н раствора карбоната натрия
- 2.9. Приготовьте 200 мл 0,5 н раствора карбоната натрия
- 2.10. Приготовьте 250 мл 0,4 н раствора карбоната натрия

Пример 5. Приготовить 250 мл 0,2 М раствора карбоната натрия (Na_2CO_3), измерить плотность полученного раствора, вычислить все остальные концентрации для этого раствора.

Для приготовления раствора необходимо :

1) вычислить массу карбоната натрия:

$$m(\text{Na}_2\text{CO}_3) = m(\text{Na}_2\text{CO}_3) / M(\text{Na}_2\text{CO}_3) = \\ = 0,2 \text{ моль/л} \cdot 106 \text{ г/моль} \cdot 0,25 \text{ л} = 5,3 \text{ г};$$

2) взвесить эту массу карбоната натрия на весах и перенести в мерную колбу вместимостью 250 мл, прилить дистиллированной воды, перемешать содержимое колбы круговым вращением до полного растворения карбоната натрия. Довести дистиллированной водой объём раствора до метки, указанной на горле колбы по нижнему мениску, перемешать.

3) Перенести полученный раствор в цилиндр и измерить плотность данного раствора.

4) Вычисление других концентраций приготовленного раствора проводить так, как указано в примере 4, предварительно вычислив массу приготовленного раствора по формуле

$$m(\text{раствора}) = V(\text{раствора}) \cdot \rho(\text{раствора}).$$

Вопросы и задачи

1. Вычислите массы растворенных веществ, которые содержатся в:
 - а) 1,2 л раствора с молярной концентрацией азотной кислоты 0,25 М;
 - б) 2,7 л раствора с молярной концентрацией эквивалента карбоната калия 2 н.
2. Из 10 кг раствора с массовой долей сульфата калия 15 % выпариванием удалили 4 кг воды. Вычислите массовую и молярную доли сульфата калия в полученном растворе.
3. Какой объём раствора с массовой долей серной кислоты 94 % ($\rho = 1,83 \text{ г/см}^3$) необходимо взять для приготовления 5 л раствора с молярной концентрацией серной кислоты 0,5 М?

4. Вычислите молярную концентрацию, молярную концентрацию эквивалента гидроксида калия в растворе с массовой долей гидроксида калия 11 % ($\rho = 1,1 \text{ г/см}^3$)

5. К 5 л раствора с массовой долей гидроксида натрия 8 % ($\rho_1 = 1,09 \text{ г/см}^3$) прибавили 3 л раствора с массовой долей гидроксида натрия 4 % ($\rho_2 = 1,05 \text{ г/см}^3$). Вычислите массовую долю гидроксида натрия в полученном растворе, молярную концентрацию раствора.

6. Вычислите массовую долю растворенного вещества в растворе, содержащем: а) 1 моль гидроксида натрия и 5 моль воды; б) 0,1 моль нитрата кальция и 2 моль воды.

7. Вычислите массовую долю растворенного вещества в растворе, содержащем: а) 20 г нитрата калия и 210 г воды; б) 10 г карбоната натрия и 750 г воды.

8. Сколько литров раствора с массовой долей гидроксида калия 24 % ($\rho_1 = 1,08 \text{ г/см}^3$) можно приготовить из 20 л раствора с массовой долей гидроксида калия 48 % ($\rho_2 = 1,5 \text{ г/см}^3$)?

9. Вычислите массовую долю карбоната натрия в 2 н растворе этого соединения ($\rho = 1,15 \text{ г/см}^3$).

10. Какой объем 2 М раствора Na_2SO_3 надо взять для приготовления 1 л 0,25 н раствора?

11. Сколько граммов Na_2SO_3 необходимо взять для приготовления 5 л раствора этой соли с массовой долей 10 % ($\rho = 1,075 \text{ г/см}^3$)?

12. Сколько граммов раствора NaCl с массовой долей 30 % нужно добавить к 300 г воды, чтобы получить раствор соли с массовой долей 10 %?

13. Определите массовую долю (ω) раствора, полученного смешением 300 г раствора с $\omega = 25 \%$ и 400 г раствора с $\omega = 40 \%$.

14. Какой объем воды надо прибавить к 100 мл раствора H_2SO_4 с массовой долей 20 % ($\rho = 1,14 \text{ г/см}^3$), чтобы получить раствор с массовой долей 5 %?

15. К 500 мл раствора HNO_3 с массовой долей 32 % ($\rho = 1,2 \text{ г/см}^3$) прибавили 1 л воды. Чему равна массовая доля полученного раствора?

16. Сколько миллилитров 0,5 М раствора H_2SO_4 можно приготовить из 15 миллилитров 2,5 М раствора?

17. Какой объем 6 М раствора HCl нужно взять для приготовления 25 миллилитров 2,5 М раствора HCl ?

Лабораторная работа №1 1

БИФУРКАЦИОННАЯ ДИНАМИКА ПОПУЛЯЦИЙ

Цель работы: сформировать знания о динамике популяций как о необходимом атрибуте жизни организмов, способе их адаптации к постоянно меняющимся условиям существования, ознакомиться с характерными типами роста популяций.

Теоретическая часть

Сообщество особей одного вида, длительно населяющих определенную территорию, называют популяцией. Примерами популяций являются колония птиц на далеком острове, зайцы, обитающие в некотором регионе, бактерии, живущие в пробирке.

Популяция не может существовать без постоянных изменений, за счет которых она приспосабливается к изменяющимся условиям жизни. Описание процессов изменения основных биологических показателей популяции во времени составляет предмет **популяционной динамики**.

Она является частью **математической биологии**, наиболее продвинутой в смысле формального математического аппарата, своего рода «математическим полигоном» для проверки теоретических идей и представлений о законах роста и эволюции биологических видов, популяций, сообществ. Возможность описания популяций различной биологической природы одинаковыми математическими соотношениями обусловлена тем, что с динамической точки зрения, рост и отбор организмов в процессе эволюции происходит по принципу «кинетического совершенства» С.Э. Шноля. Преимущества математического анализа любых, в том числе популяционных, процессов, очевидны. Математическое моделирование не только помогает строго формализовать знания об объекте, но иногда (при хорошей изученности объекта) дать количественное описание процесса, предсказать его ход и эффективность, дать рекомендации по оптимизации управления процессом. Это особенно важно для биологических процессов, имеющих прикладное и промышленное значение – **биотехнологических систем**, агробиоценозов, эксплуатируемых природных экосистем, продуктивность которых определяется закономерностями роста популяций живых организмов, представляющих собой «продукт» этих биологических систем.

Модели популяционной динамики

1. Ряд Фибоначчи

Одна из первых известных моделей, описывающих динамику популяции биологических существ, приводится в книге «Трактат о счете»

итальянского математика Леонардо Фибоначчи, датированной 1202 годом. В этой книге, представляющей собой собрание арифметических и алгебраических сведений того времени, рассматривается следующая задача: «Некто выращивает кроликов в пространстве, со всех сторон обнесенном высокой стеной. Сколько пар кроликов рождается в один год от одной пары, если через месяц пара кроликов производит на свет другую пару, а рожают кролики, начиная со второго месяца после своего рождения». Решением задачи является ряд чисел:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, \dots \quad (11.1)$$

Два первых числа соответствуют первому и второму месяцам размножения. 12 последующих – месячному приросту поголовья кроликов. Каждое последующее число равно сумме двух предыдущих. Ряд (5.1) вошел в историю как **ряд Фибоначчи**, а его члены – числа Фибоначчи. Рекуррентная формула для членов ряда Фибоначчи была записана французским математиком Альбертом Гирером в 1634 г.

$$U_{n+2} = U_{n+1} + U_n,$$

где U – член последовательности, а нижний индекс – его номер в ряду чисел.

В 1753 г. шотландский математик Роберт Симпсон заметил, что при увеличении порядкового номера членов ряда отношение последующего члена к предыдущему приближается к числу a , называемому «Золотым сечением» и равному 1,6180..., или $(1 + \sqrt{5})/2$. В 19 веке о свойствах ряда Фибоначчи и его связи с «Золотым сечением» много писал французский математик Эдуард Лукас. С тех пор естествоиспытатели наблюдают его закономерности в расположениях чешуек на шишках, лепестков в цветке подсолнуха, в спиральных образованиях ракушек моллюсков и других творениях природы. Ряд Фибоначчи и его свойства также используются в вычислительной математике при создании специальных алгоритмов счета.

Одним из существенных недостатков модели Фибоначчи является то, что она не учитывает смертность. Кроме того, модель имеет узкое приложение и при её переносе на другую популяцию может оказаться неверной.

2. Модель неограниченного экспоненциального роста.

Модель Мальтуса

Модель Мальтуса позволяет решить следующую задачу: имеется некоторая популяция одного вида (микроорганизмы, зайцы, ...), в которой происходят жизненные процессы во всем их многообразии. У особей популяции нет врагов, а кормовая база имеется в избытке. Необходимо найти закон изменения численности популяции.

В основе модели лежит простое и естественное предположение о том, что скорость роста популяции пропорциональна её численности

$$\frac{dx_t}{dt} = rx_t, \quad (11.2)$$

где x_t – численность популяции в момент времени t ; r – так называемая удельная скорость роста численности, которую можно представить как разность удельной рождаемости (*birth rate*) b и удельной смертности (*death rate*) d :

$$r = b - d.$$

Это уравнение описывает базовое состояние популяции при отсутствии внешних влияний, аналогичное, в некотором смысле, состоянию покоя или равномерного прямолинейного движения в первом законе Ньютона. Оно не учитывает биохимические и физиологические процессы, а также борьбу между особями за место обитания и пищу. Рассматривается только одна популяция (нет хищников), в которой происходят только процессы гибели и размножения, скорости которых пропорциональны численности особей в данный момент времени.

Уравнение (11.2) можно легко проинтегрировать методом разделения переменных. Для этого представим его в виде

$$\frac{dx_t}{x_t} = r dt$$

и проинтегрируем правую часть от 0 до t , а левую – от x_0 (численность популяции в момент $t_0 = 0$) до x_t (численность популяции в момент t).

Получим

$$\ln x_t \Big|_{x_0}^{x_t} = rt \Big|_0^t,$$

что дает

$$x_t = x_0 e^{rt}, \quad (11.3)$$

т.е. действительно, уравнение (11.2) описывает динамику экспоненциально растущей популяции.

Эта модель предложена известным английским демографом и экономистом Томасом Робертом Мальтусом в 1798 г. в его классическом труде «О законе роста народонаселения». Мальтус обратил внимание на тот факт, что население земли размножается в геометрической прогрессии, в то время как производство продуктов питания растет со временем линейно (в арифметической прогрессии). Исходя из этого, он сделал справедливый вывод, что рано или поздно экспонента обязательно «обгонит» линейную функцию, и перенаселение земли будет неизбежным, что вызовет, в свою очередь, распространение нищеты, голода, болезней и ожесточенных войн. Выживут только те, кто пройдет этот «естественный отбор».

Модель Мальтуса довольно проста и обладает рядом недостатков. В частности, численность популяции никак не ограничивается сверху, например, количеством ресурсов, необходимых для роста популяции.

Учение Чарльза Дарвина (1809-1882) о борьбе за существование есть прямая экстраполяция теории Мальтуса на весь органический мир. Признавая важность выводов Мальтуса для популяционной динамики, Дарвин указывал, что поскольку ни одна популяция не размножается до бесконечности, должны существовать факторы, препятствующие такому неограниченному размножению. К ним относятся: ограниченность ресурсов, абиотические факторы, антропогенное воздействие, увеличение численности паразитов, хищников. Эти факторы вызывают замедление скорости роста популяции и выход ее численности на стационарный уровень.

3. Модель Ферхюльста

Очевидно, что если популяция живет на ограниченной территории, то неизбежно возникает конкуренция за жизненное пространство. Встречи особей друг с другом приводят так же к распространению болезней. Перечисленные факторы ограничивают экспоненциальный рост численности особей.

Базовой моделью, описывающей ограниченный рост популяции, является модель бельгийского математика Пьера Франсуа Ферхюльста (1848 г.)

$$\frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{K} \right) \quad (11.4)$$

Логистическое уравнение (11.4) обладает двумя важными свойствами. При малых x численность популяции возрастает экспоненциально (как в уравнении 11.2), при больших – приближается к определенному пределу K (рис. 11.1). Величина K , называется емкостью популяции и определяется ограниченностью пищевых ресурсов, мест для гнездования и многими другими факторами, которые могут быть различными для разных видов. Таким образом, емкость популяции представляет собой системный фактор, который определяет ограниченность роста популяции в данном ареале обитания.

Уравнение (11.4) можно также переписать в виде

$$\frac{dx}{dt} = rx - \delta x^2, \quad (11.5)$$

где δ – коэффициент, описывающий убыль популяции (коэффициент внутривидовой конкуренции за пищевой ресурс, убежища и т.п.). Первое выражение в правой части соответствует количеству рождений, а второе количество смертей.

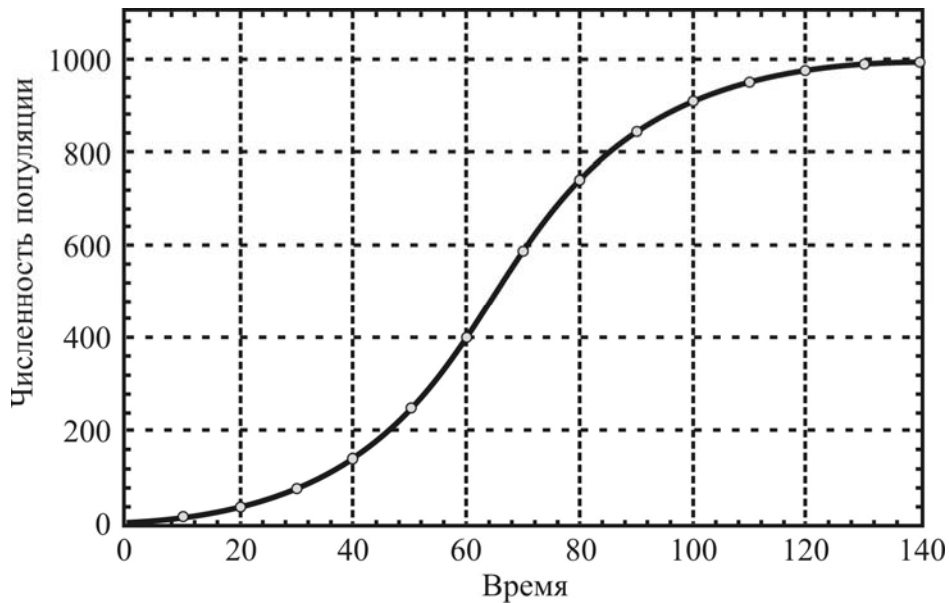


Рис. 11.1. Логистический рост популяции:
 $r = 0.07 \text{ год}^{-1}$, $K = 1000$ особей $x_0 = 10$ особей

Решение уравнения (11.4) имеет вид:

$$x(t) = \frac{x_0 K e^{rt}}{K - x_0 + x_0 e^{rt}}, \quad (11.6)$$

где $x(t)$, x_0 , r , t – те же параметры, что и в уравнении экспоненциального роста.

Формула (11.6) описывает кинетическую кривую, то есть зависимость численности популяции от времени. Если выражение (11.6) продифференцировать два раза по t , то можно сделать вывод, что кривая $x(t)$ имеет

точку перегиба, с координатами: $\left(\frac{1}{r} \ln \frac{K - x_0}{x_0}, \frac{K}{2} \right)$.

Ордината точки представляет собой половину максимальной численности, а абсцисса зависит как от емкости популяции K , так и от константы собственной скорости роста r . Чем выше генетические возможности популяции, тем скорее наступает перегиб на кривой численности.

Ферхюльст улучшил модель Мальтуса, добавив в нее ограничение на рост популяции. В модели Ферхюльста снято ограничение отсутствия борьбы. Рассматривается борьба особей за место обитания, добавляется дополнительный источник гибели. Считается, что скорость гибели за счет конкуренции между особями пропорциональна вероятности встреч двух особей.

Исследование уравнения (11.4) в случае дискретного изменения численности в популяциях с неперекрывающимися поколениями показало целый спектр возможных типов решений, в том числе колебательные изменения периода и вспышки численности.

4. Модель А.Д. Базыкина

В природе популяции имеют не только максимальную численность, определяемую величиной экологической ниши K , но и минимальную критическую численность L . При падении численности популяции ниже этой критической величины из-за неблагоприятных условий, или в результате хищнического промысла, восстановление популяции становится невозможным. Величина нижней критической плотности различна для разных видов. Исследования биологов показали, что она может составлять всего лишь пару особей на тысячу квадратных километров в случае ондатры, и сотни тысяч особей для американского странствующего голубя.

Модели, описывающие как внутривидовую конкуренцию, определяющую верхнюю границу численности популяции, так и нижнюю критическую численность популяции, имеют два устойчивых стационарных решения. Одно из них – нулевое для начальных численностей, которые ниже наименьшей критической численности популяции. Другое равно K – емкости экологической ниши в случае, когда начальная численность выше наименьшей критической величины. Такими «триггерными» свойствами обладает нелинейное уравнение, предложенное российским математиком А.Д.Базыкиным:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha \frac{\beta x^2}{\beta + \tau x} - cx - \delta x^2. \quad (11.7)$$

Первый член в правой части формулы (11.7) описывает размножение двуполой популяции, скорость которого пропорциональна квадрату численности – вероятности встреч особей разного пола (для малых плотностей), и пропорциональна числу самок в популяции (для больших плотностей популяции). Второй член описывает смертность, пропорциональную численности, а третий – внутривидовую конкуренцию, подобно тому, как это было в логистическом уравнении (11.4).

Зависимости численности популяции от времени и скорости прироста от численности представлены на рис. 11.2 (а, б).

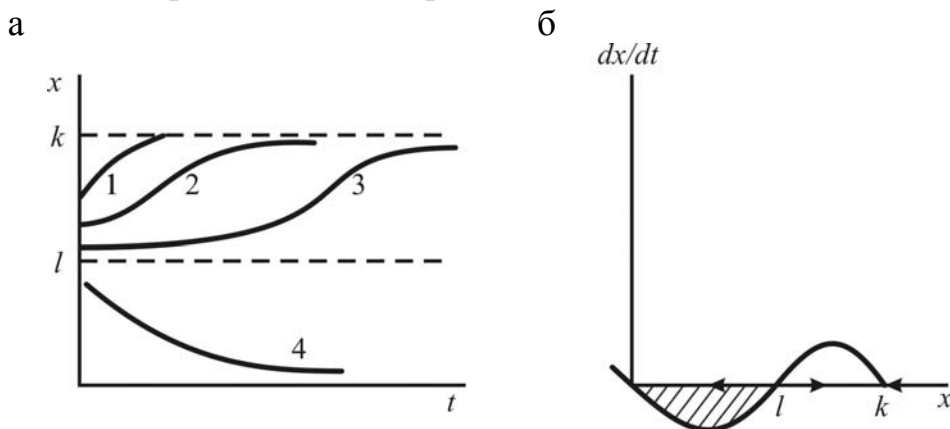


Рис. 11.2. Модель популяции с нижней критической численностью. Зависимость численности популяции от времени (а) и скорости роста от численности (б) для модели (11.7). Штриховкой обозначена область вырождения популяции

Кривые 1-4 на рис. 11.7,а соответствуют различным начальным численностям: $x = 0$ и $x = K$ – устойчивые стационарные состояния, $x = l$ – неустойчивое, разделяющее области влияния устойчивых состояний равновесия. Величины l и K различны для разных популяций и могут быть определены из наблюдений и экспериментов.

Из рис. 11.7,а видно, что скорость восстановления популяции после падения её численности в силу промысла или неблагоприятных условий зависит от того, насколько близка новая начальная численность к опасной границе l . Если ущерб, нанесённый популяции, невелик (меньше половины ёмкости экологической ниши), популяция быстро восстанавливается по кривой 1, не имеющей точки перегиба. В случае, когда численность оставшейся популяции близка к критической, восстановление происходит сначала очень медленно, популяция надолго «застревает» вблизи опасной границы, а затем, уже, «набрав силы», более быстро выходит на устойчивый стационарный уровень K (кривая 3). Кривая 2 представляет промежуточный случай. Кривая 4 иллюстрирует вырождение популяции в случае, когда начальная численность опустилась ниже критической границы. Обращает на себя внимание сходство начальных участков кривых 3 и 4. Близость к опасной границе со стороны больших значений (4) и меньших (3) выражается в долгом пребывании системы в неопределённом состоянии, когда малые флуктуации могут легко «перебросить» систему через опасную границу в «благополучную» область возврата к стационарному значению K или, наоборот, в область вымирания. В это время сторонний наблюдатель не сможет определить по форме кривой динамики численности, какая судьба ожидает систему. Для самих участников жизненной драмы – нахождения системы вблизи опасной границы – исход не очевиден. В этой ситуации чрезвычайно важны любые, даже очень малые усилия, направленные на преодоление критического барьера. Именно популяции, численность которых близка к нижней критической численности, занесены в Красную книгу. Удастся ли перенести каждый конкретный вид на «Зеленые страницы», куда переносят виды, исчезновение которых удалось предотвратить, зависит от многих обстоятельств, в частности, как от репродуктивных усилий вида, так и от усилий людей, спасающих эти виды.

5. Модель Хатчинсона. Влияние запаздывания

Рассмотренные нами уравнения предполагают, что процессы размножения и гибели происходят одновременно и популяция мгновенно реагирует на любое изменение внешних условий. Однако в реальности это не так. Всегда имеется некоторое запаздывание, которое вызвано несколькими причинами.

Развитие любой взрослой особи из оплодотворенного яйца требует определенного времени T . Поэтому если какое-нибудь изменение в окружающей среде, например, увеличение ресурса, вызовет внезапное повышение продуктивности взрослых особей, то соответствующее изменение численности произойдет лишь по прошествии промежутка времени T . Это означает, что уравнение

$$\frac{dx}{dt} = f(x), \quad (11.8)$$

где x – численность взрослых особей, следует заменить уравнением

$$\frac{dx}{dt} = f(x_{t-T}), \quad (11.9)$$

где x_{t-T} – численность половозрелых особей в момент $t - T$.

В реальных популяциях интенсивность размножения и гибели различны в разных возрастных группах. Например, у насекомых откладывают яйца взрослые особи, а конкуренция наиболее выражена на личиночной стадии. Такие процессы, как отравление среды продуктами метаболизма, каннибализм и т.п. в наиболее сильной степени воздействуют на ранние возрастные стадии, а их интенсивность зависит от численности взрослых особей, т.е. отрицательное влияние на коэффициент естественного прироста оказывают особи предыдущего поколения. С учетом этих обстоятельств, логистическое уравнение (11.4) можно переписать в виде

$$\frac{dx}{dt} = x(r - x_{t-T}). \quad (11.10)$$

Наиболее распространенное и изученное в динамике популяций уравнение английского ботаника Джона Хатчинсона (1948 г) учитывает тот факт, что особи размножаются лишь с определенного возраста, и имеет вид

$$\frac{dx}{dt} = rx(t) \left[1 - \frac{x(t-T)}{K} \right], \quad (11.11)$$

где T – время запаздывания.

Уравнение (11.11) описывает следующую ситуацию: вид обитает в однородной среде, миграционные факторы несущественны и имеется заданное количество пищи, которое возобновляется при уменьшении численности популяции.

Такая ситуация изучалась экспериментально в лабораторных условиях на мышевидных, которым раз в несколько дней давалось строго определенное количество пищи. Наблюдалось следующее: при малом размере популяции идет интенсивное размножение (работает закон Мальтуса). Через некоторое время пищи уже хватает не всем, наблюдаются стрессы за

счет перенаселенности. Это приводит к снижению плодовитости. Начинает сказываться фактор запаздывания, так как ранее, при относительно благоприятных условиях, было произведено слишком много молодых особей. А они, подрастая, активно включаются во внутривидовую борьбу, в результате чего численность уменьшается. Однако для небольшой популяции ресурсов уже хватает, условия более благоприятны. Ее численность вновь начинает расти. Процесс повторяется сначала – возникают автоколебания.

Анализ уравнения (11.11) показал, что интенсивность колебаний возрастает при увеличении r и T , т.е. при увеличении плодовитости и возраста половозрелых особей.

6. Дискретные модели популяций с неперекрывающимися поколениями

Даже в таких популяциях, где особи размножаются несколько лет подряд (млекопитающие и птицы, многолетние растения), наличие сезонов размножения вносит некоторое запаздывание в процессы регуляции численности. Если же взрослые особи, размножающиеся в данном году, редко или никогда не доживают до того, чтобы размножиться в будущем году, как, например, у однолетних растений, мелких грызунов, многих насекомых, это оказывает существенное влияние на динамику их численности. Рост и размножение таких популяций описывают отображением У. Риккера для рыбных популяций (1954 г.)

$$x_{n+1} = x_n \exp \left\{ r \left(1 - \frac{x_n}{K} \right) \right\} \quad (11.12)$$

и отображением М. Хассела для популяций насекомых (1976 г.)

$$x_{n+1} = x_n r / (1 - kx_n / K)^b. \quad (11.13)$$

Здесь x_n и x_{n+1} – численности популяции, соответственно, в n -й и $(n+1)$ -й сезоны (поколения); r – удельная скорость воспроизводства популяции (мальтузианский параметр); K – параметр емкости лимитирующего ресурса (ресурсный параметр); k – параметр масштабирования; b – параметр нелинейности.

В отображениях Риккера и Хассела учитывается, что с ростом численности популяции x_n относительная скорость её прироста $\exp \left\{ r \left(1 - \frac{x_n}{K} \right) \right\}$ – для Риккера и $r / (1 - kx_n / K)^b$ – для Хассела уменьшается (рис.11.3).

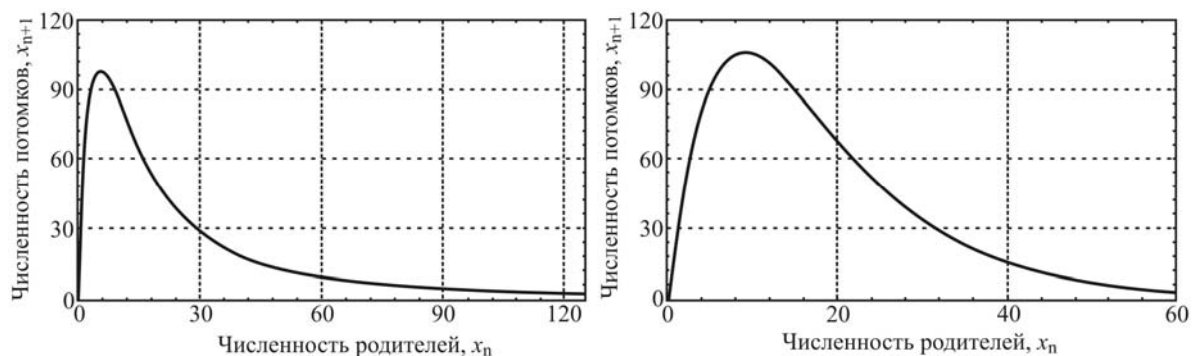


Рис. 11.3. Отображения Риккера (слева) и Хассела (справа)

Главной особенностью таких систем является зависимость характера их поведения от величины мальтузианского параметра r . При r меньшем определенной величины, поведение популяции характеризуется ее стремлением к устойчивому стационарному состоянию (рис. 11.4). Этот вид популяционной динамики (типа ферхюльстовой кривой) наиболее знаком биологам и экологам. Менее известным является циклический тип поведения популяции, к которому она переходит, когда мальтузианский параметр превысит определенную величину (в зависимости от типа отображения; для отображения Риккера $r = 2$), при этом с ростом r период колебаний последовательно удваивается с сохранением в спектре гармоник с предыдущим периодом. Важным здесь является то, что периодические колебания численности популяции возникают сами по себе, без какого-либо влияния извне (хищничества, сезонных колебаний и т.п.), как следствие нелинейности её динамических свойств. Наконец, дальнейшее увеличение мальтузианского параметра приводит к существенному качественному изменению динамики: численность популяции начинает хаотически колебаться. Для хаотического режима характерна очень большая амплитуда изменений численности популяции, при этом в нижних точках ее численность может, как угодно близко приближаться к нулю.

В табл.11.1 показаны интервалы значений мальтузианского параметра (округленные), при которых наблюдаются те или иные динамические режимы для отображения Риккера.

Т а б л и ц а 11.1

Типы динамических режимов	Стационарное состояние	Предельные циклы с периодом T				Детерминированный хаос
		$T = 2$	$T = 4$	$T = 8$	$T > 16$	
r	1–2	2–2,52	2,52–2,66	2,66–2,69	2,69–2,6959	Более 2,6959

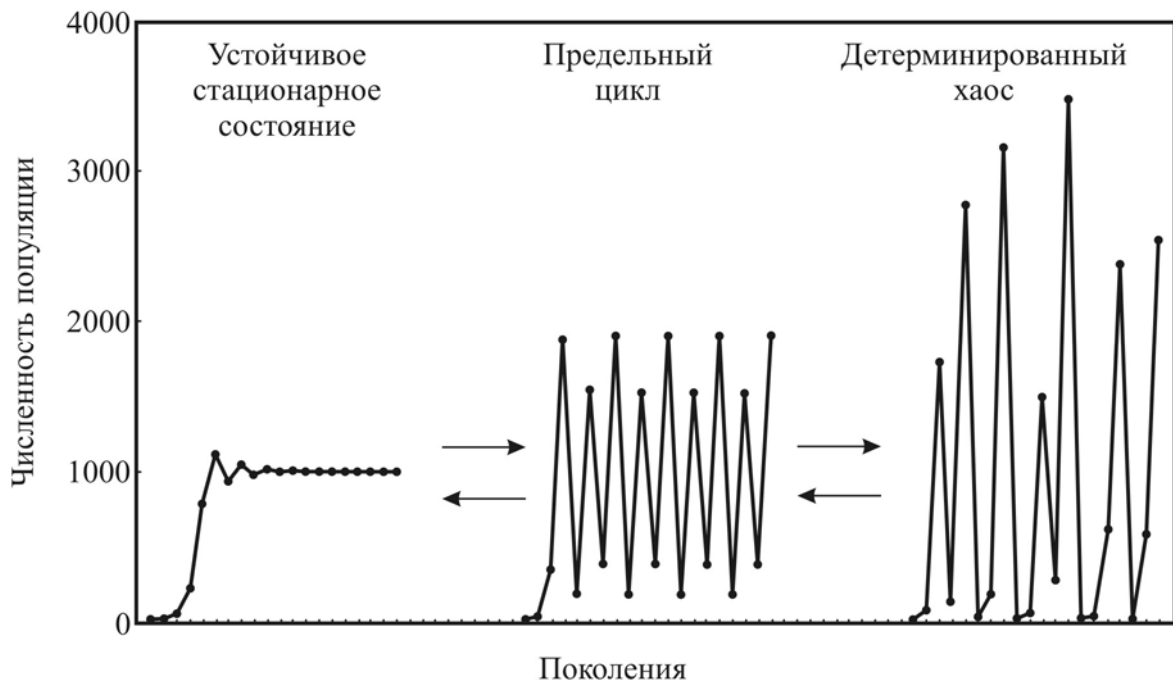


Рис. 11.4. Типы динамического поведения и переходы между ними в популяциях с неперекрывающимися поколениями

Важно отметить, что переходы из одного динамического режима в другой могут происходить при очень малых изменениях r , что отражает бифуркационный характер динамики системы.

Для наглядного представления динамики таких систем используют так называемую бифуркационную диаграмму (рис. 11.5), на которой по оси абсцисс откладывают значения мальтузианского параметра, а по оси ординат – соответствующие данному значению r состояния системы x_n (для n , больших некоторого номера, имеющего смысл дискретного времени, в течение которого завершаются переходные процессы и динамика системы выходит на стационарный режим).

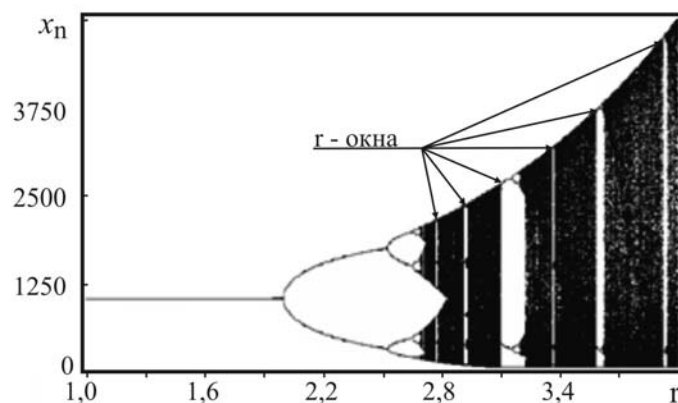


Рис. 11.5. Бифуркационная диаграмма динамики популяций, описываемых отображением Риккера

На рис.11.5 видно, что для популяций, описываемых моделью Риккера, при $r < 2$ наблюдается первый тип динамического поведения (устойчивое стационарное состояние – одна линия на диаграмме), в интервале $2,0 < r < 2,69$ реализуются различные предельные циклы, начиная с периода, равного двум (две, четыре и более линий на диаграмме). При дальнейшем увеличении r возникают хаотические режимы (значения x_n хаотически заполняют некоторый интервал), перемежаемые так называемыми r – окнами, в которых наблюдаются предельные циклы. Каждое r – окно характеризуется своим базовым предельным циклом, имеющим наименьший период.

Теория перехода к хаосу в динамических системах, подобных рассмотренным выше, была разработана М. Фейгенбаумом. Ее основная идея – потеря аттрактором (точкой, предельным циклом) своей устойчивости при изменении управляющего параметра r и соответствующий каскад удвоения периода реализуемого предельного цикла при сильном нелинейном сжатии интервалов устойчивости на каждом этапе. Это приводит к экспоненциальному росту числа гармоник предельного цикла на малом интервале изменения параметра. Хаос, по Фейгенбауму, наступает при их «бесконечном» числе. Такой механизм генерации хаоса в динамических системах носит название «субгармонический каскад».

Практическая часть

1. Уясните используемую при рассмотрении биологических проблем модельную ситуацию перехода к хаосу, предложенную профессором физики Чикагского университета Л.П. Кадановым:

Пусть на изолированном острове выводятся летом насекомые численностью x_j , которые откладывают яйца и умирают. Из яиц на следующий год выводятся новые насекомые численностью x_{j+1} . Очевидно, что численность потомства x_{j+1} должна зависеть от численности родительского поколения x_j и от каких-то дополнительных факторов. Эта зависимость учитывается уравнением

$$x_{j+1} = \lambda x_j N - \lambda x_j^2, \quad (11.14)$$

где $\lambda > 0$ – некоторый параметр (т.е. постоянная в условиях рассмотрения величина); N – максимально возможная численность популяции.

Первый член в правой части уравнения (11.14) представляет собой естественный прирост популяции, второй – отвечает за снижение этого естественного роста из-за слишком большого числа насекомых.

Для унификации уравнения (11.14) численность популяции нормируют по отношению к предельной величине, что математически оформляется делением обеих частей уравнения на N^2 :

$$x'_{j+1} = rx'_j(1 - x'_j), \quad (11.15)$$

где $x'_j = \frac{x_j}{N}$, $x'_{j+1} = \frac{x_{j+1}}{N}$, $r = \lambda \cdot N$.

Проделайте указанные преобразования и убедитесь в правильности записи унифицированного уравнения.

2. Проанализируйте уравнение (11.15). Оно решается путем подстановки значений x'_j ($0 < x'_j < 1$) с дальнейшим расчетом x'_{j+1} , которое вновь считается исходным x'_j и т.д. Такой последовательный расчет в математике называют рекуррентным (в переводе с латинского – возвратным). Однако результаты расчета в данной задаче существенно зависят от величины r , называемой параметром скорости роста.

Изучите сначала поведение популяции при малых r . Для $0 < r < 1$ насекомые живут в таких неблагоприятных условиях, что численность их популяции сокращается с каждым годом. При этом общий характер изменения численности популяции со временем выглядит примерно так, как на рис.11.6. Из рисунка видно, что $x'_j \rightarrow 0$ независимо от выбора начального значения x'_0 ($x'_0 = \frac{x_0}{N}$, где x_0 – начальное значение численности популяции).

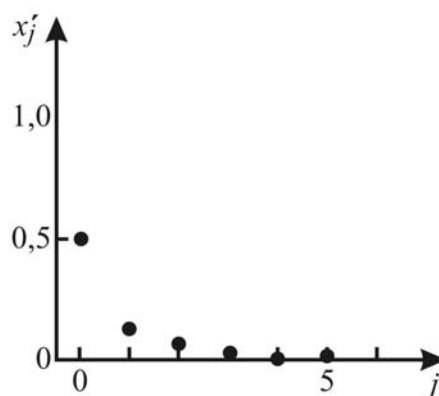


Рис. 11.6

Убедитесь в этом, задав значения x'_0 и r в соответствии с вышеуказанными интервалами. Результаты расчетов отразите в табл. 11.2, указав в ней значение r .

Т а б л и ц а 11.2

$r =$								
x'_0	x'_1	x'_2	x'_3	x'_4	x'_5	x'_6	x'_7	x'_8

Проанализируйте табличные данные (анализ результатов расчета должен показать, что при малых r популяция вымирает).

3. Продолжите анализ унифицированного уравнения (11.15), задав значение r в интервале $1 < r < 3$. Результаты расчетов отразите в табл. 11.3, оформив ее по аналогии с табл. 11.2.

Таблица 11.3

$r =$								
x'_0	x'_1	x'_2	x'_3	x'_4	x'_5	x'_6	x'_7	x'_8

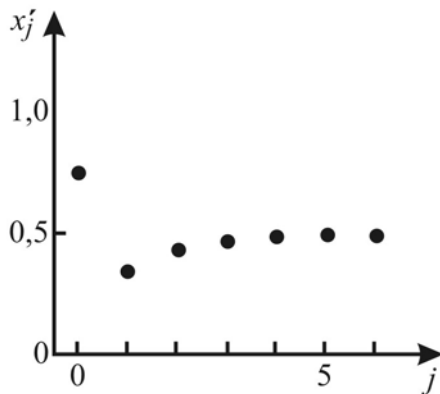


Рис. 11.7

Проанализируйте табличные данные.

Анализ результатов расчета должен показать, что в данном случае популяция не вымирает, а асимптотически приближается к ненулевому постоянному значению x^* (рис. 11.7).

Это значение для каждого r можно найти, подставив в уравнение (11.15) вместо x'_j и x'_{j+1} их предельные значения x^* :

$$x^* = rx^*(1 - x^*). \quad (11.16)$$

Уравнение (11.16) является квадратным и имеет два решения

$$x_1^* = 0 \text{ и } x_2^* = 1 - \frac{1}{r}.$$

Первое решение реализуется (т.е. существует устойчиво) при малых значениях r ($0 < r < 1$), а второе для $r > 1$, т.к. по условиям задачи оно должно быть больше нуля. Для x_2^* , очевидно, характерен годичный цикл численности. До сих пор в системе не возникает хаоса.

4. Задайте r еще большее значение ($3 < r < 3,4$) и рассчитайте динамику популяции в этом случае. Результаты расчета отразите в табл. 11.4.

Анализ данных табл. 11.4 должен показать, что в этом случае динамика численности популяции заметно усложняется. А именно – возникают два ее предельных (стационарных) значения, причем сама численность колеблется, попеременно приближаясь то к одному, то к другому пределу. Сначала численность популяции насекомых мала. Они стремительно размножаются, откладывая большое количество яиц, численность популяции резко растет.

Таблица 11.4

$r =$								
x'_0	x'_1	x'_2	x'_3	x'_4	x'_5	x'_6	x'_7	x'_8

Однако на следующий год численность популяции оказывается слишком высокой; возникает перенаселённость, в результате чего через год численность популяции вновь становится малой. Таким образом, в каждом нечётном году численность популяции будет высокой, а в каждом чётном году низкой, так что период колебаний численности составляет 2 года (рис. 11.8).

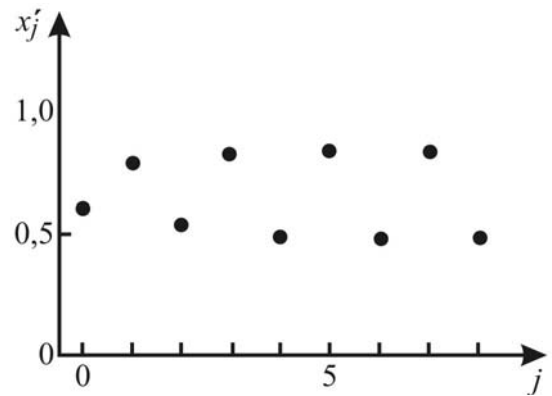


Рис. 11.8

По данным табл. 11.2–11.4 постройте график зависимости $x'(r)$.

Таким образом, характер решения унифицированного уравнения численности популяции существенно зависит от величины параметра r . Малые значения r соответствуют стационарным состояниям. Последняя из исследованных ситуаций ($3 < r < 3,4$) называется бифуркацией решения. Слово «бифуркация», в переводе с латинского, означает раздвоение, разветвление. Мы наблюдаем бифуркацию, когда параметр r достигает первого критического значения $r_1 = 3$.

Строго говоря, первая точка бифуркации соответствует значению $r_0 = 1$.

Однако из двух значений x^* (см. п. 3) одно ($x^* = 0$) становится неустойчивым и не реализуется.

Можно показать, что второе критическое значение $r_2 = 3,4$ соответствует раздвоению каждой из ветвей решения, т.е. стационарных значений становится не 2, а 4. При этом возникает четырехстадийный цикл колебаний численности, т.е. четырехлетняя периодичность (рис. 11.9).

Следующее критическое значение $r_3 = 3,54$ приводит к восьмистадийному циклу, затем появляются 16, 32, 64 и т.д. ветвей. Соответствующие им критические значения r , очень мало отличаются друг от друга.

Наконец, при $r = 4$ периодичность изменения численности исчезает (ветви решений сливаются, а период повторения можно условно считать бесконечным). Наступает хаотизация динамики (так называемый динамический, или детерминированный хаос (рис. 11.10)).

На рис. 11.11 приведен сложный график зависимости стационарных состояний численности от параметра скорости роста, рассчитанный с помощью компьютера.

Сплошными линиями показаны значения численности популяции x'_j , которые достигаются, когда j стремится к бесконечности. Если параметр скорости роста r меньше единицы, то популяция вырождается и исчезает. При r между 3 и 3,4 единственное значение отсутствует. В этой области

численность популяции колеблется между двумя значениями, лежащими соответственно на верхней и нижней ветвях кривой. При значениях r , превышающих 3,4, численность популяции колеблется уже между четырьмя ветвями и т.д. Обратите внимание на сильно нелинейный масштаб и на разрыв при $r > 3,569$. Поведение популяции при параметре скорости роста, лежащем между 3,569 и 4, изображено на рис.11.12.

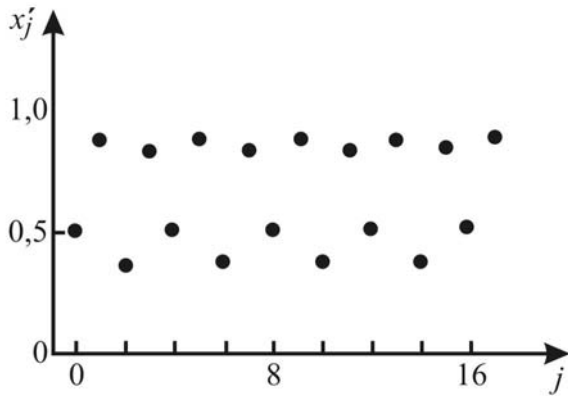


Рис. 11.9

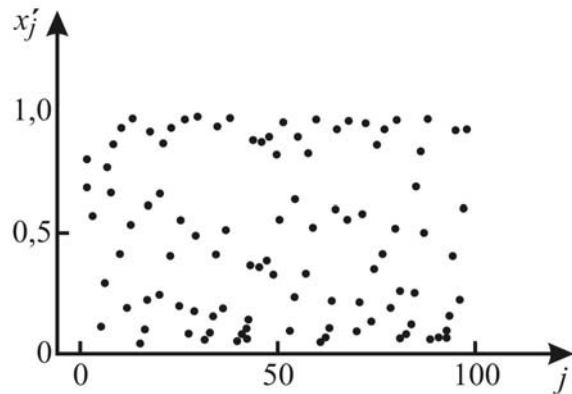


Рис. 11.10

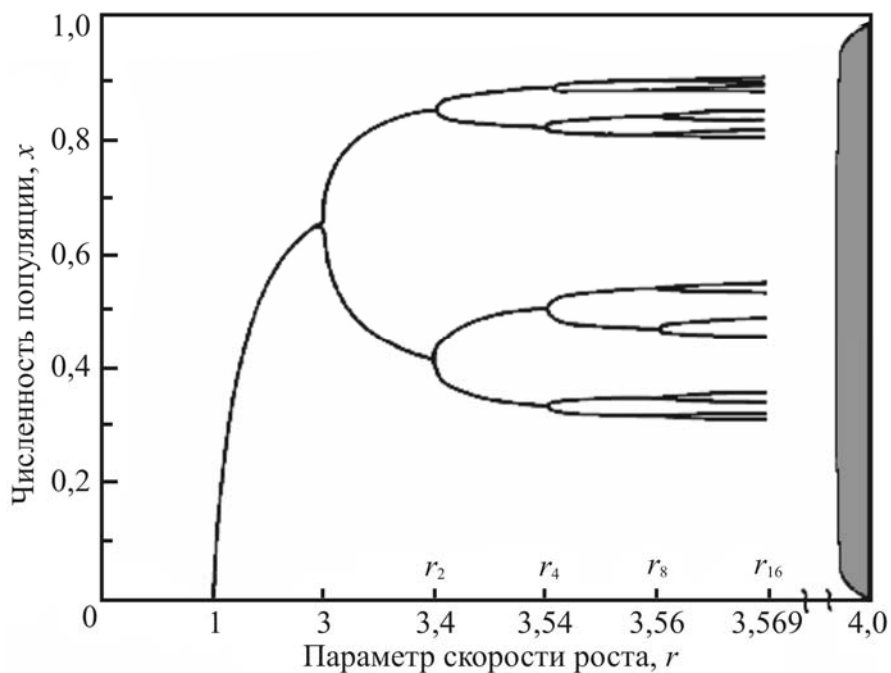


Рис. 11.11. Зависимость стационарной численности популяции от параметра скорости роста r

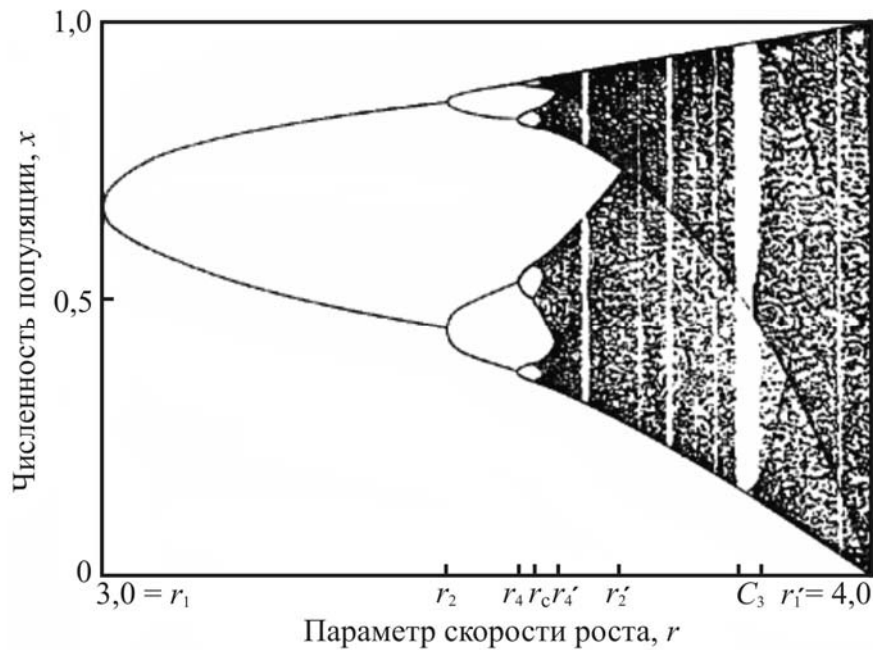


Рис. 11.12. Переход от циклического поведения к хаотическому

Здесь показан лишь континуум значений, которые может принимать численность популяции в случае истинно хаотического поведения при $r=4$.

Изображены точки, полученные в результате 20000 итераций вычисляемого значения численности популяции, начиная с некоторого начального значения. При возрастании параметра скорости роста от 3 до r_c численность популяции колеблется между 2, 4, 8, ... 2^n , ... значениями. При $r = r_c$ бесконечное число линий переходит в бесконечное число полос; значения численности популяции упорядоченно колеблются между полосами, однако внутри каждой полосы принимают случайные значения. Когда r становится больше r_c , происходит слияние полос, и, наконец, при r , превышающих r_2' , остаётся единственная полоса значений, которые может принимать хаотически изменяющаяся численность популяции. Узкие белые полосы, например, область, обозначенная C_3 , соответствуют движениям, при которых в основном популяция принимает упорядоченные значения и лишь иногда перемежается хаосом. В отличие от сильно нелинейного масштаба на рис. 11.11, здесь масштаб линеен.

Контрольные вопросы

1. Синергетика как новое направление междисциплинарных исследований. История становления синергетики как науки. Связь синергетики с другими науками.

2. Опишите структурные компоненты процесса самоорганизации.
3. Какими свойствами обладает самоорганизующаяся система?
4. Охарактеризуйте механизм, обеспечивающий организационный процесс.
5. Опишите процессы самоорганизации в диссипативных сильнонеравновесных системах (конвекция Бенара, реакция Белоусова-Жаботинского).
6. Что такое популяция? Приведите примеры популяций.
7. Опишите первую математическую модель динамики популяций – ряд Фибоначчи.
8. В чем суть модели неограниченного экспоненциального роста? Что понимается под биотическим потенциалом популяции? Почему модель Мальтуса оказалась справедливой для Северо-Американских штатов начала 19 века?
9. Приведите примеры, когда рост численности популяции идет по уравнению Ферхюльста. Как называется такой рост?
10. Опишите модель динамики популяций, предложенную Хатчинсоном.
11. Каковы характерные особенности дискретных моделей популяций с неперекрывающимися поколениями.

Лабораторная работа № 12 СПЕКТРЫ И СВЕТИМОСТЬ ЗВЕЗД

Цель работы: изучение классификации звездных спектров и определение светимости звезд.

Пособия: гарвардская классификация звездных спектров, щелевые спектрограммы звезд.

Теоретическая часть

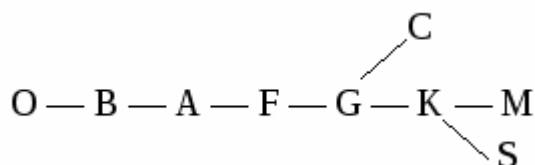
Спектральная классификация

Звезды имеют непрерывные спектры, на которые накладываются абсорбционные спектральные линии поглощения. В спектрах некоторых звезд, кроме того, наблюдаются яркие эмиссионные линии. Спектры звезд различаются количеством и интенсивностью наблюдаемых спектральных линий, а также распределением энергии в непрерывном спектре.

Спектральная классификация начала разрабатываться еще до того, как было объяснено возникновение звездных спектров. При этом сразу же стало ясно, что важнейшие ее особенности связаны с различием физических свойств звезд. Спектры большинства звезд эмпирически удалось расположить в виде последовательности, вдоль которой линии одних химических элементов постепенно ослабевают, а других – усиливаются. Сходные между собой спектры объединяются в спектральные классы. Тонкие различия между ними позволяют выделить между ними подклассы. Дальнейшие исследования показали, что звезды, принадлежащие различным спектральным классам, отличаются своими температурами.

Интенсивности некоторых спектральных линий в спектрах звезд настолько чувствительны к температуре, что ее можно оценить «на глаз» по одному только внешнему виду спектрограммы, не производя специальных фотометрических измерений. Количественным критерием принадлежности звезды к тому или иному спектральному классу или подклассу является отношение интенсивностей отдельных спектральных линий. Среди линий, используемых для этих целей – линии гелия, водорода, линия К ионизованного кальция и линия 4227 \AA нейтрального кальция.

Этот принцип спектральной классификации впервые был применен в начале XX столетия в Гарвардской обсерватории США. Гарвардская классификация звезд легла в основу современной спектральной классификации. В гарвардской классификации спектральные классы обозначены буквами латинского алфавита.



Для плавного перехода особенностей одного спектрального класса в особенности другого каждый спектральный класс разбит на 10 подклассов, которые обозначаются цифрами от 0 до 9 после буквенного обозначения класса (например: B0, B1, B2, ..., B9, A0, A1, ...).

Спектральные классы O, B, A, F называются «ранними», G, K и M – «поздними». Разветвление спектральной последовательности связано с тем, что звезды класса C имеют спектр такой же, как и звезды класса G5 – K5. Однако они содержат сильные полосы соединений углерода. Спектры звезд класса S отличаются от спектров звезд класса M наличием полос окисей редких земель – циркония, иттрия и лантана.

В спектрах некоторых очень горячих звезд, достигающих температуры 100 000 К, наблюдаются яркие линии излучения. Эти звезды называются звездами Вольфа-Райе и обозначаются WN и WC в зависимости от элементов, к которым принадлежат линии излучения.

Описание спектральных классов

Класс O. Наиболее интенсивные линии ионизованного гелия и многократно ионизованных некоторых других элементов. Наблюдаются слабые линии нейтрального гелия и водорода. Цвет звезд голубоватый.

Класс B. Линии нейтрального гелия достигают максимальной интенсивности. Хорошо видны линии водорода и некоторых ионизованных элементов. Цвет голубовато-белый.

Класс A. Линии водорода достигают наибольшей интенсивности. Хорошо видны линии ионизованного кальция, наблюдаются слабые линии других металлов. Цвет звезд белый.

Класс F. Линии водорода становятся слабее. Усиливаются линии ионизованных металлов. Цвет желтоватый.

Класс G. Водородные линии не выделяются среди многочисленных линий металлов. Очень интенсивны линии ионизованного кальция. Цвет звезды желтый. Типичный пример – Солнце.

Класс K. Линии водорода не заметны среди очень интенсивных линий металлов. Цвет звезды красноватый.

Класс M. Красные звезды. Линии металлов ослабевают. Наблюдаются полосы поглощения молекул окиси титана и других молекулярных соединений.

Абсолютная звездная величина и светимость звезд

Абсолютной звездной величиной M называется звездная величина, которую имела бы звезда, находясь от нас на расстоянии 10 парсек (пк).

$$M = m + 5 - 5 \lg r \text{ или } M = m + 5 + 5 \lg \pi, \quad (12.1)$$

где m – видимая звездная величина; r – расстояние до звезды; π – годичный параллакс звезды.

При определении звездных величин из наблюдений измеряется только та часть излучения, которая прошла через атмосферу Земли. Часть же излучения, особенно в ультрафиолетовой и инфракрасной областях, поглощается атмосферой Земли. Для учета этого поглощения вводится *боллометрическая поправка* ΔM_b , которая вычисляется теоретически с учетом условий прохождения через атмосферу разных участков спектра. Эта поправка прибавляется к абсолютной звездной величине.

$$M_b = M + \Delta M_b, \quad (12.2)$$

где M_b – боллометрическая абсолютная звездная величина.

Светимостью L называется энергия, излучаемая всей поверхностью звезды в единицу времени. Формула Погсона позволяет связать абсолютные звездные величины со светимостями:

$$M_1 - M_2 = -2,5 \lg \frac{L_1}{L_2},$$

где L_1 и L_2 – светимости звезд с абсолютными звездными величинами M_1 и M_2 . Светимость звезд принято выражать в единицах солнечной светимости, т.е. светимость Солнца считают равной единице ($L_{\odot} = 1$). Тогда светимость звезды L в единицах солнечной светимости равна

$$\lg L = 0,4(M_{\odot} - M) \text{ или } L = 10^{0,4(M_{\odot} - M)}. \quad (12.3)$$

С учетом боллометрической поправки формулы (12.3) примут вид

$$\lg L_b = 0,4(M_{\odot b} - M_b) \text{ или } L_b = 10^{0,4(M_{\odot b} - M_b)}. \quad (12.4)$$

Зная светимость Солнца $L_{\odot b} = 3,8610^{26}$ Дж/с в энергетических единицах, можно найти и светимость звезд в этих же единицах.

Показатель цвета

Различные приемники излучения, применяемые в астрономии, неодинаково чувствительны к различным цветам. Глаз наиболее чувствителен к зеленому цвету ($\lambda = 5550 \text{ \AA}$), обычная фотографическая эмульсия чувствительна к синим лучам ($\lambda = 4400 \text{ \AA}$, $\Delta\lambda = 1000 \text{ \AA}$) или к ультрафиолетовым ($\lambda = 3500 \text{ \AA}$, $\Delta\lambda = 500 \text{ \AA}$). Следовательно, определяемая звездная величина зависит от приемника излучения.

Разность между значениями звездных величин в двух различных цветовых интервалах называется *показателем цвета* CI . Наиболее точные значения CI определяют на основе фотоэлектрических измерений блеска звезды в ультрафиолетовой (U), синей (B) и желтой (V) областях спектра. Эти измерения позволяют ввести два показателя цвета: ультрафиолетовый ($U - B$) и основной ($B - V$). Блеск звезды в синих лучах (B) можно считать примерно равным фотографической звездной величине m_p , блеск звезды в желтых лучах (V) – визуальной звездной величине m_v . Тогда $CI = m_p - m_v$.

Абсолютная звездная величина M и светимость L получают свое название (визуальная, фотографическая и др.) по соответствующему названию видимой звездной величины m звезд и Солнца, положенной в основу вычислений M и L . Связь между визуальными и фотографическими звездными величинами осуществляется через показатели цвета.

$$B - V = m_p - m_v = M_B - M_V.$$

Диаграмма, связывающая абсолютные звездные величины звезд M (светимость $\lg L$) с их спектральными классами (температурами T) (диаграмма спектр-светимость, см. рис. 12.1) была построена в начале XX столетия нидерландским астрономом Э. Герцшпрунгом и американским астрономом Г. Ресселом (диаграммой Герцшпрунга-Рессела).

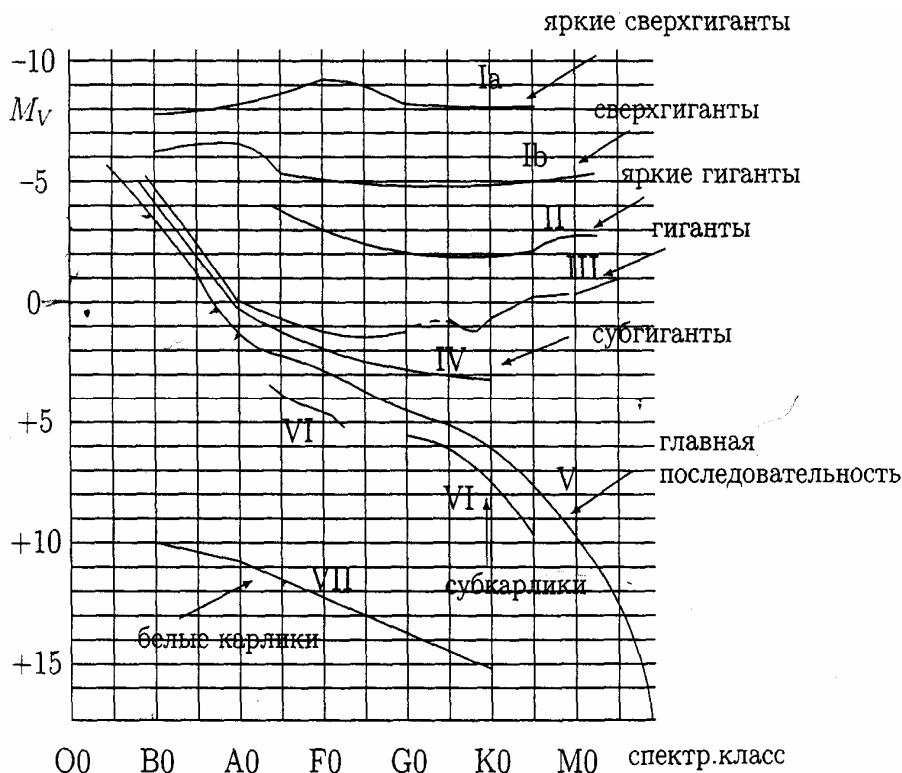


Рис.12.1. Диаграмма спектр-светимость

Эта диаграмма позволила разделить звезды по классам светимости.

<i>Класс светимости</i>	<i>Последовательности</i>
Ia	Яркие сверхгиганты
Iб	Сверхгиганты
II	Яркие гиганты
III	Гиганты
IV	Субгиганты
V	Карлики
VI	Субкарлики
VII	Белые карлики

Класс светимости указывается после спектрального класса звезды. Например, наше Солнце – звезда класса G2V (желтый карлик).

Практическая часть

1. Сравнивая спектры звезд, полученные щелевым спектрографом, со спектрами гарвардской классификации, определите, к каким спектральным классам относятся спектры звезд (по вариантам):

- 1) δ Орла, ε Дельфина, μ Большой Медведицы, β Ворона;
- 2) μ Близнецов, γ Водолея, ξ Лебедя, η Волопаса;
- 3) α Змееносца, ε Волопаса, ξ Близнецов, δ Ориона;
- 4) α Лиры, σ Кормы, ζ Геркулеса, κ Дракона;
- 5) η Геркулеса, δ Скорпиона, R Гидры, γ Девы;
- 6) τ^4 Эридана, ε Большой Медведицы, β Близнецов, δ Персея;
- 7) β Овна, γ Дракона, σ Ориона, η Стрельца;
- 8) β Андромеды, μ Девы, δ Кассиопеи, α Большой Медведицы.

При отождествлении спектров обратите особое внимание на интенсивность линий поглощения водорода ($H_\beta, H_\gamma, H_\delta, H_\varepsilon$).

2. По спектральному классу, используя табл. 12.1, оцените температуру, показатель цвета ($B - V$) звезд. Полученный результат сравните с данными по исследуемым звездам, которые приведены в табл. 12.3. Запишите полученные результаты в табл. 12.4.

Т а б л и ц а 12.1

Средние значения температуры T , показателей цвета CI и $(B-V)$

Спектр. класс	Главная последовательность			Гиганты и сверхгиганты.		
	T , К	CI	$(B-V)$	T , К	CI	$(B-V)$
O5	35000	-0,50	-0,45	35000	-0,50	-0,45
B0	21000	-0,45	-0,31	21000	-0,45	-0,31
B5	15500	-0,39	-0,17	15500	-0,39	-0,17
A0	11000	-0,15	0,00	11000	-0,15	0,00
A5	9800	0,00	+0,16	9800	0,00	+0,16
F0	8600	+0,12	+0,30	8600	+0,12	+0,30
F5	7500	+0,	+0,45	7500	+0,26	+0,45
G0	6500	+0,42	+0,57	5700	+0,42	+0,57
G5	5400	+0,64	+0,70	5000	+0,64	+0,70
K0	4700	+0,89	+0,84	4300	+0,89	+0,84
K5	4000	+1,20	+1,11	3600	+1,20	+1,11
M0	3600	+1.30	+1.39	3400	+1.30	+1.39
M5	3000	+1,80	+1,61	2800	+1,80	+1,61

Т а б л и ц а 12.2

Болометрические поправки ΔM_b

Спектр	ΔM_b	Спектр	ΔM_b		
			Главная последоват.	Гиганты	Сверхгиганты
B0	-2,70	F5	-0,04	-0,08	-0,12
B5	-1,58	F8	-0,05	-0,17	-0,28
A0	-0,72	G0	-0,06	-0,25	-0,42
A5	-0,31	G2	-0,07	-0,31	-0,52
F0	-0,09	G5	-0,10	-0,39	-0,65
F2	-0,04	G8	-0,10	-0,47	-0,80
		K0	-0,11	-0,54	-0,93
		K2	-0,15	-0,72	-1,20
		K3	-0,31	-0,89	-1,35
		K4	-0,55	-1,11	-1,56
		K5	-0,85	-1,35	-1,86
		M0	-1,43	-1,55	-2,2
		M1	-1,70	-1,72	-2,6
		M2	-2,03	-1,95	-3,0
		M3	-2,35	-2,26	-3,6
		M4	-2,7	-2,72	-3,8
		M5	-3,1	-3,4	-4,0

Таблица 12.3

Сведения о звездах

Звезда	α_{1900}	δ_{1900}	V	Спектр	$(B-V)$	π
β Андромеды	1 ^h 0,41 ^m	+ 36 ^o 05'	2,09 ^m	M0 III	+ 1,61 ^m	0,043''
β Близнецов	7 39,2	+ 28 16	1,16	K0 III	+ 1,01	0,100
μ Близнецов	6 16,9	+ 22 34	2,76	M3 III	+ 1,75	0,016
ξ Близнецов	6 39,7	+ 13 00	3,28	F5 III	+ 0,42	0,049
α Большой Медведицы	10 57,6	+ 62 17	1,80	K0 III	+ 1,06	0,031
ε Большой Медведицы	12 49,6	+ 56 30	1,78	A0 V	- 0,02	0,067
μ Большой Медведицы	10 16,4	+ 42 00	3,00	M0 III	+ 1,52	0,032
γ Водолея	22 16,5	- 1 53	3,88	A0 V	- 0,07	0,038
η Волопаса	13 49,9	+ 18 54	2,70	G0 IV	+ 0,59	0,112
ε Волопаса	15 11,5	+ 33 41	3,50	G8 III	+ 0,95	0,028
β Ворона	12 29,1	- 22 51	2,68	G5 II	+ 0,87	0,027
ζ Геркулеса	16 37,5	+ 31 47	2,82	G0 IV	+ 0,64	0,100
η Геркулеса	16 39,5	+ 39 07	3,45	G5 III	+ 0,92	0,048
R Гидры	13 24,2	- 22 46	3,5			
γ Девы	12 36,6	- 00 54	2,75	F0 V	+ 0,35	0,095
μ Девы	14 37,8	- 05 13	3,89	F5 III	+ 0,37	0,039
ε Дельфина	20 28,4	+ 10 58	3,95	B5 V	- 0,12	0,012
γ Дракона	17 54,3	+ 51 30	2,22	K5 III	+ 1,52	0,022
κ Дракона	12 29,2	+ 70 20	3,84	B5 III	- 0,11	0,011
α Змееносца	17 30,3	+ 12 38	2,08	A5 III	+ 0,15	0,056
δ Кассиопеи	1 19,3	+ 59 43	2,67	A5 V	+ 0,14	0,032
σ Кормы	7 26,1	- 43 06	3,31	M0	+ 1,45	0,018
ξ Лебедя	21 01,3	+ 43 32	3,90	K5 Ib	+ 1,7	0,006
α Лиры	18 33,6	+ 38 41	0,04	A0 V	0,00	0,121
β Овна	1 49,1	+ 20 19	2,62	A5 V	+ 0,14	0,064
δ Орла	19 20,5	+ 02 55	3,37	F0 IV	+ 0,32	0,059
δ Ориона	5 26,9	- 00 22	2,19	O9 III	- 0,21	0,010
σ Ориона	5 33,7	- 02 39	3,73	O9 V	- 0,24	0,004
δ Персея	3 35,8	+ 47 28	3,03	B5 III	- 0,14	0,012
δ Скорпиона	15 54,4	- 22 20	2,30	B0 IV	- 0,14	0,011
τ Стрельца	18 10,9	- 36 47	3,17	M3 II	+ 1,50	0,024
τ^4 Эридана	3 15,1	- 22 07	3,73	M5	+ 1,58	0,009

Примечание. V – видимая звездная величина звезды в системе U, B, V .

Таблица 12.4

Название звезды	По спектрам звезд			По табл. 12.2		
	Спектр. класс; Класс свет.	T, K	$(B-V)$	Спектр. класс; Класс свет.	T, K	$(B-V)$

3. Используя данные табл. 12.3 (видимую звездную величину V , параллакс π), вычислите абсолютные звездные величины (по формуле (12.1)) учтите болометрическую поправку ΔM_b (табл. 12.2) по формуле (12.2) и найдите светимости изучаемых звезд (по формуле (12.4)).

$$M_{\odot b} = 4,74^m .$$

4. Найдите на диаграмме «спектр-светимость» (см. рис. 12.1) абсолютные звездные величины изучаемых звезд по их спектральному классу и классу светимости. Сравните их с результатом Ваших вычислений абсолютных звездных величин. Занесите полученные результаты в табл. 12.5.

Т а б л и ц а 12.5

Название звезды	V	π	M	ΔM_b	M_b	L_b	M по диаграмме

Контрольные вопросы

1. Какие критерии лежат в основе спектральной классификации звезд? Назовите спектральные классы звезд. Чем объясняется наблюдаемое различие в спектрах?

2. Нарисуйте диаграмму «спектр-светимость» и укажите классы светимостей.

3. Какие физические характеристики звезды можно определить, зная её спектральный класс?

4. Что такое абсолютная звездная величина? Получите формулу (12.1). Вычислите абсолютную звездную величину Солнца.

5. Что характеризует болометрическая поправка?

6. Что называется показателем цвета? Какая система показателей цветов принята в настоящее время?

7. Что называется светимостью звезды? Как определяется светимость звезд? Как определить светимость Солнца?

8. Что характеризует класс светимости звезды?

9. Как можно найти расстояние до звезды, используя диаграмму «спектр-светимость»?

10. Видимая звездная величина Луны в полнолуние – $12,6^m$, а Солнца – $26,7^m$. Во сколько раз Солнце ярче Луны?

Лабораторная работа № 13 ВИДИМОЕ ГОДОВОЕ ДВИЖЕНИЕ СОЛНЦА И ЕГО СЛЕДСТВИЯ

Цель работы: изучение закономерностей, связанных с обращением Земли вокруг Солнца.

Пособия: модель небесной сферы, малый звездный атлас, подвижная карта звездного неба, астрономический календарь – ежегодник.

Теоретическая часть

Земля обращается вокруг Солнца в плоскости, которую называют *плоскостью земной орбиты*, и поэтому видимое годовое движение Солнца происходит в этой же самой плоскости, которая пересекает небесную сферу по большому кругу, называемому *эклиптикой*. Таким образом, плоскость эклиптики и плоскость земной орбиты идентичны.

В любой момент времени Солнце видно с Земли, проецирующимся в некоторую точку небесной сферы. Эклиптика и небесный экватор пересекаются под определённым углом δ в двух диаметрально противоположных точках, называемых точками равноденствий. Эти точки носят такое название потому, что, когда в них находится Солнце, день равен ночи. Угол δ называется наклоном эклиптики к экватору. По наклону можно вычислить угол наклона земной оси к плоскости земной орбиты.

Учитывая, что на всех географических широтах φ северного полушария Земли, удовлетворяющих условию $90^\circ > \varphi > \delta$, Солнце всегда кульминирует к югу от зенита, наклонение эклиптики к экватору можно определить, используя формулу, справедливую для момента верхней кульминации,

$$z = \varphi - \delta,$$

где z – зенитное расстояние Солнца; φ – широта места наблюдения; δ – склонение Солнца.

В день летнего солнцестояния склонение Солнца максимально и равно наклонению эклиптики к экватору. В этот момент его зенитное расстояние будет минимальным, т.е. $z_{\min} = \varphi - \delta_{\max}$. Следовательно, $\delta_{\max} = \varphi - z_{\min}$. В день зимнего солнцестояния зимнее расстояние Солнца будет максимально, а склонение минимально и равно $-\delta$.

Экваториальные координаты Солнца α и δ содержатся в астрономических календарях – ежегодниках.

Видимое движение Солнца легко уяснить на модели небесной сферы.

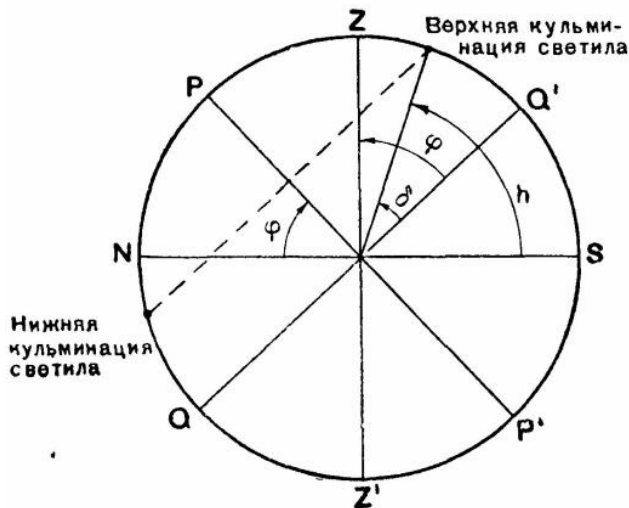


Рис. 13.1

Нужно помнить, что Солнце всегда находится на эклиптике. В дни весеннего и осеннего равноденствий время пребывания Солнца над горизонтом и под горизонтом одинаково и равно 12 часам. Отсюда происходит название этих точек. При нахождении Солнца около точки летнего солнцестояния высота его над горизонтом в полдень будет максимальной в это время в северных широтах самый длительный день и самая короткая ночь.

Вблизи дня зимнего солнцестояния высота Солнца над горизонтом минимальна, день самый короткий в году, а ночь самая длинная.

На иных географических широтах земного шара продолжительность дня и ночи разная. На экваторе день всегда равен ночи и это соотношение не меняется в течение года. На полюсах бывает долгая полярная ночь, когда Солнце не поднимается над горизонтом в течение месяцев, и полярный день, когда Солнце не заходит.

Моменты восхода и захода Солнца, а также азимуты точек восхода и захода зависят от географической широты места наблюдения. Поставив небесную сферу на разные широты, можно проследить зависимость видимого годового движения Солнца от широты места.

Точные значения моментов восхода, захода, а также азимуты этих точек вычисляются по соответствующим формулам сферической астрономии. В Астрономическом календаре – ежегоднике приведены значения этих величин для места с географической долготой $\lambda = 0^h 0^m 0^s$ и географической широтой $\varphi = 56^\circ 0' 0''$.

Моменты даны по гринвичскому (всемирному) времени. Приближенные значения тех же величин для определения географической широты могут быть найдены по подвижной карте звездного неба и помогают уяснить закономерность и причину их изменения на протяжении года.

На картах звездных атласов основные точки эклиптики ничем не обозначены, но легко отождествляются по их экваториальным координатам.

В зависимости от положения Солнца на эклиптике условия видимости созвездий на протяжении года непрерывно изменяются, и одно и то же созвездие в разные времена года видно в различное время суток. Условия видимости зодиакальных созвездий лучше всего могут быть выяснены по подвижной карте звездного неба, причем необходимо помнить, что звезды, расположенные в пределах около 15° к востоку и западу от Солнца,

недоступны наблюдениям, так как темное время суток наступает не сразу после захода Солнца.

Границы тепловых поясов на Земле проведены по астрономическим признакам. В жарком поясе, границы которого простираются по обе стороны от экватора $\varphi = +23^{\circ}26'$ (северный тропик) до $\varphi = -23^{\circ}26'$ (южный тропик), Солнце всегда восходящее и заходящее светило и два раза в году (на тропиках один раз) в полдень бывает в зените в тех местах, географическая широта φ которых равна δ в данный день.

Так как склонение Солнца не бывает больше $23^{\circ}26'$, то и границы жаркого пояса, называемые тропиками, расположены на географических параллелях с такой же широтой.

В умеренных поясах, лежащих между тропиками и полярными кругами (от $\varphi = \pm 23^{\circ}26'$ до $\varphi = \pm 66^{\circ}34'$), Солнце каждый день восходит и заходит, но никогда не бывает в зените. Полярных дней и ночей здесь не бывает. Полгода продолжительность дня здесь больше продолжительности ночи, а полгода – наоборот. Полуденная высота Солнца всегда меньше 90° (кроме тропиков) и больше 0° (кроме полярных кругов).

В холодных поясах (от $\varphi = \pm 66^{\circ}34'$ до $\varphi = \pm 90^{\circ}$) Солнце может быть незаходящим и невосходящим светилом. Полярный день и полярная ночь могут длиться от 24 часов до полугода.

Практическая часть

1. Определите наклонение эклиптики по измеренному зенитному расстоянию Солнца в верхней кульминации в дни солнцестояний: 22 июня – $19^{\circ}23'$; 22 декабря – $66^{\circ}27'$.

2. По картам звездного атласа найдите основные точки эклиптики и определите их экваториальные координаты. Определите названия и границы зодиакальных созвездий, на которые проецируются эти точки.

3. Пользуясь подвижной звездной картой, укажите точку эклиптики, в которой Солнце находится в текущий день.

4. Пользуясь небесной сферой, определите полуденную высоту Солнца и азимуты точек восхода и захода Солнца в дни равноденствий и солнцестояний для Витебска. Найдите азимуты точек восхода и захода Солнца в день занятий для Минска по формуле

$$\cos A = -\frac{\sin \delta}{\cos \varphi},$$

где δ – склонение Солнца; φ – широта места наблюдения.

5. Определите наклонение эклиптики около 3000 лет назад, если по наблюдениям в ту эпоху в некотором месте полуденная высота Солнца в

день летнего солнцестояния равнялась $+63^{\circ}48'$, а в день зимнего солнцестояния $+16^{\circ}00'$ к югу от зенита.

6. Определите, на каких широтах земного шара Солнце бывает точно в зените.

Примеры выполнения некоторых заданий

Найдите азимуты точек восхода и захода Солнца в день занятий для Минска по формуле

$$\cos A = -\frac{\sin \delta}{\cos \varphi},$$

где δ – склонение Солнца; φ – широта места наблюдения.

Решение

В эфемеридах Солнца находим на указанную дату склонение Солнца. Например, 1 октября $\delta = -3^{\circ}4'$. Широта Минска $\varphi = 53^{\circ}54'$. Подставляя в формулу $\cos A = -\frac{\sin \delta}{\cos \varphi}$ значения δ и φ , получим:

$$\cos A = -\frac{\sin(-3^{\circ}4')}{\cos 53^{\circ}54'} = 0,09;$$

$$A = \arccos 0,09 = \pm 84^{\circ}48'.$$

Знак «+» относится к точке захода, а «-» к точке восхода. Таким образом, $A_{\text{восхода}} = -84^{\circ}48'$, или $A_{\text{восхода}} = 360^{\circ} - 84^{\circ}48' = 275^{\circ}12'$, а $A_{\text{захода}} = +84^{\circ}48'$.

Контрольные вопросы

1. Дайте понятие эклиптики.
2. Дайте понятие эклиптики к экватору.
3. Расскажите о точках равноденствий и солнцестояний.
4. Объясните связь между видимым движением Солнца на разных широтах и границами тепловых поясов на Земле.
5. Продемонстрируйте на небесной сфере видимое движение Солнца на различных широтах.
6. Пользуясь подвижной картой, определите местонахождение Солнца в разное время года.

Лабораторная работа № 14

ЗАКОНЫ КЕПЛера И КОНФИГУРАЦИИ ПЛАНЕТ

Цель работы: изучение закономерностей в движении и вычисление их конфигураций с помощью модели Солнечной системы.

Пособия: модель Солнечной системы, астрономический календарь (постоянная часть), астрономический календарь-ежегодник.

Теоретическая часть

Движение планет относительно Солнца описывается законами, сформулированными в начале XVII века немецким ученым Иоганном Кеплером (1571-1630) как обобщение данных наблюдений Тихо Браге (1546-1601). Они используются в небесной механике.

Первый закон Кеплера: *все планеты движутся по эллипсам, в одном из фокусов которых (общем для всех планет) находится Солнце.*

Второй закон Кеплера (закон площадей): *скорость движения планеты изменяется так, что её радиус-вектор за равные промежутки времени описывает равновеликие площади.*

Применительно к Солнечной системе, с этим законом связаны два понятия: *перигелий* – ближайшая к Солнцу точка орбиты планеты, и *афелий* – наиболее удаленная точка орбиты. Тогда можно утверждать, что планета движется вокруг Солнца неравномерно: имея линейную скорость в перигелии больше, чем в афелии.

Третий закон Кеплера (гармонический закон): *квадраты сидерических периодов обращений любых двух планет вокруг Солнца пропорциональны кубам больших полуосей их эллиптических орбит.*

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3},$$

где T_1 и T_2 – сидерические периоды обращений планет; a_1 и a_2 – большие полуоси их орбит.

Если большие полуоси орбит выразить в астрономических единицах, а периоды обращений в годах, то для Земли $a = 1$, $T = 1$, и период обращения любой планеты Солнца равен

$$T = \sqrt{a^3}.$$

Этот закон, равно как и первые два, применим не только к движению планет, но и к движению как их естественных, так и искусственных спутников.

Законы Кеплера были уточнены и объяснены Исааком Ньютоном на основе **закона всемирного тяготения**: *две материальные точки с мас-*

сами m_1 и m_2 притягиваются друг к другу с силой F , прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния r между ними

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}.$$

Под материальными точками здесь понимаются любые тела при условии, что их линейные размеры намного меньше расстояния между ними. Коэффициент пропорциональности G называется *постоянной тяготения Ньютона* или *гравитационной постоянной* ($G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг²).

Открытие законов движения планет Кеплером имело неоценимое значение для развития естествознания. Оно свидетельствовало, во-первых, о том, что между движениями земных и небесных тел не существует принципиальной разницы (как полагал Аристотель), поскольку все они подчиняются определенным естественным законам; во-вторых, сам путь открытия законов движения небесных тел в принципе не отличается от открытия законов земных тел.

Благодаря работам И. Ньютона получены обобщенные законы Кеплера, которые в настоящее время формулируются так:

1. *Под действием силы притяжения одно небесное тело движется в поле тяготения другого небесного тела по одному из конических сечений – кругу, эллипсу, параболе или гиперболе.*

Эта формулировка подходит для описания движения всех небесных тел: спутников, комет, двойных звезд и др.

2. *Площадь, описанная радиус-вектором планеты за единицу времени есть величина постоянная.*

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = \text{const},$$

где θ – полярный угол (истинная аномалия).

3.

$$\frac{T_1^2 (M_1 + m_1)}{T_2^2 (M_2 + m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3},$$

где M и m – массы центрального тела и спутника, индексы 1 и 2 относятся к различным парам «тело – спутник».

В данной работе предполагается проверка третьего закона Кеплера в первом приближении, при этом можно считать орбиты планет круговыми и лежащими в одной плоскости.

При своём движении по орбитам планеты могут различные положения относительно Солнца и Земли. Эти положения называются *конфигурациями*. Конфигурации различаются для нижних и для верхних планет. Нижними являются планеты, находящиеся ближе к Солнцу, чем Земля, верхними – те, которые дальше.

Для нижних планет выделяют конфигурации: нижнее и верхнее соединение с Солнцем, наибольшая западная и восточная элонгации (рис. 14.1). Слово *элонгация* означает удаление. Смысл двух элонгаций заключается в том, что если мы будем наблюдать нижние планеты с Земли, то они будут находиться на самом большом угловом расстоянии от Солнца.



Рис. 14.1

Когда планета находится в соединении, то она с Земли не наблюдается, так как максимально сближается с Солнцем и теряется в его лучах.

Конфигурации для верхних планет несколько иные. Верхние планеты имеют соединение, противостояние (оппозицию), западную и восточную квадратуру. Смысл этих конфигураций можно понять аналогично, как и для нижних планет. Соединение означает соединение с Солнцем при наблюдении планеты с Земли. Значит, во время нахождения планеты в этой конфигурации, она наблюдаться не может, так как теряется в солнечных лучах. В противостоянии, наоборот, планета будет видна лучше всего, так как противостоит Солнцу, а значит, наблюдается на обратной стороне неба. В это время планета ближе всего подходит к Земле и видна почти всю ночь. Нижняя планета находится ближе всего к Земле в момент нижнего соединения и дальше всего в момент верхнего. Верхняя планета приближается в момент противостояния и удаляется в момент соединения.

Прямые и попятные движения планет объясняются различием орбитальных линейных скоростей планеты и Земли, а также различными радиусами орбит планет, и могут быть поняты из рис. 14.2. В верхней части изображена траектория движения планеты на небе, показывающая, как планета делает петлю, а в нижней части видно, что эта петля кажущаяся, обусловленная тем, что Земля планету догоняет и перегоняет, или же наоборот, планета догоняет и перегоняет Землю.

В движении планет вокруг Солнца выделяют синодический и сидерический период обращения.

Синодический период обращения (S) планеты – это промежуток времени между её двумя последовательными одноименными конфигурациями.

Сидерический или звёздный период обращения (T) – это промежуток времени, в течение которого планета совершает один полный оборот вокруг Солнца по своей орбите.

Сидерический период обращения Земли называется звёздным годом (T_3).



Рис. 14.2

Угловое перемещение по орбите за сутки у планеты равно $\frac{360}{T}$, а у Земли – $\frac{360}{T_3}$. Разность суточных угловых перемещений планеты и Земли есть видимое смещение планеты за сутки, т.е. $\frac{360}{S}$.

Получаем для нижних планет

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_3}.$$

Для верхних планет

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_3} - \frac{1}{T}.$$

Это уравнения синодического движения.

Непосредственно из наблюдений могут быть определены только синодические периоды обращений планет S и сидерический период обращения Земли. Сидерические же периоды обращений планет вычисляются по уравнениям синодического движения.

Продолжительность сидерического периода Земли, или звёздного года равна 365,256 средним солнечным суткам.

Взаимное расположение планет легко устанавливается по их гелиоцентрическим эклиптическим координатам, значения которых на различные дни года публикуются в астрономических календарях-ежегодниках, в таблице под названием «Гелиоцентрические долготы планет».

Центром этой системы координат является центр Солнца, а основным кругом – эклиптика, полюсы которой Π и Π' отстоят от неё на 90° .

Большие круги, проведенные через полюсы эклиптики, называются *кругами эклиптических широт*. По ним отсчитывается от эклиптики гелиоцентрическая широта b , которая считается положительной в северном полушарии небесной сферы и отрицательной – в южном эклиптическом полушарии небесной сферы.

Гелиоцентрическая долгота l отсчитывается по эклиптике от точки весеннего равноденствия против часовой стрелки до основания круга широты светила и имеет значение в пределах от 0 до 360° . Из-за малого наклона орбит больших планет к плоскости эклиптики, эти планеты всегда находятся вблизи эклиптики, и в первом приближении можно считать их гелиоцентрическую широту $b = 0$. Тогда положение планеты относительно Солнца определяется только её гелиоцентрической долготой.

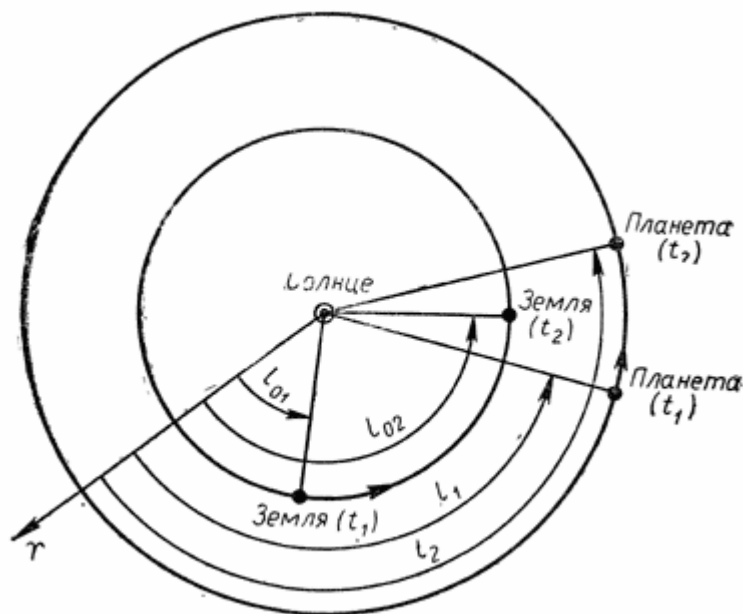


Рис. 14.3

По гелиоцентрической долготе планет легко вычислить дни (даты) наступления различных конфигураций. Пусть в некоторый день года t_1 гелиоцентрическая долгота верхней планеты l_1 .

Гелиоцентрическая долгота Земли – l_{01} , ω – средняя суточная угловая скорость планеты, ω_0 – средняя суточная угловая скорость Земли. Верхняя планета движется вокруг Солнца медленнее Земли ($\omega < \omega_0$), Земля догоняет планету, и в какой-то день года t_2 , при гелиоцентрической долготе планеты l_2 и земли l_{02} , наступает искомая конфигурация планеты.

При этом

$$l_2 = l_1 + \omega(t_2 - t_1) = l_1 + \omega\Delta t, \quad l_{02} = l_{01} + \omega_0(t_2 - t_1) = l_{01} + \omega_0\Delta t.$$

Обозначив $l_2 - l_1 = \Delta l$; $l_{02} - l_{01} = \Delta l_0$; $\omega_0 - \omega = \Delta\omega$, получим

$$\Delta t = \frac{\Delta l_0 - \Delta l}{\Delta\omega} = \frac{1}{\Delta\omega}.$$

Тогда $t_2 = t_1 + \Delta t$.

Аналогично вычисляются дни наступления конфигураций нижних планет с учетом того, что нижняя планета движется быстрее Земли.

Наглядно продемонстрировать и проверить расчет момента конфигурации планет можно с помощью модели Солнечной системы. Модель позволяет также осуществить проверку 3-го закона Кеплера.

Планеты на модели располагаются на расстояниях, пропорциональных действительным. Относительные размеры планет также соответствуют действительным.

На поверхности крышки прибора крепятся две шкалы:

- временная, с указанием месяцев года, с ценой деления 5 дней.
- гелиоцентрическая долгот, с ценой деления 5° .

Работа прибора основана на воспроизведении гелиоцентрических движений планет, что позволяет проводить демонстрации движений планет с сохранением их относительных синодических периодов обращения.

Включая и выключая двигатель, можно определить взаимное расположение планет и их конфигурации в последующие моменты. При этом следует сравнить данные, получаемые на модели, с данными в астрономическом календаре – ежегоднике.

Рассмотрим, например, работу с прибором при проверке уравнения синодического движения для Марса:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_3} - \frac{1}{T}, \quad \text{или} \quad S = \frac{TT_3}{T - T_3}.$$

Для этого, установив Марс в противостоянии с Землей, например на 1 января, включают двигатель и выключают его в тот момент, когда Марс сделает один оборот, т.е. займет прежнее положение.

За один оборот Марса Земля сделает 1 оборот + 321 сутки и остановится на дате 17 ноября, т.е. $365 + 321 = 686$ суток. Следовательно, сидерический период Марса равен 686 земных суток, или 1,88 года.

Далее включают двигатель и следят, когда Марс вновь будет в противостоянии; в этот момент двигатель выключают. Это должно произойти 19 февраля. Земля к этому времени повернется на $(2 \cdot 365 + 50) = 780$ суток, что соответствует синодическому периоду Марса.

Подставив данные в формулу, полученную из уравнения синодического движения, убеждаемся в ее справедливости. Эту же проверку можно осуществить с помощью секундомера, отмечая предварительно время одного оборота Земли, Марса, а затем синодический период. При этом за единицу времени следует брать время оборота Земли.

Аналогично проверяется 3-й закон Кеплера. Расстояния до планет измеряют линейкой, за единицу принимают расстояние от Земли до Солнца.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте первый закон Кеплера.
2. Дайте формулировку второго закона Кеплера.
3. Сформулируйте и запишите формулу третьего закона Кеплера.
4. Сформулируйте и запишите формулу закона всемирного тяготения.
5. Дайте формулировки обобщенных законов движения небесной механики.
6. Что называют конфигурациями планет?
7. Чем различаются конфигурации для нижних и верхних планет?
8. Чем объясняются прямые и попятные движения планет?
9. Что называют синодическим периодом?
10. Что называют сидерическим периодом?
11. Запишите уравнения синодического движения.

Задания

1. Считая орбиты планет круговыми, определите гелиоцентрическую долготу Земли и планет по их конфигурациям:

21 марта – Меркурий в нижнем соединении, Венера в наибольшей западной элонгации, Марс в восточной квадратуре, Юпитер в соединении;

22 июня – Меркурий в верхнем соединении, Венера в наибольшей восточной элонгации, Марс в противостоянии, Юпитер в западной квадратуре. (Выполните схематические рисунки, учитывая масштаб).

2. С помощью подвижной карты звездного неба определите созвездия, в которых находятся вышеуказанные планеты на данные даты.

3. Используя модель Солнечной системы, установите заданную планету в указанную конфигурацию и определите её гелиоцентрическую долготу на 1993 год (гелиоцентрическую долготу Земли возьмите из Астрономического календаря-ежегодника):

а) 28 января Меркурий в верхнем соединении;

б) 7 января Марс в противостоянии.

4. По известной дате указанной ниже конфигурации вычислите дату очередной такой же конфигурации планеты:

а) 27 декабря Марс в соединении;

б) 23 октября Юпитер в противостоянии.

5. Вычислите синодический период обращения астероида Офелии ($a = 3,13$ а.е.).

6. Считая орбиты планет круговыми, определите линейную скорость движения по орбите планет Меркурий, Земля и Юпитер.

7. Определите звездный период обращения Марса, зная, что его синодический период равен 779,94 суток.

8. По обобщенной формулировке третьего закона Кеплера определите массу Юпитера, зная, что расстояние 1-го спутника от Юпитера равно 422000 км, время его обращения вокруг юпитера 1,77 суток, расстояние от Луны до Земли равно 384000 км, время обращения Луны вокруг Земли 27,32 суток.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Издавна люди пытались постичь многообразие окружающего их мира. Изучение объектов материи и структурных уровней её организации является необходимым условием формирования научного мировоззрения.

Структурные уровни организации материи строятся по принципу пирамиды: высшие уровни состоят из многочисленного числа низших уровней. Низшие уровни являются основой существования материи. Без этих уровней невозможно дальнейшее построение «пирамиды материи». Высшие (сложные) уровни образуются путём эволюции – постепенно переходя от простого к сложному. Структурные уровни материи образованы из определенного множества объектов какого-либо вида и характеризуются особым способом взаимодействия между составляющими их элементами.

Все объекты не только неживой, но также живой природы можно представить в виде определенных систем, обладающих конкретными особенностями и свойствами, характеризующими их уровень организации. С учетом уровня организации можно рассматривать иерархию структур организации материальных объектов живой и неживой природы. Такая иерархия структур начинается с элементарных частиц, представляющих собой первоначальный уровень организации материи, и заканчивается живыми организациями и сообществами – высшими уровнями организации.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Михайлов, Л.А. Концепции современного естествознания [Текст] / Л.А. Михайлов. – СПб.: Питер, 2012. – 336 с.
2. Исаков, А.Я. Основы современного естествознания [Текст] / А.Я. Исаков. – Петропавловск-Камчатский: КамчатГТУ, 2012. – 274 с.
3. Карпенков, С.Х. Концепции современного естествознания [Текст] / С.Х. Карпенков. – М.: Директ-Медиа, 2014. – 447 с.
4. Разумов, В.А. Концепции современного естествознания [Текст] / В.А. Разумов. – М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. – 352 с.
5. Лавриненко, В.Н. Концепции современного естествознания [Текст] / В.Н. Лавриненко, В.П. Ратников. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2012. – 319 с.
6. Тулинов, В.Ф. Концепции современного естествознания [Текст] / В.Ф. Тулинов, К.В. Тулинов. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К», 2014. – 484 с.
7. Гусейханов, М.К. Концепции современного естествознания [Текст] / М.К. Гусейханов. – М.: Юрайт, 2011. – 608 с.
8. Рузавин, Г.И. Концепции современного естествознания [Текст] / Г.И. Рузавин. – М.: Проспект, 2015. – 245 с.
9. Брызгалина, Е. В. Концепции современного естествознания [Текст] / Е. В. Брызгалина. – М.: Проспект, – 2015. – 496 с.
10. Романов, Л.А. Концепции современного естествознания. Практикум [Текст] / Л.А. Романов.. – М.: Вузовский учебник: НИЦ ИНФРА-М, 2015. – 128 с.
11. Трофимова, Т.И. Курс физики [Текст] / Т.И. Трофимова. – М.: Академия, 2010. – 560 с.
12. Стрельник, О.Н. Концепции современного естествознания [Текст] / О.Н. Стрельник. – М.: Юрайт, 2011. – 223 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ВВЕДЕНИЕ	4
ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ В ЛАБОРАТОРИЯХ ФИЗИКИ И ХИМИИ	5
Лабораторная работа № 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАССЫ И ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ К-МЕЗОНОВ	8
Лабораторная работа № 2. ИЗУЧЕНИЕ БРОУНОВСКОГО ДВИЖЕНИЯ .	19
Лабораторная работа № 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УНИВЕРСАЛЬНОЙ ГАЗОВОЙ ПОСТОЯННОЙ.....	37
Лабораторная работа № 4. ПРОВЕРКА ПЕРВОГО НАЧАЛА ТЕРМОДИНАМИКИ	43
Лабораторная работа № 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ЭНТРОПИИ ПРИ ПЛАВЛЕНИИ ОЛОВА	53
Лабораторная работа № 6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ВОЗДУХА КАПИЛЛЯРНЫМ МЕТОДОМ	64
Лабораторная работа №7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ГАЗА	72
Лабораторная работа № 8. ТЕПЛОВОЙ ЭФФЕКТ ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ.....	83
Лабораторная работа № 9. СКОРОСТЬ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ И ХИМИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ.....	89
Лабораторная работа № 10. РАСТВОРЫ. СПОСОБЫ ВЫРАЖЕНИЯ КОНЦЕНТРАЦИЙ РАСТВОРОВ	97
Лабораторная работа №11. БИФУРКАЦИОННАЯ ДИНАМИКА ПОПУЛЯЦИЙ	107
Лабораторная работа № 12. СПЕКТРЫ И СВЕТИМОСТЬ ЗВЕЗД.....	125
Лабораторная работа № 13. ВИДИМОЕ ГОДОВОЕ ДВИЖЕНИЕ СОЛНЦА И ЕГО СЛЕДСТВИЯ.....	133
Лабораторная работа № 14. ЗАКОНЫ КЕПЛЕРА И КОНФИГУРАЦИИ ПЛАНЕТ	137
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	145
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	146

Учебное издание

Очкина Наталья Александровна
Шумкина Анна Александровна

КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ.
КОНЦЕПЦИИ МИКРО-, МАКРО- И МЕГАМИРОВ
Лабораторный практикум

Учебное пособие

Под общ. ред. Г.И. Грейсуха

В авторской редакции
Верстка Н.А. Сазонова

Подписано в печать 13.10.2015. Формат 60×84/16.
Бумага офисная «Снегурочка». Печать на ризографе.
Усл. печ. л. 8,6. Уч.-изд. л. 9,25. Тираж 80 экз.
Заказ №357.



Издательство ПГУАС.
440028, г.Пенза, ул. Германа Титова, 28.