МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства»
(ПГУАС)

Н.А. Очкина

ФИЗИКА

ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ТОК. МАГНИТОСТАТИКА

Рекомендовано Редсоветом университета в качестве учебного пособия
для студентов, обучающихся по направлению
09.03.02 «Информационные системы и технологии»

Под общей ред. доктора технических наук,
профессора Г.И. Грейсуха

Пенза 2015

УДК 537.221 (075.8)
ББК 22.33 я73
О-95

Рецензенты: кандидат технических наук, доцент С.В. Тертычная (ПГУ);
кандидат физико-математических наук, доцент П.П. Мельниченко (ПГУАС)

Очкина Н.А.

О-95 Физика. Электростатика. Постоянный ток. Магнитостатика: учеб. пособие / Н.А. Очкина; под общ. ред. Г.И. Грейсуха. – Пенза: ПГУАС, 2015. – 168 с.

В учебном пособии рассмотрены основы теории электрических и магниитных явлений. Показаны методы решения практических задач; приведены задачи двух уровней сложности для самостоятельного решения, составленных в соответствии с Государственным образовательным стандартом и типовой программой.

Учебное пособие подготовлено на кафедре «Физика и химия» и предназначено для студентов, обучающихся по направлению 09.03.02 «Информационные системы и технологии».

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее учебное пособие составлено в соответствии с ФГОС ВПО, учебным планом и рабочей программой курса «Физика» для направления 09.03.02 «Информационные системы и технологии» и имеет целью совершенствование компетенций в процессе овладения студентами знаниями о физических явлениях.

Пособие содержит три главы:

1) электростатика;
2) постоянный ток;
3) магнитостатика.

Вначале каждой главы дается подробное изложение основ теории по электричеству и магнетизму и примеры решения задач. Затем следует перечень задач для самостоятельного решения двух уровней сложности: среднего и достаточного.

Систематическая работа с пособием, в учебной аудитории, и во внеаудиторное время способствует формированию у студентов:

знаний фундаментальных законов физики;

умений использовать основные законы физики в профессиональной деятельности; применять методы моделирования для теоретического и экспериментального исследований.

Работа с учебным пособием в аудитории под руководством преподавателя позволяет *овладеть* культурой мышления, а также способностью к восприятию, анализу обобщению и систематизации информации; к коммуникации в устной и письменной формах (ОК-1, ОК-10).

Решение качественных задач, требующих обсуждения условия и рассуждений в процессе поиска решения, способствует развитию навыков работы в коллективе (ОК-2).

Внеаудиторная работа (самостоятельное решение задач различного уровня сложности) позволяет *овладеть*: способностью к самоорганизации и самообразованию; навыками работы с дополнительной учебной, научной и справочной литературой.

Таким образом, учебное пособие позволяет осуществлять процесс обучения и учения на основе компетентностного, личностно-ориентированного подхода.

В тексте учебного пособия наиболее важные положения и термины, а также формулировки законов и формулы выделены **жирным шрифтом** и *курсивом*. Это способствует более эффективному усвоению материала студентами.

ВВЕДЕНИЕ

Физика – наука, изучающая общие свойства и законы движения вещества и поля. Поскольку вещество и поле встречаются в любых материальных системах, физике принадлежит исключительное место: она составляет основу всего современного естествознания. Физика позволяет на основании сравнительно небольшого числа экспериментально обоснованных принципов, опираясь на мощный математический аппарат, логически вывести массу следствий и точно предсказать конечный результат процесса по исходным данным.

Последовательное изучение физики вырабатывает специфический метод мышления, физическую интуицию, которые оказываются весьма плодотворными и в других науках. Специалисты, получившие знания по физике, могут самостоятельно осваивать новые технические направления, успешно работать в них, легко переходить от решения одних задач к решению других, искать нестандартные и нетрадиционные пути, что особенно важно для профессиональной мобильности специалистов в условиях ускоренного развития техники, когда амортизация достижений конкретных узкоспециальных знаний происходит чрезвычайно быстро.

В век научно-технической революции и прогресса человечества роль физики сильно возрастает не только как технической науки, рождающей целые отрасли производства, но и как фундаментальной, мировоззренческой: она дает современную физическую картину мира как философскую категорию.

Важная цель высшего образования – получить научное представление о природе и методах ее познания. Физика как ведущая наука о природе играет главную роль в достижении этой цели.

В процессе освоения изложенного в пособии раздела физики студент имеет возможность изучить явления и законы электромагнетизма, границы их применимости; приобрести навыки применения их в практических приложениях, а также навыки: работы с приборами и оборудованием современной лаборатории электричества и магнетизма, использования различных методик физических измерений и обработки экспериментальных данных; проведения адекватного физического и математического моделирования, а также применения методов физико-математического анализа к решению конкретных естественнонаучных и технических проблем.

1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

1.1. Взаимодействие заряженных тел. Закон Кулона

Электрический заряд q – это физическая величина, характеризующая свойство частиц или тел вступать в электромагнитные взаимодействия и определяющая значения сил и энергии при таких взаимодействиях.

Существует два рода электрических зарядов, условно названных *положительными* и *отрицательными*. Положительный заряд возникает, например, на стекле, натертом кожей или бумагой, отрицательный – на янтаре или пластмассе, натертых шерстью.

Заряды могут передаваться (например, при непосредственном контакте) от одного тела к другому. В отличие от массы тела электрический заряд не является неотъемлемой характеристикой данного тела. Одно и то же тело в разных условиях может иметь разный заряд.

Электрически заряженные тела *взаимодействуют* друг с другом; при этом разноименно заряженные тела притягиваются, а одноименно заряженные – отталкиваются.

Электрический заряд дискретен: существует минимальный *элементарный электрический заряд* (e=1,6·10^{-19} Кл), которому кратны все электрические заряды тел.

Одним из фундаментальных законов природы является экспериментально установленный **закон сохранения электрического заряда:** *в изолированной системе алгебраическая сумма зарядов всех тел остается постоянной*

$$q_1 + q_2 + q_3 + ... + q_n = \text{const}.$$

Закон сохранения электрического заряда утверждает, что в замкнутой системе тел не могут наблюдаться процессы рождения или исчезновения зарядов только одного знака.

Основным законом электростатики является закон взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов в вакууме, экспериментально установленный в 1785 году французским физиком Шарлем Кулоном: *сила взаимодействия двух неподвижных точечных электрических зарядов* q_1 *и* q_2 *в вакууме прямо пропорциональна произведению модулей зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния* r *между зарядами*

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2},$$

где k – коэффициент пропорциональности, $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} = 9\cdot10^9$ Н·м^2/Кл^2; ε_0 – электрическая постоянная, ε_0=8,85·10^{-12} Кл^2/(Н·м^2).

В случае, когда электрические заряды расположены в диэлектрике, силу взаимодействия между ними определяют по формуле

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{\varepsilon r^2},$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среды, в которой находятся заряды.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. *Два одинаковых шарика массой $m_1 = m_2 = 0{,}1$ г подвешены на нитях длиной $l_1 = l_2 = l = 25$ см. После того, как шарикам были сообщены одинаковые заряды, они разошлись на расстояние $r = 5$ см. Определите заряды шариков.*

Дано:	Решение
$m_1 = m_2 = m = 1\cdot 10^{-4}$ кг $l_1 = l_2 = l = 0{,}25$ м $r = 5\cdot 10^{-2}$ м	На каждый из отклоненных шариков действуют: $m\vec{g}$ – сила тяжести; $\vec{F}_{\text{упр}}$ – сила упругости нити; $\vec{F}$ – электрическая сила взаимодействия шариков (рис. 1.1). Запишем условие равновесия шариков под действием приложенных сил в векторной форме
$q_1 = q_2 = q - ?$	

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{упр}} + \vec{F} = 0.$$

Перепишем это уравнение в проекциях на оси X и Y:

$$-F_{\text{упр}}\sin\alpha + F = 0;\ F_{\text{упр}}\cos\alpha - mg = 0. \quad (1).$$

Учтем, что

$$F = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2},$$

тогда

$$F_{\text{упр}}\sin\alpha = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2};\ F_{\text{упр}}\cos\alpha = mg. \quad (2)$$

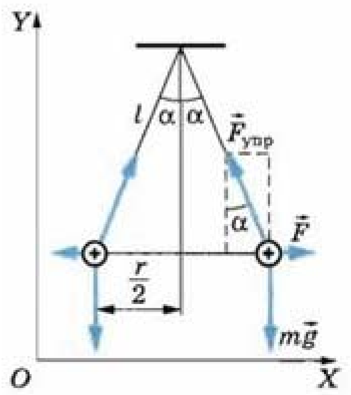


Рис. 1.2

Разделив почленно первое из уравнений (2) на второе, получим

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2 mg}.$$

Поскольку угол α мал, $\operatorname{tg}\alpha \approx \frac{r}{2l}$, тогда

$$\frac{r}{2\ell} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2 mg},$$

откуда

$$q = r\sqrt{\frac{2\pi\varepsilon_0 \cdot mgr}{l}}\,.$$

$$q = 5\cdot 10^{-2}\sqrt{2\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 1\cdot 5\cdot 10^{-2}\cdot 10^{-4}\cdot\frac{9{,}8}{25\cdot 10^{-2}}} \approx 5{,}2 \text{ нКл.}$$

Ответ: $q = 5{,}2$ нКл.

Пример 2. *Три положительных заряда $q_1 = q_2 = q_3 = 1$ нКл расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд q_4 нужно поместить в центре треугольника, чтобы указанная система зарядов находилась в равновесии?*

Дано:	Решение
$q_1 = q_2 = q_3 = 1\cdot 10^{-9}$	Все три заряда, расположенных в вершинах треугольника, находятся в одинаковых условиях. Поэтому достаточно выяснить, какой заряд следует поместить в центре треугольника, чтобы какой-нибудь один из этих трех зарядов, например q_1, находился в равновесии.
$q_4 - ?$	

Заряд q_1 будет находиться в равновесии, если векторная сумма действующих на него сил равна нулю (рис. 1.2)

$$\sum_{i=1}^{n}\vec{F_i} = \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4} = 0\,,$$

где $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ – силы, с которыми действуют на заряд q_1 соответственно заряды q_2, q_3, q_4; $\vec{F}$ – равнодействующая сил $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$.

Так как силы $\vec{F}$ и $\vec{F}_4$ направлены вдоль одной прямой в противоположные стороны, векторное равенство можно заменить скалярным: $F - F_4 = 0$, откуда: $F = F_4$.

Выразим в последнем равенстве $\vec{F}$ как сумму проекций сил $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$ на направление диагонали ромба $F_4 = 2F_2 \cdot \cos\alpha/2$.

Учтем, что $q_1 = q_2 = q_3$ и выразим величины сил F_2 и F_4 по закону Кулона, тогда

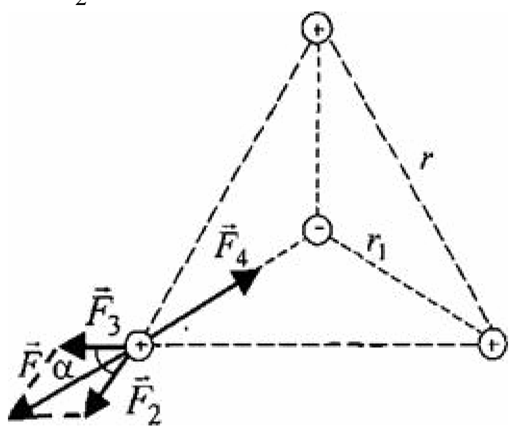


Рис. 1.2

$$\frac{q_1\cdot q_4}{4\pi\varepsilon_0\cdot r_1^2} = \frac{q_1^2}{4\pi\varepsilon_0\cdot r^2}\cdot 2\cos\frac{\alpha}{2}\,,$$

откуда

$$q_4 = \frac{q_1 \cdot r_1^2}{r^2} \cdot 2\cos\frac{\alpha}{2}.$$

Из геометрических построений в равностороннем треугольнике следует, что

$$r_1 = \frac{r}{2\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{r}{2\cos 30^o} = \frac{r}{\sqrt{3}}.$$

Подставив выражение r_1 формулу для нахождения q_4, получим

$$q_4 = -q_1\sqrt{3}.$$

$q_4 = 10^{-9}\sqrt{3} = 5{,}77 \cdot 10^{-10} = 577$ нКл.

Ответ: $q_4 = 577$ нКл.

Пример 3. *На двух одинаковых каплях воды находится по лишнему электрону, причем сила электростатического отталкивания капелек уравновешивает гравитационную силу их взаимного притяжения. Каков радиус капель? Плотность воды* 10^3 *кг/м³.*

Дано:
$m_1 = m_2 = m$
$q_1 = q_2 = e$
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
$R_1 = R_2 = R$
$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг²
$F_e = F_G$
$\rho = 10^3$ кг/м³

$R - ?$

Решение

Согласно закону Кулона сила электростатического отталкивания одноименно заряженных капель

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2},$$

а сила их гравитационного взаимодействия

$$F_G = G\frac{m_1 m_2}{r^2} = G\frac{m^2}{r^2}.$$

По условию задачи $F_e = F_G$.

Подставив в это равенство выражения для сил, получим

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = G\frac{m^2}{r^2},$$

или

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} = Gm^2. \qquad (1)$$

Масса капли

$$m = \rho V = \rho\frac{4}{3}\pi R^3. \qquad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{16}{9} G\pi^2 R^6 \rho^2, \text{ откуда } \quad R = \sqrt[6]{\frac{9e^2}{64\pi^3 \varepsilon_0 G\rho^2}}.$$

$$R = \sqrt[6]{\frac{9 \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19})^2}{64 \cdot 3{,}14^3 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 10^6}} = 1{,}64 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Ответ: $R = 1{,}64 \cdot 10^{-4}$ м.

Пример 4. *Два заряда в вакууме на расстоянии $r_1 = 11$ см взаимодействуют с такой же силой, как в скипидаре на расстоянии $r_2 = 7{,}4$ см. Определите диэлектрическую проницаемость скипидара.*

Дано:
$r_1 = 11$ см
$r_2 = 7{,}4$ см
$F_1 = F_2$

$\varepsilon - ?$

Решение

Сила электростатического взаимодействия зарядов в вакууме

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2},$$

а в скипидаре

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon} \frac{|q_1||q_2|}{r^2}.$$

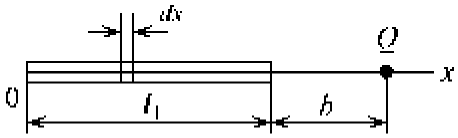
По условию задачи $F_1 = F_2$. Подставив в это равенство выражения сил, получим

$$\frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r_2^2}, \text{ откуда } \varepsilon = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2.$$

$$\varepsilon = \frac{121 \cdot 10^{-4}}{54{,}76 \cdot 10^{-4}} = 2{,}2.$$

Ответ: 2,2.

Пример 5. *На продолжении тонкого стержня (нити) длиной l_1, несущего заряд q, равномерно распределенный по длине стержня с линейной плотностью $\tau = \frac{q}{l_1}$, расположен точечный заряд Q на расстоянии b от одного из концов стержня. Определите силу взаимодействия стержня и заряда.*

Дано:	Решение
$l_1 -$ длина стержня $\tau -$линейная плотность заряда стержня $b -$расстояние заряда Q от конца стержня	 Рис. 1.3
F – ?	

Закон Кулона позволяет вычислить силу взаимодействия точечных зарядов. По условию задачи, один из зарядов не является точечным, а представляет собой заряд, равномерно распределенный по длине стержня. Однако, если выделить на стержне дифференциально малый участок длиной dx, то находящийся на нем заряд $dq = \tau dx$ можно рассматривать как точечный и тогда по закону Кулона сила взаимодействия между зарядами Q и dq

$$dF = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q\tau dx}{r^2},$$

где $r -$ расстояние от выделенного элемента до заряда Q.

Из рис. 1.13 видно, что $r = x + b$, где $x -$ расстояние от выделенного элемента до правого конца стержня.

На такие элементы можно разбить всю длину стержня. Векторы сил взаимодействия элементов с зарядом Q направлены вдоль оси x и являются силами отталкивания, если заряды Q и q одного знака. Результирующая сила F взаимодействия стержня и заряда также направлена вдоль оси x и равна по величине

$$F = \frac{Q\tau}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{l_1}\frac{dx}{(x+b)^2} = \frac{Q\tau}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{l_1 + b}\right).$$

Ответ: $F = \dfrac{Q\tau}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{b} - \dfrac{1}{l_1 + b}\right).$

Пример 6. *Тонкое полукольцо радиусом $R = 10$ см несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью $\tau = 1$ мкКл/м. В центре кривизны полукольца находится заряд $Q = 20$ нКл. Определите силу взаимодействия точечного заряда и заряженного полукольца.*

Дано:	Решение
$R = 10$ см $\tau =$ 1 мкКл/м $Q = 20$ нКл	Равномерно заряженное полукольцо несет протяженный заряд. Длина полукольца πR сравнима с расстоянием R до точечного заряда Q.
F – ?	

Разделим полуокружность на столь малые дуги длиной dl, чтобы заряд каждой такой дуги $dq = \tau dl$ можно было считать точечным. Каждый из зарядов dq взаимодействует с точечным зарядом Q с силой

$$dF = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q\tau dl}{r^2}.$$

Вектор $d\vec{F}$ направлен вдоль прямой, соединяющей заряды dq и Q, и составляет с осью X угол α.

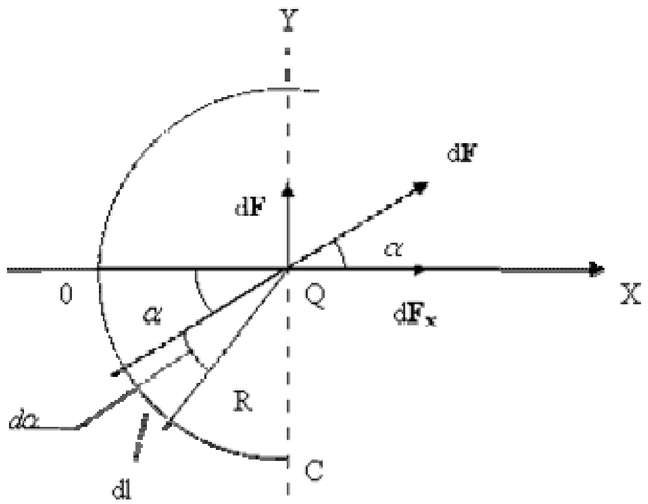


Рис. 1.4

Разложим вектор $d\vec{F}$ на две составляющие: $d\vec{F}_x$ и $d\vec{F}_y$. Из рисунка видно, что

$$dF_x = dF\cos\alpha;$$
$$dF_y = dF\sin\alpha.$$

Любому элементарному заряду dq в верхней полуплоскости симметрично расположенный заряд в нижней полуплоскости. При геометрическом сложении сил $d\vec{F}$ их составляющие $d\vec{F}_y$, перпендикулярные оси X, взаимно компенсируются, а составляющие $d\vec{F}_x$, направленные вдоль оси X, складываются алгебраически.

$$dF_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q\tau dl\cos\alpha}{R^2}.$$

В качестве переменной интегрирования выберем угол α. Длина дуги $dl = Rd\alpha$, тогда

$$dF_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q\tau\cos\alpha d\alpha}{R}.$$

$$F = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} dF_x = \frac{Q\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_{-\pi/2}^{+\pi/2}\cos\alpha d\alpha = \frac{Q\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(\sin(\pi/2)-\sin(-\pi/2)\right) = \frac{Q\tau}{2\pi\varepsilon_0 R}.$$

Ответ: $F = \dfrac{Q\tau}{2\pi\varepsilon_0 R}$.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Средний уровень

1. Два точечных электрических заряда q и $2q$ на расстоянии r друг от друга притягиваются с силой F. С какой силой будут притягиваться заряды $2q$ и $2q$ на расстоянии $2r$?

1) $F/2$; 2) F; 3) $2F$; 4) $4F$;

2. Сила взаимодействия двух отрицательно заряженных частиц, находящихся на расстоянии r друг от друга, равна F. Знак заряда одной из частиц изменили на противоположный. Чтобы сила взаимодействия не изменилась, расстояние между частицами надо...

1) увеличить в 2 раза;
2) уменьшить в $\sqrt{2}$ раз;
3) оставить без изменения;
4) уменьшить в 2 раза.

3. Сила взаимодействия двух отрицательных точечных зарядов, находящихся на расстоянии r друг от друга, равна F. Расстояние между зарядами уменьшили в два раза. Чтобы сила взаимодействия между зарядами не изменилась, надо

1) один из зарядов увеличить по модулю в 2 раза;
2) один из зарядов уменьшить по модулю в 2 раза;
3) каждый заряд уменьшить по модулю в 2 раза;
4) каждый заряд увеличить по модулю в 2 раза.

4. Если два точечных заряда, находящихся в вакууме, поместить в воду, диэлектрическая проницаемость которой равна 81, не меняя расстояние между ними, то сила кулоновского взаимодействия между зарядами

1) увеличится в 81 раз; 3) не изменится;
2) увеличится в 9 раз; 4) уменьшится в 81 раз.

5. Если два точечных заряда, находясь в воздухе на расстоянии 5 см друг от друга, взаимодействуют с силой, равной 120 мкН, а в некоторой непроводящей жидкости на расстоянии 10 см – с силой, равной 15 мкН, то диэлектрическая проницаемость жидкости равна

1) 1,5; 2) 2,0; 3) 5; 4) 3.

6. Два точечных заряда взаимодействуют в среде с диэлектрической проницаемостью ε_1, на расстоянии *r*. Чтобы сила взаимодействия этих зарядов осталась прежней в среде с диэлектрической проницаемостью ε_2, заряды нужно поместить в ней на расстоянии друг от друга, равном

1) $r\sqrt{\varepsilon_2 / \varepsilon_1}$; 3) $r\varepsilon_2 / \varepsilon_1$;

2) $r\varepsilon_1 / \varepsilon_2$; 4) $r\sqrt{\varepsilon_1 / \varepsilon_2}$.

7. Два одинаковых маленьких металлических шарика, заряженных положительными зарядами q и $4q$, находятся на расстоянии r друг от друга. Шарики привели в соприкосновение. Чтобы сила взаимодействия между шариками после этого осталась бы прежней, их надо развести на расстояние

1) 0,80*r*; 2) 2*r;* 3) 1,25*r*; 4) *r.*

8. Два одинаковых маленьких металлических шарика заряжены разноименными зарядами q и $-5q$. Шарики привели в соприкосновение и раздвинули на прежнее расстояние. При этом модуль силы кулоновского взаимодействия шариков

1) не изменился; 3) уменьшился в 1,25 раза;

2) уменьшился в 1,8 раза; 4) увеличился в 1,25 раза.

Достаточный уровень

1. Два одинаковых шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. Получив одинаковый заряд, шарики оттолкнулись так, что нити разошлись на угол α. Шарики погружаются в масло плотностью $\rho_0 = 800$ кг/м^3. Определите диэлектрическую проницаемость ε масла, если угол расхождения нитей при погружении шариков в масло остается неизменным. Плотность материала шариков $\rho = 1600$ кг/м^3.

Ответ: $\varepsilon = 2$.

2. Два одинаковых небольших металлических шарика с зарядами q_1 и q_2, находящихся на расстоянии $l = 0{,}2$ м друг от друга, притягиваются с силой $F_1 = 4 \cdot 10^{-3}$ Н. После того как шарики привели в соприкосновение и опять развели на прежнее расстояние, они стали отталкиваться с силой

$F_2 = 2{,}25 \cdot 10^{-3}$ Н. Найдите q_1 и q_2.

Ответ: $q_1 = -0{,}267 \cdot 10^{-6}$ Кл, $q_2 = 0{,}067 \cdot 10^{-6}$ Кл.

3. Даны два шарика массой $m = 1$ г каждый. Какой заряд q нужно сообщить каждому шарику, чтобы сила взаимного отталкивания зарядов уравновесила силу взаимного притяжения шариков по закону тяготения Ньютона? Рассматривать шарики как материальные точки.

Ответ: $q_1 = 3{,}447 \cdot 10^{-13}$ Кл.

4. Расстояние между двумя точечными зарядами $q_1 = 1$ мкКл и $q_2 = -1$ мкКл равно 10 см. Определите силу F, действующую на точечный заряд $Q = 0{,}1$ мкКл, удаленный на $r_1 = 6$ см от первого и $r_2 = 8$ см от второго зарядов.

Ответ: $F = 287$ мН.

5. В элементарной теории атома водорода принимают, что электрон обращается вокруг ядра по круговой орбите. Определите скорость и частоту вращения электрона, если радиус орбиты $r = 0{,}53$ пм.

Ответ: $\upsilon = 219$ км/с; $\nu = 6{,}59 \cdot 10^{14}$ Гц.

6. Два положительных заряда q и $4q$ закреплены на расстоянии 60 см друг от друга. Определите, в какой точке на прямой, соединяющей заряды, следует поместить третий заряд Q, чтобы он находился в равновесии. Укажите, какой знак должен иметь этот заряд для того, чтобы равновесие было устойчивым, если перемещения заряда возможны только вдоль прямой, проходящей через закрепленные заряды.

Ответ: на расстоянии $x = 40$ см от заряда $4q$; положительный.

7. В вершинах квадрата находятся одинаковые заряды $q = 0{,}3$ нКл каждый. Какой отрицательный заряд Q нужно поместить в центр квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

Ответ: $Q = -0{,}287$ нКл.

8. Тонкий стержень длиной $l = 20$ см несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью $\tau = 10^{-9}$ Кл/м. На расстоянии $a = 10$ см от стержня находится точечный заряд $Q = 1$ нКл. Заряд равноудален от концов стержня. Определите силу взаимодействия заряда со стержнем.

Ответ: $F = 1{,}4 \cdot 10^{-6}$ Н.

9. Тонкая бесконечная нить согнута под углом 90°. Нить несет заряд, равномерно распределенный с линейной плотностью $\tau = 1$ мкКл/м. Определите силу, действующую на точечный заряд $Q = 0{,}1$ мкКл, расположенный на продолжении одной из сторон и удаленный от вершины угла на $a = 50$ см.

Ответ: $F = 4{,}03$ мН.

10. Тонкое кольцо радиусом $R = 10$ см несет равномерно распределенный заряд $q = 0{,}1$ мкКл. На перпендикуляре к плоскости кольца, восстановленном из его середины, находится точечный заряд $Q = 10$ нКл. Определите силу F, действующую на точечный заряд Q со стороны заряженного кольца, если он удален от центра кольца на $l = 20$ см.

Ответ: $F = 0{,}16$ мН.

11. По тонкому кольцу радиусом $R = 10$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 1$ нКл/м. В центре кольца находится заряд $Q = 0{,}4$ мкКл. Определить силу F, растягивающую кольцо. Взаимодействием зарядов кольца пренебречь.

Ответ: $F = 4{,}03$ мН.

1.2. Электрическое поле. Напряженность электрического поля

Закон взаимодействия двух неподвижных точечных электрических зарядов в вакууме был установлен опытным путем. Однако оставался нерешенным такой вопрос: как осуществляется это взаимодействие?

В соответствии с современной теорией близкодействия, электрические заряды не действуют друг на друга непосредственно. Каждый заряд создает в окружающем пространстве *электрическое поле*. Поле первого заряда действует с некоторой силой на второй заряд и наоборот.

Главное свойство электрического поля – действие на электрические заряды. Таким образом, взаимодействие заряженных тел осуществляется через электрические поля, их окружающие.

Для количественного определения электрического поля вводится **силовая** характеристика, называемая *напряженностью*.

Напряженность $\vec{E}$ в данной точке электрического поля – векторная физическая величина, численно равная силе, действующей со стороны электрического поля на единичный положительный заряд, помещенный в эту точку:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q},$$

где q – заряд, помещенный в данную точку поля; $\vec{F}$ – сила, действующая на заряд q со стороны поля.

Сила, действующая на точечный заряд q, помещенный в электрическом поле,

$$\vec{F} = q\vec{E}.$$

Электрическое поле неподвижных и не меняющихся со временем зарядов называется *электростатическим*.

Поток вектора напряженности электростатического поля:

а) сквозь произвольную поверхность S, помещенную в неоднородное поле,

$$\Phi_E = \int_S E\cos\alpha dS, \text{ или } \Phi_E = \int_S E_n dS,$$

где α – угол между вектором напряженности $\vec{E}$ и нормалью $\vec{n}$ к элементу поверхности; dS – площадь элемента поверхности; E_n – проекция вектора напряженности на нормаль;

б) через плоскую поверхность, помещенную в однородное электрическое поле,

$$\Phi_E = ES\cos\alpha.$$

Поток вектора напряженности $\vec{E}$ через замкнутую поверхность

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}d\vec{S} = \oint_S E_n dS,$$

где интегрирование ведется по всей поверхности.

Теорема Остроградского – Гаусса. Поток вектора напряженности $\vec{E}$ электростатического поля в вакууме через произвольную замкнутую поверхность, охватывающую заряды $q_1,\ q_2, \ldots q_n$,

$$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i,$$

где $\sum_{i=1}^{n} q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри замкнутой поверхности; n – число зарядов.

Объемная, поверхностная и линейная плотности заряда:

$$\rho = \frac{dq}{dV};\quad \sigma = \frac{dq}{dS};\quad \tau = \frac{dq}{dl}.$$

Напряженность электрического поля, создаваемого точечным зарядом q на расстоянии r от заряда,

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r^2}.$$

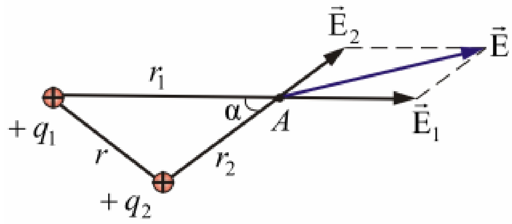
Напряженность электрического поля, создаваемого металлической сферой радиусом R, несущей заряд q на расстоянии r от центра сферы:

внутри сферы ($r < R$) ………….. $E = 0$;

на поверхности сферы ………… $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2}$;

вне сферы ($r > R$) ……………… $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$.

Принцип суперпозиции (наложения) электрических полей, согласно которому напряженность $\vec{E}$ результирующего поля, созданного двумя (и более) точечными зарядами, равна векторной сумме напряженностей полей, созданных каждым зарядом в отдельности:



$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i.$$

В случае двух электрических полей с напряженностями $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ модуль вектора напряженности результирующего поля

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha},$$

где α – угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$.

Напряженность поля, создаваемого бесконечно длинной равномерно заряженной нитью (или цилиндром) на расстоянии r от ее оси

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r},$$

где τ – линейная плотность заряда.

Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью,

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0},$$

где σ – поверхностная плотность заряда.

Напряженность поля, создаваемого двумя параллельными бесконечными равномерно и разноименно заряженными плоскостями

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль замкнутого контура l,

$$\oint_l \vec{E}d\vec{l} = \oint_l E_l dl = 0.$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. *Точечные электрические заряды $q_1 = 1$ нКл и $q_2 = -2$ нКл находятся в воздухе на расстоянии $r = 10$ см друг от друга. Определите напряженность $\vec{E}$ поля, создаваемого этими зарядами в точке A, удаленной от заряда q_1 на расстояние $r_1 = 9$ см и от заряда q_2 на $r_2 = 7$ см.*

Дано:
$q_1 = 1 \cdot 10^{-9}$ Кл
$q_2 = -2 \cdot 10^{-9}$ Кл
$r_1 = 9 \cdot 10^{-2}$ м
$r_2 = 7 \cdot 10^{-2}$ м
$r = 10$ см

$E - ?$

Решение

Согласно принципу суперпозиции электрических полей каждый заряд создает поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. Поэтому напряженность $\vec{E}$ электрического поля в искомой точке может быть найдена как геометрическая сумма напряженностей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Напряженность электрического поля, создаваемого в воздухе $(\varepsilon = 1)$ зарядами q_1 и q_2 определяется по следующим формулам

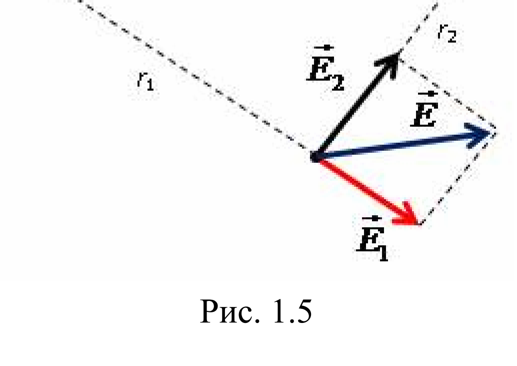


Рис. 1.5

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} \ (1), \quad E_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}. \qquad (2)$$

Вектор $\vec{E}_1$ направлен по силовой линии от заряда q_1, так как заряд q_1 положителен; вектор $\vec{E}_2$ направлен также по силовой линии, но к заряду q_2, так как заряд q_2 отрицателен.

Модуль вектора $\vec{E}$ найдем по теореме косинусов

$$\vec{E} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha}\,. \qquad (3)$$

Здесь α – угол между векторами $\vec{E_1}$ и $\vec{E_2}$, который может быть найден из треугольника со сторонами r_1, r_2 и r:

$$\cos\alpha = \left(r^2 - r_1^2 - r_2^2\right) \big/ \left(2r_1r_2\right).$$

В данном случае во избежание громоздких записей удобно значение $\cos\alpha$ вычислить отдельно: $\cos\alpha = \dfrac{\left[(0,1)^2 - (0,09)^2 - (0,07)^2\right]}{(2\cdot 0,09\cdot 0,07)} = -0,238$.

Подставив выражения E_1 и E_2 в уравнение (3) и вынеся общий множитель $1/4\pi\varepsilon_0$ за знак корня, получим

$$E = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + 2\frac{q_1\cdot q_2}{r_1^2\cdot r_2^2}\cos\alpha}\,. \qquad (4)$$

$$E = \frac{1}{4\pi/(4\pi\cdot 9\cdot 10^9}\sqrt{\frac{(10^{-9})^2}{(0,09)^4} + \frac{(2\cdot 10^{-9})^2}{(0,07)^4} + 2\frac{10^{-9}\cdot 2\cdot 10^{-9}}{(0,09)^2(0,07)^2}\cdot(-0,238)\,\text{В/м}} =$$

$$= 3,58\,\text{В/м}.$$

При вычислении E знак заряда q_2 опущен, так как он определяет направление вектора напряженности, которое было учтено при его графическом изображении (рис. 1.5).

Ответ: $E = 3,58$ В/м.

Пример 2. *В однородном электрическом поле напряженностью E_0 закреплен точечный отрицательный заряд q. В точке A, положение которой определяется расстоянием r и углом α (рис. 1.6), модуль вектора напряженности результирующего электрического поля $E = E_0$. Определите угол α.*

Дано:
E_0 – модуль напряженности однородного электрического поля
q – точечный отрицательный заряд
$E = E_0$

F – ?

Решение

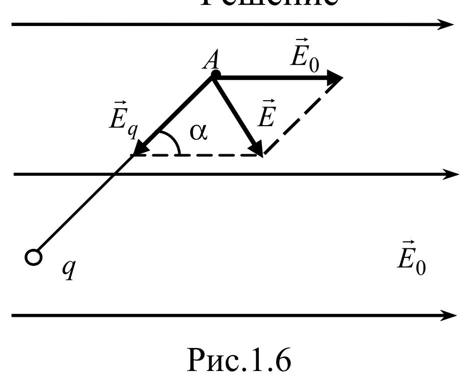


Рис.1.6

Согласно принципу суперпозиции напряженность результирующего поля равна

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_q,$$

где $\vec{E}_q$ – напряженность поля, создаваемого точечным зарядом q в точке A.

$$E_q = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{r^2} = k\frac{|q|}{r^2}.$$

По теореме косинусов

$$E^2 = E_0^2 + E_q^2 - 2E_0E_q\cos\alpha.$$

Учитывая, что по условию задачи $E = E_0$, получим для искомого угла α

$$\cos\alpha = \frac{kq}{2E_0r^2}, \qquad \alpha = \arccos\frac{kq}{2E_0r^2}.$$

Ответ: $\alpha = \arccos\dfrac{kq}{2E_0r^2}$.

Пример 3. *В одной плоскости с очень длинной нитью, равномерно заряженной с линейной плотностью* $\tau = 2\cdot10^{-8}$ *Кл/м, под углом* $\alpha = 30^\circ$ *к нити расположен тонкий стержень длины* $l = 0{,}12$ *м, по которому равномерно распределен заряд* $q = 3\cdot10^{-9}$ *Кл (рис. 1.7). Расстояние от нити до середины стержня* $x_0 = 8$ *см. Определите силу у действующую на стержень, и ее предельные значения при* $\alpha = 0$ *и* $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$.

Дано:
$\tau = 2\cdot10^{-8}$ Кл/м
$\alpha = 30^\circ$
$l = 0{,}12$ м
$q = 3\cdot10^{-9}$ Кл
$x_0 = 8$ см

$\alpha - ?$

Решение

Рассматривается равномерно заряженный стержень, находящийся в поле длинной нити. Поле нити плоскорадиально, вектор $\vec{E}$ направлен по радиусу, и его проекция на радиальное направление

$$E_r = \tau/(2\pi\varepsilon_0 r)$$

Поскольку напряженность поля зависит от расстояния r, а стержень расположен под углом к нити, то следует сначала записать выражение силы, действующей на элементарный участок стержня с зарядом dq

$$dF = Edq.$$

Анализ. Рассматривается равномерно заряженный стержень, находящийся в поле длинной нити. Поле нити плоскорадиально, вектор $\vec{E}$ направлен по радиусу, и его проекция на радиальное направление

$$E_r = \tau / (2\pi\varepsilon_0 r).$$

Поскольку напряженность поля зависит от расстояния r, а стержень расположен под углом к нити, то следует сначала записать выражение силы, действующей на элементарный участок стержня с зарядом dq

$$dF = Edq.$$

Стержень находится в одной плоскости с нитью, совпадающей с плоскостью чертежа. В этой плоскости силовые линии поля параллельны друг другу, значит все элементарные силы $d\vec{F}$ направлены так же, поэтому и результирующая сила

$$F = \int\limits_{(l)} dF \qquad (1)$$

направлена так же, как силовые линии поля.

Для расчета введем ось OX так, как показано на рис.1.7. Элемент длины стержня $dl = dx / \sin a$.

Заряд

$$dq = \frac{q}{l} dx \frac{1}{\sin a}.$$

Расстояние от нити до рассматриваемого элемента $r = x$, тогда сила, действующая на такой элемент,

$$dF = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 x} \frac{q}{l \sin a} dx. \qquad (2)$$

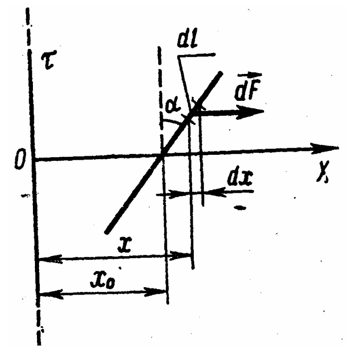


Рис.1.7

При интегрировании по всей длине стержня координата x изменяется от $x_0 - (l/2)\sin a$ до $x_0 + (l/2)\sin a$.

Подставляя выражение (2) в (1) с учетом указанных пределов изменения переменной x, получаем

$$F = \frac{\tau q}{2\pi\varepsilon_0 l \sin\alpha} \int\limits_{x_0-(l/2)\sin\alpha}^{x_0+(l/2)\sin\alpha} \frac{dx}{x} = \frac{\tau q}{2\pi\varepsilon_0 l \sin\alpha} \ln \frac{x_0 + (l/2)\sin\alpha}{x_0 - (l/2)\sin\alpha}. \qquad (3)$$

При $\alpha = 30^\circ$, $F = 1{,}42 \cdot 10^{-3}$ Н.

При $\alpha = 90^\circ$, $F_1 = 1{,}75 \cdot 10^{-3}$ Н.

При $\alpha = 0$ стержень расположен параллельно нити, напряженность поля вдоль стержня одинакова

$$E_r = \tau / (2\pi\varepsilon_0 x_0).$$

Сила, действующая на стержень,

$$F_2 = E_r q = \frac{\tau q}{2\pi\varepsilon_0 x_0} = 1{,}35 \cdot 10^{-3} \text{ Н}.$$

Последнее выражение может быть получено также из формулы (3) при разложении натурального логарифма в ряд с последующим предельным переходом к $\alpha \to 0$.

Ответ: $F = 1{,}42 \cdot 10^{-3}$ Н; $F_1 = 1{,}75 \cdot 10^{-3}$ Н; $F_2 = 1{,}35 \cdot 10^{-3}$ Н.

Пример 4. *Определите поток вектора напряженности электрического поля сквозь замкнутую шаровую поверхность, внутри которой находятся три точечных заряда $q_1 = +2$ нКл, $q_2 = -3$ нКл и $q_3 = +5$ нКл. Рассмотрите случаи, когда система зарядов находится в вакууме и в воде.*

Дано:
$q_1 = +2$ нКл
$q_2 = -3$ нКл
$q_3 = +5$ нКл

$\Phi_E - ?$

Решение

В общем случае поток вектора напряженности Φ_E сквозь произвольную замкнутую поверхность S равен

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS,$$

где E_n – проекция вектора $\vec{E}$ на нормаль $\vec{n}$ к поверхности, $E_n = E\cos\alpha$.

Для шаровой поверхности, в центре которой помещен точечный заряд q, $\alpha = 0$, $\cos\alpha = 1$ и $E_n = E$. В каждой точке шаровой поверхности E – величина постоянная и определяется по формуле

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}.$$

Тогда поток вектора напряженности электрического поля, созданного зарядом q, сквозь шаровую поверхность

$$\Phi_E = \oint_S E dS = E\oint_S dS = ES = E \cdot 4\pi r^2.$$

Подставляя в эту формулу выражение E, получаем

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

На основании теоремы Остроградского-Гаусса для системы зарядов полный поток вектора напряженности сквозь замкнутую поверхность произвольной (в том числе шаровой) формы равен

$$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i.$$

а) в случае, когда заряды находятся в вакууме ($\varepsilon = 1$),

$$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0}(q_1 + q_2 + q_3).$$

$$\Phi_E = \frac{(+2 - 3 + 5)\cdot 10^{-9}}{8{,}85\cdot 10^{-12}} = 452\,\text{В/м}.$$

б) в случае, когда заряды находятся в воде ($\varepsilon = 81$),

$$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}(q_1 + q_2 + q_3).$$

$$\Phi_E = \frac{(+2 - 3 + 5)\cdot 10^{-9}}{81\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}} = 5{,}6\,\text{В/м}.$$

Ответ: а) $\Phi_E = 452$ В/м, б) $\Phi_E = 5{,}6$ В/м.

Пример 5. *На единицу длины тонкого однородно заряженного стержня AB, имеющего форму дуги окружности радиуса R с центром в точке O, приходится заряд τ. Найдите модуль напряженности электрического поля в точке O, если угол AOB равен φ.*

Дано:	Решение
R – радиус кривизны дуги τ – линейная плотность заряда стержня φ – величина угла AOB	Построим прямоугольную систему координат так, чтобы начало координат совпадало с точкой O, а ось y была симметрично расположена относительно концов дуги AB.
E – ?	Разобьем стержень на элементарные участки длиной dl с зарядом $dq = \tau dl$, который можно рассматривать как точечный.

Найдем напряженность поля, создаваемого зарядом этого элементарного участка стержня в точке O

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{R^2}\frac{\vec{R}}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\tau\, dl}{R^2}\frac{\vec{R}}{R},$$

где $\vec{R}$ – радиус-вектор, направленный от элемента dl к точке, в которой определяется напряженность. Напряженность результирующего поля найдем, воспользовавшись принципом суперпозиции. В силу симметрии результирующее поле будет направлено вдоль оси y.

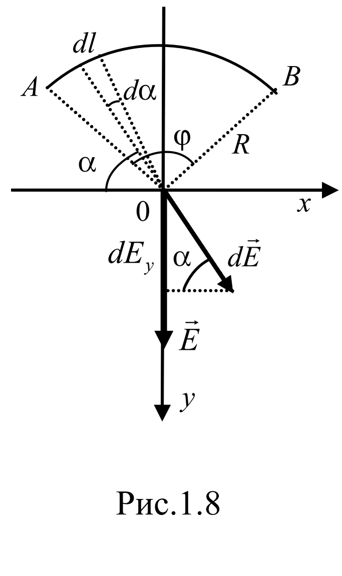


Рис.1.8

Запишем выражение для проекции вектора $d\vec{E}$ на ось y

$$dE_y = \frac{\tau\, dl}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\sin\alpha\,.$$

Приведем правую часть последнего уравнения к одной переменной интегрирования – углу α (учитывая, что $dl = R\,d\alpha$):

$$dE_y = \frac{\tau \sin\alpha}{4\pi\varepsilon_0 R} d\alpha .$$

Проинтегрировав левую часть полученного уравнения от 0 до E, а правую от $\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2}\right)$ до $\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\varphi}{2}\right)$, найдем модуль напряженности электрического поля, создаваемого в точке O дугой AB

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 R} \sin\frac{\varphi}{2} .$$

Ответ: $E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 R} \sin\frac{\varphi}{2}$.

Пример 6. Кольцо радиуса R из тонкой проволоки имеет однородно распределенный заряд q. Найдите модуль напряженности электрического поля на оси кольца как функцию расстояния y до его центра. Исследуйте E_y при $y \gg R$.

Дано:	Решение
R – радиус кольца q – заряд кольца	Разобьем кольцо на бесконечно малые элементы с зарядами dq, которые можно рассматривать как точечные. На оси кольца выберем произвольную точку с координатой y. Напряженность поля, созданного зарядом dq в этой точке, равна $d\vec{E}$.
E_y – ?	

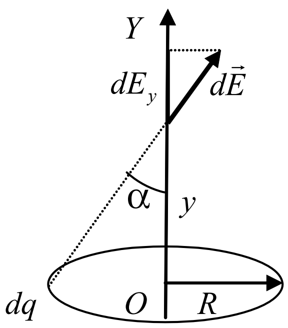


Рис.1.9

Направление вектора $d\vec{E}$ показано на рис. 1.9, а его величина равна

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 \left(R^2 + y^2\right)} .$$

Напряженность результирующего поля найдем, воспользовавшись принципом суперпозиции. В силу симметрии результирующее поле будет направлено вдоль оси y (рис. 1.9).

Поэтому $$E_y = \int dE_y ,$$

где $dE_y = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 (R^2 + y^2)} \cos\alpha .$

Учитывая, что $\cos\alpha = \dfrac{y}{\sqrt{R^2 + y^2}}$, получим

$$dE_y = \frac{ydq}{4\pi\varepsilon_0\left(R^2 + y^2\right)^{3/2}}.$$

Суммируя вклады всех элементов кольца, найдем проекцию вектора напряженности результирующего поля на ось y

$$E_y = \frac{yq}{4\pi\varepsilon_0\left(R^2 + y^2\right)^{3/2}}.$$

На больших расстояниях $y >> R$, напряженность поля

$$E_y = \frac{qy}{4\pi\varepsilon_0 |y|^3},$$

т.е. на больших расстояниях система ведет себя как точечный заряд.

График $E_y(y)$ представлен на рис.1.10.

Точки, в которых напряженность поля принимает максимальные значения, имеют координаты $y = \pm R/\sqrt{2}$.

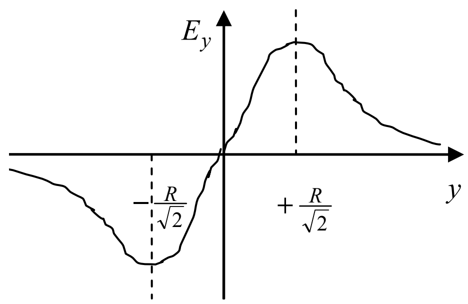


Рис.1.10

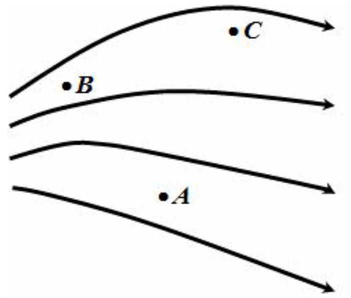
Ответ: $E_y = \dfrac{yq}{4\pi\varepsilon_0\left(R^2 + y^2\right)^{3/2}}$.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Средний уровень

1. Силовой характеристикой электрического поля является…
1) напряженность;
2) работа;
3) поток вектора напряженности;
4) потенциал.

2. Задана картина линий напряженности электрического поля (см. рисунок). В какой точке A, B или C – сила, действующая на внесенный в поле пробный заряд, будет наибольшей?



1) A; 2) B; 3) C;
4) во всех точках сила одинакова по величине.

3. Электрический заряд q создает электрическое поле, напряженность которого в точке, расположенной на расстоянии r от него, равна E. Чему равна напряженность электрического поля, созданного зарядом $3q$, на расстоянии $3r$ от этого заряда?

1) $3E$; 2) E; 3) $1/9E$; 4) $1/3E$.

4. Установите соответствие между источником электростатического поля и формулой, позволяющей вычислить напряженность поля в некоторой точке.

1) точечный заряд;
2) равномерно заряженная длинная нить;
3) равномерно заряженная бесконечная плоскость.

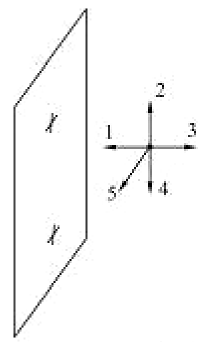
1) $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$;

2) $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{\varepsilon r^2}$;

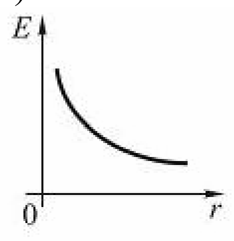
3) $E = \dfrac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$.

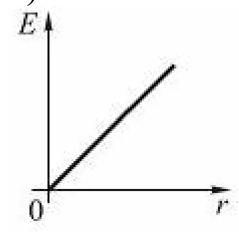
5. Электрическое поле создано бесконечно протяженной положительно заряженной непроводящей плоскостью. Направление напряженности электрического поля показывает вектор ...

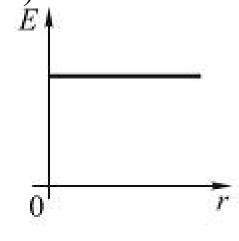
1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

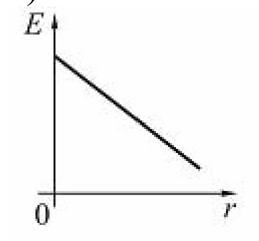


6. Величина напряженности электростатического поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью, в зависимости от расстояния r от нее верно представлена на рисунке ...

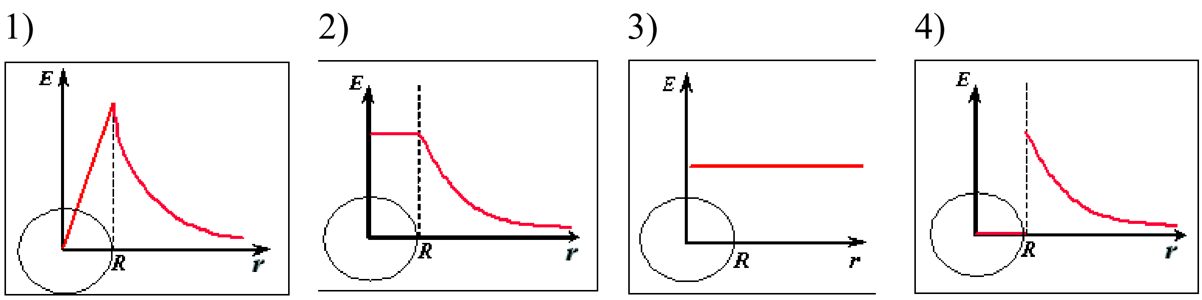
1)


2)


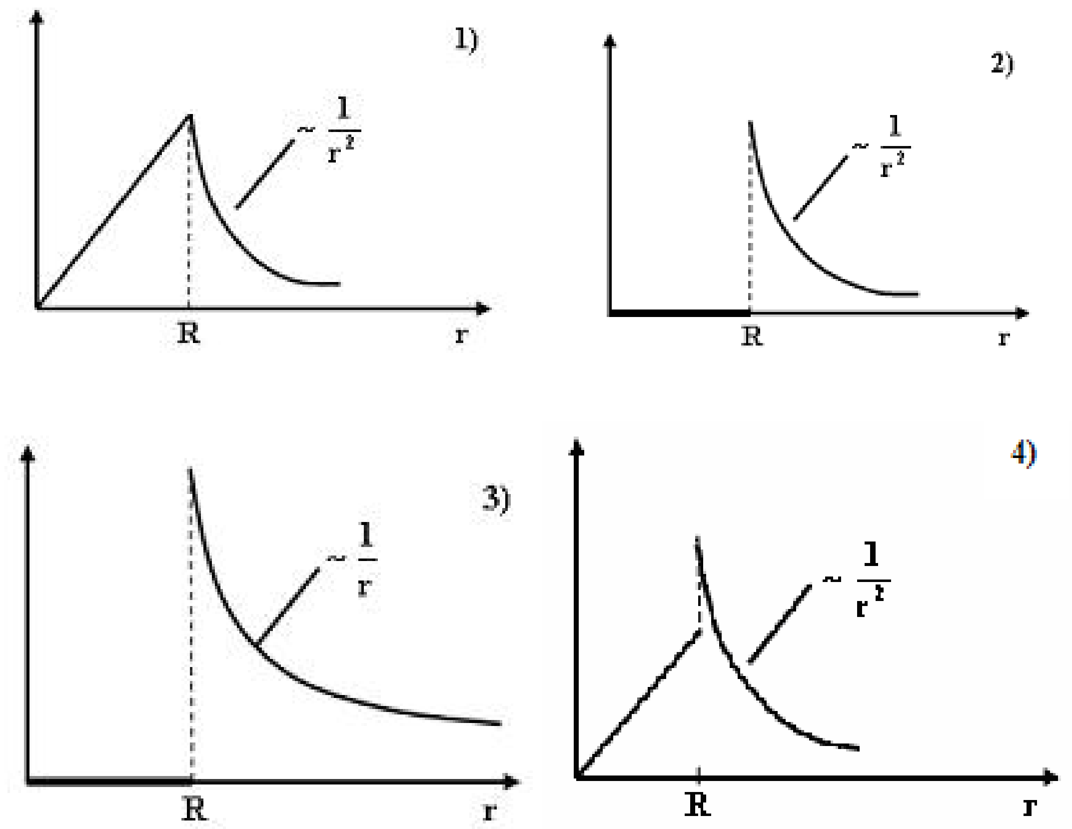
3)


4)


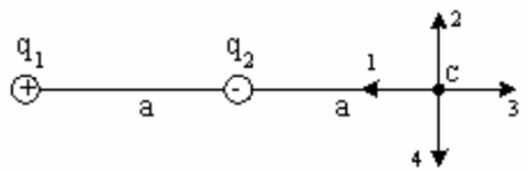
7. Укажите, на каком графике правильно показана зависимость напряженности электростатического поля E от расстояния r между центром равномерно заряженной проводящей сферы радиусом R и точкой, где определяют напряженность поля.



8. На рисунках представлены графики зависимости напряженности поля $E(r)$ для различных распределений заряда. На каком рисунке показан график зависимости $E(r)$ для заряженной металлической сферы радиуса R – ?

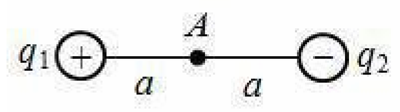


9. Электрическое поле создано одинаковыми по величине точечными зарядами q_1 и q_2. Если $q_1 = +q$, $q_2 = -q$, а расстояние между зарядами и от заряда q_2 до точки C равно a, то вектор напряженности электрического поля в точке C ориентирован в направлении …



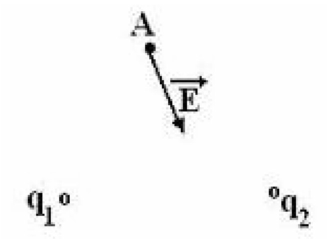
1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

10. Укажите направление напряженности результирующего поля в точке A (см. рисунок). Поле образовано двумя разноименными одинаковыми по величине зарядами.



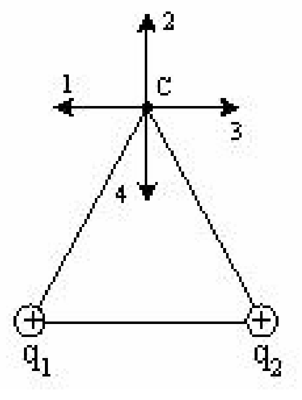
1) вправо; 2) влево; 3) вниз; 4) вверх; 5) равна нулю.

11. На рисунке показано направление вектора E напряженности суммарного электрического поля точечных зарядов q_1 и q_2 в точке A. При этом для зарядов q_1 и q_2 справедливо соотношение...



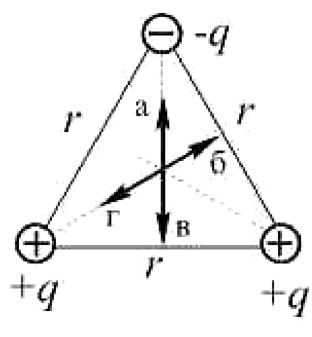
1) $q_1 < 0$, $q_2 < 0$; 2) $q_1 > 0$, $q_2 > 0$;
3) $q_1 > 0$, $q_2 < 0$; 4) $q_1 < 0$, $q_2 > 0$.

12. Электростатическое поле создано одинаковыми по величине точечными зарядами q_1 и q_2. Если $q_1 = q_2 = +q$, а расстояние между зарядами и от зарядов до точки C равно r, то вектор напряженности поля в точке C ориентирован в направлении...



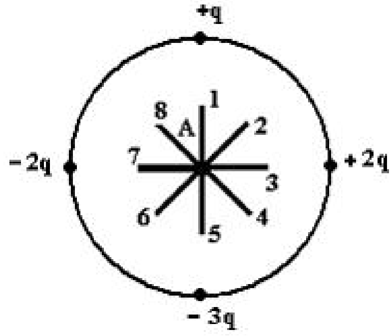
1) 1; 2) 2;
3) 3; 4) 4.

13. Вектор напряженности результирующего электростатического поля, создаваемого одинаковыми по величине точечными зарядами в центре равностороннего треугольника, имеет направление ...

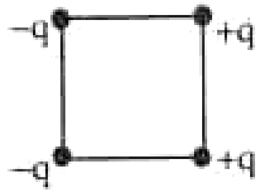


1) $а$; 2) $б$;
3) $в$; 4) $г$.

14. Электростатическое поле создано сисемой точечных зарядов. Вектор напряженности поля в точке A ориентирован в направлении …



15. Каждый из четырех одинаковых по модулю точечных зарядов, расположенных в вершинах квадрата, создает в точке пересечения диагоналей электрическое поле, напряженность которого равна E. Напряженность результирующего поля в этой точке равна...



1) 0; 2) $4\sqrt{2}E$; 3) $4E$; 4) $2\sqrt{2}E$.

16. Чему равен поток вектора напряженности электростатического поля через сферическую поверхность, охватывающую точечные заряды $q_1 = +5$ нКл и $q_2 = -2$ нКл?

1) 339 В·м; 2) 376 В·м; 3) 791 В·м; 4) 565 В·м.

17. Поток вектора электрической индукции через замкнутую поверхность, внутри которой находятся заряды, равен…

1) сумме связанных электрических зарядов внутри этой поверхности;
2) сумме свободных электрических зарядов внутри этой поверхности;
3) ЭДС контура, проведенного внутри этой поверхности;
4) нулю.

18. Если поток вектора напряженности электростатического поля через сферическую поверхность радиуса R, окружающую точечный заряд q, равен Φ_1, то величина потока Φ_2 через сферическую поверхность радиусом $R/2$, окружающую этот заряд, равна...

1) $\Phi_2 = \Phi_1$; 2) $\Phi_2 = 4\Phi_1$; 3) $\Phi_2 = \Phi_1 / 4$; 4) $\Phi_2 = 2\Phi_1$.

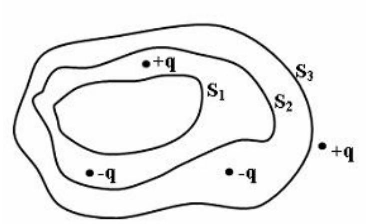
19. Точечный заряд $+q$ находится в центре сферической поверхности. Если добавить заряд $+q$ за пределами сферы, то поток вектора напряженности электростатического поля E через поверхность сферы...

1) увеличится;
2) уменьшится;
3) не изменится.

20. Точечный заряд $+q$ находится в центре сферической поверхности. Если заряд сместить из центра сферы, оставляя его внутри нее, то поток вектора напряженности электростатического поля E через поверхность сферы...

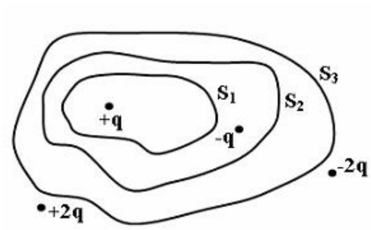
1) увеличится;
2) уменьшится;
3) не изменится.

21. Дана система точечных зарядов в вакууме и замкнутые поверхности S_1, S_2 и S_3. Поток вектора напряженности электростатического поля отличен от нуля через...



1) поверхности S_1, S_2 и S_3;
2) поверхность S_2;
3) поверхности S_2 и S_3;
4) поверхность S_3.

22. Дана система точечных зарядов в вакууме и замкнутые поверхности S_1, S_2 и S_3. Поток вектора напряженности электростатического поля отличен от нуля через...



1) поверхности S_2 и S_3;
2) поверхность S_2;
3) поверхность S_1;
4) поверхность S_3.

23. В центре сферы радиуса 1 м находится точечный заряд $2 \cdot 10^{-9}$ Кл. Вычислите поток вектора напряженности электрического поля через шаровой сегмент площадью 1 м^2.

1) 18 В·м; 2) 9 В·м; 3) 72 В·м; 4) 36 В·м.

Достаточный уровень

1. Электрон движется по направлению силовых линий однородного поля напряженностью 2,4 В/м. Какое расстояние он пролетит в вакууме до полной остановки, если его начальная скорость $2 \cdot 10^6$ м/с? Сколько времени будет длиться полет?

Ответ: $t = 4{,}7 \cdot 10^{-6}$ с; $S = 4{,}7$ м.

2. Расстояние d между двумя точечными зарядами $q_1 = +8$ нКл и $q_2 = -5{,}3$ нКл равно 40 см. Вычислите напряженность электрического поля в точке, лежащей посередине между зарядами.

Ответ: $E = 2{,}99$ кВ/м.

3. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $q_1 = +10$ нКл и $q_2 = -20$ нКл, находящимися на расстоянии $d = 20$ см друг от друга. Определите напряженность поля в точке, удаленной от первого заряда на $r_1 = 30$ см и от второго на $r_2 = 50$ см.

Ответ: $E = 280$ В/м.

4. Расстояние d между двумя точечными положительными зарядами $q_1 = +9q$ и $q_2 = +q$ равно 8 см. На каком расстоянии от первого заряда находится точка, в которой напряженность поля зарядов равна нулю?

Ответ: $r = 6$ см.

5. Два точечных заряда $q_1 = +2q$ и $q_2 = -q$ находятся на расстоянии d друг от друга. Найти положение точки на прямой, проходящей через эти заряды, напряженность поля зарядов в которой равна нулю.

Ответ: за отрицательным зарядом на расстоянии $r_1 = d\left(\sqrt{2} + 1\right)$.

6. Определите напряженность электрического поля, создаваемого тонкой нитью длиной 10 см, в точке A, расположенной на линии, проходящей вдоль нити, на расстоянии 20 см от её конца. Линейная плотность заряда нити $\tau = -10^{-12}$ Кл/м.

Ответ: $E = -0{,}015$ В/м.

7. Используя теорему Гаусса, определите поверхностную плотность заряда бесконечной равномерно заряженной плоскости, если напряженность поля, создаваемого плоскостью, 8 В/м, а заряд плоскости положительный.

Ответ: $\sigma = 1{,}4 \cdot 10^{-10}$ Кл/м^2.

8. Определите линейную плотность заряда положительно заряженной тонкой бесконечной нити, если напряженность электрического поля, создаваемая этой нитью на расстоянии 10 см от нее, равна 10 В/м.

Ответ: $\tau = 5{,}6 \cdot 10^{-11}$ Кл/м.

9. Электрическое поле создается тонкой бесконечно длинной нитью, равномерно заряженной с линейной плотностью заряда 10^{-10} Кл/м. Определите поток вектора напряженности через цилиндрическую поверхность длиной 2 м, ось которой совпадает с нитью.

Ответ: $\Phi_E = 22{,}6$ В/м.

10. Полусфера несет заряд, равномерно распределенный с поверхностной плотностью $\sigma = 1$ нКл/м^2. Вычислите напряженность электрического поля в геометрическом центре полусферы.

Ответ: $E = 28{,}3$ В/м.

11. В центре металлической полой сферы, радиус которой 0,04 м, расположен точечный заряд 10 нКл. Заряд 40 нКл равномерно распределен по поверхности сферы. Определите напряженность поля в точках, удаленных от центра сферы на расстояние: 1) 2 см; 2) 8 см.

Ответ: 1) $E = 3{,}08 \cdot 10^5$ В/м; 2) $E = 3{,}08 \cdot 10^5$ В/м.

12. Расстояние между двумя бесконечно длинными параллельными металлическими нитями, заряженными одноименно с линейной плотностью $6 \cdot 10^{-5}$ Кл/м, равно 5 см. Найдите напряженность поля в точке, удаленной на 5 см от каждой нити.

Ответ: $E = 3{,}71 \cdot 10^7$ В/м.

13. Две параллельно расположенные плоскости заряжены – одна с поверхностной плотностью $0{,}4 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2, другая – $0{,}6 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2. Определите напряженность поля между плоскостями.

Ответ: $E = 5{,}6 \cdot 10^4$ В/м.

14. Бесконечная плоскость несет равномерно распределенный заряд с поверхностной плотностью $\sigma = 1$ нКл/м^2. На некотором расстоянии от плоскости параллельно ей расположен круг радиусом 10 см. Вычислите поток вектора напряженности через этот круг.

Ответ: $\Phi = 12{,}84 \cdot 10^3$ Вб.

1.3. Потенциал. Энергия системы электрических зарядов. РАбота по перемещению заряда в поле

Потенциал φ электростатического поля в данной точке – *это скалярная физическая величина, равная потенциальной энергии, которой обладает единичный положительный заряд, помещенный в эту точку.*

$$\varphi = \frac{\Pi}{q},$$

где П – потенциальная энергия заряда q, внесенного в данную точку поля.

За единицу потенциала в СИ принимают *вольт* (1 В). 1 В равен потенциалу точки поля, в которой заряд 1 Кл обладает потенциальной энергией 1 Дж.

Потенциал является *энергетической характеристикой электростатического поля*.

Потенциал электрического поля, создаваемого точечным зарядом q на расстоянии r от заряда,

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r}.$$

Потенциал электрического поля, создаваемого металлической сферой радиусом R, несущей заряд q на расстоянии r от центра сферы:

внутри сферы ($r < R$) .... $\varphi = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}$;

на поверхности сферы .... $\varphi = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}$;

вне сферы ($r > R$) .... $\varphi = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$,

где ε – диэлектрическая проницаемость однородного безграничного диэлектрика, окружающего сферу.

Если электрическое поле создано системой зарядов, то, по **принципу суперпозиции** потенциал в данной точке результирующего поля равен алгебраической сумме потенциалов полей, созданных отдельными зарядами.

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i .$$

Энергия W взаимодействия системы точечных зарядов q_1, $q_2, \ldots q_n$ определяется работой, которую эта система зарядов может совершить при удалении их друг относительно друга в бесконечность, и выражается формулой

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i\varphi_i ,$$

где φ_i – потенциал поля, создаваемого всеми $n-1$ зарядами (за исключением *i*-го) в точке, где расположен заряд q_i.

Потенциал связан с напряженностью электрического поля соотношением

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\varphi .$$

В случае однородного электрического поля, т.е. поля, напряженность которого в каждой точке его одинакова как по модулю, так и по направлению,

$$E = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{d},$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы точек двух эквипотенциальных поверхностей; d – расстояние между этими поверхностями вдоль электрической силовой линии.

Работа, совершаемая электрическим полем при перемещении точечного заряда q из одной точки поля, имеющей потенциал φ_1, в другую, имеющую потенциал φ_2,

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2), \quad \text{или } A = q\int_l E_l dl,$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов между точками 1 и 2 поля; E_l – проекция вектора напряженности $\vec{E}$ на направление перемещения; dl – перемещение.

$$(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{A}{q}.$$

Разность потенциалов между точками 1 и 2 численно равна работе сил электростатического поля при перемещении единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. *Электростатическое поле создано равномерно заряженной сферической поверхностью радиуса R. Заряд сферы q. Найдите разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстоянии r_1 и r_2 от центра заряженной сферической поверхности. Запишите выражение потенциала для точек внутри и вне и построить график $\varphi(r)$.*

Дано:	Решение
q – заряд сферы R – радиус сферы $\varphi_1 - \varphi_2$ – ?	Из условия симметрии следует, что силовые линии электростатического поля заряженной сферы направлены радиально. По тем же причинам модуль вектора напряженности $\vec{E}$ должен быть одинаковым во всех точках, лежащих на одном и том же расстоянии от центра заряженной сферы.

Если применить теорему Гаусса для определения $\vec{E}$, то получим, что электростатическое поле вне заряженной сферической поверхности эквивалентно полю точечного заряда, равного общему заряду и расположенного в ее центре, и вычисляется по формуле

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}.$$

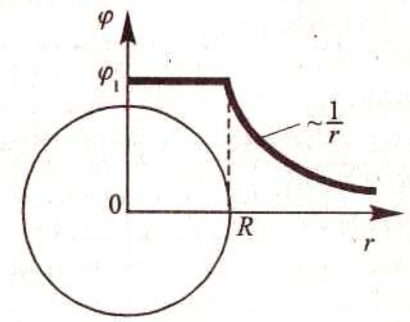


Рис. 1.11

Внутри сферы поле отсутствует. В этом случае уравнение $\vec{E} - \mathrm{grad}\,\varphi$ имеет вид

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

Из последнего уравнения следует, что

$$d\varphi = -Edr,$$

откуда

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} Edr = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right),$$

или

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1} - \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_2}.$$

Найдем потенциал заряженной сферической поверхности

$$\varphi_n = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R} \; (r_1 = R, r_2 = \infty).$$

Потенциал вне сферы вычисляется по формуле

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r} \; (r > R).$$

На рисунке изображен график $\varphi(r)$ для заряженной сферической поверхности. Вне сферы потенциал поля убывает пропорционально $\frac{1}{r}$, где $r-$ расстояние от центра заряженной сферы до точки, в которой определяют потенциал. Внутри потенциал всех точек одинаков и равен потенциалу заряженной поверхности сферы.

Ответ: $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1} - \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_2}$, $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$.

Пример 2. *Заряд $q_1 = -1$ нКл переместился в поле заряда $q_2 = +1,5$ нКл из точки с потенциалом $\varphi_1 = 100$ В в точку с потенциалом $\varphi_2 = 600$ В. Определите работу сил поля и расстояние между точками.*

Дано:	Решение
$q_1 = -1$ нКл $q_2 = +1,5$ нКл $\varphi_1 = 100$ В $\varphi_2 = 600$ В	Из условия симметрии следует, что силовые линии электростатического поля заряженной сферы направлены радиально. По тем же причинам модуль вектора напряженности $\vec{E}$ должен быть одинаковым во всех точках, лежащих на одном и том же расстоянии от центра заряженной сферы.
$A - ?$, $\Delta r - ?$	Потенциал точки 1 поля $\varphi_1 = \dfrac{q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1}$, откуда

$$r_1 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0\varphi_1};\; r_1 = \frac{1,5\cdot10^{-9}}{4\cdot3,14\cdot8,85\cdot10^{-12}\cdot100} = 13,5\cdot10^{-2}\text{м}.$$

Потенциал точки 1 поля $\varphi_2 = \dfrac{q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_2}$, откуда $r_2 = \dfrac{q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0\varphi_2}$;

$$r_2 = \frac{1,5\cdot10^{-9}}{4\cdot3,14\cdot8,85\cdot10^{-12}\cdot600} = 2,25\cdot10^{-2}\ \text{м}.$$

Расстояние между точками 1 и 2 поля $\Delta r = r_1 - r_2 = 11,25\cdot10^{-2}$ м.

Работа сил поля при перемещении заряда q_1 из точки 1 в точку 2 поля

$$A = q_1(\varphi_1 - \varphi_2).$$

$$A = 10^{-9}\cdot(100 - 600) = 5\cdot10^{-7}\text{Дж}.$$

Ответ: $\Delta r = 11,25\cdot10^{-2}$ м; $A = 5\cdot10^{-7}$ Дж.

Пример 3. *Электрическое поле образовано двумя параллельными пластинами, находящимися на расстоянии $d = 2$ см друг от друга. К пластинам приложена разность потенциалов $U = 120$ В. Какую скорость υ получит электрон под действием поля, пройдя по линии напряженности расстояние $\Delta r = 3$ мм?*

Дано:	Решение
$d = 2$ см $U = 120$ В $\Delta r = 3$ мм	Для того, чтобы сообщить электрону кинетическую энергию $W_k = \dfrac{m\upsilon^2}{2}$, силы электрического поля
$\upsilon - ?$	должны совершить работу $A = e\Delta\varphi$, где $\Delta\varphi -$ разность потенциалов между точками, находящимися на расстоянии Δr.

Напряженность поля между пластинами $E = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta r}$, откуда $\Delta\varphi = E\Delta r$.

Тогда работа сил поля $A = eE\Delta r$ или, учитывая, что $E = \dfrac{U}{d}$, $A = \dfrac{eU\Delta r}{d}$.

Поскольку $A = W_k$, то $\dfrac{eU\Delta r}{d} = \dfrac{m\upsilon^2}{2}$, откуда $\upsilon = \sqrt{\dfrac{2eU\Delta r}{md}}$.

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 120\cdot 0{,}003}{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 0{,}02}} = 2{,}53\cdot 10^{6}\ \text{м/с}.$$

Ответ: $\upsilon = 2{,}53\cdot 10^{6}$ м/с.

Пример 4. *Заряд $q = 1$ нКл переносится в воздухе из точки, находящейся на расстоянии $r_0 = 1$ м от бесконечно длинной равномерно заряженной нити, в точку на расстоянии $r_1 = 10$ см от нее. Определите работу, совершаемую против сил поля, если линейная плотность заряда нити $\tau = 1$ мкКл/м. Какая работа совершается на последних $r_2 = 20$ см пути?*

Дано:
$q = 1$ нКл
$r_0 = 1$ м
$r_1 = 10$ см
$\tau = 1$ мкКл/м
$r_2 = 20$ см

$A_1 - ?$
$A_2 - ?$

Решение

Работа внешней силы по перемещению заряда q из точки поля с потенциалом φ_0 в точку с потенциалом φ_1 равна

$$A_1 = q(\varphi_0 - \varphi_1).$$

Бесконечная равномерно заряженная нить с линейной плотностью заряда τ создает аксиально симметричное поле напряженностью

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}.$$

Напряженность и потенциал этого поля связаны соотношением

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}, \quad \text{откуда } d\varphi = -Edr.$$

Разность потенциалов точек поля на расстоянии r_0 и r_1 от нити

$$\varphi_0 - \varphi_1 = -\int_{r_1}^{r_0} Edr = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_0}\frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\ln\frac{r_1}{r_0};$$

$$\varphi_0 - \varphi_1 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\ln\frac{r_1}{r_0};\ \varphi_0 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_0}.$$

Подставляя в формулу работы выражение для разности потенциалов, определим работу, совершаемую внешними силами по перемещению заряда из точки, находящейся на расстоянии 1 м, до точки, расположенной на расстоянии 0,1 м от нити:

$$A_1 = \frac{q\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0} \ln\frac{r_1}{r_0};$$

$$A_1 = \frac{10^{-9}\cdot 10^{-6}\cdot \ln 10}{2\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}} = 4{,}1\cdot 10^{-5}\,\text{Дж}.$$

Работа по перемещению заряда на последних 20 см пути равна

$$A_2 = \frac{Q\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0} \ln\frac{r_2}{r_0};$$

$$A_2 = \frac{10^{-9}\cdot 10^{-6}\cdot \ln 2}{2\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}} = 1{,}24\cdot 10^{-5}\ \text{Дж}.$$

Ответ: $A_1 = 4{,}1\cdot 10^{-5}$ Дж, $A_2 = 1{,}24\cdot 10^{-5}$ Дж.

Пример 5. *Два равных точечных заряда $Q_1 = Q_2 = 7\cdot 10^{-11}$ Кл находятся на расстоянии $l = 10$ см один от другого. Определите напряженность и потенциал поля в точках B и C (рис. 1.12). $h = 5$ см, $a = 5$ см. Постройте графики зависимости потенциала и напряженности от расстояния для точек, расположенных на линии, соединяющей заряды, и на перпендикуляре к ней, симметричном относительно зарядов.*

Дано:	Решение
$Q_1 = Q_2 = 7\cdot 10^{-11}$ Кл $l = 10$ см $h = 5$ см $a = 5$ см $E - ?$, $\varphi - ?$	Электростатическое поле создается двумя точечными зарядами. В любой точке пространства потенциал результирующего поля может быть найден по принципу суперпозиции: $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$, где φ_1 и φ_2 – потенциалы, созданные зарядами Q_1 и Q_2.

Рассмотрим некоторую произвольную точку M и введем оси координат, показанные на рис. 1.12.

При таком выборе осей координат расстояния r_1 и r_2 от каждого из зарядов до точки $M\ (x, y)$ можно записать в виде

$$r_1 = \sqrt{x^2 + y^2}, \qquad r_2 = \sqrt{(\ell - x)^2 + y^2}.$$

Тогда потенциал точки M

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} + \frac{1}{\sqrt{\left(\ell - x\right)^2 + y^2}}\right). \qquad (1)$$

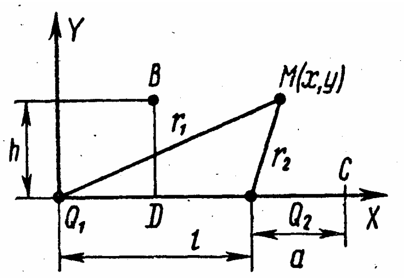


Рис. 1.12

Проекции вектора напряженности на оси координат легко определить дифференцированием выражения (1)

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}} - \frac{l-x}{|(l-x)^2+y^2|^{3/2}}\right\}, \qquad (2)$$

$$E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}y\left\{\frac{1}{(x^2+y^2)^{3/2}} + \frac{1}{|(l-x)^2+y^2|^{3/2}}\right\}.$$

Выражения (2) позволяют найти модуль и направление вектора $\vec{E}$ в любой точке поля.

Исследуя выражения (1) и (2), можно построить графики зависимости потенциала и проекций E_x и E_y от соответствующих координат.

Координаты точки B: $x = \frac{l}{2}$, $y = h$. Координаты точки C: $x = l + a$, $y = 0$. Подставляя их в выражения (1) и (2), находим потенциалы и проекции вектора напряженности в указанных точках.

В точке B:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2}{\sqrt{l^2/4+h^2}} = 18 \text{ В}, \qquad E_x = 0,$$

$$E_y = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}h\frac{2}{(l^2/4+h^2)^{3/2}} = 180 \text{ В/м}.$$

В точке B вектор напряженности направлен вверх параллельно оси OY, по модулю $E = E_y = 180$ В/м.

В точке C:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{l+a} + \frac{1}{a}\right) = 17 \text{ В}, \qquad E_x = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(l+a)^2} + \frac{1}{a^2}\right] = 280 \text{ В/м}.$$

$E_y = 0$.

При расчете E_x [см. (2)] в точках, где $x > l$, $y = 0$, выражения $(l-x) < 0$, $\left[(l-x)^2 + y^2\right]^{3/2} = |l-x|^3$.

В точке C вектор напряженности направлен вправо вдоль оси OX, при этом $E = E_x = 280$ В/м. Для точек, лежащих на прямой, соединяющей заряды, $y = 0$ и $\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{|x|} + \dfrac{1}{|l-x|}\right)$.

Для этих точек $\varphi > 0$ при любом x; $\varphi \to \infty$ при $x \to 0$ и $x \to l$. Очевидно, что в области $0 < x < l$ потенциал имеет минимум. Из выражения E_x для точек $y = 0$ видно, что $\varphi = \varphi_{\text{мин}}(E_x = 0)$ при $x = l/2$. Примерный график $\varphi(x)$ для этой области изображен на рис. 1.13,а.

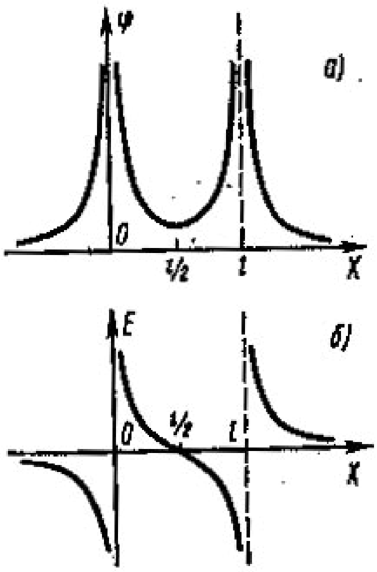


Рис. 1.13

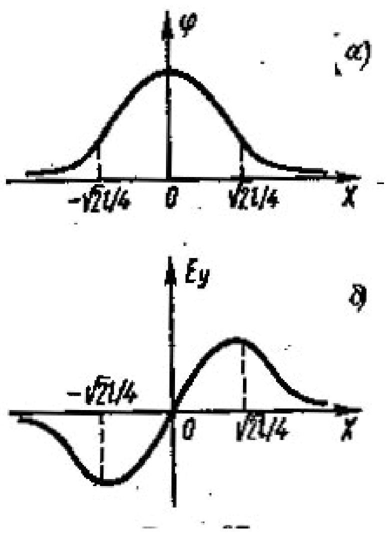


Рис. 1.14

Для точек $y = 0$ [см. (2)]

$$E_x = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{x}{|x|^3} + \frac{l-x}{|l-x|^3}\right),\ E_y = 0.$$

В соответствии с этим выражением

$$E_x = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(l-x)^2}\right],\ 0 < x < l,$$

причем $E_x > 0$, если $x < l/2$; $E_x < 0$, если $x > l/2$.

$$E_x = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(l-x)^2}\right\} > 0 \ \ (x > l);$$

$$E_x = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left\{-\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(l+|x|)^2}\right\} < 0 \ \ (x < 0).$$

Напряженность терпит разрыв в точках $x=0$ и $x=l$, причем $E_x \to \pm\infty$, если $x \to 0$, и $E_x \to \mp\infty$, если $x \to l$.

График $E_x(x)$ для прямой $y=0$ показан на рис. 1.13,б.

Для точек, лежащих на прямой DB, $x=l/2$ и выражения (1) и (2) принимают такой вид:

$$\varphi = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{l^2/4+y^2}}$$

$$E_x = 0 \quad E_y = \frac{Qy}{2\pi\varepsilon_0(l^2/4+y^2)^{3/2}}$$

Очевидно, что $\phi > 0$ при всех значениях y, знак проекции E_y определяется знаком ординаты y.

При $y = \pm\sqrt{2}l/4 = \pm 3{,}5$ см производная $dEy/dy = 0$ и, следовательно, E_y имеет экстремальные значения. Соответственно, для $\varphi(y)$ это будут точки перегиба. Примерные графики $\varphi(y)$ и $E_y(y)$ показаны на рис. 1.14а, б.

Ответ: $\varphi_B = 18$ В; $E_B = 180$ В/м; $\varphi_C = 17$ В; $E_C = 280$ В/м;

Пример 6. *В вакууме имеется скопление зарядов в форме длинного цилиндра радиуса $R_0 = 2$ см (рис. 1.15). Объемная плотность зарядов ρ постоянна и равна 2 мкКл/м^3. Определите напряженность поля в точках 1 и 2, лежащих на расстояниях $r_1 = 1$ см, и $r_2 = 3$ см от оси цилиндра, и разность потенциалов между этими точками. Постройте графики $E_r(r)$ и $\varphi(r)$.*

Дано:
$R_0 = 2$ см
$\rho = 2$ мкКл/м^3
$r_1 = 1$ см
$r_2 = 3$ см

$E - ?$, $\Delta\varphi - ?$

Решение

Поле создано зарядом, равномерно распределенным по объему. Конфигурация зарядов позволяет считать, что поле обладает осевой симметрией: силовые линии – прямые и в любой плоскости, перпендикулярной оси цилиндра, радиальны. (Очевидно, что вблизи концов цилиндра и при очень больших r силовые линии не будут радиальны.)

Предполагаемая симметрия позволяет искать напряженность поля с помощью теоремы Гаусса. Вспомогательной поверхности следует придать форму цилиндрической поверхности, коаксиальной заряду. Длина этого цилиндра может быть произвольной, но заведомо много меньше, чем длина заряженного цилиндра, в противном случае предположение о плоскорадиальной структуре поля несправедливо.

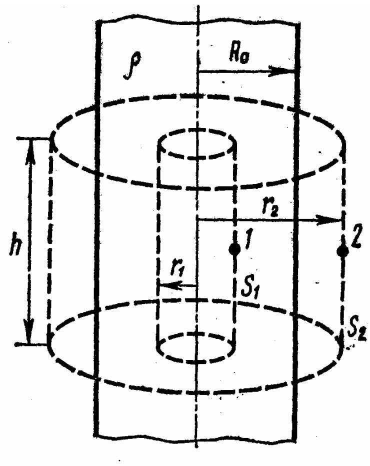


Рис. 1.15

Разность потенциалов можно найти, используя выражение напряженности поля как функции координат:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 Edl = \int_1^2 E_z dr . \qquad (1)$$

Очевидно, что разность потенциалов двух заданных точек не зависит от выбора начала отсчета потенциала. Однако по условию задачи требуется еще построить график зависимости $\varphi(r)$. Для этого надо предварительно выбрать начало отсчета потенциала. Из приведенных выше соображений о симметрии поля ясно, что оно не может находиться в бесконечности.

По-видимому, характер функциональной зависимости $E(r)$ для точек, лежащих внутри и вне объемного заряда, различен. Поэтому следует провести две вспомогательные цилиндрические поверхности S_1 и S_2 с радиусами $r_1 < R_0$ и $r_2 > R_0$. Для каждой поверхности теорема Гаусса может быть записана в виде

$$\oint_{S_{1.2}} Eds = \frac{\Sigma Q}{\varepsilon_0} \qquad (2)$$

Боковая поверхность вспомогательного цилиндра и его торцы находятся заведомо в разных условиях относительно силовых линий поля, причем во всех точках торцов угол между векторами $\vec{E}$ и $d\vec{S}$ равен $\pi / 2$ и поток вектора напряженности сквозь торцовые поверхности равен нулю. На боковых поверхностях $S_{1,2,\text{бок}}$ нормаль совпадает с направлением радиус-вектора, поэтому и

$$\oint_{S_{1.2}} Eds = \oint_{S_{1.2\text{бок}}} E_r dS .$$

Все точки боковой поверхности находятся в одинаковых условиях относительно заряда, что позволяет считать E_r постоянной величиной. Тогда

$$\int\limits_{S_{1.2бок}} E_r dS = E_r \int\limits_{S_{1.2бок}} dS = E_r 2\pi r h , \qquad (3)$$

где r и h – радиус и высота вспомогательной поверхности.

Сумма зарядов, охваченных вспомогательной поверхностью, стоящая в правой части выражения (2), зависит от радиуса вспомогательной поверхности.

При $r < R_0$

$$\Sigma Q = \rho\pi r^2 h. \tag{4}$$

(Следует обратить внимание, что r – это расстояние от оси цилиндра до точки, в которой отыскивается напряженность поля и одновременно радиус вспомогательной поверхности S_1.)

Подставляя выражение (4) в (2) и заменяя интеграл по замкнутой поверхности S_1 правой частью равенства (3), получаем

$$E_r 2\pi rh = \rho\pi r^2 h / \varepsilon_0 \quad E_r = \rho r / (2\varepsilon_0). \tag{5}$$

При $r > R_0$ $\sum Q = \rho\pi R_0^2 h$.

Подставляя это выражение в (2) и заменяя интеграл по замкнутой поверхности S_2 правой частью равенства (3), получаем

$$E_r 2\pi rh = \rho\pi R_0^2 h / \varepsilon_0,$$

откуда

$$E_r = \rho R_0^2 h / (2\varepsilon_0 r). \tag{6}$$

Подставляя в (5) $r = r_1$ и в (6) $r = r_2$, находим:

$$E_1 = 1{,}1 \cdot 10^3 \text{ В/м}; \; E_2 = 1{,}5 \cdot 10^3 \text{ В/м}.$$

Для определения разности потенциалов между точками *1* и *2* по равенству (1) интеграл следует разбить на два: в пределах от точки *1* до поверхности, ограничивающей объемный заряд, и от этой поверхности до точки *2*:

$$\int_1^2 E_r dr = \int_1^{R_0} E_r dr + \int_{R_0}^2 E_r dr.$$

В первый интеграл следует подставлять выражение (5), во второй – выражение (6):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left\{\int_{r_1}^{R_0} r dr + R_0^2 \frac{dr}{r}\right\} = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left(\frac{R_0^2}{2} - \frac{r_1^2}{2} + R_0 \ln\frac{r_2}{R_0}\right) = 35 \text{ В}.$$

Для построения графика $E_r(r)$ на основании выражений (5) и (6) целесообразно сначала рассчитать E_r при $r = R_0$:

$$E(R_0) = \rho R_0 / (2\varepsilon_0) = 2{,}3 \cdot 10^3 \text{ В/м}.$$

Расчет по формулам (5) и (6) дает один и тот же результат, так как напряженность на этой поверхности не терпит разрыва.

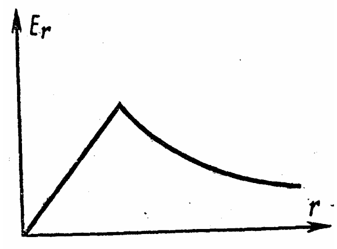


Рис. 1.16

Графическая зависимость $E_r(r)$ показана на рис. 1.16.

График зависимости $\varphi(r)$ можно построить из анализа графика $E_r(r)$ учитывая, что $E_r = -d\varphi / dr$. Начало отсчета потенциала можно выбрать в любой точке области, где справедливы выражения (4) и (5). Выберем начало отсчета на оси объемного заряда: $\varphi(0) = 0$. Так как во всей области $E_r > 0$, т.е. $(d\varphi / dr) < 0$, то потенциал непрерывно убывает. В области $r < R_0$ величина E_r возрастает $[(dE_r / dr) > 0]$, соответственно $(d^2\varphi / dr^2) < 0$ и график $\varphi(r)$ обращен вогнутостью вниз. При $r > R_0$ величина E_r убывает $dE_r / dr) < 0]$, соответственно $(d^2\varphi / dr^2) > 0$ и график $\varphi(r)$ обращен вогнутостью вверх. При $r = R_0$ кривая $\varphi(r)$ имеет точку перегиба (вторая производная изменяет знак).

График $\varphi(r)$ изображен на рис. 1.17. Если изменить начало отсчета потенциала, то характер графика не изменяется, например, при выборе начала отсчета на поверхности объемного заряда $[\varphi(R_0) = 0]$ график примет вид, изображенный на рис. 1.17 пунктиром.

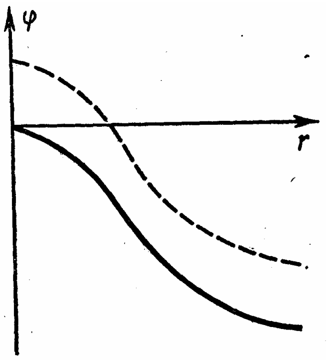


Рис. 1.17

Ответ: $E_1 = 1{,}1 \cdot 10^3$ В/м; $\mathrm{E}_2 = 1{,}5 \cdot 10^3$ В/м; $\Delta\varphi = 35$ В.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Средний уровень

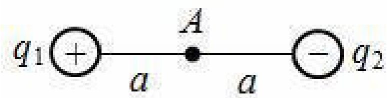
1. Электрический потенциал – это …

1) величина, характеризующая магнитные свойства поля;
2) энергетическая характеристика электростатического поля;
3) силовая характеристика электростатического поля;
4) скалярная величина, численно равная кинетической энергии электрона.

2. В некоторой точке поля, созданного точечным зарядом, потенциал равен 4 В. Расстояние между точкой и зарядом уменьшили в 2 раза, при этом потенциал стал равным…

1) 8 В; 2) 16 В; 3) 2 В; 4) 1 В.

3. Электрическое поле образовано двумя разноименными одинаковыми по величине зарядами $q_1 = +q$ и $q_2 = -q$. Определите потенциал в точке A поля.



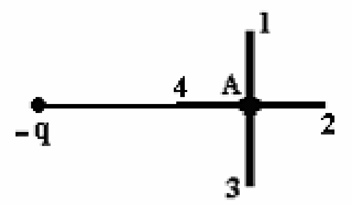
1) $\varphi = 0$; 2) $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a}$;

3) $\varphi = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a}$; 4) $\varphi = -\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a}$.

4. Электрический заряд q на расстоянии r от точечного электрического заряда Q обладает потенциальной энергией W. Какой потенциальной энергией будет обладать электрический заряд $3q$ на расстоянии r от заряда Q?

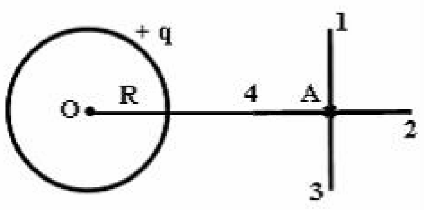
1) $3W$; 2) $9W$; 3) $1/9W$; 4) $1/3W$.

5. Поле создано точечным зарядом $-q$. Укажите направление градиента потенциала в точке A.



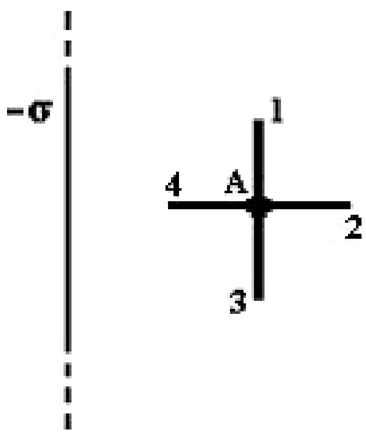
1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

6. Поле создано равномерно заряженной сферической поверхностью с точечным зарядом $+q$. Укажите направление градиента потенциала в точке A.



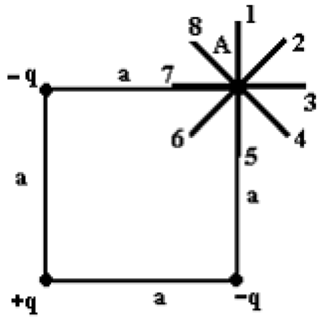
1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

7. Поле создано бесконечной равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда $-\sigma$. Укажите направление градиента потенциала в точке A.

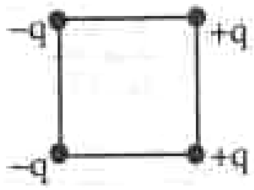


1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

8. Электростатическое поле создано системой точечных зарядов $-q$, $+q$ и $-q$. В каком направлении ориентирован градиент потенциала поля в точке A (см. рисунок)?



9. Каждый из четырех одинаковых по модулю точечных зарядов (см. рисунок), расположенных в вершинах квадрата, создает в точке пересечения диагоналей электрическое поле, напряженность которого равна E.

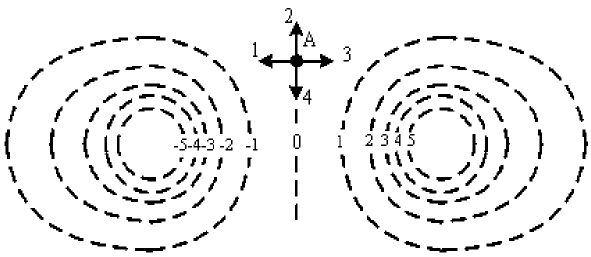


Градиент потенциала поля в этой точке равен ________и направлен горизонтально…

1) $4E$, влево; 2) $4\sqrt{2}E$, влево; 3) $4E$, вправо; 4) $2\sqrt{2}E$, вправо.

10. На рисунке показаны эквипотенциальные линии системы зарядов и значения потенциала на них.

Вектор напряженности электрического поля в точке A ориентирован в направлении…



1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

11. На рисунке изображены силовые линии электростатического поля. Укажите верное соотношение для потенциала поля в точках A, B и C.

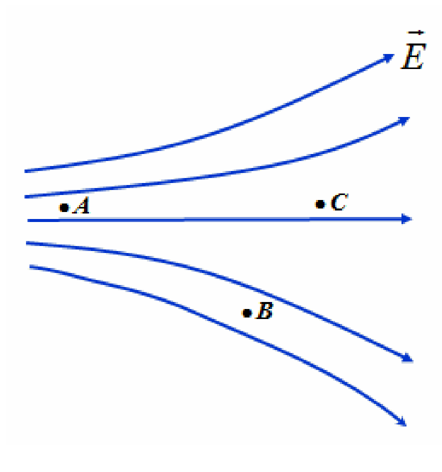
1) $\varphi_A < \varphi_B < \varphi_C$;

2) $\varphi_A = \varphi_B > \varphi_C$;

3) $\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C$;

4) $\varphi_A = \varphi_B < \varphi_C$;

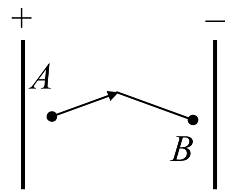
5) $\varphi_A > \varphi_B > \varphi_C$.



12. Два проводника заряжены до потенциалов 34 В и −16 В. Заряд 100 нКл нужно перенести со второго проводника на первый. При этом необходимо совершить работу (в мкДж), равную …

1) 5 мкДж; 2) 18 мкДж; 3) −18 мкДж; 4) −5 мкДж/

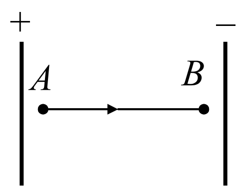
13. В электрическом поле плоского конденсатора перемещается заряд $+q$ в направлении, указанном стрелкой.



Тогда работа сил поля на участке AB …

1) отрицательна;
2) положительна;
3) равна нулю.

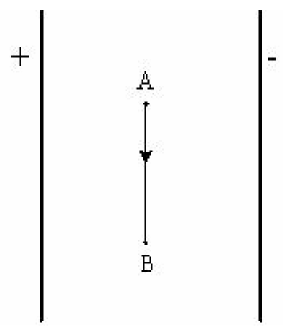
14. В электрическом поле плоского конденсатора перемещается заряд $+q$ в направлении, указанном стрелкой.



Тогда работа сил поля на участке AB …

1) отрицательна;
2) положительна;
3) равна нулю.

15. В электрическом поле плоского конденсатора перемещается заряд $+q$ в направлении, указанном стрелкой.



Тогда работа сил поля на участке AB …

1) отрицательна;
2) положительна;
3) равна нулю.

16. Относительно статических электрических полей справедливы утверждения….

1) Электростатическое поле совершает работу над переносимым зарядом.
2) Электростатическое поле является вихревым.
3) Силовые линии поля разомкнуты.
4) Работа поля по перемещению заряда по замкнутому контуру *не равна* нулю.

17. Относительно статических электрических полей справедливы утверждения…

1) Электростатическое поле является потенциальным.
2) Поток вектора напряженности электростатического поля сквозь произвольную замкнутую поверхность всегда равен нулю.

3) Электростатическое поле действует как на неподвижные, так и на движущиеся электрические заряды.

4) Силовые линии поля замкнуты.

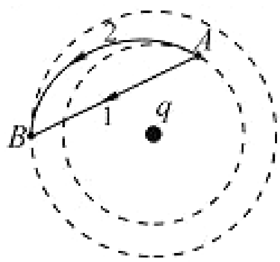
18. Электростатическое поле создается бесконечной плоскостью, равномерно заряженной с поверхностной плотностью $\sigma = 1$ нКл/м^2. Определите разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащими на расстоянии $x_1 = 20$ см и $x_2 = 50$ см от плоскости.

1) 16,9 В; 2) 23,6 В; 3) 9 В; 4) 7,2 В.

19. Работа сил электрического поля при перемещении заряда –2 мкКл из точки поля с потенциалом 20 В в точку с потенциалом 40 В равна…

1) $-40 \cdot 10^{-6}$ Дж; 2) −40 Дж; 3) $40 \cdot 10^{-6}$ Дж; 4) 40 Дж.

20. Поле создано точечным зарядом q. Пробный заряд перемещают из точки A в точку B по двум различным траекториям. Верным является утверждение ...



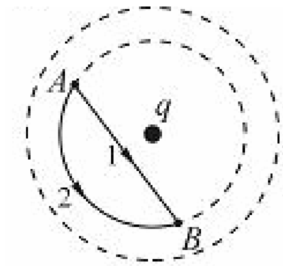
1) наибольшая работа совершается при движении по траектории 2;

2) работа в обоих случаях одинакова и равна нулю;

3) работа в обоих случаях одинакова и не равна нулю;

4) наибольшая работа совершается при движении по траектории 1.

21. Поле создано точечным зарядом q. Пробный заряд перемещают из точки A в точку B по двум различным траекториям. Верным является утверждение ...



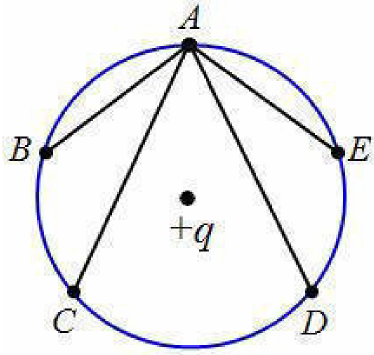
1) наибольшая работа совершается при движении по траектории 2;

2) работа в обоих случаях одинакова и равна нулю;

3) работа в обоих случаях одинакова и не равна нулю;

4) наибольшая работа совершается при движении по траектории 1.

22. В электрическом поле точечного заряда $+q$ (см. рисунок) из точки A в точки B, C, D и E перемещают заряд q_0. Для работы по перемещению заряда q_0 ($q_0 < 0$) в поле заряда q справедливо соотношение…



1) $A_{AB} = A_{AC} = A_{AD} = A_{AE} = 0$;

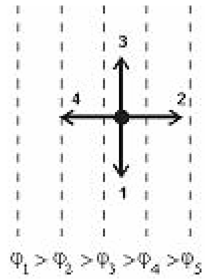
2) $A_{AB} = A_{AE} > A_{AC} = A_{AD}$,

3) $A_{AB} = A_{AE} < A_{AC} = A_{AD}$,

4) $A_{AB} > A_{AE} > A_{AC} > A_{AD}$;

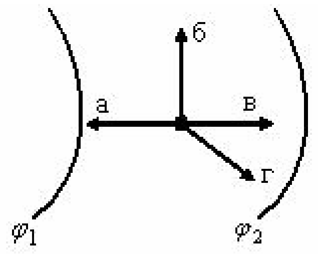
5) $A_{AB} < A_{AE} < A_{AC} < A_{AD}$.

23. На рисунке показаны эквипотенциальные поверхности электростатического поля. Вектор напряженности поля имеет направление ...



1) 1; 2) 2;
3) 3; 4) 4.

24. Протон перемещаясь между двумя эквипотенциальными поверхностями. Если $\varphi_1 > \varphi_2$, то протон будет двигаться в направлении...



1) 1; 2) 2;
3) 3; 4) 4.

Достаточный уровень

1. Какую работу надо совершить, чтобы заряды 1 и 2 нКл, находящиеся в воздухе на расстоянии 0,5 м, сблизить до 0,1 м?

Ответ: $A = 1{,}4 \cdot 10^{-7}$ Дж.

2. Электрическое поле образовано двумя параллельными пластинами, находящимися на расстоянии 2 см друг от друга. Разность потенциалов между ними 120 В. Какую скорость получит электрон под действием поля, пройдя по силовой линии в 3 мм?

Ответ: $\upsilon = 2{,}5 \cdot 10^{6}$ м/с.

3. Заряженная частица, пройдя ускоряющую разность потенциалов $6 \cdot 10^{5}$ В, приобрела скорость 5400 км/с. Определите массу частицы, если ее заряд равен $2e$.

Ответ: $m = 1{,}3 \cdot 10^{-26}$ кг.

4. Какая работа совершается при перенесении точечного заряда $2 \cdot 10^{-8}$ Кл из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии 1 см от поверхности шара радиусом 1см с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 10^{-9}$ Кл/см^2?

Ответ: $A = 113$ мкДж.

5. На расстоянии $r_1 = 4$ см от бесконечно длинной заряженной нити находится точечный заряд $q = 0,6 \cdot 10^{-9}$ Кл. Под действием поля заряд перемещается до расстояния $r_2 = 2$ см. При этом совершается работа $A = 5 \cdot 10^{-6}$ Дж. Найдите линейную плотность заряда нити.

Ответ: $\tau = 3,7$ мкКл/м.

6. Определите линейную плотность бесконечно длинной заряженной нити, если работа сил поля, создаваемого этой нитью, по перемещению заряда $q = 1$ нКл с расстояния $r_1 = 10$ см до расстояния $r_2 = 5$ см в направлении, перпендикулярном нити, равна $0,1$ мДж.

Ответ: $\tau = 8 \cdot 10^{-6}$ Кл/м.

7. Электрическое поле образовано положительно заряженной бесконечной нитью, линейная плотность заряда которой $\tau = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл/см. Какую скорость получит электрон под действием поля, приблизившись к нити с расстояния в 1 см до расстояния 0,5 см от нити?

Ответ: $\upsilon = 296 \cdot 10^{7}$ м/с.

8. Около заряженной бесконечно протяженной плоскости находится точечный заряд $q = 0,6 \cdot 10^{-9}$ Кл. Под действием поля заряд перемещается по силовой линии на расстояние 2 см. При этом совершается работа $A = 5 \cdot 10^{-6}$ Дж. Найдите поверхностную плотность заряда на плоскости.

Ответ: $\sigma = 6,7$ мкКл/м^2.

9. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе, расстояние между пластинами которого $d = 1$ см, находится заряженная капелька массой $m = 5 \cdot 10^{-11}$ г. При отсутствии электрического поля капелька вследствие сопротивления воздуха падает с некоторой постоянной скоростью. Если к пластинам конденсатора приложена разность потенциалов $U = 600$ В, то капелька падает вдвое медленнее. Найдите заряд капельки.

Ответ: $q = 4,1 \cdot 10^{-18}$ Кл.

10. Заряд -1 нКл притянулся к бесконечной плоскости с поверхностной плотностью заряда $0,2$ мкКл/м^2. На каком расстоянии от плоскости находился заряд, если работа сил поля по его перемещению равна 1 мкДж?

Ответ: $r = 8,85 \cdot 10^{-2}$ м.

11. Между двумя вертикальными пластинами, находящимися на расстоянии друг от друга, на нити висит заряженный бузиновый шарик, масса которого равна 0,1 г. После того как на пластины была подана разность потенциалов 1000 В, нить с шариком отклонилась на угол 10^0. Определите заряд шарика.

Ответ: $q = 1{,}73$ нКл.

12. Мыльный пузырь с зарядом $q = 2{,}22 \cdot 10^{-10}$ Кл находится в равновесии в поле горизонтального плоского конденсатора. Найдите разность потенциалов между пластинами конденсатора, если масса пузыря равна $m = 0{,}01$ г и расстояние между пластинами $d = 5$ см.

Ответ: $U = 22$ кВ.

13. Электрон влетает с некоторой начальной скоростью υ_0 в плоский конденсатор параллельно пластинам и на равном расстоянии от них. К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов $U = 300$ В. Расстояние между пластинами $d = 2$ см, длина конденсатора $l = 10$ см. Какова должна быть предельная начальная скорость электрона, чтобы он не вылетел из конденсатора?

Ответ: $\upsilon_0 = 3{,}64 \cdot 10^7$ м/с.

14. Электрон влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $\upsilon_0 = 10^7$ м/с. Напряженность поля в конденсаторе $E = 10$ кВ/м; длина конденсатора $l = 5$ см. Найдите модуль и направление скорости υ электрона при вылете его из конденсатора.

Ответ: $\upsilon = 1{,}33 \cdot 10^7$ м/с, $\alpha \approx 41^0$.

15. Положительный заряд равномерно распределен по поверхности шара радиусом $R = 1$ см. Поверхностная плотность заряда $\sigma = 10^{-9}$ Кл/м^2. Какую работу надо совершить, чтобы перенести положительный заряд $q = 9 \cdot 10^{-9}$ из бесконечности на поверхность шара?

Ответ: $A = 1{,}13 \cdot 10^{-9}$ Дж.

16. На расстоянии $r = 6$ см от центра равномерно заряженной сферы радиусом $R = 11$ мм напряженность электрического поля равна $E = 77$ В/м. Определите потенциал сферы и поверхностную плотность заряда на сфере.

Ответ: $\varphi = 179{,}2$ В.

17. Эквипотенциальная линия проходит через точку поля с напряженностью $E = 5$ кВ/м, отстоящую от создающего заряда на расстоянии $r_1 = 2{,}5$ см. На каком расстоянии от создающего поле заряда нужно провести другую эквипотенциальную линию, чтобы напряжение между линиями было $U = 25$ В?

Ответ: $r_2 = 31{,}2$ мм.

18. Расстояние между зарядами $q_1 = 10$ нКл и $q_2 = -1$ нКл равно 1,1 м. Найдите напряженность поля в точке на прямой, соединяющей заряды, в которой потенциал поля равен нулю.

Ответ: $E = 990$ В/м.

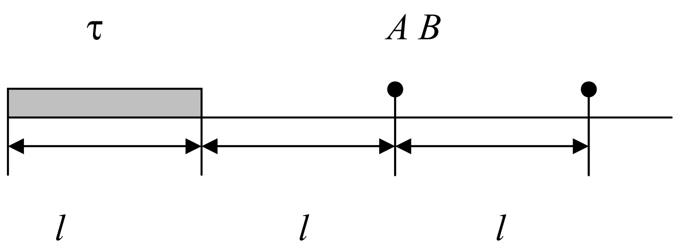
19. Определите модуль вектора напряженности электростатического поля в точке M (0,1; 0,2; 0,8), потенциал которой равен: а) $\varphi = Axy$; б) $\varphi = B\left(x^2 - y^2\right)$, где $A = 10$ В/м^2; $B = 40$ В/м^2.

Ответ: а) $E = 2{,}2$ В/м; б) $E = 17{,}9$ В/м.

20. Между двумя пластинами, расположенными горизонтально в вакууме на расстоянии $d = 4{,}8$ мм друг от друга, падает отрицательно заряженная шарообразная капелька масла радиусом $r = 1{,}4 \cdot 10^{-5}$ м с ускорением $a = 5{,}8$ м/с^2. Сколько «избыточных» электронов имеет капелька, если разность потенциалов между пластинами $U = 1$ кВ? Плотность масла $\rho = 800$ кг/м^3.

Ответ: $n = 1{,}1 \cdot 10^3$.

21. На отрезке прямого тонкого проводника равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = +10^{-8}$ Кл/см. Определите работу по перемещению заряда $q = 1$ нКл из точки A в точку B (см. рисунок).



Ответ: $A = 2{,}62$ мкДж.

1.4. Электрический диполь

Диполь – это система двух точечных, равных по абсолютному значению и противоположных по знаку зарядов, находящихся на некотором расстоянии друг от друга.

Вектор l, проведенный от отрицательного заряда диполя к его положительному заряду, называется плечом диполя.

Электрическим моментом диполя $\vec{p}$ называется вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному, равный произведению $|q|$ на вектор $\vec{l}$:

$$\vec{p} = |q|\vec{l}\ .$$

Диполь называется точечным, если его плечо много меньше расстояния r от центра диполя до точки, в которой определяют действие диполя ($l \ll r$).

Напряженность поля точечного диполя

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}\sqrt{1 + 3\cos^2\alpha}\,,$$

где $\vec{p}$ – электрический момент диполя; r – модуль радиус-вектора, проведенного от центра диполя к точке, в которой определяют напряженность поля; α – угол между радиус-вектором $\vec{r}$ и плечом $\vec{l}$ диполя (рис.1.18).

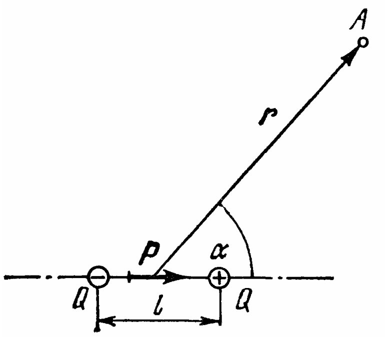


Рис. 1.18

Напряженность поля точечного диполя в точке, лежащей на оси диполя ($\alpha = 0$),

$$E = \frac{p}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}.$$

Напряженность поля точечного диполя в точке, лежащей на перпендикуляре к плечу диполя, восстановленном из его середины ($\alpha = \frac{\pi}{2}$),

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}.$$

Потенциал поля точечного диполя

$$\varphi = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}\cos\alpha.$$

Потенциал поля точечного диполя в точке, лежащей на оси диполя ($\alpha = 0$),

$$\varphi = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}.$$

Потенциал поля точечного диполя в точке, лежащей на перпендикуляре к плечу диполя, восстановленном из его середины ($\alpha = \frac{\pi}{2}$),

$$\varphi = 0.$$

Напряженность и потенциал неточечного диполя определяются, как для системы зарядов.

Механический момент $\vec{M}$, действующий на диполь с электрическим моментом $\vec{p}$, помещенный в однородное электрическое поле с напряженностью $\vec{E}$,

$$\vec{M} = \left[\vec{p}\vec{E}\right], \text{ или } M = pE\sin\alpha,$$

где α – угол между направлениями векторов $\vec{p}$ и $\vec{E}$.

В неоднородном электрическом поле кроме механического момента (пары сил) на диполь действует еще некоторая сила. В случае поля, обладающего симметрией относительно оси x, эта сила определяется по формуле

$$F_x = p\frac{\partial E}{\partial x}\cos\alpha,$$

где $\frac{\partial E}{\partial x}$ – частная производная напряженности поля, характеризующая степень неоднородности поля в направлении оси x.

При $\alpha > \frac{\pi}{2}$ сила F_x положительна. Это значит, что под ее действием диполь втягивается в область сильного поля.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. *Диполь с электрическим моментом $p = 2$ нКл·м находится в однородном электрическом поле с напряженностью $E = 30$ кВ/м. Вектор $\vec{p}$ составляет угол $\alpha = 60°$ с направлением силовых линий поля. Определите работу A, произведенную внешними силами при повороте диполя на угол $\beta = 30°$.*

Дано:
$p = 2$ нКл·м
$E = 30$ кВ/м
$\alpha = 60°$
$\beta = 30°$

$A - ?$

Решение

Из исходного положения (рис. 1.19а), диполь можно повернуть на угол $\beta = 30° = \frac{\pi}{6}$ двумя способами: по часовой стрелке до угла $\alpha_1 = \alpha - \beta = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$ (рис. 1.19,б) или против часовой стрелки до угла $\alpha_2 = \alpha + \beta = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ (рис. 1.19в).

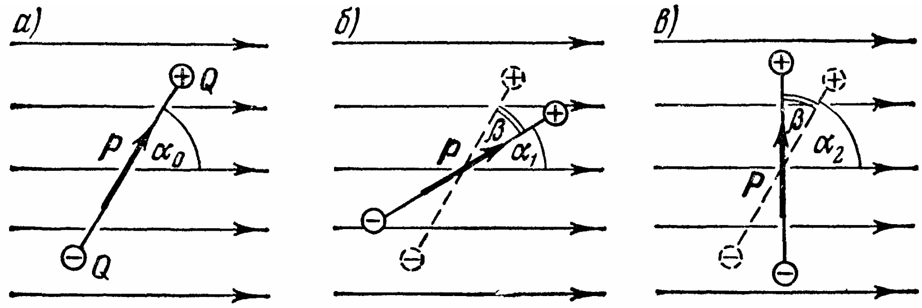


Рис. 1.19

В первом случае диполь будет поворачиваться под действием сил поля. Следовательно, работа внешних сил при этом отрицательна. Во втором случае поворот может быть произведен только под действием внешних сил, и, следовательно, работа внешних сил при этом положительна.

Элементарная работа, совершаемая при повороте диполя на угол α

$$dA = Md\alpha = pE\sin\alpha d\alpha,$$

а полная работа при повороте на угол от α до α_1

$$A_1 = \int_{\alpha}^{\alpha_1} pE\sin\alpha d\alpha = pE\int_{\alpha}^{\alpha_1}\sin\alpha d\alpha = -pE(\cos\alpha_1 - \cos\alpha) =$$

$$= pE(\cos\alpha - \cos\alpha_1) = -21{,}9 \text{ мкДж}.$$

Работа внешних сил при повороте диполя против часовой стрелки

$$A_2 = \int_{\alpha}^{\alpha_2} pE\sin\alpha d\alpha = pE\int_{\alpha}^{\alpha_2}\sin\alpha d\alpha = -pE(\cos\alpha_2 - \cos\alpha) =$$

$$= pE(\cos\alpha - \cos\alpha_2) = 30 \text{ мкДж}.$$

Ответ: $A_1 = -21{,}9$ мкДж, $A_2 = 30$ мкДж.

Пример 2. *Точечный диполь с электрическим моментом $p = 5$ пКл·м свободно установился в поле точечного заряда $q = 100$ нКл на расстоянии $r = 10$ см от него. Определите для этой точки $\left|\dfrac{dE}{dr}\right|$, характеризующую степень неоднородности поля в направлении силовой линии, и силу F, действующую на диполь.*

Дано:	Решение
$p = 5$ пКл·м $q = 100$ нКл $r = 10$ см	Напряженность поля, в котором установился диполь $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{\varepsilon r^2}$
$\left\lvert\dfrac{dE}{dr}\right\rvert - ?$ $F - ?$	Степень неоднородности поля $\dfrac{dE}{dr} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\dfrac{2q}{r^3}\right);$

$$\left|\frac{dE}{dr}\right| = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r^3};$$

$$\left|\frac{dE}{dr}\right| = \frac{2\cdot 10^{-7}}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12} 0{,}1^3} = 1{,}8\,\text{МВ/м}^2.$$

Сила, действующая на диполь,

$$F = p\frac{\partial E}{\partial r}\cos\alpha;$$

$$\alpha = 0,\ \cos 0^0 = 1,\ \text{поэтому}\ F = p\frac{\partial E}{\partial r};$$

$$F = 5\cdot 10^{-12}\cdot 1{,}8\cdot 10^6 = 9\ \text{мкН}.$$

Ответ: $\left|\frac{dE}{dr}\right| = 1{,}8$ МВ/м^2, $F = 9$ мкН.

Пример 3. *Диполь с электрическим моментом $p = 100$ пКл·м прикреплен к упругой нити (см. рисунок). Когда в пространстве, где находится диполь, было создано электрическое поле с напряженностью $E = 3$ кВ/м перпендикулярно плечу диполя и нити, диполь повернулся на угол $\alpha = 30°$. Определите постоянную кручения C нити.*

Дано:
$p = 100$ пКл·м
$E = 3$ кВ/м
$\alpha = 30°$

$C - ?$

Решение

Постоянной кручения называют величину, равную моменту силы, который вызывает закручивание нити на 1 радиан.

Момент, закручивающий нить на угол α,

$$M = C\alpha,$$

где $C -$ постоянная кручения.

$$C = \frac{M}{\alpha}.$$

Так как $M = pE\sin\alpha$, то $C = \dfrac{pE\sin\alpha}{\alpha}$.

$$C = \frac{10^{-10}\cdot 3000\cdot \sin 30^0}{\dfrac{\pi}{6}} = 286\,\text{нН}\cdot\text{м/рад}.$$

Ответ: $C = 286$ нН·м/рад.

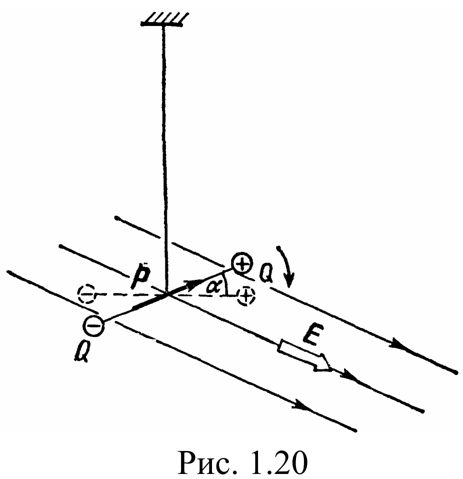


Рис. 1.20

Пример 4. *В атоме йода, находящемся на расстоянии* $r = 1$ *нм от альфа-частицы, индуцирован электрический момент* $p = 1{,}5 \cdot 10^{-32}$ *Кл·м. Определите поляризуемость* α *атома йода.*

Дано:
$p = 1{,}5 \cdot 10^{-32}$ Кл·м
$r = 1$ нм
$\alpha - ?$

Решение

Индуцированный электрический момент атома

$$p = \alpha \varepsilon_0 E_{\text{лок}},$$

где $\alpha -$ поляризуемость атома; $E_{\text{лок}} -$ напряженность локального поля, в котором находится атом.

В данном случае таким полем является поле, созданное альфа-частицей.

Напряженность этого поля

$$E_{\text{лок}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2|e|}{\varepsilon r^2},$$

Из формулы для индуцированного электрического момент атома выразим α:

$$\alpha = \frac{p}{\varepsilon_0 E_{\text{лок}}} = \frac{2\pi r^2 p}{|e|}.$$

$$\alpha = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-18} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-32}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 5{,}89 \cdot 10^{-30} \text{ м}^3.$$

Ответ: $\alpha = 5{,}89 \cdot 10^{-30}$ м^3

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Средний уровень

1. Электрический диполь – это система…

1) двух равных по величине, но противоположных по знаку зарядов ($+q$ и $-q$), расположенных в одном и том же месте пространства;

2) двух равных по величине положительных зарядов ($+q$), расположенных в одном и том же месте пространства;

3) двух равных по величине отрицательных зарядов ($-q$), расположенных в одном и том же месте;

4) двух равных по величине, но противоположных по знаку зарядов ($+q$ и $-q$), расположенных на некотором расстоянии l друг от друга;

д) двух равных по величине, но противоположных по знаку зарядов ($+q$ и $-q$), расположенных в одном и том же месте пространства.

2. Электрический дипольный момент $\vec{p}$ (характеристика диполя) – это...

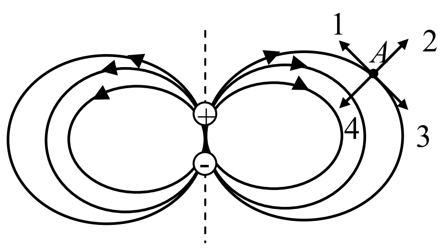
1) вектор, направленный от отрицательного к положительному заряду $\vec{p} = |q|\vec{l}$;

б) вектор, направленный от положительного к отрицательному заряду $\vec{p} = |q|\vec{l}$;

в) вектор, направленный перпендикулярно плоскости, в которой находятся положительный и отрицательный заряды $\vec{p} = |q|\vec{l}$.

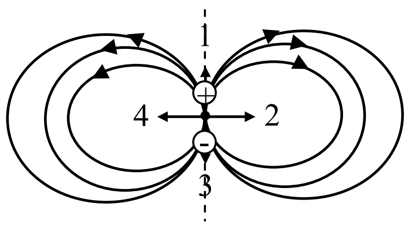
3. На рисунке представлены силовые линии электрического поля диполя. Вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$ в точке A ориентирован в направлении….

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.



4. На рисунке представлены силовые линии электрического поля диполя. Электрический дипольный момент диполя ориентирован в направлении….

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.



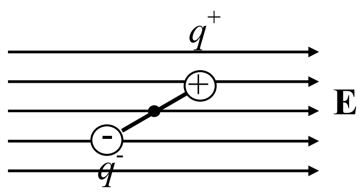
5. Поляризация диэлектрика – это..

1) процесс появления связанных зарядов в диэлектрике во внешнем электрическом поле;

2) процесс перераспределения связанных зарядов в диэлектрике во внешнем электрическом поле;

3) приобретение диэлектриком отличного от нуля электрического дипольного момента.

6. На рисунке изображен электрический диполь в однородном электрическом поле. Как будет направлен вращающий момент, действующий на диполь в данном случае?



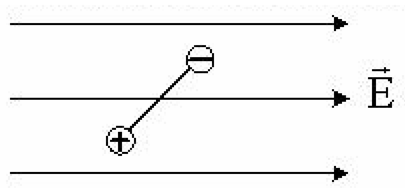
1) по направлению поля;

2) против направления поля;

3) перпендикулярно направлению поля к нам;

4) перпендикулярно направлению поля от нас.

7. Жесткий электрический диполь находится в однородном электростатическом поле. Момент сил, действующий на диполь, направлен...



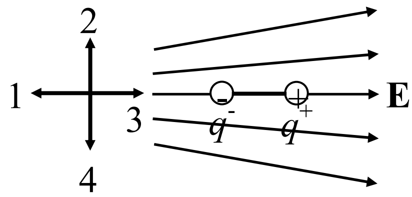
1) от нас;

2) против вектора напряженности поля;

3) к нам;

4) вдоль вектора напряженности поля.

8. На рисунке изображен электрический диполь в неоднородном электрическом поле. Сила, действующая на диполь, в данном случае ориентирована в направлении….



1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

9. Какие вещества называются диэлектриками?

1) вещества, не способные к спонтанной намагниченности;

2) вещества, не способные проводить электрический ток;

3) вещества, обладающие кристаллической структурой;

4) вещества, хорошо проводящие электрический ток.

10. Какие утверждения справедливы для *неполярного* диэлектрика?

1) дипольный момент молекул диэлектрика в отсутствие внешнего электрического поля равен нулю;

2) диэлектрическая восприимчивость диэлектрика обратно пропорциональна температуре;

3) ионная поляризация молекул диэлектрика возникает при смещении подрешетки положительных ионов вдоль поля, а отрицательных – против поля;

4) Поляризованность диэлектрика прямо пропорциональна напряженности электрического поля.

11. Какие утверждения справедливы для полярного диэлектрика?

1) дипольный момент молекул диэлектрика в отсутствии внешнего электрического поля равен нулю;

2) диэлектрическая восприимчивость обратно пропорциональна температуре;

3) образец диэлектрика в неоднородном внешнем электрическом поле втягивается в область более сильного поля.

12. Какие утверждения справедливы для сегнетоэлектрика?

1) в определенном температурном интервале имеет место самопроизвольная поляризация в отсутствие внешнего электрического поля;

2) диэлектрическая проницаемость зависит от напряженности поля;

3) в отсутствии внешнего электрического поля дипольные электрические моменты доменов равны нулю.

13. При помещении диэлектрика, состоящего из *неполярных* молекул, в электростатическое поле …

1) в образце присутствуют только индуцированные электрические дипольные моменты атомов; вектор поляризованности образца направлен против направления внешнего поля;

2) в образце присутствуют только индуцированные электрические дипольные моменты атомов; вектор поляризованности образца направлен по направлению внешнего поля;

3) происходит ориентирование имевшихся электрических дипольных моментов молекул; вектор поляризованности образца направлен против направления внешнего поля;

4) происходит ориентирование имевшихся электрических дипольных моментов молекул; вектор поляризованности образца направлен по направлению внешнего поля.

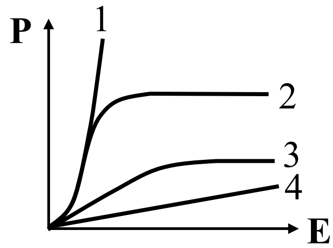
14. Напряженность электрического поля внутри диэлектрика всегда…

1) больше, чем в вакууме в ε раз;

2) не зависит от ε;

3) меньше, чем в вакууме в ε раз.

15. На рисунке представлены графики, отражающие характер зависимости поляризованности p диэлектрика от напряженности поля E.



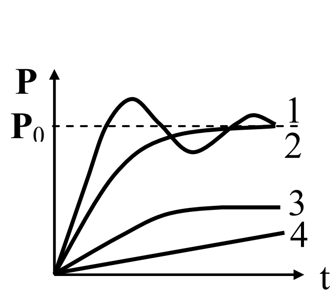
Укажите зависимость, соответствующую...

1) *неполярным* диэлектрикам;

2) *полярным* диэлектрикам;

3) *сегнетоэлектрикам.*

16. На рисунке представлены графики, отражающие характер зависимости поляризованности P диэлектрика от времени t при включении электрического поля напряженностью $\vec{E}$. Укажите зависимость, соответствующую ионному и электронному механизмам поляризации:



1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

17. Связь между основными характеристиками электрического поля в диэлектриках отображается соотношениями: $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$; $\vec{D} = (1+\chi)\varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$; $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$; $\vec{P} = \chi\varepsilon_0 \vec{E}$, где $\varepsilon = 1+\chi$ – относительная диэлектрическая проницаемость среды; $\vec{E}_0$ – напряженность электрического поля в вакууме; $\vec{E}$ – напряженность электрического поля в диэлектрике; $\vec{D}$ – индукция (смещение) электрического поля; $\vec{P}$ – вектор поляризации (поляризованность). Относительная диэлектрическая проницаемость среды зависит от….

1) давления, температуры и других внешних факторов;

2) структуры и химического состава вещества и других внешних факторов;

3) структуры и химического состава вещества, а также от давления, температуры и других внешних факторов.

18. Связь между основными характеристиками электрического поля в диэлектриках отображается соотношениями: $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$; $\vec{D} = (1+\chi)\varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$; $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$; $\vec{P} = \chi\varepsilon_0 \vec{E}$, где $\varepsilon = 1+\chi$– относительная диэлектрическая проницаемость среды; $\vec{E}_0$ – напряженность электрического поля в вакууме; $\vec{E}$ – напряженность электрического поля в диэлектрике; $\vec{D}$ – индукция (смещение) электрического поля; $\vec{P}$ – вектор поляризации (поляризованность). Относительная диэлектрическая проницаемость среды показывает….

1) во сколько раз электрическое поле возрастает, если оно создано в какой-либо среде;

2) во сколько раз электрическое поле ослабевает, если оно создано в какой-либо среде.

3) электрическое поле не изменяется, если оно создано в какой-либо среде;

Достаточный уровень

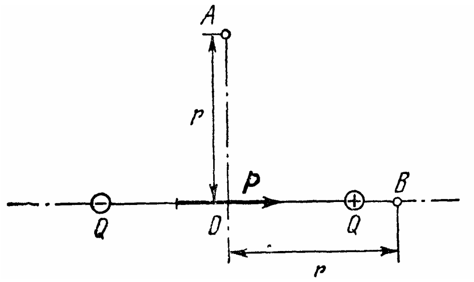
1. Электрический диполь образован зарядами, равными $q = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл, удаленными на расстояние $l = 0,5$ см, расположенными в воде. Определите потенциал поля, созданного этим диполем в точке A, удаленной от диполя на расстояние $r = 0,5$ м в направлении под углом $\alpha = 30°$.

Ответ: $\varphi = 4,3 \cdot 10^{-11}$ В.

2. Расстояние l между зарядами $q = 3,2$ нКл диполя равно 12 см. Найдите напряженность E и потенциал φ поля, созданного диполем в точке, удаленной на расстояние $r = 8$ см как от первого, так и от второго заряда.

Ответ: $E = 6,72$ кВ/м.

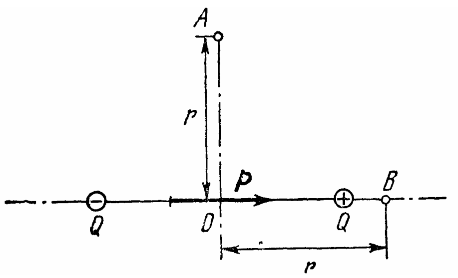
3. Диполь с электрическим моментом $p = 0{,}12$ нКл·м образован двумя точечными зарядами $q = 1$ нКл. Определите напряженность E и потенциал φ электрического поля в точках A и B, находящихся на расстоянии $r = 8$ см от центра диполя.



Ответ: $E_A = 1{,}08$ кВ/м; $\varphi_A = 0$;

$E_B = 22$ кВ/м; $\varphi_B = 386$ В.

4. Определите напряженность E и потенциал φ электрического поля, созданного диполем в точках A и B. Электрический момент диполя $p = 1$ пКл·м, расстояние от точек A и B до центра диполя $r = 10$ см.



Ответ: $E_A = 9$ В/м; $\varphi_A = 0$;

$E_B = 18$ В/м; $\varphi_B = 0{,}9$ В.

5. Определите напряженность E и потенциал φ поля, создаваемого диполем с электрическим моментом $p = 4$ пКл·м на расстоянии $r = 10$ см от центра диполя, в направлении, составляющем угол $\alpha = 60°$ с вектором электрического момента.

Ответ: $E = 47{,}6$ В/м; $\varphi = 1{,}8$ В.

6. Диполь с электрическим моментом $p = 1$ пКл·м равномерно вращается с частотой $n = 10^3$ с$^{-1}$ относительно оси, проходящей через центр диполя и перпендикулярной его плечу. Вывести закон изменения потенциала как функцию времени в некоторой точке, отстоящей от центра диполя на $r = 1$ см и лежащей в плоскости вращения диполя. Принять, что в начальный момент времени потенциал φ_0 интересующей нас точки равен нулю.

Ответ: $\varphi = A \sin \omega t$, где $A = 90$ В, $\omega = 6{,}28 \cdot 10^3$ с$^{-1}$.

7. Диполь с электрическим моментом $p = 20$ нКл·м находится в однородном электрическом поле с напряженностью $E = 50$ кВ/м. Вектор электрического момента составляет угол $\alpha = 60°$ с линиями поля. Какова потенциальная энергия П диполя? За нулевую потенциальную энергию примите энергию, соответствующую такому расположению диполя, когда вектор электрического момента диполя перпендикулярен линиям поля.

Ответ: $П = -500$ мкДж.

8. Диполь с электрическим моментом $p = 100$ пКл·м свободно устанавливается в однородном электрическом поле с напряженностью $E = 150$ кВ/м. Вычислите работу A, необходимую для того, чтобы повернуть диполь на угол $\alpha = 180°$.

Ответ: $A = 30$ мкДж.

9. Диполь с электрическим моментом $p = 200$ пКл·м находится в неоднородном электрическом поле. Степень неоднородности поля характеризуется величиной $\frac{dE}{dx} = 1$МВ/м^2, взятой в направлении оси диполя. Вычислите силу F, действующую на диполь в этом направлении.

Ответ: $F = 0{,}2$ мН.

10. Диполь с электрическим моментом $p = 4$ пКл·м свободно установился в поле, созданном бесконечной прямой нитью, заряженной с линейной плотностью $\tau = 500$ нКл/м, на расстоянии $r = 10$ см от нее. Определите в этой точке величину $\left|\frac{dE}{dr}\right|$, характеризующую степень неоднородности поля в направлении силовой линии, и силу F, действующую на диполь.

Ответ: $\left|\frac{dE}{dr}\right| = 0{,}9$ МВ/м^2, $F = 3{,}6$ мкН.

1.5. Электроемкость. Конденсаторы

Электрической емкостью (или просто емкостью) уединенного проводника называется скалярная физическая величина, характеризующая способность проводника удерживать электрический заряд и численно равная заряду, который необходимо сообщить проводнику, чтобы его потенциал изменился на 1 В,

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta \varphi},$$

где Δq – заряд, сообщенный проводнику; $\Delta\varphi$ – изменение потенциала проводника.

Электроемкость уединенной проводящей сферы радиусом R, находящейся в бесконечной среде с диэлектрической проницаемостью ε,

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R.$$

Электроемкость конденсатора

$$C = \frac{q}{\Delta \varphi},$$

где q – заряд конденсатора; $\Delta\varphi$ – разность потенциалов на обкладках конденсатора.

Электроемкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d},$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей пространство между обкладками конденсатора; S – площадь обкладки; d – расстояние между обкладками.

Электроемкость плоского конденсатора, заполненного n слоями диэлектрика толщиной d_i каждый с диэлектрическими проницаемостями ε_i (слоистый конденсатор),

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2} + ... + \frac{d_n}{\varepsilon_n}}.$$

Электроемкость цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)},$$

где R_1 и R_2 – радиусы цилиндрических обкладок конденсатора; l – длина конденсатора; ε – относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего пространство между цилиндрами.

Электроемкость сферического конденсатора

$$C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1},$$

где R_1 и R_2 – радиусы сферических обкладок конденсатора; ε – относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего пространство между сферами.

Электроемкость последовательно соединенных конденсаторов

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n},$$

где n – число конденсаторов;

в случае двух конденсаторов $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$;

в случае n одинаковых конденсаторов с электроемкостью C_1 каждый $C = \frac{C_1}{n}$.

Электроемкость параллельно соединенных конденсаторов,

$$C = C_1 + C_2 + ... + C_n,$$

в случае двух конденсаторов $C = C_1 + C_2$;

в случае n одинаковых конденсаторов с электроемкостью C_1 каждый $C = nC_1$.

Энергия поля заряженного проводника

$$W_э = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q\varphi}{2}.$$

Энергия поля заряженного конденсатора

$$W_э = \frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{QU}{2}, \text{ или } W_э = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 V.$$

Энергия поля поляризованного диэлектрика

$$W_э = \frac{1}{2}(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E^2 V.$$

Объемная плотность энергии (энергия электрического поля, приходящаяся на единицу объема)

$$\omega = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{ED}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon\varepsilon_0},$$

где E – напряженность электрического поля в среде с диэлектрической проницаемостью ε; D – электрическое смещение.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. *Электроемкость плоского воздушного конденсатора $C = 1$ нФ, расстояние между обкладками $d = 4$ мм. На помещенный между обкладками конденсатора заряд $Q = 4{,}9$ нКл действует сила $F = 98$ мкН. Площадь обкладки $S = 100\,см^2$. Определите: 1) напряженность поля; 2) разность потенциалов между обкладками; 3) энергию поля конденсатора; 4) объемную плотность энергии.*

Дано:	Решение
$C = 1$ нФ $d = 4$ мм $Q = 4{,}9$ нКл $F = 98$ мкН $S = 100$ см^2 $\varepsilon = 1$ $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м	Поле между обкладками плоского конденсатора однородное. Напряженность поля конденсатора $E = F / Q$, где F – сила, с которой поле действует на заряд Q, помещенный между обкладками конденсатора. Разность потенциалов между обкладками $U = Ed$.
$E - ?, U - ?,$ $W_Э - ?,$ $w - ?$	Энергия поля конденсатора $W_Э = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S U^2}{2d}.$

Объемная плотность энергии

$$w = W_Э / V = W_Э / (Sd),$$

где $V = Sd$ – объем поля конденсатора.

Выполним вычисления:

$$E = 9{,}8 \cdot 10^{-5} / \left(4{,}9 \cdot 10^{-9}\right) = 2 \cdot 10^{4}\ \text{В/м} = 20\ \text{кВ/м};$$

$$U = 2 \cdot 10^{4} \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 80\ \text{В};$$

$$W_Э = \frac{1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2} \cdot 80^{2}}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-3}} = 7{,}08 \cdot 10^{-8}\ \text{Дж} = 70{,}8\ \text{нДж};$$

$$w = \frac{7{,}08 \cdot 10^{-8}}{10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-3}} = 1{,}77 \cdot 10^{-3}\ \text{Дж/м}^{3}.$$

Ответ: 1) $E = 20$ кВ/м; 2) $U = 80$ В;
3) $W_Э = 70{,}8$ нДж; 4) $w = 1{,}77 \cdot 10^{-3}$ Дж/м^3.

Пример 2. *Найдите, как изменяется электроемкость и энергия плоского воздушного конденсатора, если параллельно его обкладкам ввести металлическую пластину толщиной* 1 *мм. Площадь обкладки конденсатора и пластины* 150 *см*^{2}*, расстояние между обкладками* 6 *мм. Конденсатор заряжен до* 400 *В и отключен от батареи.*

Дано:	Решение
$d_0 = 1$ мм $S = 150$ см^2 $d = 6$ мм $U = 400$ В $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м	Электроемкость и энергия конденсатора при внесении в него металлической пластины изменяются. Это вызвано тем, что при внесении металлической пластины уменьшается расстояние между пластинами от d до $(d - d_0)$.
$\Delta C - ?$, $\Delta W_Э - ?$	Используем формулу электроемкости плоского конденсатора: $C = \varepsilon\varepsilon_0 S / d$,

где S – площадь обкладки; d – расстояние между обкладками.

Изменение электроемкости конденсатора

$$\Delta C = C_2 - C_1 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d - d_0} - \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S d_0}{d\left(d - d_0\right)}.$$

Так как электростатическое поле в плоском конденсаторе однородное, плотность энергии во всех его точках одинакова и равна

$$w = \tfrac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^{2},$$

где E – напряженность поля между обкладками конденсатора.

При внесении металлической пластины параллельно обкладкам напряженность поля осталась неизменной, а объем области, в которой локализовано электрическое поле, уменьшился на величину

$$\Delta V = S\left(d - d_0\right) - Sd = -Sd_0.$$

Следовательно, изменение энергии (конечное значение ее меньше начального) произошло вследствие уменьшения объема поля конденсатора

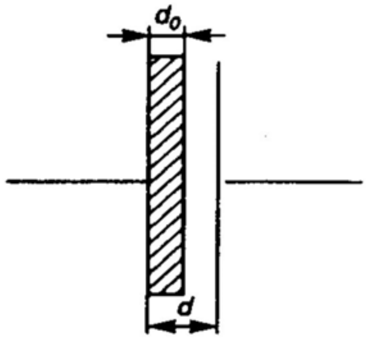


Рис. 1.22

$$\Delta W_Э = w\Delta V = -{}^1\!/_2\,\varepsilon\varepsilon_0 E^2 S d_0. \qquad (1)$$

Напряженность поля E определяется через градиент потенциала

$$E = -U / d, \qquad (2)$$

где U – разность потенциалов; d – расстояние между обкладками.

Формула (1) с учетом (2) принимает вид

$$\Delta W_Э = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U^2}{2d^2} S d_0.$$

Выполним вычисления:

$$\Delta C = \frac{1\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 15\cdot 10^{-3}\cdot 10^{-3}}{6\cdot 10^{-3}\cdot 5\cdot 10^{-3}} = 4{,}42\cdot 10^{-12}\ \text{Ф} = 4{,}42\ \text{пФ};$$

$$\Delta W_Э = \frac{8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 400^2}{2\cdot 6^2\cdot 10^{-6}}\cdot 15\cdot 10^{-3}\cdot 1\cdot 10^{-3} = 2{,}95\cdot 10^{-7}\ \text{Дж} = 295\,\text{нДж}.$$

Ответ: $\Delta C = 4{,}42$ пФ; $\Delta W_Э = 295$ нДж.

Пример 3. *Плоский конденсатор, площадь каждой пластины которого $S = 400\,см^2$, заполнен двумя слоями диэлектрика. Граница между ними параллельна обкладкам. Первый слой – прессшпан ($\varepsilon_1 = 2$) толщины $d_1 = 0{,}2\,см$; второй слой – стекло ($\varepsilon_2 = 7$) толщины $d_2 = 0{,}3$ см (рис. 1.23). Конденсатор заряжен до разности потенциалов $U = 600\,В$. Определите энергию конденсатора.*

Дано:	Решение
$S = 400\,\text{см}^2$ $\varepsilon_1 = 2$ $d_1 = 0{,}2\,\text{см}$ $\varepsilon_2 = 7$ $d_2 = 0{,}3\,\text{см}$ $U = 600\,\text{В}$	В конденсаторе электрическое поле практически локализовано между его обкладками. Энергия заряженного конденсатора может быть найдена по общей формуле для энергии электрического поля $$W = \int_V \omega_e dV, \qquad (1)$$
$W - ?$	где V – объем, в котором существует электрическое поле; $\omega_e = \varepsilon_0\varepsilon E^2 / 2$ – объемная плотность энергии поля.

Можно также рассчитать энергию конденсатора по формуле

$$W = CU^2 / 2, \tag{2}$$

где C – емкость конденсатора.

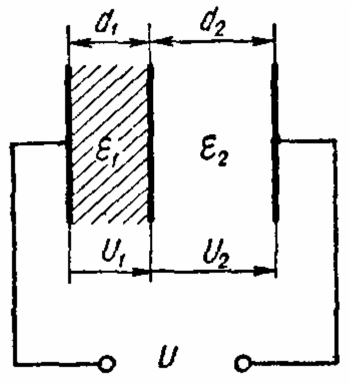


Рис. 1.23

При использовании первого метода следует по заданному значению U найти напряженность поля, применяя соотношение

$$U = \int_1^2 E dl, \tag{3}$$

Поскольку в плоском конденсаторе в пределах каждого диэлектрика поле однородно, равенство (3) может быть записано в виде

$$U = E_1 d_1 + E_2 d_2, \tag{4}$$

где индексы 1 и 2 относятся соответственно к первому и второму диэлектрикам.

Граница раздела диэлектриков параллельна обкладкам и, следовательно, нормальна силовым линиям поля. Поэтому

$$D_1 = D_2, \quad \varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2. \tag{5}$$

Уравнения (4) и (5) представляют собой систему неизвестных E_1 и E_2 при совместном решении которой получим

$$E_1 = \frac{U}{d_1 + \varepsilon_1 d_2 / \varepsilon_2} = \frac{\varepsilon_2 U}{\varepsilon_\tau d_1 + \varepsilon_1 d_2}, \quad E_2 = \frac{U}{\varepsilon_2 d_1 / \varepsilon_1 + d_2} = \frac{\varepsilon_1 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}. \tag{6}$$

В пределах объема каждого слоя плотность энергии постоянна и равенство (1) принимает вид

$$W = \varepsilon_0 \varepsilon_1 E_1^2 S d_1 / 2 + \varepsilon_0 \varepsilon_2 E_2^2 S d_2 / 2.$$

Учитывая выражения (6), после несложных преобразований получаем

$$W = \varepsilon_0 U^2 S \varepsilon_1 \varepsilon_2 / \left[2(\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2)\right] = 4{,}4 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}.$$

Для расчета энергии вторым способом [см. (2)] надо предварительно определить емкость:

$$C = Q / U, \tag{7}$$

где $Q = \sigma S$ – абсолютное значение заряда конденсатора.

Для того чтобы установить связь между разностью потенциалов U и зарядом Q, надо сначала найти напряженность поля, а затем, учитывая однородность поля, воспользоваться уравнением (4).

Напряженность поля в слое диэлектрика

$$E_i = \sigma / (\varepsilon_0 \varepsilon_i). \tag{8}$$

Если формула эта не очевидна, то следует сначала с помощью обобщенной теоремы Гаусса получить выражение для напряженности поля, создаваемого одной большой плоскостью, окруженной диэлектриком, а затем, используя принцип суперпозиции, найти напряженность между обкладками конденсатора.

Подставляя выражение (8), записанное для каждого из слоев в уравнение (4), находим

$$U = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}\right) = \frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2 S}\left(\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2\right).$$

Тогда емкость конденсатора [см. (7)]

$$C = \varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2 S / (\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2). \qquad (9)$$

После подстановки выражения (9) в (2) формула для расчета энергии примет тот же вид, что и в первом случае.

Ответ: $W = 4,4 \cdot 10^{-5}$ Дж.

Пример 4. *Плоский воздушный конденсатор ($S = 200$ см^2; $l_1 = 0,3$ см) заряжен до разности потенциалов $U_0 = 600$ В. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить расстояние между обкладками до $l_2 = 0,5$ см, не отключая конденсатор от источника (рис. 1.24)?*

Дано:	Решение
$S = 200$ см^2 $l_1 = 0,3$ см $U_0 = 600$ В $l_2 = 0,5$ см $A - ?$	Конденсатор соединен с источником, поэтому при любых манипуляциях разность потенциалов на его зажимах остается постоянной и равной U_0, при этом заряд может изменяться. Однородность поля между обкладками позволяет рассчитать силу взаимодействия F_1 пластин. При раздвижении пластин внешняя сила F равна и противоположна силе взаимодействия и ее работа

$$A^* = \int_1^2 F dI. \qquad (1)$$

С другой стороны, работу внешней силы можно определить из уравнения энергетического баланса:

$$\Delta W = A^* + A_{\text{ИСТ}}, \qquad (2)$$

где ΔW – изменение энергии конденсатора; $A_{\text{ИСТ}}$ – работа, совершаемая источником.

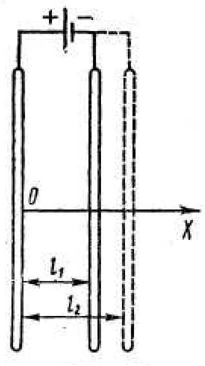


Рис. 1.24

Так как конденсатор соединен с источником, то изменение его энергии найдем по формуле

$$\Delta W = U_0^2 (C_2 - C_1)/2, \tag{3}$$

где C_2 и C_1 – соответственно конечная и начальная емкости конденсатора.

Работа, совершаемая источником,

$$A_{\text{ИСТ}} = \Delta Q U_0, \tag{4}$$

где ΔQ – заряд, протекший через источник и равный изменению заряда на обкладках конденсатора.

Следует отметить, что при расчете работы источника по формуле (4) знак работы определяется знаком ΔQ; работа источника положительна, когда он подает заряд на конденсатор, и в этом случае $\Delta Q > 0$.

Первый способ. Поскольку поле, создаваемое каждой из пластин, на небольших расстояниях однородно (следует предположить, что это сохраняется и при расстоянии $l = l_2$), то

$$F = E_1 Q, \tag{5}$$

где E_1 – напряженность поля, создаваемого одной из пластин; Q – абсолютное значение заряда второй пластины. Напряженность поля одной пластины

$$E_1 = \sigma/(2\varepsilon_0) = Q_1/(2\varepsilon_0 S),$$

где $Q_1 = Q$ – абсолютное значение заряда пластины, создающей поле.

Отсюда

$$Q = 2\varepsilon_0 S E_1.$$

Подставляя это выражение в (5), получаем

$$F = 2\varepsilon_0 S E_1^2. \tag{6}$$

Напряженность поля, созданного одной пластиной, вдвое меньше напряженности E между обкладками конденсатора. Благодаря однородности поля $U = El = 2E_1 l$, откуда $E_1 = \dfrac{U_0}{2l}$. Подставляя это выражение в (6), находим

$$F = \varepsilon_0 S U_0^2/(2l^2).$$

Как видно, сила взаимодействия между пластинами, а, следовательно, и внешняя сила, раздвигающая пластины, при напряжении U_0 непрерывно изменяются с расстоянием l. Если ввести ось OX и предположить, что перемещается отрицательная пластина конденсатора, то выражение (1) можно переписать в виде

$$A^* = \int_1^2 F_x dx\,,$$

где $F_x = F$; $l = x -$координата второй пластины. При раздвижении обкладок x изменяется в пределах от l_1 до l_2. Тогда

$$A^* = \frac{\varepsilon_0 S U_0^2}{2}\int_{l_1}^{l_2}\frac{dx}{x^2} = \frac{\varepsilon_0 S U_0^2}{2}\left(\frac{1}{l_1} - \frac{1}{l_2}\right) = 4{,}2 \text{ мкДж}. \qquad (7)$$

Второй способ. Из уравнения (2)

$$A^* = \Delta W - A_{\text{ИСТ}}\,. \qquad (8)$$

Так как $U_0 = \text{const}$, то изменение заряда конденсатора

$$\Delta Q = (C_2 - C_1)U_0\,,$$

откуда [см. (4)]

$$\text{А}_{\text{ИСТ}} = U_0^2(C_2 - C_1)\,, \qquad (9)$$

Подставляя выражения (9) и (3) в (8), получим

$$\text{А}^* = -U_0^2(C_2 - C_1)/2\,.$$

Изменение емкости конденсатора $(C_2 - C_1) = \varepsilon_0 S\left(\frac{1}{l_2} - \frac{1}{l_1}\right)$, откуда

$$A^* = \frac{U_0^2\varepsilon_0 S}{2}\left(\frac{1}{l_1} - \frac{1}{l_2}\right).$$

При использовании этих методов решения необходимо оговаривать медленность движения пластины. В первом случае это позволяет считать, что внешняя сила все время равна по модулю силе взаимодействия пластин, во втором случае это позволяет считать, что за все время движения напряжение на обкладках конденсатора равно U_0, тогда сила тока настолько мала, что можно не учитывать потери энергии на джоулево тепло.

Ответ: $A^* = 4{,}2$ мкДж.

Пример 5. *Два конденсатора емкостью по* 3 *мкФ заряжены один до напряжения 100 В, а другой до 200 В. Определите напряжение на обкладках полученной батареи, если конденсаторы соединены параллельно одноименно заряженными обкладками; разноименно заряженными обкладками.*

Дано:	Решение
$C_1 = C_2 = 3$ мкФ $U_1 = 100$ В $U_2 = 400$ В	Напряжение U, заряд q и емкость C конденсатора связаны между собой соотношением $$q = CU.$$
$U' - ?$, $U'' - ?$	Заряд первого конденсатора $q_1 = C_1 U_1$.

Заряд второго конденсатора $q_2 = C_2 U_2$.

1) При соединении конденсаторов одноименно заряженными обкладками заряд полученной батареи

$$q = q_1 + q_2,$$

электроемкость батареи

$$C = C_1 + C_2 = 2C_1,$$

напряжение на обкладках полученной батареи

$$U' = \frac{q}{C} = \frac{q_1 + q_2}{2C_1} = \frac{U_1 C_1 + U_2 C_2}{2C_1} = \frac{C_1(U_1 + U_2)}{2C_1} = \frac{U_1 + U_2}{2};$$

$$U' = \frac{100 + 200}{2} = 150\,\text{В}.$$

2) При соединении конденсаторов разноименно заряженными обкладками заряд батареи

$$q = q_2 - q_1,$$

электроемкость батареи

$$C = C_1 + C_2 = 2C_1,$$

напряжение на обкладках батареи

$$U'' = \frac{q}{2C_1} = \frac{q_2 - q_1}{2C_1} = \frac{U_2 C_2 - U_1 C_1}{2C_1} = \frac{C_1(U_2 - U_1)}{2C_1} = \frac{U_1 - U_2}{2};$$

$$U'' = \frac{200 - 100}{2} = 50\,\text{В}.$$

Ответ: $U' = 150$ В; $U'' = 50$ В.

Пример 6. *Под действием силы притяжения $F = 1$ мН диэлектрик между обкладками конденсатора находится под давлением $p = 1$ Па. Определите энергию и объемную плотность энергии поля конденсатора, если расстояние между его обкладками $d = 1$ мм.*

Дано:	Решение
$F = 1$ мН $p = 1$ Па $d = 1$ мм $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м	Известно, что давление $$p = \frac{F}{S},$$ где F – сила; S – площадь.
$W - ?$, $\omega - ?$	Сила F, с которой притягиваются обкладки коденсатора,

$$F = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 S}{2}.$$

Из этой формулы выразим напряженность электрического поля в конденсаторе:

$$E = \sqrt{\frac{2F}{\varepsilon\varepsilon_0 S}}.$$

Учитывая, что напряжение на обкладках конденсатора $U = Ed$, а электроемкость конденсатора $C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$, получим

$$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} \cdot \frac{E^2 d^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S \cdot 2F \cdot d^2}{d \cdot 2 \cdot \varepsilon\varepsilon_0 S} = Fd;$$

$$W = 10^{-3} \cdot 10^{-3} = 10^{-6} \text{ Дж}.$$

Объемная плотность энергии электрического поля

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{W}{Sd} = p = 1 \text{ Дж/м}^3.$$

Ответ: $W = 10^{-6}$ Дж; $\omega =$ Дж/м^3.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Средний уровень

1. Электрическая емкость (электроемкость) проводника:

1) характеристика проводника, количественная мера его способности удерживать электрический заряд;

2) характеристика электрического поля проводника;

3) физическая величина, численно равная количеству электричества, на которое необходимо изменить заряд проводника, чтобы его потенциал изменился на единицу.

2. Электрическая емкость (электроемкость) проводника зависит от:

1) формы поверхности, линейных размеров, расположения относительно других проводников, среды, окружающей проводник, от его заряда и потенциала;

2) формы поверхности, линейных размеров, расположения относительно других проводников, среды, окружающей проводник, и не зависит от его заряда и потенциала;

3) формы поверхности, линейных размеров, среды, окружающей проводник, и не зависит от его заряда и потенциала, расположения относительно других проводников.

3. Электрическая емкость (электроемкость) проводника:

1) прямо пропорциональна заряду проводника, $C \sim q$;

2) обратно пропорциональна потенциалу проводника, $C \sim \dfrac{1}{\varphi}$;

3) не зависит от заряда проводника и его потенциала.

4. Три одинаковых конденсатора один раз соединены последовательно, другой – параллельно. Во сколько раз и когда емкость батареи конденсаторов будет больше?

1) $\dfrac{C_{\text{парал}}}{C_{\text{послед}}} = \dfrac{1}{3}$; 2) $\dfrac{C_{\text{парал}}}{C_{\text{послед}}} = \dfrac{1}{9}$; 3) $\dfrac{C_{\text{парал}}}{C_{\text{послед}}} = 3$;

4) $\dfrac{C_{\text{парал}}}{C_{\text{послед}}} = 9$; 5) $\dfrac{C_{\text{парал}}}{C_{\text{послед}}} = 1$.

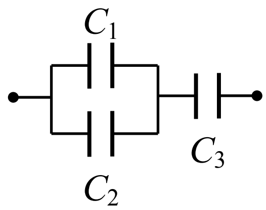
5. Три конденсатора емкостями $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ и $C_3 =$ мкФ соединены последовательно и присоединены к источнику напряжения с разностью потенциалов $U = 220$ В. Какое напряжение установится между пластинами конденсатора C_1?

1) 120 В; 2) 60 В; 3) 40 В; 4) 20 В.

6. В плоском конденсаторе увеличили расстояние между пластинами в 3 раза, а площадь пластин уменьшили в 2 раза. Как изменилась емкость конденсатора?

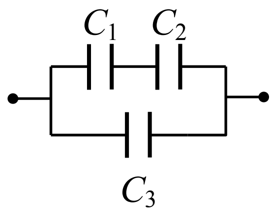
1) уменьшилась в 6 раз;
2) увеличилась в 6 раз;
3) не изменилась;
4) увеличилась в 3 раза;
5) уменьшилась в 2 раза.

7. На рисунке представлена схема соединения конденсаторов $C_1 = 1\text{мкФ}$, $C_2 = 1\text{мкФ}$, $C_3 = 2$ мкФ. Емкость C такого соединения…..



1) C>1 мкФ; 2) C> 2 мкФ; 3) C = мкФ;
4) C<1 мкФ; 5) C< 2 мкФ

8. На рисунке представлена схема соединения конденсаторов $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 1$ мкФ, $C_3 = 2$ мкФ. Емкость C такого соединения…



1) C>1 мкФ; 2) C> 2 мкФ; 3) C = 2 мкФ;
4) C<1 мкФ; 5) C< 2 мкФ.

9. Расстояние между обкладками плоского воздушного конденсатора, подключенного к источнику тока, увеличили в 2 раза. При этом энергия конденсатора...

1) увеличится в 2 раза;
2) уменьшится в 4 раза;
3) не изменится;
4) увеличится в 4 раза;
5) уменьшится в 2 раза.

Достаточный уровень

1. Пылинка, заряд которой $q = 6{,}4 \cdot 10^{-18}$ Кл, а масса $m = 10^{-14}$ кг, удерживается в равновесии в плоском конденсаторе с расстоянием между обкладками $d = 4$ мм. Определите разность потенциалов между обкладками конденсатора.

Ответ: $U = 62$ В.

2. При разности потенциалов $U_1 = 900$ В посередине межу обкладками плоского конденсатора в равновесии находилась пылинка. Расстояние между обкладками конденсатора $d = 10$ мм. При уменьшении напряжения пылинка через $t = 0{,}5$ с достигла нижней обкладки. Определите это напряжение.

Ответ: $U_2 = 896$ В.

3. Конденсатор, заряженный до напряжения $U_1 = 200$ В, соединен с незаряженным конденсатором такой же электроемкости: 1) параллельно; 2) последовательно. Какое напряжение установится между обкладками конденсатора в этих случаях?

Ответ: 1) $U = 100$ В; 2) $U = 200$ В.

4. Как нужно соединить три конденсатора электроемкостью $C_1 = 3$ мкФ, $C_2 = 6$ мкФ и $C_3 = 9$ мкФ, чтобы электроемкость полученной батареи была: 1) минимальной; 2) максимальной.

Ответ: 1) $C = 1{,}6$ мкФ; 2) $C = 18$ мкФ.

5. Напряженность E поля внутри плоского воздушного конденсатора с площадью обкладок по $S = 100$ см^2 равна 120 кВ/м. Напряжение на конденсаторе $U = 600$ В. Определите энергию, поверхностную плотность зарядов и электроемкость конденсатора.

Ответ: $W = 3{,}2 \cdot 10^{-5}$ Дж; $\sigma = 1{,}06 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2; $C = 1{,}77 \cdot 10^{-10}$ Ф.

6. Определите работу, совершаемую при раздвигании обкладок плоского конденсатора площадью $S = 100$ см^2 каждая на расстояние $x = 1{,}5$ см, при условии, что обкладки несут заряд $0{,}4$ и $-0{,}4$ мкКл.

Ответ: $A = 1{,}36 \cdot 10^{-2}$ Дж.

7. Объемная плотность энергии электрического поля внутри заряженного конденсатора с твердым диэлектриком равна $w = 3$ Дж/м^3. Определите давление, производимое пластинами конденсатора на диэлектрик.

Ответ: $p = 3$ Па.

8. Давление p, производимое обкладками плоского конденсатора на твердый диэлектрик, находящийся между ними, равно $1{,}5$ Па. Определите энергию электрического поля конденсатора и объемную плотность энергии, если площадь обкладок $S = 100$ см^2, а расстояние между ними $d = 0{,}5$ см.

Ответ: $W = 7{,}5 \cdot 10^{-5}$ Дж.

9. Найдите напряженность поля плоского конденсатора и объемную плотность энергии, если расстояние между обкладками конденсатора $d = 0{,}05$ м. Конденсатор заряжен до разности потенциалов $\Delta\varphi = 600$ В и обладает энергией $W = 3{,}2$ мкДж.

Ответ: $E = 12 \cdot 10^3$ В/м

10. Конденсатор с парафиновым диэлектриком заряжен до разности потенциалов $\Delta\varphi = 150$ В. Напряженность поля в нем $E = 6 \cdot 10^6$ В/м. Площадь пластин $S = 6$ см^2. Определите емкость конденсатора и поверхностную плотность заряда на обкладках ($\varepsilon = 2$).

Ответ: $\sigma = 1{,}06 \cdot 10^{-4}$ Кл/м^2; $C = 4{,}25 \cdot 10^{-10}$ Ф.

11. Конденсатор емкостью $C_1 = 16$ мкФ последовательно соединен с конденсатором неизвестной емкости, и они подключены к источнику постоянного напряжения $U = 12$ В. Определите емкость второго конденсатора, если заряд батареи $q = 24$ мкКл.

Ответ: $C_2 = 2{,}3 \cdot 10^{-6}$ Ф.

12. Батарею из двух конденсаторов емкостью $C_1 = 400$ и $C_2 = 500$ пФ, соединенных последовательно, включили в сеть с напряжением $U_1 = 220$ В. Потом батарею отключили от сети, конденсаторы разъединили и соединили параллельно обкладками, имеющими одноименные заряды. Каким станет напряжение на зажимах полученной батареи?

Ответ: $U_2 = 108{,}6$ В.

13. Заряд конденсатора $q = 1$ мкКл, площадь пластин $S = 100$ см^2, зазор между пластинками заполнен слюдой. Определите объемную плотность энергии поля конденсатора и силу притяжения пластин.

Ответ: $F = 0{,}94$ Н; $w = 24{,}2$ Дж/м^3.

14. К одной из обкладок плоского конденсатора прилегает стеклянная плоскопараллельная пластинка $(\varepsilon = 7)$ толщиной 9 мм. После того как конденсатор отключили от источника напряжением 220 В и вынули стеклянную пластинку, между обкладками установилась разность потенциалов 976 В. Определите расстояние между обкладками и отношение конечной и начальной энергий конденсатора.

Ответ: $d = 10^{-2}$ м; $\dfrac{W_2}{W_1} = 4{,}44$.

15. Найти объемную плотность энергии электрического поля, создаваемого заряженной металлической сферой радиусом $R = 5$ см на расстоянии $r = 5$ см от ее поверхности, если поверхностная плотность заряда на ней $\sigma = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2.

Ответ: $w = 0{,}014$ Дж/м^3.

16. Площадь пластин плоского слюдяного конденсатора $S = 1{,}1$ см^2, зазор между ними $d = 3$ мм. При разряде конденсатора выделилась энергия $W = 1$ мкДж. До какой разности потенциалов был заряжен конденсатор?

Ответ: $U = 1014$ В.

17. Энергия плоского воздушного конденсатора $W = 0,4$ нДж, разность потенциалов на обкладках $\Delta\varphi = 60$ В, площадь пластин $S = 1$ см^2. Определите расстояние между обкладками, напряженность и объемную плотность энергии поля конденсатора.

Ответ: $d = 0,004$ м; $E = 1,5 \cdot 10^4$ В/м; $w = 0,001$ Дж/м^3.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие частицы являются носителями электрического заряда?
2. Что значит зарядить тело? Изменяется ли при этом его масса?
3. Сформулируйте закон Кулона.
4. С какой силой действуют два одноименных и равных по величине заряда на третий заряд, помещенный посередине между ними?
5. Зависит ли сила взаимодействия зарядов от среды, в которой они находятся?
6. Каким образом заряды, находящиеся на некотором расстоянии друг от друга, взаимодействуют?
7. Дайте определение напряженности электрического поля. Какова единица измерения напряжённости?
8. Сформулируйте принцип суперпозиции электростатических полей.
9. Дайте определение линий напряжённости и опишите их свойства.
10. Почему электростатическое поле потенциально?
11. Что называется потенциалом электростатического поля? В каких единицах измеряется потенциал?
12. Как определяется потенциал поля системы зарядов?
13. Что называют разностью потенциалов между двумя точками электростатического поля?
14. Какие поверхности (линии) называются эквипотенциальными?
15. Как по картине эквипотенциальных линий построить картину силовых линий электростатического поля?
16. Какова связь между напряжённостью и потенциалом электростатического поля?
17. Рядом с нейтральным металлическим шаром находится точечный заряд. Изобразите картину силовых линий электрического поля во всем пространстве. То же самое сделайте для точечного заряда, находящегося вблизи поверхности Земли.
18. Сформулируйте теорему Гаусса. Приведите примеры её применения.
19. Чем строение проводников отличается от строения диэлектриков?
20. Что такое электростатическая защита?

21. В каком случае сила электростатического взаимодействия двух металлических шаров больше – при наличии одноименных или разноименных зарядов на шарах (при прочих равных условиях)?

22. Вблизи поверхности Земли существует электрическое поле и его напряженность такова, что разность потенциалов между точками на уровнях головы и пяток может быть равна 200 В. Представляет ли такое напряжение опасность для человека?

23. Всегда ли между проводником, заряженным положительно, и проводником, заряженным отрицательно, существует разность потенциалов?

24. Опишите процесс поляризации диэлектрика.

25. Почему к заряженному телу притягиваются лёгкие нейтральные бумажки?

26. Какие заряды называются а) поляризационными, б) свободными?

27. Дайте определение вектора электрического смещения. Что характеризует данный вектор?

28. Сформулируйте теорему Гаусса для электрического поля в диэлектриках.

29. Дайте определение вектора поляризации. Каков его физический смысл?

30. Что такое конденсатор? Где и с какой целью его применяют?

31. Дайте определение электроёмкости конденсатора. От каких параметров она зависит?

32. Как изменится плотность энергии электрического поля конденсатора, если его заряд увеличить в два раза?

33. Конденсатор заряжен и отключен от источника напряжения. Каким образом можно увеличить его энергию в два раза?

2. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

2.1. Основные законы постоянного тока

Электрический ток – это упорядоченное движение свободных заряженных частиц.

Свободные заряды – электрически заряженные микрочастицы, не связанные с конкретными атомами или молекулами вещества и способные перемещаться в нем на расстояния, многократно превышающие размеры атомов и молекул. В металлах свободными зарядами являются электроны, в электролитах – ионы, в газах – электроны и ионы, в полупроводниках – электроны и дырки.

Сила тока – скалярная величина, равная заряду, проходящему через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{dq}{dt},$$

где dq – заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время dt.

Плотность тока – векторная величина, направление которой совпадает с направлением вектора скорости упорядоченного движения положительно заряженных частиц, и численно равная заряду, проходящему в единицу времени через единицу площади поперечного сечения проводника

$$j = \frac{I}{S},$$

где S – площадь поперечного сечения проводника.

Сопротивление однородного проводника

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где ρ – удельное сопротивление вещества проводника; l – длина проводника.

Зависимость удельного сопротивления от температуры

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t),$$

где ρ и ρ_0 – удельные сопротивления соответственно при t и 0°C; t – температура (по шкале Цельсия); α – температурный коэффициент сопротивления.

Закон Ома для однородного участка цепи

$$I = \frac{U}{R},$$

где U – напряжение на концах участка.

Закон Ома в дифференциальной форме

$$I = \frac{E}{\rho},$$

где E – напряженность электрического поля в проводнике.

Законы соединения проводников

Соединение	**Последовательное**	**Параллельное**
Постоянный параметр цепи	$I = \text{const}$	$U = \text{const}$
Суммируемая величина	$U = \sum_{i=1}^{n} U_i$	$I = \sum_{i=1}^{n} I_i$
Общее сопротивление цепи	$R = \sum_{i=1}^{n} R_i$	$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$

Электродвижущая сила, действующая в цепи – скалярная величина, характеризующая действие сторонних сил в источниках тока и в замкнутой цепи, равная работе сторонних сил по перемещению единичного положительного электрического заряда вдоль этой цепи:

$$\varepsilon = \frac{A}{q} = \oint \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}.$$

Закон Ома для неоднородного участка цепи

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon}{R + r},$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка цепи; ε – ЭДС источников тока, входящих в участок; R – сопротивление участка цепи; r – внутреннее сопротивление источников тока.

Закон Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

где R – сопротивление внешнего участка цепи; ε и r – ЭДС и внутреннее сопротивление источника соответственно.

Правила Кирхгофа:

а) первое правило – алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле? равна нулю, т.е.

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0,$$

где n – число токов, сходящихся в узле.

б) второе правило – в замкнутом контуре алгебраическая сумма напряжений на всех участках контура равна алгебраической сумме электродвижущих сил, т.е.

$$\sum_{i=1}^{n} I_i R_i = \sum_{i=1}^{k} \varepsilon_i,$$

где I_i – сила тока на i-м участке; R_i – активное сопротивление i-го участка; ε_i – ЭДС источников тока на i-м участке; n – число участков, содержащих активное сопротивление; k – число участков, содержащих источники тока.

Работа тока на внешнем участке цепи

$$A = IUt = I^2 Rt = \frac{U^2 t}{R},$$

где t – время.

Полезная мощность тока

$$p = \frac{dA}{dt} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Полная мощность, выделяющаяся в цепи

$$p = I\varepsilon = \frac{\varepsilon^2}{R+r} /$$

Коэффициент полезного действия электрической установки

$$\eta = \frac{P_{\text{полезн}}}{P_{\text{полн}}} = \frac{IU}{I\varepsilon} = \frac{IR}{I(R+r)} = \frac{R}{R+r}.$$

Закон Джоуля – Ленца

$$Q = I^2 Rt = \frac{U^2}{R} t,$$

где Q – количество теплоты, выделяющееся в проводнике сопротивлением R за время t; I – сила тока, текущего по проводнику; U – напряжение (разность потенциалов) на концах проводника.

Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме

$$w = j^2 \rho.$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. *Напряжение на концах проводника сопротивлением $R = 5$ Ом за $t = 0{,}5\,с$ равномерно возрастает от $U_1 = 0$ до $U_2 = 20$ В. Какой заряд проходит по проводнику за это время?*

Дано:	Решение
$R = 5$ Ом	За время dt по проводнику переносится заряд $dq = Idt$,
$t = 0{,}5$ с	где $I = \frac{U(t)}{R}$ – сила тока в проводнике; R – сопротивление проводника; $U(t)$ – напряжение на концах проводника.
$U_1 = 0$	
$U_2 = 20$ В	
q – ?	

Напряжение U линейно изменяется со временем, т.е. можно записать

$$U(t) = kt,$$

где k – коэффициент пропорциональности, $k = \frac{\Delta U}{\Delta t}$, $k = \frac{20-0}{0{,}5} = 40$ В/с.

Заряд q, перенесенный по проводнику за $t = 0{,}5$ с,

$$q = \int_0^{0{,}5} dq = \int_0^{0{,}5} Idt = \int_0^{0{,}5} \frac{U(t)}{R}dt = \int_0^{0{,}5} \frac{k}{R}tdt = \frac{k}{R}\frac{t^2}{2}\Big|_0^{0{,}5}.$$

$$q = \frac{40 \cdot 0{,}5^2}{2 \cdot 5} = 1 \text{ Кл}.$$

Ответ: $q = 1$ Кл.

Пример 2. *Сила тока в резисторе линейно нарастает от $I = 0$ до $I_1 = 8$ А за время $t_1 = 4$ с. Сопротивление резистора $R = 10$ Ом. Определите количество теплоты, выделившееся в резисторе за первые $t_2 = 3$ с.*

Дано:	Решение
$t_0 = 0$	По закону Джоуля – Ленца $dQ = I^2Rdt$.
$t_1 = 4$ с	Так как сила тока является функцией времени, то $I = kt$,
$I = 0$	где k – коэффициент пропорциональности, численно равный приращению тока в единицу времени, $k = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{8}{4} = 2$ А/с.
$I_1 = 8$ А	
$t_2 = 3$ с	
$R = 10$ Ом	
Q – ?	

Следовательно, $dQ = k^2t^2Rdt$.

За первые три секунды выделится количество теплоты

$$Q = \int_{t_0}^{t_2} k^2t^2Rdt = k^2R\int_{t_0}^{t_2} t^2dt = \frac{k^2R}{3}\left(t_2^3 - t_0^3\right).$$

$Q = 4 \cdot 10 \cdot 27 / 3 = 360$ Дж.

Ответ: $Q = 360$ Дж.

Пример 3. *Внутреннее сопротивление аккумулятора $r = 2$ Ом. При замыкании его одним резистором сила тока в цепи равна $I_1 = 4$ А, при замыкании другим – $I_2 = 2$ А. Во внешней цепи в обоих случаях выделяется одинаковая мощность. Определите ЭДС аккумулятора.*

Дано:	Решение
$r = 2$ Ом $I_1 = 4$ А $I_2 = 2$ А $p_1 = p_2$	По закону Ома для замкнутой цепи $I = \dfrac{\varepsilon}{R + r}.$ Сила тока в цепи в первом случае $I_1 = \dfrac{\varepsilon}{R_1 + r},$ (1)
$\varepsilon - ?$	

во втором –

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r}. \qquad (2)$$

Выразим из уравнений (1) и (2) ЭДС аккумулятора:

$$\varepsilon = I_1(R_1 + r);$$

$$\varepsilon = I_2(R_2 + r). \qquad (3)$$

Из равенств (3) следует, что

$$I_1(R_1 + r) = I_2(R_2 + r). \qquad (4)$$

Мощность, выделяемая на внешнем участке цепи в первом случае $p_1 = I_1^2R_1$, втором – $p_2 = I_2^2R_2$.

Из условия равенства мощностей следует, что

$$I_1^2R_1 = I_2^2R_2. \qquad (5)$$

Решая совместно уравнения (4) и (5), получаем

$$R_1 = \frac{I_2r}{I_1}; \qquad R_2 = \frac{I_1r}{I_2}.$$

Таким образом: $R_1 = \frac{2 \cdot 2}{4} = 1$ Ом; $R_2 = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4$ Ом.

Подставляя значение R_1 в уравнение (3), получаем

$$\varepsilon = I_1 r\left(\frac{I_2}{I_1} + 1\right);\ \varepsilon = 4 \cdot 2\left(\frac{2}{4} + 1\right) = 12 \text{ В}.$$

Ответ: $\varepsilon = 12$ В.

Пример 4. *Батарея состоит из пяти последовательно соединенных элементов. ЭДС каждого $\varepsilon = 1{,}4$ В, внутреннее сопротивление каждого $r = 0{,}3$ Ом. При каком токе полезная мощность батареи равна $p = 8$ Вт? Определите наибольшую полезную мощность батареи.*

Дано:	Решение
$\varepsilon_i = 1{,}4$ В $r_i = 0{,}3$ Ом $p = 8$ Вт $n = 5$	Полезная мощность батареи $$p = I^2 R, \quad (1)$$ где R – сопротивление внешнего участка цепи; I – сила тока, текущего в цепи, которая определяется по закону Ома
$I - ?$ $p_{\max} - ?$	$$I = \frac{n\varepsilon_i}{nr_i + R}, \quad (2)$$

или

$$I(nr_i + p / I^2) = n\varepsilon_i. \quad (3)$$

Преобразуя выражение (3), получаем квадратное уравнение относительно I:

$$nr_i I^2 - n\varepsilon_i I + p = 0.$$

Решая квадратное уравнение, находим

$$I_{1,2} = \frac{n\varepsilon_i \pm \sqrt{n^2\varepsilon_i^2 - 4nr_i p}}{2nr_i}.$$

Для того чтобы определить наибольшую полезную мощность батареи, найдем зависимость ее от внешнего сопротивления.

Подставим в уравнение (1) выражение (2):

$$p = n^2\varepsilon_i^2 R / \left(nr_i + R\right)^2. \quad (4)$$

Из этой формулы следует, что при постоянных величинах ε_i и r_i мощность является функцией одной переменной – внешнего сопротивления R.

Известно, что эта функция имеет максимум, если $dp / dR = 0$, следовательно,

$$\frac{dp}{dR} = \frac{n^2 \varepsilon_i^2 \left(R + nr_i\right) - 2n^2 \varepsilon_i^2 R}{\left(R + nr_i\right)^3} = 0;$$

$$n^2 \varepsilon_i^2 \left(R + nr_i\right) - 2n^2 \varepsilon_i^2 R = 0. \qquad (5)$$

Таким образом, задача сводится к отысканию сопротивления внешнего участка цепи. Из решения уравнения (5) следует $R = nr_i$. Подставляя найденное значение R в формулу (4), имеем

$$p_{\max} = n\varepsilon_i^2 / \left(4r_i\right).$$

Выполним вычисления:

$$I_1 = \frac{5 \cdot 1{,}4 + \sqrt{5^2 \cdot 1{,}4^2 - 4 \cdot 5 \cdot 0{,}3 \cdot 8}}{2 \cdot 5 \cdot 0{,}3} = 2{,}66 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{5 \cdot 1{,}4 - \sqrt{5^2 \cdot 1{,}4^2 - 4 \cdot 5 \cdot 0{,}3 \cdot 8}}{2 \cdot 5 \cdot 0{,}3} = 2 \text{ А};$$

$$p_{\max} = \frac{5 \cdot 1{,}4^2}{4 \cdot 0{,}3} = 8{,}16 \text{ Вт}.$$

Ответ: $I_1 = 2{,}66$ А; $I_2 = 2$ А; $p_{\max} = 8{,}16$ Вт.

Пример 5. *Внутреннее сопротивление аккумулятора $r = 2$ Ом. При замыкании его одним резистором сила тока в цепи равна $I_1 = 4$ А, при замыкании другим – $I_2 = 2$ А. Во внешней цепи в обоих случаях выделяется одинаковая мощность. Определите ЭДС аккумулятора.*

Дано:	Решение
$r = 2$ Ом $I_1 = 4$ А $I_2 = 2$ А $p_1 = p_2$	По закону Ома для замкнутой цепи $I = \frac{\varepsilon}{R + r}.$ Сила тока в цепи в первом случае $I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}, \qquad (1)$
$\varepsilon - ?$	

во втором –

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r}. \qquad (2)$$

Выразим из уравнений (1) и (2) ЭДС аккумулятора:

$$\varepsilon = I_1(R_1 + r);$$

$$\varepsilon = I_2(R_2 + r). \qquad (3)$$

Из равенств (3) следует, что

$$I_1(R_1 + r) = I_2(R_2 + r). \qquad (4)$$

Мощность, выделяемая на внешнем участке цепи в первом случае $p_1 = I_1^2 R_1$, втором – $p_2 = I_2^2 R_2$.

Из условия равенства мощностей следует, что

$$I_1^2 R_1 = I_2^2 R_2. \qquad (5)$$

Решая совместно уравнения (4) и (5), получаем

$$R_1 = \frac{I_2 r}{I_1}; \qquad R_2 = \frac{I_1 r}{I_2}.$$

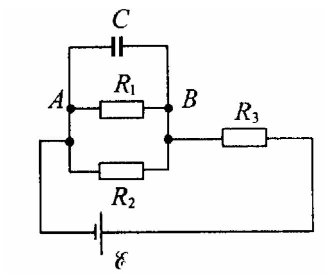
Таким образом: $R_1 = \frac{2 \cdot 2}{4} = 1$ Ом; $R_2 = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4$ Ом.

Подставляя значение R_1 в уравнение (3), получаем

$$\varepsilon = I_1 r\left(\frac{I_2}{I_1} + 1\right); \quad \varepsilon = 4 \cdot 2\left(\frac{2}{4} + 1\right) = 12 \text{ В}.$$

Ответ: $\varepsilon = 12$ В.

Пример 6. *На рисунке* $R_1 = R_2 = 50$ *Ом,* $R_3 = 100$ *Ом. Емкость конденсатора* $C = 50$ *нФ. Определите ЭДС источника тока, пренебрегая его внутренним сопротивлением, если заряд на конденсаторе* $q = 2{,}2$ *мкКл.*



Дано:

$R_1 = R_2 = 50$ Ом

$R_3 = 100$ Ом

$C = 50$ нФ — $50 \cdot 10^{-9}$ Ф

$q = 2{,}2$ мкКл — $2{,}2 \cdot 10^{-6}$ Кл

$\varepsilon - ?$

Решение

Напряжение на обкладках конденсатора

$$U = \frac{q}{C}$$

равно напряжению на участке из двух параллельно соединенных резисторов с сопротивлениями R_1 и R_2.

Сопротивление этого участка $R = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$, а напряжение на его концах

$$U = IR = I\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Выразим из этой формулы силу тока в цепи

$$I = \frac{U(R_1 + R_2)}{R_1 R_2}, \text{ или } I = \frac{q(R_1 + R_2)}{CR_1 R_2}.$$

Напряжение на концах резистора сопротивлением R_3 равно

$$U_3 = IR_3 = \frac{q(R_1 + R_2)R_3}{CR_1 R_2}.$$

ЭДС источника тока

$$\varepsilon = U + U_3 = \frac{q}{C}\left(1 + \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 R_2}\right).$$

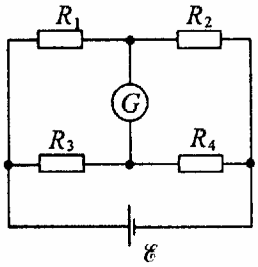
Выполним вычисления:

$$\varepsilon = \frac{2{,}2 \cdot 10^{-6}}{50 \cdot 10^{-9}}\left(1 + \frac{(50 + 50)100}{50 \cdot 50}\right) = 220 \text{ В}.$$

Ответ: $\varepsilon = 220$ В.

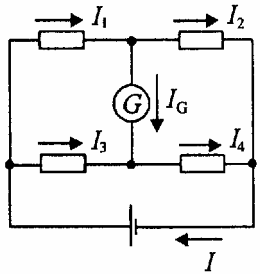
Пример 7. *На рисунке $\varepsilon = 2$ В, $R_1 = 60$ Ом, $R_2 = 40$ Ом, $R_3 = R_4 = 20$ Ом, $R_G = 100$ Ом. Определите силу тока I_G через гальванометр.*

а)



Дано:	Решение
$\varepsilon = 2$ В $R_1 = 60$ Ом $R_2 = 40$ Ом $R_3 = R_4 = 20$ Ом $R_G = 100$ Ом	
$I_G - ?$	

б)



Запишем математические выражения первого и второго правил Кирхгофа для разветвленной цепи, схема которой представлена в условии задачи

а) для узлов:

$$\begin{aligned} &I = I_1 + I_3; \\ &I_1 = I_2 + I_G; \\ &I_2 + I_4 = I; \\ &I_3 + I_G = I_4; \end{aligned} \qquad (1)$$

б) для контуров:

$$\begin{aligned} &I_1R_1 + I_2R_2 = \varepsilon ; \\ &I_3R_3 + I_4R_4 = \varepsilon ; \\ &I_1R_1 + I_GR_G + I_4R_4 = \varepsilon . \end{aligned} \tag{2}$$

Подставим в уравнения (2) значения заданных величин и упростим эти уравнения:

$$\begin{aligned} &6I_1 + 4I_2 = 0,2 ; \\ &2I_3 + 2I_4 = 0,2 ; \\ &6I_1 + 10I_G + 2I_4 = 0,2 . \end{aligned}$$

Решая уравнения (2) совместно с уравнениями (1), получим систему трех уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{aligned} &6I_1 + 4\left(I_1 - I_G\right) = 0,2 ; \\ &2\left(I_4 - I_G\right) + 2I_4 = 0,2 ; \\ &6I_1 + 10I_G + 2I_4 = 0,2 . \end{aligned}$$

Решив систему, определим значения неизвестных:

$$10I_1 - 4I_G = 0,2 \ \rightarrow I_1 = \frac{0,2 + 4I_G}{10} ;$$

$$4I_4 - 2I_G = 0,2 \ \rightarrow I_4 = \frac{0,2 + 2I_G}{4} ;$$

$$6I_1 + 10I_G + 2I_4 = 0,2 .$$

$$6\left(\frac{0,2 + 4I_G}{10}\right) + 10I_G + 2\left(\frac{0,2 + 2I_G}{4}\right) = 0,2 ;$$

$$1,2 + 24I_G + 100I_G + 1 + 10I_G = 0,2 ; \qquad 134I_G = -0,2 ;$$

$$I_G = -1,49 \cdot 10^{-3} \text{ А.}$$

Ответ: $I_G = -1,49 \cdot 10^{-3}$ А; ток направлен в сторону, противоположную первоначально выбранной

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Средний уровень

1. Электрический ток – это….

1) упорядоченное движение только положительных электрических зарядов относительно той или иной среды;

2) упорядоченное движение только отрицательных электрических зарядов относительно той или иной среды;

3) упорядоченное движение любых электрических зарядов относительно той или иной среды.

2. Ток проводимости – это…

1) электрический ток, возникающий в проводниках под влиянием различных факторов и представляющий собой упорядоченное движение заряженных частиц относительно среды (т.е. внутри макроскопических тел);

2) электрический ток, возникающий в проводниках под влиянием электрического поля и представляющий собой упорядоченное движение заряженных частиц относительно среды (т.е. внутри макроскопических тел);

3) электрический ток, возникающий в проводниках под влиянием электрического поля и представляющий собой упорядоченное движение заряженных частиц в пространстве.

3. Условия существования тока проводимости:

1) наличие свободных заряженных частиц, не связанных в единую электрически нейтральную систему, электрического поля в проводниках, которое определяется напряжением на концах проводника, замкнутость проводников;

2) только наличие свободных заряженных частиц, не связанных в единую электрически нейтральную систему;

3) только наличие электрического поля в проводниках, которое определяется напряжением на концах проводника и замкнутость проводников;

4) только наличие электрического поля в проводниках, которое определяется напряжением на концах проводника.

4. Основные действия электрического тока:

1) только магнитное;

2) только тепловое и химическое;

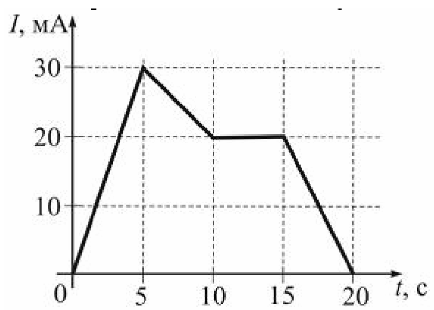
3) только магнитное, тепловое и химическое;

4) магнитное, тепловое, химическое и биологическое.

5. Зависимость силы тока от времени представлена на графике. Какой заряд пройдет по проводнику в интервале времени от 5 с до 10 с?

1) 50 мКл; 2) 125 мКл;

3) 225 мКл; 4) 275 мКл;



6. Сила тока за 10 с равномерно возрастает от 1 А до 3 А. За это время через поперечное сечение проводника переносится заряд, равный...

1) 10 Кл; 2) 20 Кл; 3) 30 Кл; 4) 40 Кл.

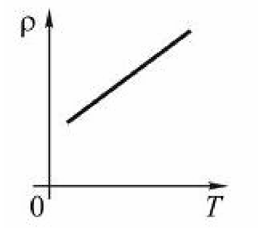
7. Электрическое сопротивление металлов зависит от:

1) материала проводника, его длины и поперечного сечения, температуры;

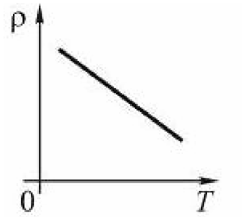
2) материала проводника, его длины и поперечного сечения, температуры и внешних факторов, влияющих на кристаллическое строение металлических проводников;

3) материала проводника, его длины и поперечного сечения, внешних факторов, влияющих на кристаллическое строение металлических проводников.

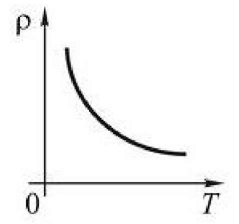
8. Температурную зависимость удельного сопротивления металлов верно отражает график:



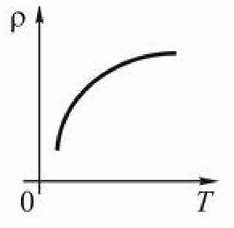
1)



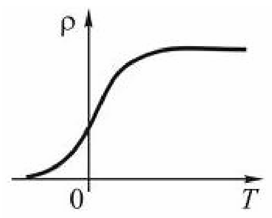
2)



3)

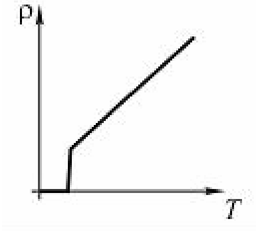


4)

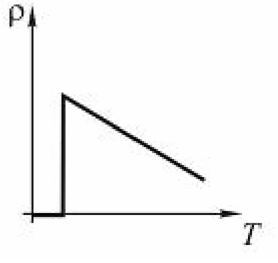


5)

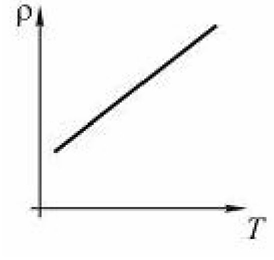
9. Зависимость удельного сопротивления проводника от температуры в области сверхпроводящего перехода представлена графиком ...



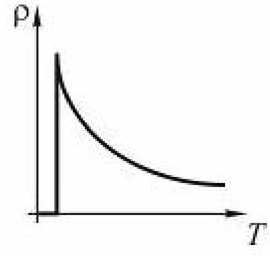
1)



2)

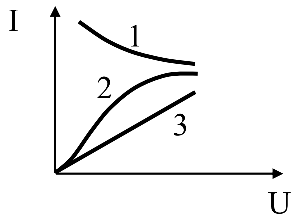


3)



4)

10. На рисунке представлена вольтамперная характеристика (связь между напряжением и током). Укажите зависимость тока от напряжения, соответствующую только постоянному сопротивлению



1) 1; 2) 2; 3) 3.

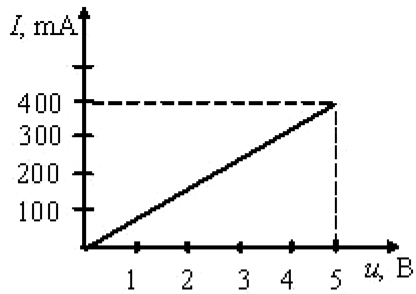
11. Электрическое сопротивление металлов и полупроводников при повышении температуры…

1) не изменяется ни у металлов, ни у полупроводников;
2) увеличивается у металлов и полупроводников;
3) уменьшается у металлов и полупроводников;
4) уменьшается у металлов, увеличивается у полупроводников;
5) увеличивается у металлов, уменьшается у полупроводников.

12. Если увеличить длину проводника и площадь его поперечного сечения вдвое, не изменяя приложенного напряжения, то плотность тока в проводнике...

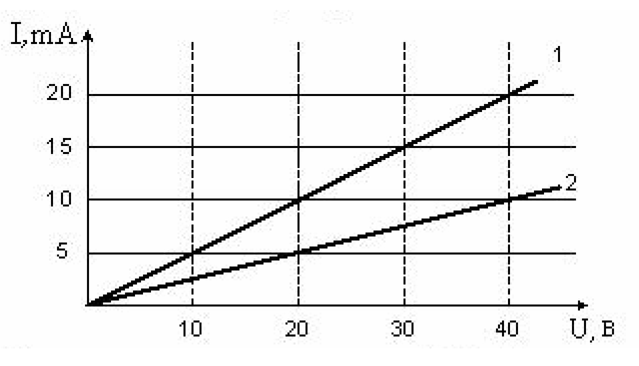
1) уменьшится в 4 раза;
2) увеличится в 4 раза;
3) уменьшится в 2 раза;
4) увеличится в 2 раза.

13. Вольтамперная характеристика резистора изображена на рисунке. Из графика следует, что сопротивление резистора равно…



1) 80 Ом;
2) 12,5 Ом;
3) 0,0125 Ом;
4) 0,08 Ом.

14. Вольтамперная характеристика активных элементов 1-й и 2-й цепи представлена на рисунке. Отношение сопротивлений $\frac{R_1}{R_2}$ этих элементов равно ...



1) 4; 2) $\frac{1}{4}$;

3) $\frac{1}{2}$; 4) 2.

15. Птица сидит на проводе линии электропередачи, сопротивление которого $2{,}5\cdot 10^{-5}$ Ом на каждый метр длины. Если по проводу течет ток силой 2 кА, а расстояние между лапами птицы составляет 5 см, то птица находится под напряжением …

1) 2,5 мВ; 2) 40 мВ; 3) 2 мкВ; 4) 0,2 В.

16. Удельное сопротивление проводника из стали $\rho = 1{,}2\cdot 10^{-7}$ Ом·м, концентрация $n = 5\cdot 10^{22}$ см$^{-3}$. Скорость упорядоченного движения (дрейфа) электронов в стальном проводнике в мм/с при напряженности поля $E = 0{,}96$ В/м равна …

1) 1 мм/с; 2) 9 мм/с; 3) 7 мм/с; 4) 3 мм/с.

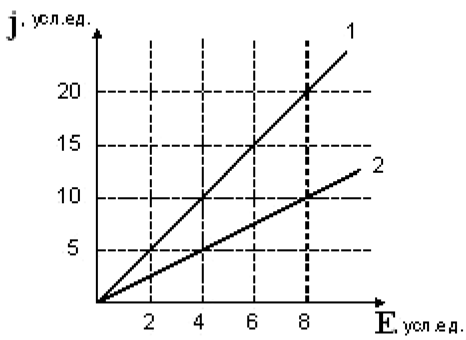
17. Напряжение на концах медного провода диаметром d и длиной l равно U. При увеличении напряжения в 4 раза средняя скорость направленного движения электронов вдоль проводника ...

1) не изменится;
2) увеличится в 4 раза;
3) уменьшится в 4 раза;
4) увеличится в 2 раза.

18. Напряжение на концах медного провода диаметром d и длиной l равно U. Если взять медный провод диаметром $2d$ той же длины l и увеличить напряжение в 4 раза, то средняя скорость направленного движения электронов вдоль проводника …

1) не изменится;
2) увеличится в 4 раза;
3) уменьшится в 4 раза;
4) увеличится в 2 раза.

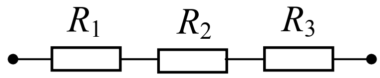
19. На рисунке представлена зависимость плотности тока j, протекающего в проводниках 1 и 2, от напряженности электрического поля E. Отношение удельных сопротивлений $\frac{\rho_1}{\rho_2}$ этих проводников равно ...



1) 4; 2) $\frac{1}{4}$;

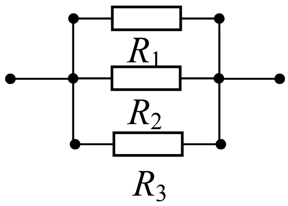
3) $\frac{1}{2}$; 4) 2.

20. На рисунке представлено последовательное соединение трех сопротивлений $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом. Общее сопротивление R такой цепи равно



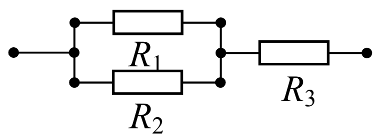
1) $R = 3$ Ом; 2) $R > 3$ Ом; 3) $R < 3$ Ом.

21. На рисунке представлено параллельное соединение трех сопротивлений $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом. Общее сопротивление R такой цепи равно



1) $R = 3$ Ом; 2) $R > 3$ Ом; 3) $R < 3$ Ом.

22. На рисунке представлено смешанное соединение трех сопротивлений $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом. Общее сопротивление R такой цепи равно



1) $R = 1{,}5$ Ом; 2) $R = 2{,}5$ Ом; 3) $R = 3{,}5$ Ом; 4) $R = 4{,}5$ Ом.

23. Четыре сопротивления величиной каждое соединили сначала последовательно, а затем параллельно. При этом общее сопротивление…

1) увеличится в 4 раза;

2) уменьшится в 4 раза;

3) уменьшится в 16 раз;

4) увеличится в 16 раз.

24. Сторонние силы – это:

1) силы электрического происхождения, совершающие работу по перемещению положительных зарядов вдоль всей замкнутой цепи;

2) силы неэлектрического происхождения, совершающие работу по перемещению отрицательных зарядов вдоль всей замкнутой цепи;

3) силы неэлектрического происхождения, совершающие работу по перемещению положительных зарядов вдоль всей замкнутой цепи.

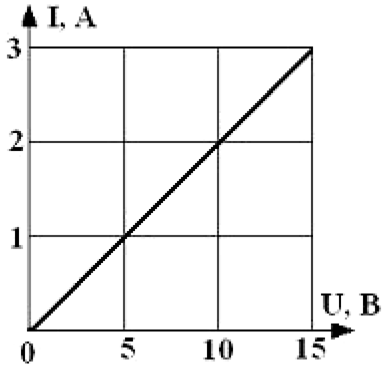
25. Электродвижущая сила (ЭДС) – это:

1) физическая величина, равная работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда вдоль всей замкнутой цепи, включая источник тока;

2) физическая величина, равная работе сторонних сил по перемещению положительного заряда вдоль всей замкнутой цепи, включая источник тока;

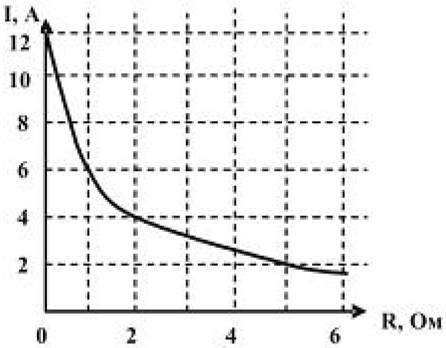
3) физическая величина, равная работе сторонних сил по перемещению положительного единичного заряда вдоль цепи.

26. На рисунке представлена вольтамперная характеристика резистора, подключенного к источнику тока с ЭДС 16 В. Через резистор протекает ток 2,5 А. Внутреннее сопротивление источника тока равно…



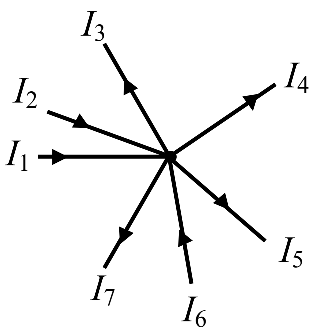
1) 1; 2) 1,2; 3) 1,3; 4) 1,4.

27. На рисунке представлены результаты экспериментального исследования зависимости силы тока в цепи от значения сопротивления, подключенного к источнику постоянного тока. ЭДС источника и его внутреннее сопротивление соответственно равны…



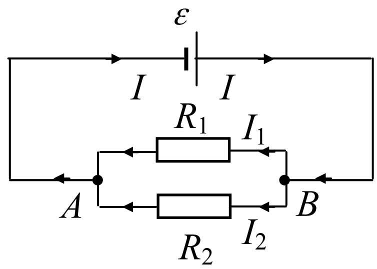
1) 12 В, 1 Ом;
2) 9 В, 0,5 Ом;
3) 24 В, 3 Ом;
4) 18 В, 2 Ом.

28. На рисунке изображен узел разветвленной цепи, к которому подходят проводники с соответствующими токами. Для такого узла справедливо соотношение:



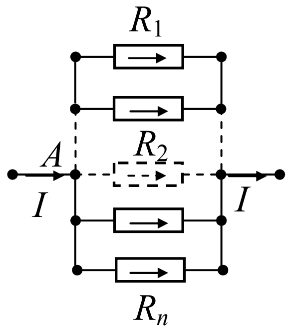
1) $I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 + I_6 - I_7 = 0$;
2) $I_1 + I_2 - I_3 + I_4 - I_5 + I_6 - I_7 = 0$;
3) $I_1 + I_2 - I_3 - I_4 - I_5 + I_6 - I_7 = 0$;
4) $I_1 + I_2 - I_3 - I_4 - I_5 - I_6 - I_7 = 0$.

29. На рисунке представлена схема электрической цепи, состоящая из источника тока с ЭДС, равной ε, и сопротивлений R_1 и R_2. Для такой замкнутой цепи в узле A справедливо соотношение:



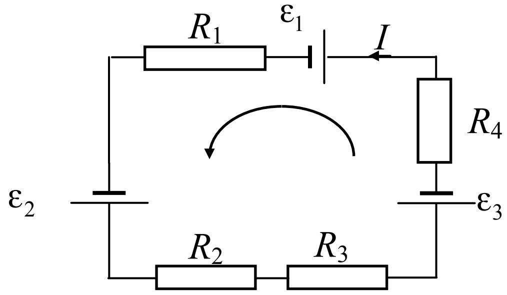
1) $I_1 + I_2 - I = 0$;
2) $I_1 + I_2 + I = 0$;
3) $I_1 - I_2 - I = 0$;
4) $I_1 - I_2 + I = 0$.

30. На рисунке изображено параллельное соединение n проводников. Для такого узла A этой цепи справедливо равенство:



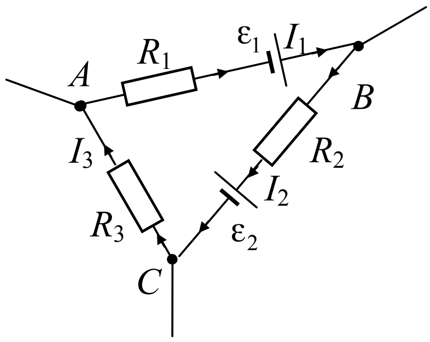
1) $I_1 + I_2 + ... + I_n = I$;
2) $I - I_1 - I_2 + ... - I_n = 0$;
3) $I_1 = I_2 = ... = I_n = I$;
4) $-I - I_1 - I_2 + ... - I_n = 0$.

31. На рисунке представлена схема электрической цепи, состоящая из источников тока с ЭДС, равными ε_1, ε_2, ε_3, внутренние сопротивления которых соответственно равны $r_1 = r_2 = r_3 = r$, и резисторов с сопротивлениями R_1, R_2, R_3, R_4. Для такой замкнутой цепи справедливо соотношение:



1) $U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + 3Ir = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$;
2) $U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + Ir = -\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3$;
3) $U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + 3Ir = -\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3$;
4) $U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + 3Ir = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3$.

32. На рисунке представлена схема замкнутого независимого контура, состоящая из источников тока с ЭДС равными ε_1 и ε_2 и резисторов с сопротивлениями R_1, R_2, и R_3. Используя второе правило Кирхгофа и пренебрегая внутренними сопротивлениями источников тока, укажите соотношение справедливое для данного контура:

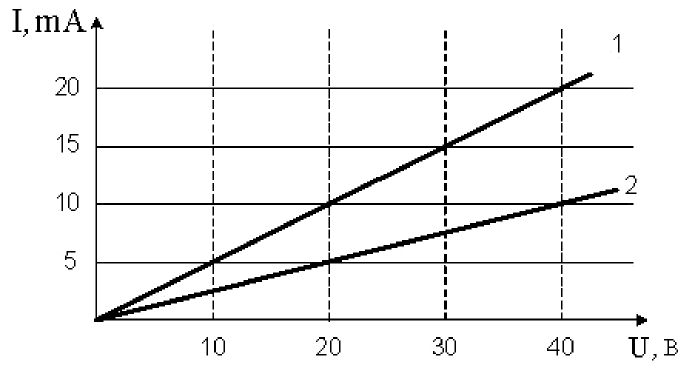


1) $I_1R_1 + I_2R_2 + I_3R_3 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$;
2) $I_1R_1 - I_2R_2 + I_3R_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$;
3) $I_1R_1 + I_2R_2 - I_3R_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$.

33. Напряжение на концах медного провода диаметром d и длиной l равно. При увеличении напряжения в 4 раза удельная тепловая мощность тока …

1) увеличится в 16 раз;
2) увеличится в 4 раза;
3) не изменится.

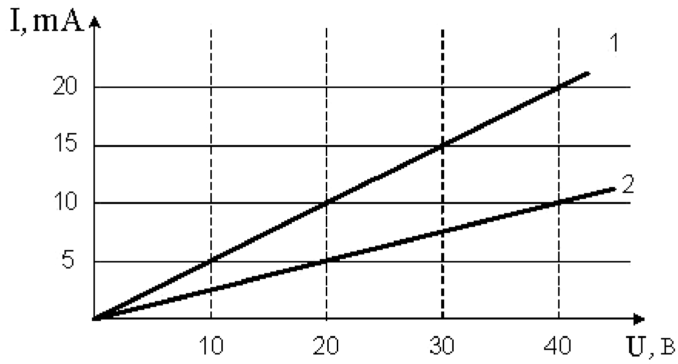
34. Вольтамперная характеристика активных элементов цепи 1 и 2 представлена на рисунке. При напряжении 20 В отношение мощностей p_1 / p_2 равно ...



1) 1/2;
2) 1;
3) 2;
4) 4.

35. На рисунке представлена вольтамперная характеристика активных элементов 1-й и 2-й цепи.

При токе 10 мА отношение мощностей p_1 / p_2 равно…

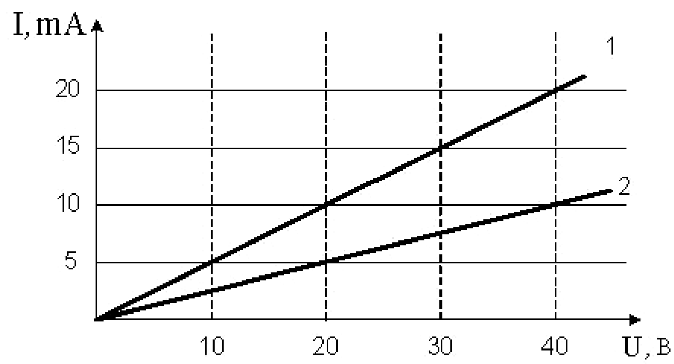


1) $1/2$;   2) 1;
3);2 4) 4.

36. На рисунке представлена вольтамперная характеристика активных элементов 1-й и 2-й цепи.

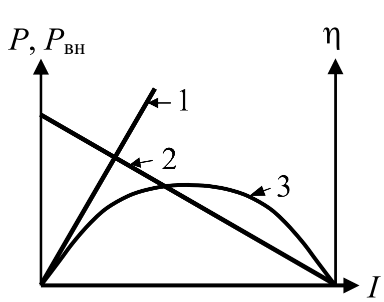
А) На элементе 2 при напряжении 20 В выделяется мощность…

В) На элементе 1 при напряжении 30 В выделяется мощность…



1) 0,1 Вт;   2) 0,5 Вт;   3) 100 Вт;   4) 20 Вт.

37. На рисунке представлены графики зависимости полной мощности $p = f(I)$, полезной мощности (мощности во внешней цепи) $p_n = f(I)$ и КПД источника тока $\eta = f(I)$ от тока во внешней цепи. Какой из графиков соответствует



1) полной мощности от тока во внешней цепи;
2) полезной мощности от тока во внешней цепи;
3) зависимости КПД от тока во внешней цепи?

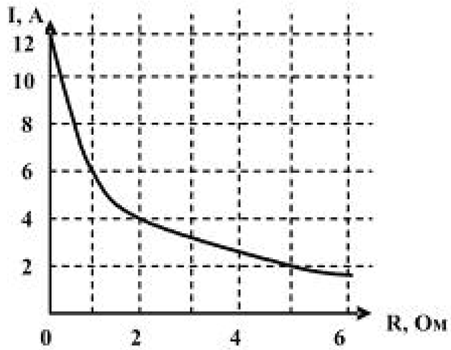
38. Электронагревательный прибор подключен к источнику тока с ЭДС ε и внутренним сопротивлением r. При каком значении сопротивление R прибора полезная мощность максимальна? Каково при этом значение КПД?

1) $r = R, \eta = 100\%$; 2) $r = R, \eta = 50\%$;

3) $R \to \infty, \eta = 50\%$; 4) $R \to 0, \eta = 100\%$.

39. К источнику тока с внутренним сопротивлением 1 Ом подключили реостат. На рисунке показан график зависимости силы тока в реостате от его сопротивления. Максимальная мощность, которая выделяется в реостате, равна…

1) 20 Вт; 2) 36 Вт; 3) 32 Вт; 4) 27 Вт.



40. Круглосуточно горящая в течение года лампочка мощностью 40 Вт в подъезде вашего дома при тарифе 2 руб. за 1 кВт·ч обходится в______рубля. Ответ округлите до целых.

1) 701; 2) 500; 3) 1200; 4) 980.

41. Лампочки мощностью 25 Вт и 100 Вт, рассчитанные на одно и то же напряжение, соединены последовательно и включены в сеть. При этом отношение количества теплоты, выделившейся на первой и второй лампочках за одно и то же время, равно…

1) 1; 2) 16; 3) 1/4; 4) 4.

42. Маленьким электрокипятильником можно вскипятить в автомобиле стакан воды для чая или кофе. Напряжение аккумулятора 12 В. Если он за 5 мин нагревает 200 мл воды от 10 до 100°С, то сила тока (в А), потребляемого от аккумулятора, равна … (Удельная теплоемкость воды равна 4200 Дж/кг·К)

1) 21; 2) 12,6; 3) 0,079; 4) 0,048.

Достаточный уровень

1. Определите заряд, прошедший по резистору с сопротивлением 1 Ом, при равномерном возрастании напряжения на концах резистора от 1 до 3 В в течение 10 с.

Ответ: $q = 20$ Кл.

2. Определите удельное сопротивление и материал провода, который намотан на катушку, имеющую 500 витков со среднем диаметром витка 6 см, если при напряжении 300 В допустимая плотность тока 2 А/м^2.

Ответ: $\rho = 1{,}7 \cdot 10^7$ Ом·м.

3. Определите заряд, прошедший по резистору за 10 с, если сила тока в резисторе за это время равномерно возрастала от 0 до 5 А.

Ответ: $q = 15$ Кл.

4. Плотность тока в никелиновом проводнике длиной 25 м равна 1 МА/м^2. Определите напряжение на концах проводника.

Ответ: $U = 10$ В.

5. Определите плотность тока в нихромовом проводнике длиной 5 м, если на концах его поддерживается разность потенциалов 2 В.

Ответ: $j = 3{,}6 \cdot 10^5$ А/м^2.

6. Какой силы и плотности ток проходит по железному проводнику длиной 0,5 м и диаметром 0,6 мм? Удельное сопротивление $1{,}6 \cdot 10^{-7}$ Ом·м, а напряжение на концах проводника 1,6 В.

Ответ: $I = 5{,}7$ А; $j = 2 \cdot 10^7$ А/м^2.

7. Имеется моток медной проволоки с площадью сечения 0,4 мм^2. Масса проволоки 0,3 кг. Определите сопротивление проволоки. Удельное сопротивление и плотность меди равны соответственно 0,017 мкОм·м и 8,6 г/см^3.

Ответ: $R = 3{,}7$ Ом.

8. Температура вольфрамовой нити электролампы 2000 °С, диаметр 0,02 мм, сила тока в ней 4 А. Определите напряженность поля в нити.

Ответ: $E = 8000$ В/м.

9. На концах никелинового проводника длиной 5 м поддерживается разность потенциалов 12 В. Определите плотность тока в проводнике, если его температура 540 °С.

Ответ: $j = 5{,}7 \cdot 10^6$ А/м^2.

10. Электрическая цепь состоит из двух последовательно соединенных проводников одинаковой длины, но различного диаметра (1 и 3 мм соответственно), сделанных из одного металла. Разность потенциалов на концах цепи 12 В. Определите падение напряжения на каждом проводнике.

Ответ: $U_1 = 10{,}8$ В; $U_2 = 1{,}2$ В.

11. Внутреннее сопротивление аккумулятора 1 Ом. При силе тока 2 А его КПД равен 0,8. Определите ЭДС аккумулятора.

Ответ: $\varepsilon = 10$ В.

12. Определите ЭДС аккумуляторной батареи, ток короткого замыкания в которой 10 А, если при подключении к ней резистора сопротивлением 9 Ом сила тока в цепи равна 1 А.

Ответ: $\varepsilon = 10$ В.

13. ЭДС аккумулятора автомобиля 12 В. При силе тока 3 А его КПД равен 0,8. Определите внутреннее сопротивление аккумулятора.

Ответ: $r = 0{,}8$ Ом.

14. Два одинаковых источника тока соединены в одном случае последовательно, в другом – параллельно и замкнуты на внешнее сопротивление 1 Ом. При каком внутреннем сопротивлении источника сила тока во внешней цепи будет в обоих случаях одинаковой?

Ответ: $r = 1$ Ом.

15. В медном проводнике сечением 6 $мм^2$ и длиной 5 м течет ток. За 1 мин в проводнике выделяется 18 Дж теплоты. Определите напряженность электрического поля, плотность и силу тока в проводнике.

Ответ: $E = 1{,}3 \cdot 10^{-2}$ В/м; $j = 7{,}7 \cdot 10^{5}$ А/м^2; $I = 4{,}6$ А.

16. К источнику тока один раз подключают резистор сопротивлением $R_1 = 1$ Ом, другой раз – $R_2 = 4$ Ом. В обоих случаях на резисторах за одно и то же время выделяется одинаковое количество теплоты. Определите внутреннее сопротивление источника тока.

Ответ: $r = 2$ Ом.

17. В резисторе сопротивлением 20 Ом сила тока за 5 с линейно возросла от 5 до 15 А. Какое количество теплоты выделилось за это время?

Ответ: $Q = 10{,}8 \cdot 10^{3}$ Дж.

18. Определите ток короткого замыкания батареи, ЭДС которой 15 В, если при подключении к ней резистора сопротивлением 3 Ом сила тока в цепи 4 А.

Ответ: $I = 20$ А.

19. Два источника тока, ЭДС которых по 2 В и внутреннее сопротивление каждого 0,5 Ом, соединены последовательно. При каком внешнем сопротивлении потребляемая полезная мощность будет максимальной?

Ответ: $R = 1$ Ом.

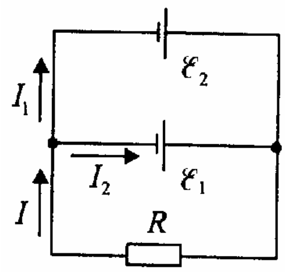
20. Два источника тока, ЭДС которых по 1,5 В и внутреннее сопротивление каждого 0,5 Ом, соединены параллельно. Какое сопротивление нужно подключить к ним, чтобы потребляемая полезная мощность была максимальна?

Ответ: $R = 0{,}25$ Ом.

21. От батареи, ЭДС которой равна 500 В, требуется передать энергию на расстояние 2,5 км. Потребляемая мощность равна 10 кВт. Определите минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных проводящих проводов равен 1,5 см.

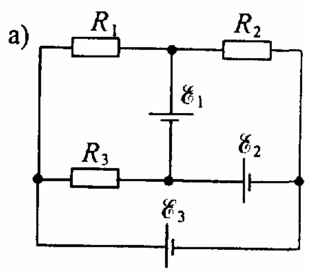
Ответ: $p = 193$ Вт.

22. Два источника тока с ЭДС $\varepsilon_1 = 2$ В и $\varepsilon_2 = 1{,}5$ В и внутренними сопротивлениями $r_1 = 0{,}5$ Ом и $r_2 = 0{,}4$ Ом включены параллельно резистору с сопротивлением $R = 2$ Ом. Определите силу тока через резистор.



Ответ: $I = 0{,}775$ А.

23. На рисунке $\varepsilon_1 = 10$ В, $\varepsilon_2 = 20$ В, $\varepsilon_3 = 40$ В, а сопротивления $R_1 = R_2 = R_3 = R = 10$ Ом. Определите силу токов, протекающих через сопротивления I и через источники ЭДС I'. Внутренние сопротивления источников ЭДС не учитывать.



Ответ: $I_1 = 1$ А; $I_2 = 3$ А; $I_3 = 2$ А; $I_1' = 2$ А; $I_2' = 0$ А; $I_3 = 3$ А.

2.2. Электрический ток в металлах, жидкостях и газах

Плотность тока $\vec{j}$, средняя скорость $\langle\vec{\upsilon}\rangle$ упорядоченного движения носителей заряда и их концентрация n связаны соотношением

$$\vec{j} = en\langle\vec{\upsilon}\rangle,$$

где e – элементарный заряд.

Закон Ома в дифференциальной форме

$$I = \frac{E}{\rho},$$

где E – напряженность электрического поля в проводнике; ρ – удельное сопротивление вещества проводника.

Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме

$$w = j^2\rho,$$

где w – объемная плотность тепловой мощности.

Законы электролиза Фарадея:

а) первый закон

$$m = kq,$$

где m – масса вещества, выделившегося на электроде при прохождении через электролит электрического заряда q; k – электрохимический эквивалент вещества.

б) второй закон

$$k = \frac{M}{FZ},$$

где F – постоянная Фарадея ($F = 96500$ Кл/моль); M – молярная масса ионов данного вещества; Z – валентность ионов.

в) объединенный закон

$$m = \frac{M}{FZ}q = \frac{M}{FZ}It,$$

где I – сила тока, проходящего через электролит; t – время.

Подвижность ионов

$$b = \frac{\langle\upsilon\rangle}{E},$$

где $\langle\upsilon\rangle$ – средняя скорость упорядоченного движения ионов; E – напряженность электрического поля.

Закон Ома в дифференциальной форме для электролитов и газов при самостоятельном разряде в области, далекой от насыщения,

$$\vec{j} = qn\left(b_+ + b_-\right)\vec{E},$$

где q – заряд иона; n – концентрация ионов; b_+ и b_- – подвижности соответственно положительных и отрицательных ионов.

Плотность тока насыщения

$$j_{\text{нас}} = qn_0 d,$$

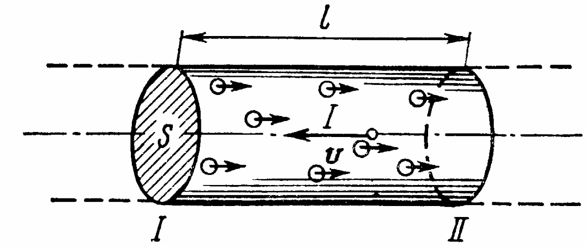
где n_0 – число пар ионов, создаваемых ионизатором в единице объема за единицу времени; d – расстояние между электродами.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. *По железному проводнику, диаметр d сечения которого равен $0{,}6$ мм, течет ток $I = 16A$. Определите среднюю скорость $\langle \upsilon \rangle$ направленного движения электронов, считая, что концентрация n свободных электронов равна концентрации n' атомов проводника.*

Дано:	СИ
$d = 0{,}6$ мм	$0{,}6 \cdot 10^{-3}$ м
$I = 16$ А	
$n = n'$	
$\langle \upsilon \rangle - ?$	

Решение



Средняя скорость упорядоченного движения электронов определяется по формуле

$$\langle \upsilon \rangle = \frac{l}{t}, \tag{1}$$

где t – время, в течение которого все свободные электроны, находящиеся в отрезке проводника между сечениями I и II, пройдя через сечение II, перенесут заряд $q = eN$ и создадут ток силой

$$I = \frac{q}{t} = \frac{eN}{t}. \tag{2}$$

Здесь e – элементарный заряд; N – число электронов в отрезке проводника; l – его длина.

Число свободных электронов в отрезке проводника объемом V можно определить по формуле

$$N = nV = nlS, \tag{3}$$

где S – площадь поперечного сечения проводника.

По условию задачи, $n = n'$. Следовательно,

$$n = n' = \frac{N_A}{V_M} = \frac{N_A}{\dfrac{M}{\rho}} = \frac{N_A \rho}{M}, \tag{4}$$

где N_A – постоянная Авогадро; V_M – молярный объем железа; M – молярная масса железа ; ρ – плотность железа.

Подставив последовательно выражения n из формулы (4) в равенство (3) и N из формулы (3) в равенство (2), получим

$$I = \frac{N_A \rho l S e}{Mt},$$

откуда

$$l = \frac{MtI}{N_A \rho S e}.$$

Подставив выражение l в формулу (1), сократив на t и выразив площадь сечения проводника через диаметр $S = \dfrac{\pi d^2}{4}$, найдем среднюю скорость направленного движения электронов

$$\langle \upsilon \rangle = \frac{IM}{N_A \rho S e}.$$

Выполним вычисления

$$\langle \upsilon \rangle = \frac{16 \cdot 56 \cdot 10^{-3}}{6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot 7800 \cdot \dfrac{3{,}14 \cdot 0{,}36 \cdot 10^{-6}}{4} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 4{,}2 \text{ мм/с}.$$

Ответ: $\langle \upsilon \rangle = 4{,}2$ мм/с.

Пример 2. *В цепь источника постоянного тока с ЭДС $\varepsilon = 6\,В$ включен резистор сопротивлением $R = 80\,Ом$. Определите: 1) плотность тока в соединительных проводах площадью поперечного сечения $S = 2\,мм^2$; 2) число N электронов, проходящих через сечение проводов за время $t = 1$ с. Сопротивлением источника тока и соединительных проводов пренебречь.*

Дано:	СИ
$\varepsilon = 6\,\text{В}$	
$R = 80\ \text{Ом}$	
$S = 2\,\text{мм}^2$	$2 \cdot 10^{-6}\,\text{м}^2$
$t = 1\,\text{с}$	
$j - ?$;	
$N - ?$	

Решение

Плотность тока

$$j = \frac{I}{S}. \tag{1}$$

Силу тока выразим по закону Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R + R_1 + r}, \tag{2}$$

где R – сопротивление резистора; R_1 – сопротивление соединительных проводов; ε и r – ЭДС и внутреннее сопротивление источника соответственно.

Пренебрегая сопротивлениями R_1 и r, перепишем формулу (2) в виде

$$I = \frac{\varepsilon}{R}.$$

Подставив это выражение силы тока в формулу (1), получим

$$j = \frac{\varepsilon}{RS}.$$

$$j = \frac{6}{80 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} = 3{,}75 \cdot 10^4\ \text{А/м}^2.$$

Число электронов, проходящих за время t через поперечное сечение, найдем, разделив заряд q, протекающий за это время через сечение, на элементарный заряд e:

$$N = \frac{q}{e},$$

или, с учетом того, что $q = It$ и $I = \dfrac{\varepsilon}{R}$,

$$N = \frac{It}{e} = \frac{\varepsilon t}{eR}.$$

$$N = \frac{6 \cdot 1}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 80} = 4{,}69 \cdot 10^{17}\ \text{электронов.}$$

Ответ: $N = 4{,}69 \cdot 10^{17}$ электронов.

Пример 3. *Пространство между пластинами плоского конденсатора имеет объем $V = 375\ см^3$ и заполнено водородом, который частично ионизирован. Площадь пластин конденсатора $S = 250\ см^2$. При каком напряжении U между пластинами конденсатора сила тока I, протекающего через конденсатор, достигнет значения 2 мкА, если концентрация n* *ионов обоих знаков в газе равна* $5,3\cdot10^7$ *см$^{-3}$? Принять подвижность ионов* $b_+=5,4\cdot10^{-4}$ *м^2/(В·с),* $b_-=7,4\cdot10^{-4}$ *м^2/ (В·с).*

Дано:	СИ
$V=375\,\text{см}^3$	$375\cdot10^{-6}\,\text{м}^3$
$I=2\,\text{мкА}$	$2\cdot10^{-6}\,\text{А}$
$S=250\,\text{мм}^2$	$250\cdot10^{-6}\,\text{м}^2$
$b_+=5,4\cdot10^{-4}$ м^2/(В·с)	
$b_-=7,4\cdot10^{-4}$ м^2/ (В·с)	
$n=5,3\cdot10^7\,\text{см}^{-3}$	$5,3\cdot10^{13}\,\text{м}^3$
$U-?$	

Решение

Напряжение U на обкладках конденсатора связано с напряженностью E электрического поля между обкладками и расстоянием d между ними соотношением

$$U=Ed. \qquad (1)$$

Напряженность поля может быть найдена из выражения плотности тока

$$j=qn\left(b_++b_-\right)E,$$

где $q-$заряд иона.

Отсюда

$$E=\frac{j}{qn\left(b_++b_-\right)}.$$

Расстояние d между пластинами, входящее в формулу (1), найдем по формуле

$$d=\frac{V}{S}.$$

Подставив выражения E и d в формулу (1), получим

$$U=\frac{jV}{qn\left(b_++b_-\right)S}.$$

Так как $j=\dfrac{I}{S}$, то $U=\dfrac{IV}{qn\left(b_++b_-\right)S^2}$.

$$U=\frac{2\cdot10^{-6}\cdot375\cdot10^{-6}}{1,6\cdot10^{-19}\cdot5,3\cdot10^{13}\left(5,4\cdot10^{-4}+7,4\cdot10^{-4}\right)\left(250\cdot10^{-6}\right)^2}=11\cdot10^5\,\text{В}.$$

Ответ: $U=11\cdot10^5$ В.

Пример 4. *Определите скорость* u*, с которой растет слой никеля на плоской поверхности металла при электролизе, если плотность тока* j*, протекающего через электролит, равна* 30 *А/м^2. Никель считать двухвалентным.*

Дано:	Решение
$j = 30$ А/м^2	Для решения задачи воспользуемся объединенным законом Фарадея
$u - ?$	$$m = \frac{M}{FZ} q = \frac{M}{FZ} It. \qquad (1)$$

Будем считать, что электролитическое осаждение никеля идет равномерно по всей поверхности металла. Тогда массу никеля m, выделившегося за время t, можно выразить через плотность ρ никеля, площадь S поверхности металла и толщину h слоя никеля

$$m = \rho S h. \qquad (2)$$

Силу тока I выразим через плотность тока j и площадь S поверхности металла:

$$I = jS. \qquad (3)$$

Подставив в формулу (1) выражения для массы (2) и силы тока (3), получим

$$\rho S h = \frac{M}{FZ} jSt, \text{ или } \quad \rho h = \frac{M}{FZ} jt \qquad (4)$$

При неизменной плотности тока нарастание слоя никеля будет происходить с постоянной скоростью u, определяемой отношением толщины слоя, наращенного за некоторый интервал времени, к величине этого интервала ($u = \frac{h}{t}$).

Тогда из формулы (4) следует, что $u = \frac{jM}{\rho FZ}$.

Так как $F = 96500$ Кл/моль, $M = 58{,}7 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $Z = 2$, $\rho = 8800$ кг/м^3, то

$$u = \frac{30 \cdot 58{,}7 \cdot 10^{-3}}{8800 \cdot 96500 \cdot 2} = 2{,}1 \cdot 10^{-8} \text{ м/с}.$$

Ответ: $u = 2{,}1 \cdot 10^{-8}$ м/с.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Средний уровень

1. Электролиз – это совокупность электрохимических процессов, происходящих на электродах, погруженных в электролит, при прохождении по нему электрического тока. В результате:

1) на аноде происходит электрохимическое окисление – отрицательно заряженные ионы становятся нейтральными атомами и выделяются из

раствора, а на катоде – восстановительная реакция: положительные ионы получают недостающие электроны;

2) на катоде происходит восстановительная реакция: положительные ионы получают недостающие электроны, а на аноде происходит электрохимическое окисление – отрицательно заряженные ионы становятся нейтральными атомами и выделяются из раствора;

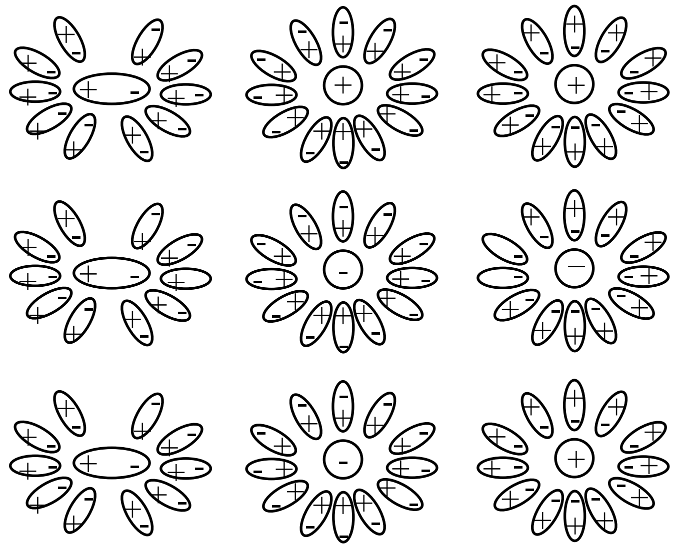
3) вещества, входящие в состав электролита, выделяются в свободном виде.

2. На рисунке представлен один из возможных процессов электролитической диссоциации. Какой из представленных рисунков отображает существо электролитической диссоциации:

1.

2.

3.



1) 1; 2) 2; 3) 3.

3. Первый закон электролиза (первый закон Фарадея): «Масса m выделившегося на электроде вещества:

1) пропорциональна только времени t прохождения через электролит тока I»;

2) пропорциональна только силе тока I, походящего через электролит»;

3) пропорциональна времени t прохождения через электролит тока и силе тока I ».

4. Второй закон электролиза (второй закон Фарадея): «Электрохимический эквивалент вещества прямо пропорционален его химическому эквиваленту». Укажите соотношение, справедливое для данного утверждения:

1) $k = \frac{1}{F}\frac{M}{Z}$; 2) $k = \frac{1}{F}\frac{M}{e}$; 3) $k = \frac{1}{F}M$.

5. Закон Ома для электролитов: $j = eZn\left(b_+ + b_-\right)E$, где:

1) $\gamma = eZn\left(b_+ + b_-\right)$ – удельная электрическая проводимость раствора электролита;

2) $\gamma = eZn\left(b_+ + b_-\right)$ – удельная электрическое сопротивление раствора электролита;

3) b_+ и b_- – подвижность ионов электролита;

4) b_+ и b_- – средняя скорость упорядоченного движения ионов электролита.

6. Ионизация газа – это процесс:

1) вырывания из электронной оболочки атома одного электрона под влиянием различных факторов (высоких температур, рентгеновских, ультрафиолетовых и космических лучей, радиоактивных излучений, в результате столкновений атома с электронами и другими быстрыми частицами);

2) вырывания из электронной оболочки атома одного или нескольких электронов под влиянием различных факторов (высоких температур, рентгеновских, ультрафиолетовых и космических лучей, радиоактивных излучений, в результате столкновений атома с электронами и другими быстрыми частицами);

3) вырывания из атома одного или нескольких положительных зарядов под влиянием различных факторов (высоких температур, рентгеновских, ультрафиолетовых и космических лучей, радиоактивных излучений, в результате столкновений атома с электронами и другими быстрыми частицами).

7. Рекомбинация атомов – это процесс:

1) соединения положительных ионов с отрицательными ионами после прекращения действия ионизатора, в результате которого образуются нейтральные атомы;

2) соединения положительных ионов с отрицательными ионами или электронами после прекращения действия ионизатора, в результате которого образуются нейтральные атомы;

3) соединения положительных ионов с отрицательными ионами или электронами после прекращения действия ионизатора, в результате которого образуются ионы.

8. Уравнение баланса ионов в газе имеет вид: $\dfrac{dn}{dt} = N - \alpha n^2$, где α – коэффициент рекомбинации ионов разных знаков; N – число пар ионов разных знаков; $n-$ концентрация пар положительных и отрицательных ионов. В стационарном состоянии концентрация ионов:

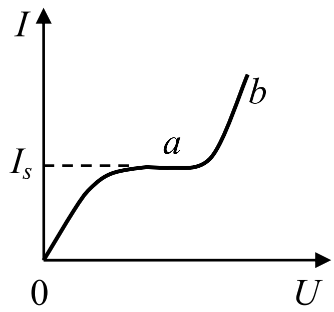
1) $n=\alpha\sqrt{N}$; 2) $n=N\sqrt{\alpha}$; 3) $n=\sqrt{N\alpha}$.

9. Уравнение баланса ионов в газе имеет вид: $\frac{dn}{dt}=N-\alpha n^2$, где $\alpha-$ коэффициент рекомбинации ионов разных знаков; $N-$ число пар ионов разных знаков; $n-$концентрация пар положительных и отрицательных ионов. При выключении ионизатора концентрация ионов связана с коэффициентом рекомбинации соотношением:

1) $\frac{1}{n}-\frac{1}{n_0}=\alpha t$; 2) $\frac{1}{n}-\frac{1}{N_0}=\alpha t$; 3) $\alpha=\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n_0}\right)\frac{1}{t}$.

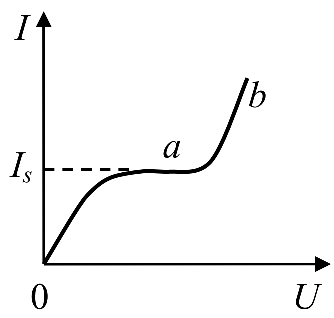
10. На рисунке представлена вольтамперная характеристика для данной интенсивности ионизатора. Если в одном из режимов, изображенных ветвью характеристики Oa, прекратить действие ионизатора, то ток в газовом промежутке:

1) прекратится;
2) возрастет;
3) уменьшится в два раза.



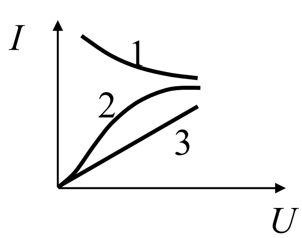
11. На рисунке представлена вольтамперная характеристика для данной интенсивности ионизатора. Возрастание тока на участке ab объясняется:

1) только увеличением напряжения;
2) только появлением новых ионов в газовом промежутке;
3) увеличением напряжения и появлением новых ионов в газовом промежутке.



12. На рисунке представлена вольтамперная характеристика (связь между напряжением и током). Укажите зависимость тока от напряжения, соответствующую сопротивлению в газоразрядной лампе.

1) 1; 2) 2; 3) 3.



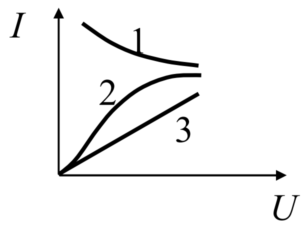
13. Ток в вакууме представляет собой:

а) микроскопические ионы, движущиеся независимо от макроскопических тел в вакууме;

б) микроскопические ионы, движение которых зависит от макроскопических тел в вакууме;

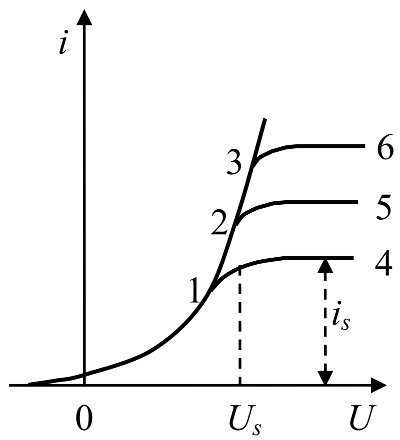
в) микроскопические электроны, движущиеся независимо от макроскопиеских тел в вакууме.

14. На рисунке представлена вольтамперная характеристика (связь между напряжением и током). Укажите зависимость тока от напряжения, соответствующую сопротивлению электронной лампы:



1) 1; 2) 2; 3) 3.

15. На рисунке представлена зависимость силы тока между двумя электродами (анодом и катодом в вакуумном диоде) от разности потенциалов (анодного напряжения). Какая из кривых соответствует



1) независимости силы тока от температуры?

2) зависимости силы тока от температуры?

3) при значениях тока, меньших i_s, зависимость силы тока от напряжения при всех температурах изображается одной и той же кривой.

Достаточный уровень

1. Определите среднюю скорость упорядоченного движения электронов в медном проводнике, площадь поперечного сечения которого $S = 4$ мм^2, при силе тока $I = 1$ А, предполагая, что концентрация свободных электронов равна концентрации атомов проводника. Заряд электрона $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, плотность меди $\rho = 8900$ кг/м^3, молярная масса меди $M = 63{,}5 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Ответ: $\langle \upsilon \rangle = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$ м/с.

2. Плотность тока j в алюминиевом проводе равна 1 А/мм^2. Определите среднюю скорость $\langle \upsilon \rangle$ упорядоченного движения электронов, предполагая, что число свободных электронов в 1 см^3 алюминия равно числу атомов.

Ответ: $\langle \upsilon \rangle = 0{,}1$ мм/с.

3. Плотность тока j в медном проводнике равна 3 А/мм^2. Определите напряженность E электрического поля в проводнике.

Ответ: $E = 0,05$ В/м.

4. В медном проводнике длиной $l = 2$ м и площадью S поперечного сечения, равной 0,4 мм^2, идет ток. При этом ежесекундно выделяется количество теплоты $Q = 0,35$ Дж. Сколько электронов N проходит за 1 с через поперечное сечение этого проводника?

Ответ: $N = 1,27 \cdot 10^{19}$ с$^{-1}$.

5. В медном проводнике объемом $V = 6$ см^3 при прохождении по нему постоянного тока за время $t = 1$ мин выделилось количество теплоты $Q = 216$ Дж. Вычислите напряженность E электрического поля в проводнике.

Ответ: $E = 0,1$ В/м.

6. При силе тока $I = 5$ А за время $t = 10$ мин в электролитической ванне выделилось $m = 1,02$ г двухвалентного металла. Определите его относительную атомную массу A_r.

Ответ: $A_r = 65,4$.

7. Две электролитические ванны соединены последовательно. В первой ванне выделилось $m_1 = 3,9$ г цинка, во второй за то же время $m_2 = 2,24$ г железа. Цинк двухвалентен. Определите валентность железа.

Ответ: $Z = 3$.

8. Электролитическая ванна с раствором медного купороса присоединена к батарее аккумуляторов с ЭДС $\varepsilon = 4$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,1$ Ом. Определите массу m меди, выделившейся при электролизе за время $t = 10$ мин, если ЭДС поляризации $\varepsilon_n = 1,5$ В и сопротивление R раствора равно 0,5 Ом. Медь двухвалентна.

Ответ: $m = 0,83$ г.

9. Определите толщину h слоя меди, выделившейся за время $t = 5$ ч при электролизе медного купороса, если плотность тока $j = 80$ А/м^2.

Ответ: $h = 54$ мкм.

10. Сила тока, проходящего через электролитическую ванну с раствором медного купороса, равномерно возрастает в течение времени

$\Delta t = 20$ с от $I_0 = 0$ до $I = 2$ А. Определите массу m меди, выделившейся за это время на катоде ванны.

Ответ: $m = 6{,}6$ мг.

11. В электролитической ванне через раствор прошел заряд $q = 193$ кКл. При этом на катоде выделился металл количеством вещества $\nu = 1$ моль. Определите валентность Z металла.

Ответ: $Z = 2$.

12. Определите количество вещества ν и число атомов N двухвалентного металла, отложившегося на катоде электролитической ванны, если через раствор в течение времени $t = 5$ мин шел ток силой $I = 2$ А.

Ответ: $\nu = 3{,}12$ моль; $N = 1{,}87 \cdot 10^{21}$.

13. Сколько атомов двухвалентного металла выделится на 1 см^2 поверхности электрода за время $t = 5$ мин при плотности $j = 10$ А/м^2?

Ответ: $N = 9{,}3 \cdot 10^{17}$.

14. Энергия ионизации атома водорода $E_i = 2{,}18 \cdot 10^{-18}$ Дж. Определите потенциал ионизации U_i водорода.

Ответ: $U_i = 13{,}6$ В.

15. Ток насыщения при несамостоятельном разряде $I_{\text{нас}} = 6{,}4$ пА. Найдите число пар ионов, создаваемых за 1 с внешним ионизатором.

Ответ: $n = 2 \cdot 10^7$.

16. Объем V газа, заключенного между электродами ионизационной камеры, равен 0,5 л. Газ ионизируется рентгеновским излучением. Сила тока насыщения $I_{\text{нас}} = 4$ нА. Сколько пар ионов образуется за 1 с в 1 см^3 газа? Заряд каждого иона равен элементарному заряду.

Ответ: $n = 5 \cdot 10^7$.

17. В ионизационной камере, расстояние d между плоскими электродами которой равно 5 см, проходит ток насыщения плотностью $j = 16$ мкА/м^2. Определите число n пар ионов, образующихся каждом кубическом сантиметре пространства камеры в 1 с.

Ответ: $n = 2 \cdot 10^9$.

18. Найдите силу тока насыщения между пластинами конденсатора, если под действием ионизатора в каждом кубическом сантиметре пространства между пластинами конденсатора ежесекундно образуется $n_0 = 10^8$ пар ионов, каждый из которых несет один элементарный заряд. Расстояние d между пластинами конденсатора равно 1 см, площадь S пластины равна 100 см^2.

Ответ: $I_{нас} = 1{,}6 \cdot 10^{-9}$ А.

19. Азот ионизируется рентгеновским излучением. Определите проводимость G азота, если в каждом кубическом сантиметре газа находится в условиях равновесия $n_0 = 10^7$ пар ионов. Подвижность положительных ионов $b_+ = 1{,}27$ см^2/(В$\cdot$с), отрицательных $b_- = 1{,}81$ см^2/(В$\cdot$с).

Ответ: $G = 0{,}5$ нСм.

20. Воздух между плоскими электродами ионизационной меры ионизируется рентгеновским излучением. Сила тока I, текущего через камеру, равна 1,2 мкА. Площадь S каждого электрода равна 300 см^2, расстояние между ними $d = 2$ см, разность потенциалов $U = 100$ В. Найдите концентрацию n пар ионов между пластинами, если ток далек от насыщения. Подвижность положительных ионов $b_+ = 1{,}4$ см^2/(В с), отрицательных $b_- = 1{,}9$ см^2/(В с). Заряд каждого иона равен элементарному заряду.

Ответ: $n = 1{,}52 \cdot 10^{14}$ м$^{-3}$.

21. Потенциал ионизации U_i атомарного водорода равен 13,6 В. Определите температуру, при которой атомы имеют среднюю кинетическую энергию поступательного движения, достаточную для ионизации.

Ответ: $T = 105$ кК.

Вопросы для самоконтроля

1. Что называют электрическим током? Дайте понятия конвекционного тока и тока проводимости.
2. При каких условиях в данной среде может возникнуть и существовать ток?
3. Что называют силой тока? Назовите единицу измерения силы тока в системе СИ.
4. Какой ток называют постоянным?
5. Что называют плотностью тока? Какова единица измерения плотности тока в системе СИ?

6. Что такое источник тока? Какова его роль в электрической цепи? Дайте определение ЭДС. В каких единицах измеряется ЭДС?

7. Что называют напряжением на участке цепи? При каком условии оно равно разности потенциалов на концах участка?

8. Какой участок цепи называется однородным? Запишите закон Ома для однородного участка цепи.

9. Какой участок цепи называется неоднородным? Сформулируйте закон Ома для неоднородного участка цепи.

10. Приведите вывод закона Ома в дифференциальной форме.

11. Какова физическая природа электрического сопротивления проводника? От каких величин зависит сопротивление однородного проводника?

12. Что называют удельным сопротивлением вещества?

13. Как зависит от температуры удельное сопротивление металлов?

14. Как объяснить увеличение сопротивления металлов при повышении температуры? Почему сопротивление сплавов слабо зависит от температуры?

15. Какое соединение проводников называется последовательным; параллельным? Какие физические величины сохраняются при последовательном (параллельном) соединении проводников?

16. Как определяется эквивалентное сопротивление при последовательном и параллельном соединении проводников?

17. Дайте определение замкнутой (полной) цепи. Сформулируйте и запишите закон Ома для замкнутой цепи.

18. Что называется работой тока? Как определяется работа тока на внешнем участке цепи?

19. Что называют мощностью тока? Запишите формулы для расчета полной и полезной мощностей.

20. При каком условии полезная мощность, выделяемая на внешнем участке цепи максимальна?

21. Как определяют коэффициент полезного действия электрической цепи? Какова зависимость КПД от сопротивления нагрузки?

22. Сформулируйте закон Джоуля-Ленца. Запишите его математическое выражение.

23. Сформулируйте правила Кирхгофа. В каких случаях их целесообразно применять?

3. МАГНИТОСТАТИКА

3.1. Взаимодействие параллельных токов

Электрические токи взаимодействуют между собой. Как показывает опыт, два прямолинейных параллельных проводника с токами одинакового направления притягиваются, если токи в проводниках имеют противоположные направления, то проводники отталкиваются (рис. 3.1).

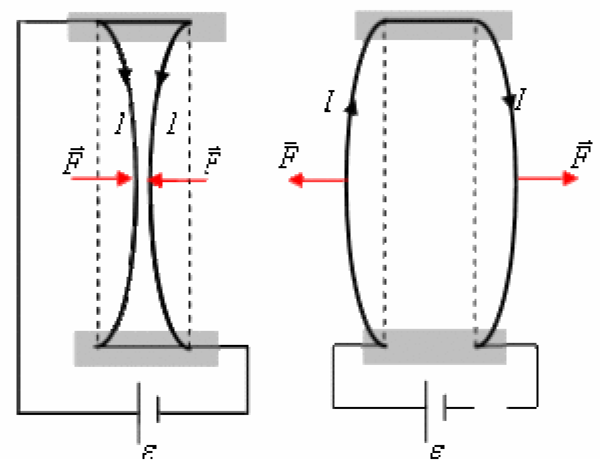


Рис. 3.1

При этом сила их взаимодействия на единицу длины проводника прямо пропорциональна силе тока в каждом из проводников и обратно пропорциональна расстоянию между ними

$$F = \mu_0 \frac{I_1 I_2 l}{2\pi r},$$

где I_1 и I_2 – токи в проводниках; l – длина проводника; r – расстояние между проводниками; μ_0 – магнитная постоянная ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Н/А^2).

Закон взаимодействия параллельных токов был установлен экспериментально А. Ампером в 1820 г.

3.2. Магнитное поле

Проводники с токами взаимодействуют друг с другом на расстоянии посредством магнитного поля.

Магнитное поле представляет собой особый вид материи, посредством которого осуществляется взаимодействие движущихся электрических зарядов, постоянных магнитов, токов с магнитами. Опыты показали, что магнитное поле сопутствует любому переносу зарядов в рассматриваемой системе координат: току в металлах, электролитах, газах, движению электронов или ионов в вакууме, перемещению заряженного тела.

Магнитное взаимодействие движущихся зарядов согласно представлениям теории поля объясняется следующим образом. *Всякий движущийся электрический заряд создает в окружающем пространстве магнитное поле, способное действовать на другие движущиеся электрические заряды.*

Магнитное поле обнаруживает себя по силовому действию на движущиеся заряженные частицы (токи), а также намагниченные тела (магнитную стрелку). *Магнитная стрелка* представляет собой маленький продолговатый магнит с двумя полюсами на концах: южным (S) и северным (N).

Для изучения магнитного поля можно использовать *пробный контур с током*. Он представляет собой замкнутый плоский контур произвольной формы и столь малых размеров, что в точках места его расположения магнитное поле можно считать одинаковым. Ориентацию контура в пространстве характеризуют вектором нормали к контуру, связанным с направлением тока в нем правилом правого винта (буравчика): при вращении головки буравчика в направлении тока I (рис. 3.2) поступательное движение острия буравчика определяет направление единичного вектора нормали $\vec{n}$ к плоскости контура.

На рамку с током I, помещенную во внешнее однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$ действует вращающий момент сил $\vec{M}$, величина которого пропорциональна магнитной индукции, силе тока в рамке, ее площади S и зависит от угла α между вектором $\vec{B}$ и нормалью n к плоскости рамки:

$$M = IBS\sin\alpha .$$

Максимальное значение вращающий момент имеет при $\alpha = 90^\circ$.

$$M_{\max} = IBS .$$

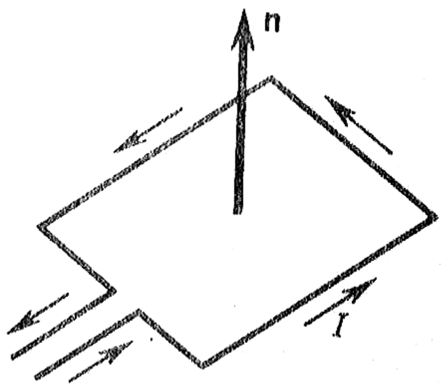


Рис. 3.2

Это выражение можно использовать для определения индукции магнитного поля

$$B = \frac{M_{\max}}{IS}.$$

Магнитная индукция $\vec{B}$ – *это векторная физическая величина, численно равная отношению максимального механического момента сил, действующих на рамку с током, помещенную в однородное магнитное поле, к произведению силы тока в рамке на ее площадь.*

Магнитная индукция является силовой характеристикой магнитного поля.

Величину, равную произведению IS, называют магнитным моментом рамки $\vec{p}_m$. Магнитный момент – вектор, направление которого совпадает с направлением нормали к рамке.

Наглядную картину магнитного поля дают линии магнитной индукции (силовые линии магнитного поля).

Линии магнитной индукции – *это непрерывные линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора магнитной индукции в этой точке.*

На рис. 3.3-3.4 изображены линии магнитной индукции для прямого проводника с током и постоянного полосового магнита.

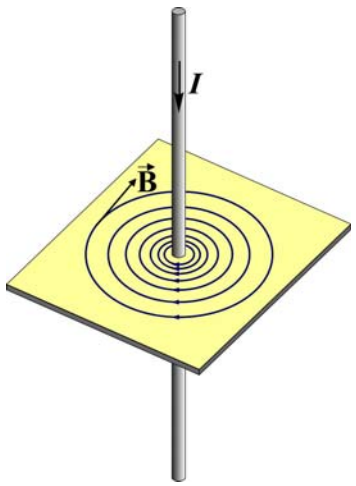


Рис. 3.3. Магнитное поле прямолинейного тока

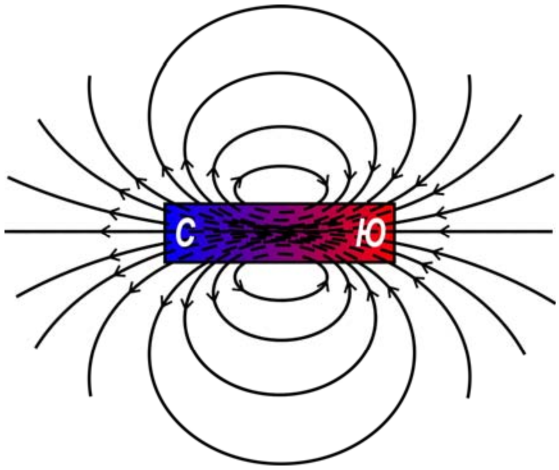


Рис. 3.4. Магнитное поле постоянного магнита

Направление линий магнитной индукции вокруг проводника с током определяют *по правилу буравчика*. У магнита линии индукции выходят из северного полюса и входят в южный.

Свойства линий магнитной индукции:

– линии магнитной индукции всегда замкнуты: они не имеют начала и конца. Это означает, что

1) *магнитное поле* (в отличие от электрического) *не имеет источников: магнитных зарядов* (подобных электрическим) в природе *не существует*;

2) магнитное поле является вихревым, т.е. полем с замкнутыми линиями магнитной индукции.

3.3. Закон Био-Савара-Лапласа. Принцип суперпозиции магнитных полей

В 1820 г. французские физики Жан Батист Био и Феликс Савар, провели исследования магнитных полей токов различной формы. А французский математик Пьер Лаплас обобщил эти исследования. Он проанализировал экспериментальные данные и сделал вывод, что *магнитное поле любого тока может быть вычислено как векторная сумма* (*суперпозиция*) *полей, создаваемых отдельными элементарными участками тока*:

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i.$$

Индукция $d\vec{B}$ в точке A поля, созданного элементом $d\vec{l}$ проводника с током I

$$d\vec{B} = \mu_0 \frac{I\left[d\vec{l} \cdot \vec{r}\right]}{4\pi r^3},$$

где $d\vec{l}$ – вектор, равный по модулю длине dl элемента проводника и совпадающий по направлению с током, $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от элемента dl проводника в точку A поля, r – модуль радиуса-вектора $\vec{r}$.

Вектор $d\vec{B}$ перпендикулярен векторам $d\vec{l}$ и $\vec{r}$, т.е. перпендикулярен плоскости, в которой они лежат, и совпадает с направлением касательной к линии магнитной индукции. Это направление может быть определено по правилу правого винта: *направление вращения головки винта дает направление вектора $d\vec{B}$, если поступательное движение острия винта совпадает с направлением тока в элементе.*

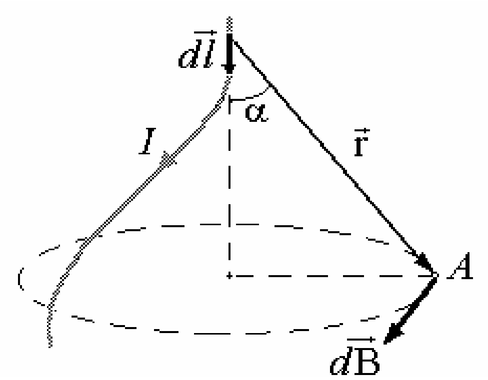


Рис. 3.5

Модуль вектора $d\vec{B}$

$$dB = \mu_0 \frac{Idl \sin\alpha}{4\pi r^2},$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$; μ_0 – магнитная постоянная $\left(\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}\right)$

Таким образом, закон Био-Савара-Лапласа устанавливает величину и направление вектора $d\vec{B}$ в произвольной точке магнитного поля, созданного элементом проводника $d\vec{l}$ с током I.

Чтобы найти индукцию магнитного поля, которое создается проводником с током длиной l произвольной формы, необходимо векторно просуммировать поля, созданные всеми элементами тока

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}.$$

3.4. Применение закона Био-Савара-Лапласа

3.4.1. Магнитное поле прямого тока

Разобьем весь отрезок провода на малые элементы длины dl. Индукцию магнитного поля, создаваемого в точке A элементом тока Idl, определим по формуле

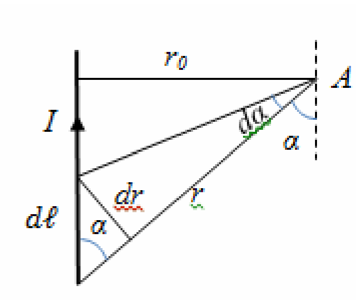


Рис. 3.6

$$dB = \mu_0 \frac{Idl \sin\alpha}{4\pi r^2}.$$

Из рис. 3.6. видно, что

$$r = \frac{r_0}{\sin\alpha}; \qquad dr = rd\alpha; \qquad dl = \frac{dr}{\sin\alpha} = \frac{rd\alpha}{\sin\alpha} = \frac{r_0 d\alpha}{\sin^2\alpha}.$$

Подставляя эти выражения в формулу Био-Савара-Лапласа, получим

$$dB = \mu_0 \frac{Idr_0 d\alpha}{4\pi \sin^2\alpha} \cdot \frac{\sin\alpha \cdot \sin^2\alpha}{r_0^2} = \mu_0 \frac{I \sin\alpha d\alpha}{4\pi r_0}$$

Поскольку индукция, создаваемая различными элементарными участками, на которые мы разбили проводник, в данной точке имеет одинаковое направление, можно геометрическое суммирование векторов $d\vec{B}$ заменить скалярным суммированием

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \mu_0 \frac{I \sin\alpha d\alpha}{4\pi r_0} = \mu_0 \frac{I}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha d\alpha = \mu_0 \frac{I}{4\pi r_0} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2).$$

Таким образом, для индукции магнитного поля отрезка прямого тока конечной длины (рис.3.7) получим формулу

$$B = \mu_0 \frac{I}{4\pi r_0} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2).$$

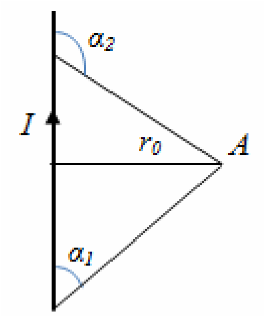


Рис. 3.7

В случае бесконечно длинного прямого проводника с током $\alpha_1 = 0,\ \alpha_2 = \pi.$

Следовательно,

$\cos\alpha_1 = 1,\ \cos\alpha_2 = -1,\ \cos\alpha_1 - \cos\alpha_2 = 2.$

Индукция магнитного поля бесконечно длинного прямого проводника с током

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r_0}.$$

3.4.2. Магнитное поле кругового тока

Рассмотрим поле, создаваемое током I, текущим по тонкому проводу, имеющему форму окружности радиуса R (рис. 3.8).

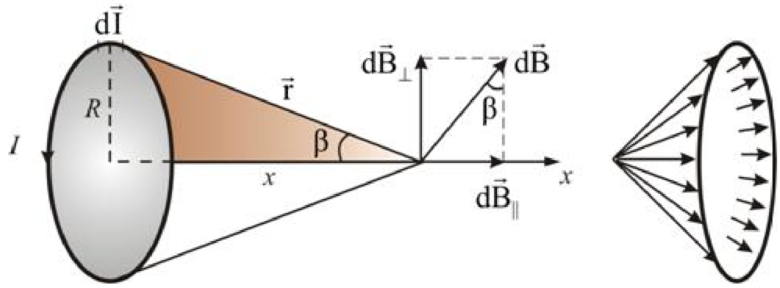


Рис. 3.8

Определим магнитную индукцию на оси проводника с током на расстоянии x от плоскости кругового тока. Векторы $d\vec{B}$ перпендикулярны плоскостям, проходящим через соответствующие $d\vec{l}$ и $\vec{r}$. Следовательно, они образуют симметричный конический веер. Из соображений симметрии видно, что результирующий вектор $\vec{B}$ направлен вдоль оси кругового тока. Каждый из векторов $d\vec{B}$ можно разложить на два составляющих вектора $d\vec{B}_{\text{Ц}}$ и $d\vec{B}_{\perp}$.

Очевидно, что сумма всех $d\vec{B}_{\perp}$ равна нулю.

Но $d\vec{B}_{\text{Ц}} = dB\sin\beta$, $\quad \sin\beta = \dfrac{R}{r}$, а т.к. угол α между $d\vec{l}$ и $\vec{r}$ прямой, то $\sin\alpha = 1$, поэтому

$$dB_{\text{Ц}} = dB\frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\frac{R}{r}. \tag{3.1}$$

Подставив в формулу (3.1) выражение $r = \sqrt{R^2 + x^2}$ и, проинтегрировав по всей длине проводника $l = 2\pi R$, получим выражение для нахождения магнитной индукции кругового тока

$$B = \int_0^{2\pi R} dB_{\text{Ц}} = \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3}\int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2 I}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}. \tag{3.2}$$

При $x = 0$, получим магнитную индукцию в центре кругового тока

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}. \tag{3.3}$$

3.5. Циркуляция вектора магнитной индукции. Закон полного тока для магнитного поля в вакууме

Циркуляцией вектора $\vec{B}$ по заданному замкнутому контуру называется интеграл вида

$$\oint\limits_L \vec{B}d\vec{l} = \oint B_l dl,,$$

где $d\vec{l}$ – вектор элементарной длины контура, направленной вдоль обхода контура; $B_l = B\cos\alpha$ – составляющая вектора $\vec{B}$ в направлении касательной к контуру (с учетом выбранного направления обхода), α – угол между векторами $\vec{B}$ и $d\vec{l}$.

Закон полного тока (***теорема о циркуляции вектора индукции магнитного поля*** $\vec{B}$ ***в вакууме***) утверждает, что *циркуляция вектора индукции магнитного поля* $\vec{B}$ *по произвольному замкнутому контуру* (L) *не зависит от формы контура и пропорциональна суммарному току* I*, который охватывается контуром*

$$\oint\limits_{(L)} \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 I,$$

где $\vec{B}$ – вектор индукции магнитного поля; L – длина произвольного замкнутого контура; $d\vec{l}$ – элемент длины контура (L); I – суммарный электрический ток, охватываемый контуром.

Суммарный ток I равен алгебраической сумме токов через поверхность, которая ограничена контуром (L)

$$I = \sum_{i=1} (\pm) I_i .$$

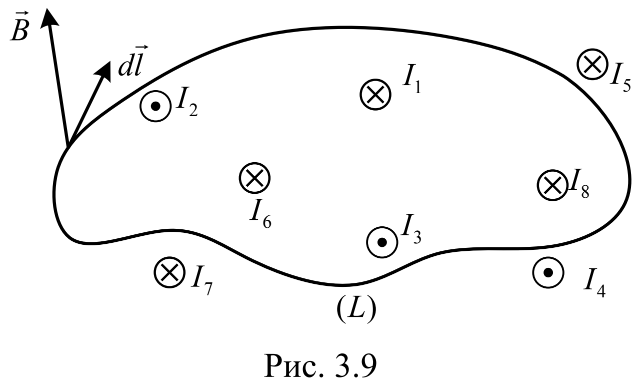


Рис. 3.9

При этом сила тока I_i берется со знаком «+», если направление обхода контура и направление тока связаны правилом правого винта, и со знаком «–» в противоположном случае. Например, для случая, показанного на рис. 1.9, получим

$$\oint\limits_{(L)} \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \left(I_1 - I_2 - I_3 + I_6 + I_8\right).$$

Для объёмных токов закон полного тока имеет вид

$$\oint\limits_{(L)} \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \int\limits_{(S)} \vec{j}d\vec{S} ,$$

где $\vec{j}$ – плотность тока через поверхность (S); замкнутый контур (L) является границей поверхности (S).

Из закона полного тока следует, что в вакууме линии вектора индукции магнитного поля $\vec{B}$ замкнуты в пространстве, при этом они охватывают электрические токи, образуя с ними правовинтовую систему.

Закон полного тока упрощает вычисление магнитных полей (без применения закона Био-Савара-Лапласа) в случаях, когда электрические токи распределены в пространстве симметричным образом. Выбрав удачно форму контура и сделав предположение о направлении вектора магнитной индукции, можно свести вычисление циркуляции вектора $\vec{B}$ к произведению модуля B на длину контура или его участка. Затем можно вычислить значение B на основании формулы закона полного тока.

3.6. Применение закона полного тока к расчету магнитного поля. Магнитное поле соленоида

Соленоид – цилиндрическая катушка, состоящая из большого числа витков, равномерно намотанных на сердечник (рис 3.10).

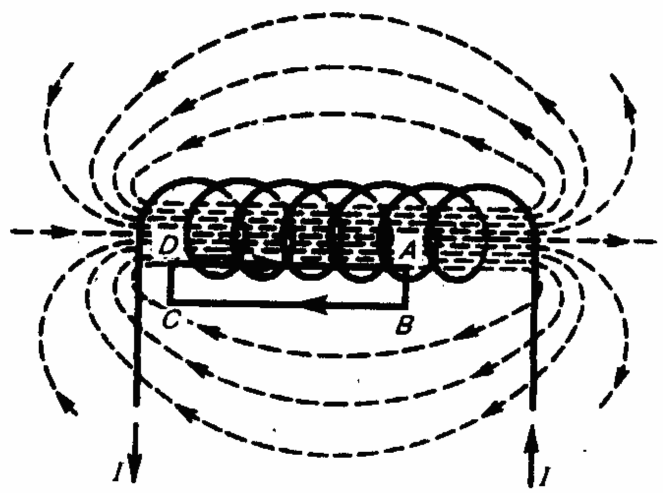


Рис 3.10

Обозначим длину соленоида l, общее число витков N, ток в нем I. Будем считать соленоид бесконечно длинным. Эксперимент показал, что внутри длинного соленоида магнитное поле однородное и линии магнитной индукции идут параллельно его оси. Вне соленоида магнитное поле не однородное и очень слабое (практически равное нулю).

Найдем индукцию магнитного поля внутри соленоида. Для этого воспользуемся теоремой о циркуляции. Вычислим циркуляцию вектора индукции $\vec{B}$ по прямоугольному контуру $ABCD$. Стороны BC и AD параллельны линиям индукции; стороны AB и CD перпендикулярны линиям магнитной индукции, и проекции вектора магнитной индукции на эти стороны равны нулю. Поэтому циркуляция вектора $\vec{B}$ по замкнутому контуру, охватывающему все N витков, равна

$$\oint_l B_l dl = \mu_0 NI.$$

Интеграл $\oint_l B_l dl$ можно представить в виде суммы двух интегралов: по внутренней части контура

$$\oint_l B_l dl = Bl$$

и по внешней

$$\oint_l B_l dl = 0,$$

тогда

$$Bl = \mu_0 NI,$$

откуда

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I, \text{ или } B = \mu_0 nI,$$

где $B -$ индукция магнитного поля внутри соленоида; $n = \dfrac{N}{l} -$ число витков на единицу длины соленоида.

3.7. Поток вектора магнитной индукции. Теорема Гаусса для магнитного поля

Элементарным потоком вектора магнитной индукции (магнитным потоком) через малую поверхность площадью dS называется скалярная физическая величина $d\Phi_B$, равная

$$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B_n dS = BdS \cos\alpha$$

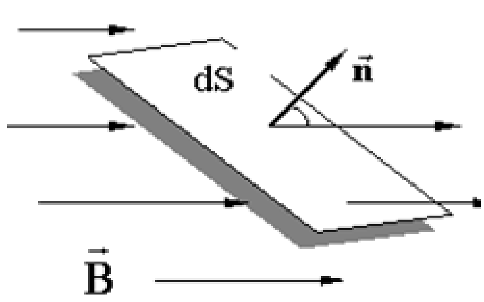


Рис 3.11

где $B_n = B\cos\alpha -$ проекция вектора $\vec{B}$ на направление нормали $\vec{n}$ к площадке dS; $\alpha -$ угол между векторами $\vec{n}$ и $\vec{B}$; $d\vec{S} -$ вектор, модуль которого равен dS, а направление совпадает с направлением нормали $\vec{n}$ к площадке.

Поток вектора $\vec{B}$ может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от знака $\cos\alpha$.

Поток вектора магнитной индукции Φ_B через произвольную поверхность S равен

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}.$$

Для однородного поля и плоской поверхности

$$\Phi_B = BS\cos\alpha .$$

Единица магнитного потока **вебер** (Вб). 1 Вб – магнитный поток, проходящий сквозь плоскую поверхность площадью 1 м^2, расположенную перпендикулярно однородному магнитному полю, индукция которого равна 1 Тл (1 Вб = 1 Тл·м^2).

Теорема Гаусса для магнитного поля: *поток вектора магнитной индукции сквозь любую замкнутую поверхность равен нулю*:

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 .$$

Эта теорема отражает факт отсутствия магнитных зарядов, вследствие чего линии магнитной индукции не имеют ни начала, ни конца и являются замкнутыми.

Рассчитаем поток вектора индукции магнитного поля сквозь соленоид. Магнитная индукция однородного поля внутри соленоида с сердечником с магнитной проницаемостью μ равна

$$B = \mu_0 \mu \frac{N}{l} I.$$

Магнитный поток сквозь один виток соленоида площадью S равен

$$\Phi_B = \mu_0 \mu \frac{N}{l} IS ,$$

а полный магнитный поток, сцепленный со всеми витками соленоида и называемый **потокосцеплением**,

$$\psi = \Phi_B N = \mu_0 \mu \frac{N^2}{l} IS .$$

3.8. Рамка с током в магнитном поле

Рассмотрим рамку с током I прямоугольной формы со сторонами $AC = a$ и $CD = b$, помещенную в однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$ (рис. 3.12). Нормаль к плоскости рамки составляет с вектором магнитной индукции угол α. На рис. 3.12 показаны силы Ампера, действующие на стороны рамки CD и AE. Силы, действующие на стороны AC и DE не создают вращательного момента относительно оси OO_1.

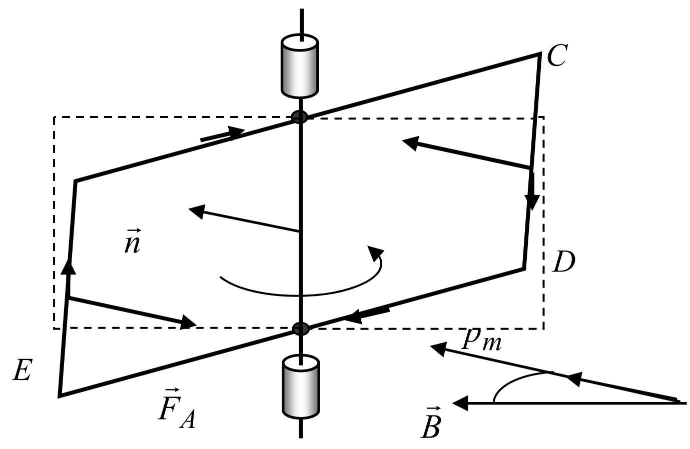


Рис. 3.12

Моменты сил Ампера, действующих на стороны CD и AE:

$$M_{CD} = F_A \cdot \frac{a}{2}\sin\alpha = IBb \cdot \frac{a}{2}\sin\alpha,\ M_{AE} = F_{\text{A}} \cdot \frac{a}{2}\sin\alpha = IBb \cdot \frac{a}{2}\sin\alpha.$$

Суммарный вращающий момент, действующий на рамку

$$M = M_{CD} + M_{AE} = IBba\sin\alpha.$$

Площадь рамки $S = ab$, тогда

$$M = IBS\sin\alpha$$

Магнитный момент рамки $\vec{p}_m$, направленный вдоль нормали $\vec{n}$

$$p_m = IS.$$

Направление нормали к плоскости рамки определяется направлением движения буравчика при вращении его по току.

Момент сил, действующих на рамку с током можно представить в виде

$$M = p_m B\sin\alpha,$$

или в векторном виде

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m \times \vec{B}\right].$$

Рамка будет находиться в равновесии, когда момент сил равен нулю. Это возможно, если $\alpha = 0$ или $\alpha = 180^0$. В первом случае магнитный момент рамки $\vec{p}_m$ параллелен вектору $\vec{B}$. Это устойчивое положение равновесия рамки (при небольших отклонениях рамка будет стремиться вернуться в положение равновесия). Во втором случае вектора $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ антипараллельны. Это неустойчивое положение равновесия (малейшее отклонение от этого положения приведет к развороту рамки на 180°).

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. *К тонкому однородному проволочному кольцу радиуса* r_0 *подводят ток* I*. Подводящие провода, расположенные радиально, делят кольцо на две дуги, длины которых* l_1 *и* l_2 *(рис. 3. 13). Найдите индукцию магнитного поля в центре кольца.*

Дано:	Решение
l_1 и l_2 – длины дуг; r_0 – радиус кольца; I – ток в кольце	Магнитное поле создается токами i_1 и i_2, текущими по дугам l_1 и l_2 кольца, и током I, текущим по подводящим проводам. Поэтому
B – ?	$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_{пр}. \quad (1)$$

Каждое из слагаемых может быть найдено на основании принципа суперпозиции и закона Био-Савара-Лапласа:

$$dB = \mu_0 \frac{idl \sin\alpha}{4\pi r^2}, \quad (2)$$

где $d\vec{B}$ – вектор магнитной индукции поля, созданного элементом тока $id\vec{l}$ в точке, радиус-вектор которой $\vec{r}$.

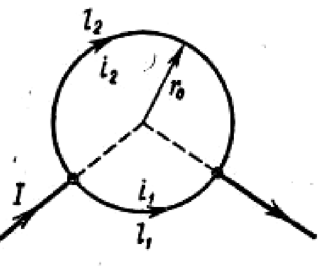


Рис. 3.13

Подводящие провода не создают поля в центре кольца, так как для любого элемента $d\vec{l}$ этих проводов $\sin\alpha = 0$. Векторы индукции $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ магнитных полей, созданных дугами l_1 и l_2 в центре кольца, как следует из формулы (2), направлены перпендикулярно плоскости рисунка и противоположны друг другу. Следовательно, искомая индукция магнитного поля в центре кольца

$$B = |B_1 - B_2|, \quad (3)$$

где B_1 и B_2 могут быть найдены с помощью закона Био-Савара-Лапласа и принципа суперпозиции к каждой из дуг l_1 и l_2.

В центре кольца для всех точек каждой из дуг $r = r_0; \alpha = \pi/2$.

Все элементарные $d\vec{B}$ полей, созданных элементами дуги l_1 коллинеарны между собой, и интегрирование выражения (2) по дуге l_1 дает

$$B_1 = \int\limits_{(l_1)} dB = \frac{\mu_0 i_1}{4\pi r_0^2} \int\limits_0^{l_1} dl = \frac{\mu_0 i_1 l_1}{4\pi r_0^2}. \quad (4)$$

Аналогично,

$$B_2 = \mu_0 i_2 l_2 / (4\pi r_0^2).$$

Подставляя выражения для B_1 и B_2 в (3), получаем

$$B = \mu_0 \left| (i_1 l_1 - i_2 l_2) \right| / (4\pi r_0^2).$$

Соединение проводников l_1 и l_2 – параллельное, сопротивление каждого из них прямо пропорционально длине (по условию, кольцо однородное). Это значит, что силы токов i_1 и i_2 обратно пропорциональны сопротивлениям R_1 и R_2, т. е. обратно пропорциональны длинам дуг l_1 и l_2:

$$i_1 / i_2 = R_2 / R_1 = l_2 / l_1.$$

Следовательно, и индукция магнитного поля в центре кольца $B = 0$.

Очевидно, что если в выражении (4) заменить длину дуги l_1 длиной окружности $l = 2\pi r_0$, то получается известное выражение индукции в центре витка, обтекаемого током i_1

$$B = \mu_0 i_1 / (2 r_0).$$

Ответ: $B = 0$.

Пример 2. *Бесконечно длинный прямой проводник, по которому идет ток силой $I = 5 A$, согнут под прямым углом (рис. 3.14). Определите индукцию магнитного поля на расстоянии $a = 0{,}1 м$ от вершины угла в точках, лежащих на биссектрисе прямого угла, и на продолжении одной из сторон.*

Дано:	Решение
$I = 5$ А $a = 0{,}1$ м $B - ?$	В любой точке индукция магнитного поля может быть найдена как векторная сумма индукций полей, созданных токами, протекающими по двум частям 1 и 2 провода $$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2. \quad (1)$$

Согласно условию, проводник бесконечно длинный, что позволяет не учитывать магнитное поле, создаваемое подводящими проводами, идущими к источнику.

Абсолютное значение индукции магнитного поля в любой точке, создаваемой каждым из проводников, может быть найдено по формуле для поля прямого тока

$$B = \mu_0 I (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) / (4\pi r), \quad (2)$$

где r – расстояние от проводника до точки M; α_1 и α_2 – углы, образованные радиус-векторами R_1 и R_2, проведенными от концов проводника к точке M и самим проводником (рис. 3.14).

В точке A, как следует из закона Био-Савара-Лапласа, векторы $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ направлены одинаково и перпендикулярны плоскости рисунка. Следовательно,

$$B_A = B_{1A} + B_{2A}. \qquad (3)$$

В точке C проводник 1 поля не создает, так как для любого элемента этого проводника $Id\vec{l} \times \vec{r} = 0$. Поэтому

$$B_C = B_{2C}. \qquad (4)$$

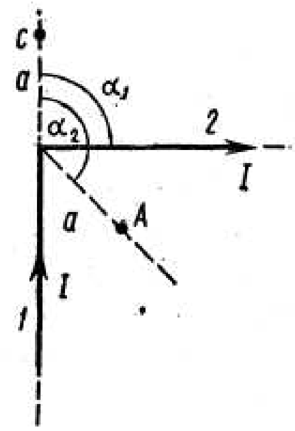


Рис. 3.14

Вследствие симметричного расположения точки A относительно частей проводника $B_{1A} = B_{2A}$, поэтому [см. (3)]

$$B_A = 2B_{1A}. \qquad (5)$$

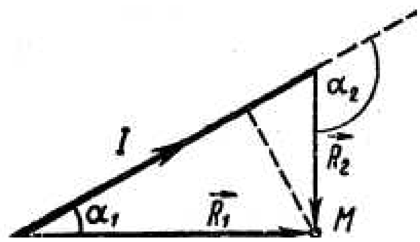


Рис. 3.15

Из рис. 3.15 видно, что для точки A

$$r = a\cos(\pi/4) = a\sqrt{2}/2; \alpha_{1A} = 0; \cos\alpha_{1A} = 1;$$

$$\alpha_{2A} = \alpha_2 = 3\pi/4; \cos\alpha_2 = -\sqrt{2}/2.$$

Тогда [см. (2) и (5)]

$$B_A = \frac{\mu_0 I}{\pi\alpha\sqrt{2}}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2{,}4 \cdot 10^{-5}\,\text{Тл}.$$

Для точки C

$$r' = a; \alpha_{1C} = \alpha_1 = \pi/2; \cos\alpha_1 = 0; \alpha_{2C} = \pi; \cos\alpha_2 = -1.$$

Тогда [см. (2) и (4)]

$$B_C = \mu_0 I/(4\pi\alpha) = 0{,}5 \cdot 10^{-5}\,\text{Тл}.$$

Ответ: $B_A = 2{,}4 \cdot 10^{-5}$ Тл; $B_C = 0{,}5 \cdot 10^{-5}$ Тл.

Пример 3. *По тонкому проводящему кольцу радиуса* $R = 0{,}1$ *м, находящемуся в воздухе, течет ток* $I = 80$ *А. Определите магнитную индукцию в точке* A*, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние* $a = 0{,}2$ *м.*

Дано:

$I = 80\,\text{А}$

$a = 0{,}2\,\text{м}$

$R = 0{,}1\,\text{м}$

$B - ?$

Решение

Для решения задачи воспользуемся законом Био-Савара-Лапласа

$$dB = \mu_0 \frac{Idl\sin\alpha}{4\pi r^2},$$

где dB – магнитная индукция поля, создаваемого элементом тока $Id\vec{l}$ в точке, определяемой радиус-вектором $\vec{r}$.

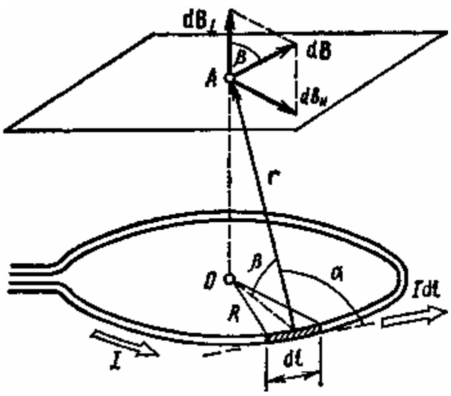


Рис 3.16

Выделим на кольце элемент dl и от него в точку A проведем радиус-вектор $\vec{r}$ (рис 3.16). Вектор $d\vec{B}$ направим в соответствии с правилом буравчика.

Согласно принципу суперпозиции, индукцию B магнитного поля в точке A определим по формуле

$$B = \int\limits_L dB,$$

где $L = 2\pi R$.

Разложим вектор $d\vec{B}$ на два составляющих вектора: перпендикулярный к плоскости кольца $d\vec{B}_\perp$ и параллельный этой плоскости $d\vec{B}_{\text{II}}$.

Тогда

$$B = \int\limits_L dB_\perp + \int\limits_L dB_{\text{II}}.$$

Заметив, что $\int\limits_L dB_{\text{II}} = 0$ из соображений симметрии и что $dB_\perp$ от различных элементов dl сонаправлены, заменим векторное суммирование (интегрирование) скалярным

$$B = \int\limits_L dB_\perp = \int dB\cos\beta = \int\limits_0^{2\pi R} \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}$$

(поскольку $d\vec{l}$ перпендикулярен $\vec{r}$, то $\sin\alpha = 1$).

Таким образом,

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}\cos\beta\int\limits_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I\cos\beta 2\pi R}{4\pi r^2}.$$

Из рис. 3.16 видно, что

$$r = \sqrt{R^2 + a^2};\ r^2 = R^2 + a^2;\ \cos\beta = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + a^2}}.$$

Поэтому

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(R^2 + a^2\right)\sqrt{\left(R^2 + a^2\right)}} = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(R^2 + a^2\right)^{3/2}}.$$

$$B = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 80\cdot 0{,}1^2}{2\left(0{,}1^2 + 0{,}2^2\right)^{3/2}} = 6{,}3\,\text{мкТл}.$$

Ответ: $B = 6{,}3$ мкТл.

Пример 4. *По сплошному бесконечно длинному цилиндрическому проводнику радиуса R течет ток. Плотность тока j (рис. 3.17). Рассчитайте индукцию магнитного поля внутри и вне проводника.*

Дано:	Решение
R – радиус сечения проводника; j – плотность тока	В данной задаче использовать закон Био-Савара-Лапласа и его следствия нельзя, так как проводник не является тонким. Для ее решения воспользуемся теоремой о циркуляции вектора $\vec{B}$
B – ?	

$$\oint_l B_l dl = \oint_l B_n dl = \mu_0 \sum I,$$

где B_n – нормальная составляющая вектора $\vec{B}$.

Рассмотрим две точки: точку A_1, расположенную на расстоянии r_1 ($r_1 < R$) от оси проводника и точку A_2, расположенную на расстоянии $r_2 > R$. Через точки A_1 и A_2 проведем окружности. В силу симметрии модуль вектора $\vec{B}$ в каждой точке окружности одинаков, поэтому

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \oint B_n dl = B \oint dl = B \cdot 2\pi r.$$

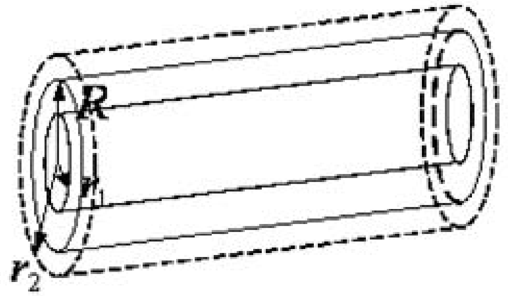


Рис 3.17

Для точки A_1: $$B_1 \cdot 2\pi r_1 = \mu_0 \sum I = \mu_0 j \pi r_1^2; \tag{1}$$

Для точки A_2: $$B_2 \cdot 2\pi r_2 = \mu_0 \sum I = \mu_0 j \pi R^2; \tag{2}$$

(Сумма токов $\sum I$, охватываемых контуром (окружностью), равна $\sum I = j\pi R^2$).

Из формул (1) и (2) определим значения B_1 и B_2:

$$B_1 = \frac{\mu_0 j r_1}{2}; \qquad B_2 = \frac{\mu_0 j R^2}{2 r_2^2}.$$

Ответ: $B_1 = \dfrac{\mu_0 j r_1}{2}$; $B_2 = \dfrac{\mu_0 j R^2}{2 r_2^2}$.

Пример 5. *Определите индукцию магнитного поля, созданного токами I_1 и I_2, текущими по бесконечно длинным проводникам в противоположных направлениях, в точке A, отстоящей от проводников на расстояниях r_1 и r_2 соответственно ($r_1 > r_2$). Расстояние между проводниками равно d.*

Дано:	Решение
I_1 и I_2 – токи в проводниках; d – расстояние между проводниками; r_1 и r_2 – расстояния от проводников до точки A	Проведем вокруг проводников с током силовые линии и, пользуясь правилом правого винта, определим направления векторов $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ в точке A (рис. 3.18).
B – ?	По принципу суперпозиции вектор индукции результирующего магнитного поля $$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

Модуль вектора $\vec{B}$ определим по формуле

$$B^2 = B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$.

Значение $\cos\alpha$ найдем из геометрии рис. 3.18

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\alpha,$$

откуда $\cos\alpha = \dfrac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}$.

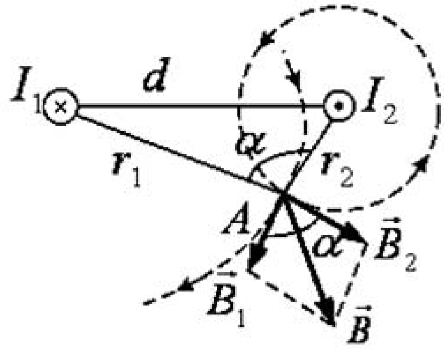


Рис 3.18

Индукция магнитного поля, созданного бесконечно длинным проводником с током, определяется по формулам:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{r_1}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{r_2}$$

Следовательно,

$$B = \sqrt{\left(\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{r_2}\right)^2 + 2\left(\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{r_1}\right)\left(\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{r_2}\right)\cos\alpha} = \frac{\mu_0}{2\pi}\sqrt{\frac{I_1^2}{r_1^2} + \frac{I_2^2}{r_2^2} + \frac{2I_1I_2}{r_1r_2}\frac{(r_1^2 + r_2^2 - d^2)}{2r_1r_2}}.$$

Ответ: $B = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\sqrt{\dfrac{I_1^2}{r_1^2} + \dfrac{I_2^2}{r_2^2} + \dfrac{2I_1I_2}{r_1r_2}\dfrac{(r_1^2 + r_2^2 - d^2)}{2r_1r_2}}$.

Пример 6. *Тонкое кольцо радиусом $r = 10$ см заряжено равномерно с линейной плотностью заряда $\tau = 16$ нКл/м. Кольцо вращается с частотой $n = 10$ об/с относительно оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через его центр. Определите магнитный момент p_m, обусловленный вращением кольца.*

Дано:	Решение
$r = 10$ см $\tau = 16$ нКл/м $n = 10$ об/с	Вращение заряженного кольца представляет собой круговой ток. Круговой ток создает в пространстве магнитный момент, величина модуля которого определяется по формуле
$P_m - ?$	$$P_m = IS,$$

где I – сила кругового тока; $S = \pi r^2$ – площадь контура (кольца).

Сила кругового тока характеризуется количеством заряда, пересекающего площадку, перпендикулярную линии кольца в единицу времени

$$I = qn,$$

где $q = \tau 2\pi r$ – заряд кольца.

Таким образом, модуль магнитного момента

$$P_m = IS = \tau 2\pi r n \pi r^2 = \tau 2\pi^2 r^3 n = 16 \cdot 10^{-9} 2(3{,}14)^2 (0{,}10)^2 10 =$$

$$= 3{,}16 \cdot 10^{-9}\ \text{А} \cdot \text{м}^2 \cong 3{,}2\ \text{нА} \cdot \text{м}^2.$$

Направление вектора $\vec{P}_m$ определяется правилом правого винта. Поэтому вектор $\vec{P}_m$ направлен вдоль оси кольца в сторону вектора угловой скорости вращения кольца.

Ответ: $P_m = 3{,}2$ нА $\cdot$ м^2.

Пример 7. *Двухпроводная система состоит из коаксиально расположенных проводника радиуса $R_1 = 0{,}002$ м и тонкостенной цилиндрической трубы радиуса $R_2 = 0{,}02$ м (рис. 3.19). Определите индукцию магнитного поля в точках, лежащих на расстояниях $r_1 = 0{,}03$ м, и $r_2 = 0{,}01$ м от оси системы, при силе тока $I = 10$ А. Рассчитайте магнитный поток, пронизывающий площадку S, расположенную в плоскости осевого сечения и ограниченную осью системы и одной из образующих цилиндра длины $l = 1$ м. Полем внутри металла пренебречь. Всю систему считать практически бесконечно длинной.*

Дано:	Решение
$R_1 = 0{,}002$ м $R_2 = 0{,}02$ м $r_1 = 0{,}03$ м $r_2 = 0{,}01$ м $I = 10$ А $l = 1$м	В данной системе магнитное поле создается как током, текущим по осевому проводнику, так и током, текущим по трубе. Поле подводящих проводов можно не учитывать, так как согласно условию система практически бесконечно длинная.
$B - ?$, $\Phi - ?$	

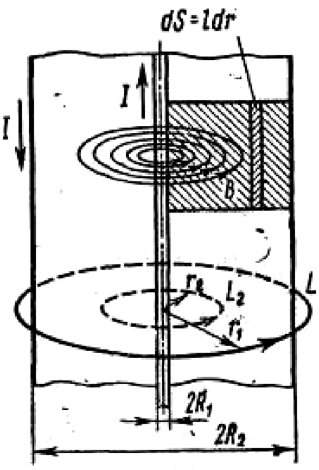


Рис 3.19

Расстояние от оси системы до точки с координатой r_2 соизмеримо с радиусом осевого проводника. Поэтому нельзя заранее предположить, что индукцию поля, созданного даже только этим проводником, можно рассчитывать по известной формуле, полученной на основании закона Био-Савара-Лапласа для прямого линейного тока.

Данная система токов вследствие симметрии создает поле, линии индукции которого являются окружностями, лежащими в плоскостях, перпендикулярных оси трубы и концентричных ей. Это позволяет воспользоваться для расчета индукции поля (причем результирующего поля, созданного всей системой токов) законом полного тока

$$\oint_{(L)} Bdl = \mu_0 \sum i, \tag{1}$$

где $\sum i -$алгебраическая сумма токов, сцепленных с контуром интегрирования L (контур следует провести в виде окружности, расположенной так же, как и линии индукции). На рисунке показаны два контура: L_1, радиус которого $r > R_2$, и L_2, радиус которого удовлетворяет условию $R_1 < r < R_2$.

Магнитный поток может быть рассчитан в общем случае по формуле

$$\Phi = \int_{(S)} BdS, \tag{2}$$

где интегрирование ведется по площади S, показанной на рисунке штриховкой.

Элементарную площадку dS надо выбирать так, чтобы в пределах ее индукцию B можно было считать постоянной. Очевидно, что при осевой симметрии индукция зависит только от расстояния r. Тогда элементарной площадке dS следует придать форму, показанную на рисунке. В этом случае

$$dS = ldr. \tag{3}$$

Можно предположить, что в пространстве внутри трубы направление линий индукции согласовано с направлением тока в осевом проводнике. В соответствии с этим выберем направление обхода контуров L_1 и L_2 так, чтобы оно составляло правовинтовую систему с осевым током I. Тогда во всех точках контура L_2 угол, образованный векторами $\vec{B}$ и $d\vec{l}$ равен нулю.

Во всех точках контура L_1 угол, образованный векторами $\vec{B}$ и $d\vec{l}$ также постоянен и равен нулю или π.

Из осевой симметрии следует, что модуль вектора $\vec{B}$ во всех точках каждого из контуров постоянен. Следовательно, левую часть равенства (1) можно записать в виде

$$\oint\limits_{(L_1)} \mathrm{B}dl = \pm\mathrm{B}\oint\limits_{(L_1)} dl,$$

$$\oint\limits_{(L_2)} \mathrm{B}dl = \mathrm{B}\int\limits_{(L_2)} dl = \mathrm{B}2\pi r. \qquad (4)$$

С контуром L_2 сцеплен только осевой ток, т. е. $\sum i = I$, поэтому при подстановке второго из уравнений (4) в равенство (1) получим

$$\mathrm{B}2\pi r = \mu_0 I,$$

откуда при $R_1 < r < R_2$

$$\mathrm{B} = \mu_0 I/(2\pi r). \qquad (5)$$

С контуром L_1 сцеплены токи, текущие и по осевому проводнику» и по трубе. Так как они направлены в разные стороны, то $\sum i = 0$, поэтому при подстановке первого из уравнений (4) в равенство (1) получим

$$\pm\mathrm{B}\oint\limits_{(L_1)} dl = 0,$$

откуда при $r > R_2$

$$\mathrm{B} = 0.$$

При $r = r_2 = 0{,}01$м [см.(5)] $\mathrm{B}_2 = 2\cdot 10^{-4}$ Тл.

При $r = r_1 > R_2$ получим $B = 0$.

При расчете магнитного потока сквозь площадку S следует учесть, что согласно условию полем внутри металла $r < R_1$ можно пренебречь. Индукция поля в пределах от R_1 до R_2 рассчитывается по выражению (5). Вектор положительной нормали к площадке S при заданном направлении тока нормален плоскости рисунка и сонаправлен с вектором $\vec{B}$, поэтому в выражении (2) $\vec{\mathrm{B}}d\vec{S} = Bds = Bldr$ [см. (3)].

Тогда, подставив выражение (5) в (2), получим

$$\Phi = \int\limits_{(S)} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} ldr.$$

В подынтегральном выражении переменной является только расстояние r, изменяющееся в пределах от R_1 до R_2 и

$$\Phi = \frac{\mu_0 Il}{2\pi}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r}.$$

Произведя интегрирование, получим

$$\Phi = \frac{\mu_0 Il}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1} = 4{,}6\cdot 10^{-6}\,\text{Вб}.$$

Ответ: $\Phi = 4{,}6\cdot 10^{-6}$ Вб.

Пример 8. *Виток радиусом $r = 0{,}02$ м, с током $I = 10$ А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1{,}5$ Тл. Линии индукции перпендикулярны плоскости витка. Определите работу, совершаемую внешними силами при повороте витка на угол $\alpha = 90^\circ$ вокруг оси, совпадающей с диаметром витка. Считать, что при повороте витка сила тока в нем поддерживается неизменной.*

Дано:	Решение
$r = 0{,}02$ м $I = 10$ А $B = 1{,}5$ Тл $\alpha = 90^\circ$	На виток с током, помещенный в магнитное поле, действует вращающий момент $$M = p_m B\sin\alpha, \qquad (1)$$ где $p_m = IS = I\pi r^2$ – магнитный момент витка; B – индукция
$A - ?$	магнитного поля; α – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

В начальном положении, согласно условию задачи, виток свободно установился в магнитном поле, следовательно, векторы $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ совпадают по направлению, т.е. $\alpha = 0$, $M = 0$.При действии внешних сил виток выходит из положения равновесия, при этом возникает момент сил, определяемый формулой (1). Момент сил стремится возвратить виток в исходное положение. При повороте витка внешние силы совершают работу против этого момента, который является переменным и зависит от угла поворота α

$$dA = Md\alpha \text{ или } dA = I\pi r^2 B\sin\alpha d\alpha$$

Взяв интеграл из этого выражения, найдем работу, совершаемую при повороте витка на конечный угол

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} I\pi r^2 B\sin\alpha d\alpha = I\pi r^2 B\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\alpha d\alpha.$$

Подставляя числовые значения входящих в формулу величин, получим

$$A = 10\cdot 3{,}14\cdot 4\cdot 10^{-4} 1{,}5 = 0{,}02\,\text{Дж}.$$

Ответ: $A = 0{,}02$ Дж.

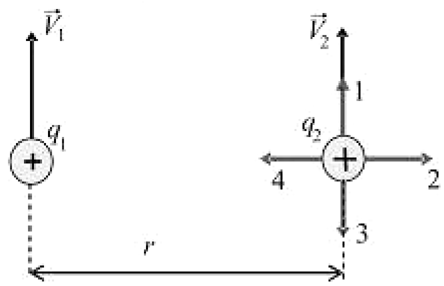
ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Средний уровень

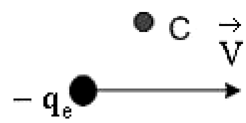
1. Как изменится сила взаимодействия между двумя прямолинейными проводниками при увеличении силы тока в одном из них в 2 раза, а в другом в 5 раз?

Ответ: увеличится в 10 раз.

2. Два заряда q_1 и q_2 движутся параллельно друг другу на расстоянии r друг от друга. В каком направлении (1, 2, 3 или 4) ориентирован вектор силы, действующей на второй заряд со стороны первого заряда?

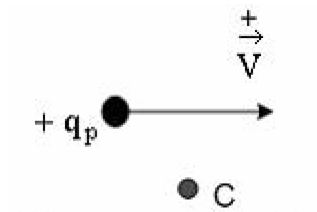


3. На рисунке изображен вектор скорости движущегося электрона. Куда направлен вектор в точке C магнитной индукции $\vec{B}$ поля, создаваемого электроном при движении?



1) на нас;
2) от нас;
3) сверху вниз;
4) снизу вверх.

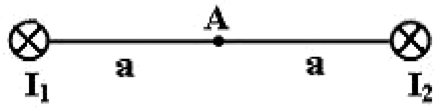
4. На рисунке изображен вектор скорости движущегося протона. Куда направлен вектор в точке C магнитной индукции $\vec{B}$ поля, создаваемого протоном при движении?



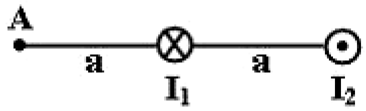
1) на нас;
2) от нас;
3) сверху вниз;
4) снизу вверх.

5. Магнитное поле создано двумя параллельными длинными проводниками с токами I_1 и I_2 расположенными перпендикулярно плоскости чертежа. $I_1 = 2I_2$. Куда направлен вектор индукции $\vec{B}$ результирующего поля в точке A?

1) вправо; 2) вверх;
3) вниз; 4) влево.



6. Магнитное поле создано двумя параллельными длинными проводниками с токами I_1 и I_2 расположенными перпендикулярно плоскости чертежа. $I_1 = 2I_2$. Куда направлен вектор индукции $\vec{B}$ результирующего поля в точке A?



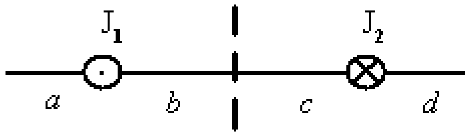
1) вправо;

2) вверх;

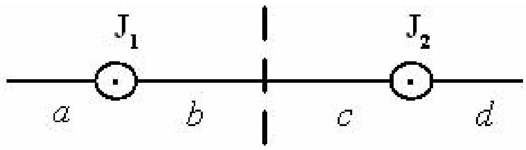
3) вниз;

4) влево.

7. На рисунке изображены сечения двух параллельных прямолинейных длинных проводников с противоположно направленными токами, причем $I_1 = 2I_2$. В каком из интервалов (a, b, c, или d) находится точка, в которой индукция B результирующего магнитного поля равна нулю?



8. На рисунке изображены сечения двух параллельных прямолинейных длинных проводников с противоположно направленными токами, причем $I_1 = 2I_2$. В каком из интервалов (a, b, c, или d) находится точка, в которой индукция B результирующего магнитного поля равна нулю?



9. Укажите верные утверждения:

1) Магнитное поле создается движущимися зарядами и переменным электрическим полем.

2) Линии магнитной индукции замкнуты.

3) Два параллельных проводника, токи в которых однонаправлены, отталкиваются с силой Ампера.

10. Какие из приведенных ниже утверждений справедливы для статических магнитных полей?

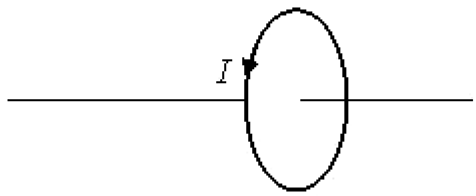
1) Магнитное поле действует на заряженную частицу с силой, пропорциональной скорости частицы.

2) Силовые линии магнитного поля разомкнуты.

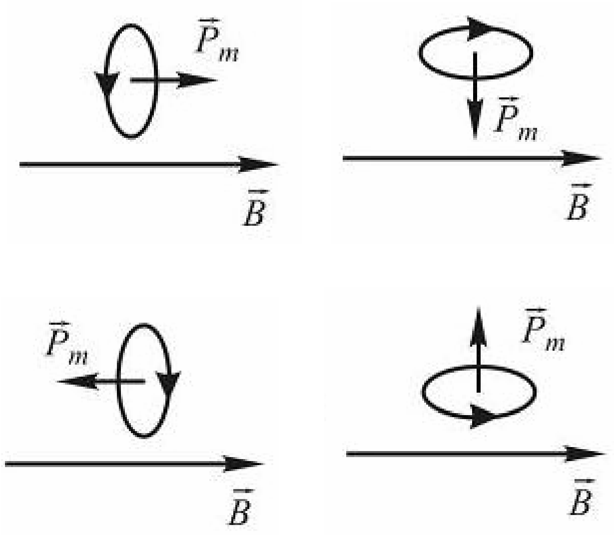
3) Циркуляция вектора напряженности магнитного поля вдоль произвольного замкнутого контура определяется, в частности, токами, охватываемыми этим контуром.

11. Куда направлен магнитный момент кругового тока, изображенный на рисунке?

1) против направления тока;
2) по оси контура влево;
3) по направлению тока;
4)по оси контура вправо



12. Магнитный момент $\vec{P}_m$ контура с током ориентирован во внешнем магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ так, как показано на рисунках. На каком из рисунков положение рамки устойчиво и момент сил, действующих на нее, равен нулю?



13. Плоская прямоугольная катушка на 200 витков со сторонами 10 и 5 см находится в однородном магнитном поле индукцией 0,05 Тл. Какой максимальный вращающий момент может действовать на катушку в этом поле, если сила тока в катушке 2 А?

Ответ: $M = 0{,}1\ \text{Н} \cdot \text{м}$.

14. На виток радиусом 18см в зазоре между полюсами электромагнита действует максимальный вращающий момент $0{,}065\,\text{Н} \cdot \text{м}$. Какова индукция магнитного поля в зазоре, если сила тока, текущего по витку, 4А?

Ответ: $B = 0{,}16\,\text{Тл}$.

15. Контур площадью $S = 10^{-2}$ м^2 расположен перпендикулярно к линиям магнитной индукции. Магнитная индукция изменяется по закону $B = \left(2 + 5t^2\right) \cdot 10^{-2}$ Тл. По какому закону изменяется магнитный поток, пронизывающий контур?

1) $\Phi = \left(2 + 5t^2\right) \cdot 10^{-4}$ Вб;

2) $\Phi = \left(2 + 10t\right) \cdot 10^{-4}$ Вб;

3) $\Phi = 2 + 5t^2$ Вб;

4) $\Phi = 10 - 3t$ Вб.

16. Какой магнитный поток пронизывает плоскую поверхность площадью 50 см^2 при индукции поля 0,4 Тл, если эта поверхность перпендикулярна вектору индукции поля?

Ответ: $\Phi = 2$ мВб.

17. Какой магнитный поток пронизывает плоскую поверхность площадью 50 см^2 при индукции поля 0,4 Тл, если эта поверхность расположена под углом $45°$ к вектору индукции?

Ответ: $\Phi = 1{,}4$ мВб.

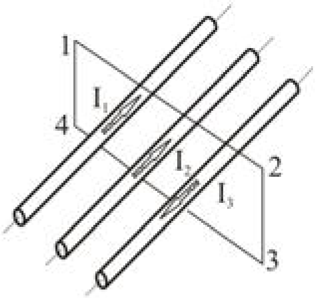
18. Определите магнитный поток, создаваемый одним витком катушки, имеющей 8 витков на каждый сантиметр длины, если радиус катушки 2 см, сила тока 2 А.

Ответ: $\Phi = 2{,}53 \cdot 10^{-6}$ Вб.

19. Сила тока в обмотке соленоида, содержащего 1500 витков, равна 5 А. Магнитный поток, создаваемый одним витком соленоида, равен 200 мкВб. Определите энергию магнитного поля.

Ответ: $W = 0{,}75$ Дж.

20. Вычислите циркуляцию вектора индукции вдоль контура, охватывающего токи $I_1 = 10$ А, $I_2 = 15$ А, текущие в одном направлении, и ток силой $I_3 = 20$ А, текущий в противоположном направлении.



Ответ: $\oint_l B_l dl = 6{,}28$ мкТл·м.

Достаточный уровень

1. Два параллельных бесконечно длинных провода, по которым текут в одном направлении токи $I_1 = 30$ А и $I_2 = 60$ А, расположены на расстоянии $d = 0{,}1$ м друг от друга в воздухе. Определите магнитную индукцию B в точках:

1) A_1, расположенной между проводниками с током на расстоянии $\frac{d}{2}$ от каждого из них;

2) A_2, расположенной на расстоянии $\frac{d}{2}$ от проводника с током I_1 и на расстоянии $\frac{3d}{2}$ от проводника с током I_2;

3) A_3, расположенной на расстоянии $r_1 = 0{,}05$ м от первого тока и на расстоянии $r_2 = 0{,}12$ м от второго тока.

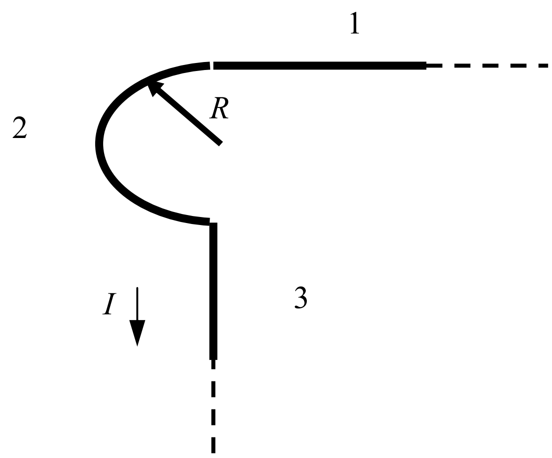
Ответ: 1) $B_{A_1} = 120$ мкТл; 2) $B_{A_2} = 200$ мкТл; 3) $B_{A_3} = 103$ мкТл.

2. Длинный провод с током $I = 50$ А изогнут под углом $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ и находится в воздухе. Определите магнитную индукцию в точке A_1, находящейся на продолжении одной из сторон угла на расстоянии $d = 5$ см от его вершины, и в точке A_2, находящейся на биссектрисе угла на расстоянии $d = 5$ см от его вершины.

Ответ: 1) $B_{A_1} = 17$ мТл; $B_{A_2} = 35$ мТл.

3. Бесконечно длинный проводник, находящийся в воздухе, изогнут так, как это показано на рисунке. Радиус дуги $R = 10$ см. Определите индукцию магнитного поля, в центре кривизны дуги. Сила тока в проводнике $I = 80$ А.

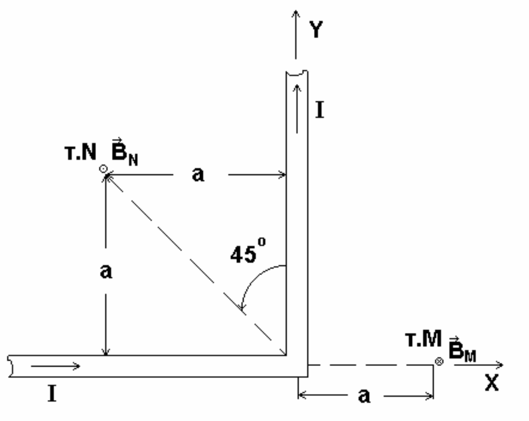
Ответ: $B = 4{,}14$ мкТл.



4. Бесконечно длинный прямой проводник согнут под прямым углом, как показано на рисунке справа. По проводнику течет ток $I = 10$ А. Определите магнитную индукцию $\vec{B}$ в точках M и N, если $a = 5{,}0$ см.

Ответ: а) $B_M = 20$ мкТл;

б) $B_N = 68$ мкТл.



5. Чему равна индукция магнитного поля в центре квадратной рамки, по которой циркулирует ток $I = 20$ А? Длина стороны рамки $a = 15$ см.

Ответ: $B = 0{,}15$ мТл.

6. По тонкому проволочному контуру, имеющему форму кольца, течет ток. Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Как изменилась магнитная индукция в центре контура?

Ответ: увеличилась в 1,15 раза.

7. Сравните магнитную индукцию в центре кольца и квадрата, по которым течет одинаковый ток и они имеют одинаковую площадь.

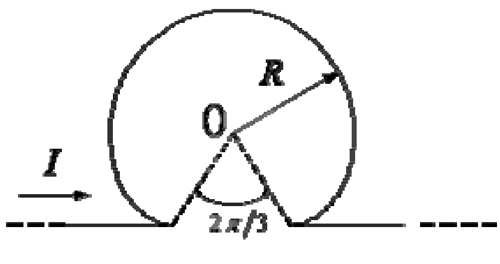
Ответ: Индукция поля в центре квадратного контура больше в 1,02 раза.

8. Определите магнитную индукцию поля, созданного соленоидом длиной $L = 5$ см и радиусом витка $R = 2$ см в точке, отстоящей от конца соленоида на расстояние $a = 0{,}5$ см, если по соленоиду протекает ток $I = 50$ А. Соленоид имеет $N = 20$ витков.

Ответ: $B = 2{,}5$ мТл.

9. Бесконечно длинный тонкий проводник с током $I = 10$ А имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом $R = 10$ см (см. рисунок). Определите индукцию магнитного поля в точке O.

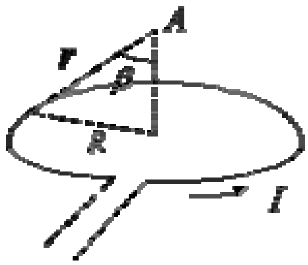
Ответ: $B = 182$ мкТл.



10. Пользуясь теоремой о циркуляции вектора $\vec{B}$, определите, индукцию магнитного поля на оси тороида без сердечника, по обмотке которого, содержащей 100 витков, протекает ток $I = 1$ А. Внешний радиус тороида равен 25 см, внутренний – 15 см.

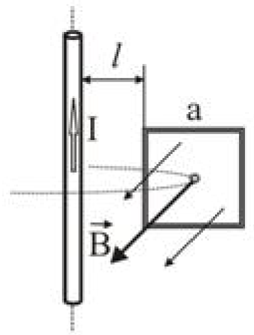
Ответ: $B = 0{,}1$ мТл.

11. По проводнику в виде тонкого кольца радиусом $R = 10$ см течет ток. Чему равна сила тока, если магнитная индукция поля в точке A равна 1 мкТл? Угол $\beta = 10^\circ$.



Ответ: $I = 305$ А.

12. На расстоянии $l = 0,1$ м от бесконечного проводника в током $I = 100$ А в одной плоскости расположена квадратная рамка с длиной стороны $a = 0,2$ м. Определите магнитный поток, проходящий через поверхность рамки.



Ответ: $\Phi = 1,62$ мкВб.

13. Соленоид длиной $l = 1$ м с поперечным сечением $S = 16 \cdot 10^{-4}$ м^2 содержит $N = 2000$ витков. По соленоиду пропускают ток силой $I = 10$ А. Вычислите величину потокосцепления ψ.

Ответ: $\psi = 80$ мкВб/виток.

14. Квадратная рамка со стороной $a = 2$ см, содержащая 100 витков, подвешена на упругой нити с постоянной кручения $C = 10$ м/град. Плоскость·рамки совпадает с направлением линий индукции внешнего магнитного поля. Определите индукцию магнитного поля, если при пропускании по рамке тока $I = 1$ А она повернулась на угол $\varphi = 60^0$.

Ответ: $B = 30$ мТл.

15. Квадратная рамка со стороной $a = 4$ см содержит 100 витков и помещена в однородное магнитное поле напряженностью $H = 100$ А/м. Направление поля составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с нормалью к рамке. Какая работа совершится при повороте рамки в положение, когда её плоскость совпадет с направлением линий магнитной индукции?

Ответ: $A = -1,7 \cdot 10^{-5}$ Дж.

16. Проводник, сила тока в котором $I = 1$ А, равномерно вращается вокруг оси, проходящей через его конец, в плоскости, перпендикулярной линиям индукции магнитного поля напряженностью $H = 1$ кА/м. За 1 мин вращения совершается работа $A = 0,1$ Дж. Определите угловую скорость вращения проводника. Длина проводника $l = 0,3$ м.

Ответ: $\omega = 29,5$ с$^{-1}$.

3.9. Действие магнитного поля на проводник с током. Сила Ампера

На прямолинейный проводник длиной l с током I, помещенный в однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$, действует сила $\vec{F}$, модуль которой определяют по формуле

$$F = BI\ell \sin\alpha, \tag{3.4}$$

где α – угол между направлением тока и вектором магнитной индукции.

Если проводник имеет произвольную форму и после неоднородно, то выражение (3.4) записывают в виде

$$dF = BId\ell \sin\alpha, \tag{3.5}$$

или в векторной форме

$$dF = I\left[\vec{d\ell}\,\vec{B}\right],$$

где $d\vec{\ell}$ – малый элемент проводника, имеющий направление, совпадающее с направлением тока. Произведение $Id\vec{\ell}$ называют *элементом тока.*

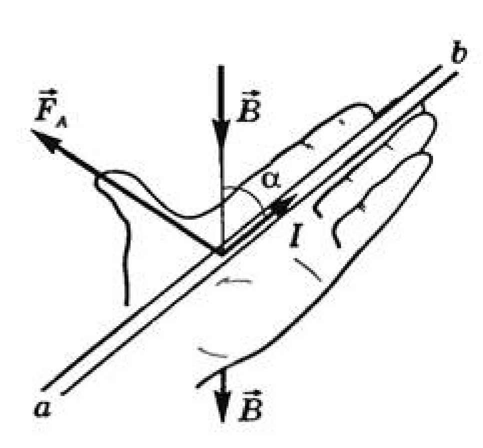


Рис. 3.20

Соотношения (3.4) и (3.5) выражают **закон Ампера.** Сила Ампера направлена перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы $\vec{d\,l}$ и $\vec{B}$ (рис. 3.20).

Для определения направления силы, действующей на проводник с током, помещенный в магнитное поле, применяется **правило левой руки**: *если левую руку расположить так, чтобы линии магнитной индукции входили в ладонь, а четыре вытянутых пальца совпадали с направлением тока в проводнике, то отогнутый на* 90° *большой палец укажет направление силы, действующей на проводник с током, помещенный в магнитное поле* (см. рис. 3.20).

Зная модуль и направление силы, действующей на любой участок $d\ell_i$ проводника, можно вычислить силу, действующую на весь проводник. Для этого нужно найти сумму сил, действующих на все участки проводника

$$F = \int_0^l dF\,.$$

Из закона Ампера

$$B = \frac{F_{\max}}{I\ell}\,.$$

Последнее выражение помогает определить физический смысл величины $\vec{B}$: магнитная индукция численно равна силе, действующей со стороны магнитного поля на 1 м длины проводника, по которому течет ток силой 1 А и который расположен перпендикулярно направлению магнитного поля. Таким образом, магнитная индукция является силовой характеристикой магнитного поля.

3.10. Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца

Сила, действующая на электрический заряд q, движущийся со скоростью υ в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$

$$\vec{F} = q[\vec{\upsilon} \cdot \vec{B}].$$

Модуль силы, действующей на заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле (силы Лоренца)

$$F = q\upsilon B \sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.

Направление вектора силы Лоренца определяется по правилу левой руки:

если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор магнитной индукции $\vec{B}$, а четыре вытянутых пальца направить вдоль скорости движения положительного заряда (против направления движения отрицательного заряда), то отогнутый на 90° *большой палец покажет направление силы, действующей на заряд.*

На рис. 3.21 показан результат применения правила левой руки для положительных и отрицательных зарядов; вектор магнитной индукции направлен за плоскость чертежа.

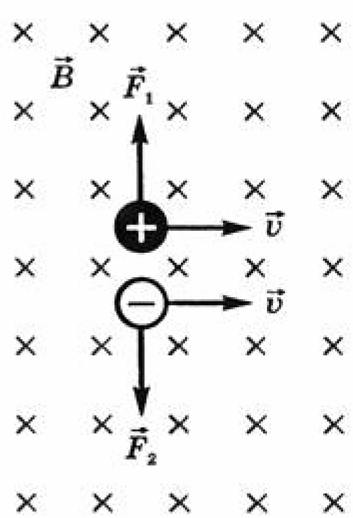


Рис. 3.21

Изменение кинетической энергии частицы при движении ее в магнитном поле могло бы произойти только за счет работы силы Лоренца:. Но работа силы Лоренца всегда равна нулю, значит кинетическая энергия частицы, а вместе с тем и модуль ее скорости не изменяются. Заряженные частицы движутся в магнитных полях с постоянными по модулю скоростями. Если электрическое поле может быть ускоряющим по отношению к заряженной частице, то магнитное поля может быть только отклоняющим, т.е. может изменять лишь направление движения частицы.

Возможны следующие варианты траекторий движения заряда в однородном магнитном поле.

1. Вектор магнитной индукции параллелен или антипараллелен начальной скорости заряженной частицы. Тогда угол α равен 0, или π. Поэтому сила Лоренца $F = 0$. Следовательно, частица будет двигаться прямолинейно и равномерно вдоль линий магнитного поля.

2. Вектор магнитной индукции перпендикулярен начальной скорости частицы. Согласно второму закону Ньютона

$$\vec{F}_л = m\vec{a}, \text{ или } q[\vec{\upsilon} \cdot \vec{B}] = m\vec{a}.$$

Сила Лоренца постоянна по величине и направлена перпендикулярно скорости и вектору магнитной индукции. Значит, частица будет двигаться все время в одной плоскости. Кроме того, из второго закона Ньютона следует, что и ускорение частицы будет постоянно по величине и перпендикулярно скорости. Это возможно только тогда, когда траектория частицы – окружность, а ускорение частицы

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R}.$$

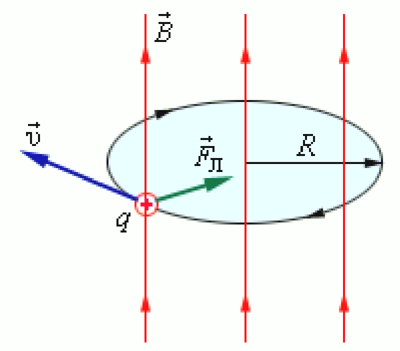


Рис. 3.22

Подставив в формулу второго закона Ньютона выражения для центростремительного ускорения и силы Лоренца $F_л = q\upsilon B \sin 90^0 = q\upsilon B$, найдем радиус окружности, по которой движется частица

$$m\frac{\upsilon^2}{R} = q\upsilon B,$$

Откуда

$$R = \frac{m\upsilon}{qB}.$$

Период вращения частицы не зависит от ее скорости

$$T = \frac{2\pi R}{\upsilon} = \frac{2\pi \frac{m\upsilon}{qB}}{\upsilon} = \frac{2\pi m}{qB}.$$

3. В общем случае вектор магнитной индукции может быть направлен под некоторым углом α к вектору начальной скорости частицы (рис. 3.23).

Модуль вектора скорости частицы остается постоянным и равным υ_0. Вектор $\vec{\upsilon}_0$ можно разложить на два составляющих вектора: параллельный вектору магнитной индукции $\upsilon_1 = \upsilon_0 \cos\alpha$ и перпендикулярный вектору магнитной индукции $\upsilon_2 = \upsilon_0 \sin\alpha$.

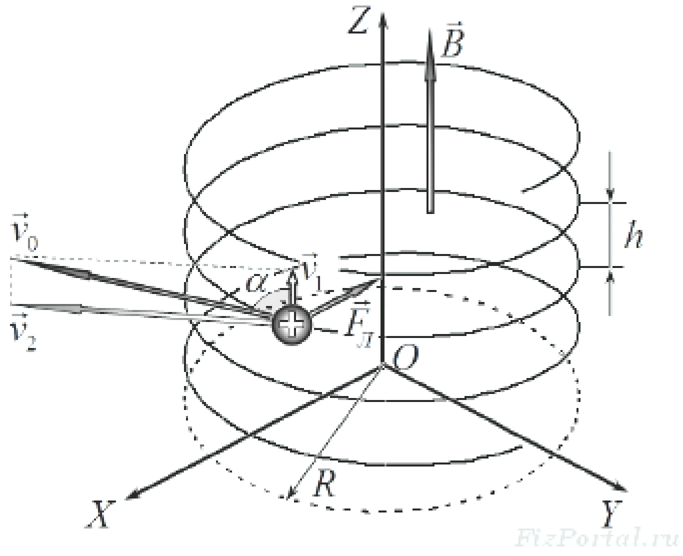


Рис. 3.23

Если бы частица влетела в магнитное поле, имея только составляющую $\vec{\upsilon}_1$, то она как в случае 1 двигалась бы равномерно по направлению вектора индукции.

Если бы частица влетела в магнитное поле, имея одну только составляющую скорости $\vec{\upsilon}_2$, то она оказалась бы в тех же условиях, что и в случае 2 и, следовательно, двигалась бы по окружности, радиус

$$R = \frac{m\upsilon_2}{qB}.$$

Таким образом, результирующее движение частицы представляет собой одновременно равномерное движение вдоль вектора магнитной индукции со скоростью $\vec{\upsilon}_1$ и равномерное вращение в плоскости, перпендикулярной вектору магнитной индукции со скоростью $\vec{\upsilon}_2$. Траектория такого движения представляет собой винтовую линию или спираль (см. рис. 3.22). Шаг спирали h – расстояние, пролетаемое частицей вдоль вектора индукции за время одного оборота

$$h = \upsilon_1 T = \upsilon_1 \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi m \upsilon_0 \cos\alpha}{qB}.$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. *Определите результирующую силу Ампера, действующую на проводник ADC с током I, находящийся в однородном магнитном поле с вектором индукции $\vec{B}$ (рис. 3.24).*

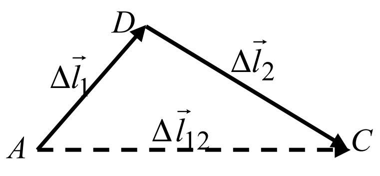


Рис. 3.24

Дано:	Решение
$\vec{B}$ – вектор индукции магнитного поля; I – ток в проводнике	Обозначим длину отрезка AD – Δl_1 $$AD = \Delta l_1.$$ Соответственно $$DC = \Delta l_2,\ AC = \Delta l_{12}.$$
F – ?	

Тогда сила, действующая на проводник AD

$$\vec{F}_1 = I\left[\Delta\vec{l}_1 \times \vec{B}\right].$$

Сила, действующая на проводник DC

$$\vec{F}_2 = I\left[\Delta\vec{l}_2 \times \vec{B}\right].$$

Результирующая сила Ампера, действующая на проводник ADC

$$\vec{F}_\text{А} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = I\left[\Delta\vec{l}_1 \times \vec{B}\right] + I\left[\Delta\vec{l}_2 \times \vec{B}\right] = I\left[\left(\Delta\vec{l}_1 + \Delta\vec{l}_2\right) \times \vec{B}\right] = I\left[\Delta\vec{l}_{12} \times \vec{B}\right].$$

Таким образом, результирующая сила равна силе Ампера, которая действовала бы на прямолинейный проводник AC с тем же током I. Фактически при вычислении силы Ампера ломаный проводник ADC можно заменить прямолинейным проводником AC.

Если проводник, представляет собой произвольный криволинейный участок провода, то его можно разделить на маленькие (элементарные) кусочки, то есть представить в виде ломаной линии. Отсюда следует важный вывод: *сила Ампера, действующая на криволинейный участок проводника с током в однородном магнитном поле, не зависит от формы проводника, а зависит только от расстояния между началом и концом этого участка (т. е. фактически от координат начала и конца участка).*

Результат решения данной задачи позволяет сделать еще один вывод: *сила Ампера, действующая на замкнутый проводник с током в однородном магнитном поле, равна нулю.*

Ответ: $\vec{F}_\text{А} = I\left[\Delta\vec{l}_{12} \times \vec{B}\right]$.

Пример 2. *В однородном магнитном поле ($B = 0,02$ Тл) в плоскости, перпендикулярной линиям индукции, расположено проволочное полукольцо длиной $l = 0,03$ м, по которому течет ток силы $I = 0,1$ А (рис. 3.25). Определите результирующую силу, действующую на полукольцо. Изменится ли сила, если проводник распрямить?*

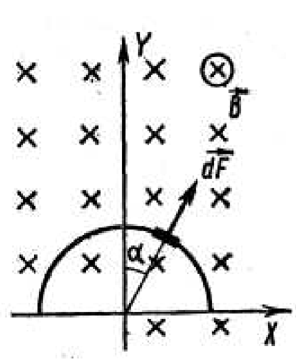


Рис. 3.25

Дано:	Решение
$B = 0{,}02$ Тл $l = 0{,}03$ м $I = 0{,}1$ А	Сила, действующая на элемент тока Idl со стороны магнитного поля с индукцией $\vec{B}$,
$F - ?$	

$$dF = I\,dl \times \mathrm{B}. \qquad (1)$$

По условию задачи, во всех точках полукольца угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$ равен $\pi/2$. Поэтому в скалярной форме уравнение (1) имеет вид

$$dF = I\,dl\mathrm{B}. \qquad (2)$$

Если ток в проводнике направлен по часовой стрелке, то в заданном поле силы $d\vec{F}$, действующие на все элементы Idl, направлены по радиусам полукольца и стремятся растянуть его. Все элементарные силы $d\vec{F}$ лежат в одной плоскости, совпадающей с плоскостью рисунка. При переходе от одного элемента полукольца к другому направление их непрерывно изменяется. Поэтому для нахождения результирующей силы следует отдельно искать ее проекции на две произвольные оси координат

$$F_x = \int\limits_{(l)} dF_x; \quad F_y = \int\limits_{(l)} dF_y, \qquad (3)$$

где F_x и F_y – проекции искомой результирующей силы; dF_x и dF_y – проекции элементарных сил на оси координат. Индекс l означает, что интегрирование ведется по полукольцу. В данном случае не учитывается действие на полукольцо магнитного поля подводящих проводов, а также взаимодействие отдельных элементов полукольца. Чтобы проверить правомерность такого пренебрежения, оценим индукцию магнитного поля, созданную одним из подводящих проводов, считая, что провода эти длинные и расположены нормально плоскости полукольца. Индукция поля, созданного таким проводом,

$$B_{пр} \sim \mu_0 I/r,$$

где r – расстояние от оси провода до рассматриваемой точки.

Очевидно, что индукция максимальна вблизи поверхности провода. Если радиус провода порядка 1 мм, то при силе тока $I = 0{,}1$ А индукция порядка $10^{-4} - 10^{-5}$ Тл, т.е. на два-три порядка меньше индукции B внешнего поля.

Если, учитывая симметрию проводника, выбрать оси так, как показано на рисунке, то проекция результирующей силы на ось OX

$$F_x = \int\limits_{(l)} dF_x = 0.$$

Проекция элементарной силы на ось OY [см. (2)]

$$dF_y = dF\cos\alpha = I\mathrm{B}dl\cos\alpha$$

При переходе от одного элемента dl к другому угол α изменяется, т. е. написанное выражение содержит две переменные. Однако $dl = R\,d\alpha$, где R – радиус полукольца, поэтому

$$dF_y = IBR\cos\alpha\, d\alpha. \tag{4}$$

При интегрировании по полукольцу угол α изменяется от $-\pi/2$ до $\pi/2$. Подставим (4) во второе из выражений (3):

$$F_y = IBR\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\alpha\, d\alpha.$$

Производя интегрирование и учитывая, что $R = l/\pi$, получаем

$$F_y = 2IBl/\pi = 3{,}8\cdot 10^{-5}\ \text{Н}.$$

Очевидно, что результирующая сила $F = F_y$ и направлена по оси OY. Если проводник l распрямить, то все элементарные силы $d\vec{F}$ будут параллельны друг другу. В этом случае результирующую силу F' можно найти непосредственным интегрированием выражения (2). Тогда $F' = IBl$, что больше F в $\pi/2$ раз.

Ответ: $F = 3{,}8\cdot 10^{-5}$ Н.

Пример 3. *В одной плоскости с бесконечно длинным прямым проводом, по которому идет ток силы $I = 5$ А, расположена прямоугольная рамка (20×10 см), по которой тенет ток силы $i = 0{,}2$ А (рис. 3.26). Длинные стороны рамки параллельны прямому току, причем ближайшая находится от него на расстоянии $x_0 = 5$ см, ток в ней сонаправлен току I. Определите силы взаимодействия прямого тока с каждой из сторон рамки и работу, которую надо совершить, чтобы повернуть рамку на угол $\alpha = \pi$ вокруг дальней длинной стороны.*

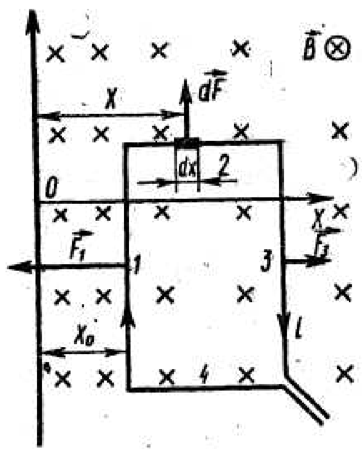


Рис. 3.26

Дано:	Решение
$i = 0{,}2$ А $x_0 = 0{,}05$ м $I = 5$ А $\alpha = \pi$ $S = 2\cdot 10^{-2}$ м^2	Прямоугольная рамка с током находится в неоднородном магнитном поле прямого тока. Поскольку в условии задачи оговорено, что прямой ток I, создающий магнитное поле, бесконечно длинный, поле проводящих проводов можно не учитывать. Индукция магнитного поля такого прямого тока
$F - ?,\ A^* - ?$	$$B = \mu_0 I/(2\pi r), \tag{1}$$

где $r-$расстояние от прямого тока до рассматриваемой точки. Сила, с которой это поле действует на каждую из сторон рамки, может быть найдена суммированием элементарных сил Ампера:

$$dF = i\,dI \times \mathrm{B}. \qquad (2)$$

Вектор $\vec{B}$ во всех точках рамки направлен перпендикулярно плоскости рамки и в пределах каждой стороны угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$ равен $\pi/2$.

Каждая из сторон рамки – прямолинейный проводник. Поэтому в пределах одной стороны все элементарные силы параллельны друг другу и их результирующая

$$F_i = \int\limits_{(l_i)} dF = \int\limits_{(l_i)} iB\,dl, \qquad (3)$$

где l_i-длина соответствующей стороны рамки.

Работа внешних сил при медленном повороте рамки равна работе сил поля, взятой с обратным знаком

$$A^* = -A = -i\left(\Phi_1 - \Phi_2\right), \qquad (4)$$

где Φ_1 и Φ_2-потоки сквозь площадь рамки до и после поворота.

Вследствие неоднородности поля прямого тока

$$\Phi_{1,2} = \int\limits_{(S)} BdS, \qquad (5)$$

где вектор $d\vec{S}$ совпадает по направлению с положительной нормалью к плоскости рамки и, следовательно, образует правый винт с направлением тока i.

Стороны 1, 3 рамки параллельны прямому току и находятся от него на расстояниях соответственно $r = x_0$ и $r = x_0 + l_2$, где l_2-короткая сторона рамки. Подставив выражения r в (1) и (3) и проведя интегрирование, получим

$$F_1 = \mu_0 Iil_1 \big/ \left(2\pi x_0\right) = 8{,}0 \cdot 10^{-7}\ \text{Н}; \ F_3 = \mu_0 Iil_3 \big/ \left[2\pi\left(x_0 + l_2\right)\right] = 2{,}7 \cdot 10^{-7}\ \text{Н}.$$

Силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_3$ направлены в противоположные стороны.

Силы, действующие на стороны 2, 4 рамки, равны по модулю и противоположны по направлению. Вдоль каждой из этих сторон индукция непрерывно изменяется. Введем для расчета ось OX. Учитывая, что справа от проводника в плоскости рисунка $r = x$, $dl = dx$, и подставляя выражение (1) в (3), получаем

$$F_2 = \int\limits_{(l_2)} \frac{\mu_0 Ii}{2\pi x} dx.$$

При интегрировании по второй (или четвертой) стороне переменная x изменяется в пределах от x_0 до $x_0 + l_2$, поэтому

$$F_2 = F_4 = \frac{\mu_0 Ii}{2\pi}\int_{x_0}^{x_0+l_2}\frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 Ii}{2\pi}\ln\frac{x_0 + l_2}{x_0} = 2,2\cdot 10^{-7}\ \text{Н}.$$

Для расчета магнитного потока, пронизывающего площадь рамки, следует выбрать элементарную площадку dS в виде узкой полоски длиной l_1 и шириной dx), расположенной параллельно прямому току. В пределах такой полоски индукция B остается постоянной.

При расчете магнитного потока по равенству (5) следует учитывать, что в первом положении рамки (до поворота) угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$ равен 0, переменная x изменяется в пределах от x_0 до $x_0 + l_2$. Во втором положении (после поворота) угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$ равен π, переменная x изменяется в пределах от $x_0 + l_2$ до $x_0 + 2l_2$. В соответствии с этим учитывая, что $dS = l_1 dx$, получаем:

$$\Phi_1 = \frac{\mu_0 I l_1}{2\pi}\int_{x_0}^{x_0+l_2}\frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} l_1 \ln\frac{x_0 + l_2}{x_0},$$

$$\Phi_2 = -\frac{\mu_0 I l_1}{2\pi}\int_{x_0+l_2}^{x_0+2l_2}\frac{dx}{x} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi} l_1 \ln\frac{x_0 + 2l_2}{x_0 + l_2}. \qquad (6)$$

Подставим выражения (6) в (4)

$$A^* = \frac{\mu_0 Ii}{2\pi} l_1 \ln\frac{x_0 + 2l_2}{x_0} = 6,4\cdot 10^{-8}\ \text{Дж}.$$

Ответ: $F_1 = 8,0\cdot 10^{-7}$ Н; $F_3 = 2,7\cdot 10^{-7}$ Н; $F_2 = F_4 = 2,2\cdot 10^{-7}$ Н; $A^* = 6,4\cdot 10^{-8}$ Дж.

Пример 4. *На расстоянии $r = 0,05$ м параллельно прямолинейному длинному проводнику движется электрон с кинетической энергией $E = 1,6\cdot 10^{-16}$ Дж. Какая сила будет действовать на электрон, если по проводнику пустить ток $I = 1$ А?*

Дано:	Решение
$E = 1,6\cdot 10^{-16}$ Дж $r = 0,05$ м $I = 1$ А	Электрон, обладающий кинетической энергией $E = \frac{m\upsilon^2}{2}$, движется со скоростью $\upsilon = \sqrt{\frac{2E}{m}}$.
F – ?	

Прямолинейный проводник с током I создает магнитное поле, индукция которого B на расстоянии r от него определяется по формуле

$$B = \frac{I\mu_0}{2\pi r}.$$

На движущийся электрон со стороны магнитного поля действует сила Лоренца

$$F_Л = q\upsilon B.$$

Подставив в эту формулу выражения для υ и B, получим

$$F_л = q\sqrt{\frac{2E}{m}}\frac{I\mu_0}{2\pi r};$$

$$F_л = \frac{1{,}6\cdot10^{-10}\cdot1\cdot12{,}56\cdot10^{-7}\cdot\sqrt{2\cdot1{,}6\cdot10^{-10}}}{2\cdot3{,}14\cdot0{,}05\cdot\sqrt{9{,}1\cdot10^{-31}}} = 1{,}2\cdot10^{-17}\text{ Н}.$$

Ответ: $F_л = 1{,}2\cdot10^{-17}$ Н.

Пример 5. *Протон, имеющий скорость $\upsilon = 10^4$ м/с, влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}01$ Тл. Вектор скорости протона направлен под углом $\alpha = 60^\circ$ к линиям индукции (рис. 3.27). Определите траекторию движения протона, путь, пройденный им по траектории за время $t_1 = 10$ мкс, и его положение к концу указанного времени.*

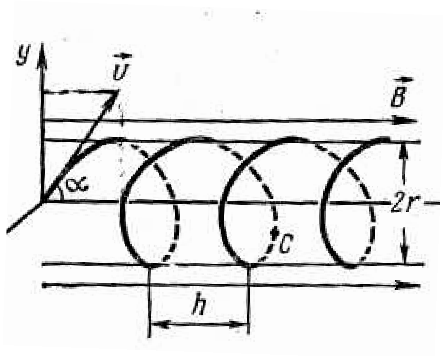


Рис. 3.27

Дано:	Решение
$\upsilon = 10^4$ *м/с* $B = 0{,}01$ *Тл* $\alpha = 60^\circ$ $t_1 = 10$ *мкс*	На протон, движущийся в магнитном поле, действует магнитная составляющая силы Лоренца $\vec{F}_m = e\vec{\upsilon}\times\vec{B}$ Эта сила, перпендикулярная вектору скорости, не совершает работы, поэтому кинетическая энергия протона и модуль вектора скорости остаются неизменными.
$S - ?$	

Следовательно, путь, пройденный протоном по траектории,

$$s = \upsilon t. \qquad (1)$$

Для описания траектории протона удобно представить вектор скорости $\vec{\upsilon}$v как сумму двух составляющих векторов, один из которых, $\vec{\upsilon}_1$ направлен по линиям индукции, второй, $\vec{\upsilon}_2$ – перпендикулярно им. Тогда

$$\vec{F}_m = e\left(\vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2\right) \times \vec{\mathrm{B}} = e\vec{\upsilon}_2 \times \vec{\mathrm{B}}, \tag{2}$$

так как $\vec{\upsilon}_1 \times \vec{\mathrm{B}} = 0$.

Вектор $\vec{\upsilon}_1$ не изменяется ни по модулю, ни по направлению. Вектор $\vec{\upsilon}_2$ под действием силы Лоренца непрерывно изменяет направление, так как сила $\vec{F}_m$ [см. (2)], расположенная в плоскости, перпендикулярной линиям индукции, сообщает протону нормальное ускорение. Таким образом, протон участвует в двух движениях: равномерном и прямолинейном со скоростью υ_1 параллельно линиям магнитной индукции (вдоль оси OX), криволинейном со скоростью υ_2 (постоянной по модулю) в плоскости YOZ. Координата x изменяется со временем по линейному закону. Чтобы найти характер зависимости координат y и z от времени и траекторию протона, применим второй закон Ньютона к его криволинейному движению в плоскости YOZ

$$m_p a_n = F_m.$$

Учитывая, что вектор скорости $\vec{\upsilon}_2$ перпендикулярен линиям индукции и $\upsilon_2 = \upsilon \sin\alpha$, из выражения (2) получим

$$F_m = e\upsilon \mathrm{B} \sin\alpha.$$

Нормальное ускорение протона

$$a_n = \upsilon_2^2 / r = \upsilon^2 \sin^2\alpha / r,$$

где r – радиус кривизны траектории.

С учетом полученных выражений второй закон Ньютона примет вид

$$m_p \upsilon^2 \sin^2\alpha / r = e\upsilon B \sin\alpha. \tag{3}$$

Из выражения (3) видно, что $r = const$, так как все остальные величины, входящие в (3), постоянны. Это значит, что в плоскости YOZ протон движется по окружности с постоянной скоростью. Координаты y и z могут быть найдены из уравнения этой окружности, записанного в выбранных координатах.

Протон участвует в двух движениях: равномерном вдоль оси OX со скоростью $\upsilon_1 = \upsilon\cos\alpha$ и равномерном по окружности в плоскости YOZ со скоростью $\upsilon_2 = \upsilon\sin\alpha$. Радиус окружности [см. (3)]

$$r = \upsilon \sin\alpha\, m_p / \left(\mathrm{B}_e\right) = 0{,}9 \text{ см.}$$

Таким образом, траектория протона – винтовая линия с радиусом r. Шаг винта (смещение вдоль оси OX за время T одного оборота)

$$h = \upsilon T \cos\alpha .$$

Время одного оборота

$$T = 2\pi r / (\upsilon \sin\alpha) = 2\pi m_p / (Be),$$

откуда

$$h = \upsilon T \cos\alpha\, 2\pi m_p / (Be) = 3{,}3 \text{ см.}$$

Расстояние [см. (1)], пройденное протонем по траектории за время t_1, $S = 10$ см. Положение протона в любой момент времени определяется его координатами. Координата x изменяется со временем по закону

$$x = \upsilon \cos\alpha \cdot t . \qquad (4)$$

При выбранном начале координат центр окружности, описываемой протоном в плоскости YOZ, лежит (рис. 3.28) в точке O' ($y = 0, z = -r$).

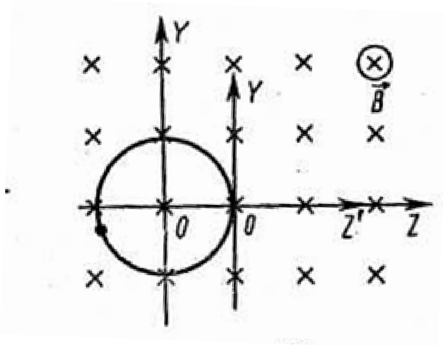


Рис. 3.28

Правильность указанного положения центра окружности может быть проверена непосредственным интегрированием уравнений движения, записанных в координатной форме:

$$m_p \frac{d\upsilon_y}{dt} = \upsilon_z e\; m_p \frac{d\upsilon_z}{dt} = -\upsilon_y e\mathbf{B}.$$

Учитывая, что $\frac{d\upsilon_y}{dt} = \frac{d\upsilon_y}{dy}\upsilon_y$, $\frac{d\upsilon_z}{dt} = \frac{d\upsilon_z}{dz}\upsilon_z$ и что в любой момент $\upsilon_y^2 + \upsilon_z^2 = \upsilon_2^2$, уравнения движения можно привести к виду

$$m_p \frac{d\upsilon_y}{dy}\upsilon_y = eB\sqrt{\upsilon_2^2 - \upsilon_y^2}, \quad m_p \frac{d\upsilon_z}{dz}\upsilon_z = -eB\sqrt{\upsilon_2^2 - \upsilon_Z^2} . \qquad (5)$$

В этих уравнениях можно легко разделить переменные, тогда, интегрируя уравнения (5) с учетом начальных условий ($y = z = 0$, $\upsilon_y = \upsilon_2$, $\upsilon_z = 0, t = 0$), получаем

$$y = -\frac{m_p}{eB}\sqrt{\upsilon_2^2 - \upsilon_y^2} = -\frac{m_p}{eB}\upsilon_z ,$$

$$z = \frac{m_p}{eB}\left(\sqrt{\upsilon_2^2 - \upsilon_z^2} - \upsilon_2\right) = \frac{m_p}{eB}\left(\upsilon_y - \upsilon_2\right),$$

откуда

$$y^2 + z^2 + 2\upsilon_2 m_p z / (Be) = 0 .$$

Это и есть уравнение окружности, радиус которой $r = \upsilon_2 m_p / (Be)$, координаты центра $y_0 = 0$ и $z_0 = -r$.

Начальные условия показывают, что движение происходит против часовой стрелки. Введем оси координат $O'Y'$ и $O'Z'$, направленные так же, как оси OY и OZ, но с началом координат в центре окружности. Тогда

$$y = y' = r\sin\omega t,\; z + r = z' = r\cos\omega t, \qquad (6)$$

где $\omega -$ угловая скорость движения протона по окружности в плоскости YOZ.

Уравнения (6) соответствуют начальным условиям, записанным выше. Очевидно, что

$$\omega = \upsilon_2 / r = eB/m_p .$$

Для расчета координат y' и z' найдем сначала

$$\omega t_1 = eBt_1/m_p = 9{,}6 \text{ рад} = (3\pi + 0{,}18) \text{ рад}.$$

Это значит, что радиус-вектор, определяющий положение протона в системе $Y'O'Z'$, находится в третьей четверти и повернут относительно отрицательного направления оси $O'Z'$ на угол $\varphi = 0{,}18$ рад $= 10{,}3^\circ$.

Подставив время t_1 в (4) и полученное значение ωt_1 в (6), найдем, что к моменту t_1 протон, двигаясь по винтовой линии, будет находиться в точке с координатами $x_1 = 5$ см; $y_1 = -0{,}16$ см; $z_1 = z_1' - r = -1{,}78$ см, (рис. 3.27 и 3.28; точка C).

Следует отметить, что при $\omega t = 2n\pi$, где $n = 0,1,2, ...$, координаты y и z обращаются в нуль, т.е. траектория соприкасается с осью OX. Повторяется это, очевидно, через каждые $\Delta t = T$ секунд, где $T -$ период вращения протона по окружности.

Ответ: $S = 10$ см; $x_1 = 5$ см; $y_1 = -0{,}16$ см; $z_1 = z_1' - r = -1{,}78$ см.

Пример 6. *Циклотрон состоит из дуантов (два полых плоских металлических полуцилиндра), внутри которых постоянное магнитное поле направлено перпендикулярно их основаниям (рис. 3.29). В зазоре между дуантами действует электрическое поле, направление его изменяется с определенной частотой. Какова должна быть частота, если циклотрон используется для ускорения протонов? электронов? Сколько полных оборотов должен совершить протон внутри циклотрона, чтобы приобрести кинетическую энергию $K = 6$ МэВ? Каким будет максимальный радиус траектории протона внутри дуанта при*

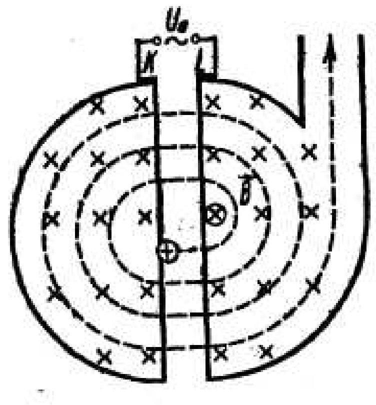


Рис. 3.29

такой энергии? Начальной энергией частиц можно пренебречь. Разность потенциалов в зазоре между дуантами $U_0 = 2\cdot 10^4$ *В. Индукция магнитного поля* $B = 0{,}7$ *Тл.*

Дано:	Решение
$K = 6$ МэВ $U_0 = 2\cdot 10^4$ В $B = 0{,}7$ Тл	Принцип действия циклотрона состоит в том, что заряженная частица многократно проходит ускоряющее электрическое поле, локализованное в пространстве между дуантами (см. рис. 3.29). Если напряжение $\left\|U_{CD}\right\| = U_0$, то энергия, приобретаемая частицей с зарядом e,
$\nu_p - ?$, $\nu_e - ?$, $n - ?$ $r_p - ?$	

$$K = NeU_0, \tag{1}$$

где $N -$ число пролетов частицы через указанную область (согласно условию, начальной энергией частиц можно пренебречь).

Внутри дуанта частица под действием магнитного поля движется по дуге окружности радиуса r. Уравнение движения заряженной частицы в магнитном поле имеет вид

$$\frac{d}{dt}\left(m\vec{\upsilon}\right) = e\vec{\upsilon}\times\vec{\mathrm{B}}\,. \tag{2}$$

Сила $\vec{F}_m = e\vec{\upsilon}\times\vec{\mathrm{B}}$ перпендикулярна вектору скорости и не меняет величины скорости. Поэтому в уравнении (2) массу можно вынести за знак производной, даже если масса изменяется со скоростью по законам релятивистской механики. Вектор скорости частиц перпендикулярен линиям индукции поля, ускорение, приобретаемое частицей, нормальное ($a_n = \upsilon^2/r$). Тогда

$$m\upsilon^2/r = e\upsilon B,$$

откуда

$$r = m\upsilon/(eB). \tag{3}$$

Таким образом, по мере ускорения частицы радиус ее траектории внутри дуантов возрастает.

Время движения частицы по дуге полуокружности в одном из дуантов

$$T/2 = \pi r/\upsilon = m\pi/(eB).$$

Если энергия частиц относительно невелика, так что масса их не зависит от скорости, то $T = const$, т. е. не зависит ни от скорости, ни от радиуса траектории частиц. Это значит, что направление электрического поля (чтобы оно всегда ускоряло частицу) надо изменять с постоянной частотой ν, зависящей только от удельного заряда частицы и индукции магнитного поля

$$\nu = 2/T = eB/(m\pi)\,. \qquad (4)$$

Число полных оборотов и максимальный радиус траектории могут быть непосредственно рассчитаны из выражений (1) и (3).

Согласно выражению (4), частота изменения направления электрического поля для протонов и электронов $\nu_p = 2{,}1\cdot 10^7$ с$^{-1}$; $\nu_e = 3{,}9\cdot 10^{10}$ с$^{-1}$.

Число n полных оборотов частицы в два раза меньше числа N пролетов через область, в которой локализовано электрическое поле. Из выражения (1) следует, что

$$n = K/(2eU_0) = 150.$$

Максимальная скорость протона

$$\upsilon_p = \sqrt{2K/m}\,.$$

Подставив это выражение в (3), получим, что максимальный радиус траектории протона

$$r_p = \sqrt{2mK}\;/\;(eB) = 50\,\text{см}.*$$

Ответ: $\nu_p = 2{,}1\cdot 10^7$ с$^{-1}$; $\nu_e = 3{,}9\cdot 10^{10}$ с$^{-1}$; $n = 150$; $r_p = 50$ см.*

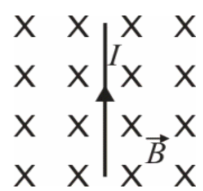
ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Средний уровень

1. Какова индукция магнитного поля, в котором на проводник с длиной активной части 5 см действует сила 50 мН? Сила тока в проводнике 25 А. Проводник расположен перпендикулярно индукции магнитного поля.

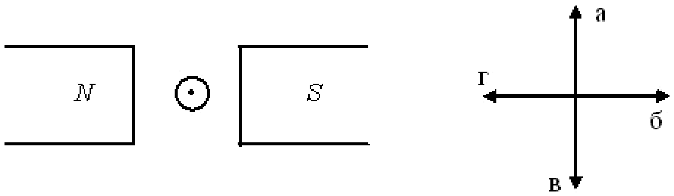
Ответ: $B = 40$ мТл.

2. На рисунке представлен случай взаимодействия магнитного поля с током. В каком направлении действует сила Ампера, если линии магнитной индукции перпендикулярны плоскости рисунка, а направления вектора $\vec{B}$ и тока соответствуют рисунку?

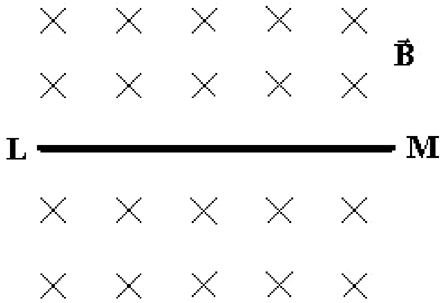


1) вправо;
2) влево;
3) вверх;
4) вниз.

3. Какое направление (*а*, *б*, *в* или *г*) имеет сила, действующая на проводник с током в магнитном поле?

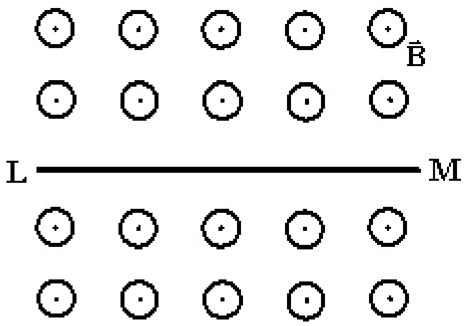


4. На рисунке изображен проводник с током, который помещен в постоянное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$. Укажите правильную комбинацию направления тока в проводнике и вектора силы Ампера.



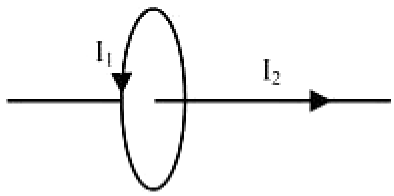
1) Ток в направлении L-M; сила Ампера – к нам.
2) Ток в направлении M-L; сила Ампера – от нас.
3) Ток в направлении L-M; сила Ампера – вверх.
4) Ток в направлении M-L; сила Ампера – вверх.

5. На рисунке изображен проводник с током, который помещен в постоянное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$. Укажите правильную комбинацию направления тока в проводнике и вектора силы Ампера.



1) Ток в направлении L-M; сила Ампера – к нам.
2) Ток в направлении M-L; сила Ампера – от нас.
3) Ток в направлении L-M; сила Ампера – вверх.
4) Ток в направлении L-M; сила Ампера – вниз.

6. По оси кругового контура с током I_1 проходит бесконечно длинный прямолинейный проводник с током I_2. Какое воздействие будет испытывать круговой контур со стороны магнитного поля прямого проводника с током?



1) контур перемещается влево;
2) контур будет стремиться сжаться;
3) контур будет стремиться расшириться;
4) не будет испытывать никакого воздействия.

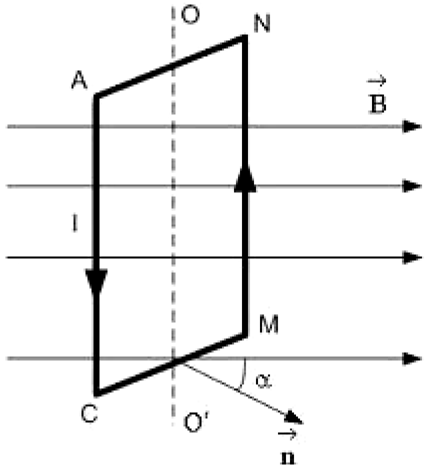
7. Квадратный контур с током поместили в однородное магнитное поле (сторона AC расположена ближе к нам, угол между нормалью к плоскости контура и линиями магнитной индукции равен α). В магнитном поле контур ...

1) поворачивается против часовой стрелки;

2) вокруг оси OO' поворачивается по часовой стрелке;

3) вокруг оси OO' перемещается слева направо;

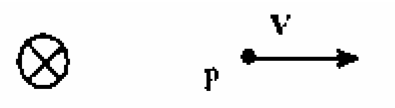
4) сжимается.



8. В проводнике с длиной активной части 8 см сила тока равна 50 А. Он находится в однородном магнитном поле индукцией 20 мТл. Какую работу совершил источник тока, если проводник переместился на 10 см перпендикулярно линиям индукции?

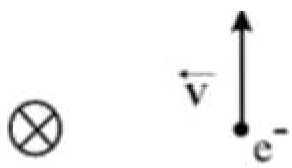
Ответ: $A = 80$ мДж.

9. Вблизи длинного проводника с током (ток направлен от нас) пролетает протон со скоростью $\vec{\upsilon}$. Сила Лоренца, действующая на протон….



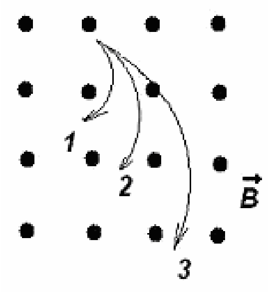
1) равна нулю;
2) направлена от нас;
3) направлена вправо;
4) направлена к нам;
5) направлена влево.

10. Вблизи длинного проводника с током (ток направлен от нас) пролетает электрон со скоростью $\vec{\upsilon}$. Сила Лоренца, действующая на электрон….

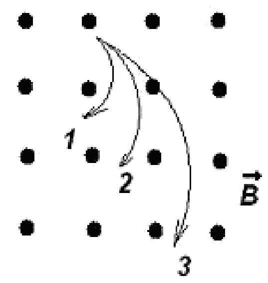


1) равна нулю;
2) направлена от нас;
3) направлена вправо;
4) направлена к нам;
5) направлена влево.

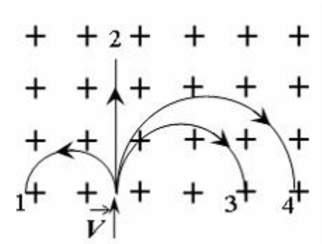
11. Ионы, имеющие одинаковые скорости, но разные удельные заряды, влетают в однородное магнитное поле. Их траектории показаны на рисунке. Какой траектории соответствует величина наибольшего удельного заряда?



12. Однозарядные ионы, имеющие одинаковые скорости, влетают в однородное магнитное поле. Их траектории показаны на рисунке. По какой траектории движется ион с наименьшей массой?



13. На рисунке показаны траектории заряженных частиц, с одинаковой скоростью влетающих в однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости рисунка. Определите знаки зарядов частиц и сравните их удельные заряды.



Ответ: $q_1>0$, $q_2=0$, $q_3<0$, $q_4<0$, $\left(\frac{q}{m}\right)_1>\left(\frac{q}{m}\right)_3>\left(\frac{q}{m}\right)_4$.

Достаточный уровень

1. Найдите силу, действующую на участок прямолинейного проводника длиной 20 см с током 50 А. Проводник находится в однородном магнитном поле с индукцией 1,26 мТл. Угол между проводником и вектором индукции магнитного поля равен $30°$.

Ответ: $F = 6{,}3$ мН.

2. Угол между проводником с током и направлением вектора магнитной индукции однородного магнитного поля увеличился от $30°$ до $90°$. Как изменилась при этом сила Ампера?

Ответ: увеличилась в 2 раза.

3. Участок проводника с током находится в постоянном магнитном поле. Ток через проводник увеличивают так, что мощность тока на участке проводника увеличивается в 4 раза. Во сколько раз увеличилась действующая на этот участок сила со стороны магнитного поля?

Ответ: увеличилась в 2 раза.

4. Квадратная рамка с током $I = 1$ А расположена в одной плоскости с длинным прямым проводником с током $I_0 = 5$ А. Сторона рамки 10 см. Ось рамки, проходящая через середины противоположных сторон, параллельна проводу и отстоит от него на расстоянии, которое в $n = 1{,}5$ раза больше стороны рамки. Найдите:

1) силу, действующую на рамку;

2) работу, которую нужно совершить для поворота рамки вокруг её оси на 180° если токи поддерживают неизменными.

Ответ: $F = 0{,}5$ мкН; $A = -0{,}14$ мкДж.

5. В однородное магнитное поле индукцией 10 мТл перпендикулярно линиям индукции влетает электрон с кинетической энергией 30 кэВ. Каков радиус кривизны траектории движения электрона в поле?

Ответ: $R = 5{,}8$ см.

6. Электрон движется в однородном магнитном поле индукцией 4 мТл. Найдите период обращения электрона.

Ответ: $T = 8{,}9$ нс.

7. Протон влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции и начинает двигаться по окружности. Как изменится радиус окружности при увеличении кинетической энергии протона в 4 раза? Считать, что скорость протона много меньше скорости света.

Ответ: увеличится в 2 раза.

8. Электрон движется в однородном поле с индукцией 2 мТл по винтовой линии с радиусом 2 см и шагом 5 см. Определите скорость электрона.

Ответ: $\upsilon = 7{,}6 \cdot 10^{-6}$ м/с.

9. Альфа-частица ($m = 6{,}64 \cdot 10^{-27}$ кг, $q = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ Кл) с энергией $1{,}6 \cdot 10^{-16}$ Дж движется в однородном магнитном поле по окружности диаметром 2м. Какова индукция магнитного поля и сила, действующая на частицу со стороны поля?

Ответ: $B = 4{,}6 \cdot 10^{-3}$ Тл; $F = 3{,}2 \cdot 10^{-16}$ Н.

10. Электрон, прошедший разность потенциалов 3,5В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией 0,1Тл и начал двигаться по окружности. Вычислите радиус окружности. Удельный заряд электрона $\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$.

Ответ: $R = 0,63 \cdot 10^{-4}$ м.

11. Электрон, обладая скоростью $\upsilon = 1,0$ Мм/с, влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 60^\circ$ к направлению поля и начинает двигаться по спирали. Напряженность магнитного поля $H = 1,5$ кА/м. Определите 1) шаг спирали; 2) радиус витка спирали. Изобразите качественно траекторию электрона в магнитном поле.

Ответ: $h = 9,5$ мм; 2) $R = 2,6$ мм.

Вопросы для самоконтроля

1. В чем состоит суть открытия Эрстеда?

2. Чем обусловлено существование магнитного поля?

3. Что называют индукцией магнитного поля? В каких единицах измеряется магнитная индукция?

4. Дайте определение линий магнитной индукции. В чем состоит характерная особенность линий магнитной индукции?

5. Нарисуйте силовые линии магнитных полей а) прямого тока, б) кругового витка с током, в) соленоида, г) полосового магнита.

6. Дайте понятие напряженности магнитного поля. В каких единицах измеряется напряженность магнитного поля?

7. Сформулируйте закон Био-Савара-Лапласа. Приведите примеры его применения.

8. Сформулируйте принцип суперпозиции для магнитных полей.

9. На что действует сила Ампера. Чему равен её модуль? Как она направлена?

10. Чему равна сила Ампера, действующая на замкнутый проводник с током в однородном магнитном поле?

11. Каково поведение рамки с током в магнитном поле?

12. Как определяется модуль и направление силы Лоренца? Чему равна её работа?

13. Почему заряженная частица, влетающая в однородное магнитное поле в плоскости, перпендикулярной линиям магнитной индукции, дви-

жется по окружности? В каком случае частица движется в магнитном поле прямолинейно?

14. Докажите, что период обращения по окружности заряженной частицы в поперечном магнитном поле не зависит от ее скорости.

15. Сформулируйте теорему о циркуляции вектора магнитной индукции.

16. Сформулируйте теорему о потоке вектора магнитной индукции.

17. Каков физический смысл этих теорем о циркуляции вектора магнитной индукции и о потоке вектора магнитной индукции?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Электричество и магнетизм – раздел физики, охватывающий знания о статическом электричестве, электрических токах и магнитных явлениях.

Важность изучения электромагнитных явлений обусловлена тем, что из всех известных типов физических взаимодействий электромагнитные взаимодействия играют наиболее важную роль. Они включают в себя все атомные, молекулярные, химические и биологические процессы, а также все процессы, связанные со светом, радиоизлучением и рентгеновским излучением.

Электричество и магнетизм – две стороны одного явления. Электрический ток – это направленное движение свободных заряженных частиц. Электроны, движущиеся внутри магнита, создают микроток, а он, в свою очередь, магнитное поле. При помощи электрического тока силу магнитного поля можно увеличить в несколько раз.

Изучив электрические и магнитнные явления, ученые и конструкторы придумали много полезных предметов, инструментов, машин и техники. Свойства электричества и магнетизма применяются в быту, медицине, подводном строительстве, космосе, биологических лабораториях.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Трофимова, Т.И. Сборник задач по курсу физики с решениями [Текст] / Т.И. Трофимова, З.Г. Павлова. – М.: Абрис, 2012. – 312 с.

2. Бондарев, Б.В. Курс общей физики [Текст] / Б.В. Бондарев, Н.П. Калашников, Г.Г. Спирин. – М. : Юрайт, 2013. – 354 с.

3. Грабовский, Р.И. Курс физики [Текст] / Р.И. Грабовский. – СПб.: Лань, 2012. – 608 с.

4. Сивухин, Д.В. Общий курс физики [Текст] / Д.В. Сивухин. – М.: Физматлит, 2014. – 560 с.

5. Трофимова, Т.И. Курс физики [Текст] / Т.И. Трофимова. – М.: КноРус, 2015. – 592 с.

6. Никеров, В.А. Механика и молекулярная физика [Текст] / В.А. Никеров. – М.: Дашков и К, 2012. – 136 с.

7. Хавруняк, В.Г. Курс физики [Текст] / В.Г. Хавруняк. – М.: ИНФРА-М, 2014. – 400 с.

О Г Л А В Л Е Н И Е

Учебное издание

Очкина Наталья Александровна

ФИЗИКА.
ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ТОК. МАГНИТОСТАТИКА

Учебное пособие

Под общ. ред. Г.И. Грейсуха

Р е д а к т о р Н.Ю. Шалимова
В е р с т к а Н.А. Сазонова

Подписано в печать 25.09.2015. Формат 60×84/16.
Бумага офисная «Снегурочка». Печать на ризографе.
Усл. печ. л. 9,765. Уч.-изд. л. 10,5. Тираж 80 экз.
Заказ №345.

Издательство ПГУАС.
440028, г.Пенза, ул. Германа Титова, 28.