

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства»
(ПГУАС)

Е.П. Тюкленкова

ГЕОДЕЗИЯ

Учебно-методическое пособие к лабораторным работам
по направлению подготовки
21.03.02 «Землеустройство и кадастры»
III семестр

Пенза 2016

УДК 528(075.8)

ББК 26.12.я 73

T98

Рекомендовано Редсоветом университета

Рецензент – кандидат экономических наук,
профессор кафедры «Землеустройство и геодезия» Т.И. Хаметов
(ПГУАС)

Тюкленкова Е.П.

T98 Геодезия: учеб.-метод. пособие по направлению подготовки
21.03.02 «Землеустройство и кадастры» / Е.П. Тюкленкова. – Пенза:
ПГУАС, 2016. – 82 с.

Изложена методика выполнения лабораторных работ по дисциплине «Геодезия».

Учебное-методическое пособие подготовлено на кафедре «Землеустройство и геодезия» и предназначено для студентов, обучающихся по направлению подготовки 21.03.02 «Землеустройство и кадастры».

© Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства, 2016

© Тюкленкова Е.П., 2016

ВВЕДЕНИЕ

Учебно-методическое пособие составлено в соответствии с типовой учебной программой подготовки бакалавра по направлению 21.03.02 – «Землеустройство и кадастры». Целью дисциплины «Геодезия» заключается в формировании у студента четкого представления о средствах и методах геодезических работ при топографо-геодезических изысканиях, создании и корректировке топографических планов, для решения инженерных задач при землеустройстве и кадастровых работах в производственно-технологической, проектно изыскательской, организационно-управленческой и научно-исследовательской деятельности.

Лабораторные работы обеспечивают формирование следующих компетенций:

- способностью к самоорганизации и самообразованию;
- способностью осуществлять поиск, хранение, обработку и анализ информации из различных источников и баз данных, представлять её в требуемом формате с использованием информационных, компьютерных и сетевых технологий;
- способностью использовать знание современных технологий при проведении землеустроительных и кадастровых работ.

Студенты, изучившие курс «Геодезия» должны:

Знать: Методы и средства составления топографических карт и планов, использование карт и планов и другой геодезической информацией при решении инженерных задач в землеустройстве. Способы определения площадей участков местности, и площадей контуров сельскохозяйственных угодий с использованием современных технических средств. Современные геодезические приборы, способы и методы выполнения измерений с ними, поверки и юстировки приборов и методику их исследования. Теорию погрешностей измерений, методы обработки геодезических измерений и оценки их точности. Основные методы определения планового и высотного положения точек земной поверхности с применением современных технологий. Порядок ведения, правила и требования, предъявляемые к качеству и оформлению результатов полевых измерений, материалов, документации и отчетности. Систему топографических условных знаков.

Уметь: Оценивать точность результатов геодезических измерений. Уравнивать геодезические построения типовых видов. Определять площади контуров сельскохозяйственных угодий. Использовать современную измерительную и вычислительную технику для определения площадей. Выполнять топографо-геодезические работы, сопоставлять практические и расчетные результаты. Реализовывать на практике способы

измерений и методики их обработки при построении опорных геодезических сетей

Владеть: Методикой оформления планов с использованием современных компьютерных технологий. Навыками работы со специализированными программными продуктами в области геодезии. Навыками поиска информации из области геодезии в Интернете и других компьютерных сетях.

Навыками выполнения угловых, линейных, высотных измерений для выполнения геодезических съемок. Методами проведения топографо-геодезических работ и навыками использования современных приборов, оборудования и технологий. Технологиями в области геодезии на уровне самостоятельного решения практических вопросов специальности, творческого применения этих знаний при решении конкретных задач. Навыками работы со специализированными программными продуктами в области геодезии.

Иметь представление: О строении и свойствах земной поверхности. О способах построения современных геодезических сетей. О влиянии кривизны земли на точность геодезических измерений. О современных компьютерных программах, используемых в геодезических расчетах и построениях. О требованиях, предъявляемых к качеству геодезических работ на различных этапах работ.

Всего на проведение лабораторных работ отводится 58 часов. Все лабораторные работы связаны между собой и дополняют друг друга, что позволяет студентам закрепить теоретические знания, полученные на лекционных занятиях.

Лабораторная работа №1
УРАВНИВАНИЕ СИСТЕМ СЪЕМОЧНЫХ ХОДОВ
С ОДНОЙ УЗЛОВОЙ ТОЧКОЙ СПОСОБОМ
СРЕДНЕГО ВЕСОВОГО. СИСТЕМА НИВЕЛИРНЫХ ХОДОВ
С ОДНОЙ УЗЛОВОЙ ТОЧКОЙ (4 часа)

Задание на лабораторную работу.

1. Выполнить уравнение системы нивелирных ходов с одной узловой точкой в соответствии с исходными данными способом среднего весового.
2. Результаты вычислений оформить в ведомости.

Способ среднего весового применяют для уравнивания небольших несвободных систем нивелирных, теодолитных или тахеометрических ходов рассмотрен в учебном пособии Г.Г. Поклада «Геодезия».

Система нивелирных ходов с одной узловой точкой. От исходных реперов A, B, C с отметками H_A, H_B, H_C проложены нивелирные ходы, сходящиеся в узловой точке U (рис. 1). Измерены длины ходов L_i число станций в ходе n_i и превышения по каждому ходу h_i (1, 2, 3).

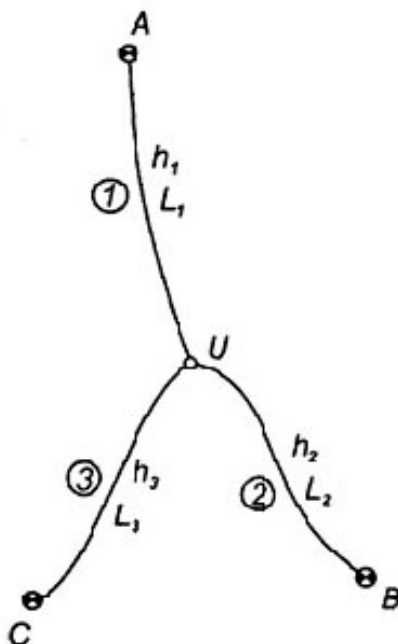


Рис. 1. Система нивелирных ходов с одной узловой точкой

Находят отметку узловой точки U по каждому ходу:

$$\begin{cases} H_1 = H_a + h_1 \\ H_2 = H_b + h_2 \\ H_3 = H_c + h_3 \end{cases}$$

Приняв веса суммы превышений по каждому ходу $p_i = \frac{1}{L_i}$, вычисляют значение отметки H_U узловой точки по формуле среднего весового.

$$H_U = \frac{p_1 H_1 + p_2 H_2 + p_3 H_3}{p_1 + p_2 + p_3} = \frac{[pH]}{[p]}$$

или

$$H_U = H_0 + \frac{[p\varepsilon]}{[p]},$$

где H_0 – приближенное значение высоты узловой точки; $\varepsilon_i = H - H_0$ – остатки.

В результате систему ходов с одной узловой точкой (рис. 1) можно рассматривать как систему одиночных нивелирных ходов с высотой конечной точки, равной H_U . Невязки в сумме превышений по каждому ходу находят из выражений

$$\begin{cases} W_1 = H_U - H_1 \\ W_2 = H_U - H_2 \\ W_3 = H_U - H_3. \end{cases}$$

Далее вычисляют поправки в каждое превышение i -го хода ($i = 1, 2, 3$) по формуле для всхолмленных или по формуле для равнинных районов.

Характеристикой точности измерений является, как известно, средняя квадратическая погрешность единицы веса μ .

Учитывая, что при определении веса суммы превышений по каждому ходу величина L_i выражается в километрах, можно записать

$$\mu = m_{\text{км}} = \sqrt{\frac{[pv^2]}{N-1}},$$

где $m_{\text{км}}$ – средняя квадратическая погрешность в превышении нивелирного хода длиной 1 км («километрическая погрешность»); $v_i = -W_i$; N – число ходов (в рассматриваемом случае $N = 3$).

Средняя квадратическая погрешность высоты узловой точки H_U определится по формуле

$$M_U = \frac{\mu}{\sqrt{[p]}}.$$

Если вес суммы превышений хода вычисляется с учетом числа станций как $p_i = \frac{1}{n_i}$, то находят среднюю квадратическую погрешность превышения, измеренного на станции, т. е. $\mu = m_{\text{ст}}$.

Пример уравнивания системы нивелирных ходов, показанной на рис. 1, приведен в табл. 1.

Таблица 1

Уравнивание системы нивелирных ходов с одной узловой точкой

$$H_A = 120,157 \text{ м}, H_B = 130,412 \text{ м}, H_C = 111,310 \text{ м}$$

№ хода	h_i , м	H_i , м	L_i , м	p_i	ε	$p\varepsilon$, мм	v_i , мм	$p v_i$, мм	$p v_i^2$	$p v_i \varepsilon$
1	+1,085	121,242	8,2	0,12	39	4,7	-17	-2,0	34	-78
2	-9,209	121,203	7,1	0,14	0	0,0	+22	+3,1	68	0
3	+9,920	121,230	6,0	0,17	27	4,6	-5	-0,8	4	-22

$$H_0 = 121,203 \text{ м} \quad [p] = 0,43 \quad [p v] = +0,3$$

$$\frac{[p \varepsilon]}{[p]} = 21,60 \text{ мм} \quad [p v^2] = 106$$

$$H_U = H_0 + \frac{[p \varepsilon]}{[p]} = 121,203 + 0,022 = 121,225 \text{ м};$$

$$\mu = m_{\text{км}} = \sqrt{\frac{[p v^2]}{N-1}} = \sqrt{\frac{106}{3-1}} = 7,3 \text{ мм}; \quad M_U = \frac{\mu}{\sqrt{[p]}} = \frac{7,3}{\sqrt{0,43}} = 11,1 \text{ мм}.$$

Контрольные вопросы

1. Какие необходимы данные для нахождения отметки узловой точки?
2. Для чего выполняется невязка в сумме превышений?
3. Как вычисляется поправка?
4. По какой формуле определяется средняя квадратическая погрешность высоты узловой точки?

Лабораторная работа №2

УРАВНИВАНИЕ СИСТЕМ СЪЕМОЧНЫХ ХОДОВ С ОДНОЙ УЗЛОВОЙ ТОЧКОЙ СПОСОБ СРЕДНЕГО ВЕСОВОГО. СИСТЕМА ТЕОДОЛИТНЫХ ХОДОВ С ОДНОЙ УЗЛОВОЙ ТОЧКОЙ (4 часа)

Задание на лабораторную работу.

1. По известным координатам исходных пунктов, дирекционным углам исходных направлений, измеренным горизонтальным углам и длинам линий, выполнить уравнивание системы теодолитных ходов с одной узловой точкой по способу среднего взвешенного.

2. Заполнить ведомость уравнивание системы теодолитных ходов.

3. Вычислить координаты узловой точки.

Система теодолитных ходов с одной узловой точкой. Известны плановые координаты исходных пунктов B, K, F (рис. 2) и дирекционные углы исходных линий $\alpha_{AB}, \alpha_{CK}, \alpha_{EF}$. Измерены горизонтальные углы β_i и длины линий d_i .

При упрощенном уравнивании системы теодолитных ходов с одной узловой точкой по общепринятой схеме сначала уравнивают углы по способу среднего взвешенного. Вычислив по уравненным углам дирекционные углы и приращения координат, производят раздельное уравнивание приращений координат Δx и Δy по каждому ходу.

Для уравнивания углов выбирают узловую линию, в качестве которой может быть принята любая линия, опирающаяся на узловую точку (в нашем примере линия UQ).

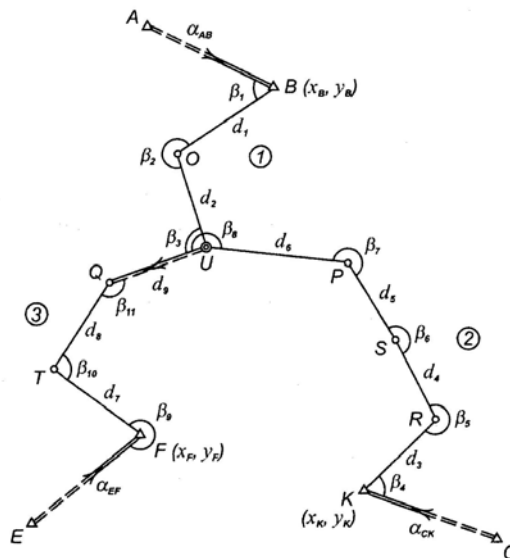


Рис. 2. Система теодолитных ходов с одной узловой точкой

Вычисляют значения дирекционного угла узловой линии по каждому ходу:

$$\begin{cases} \alpha'_{UQ} = \alpha_{AB} + 180^\circ \cdot n_1 - [\beta]_1 \\ \alpha''_{UQ} = \alpha_{CK} + 180^\circ \cdot n_2 - [\beta]_2, \\ \alpha'''_{UQ} = \alpha_{EF} + 180^\circ \cdot n_3 - [\beta]_3 \end{cases}$$

где n_i – число углов до узловой линии в i -м ходе ($i = 1, 2, 3$); $[\beta]_i$ – сумма углов в i -м ходе.

Приняв вес суммы углов i -го хода равным $p_i = \frac{1}{n_i}$, окончательное значение дирекционного угла узловой линии вычисляют по формуле среднего взвешенного

$$\alpha_{UQ} = \frac{p_1 \alpha'_{UQ} + p_2 \alpha''_{UQ} + p_3 \alpha'''_{UQ}}{p_1 + p_2 + p_3}.$$

Как и при уравнивании системы нивелирных ходов, находят угловые невязки W_β по каждому ходу:

$$\begin{cases} W'_\beta = \alpha_{UQ} - \alpha'_{UQ} \\ W''_\beta = \alpha_{UQ} - \alpha''_{UQ} \\ W'''_\beta = \alpha_{UQ} - \alpha'''_{UQ} \end{cases}$$

Распределив угловые невязки поровну на углы соответствующего хода с противоположным знаком, находят уравненные значения углов. По уравненным углам вычисляют приращения координат по всем линиям ходов и находят суммы приращений координат по каждому ходу $[\Delta x]$ и $[\Delta y]$. Уравнивание приращений координат производят отдельно для Δx и Δy аналогично уравниванию превышений системы нивелирных ходов с одной узловой точкой по формулам:

$$\begin{cases} x'_U = x_B + [\Delta X]_1, \\ x''_U = x_K + [\Delta X]_2, \\ x'''_U = x_F + [\Delta X]_3; \end{cases}$$

$$x_U = \frac{\tilde{p}_1 x'_U + \tilde{p}_2 x''_U + \tilde{p}_3 x'''_U}{\tilde{p}_1 + \tilde{p}_2 + \tilde{p}_3}$$

$$\tilde{p}_i = \frac{1}{[L]_i},$$

где \tilde{p}_i – вес абсциссы (ординаты) узловой точки; $[L]_i$ – длина i -го хода. Вычисляют невязки в приращениях координат по каждому ходу

$$\begin{cases} W'_i = x_U - x'_U, \\ W''_i = x_U - x''_U, \\ W'''_i = x_U - x'''_U. \end{cases}$$

Поправки в приращения координат находят по формуле

$$v_{\Delta x_{ij}} = -\frac{W_x}{[d]_i} \cdot d_{ij},$$

где d_{ij} – j -я длина стороны i -го хода.

Для уравнивания приращений ординат используют эти выражения, заменив x на y (табл. 2).

По исправленным приращениям координат вычисляют координаты всех пунктов сети.

Оценку точности измерения углов производят по известной из теории погрешностей формуле, которая в данном случае дает приближенное значение средней квадратической погрешности измерения угла:

$$\mu = m_\beta = \sqrt{\frac{[pW^2]}{N-1}},$$

где N – число ходов.

Т а б л и ц а 2

Уравнивание системы теодолитных ходов с одной узловой точкой

Пункты	Измеренные углы β_i	Дирекционные углы α_i	Длины сторон L_i , м	Приращения координат, м		Координаты, м	
				Δx	Δy	x	y
1	2	3	4	5	6	7	8
<i>1-й ход</i>							
В	-3 185°48,0'					5548,34	2380,98
О	-3 179°49,0'	48°22,6'	304,53	-19 +202,28	+19 +227,65	5750,43	2608,82
У	-2 128°00,9'	48°33,9'	304,76	-19 +202,28	+18 +228,48	5951,92	2837,48
Q		100°33,2'					

Пункты	Измеренные углы β_i	Дирекционные углы α_i	Длины сторон L_i , м	Приращения координат, м		Координаты, м	
				Δx	Δy	x	y
$[\beta]=$ $[\beta]_T=$ $W_\beta=$	493°37,9' 493°37,1' +0,8'	$L_1 =$	609,29	+403,95 +403,59 $W_x=+0,38$	+456,13 +456,50 $W_y=-0,37$	$W_L = \sqrt{W_x^2 + W_y^2} = 0.44$ $W_{отн} = \frac{W_L}{L} = \frac{1}{1150}$	
<i>2-й ход</i>							
С							
		137°07,3'					
К	198°35,2'	118°32,1'	318,32	+6 -152,06	-1 +279,65	6958,85	2136,41
Р	142°00,6'					6806,85	2416,05
		156°31,5'	267,40	+5 -245,27	+106,52		
С	+1 184°49,3'					6561,63	2522,57
		151°42,1'	353,24	+7 -311,02	-1 +167,46		
Р	+1 177°58,0'					6250,68	2690,02
		153°44,0'	333,23	+6 -298,82	-1 +147,47		
U	+1 233°10,7'					5951,92	2837,48
		100°33,2'					
Q							
$[\beta]=$ $[\beta]_T=$ $W_\beta=$	36°33,8' 4936°34,1' -0,3'	$L_2 =$	1272,19	-1007,17 -1006,93 $W_x=-0,24$	+701,10 +701,07 $W_y=+0,03$	$W_L = \sqrt{W_x^2 + W_y^2} = 0.24$ $W_{отн} = \frac{W_L}{L} = \frac{1}{5300}$	
<i>3-й ход</i>							
Е							
		328°25,3'					
Ф	+2 201°51,6'					5512,83	3408,06
		306°33,5'	196,34	+9 116,95	-12 -157,71		
Т	+2 167°36,5'					5629,87	3250,23
				+17	-23		
Q	+2 218°24,4'					5922,46	2995,32
		280°33,2'	160,46	+7 29,39	-9 -157,75		
U						5951,92	2837,48
$[\beta]=$ $[\beta]_T=$ $W_\beta=$	587°51,5' 587°52,1' -0,6'	$L_3 =$	744,58	+438,76 +439,09 $W_x=-0,33$	-570,14 -570,58 $W_y=+0,44$	$W_L = \sqrt{W_x^2 + W_y^2} = 0.55$ $W_{отн} = \frac{W_L}{L} = \frac{1}{1350}$	

В табл. 2-4 приведен пример уравнивания системы теодолитных ходов с одной узловой точкой.

Т а б л и ц а 3

Вычисления окончательного значения дирекционного угла узловой линии QU

№ хода	Дирекционные углы, d	Число углов в ходе, n_i	Вес, $p_i = \frac{l}{n_i}$	ε_i	$p_i \varepsilon_i$	W_β	Вычисления
1	100°32,4'	3	0,33	0,0'	0,0'	+0,8'	$W_{\beta_{\text{доп}}} = 1^{\sqrt{n}} = 1^{\sqrt{3}} = 1,7'$ $\alpha_{QU} = \alpha_0 + \frac{[p\varepsilon]}{[p]} =$ $= 100^\circ 32,4' + 0,8' =$ $= 100^\circ 33,2'$
2	33,5'	5	0,20	1,1'	0,22'	-0,3'	
3	33,8'	3	0,33	1,4'	0,46'	-0,6'	
$x_0 = 100^\circ 32,4' \quad [p] = 0,86 \quad [p\varepsilon] = 0,68$							

$$\mu = m_\beta = \sqrt{\frac{0,33 \cdot 0,8^2 + 0,20 \cdot 0,3^2 + 0,33 \cdot 0,6^2}{3-1}} = 0,42.$$

Т а б л и ц а 4

Вычисление координат узловой точки U

хода	Длина хода $[L]$, км	Вес $p_i = \frac{l}{[L]_i}$	x' , м	ε_x , м	$p\varepsilon_x$, м	y' , м	ε_y , м	$p\varepsilon_y$, м
1	0,61	1,64	5952,30	0,71	1,16	2837,11	0,00	0,00
2	1,27	0,79	5951,68	0,09	0,07	2837,51	0,40	0,32
3	0,74	1,35	5951,59	0,00	0,00	2837,92	0,81	1,09
$[p] = 3,78$			$[p\varepsilon_x] = 1,23$			$[p\varepsilon_y] = 1,41$		
			$x_0 = 5951,59 \quad y_0 = 2837,11$					

$$x_U = x_0 + \frac{[p\varepsilon_x]}{[p]} = 5951,59 + 0,33 = 5951,92 \text{ м,}$$

$$y_U = 2837,11 + 0,37 = 2837,48 \text{ м.}$$

К о н т р о л ь н ы е в о п р о с ы

1. Опишите способ уравнивания углов по способу среднего взвешенного.
2. Как определить уравненные значения углов?
3. Что вычисляют по уравненным углам?
4. Напишите формулу окончательного значения дирекционного угла узловой линии.
5. Как произвести оценку точности измерения углов?

Лабораторная работа №3 УРАВНИВАНИЕ СИСТЕМ ХОДОВ СПОСОБОМ ПОЛИГОНОВ ПРОФЕССОРА В.В. ПОПОВА (8 часов)

Задание на лабораторную работу.

1. Выполнить уравнивание свободной сети нивелирных ходов способом В.В. Попова.

2. Заполнить ведомость уравнивания системы нивелирных ходов способом приближений.

Составить схему уравнивания свободной нивелирной сети способом «красных чисел».

Данный способ применяют для уравнивания как свободных, так и несвободных сетей нивелирных и теодолитных (полигонометрических) ходов. Как уже отмечалось ранее, свободными называются такие геодезические сети, в которых имеются только необходимые исходные элементы: координаты одного исходного пункта и дирекционный угол исходного направления, высота одного исходного репера и т.п. Наличие в сети избыточных исходных данных вызывает дополнительные условия, которым должны удовлетворять уравненные величины; такие сети являются несвободными.

Сущность способа В.В. Попова рассмотрим на примере уравнивания свободной сети нивелирных ходов.

Уравнивание сети методом непосредственного решения системы уравнений поправок. Пусть нивелирная сеть состоит из трех примыкающих друг к другу полигонов, невязки в которых соответственно равны f_{h1} , f_{h2} и f_{h3} (рис. 3).

Направления ходов в полигонах показаны стрелками.

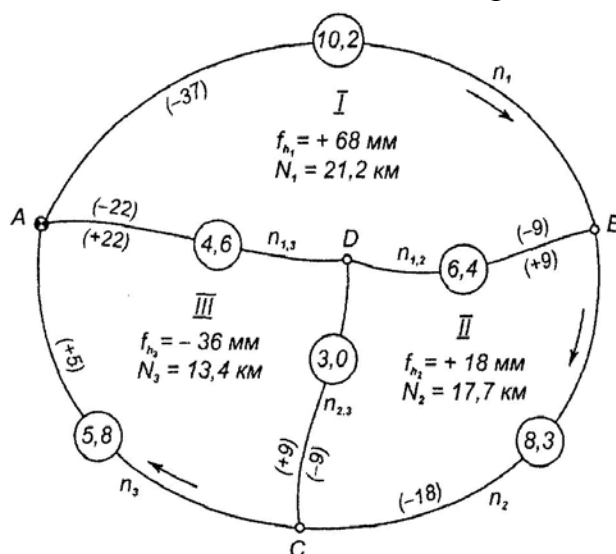


Рис. 3. Схема к уравниванию свободной нивелирной сети способом полигонов

Обозначим длину каждого звена (или число станций) между двумя узловыми точками через n с указанием номеров полигонов, к которым данное звено принадлежит. Тогда длины внешних звеньев полигонов AB , BC и AC будут соответственно n_1 , n_2 и n_3 , а общие для двух смежных полигонов звенья AD , BD и CD – $n_{1,3}$, $n_{1,2}$ и $n_{2,3}$.

Если каждый из имеющихся полигонов рассматривать как независимый, то для устранения невязок в каждом из них длины звеньев нужно умножить на поправки k_1 , k_2 и k_3 , приходящиеся на один километр длины каждого полигона. Тогда условия устранения невязок в полигонах можно записать в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} (n_1 + n_{1,2} + n_{1,3})k_1 + W_1 = 0, \\ (n_2 + n_{2,3} + n_{1,2})k_2 + W_2 = 0, \\ (n_3 + n_{1,3} + n_{2,3})k_3 + W_3 = 0. \end{cases}$$

где W_1 , W_2 , W_3 – свободные члены уравнений, равные невязкам в соответствующих полигонах f_{h1} , f_{h2} и f_{h3} .

Поскольку в системе уравнений суммы величин в скобках представляют собой периметры полигонов N_1 , N_2 и N_3 , то систему уравнений можно записать в виде

$$\begin{cases} N_1k_1 + W_1 = 0, \\ N_2k_2 + W_2 = 0, \\ N_3k_3 + W_3 = 0. \end{cases}$$

Следует учесть, что вышеприведенные уравнения составлены для независимых полигонов и не учитывают условия *смежества* (по терминологии В.В. Попова) полигонов. Поэтому для учета этого условия в первом полигоне общую поправку N_1k_1 следует уменьшить на величины поправок, приходящиеся на смежные звенья BD и CD ; при этом нужно иметь в виду, что для двух смежных полигонов поправки на одно и то же звено будут иметь противоположные знаки. Например, если поправка по звену BD для первого полигона равна $+n_{1,2}k_1$, то для второго полигона поправка по этому же звену будет $-n_{1,2}k_1$.

Аналогичные соображения в отношении поправок действуют и по другим смежным звеньям. Тогда уравнения следует записать в следующем виде:

$$\begin{cases} (n_1 + n_{1,2} + n_{1,3})k_1 - n_{1,2}k_2 - n_{1,3}k_3 + W_1 = 0, \\ (n_2 + n_{2,3} + n_{1,2})k_2 - n_{1,3}k_3 - n_{1,2}k_1 + W_2 = 0, \\ (n_3 + n_{1,3} + n_{2,3})k_3 - n_{1,3}k_1 - n_{2,3}k_2 + W_3 = 0. \end{cases}$$

В результате решения системы уравнений находят поправки k_1 , k_2 и k_3 на один километр хода внешних звеньев AB , BC и AC . Поправки на смежные звенья AD , BD и CD можно получить на основе некоторого преобразования системы уравнений.

Раскрыв скобки, запишем:

$$\begin{cases} n_1k_1 + n_{1,2}k_1 + n_{1,3}k_1 - n_{1,2}k_2 - n_{1,3}k_3 + W_1 = 0, \\ n_2k_2 + n_{2,3}k_2 + n_{1,2}k_2 - n_{2,3}k_3 - n_{1,2}k_1 + W_2 = 0, \\ n_3k_3 + n_{1,3}k_3 + n_{2,3}k_3 - n_{1,3}k_1 - n_{2,3}k_2 + W_3 = 0. \end{cases}$$

Проведя перегруппировку членов уравнений, получим:

$$\begin{cases} n_1k_1 + n_{1,2}(k_1 - k_2) + n_{1,3}(k_1 - k_3) + W_1 = 0, \\ n_2k_2 + n_{2,3}(k_2 - k_3) + n_{1,2}(k_2 - k_1) + W_2 = 0, \\ n_3k_3 + n_{1,3}(k_3 - k_1) + n_{2,3}(k_3 - k_2) + W_3 = 0. \end{cases}$$

Уравнения системы можно легко составить по схеме сети (см. рис. 3), руководствуясь следующими правилами:

– первый член каждого уравнения представляет собой произведение поправочного коэффициента k_i на периметр полигона N_i , где i – номер полигона;

– второй и третий члены уравнений есть произведения поправочных коэффициентов смежных полигонов на длины соответствующих звеньев;

– четвертый (свободный) член каждого уравнения равен невязке соответствующего полигона, т. е. $W_i = f_{h_i}$.

После решения системы уравнений суммарные поправки в превышения по звеньям u вычисляются как:

$$\begin{aligned} v_1 &= n_1k_1; v_{1,2} = n_{1,2}(k_1 - k_2); v_{1,3} = n_{1,3}(k_1 - k_3); \\ v_2 &= n_2k_2; v_{2,1} = n_{2,1}(k_2 - k_1); v_{2,3} = n_{2,3}(k_2 - k_3); \\ v_3 &= n_3k_3; v_{3,2} = n_{2,3}(k_3 - k_2); v_{3,1} = n_{1,3}(k_3 - k_1). \end{aligned}$$

Следует отметить, что для нивелирных сетей данный способ уравнения является строгим и дает результаты, идентичные уравнению по способу наименьших квадратов.

Ниже приводится пример уравнения свободной сети нивелирных ходов по способу полигонов В.В. Попова с непосредственным решением системы нормальных уравнений поправок.

Пример. Требуется уравнивать нивелирную сеть IV класса, схема которой приведена на рис. 3. В кружках указаны длины звеньев в километрах, внутри полигонов написаны их номера и невязки в миллиметрах.

Решение:

1. Руководствуясь вышеприведенными правилами, по схеме сети составляем систему уравнений поправочных коэффициентов:

$$21,2k_1 - 6,4k_2 - 4,6k_3 + 68 = 0;$$

$$17,7k_2 - 6,4k_1 - 3,0k_3 + 18 = 0;$$

$$13,4k_3 - 3,0k_2 - 4,6k_1 - 36 = 0.$$

2. Решив систему уравнений, получаем значения поправочных коэффициентов:

$$k_1 = -3,66; k_2 = -2,18; k_3 = +0,94.$$

3. Вычисляем поправки в превышения для каждого звена:

для звена AB $v_1 = n_1 k_1 = 10,2 \cdot (-3,66) = -37$ мм;

— BC $v_2 = n_2 k_2 = 8,3 \cdot (-2,18) = -18$ мм;

— CA $v_3 = n_3 k_3 = 5,8 \cdot (+0,94) = +5$ мм;

— BD $v_{1,2} = n_{1,2} (k_1 - k_2) = 6,4 \cdot [(-3,66) - (-2,18)] = -9$ мм;

— DB $v_{2,1} = n_{2,1} (k_2 - k_1) = 6,4 \cdot [(-2,18) - (-3,66)] = +9$ мм;

— CD $v_{2,3} = n_{2,3} (k_2 - k_3) = 3,0 \cdot [(-2,18) - (+0,94)] = -9$ мм;

— DC $v_{3,2} = n_{2,3} (k_3 - k_2) = 3,0 \cdot [(+0,94) - (-2,18)] = +9$ мм;

— DA $v_{1,3} = n_{1,3} (k_1 - k_3) = 4,6 \cdot [(-3,66) - (+0,94)] = -22$ мм;

— AD $v_{3,1} = n_{1,3} (k_3 - k_1) = 4,6 \cdot [(+0,94) - (-3,66)] = +22$ мм.

Вычисленные поправки записываем в скобках около соответствующих звеньев каждого полигона.

4. Выполняем контроль уравнивания сети: сумма поправок по звеньям в каждом полигоне должна равняться невязке с обратным знаком, т.е.

$$\sum v_i = -f_{hi}$$

Полигон I — $(-37) + (-9) + (-22) = -68$ мм, $(f_{h_1} = +68$ мм);

— II — $(-18) + (-9) + (+9) = -18$ мм, $(f_{h_2} = +18$ мм);

— III — $(+5) + (+22) + (+9) = +36$ мм, $(f_{h_3} = -36$ мм).

Следовательно, уравнивание сети выполнено правильно.

Способ красных чисел. Проф. В.В. Поповым предложен простой, но достаточно точный способ уравнивания систем полигонов непосредственно по схеме, без составления уравнений поправок и ведомостей вычислений; он получил название способа «красных чисел». Сущность

способа заключается в последовательном распределении невязок в каждом полигоне пропорционально длинам сторон или числу станций.

Рассмотрим порядок уравнивания этим способом свободной сети нивелирных ходов, используя исходные данные предыдущего примера (см. рис. 3).

Рассмотрим порядок уравнивания этим способом свободной сети нивелирных ходов, используя исходные данные предыдущего примера (см. рис. 3).

1. На основе схемы сети составляют схематический чертеж сети в крупном масштабе, на котором производится вычисление поправок на звенья (рис. 4).

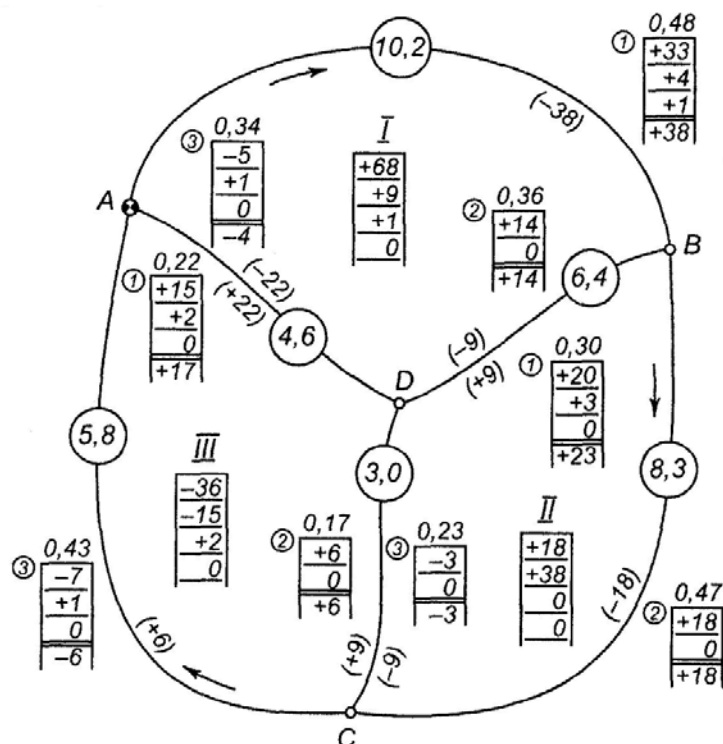


Рис. 4. Схема уравнивания свободной нивелирной сети способом «красных чисел»

В центре каждого полигона строят рамочки (I, II, III), внутри которых записывают невязки. Вне полигона у каждого его звена строят рамочки для записи поправок (①, ②, ③); у внешних звеньев сети будет по одной рамочке, а у внутренних – по две.

2. Для всех звеньев полигона вычисляют красные числа K_i, K_{ij} как отношение длины звена $n_i (n_{ij})$ к периметру полигона N_i , т. е.

$$K_i = \frac{n_i}{N_i}, K_{ij} = \frac{n_{ij}}{N_i},$$

где i – номер данного полигона; j – номер смежного полигона.

Например, для первого полигона значения красных чисел равны:

$$K_1 = \frac{10,2}{21,2} = 0,48; K_{1,2} = \frac{6,4}{21,2} = 0,30; K_{1,3} = \frac{4,6}{21,2} = 0,22.$$

Полученные значения красных чисел записывают красным цветом над соответствующими рамочками, расположенными вне полигона около его звеньев.

Для каждого полигона сумма красных чисел должна быть равна единице. Например, для первого полигона

$$K_1 + K_{1,2} + K_{1,3} = 0,48 + 0,30 + 0,22 = 1.$$

3. Приступают к распределению невязок в полигонах пропорционально красным числам звеньев, начиная, как правило, с полигона, в котором большая по абсолютной величине невязка. В нашем случае это первый полигон. Поправка, приходящаяся на звено, определяется как произведение невязки полигона на красное число звена:

$$v'_{h_1} = f_{h_1} \cdot K_1 = +68 \cdot 0,48 = +33 \text{ мм};$$

$$v'_{h_{1,2}} = f_{h_1} \cdot K_{1,2} = +68 \cdot 0,30 = +20 \text{ мм};$$

$$v'_{h_{1,3}} = f_{h_1} \cdot K_{1,3} = +68 \cdot 0,22 = +15 \text{ мм}.$$

$$\text{Контроль: } \sum v'_{h_{ij}} = f_{h_1} \cdot (+33) + (+20) + (+15) = +68 \text{ мм}.$$

Полученные поправки по звеньям записывают в соответствующих рамочках. Распределенную невязку полигона подчеркивают и в дальнейшем не учитывают.

4. Во втором полигоне значение исходной невязки $f_{h_2} = +18$ мм изменяют на величину поправки, перешедшей из первого полигона, т.е.

$$f'_{h_2} = f_{h_2} + v'_{h_{1,2}} = (+18) + (+20) = +38 \text{ мм}.$$

Новую невязку распределяют по звеньям пропорционально красным числам 0,47, 0,17 и 0,36; полученные произведения (+18, +6, +14) подписывают во внешних к полигону рамочках под соответствующими красными числами. Распределенную невязку подчеркивают.

5. В третьем полигоне новая невязка будет равна сумме начальной невязки и поправок, перешедших из первого и второго полигонов:

$$f'_{h_3} = f_{h_3} + v'_{h_{2,3}} = (-36) + (+6) + (+15) = -15 \text{ мм}.$$

Ученные поправки подчеркивают. Полученную невязку распределяют по аналогии с предыдущими.

6. Закончив первый цикл распределения невязок в полигонах, выполняют второй цикл в той же последовательности. В первом полигоне образуется новая невязка, равная сумме поправок, перешедших из смежных полигонов:

$$f''_{h1} = v'_{h_{3,1}} + v'_{h_{2,1}} = (-5) + (+14) = +9 \text{ мм.}$$

Ее распределяют так же, как и в первом цикле.

Циклы распределения продолжают до тех пор, пока невязки всех полигонов не станут равными нулю.

7. Подсчитывают суммы чисел во всех табличках у внешних (S_i) и внутренних (S_{ij}) звеньев. Затем вычисляют поправки на звенья каждого полигона, считая направления звеньев совпадающими с направлением обхода полигона. При этом следует руководствоваться следующими правилами:

– для внешнего звена i -го полигона поправка на звено v_i равно сумме S_i внешней таблички этого звена с обратным знаком, т.е. $v_i = -S_i$. В рассматриваемом примере $v_1 = -38$ мм, $v_2 = -18$ мм, $v_3 = +6$ мм;

– для звеньев смежных полигонов поправка v_{ij} равна разности сумм чисел внутренней и внешней табличек этого звена, т.е. $v_{ij} = S_{ij} - S_{ji}$.

Для первого полигона: $v_{1,2} = (+14) - (+23) = -9$ мм;

$$v_{1,3} = (-4) - (+17) = -21 \text{ мм;}$$

Для второго полигона: $v_{2,1} = (+23) - (+14) = +9$ мм;

$$v_{2,3} = (-3) - (+6) = -9 \text{ мм;}$$

Для третьего полигона: $v_{3,2} = (+6) - (-3) = +9$ мм;

$$v_{3,1} = (+17) - (-4) = +21 \text{ мм.}$$

Сравнение результатов уравнивания нивелирной сети способом «красных чисел» и методом непосредственного решения системы уравнений поправок показывает, что оба варианта по точности практически равноценны; расхождения в величинах поправок в превышения по звеньям не превышают ± 1 мм и обусловлены округлением поправок при распределении невязок по звеньям.

После введения вычисленных поправок в превышения по звеньям получают исправленные (уравненные) их значения, по которым вычисляют отметки узловых точек.

Точность определения отметок сети, уравненной по способу В.В. Попова, характеризуется средней квадратической погрешностью нивелирования на 1 км хода

$$m_{\text{км}} = \sqrt{\frac{[pvv]}{r}},$$

19

где v_i – поправки по звеньям;

$p_i = \frac{1}{n_i}$ – вес превышения по звену;

n_i – длина звена, км;

r – число полигонов.

Несвободная сеть. Уравнивание несвободной сети сводится к уравниванию свободной сети путем введения фиктивных звеньев, соединяющих исходные пункты. Число фиктивных полигонов должно быть на единицу меньше числа исходных пунктов.

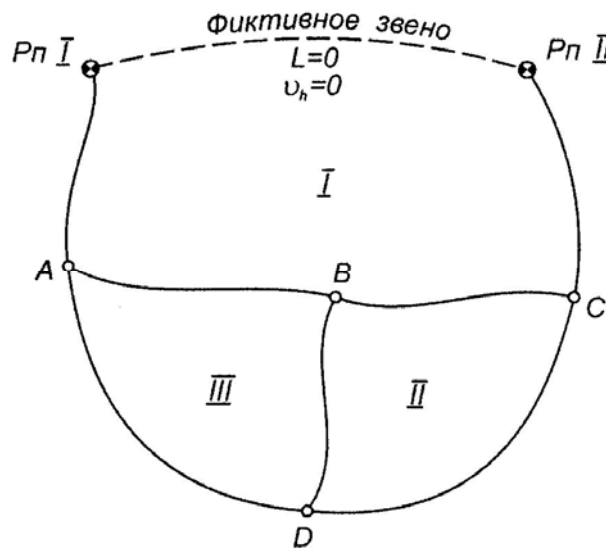


Рис. 5. Схема к уравниванию свободной нивелирной сети

Длина фиктивных звеньев считается равной 0, т.е. для фиктивного звена красное число $K_4 = 0$. Следовательно, в фиктивных звеньях поправки не находятся.

Для сети теодолитных ходов способ В.В. Попова не является строгим, так как уравнивание измеренных углов и приращений координат

в полигонах производится отдельно, в результате чего получают приближенные величины поправок. Кроме того, уравнивание систем теодолитных ходов связано с весьма громоздкими вычислениями. Поэтому для уравнивания теодолитных (полигонометрических) ходов данный способ практически не используется.

Контрольные вопросы

1. Когда применяется уравнивание систем ходов способом полигонов профессора В.В. Попова?
2. Объясните сущность способа В.В. Попова.
3. Какие геодезические сети называются свободными?
4. Перечислите условия «смежества».

Лабораторная работа №4

СНЕСЕНИЕ КООРДИНАТ С ВЕРШИНЫ ЗНАКА НА ЗЕМЛЮ

(4 часа)

Задание на лабораторную работу.

1. Составить схему снесения координат с вершины знака на землю.
2. Выполнить привязку пункта полигонометрического хода к пункту существующей опорной сети.
3. Заполнить расчетную ведомость.

При привязке полигонометрического (теодолитного) хода к пункту триангуляции, на который нельзя встать с инструментом, выбирают на земле вблизи этого пункта A (на расстоянии 50-100 м от него) точку P (рис. 6) в таком месте, чтобы кроме пункта A были видны два удаленных пункта исходной сети B и C (один из них необходим для контроля) и удобно было измерить два базиса для определения недоступного расстояния AP .

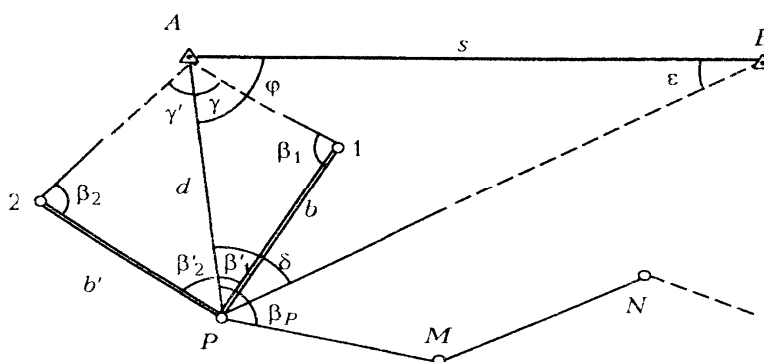


Рис. 6. Схема к снесению координат с вершины знака на землю

Для решения задачи измеряют базисы b и b' и шесть углов $1, 2, 1', 2', \delta$ и δ' , причем второй базис и углы при нем используют для контроля определения расстояния AP и повышения точности получения окончательного его значения, а угол δ – для контроля правильности произведенных измерений, выписки исходных данных и повышения точности определения окончательных значений координат точки $P(b=PR, b'=PR')$.

Наиболее точно положение точки P определяется в том случае, когда значения углов γ и γ' близки к 90° , а угол δ равен 180° . Рассмотрим решение задачи по этапам.

1. Вычисление дирекционных углов $(AB), (AC)$ и расстояний $AB=s, AC=s'$.

Имея координаты пунктов A и B вычисляют:

$$\operatorname{tg}(AB) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

и по таблицам находят дирекционный угол (AB) .

Затем вычисляют расстояние $AB=s$

$$s = (y_B - y_A) \operatorname{cosec}(AB) = (x_B - x_A) \operatorname{sec}(AB).$$

Если полученные значения s различаются на две единицы последнего знака, то за окончательное принимают среднее арифметическое из них, если же расхождение больше указанного, то, убедившись в правильности произведенных вычислений, в качестве окончательного принимают значение, полученное по большему (по абсолютной величине) значению тригонометрической функции (точнее, по значению функции, имеющему большее количество значащих цифр).

Точно так же определяют дирекционный угол (AC) и расстояние AC . Иногда дирекционные углы $(AB), (AC)$ и расстояния AB, AC не приходится вычислять, так как они бывают известны из материалов по исходной геодезической сети.

2. Вычисление расстояния $AP=d$

Неприступное расстояние $AP=d$ определяют дважды, решая треугольники APR и APR' . По теореме синусов находят

$$d_1 = \frac{b \sin 2}{\sin \gamma} \text{ и } d_2 = \frac{b' \sin 2'}{\sin \gamma'}.$$

Разность $|d_1 - d_2|$ не должна превышать $2d \cdot \frac{1}{T}$, где $\frac{1}{T}$ – точность измерения базисов b и b' .

За окончательное значение расстояния AP принимают среднее арифметическое значение, равное

$$d = \frac{d_1 + d_2}{2}.$$

3. Вычисление дирекционного угла (AP)

Решая треугольники ABP и ACP , находят:

$$\sin \psi = \frac{d \sin \delta}{s} \text{ и } \sin \psi' = \frac{d \sin \delta'}{s'},$$

по которым определяют вспомогательные углы ψ и ψ' . Затем вычисляют вспомогательные углы φ и φ' .

$$\varphi = 180 - (\delta + \psi); \quad \varphi' = 180 - (\delta' + \psi').$$

По этим углам определяют два значения дирекционного угла (AP)

$$(AP)_1 = (AB) \pm \varphi; \quad (AP)_2 = (AB) \pm \varphi'.$$

Знак + или – в этих формулах берется в зависимости от расположения угла φ относительно направления AB .

Расхождение между значениями $(AP)_1$ и $(AP)_2$ должно удовлетворять неравенству

$$|(AP)_1 - (AP)_2| < 3m,$$

где m – средняя квадратическая погрешность измерения угла.

4. Вычисление координат точки P

По расстоянию $(AP)=d$, дирекционному углу (AP) находят приращения координат

$$\begin{cases} \Delta x_1 = d \cos(AP)_1; & \Delta y_1 = d \sin(AP)_1; \\ \Delta x_2 = d \cos(AP)_2; & \Delta y_2 = d \sin(AP)_2. \end{cases}$$

Затем вычисляют координаты точки P

$$\begin{cases} x_1 = x_A + \Delta x_1; & y_1 = y_A + \Delta y_1; \\ x_2 = x_A + \Delta x_2; & y_2 = y_A + \Delta y_2. \end{cases}$$

5. Контроль вычислений

По координатам пунктов P , B и P , C находят значение дирекционных углов (PB) и (PC) , по которым вычисляют углы

$$\begin{cases} \bar{\psi} = (AB) - (PB) \\ \bar{\psi}' = (AC) - (PC) \end{cases}$$

Расхождение между значениями ψ , ψ' и $\bar{\psi}$, $\bar{\psi}'$ не должно превышать 1-4".

Оценка точности положения точки P

Средней квадратической погрешностью положения точки называется средняя величина смещения относительно ее точного положения, определяемая в общем случае соотношением

$$M = d \sqrt{\left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{m}{\rho}\right)^2}.$$

В данном случае средняя квадратическая погрешность положения точки P может быть получена приближенно по формуле

$$M = d \sqrt{\left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{m}{\rho}\right)}.$$

Задание

Выполнить привязку пункта Р полигонометрического (теодолитного хода) к пункту А существующей опорной сети, расположенному на шпиле здания. Выполнить расчет оценки точности положения определяемого пункта по варианту, указанному преподавателем. Исходные данные по вариантам для выполнения задания (рис. 7) приведены в приложении.

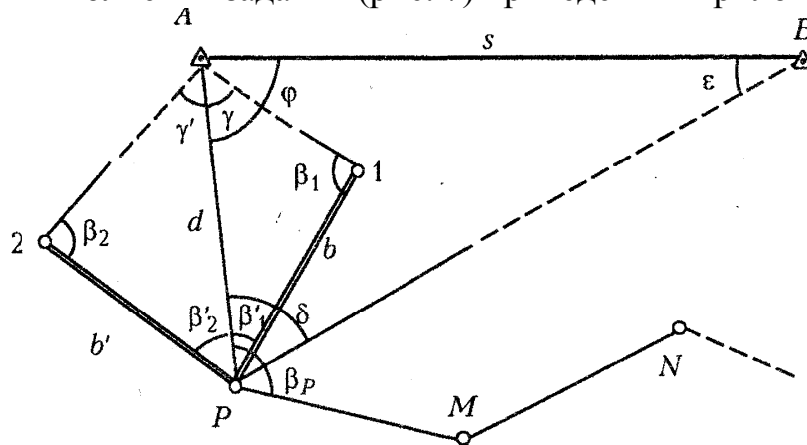


Рис. 7. Привязка пункта к существующей опорной сети

Задание выполнить в соответствии с указанным алгоритмом.

1. Определить по известным координатам пунктов А и В решением обратной геодезической задачи дирекционный угол стороны АВ и ее длину s:

$$r_{AB} = \operatorname{arctg} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A};$$

$$s = \frac{y_B - y_A}{\sin \alpha_{AB}} = \frac{x_B - x_A}{\cos \alpha_{AB}}.$$

2. Вычислить недоступное расстояние $AP = d$:

$$d' = b \frac{\sin \beta_1}{\sin \gamma}; \quad d'' = b' \frac{\sin \beta_2}{\sin \gamma'},$$

где $\gamma = 180^\circ - (\beta_1 + \beta_1')$; $\gamma' = 180^\circ - (\beta_2 + \beta_2')$.

Расхождение в значениях недоступного расстояния ($d' - d''$) допускается в пределах точности измерения длин линий в теодолитном ходе. За окончательное значение расстояния AP принять среднее арифметическое

$$d = \frac{d' + d''}{2}.$$

3. Вычислить дирекционный угол линии AP . Для этого из треугольника ABP на основе теоремы найти угол ε : $\varepsilon = \arcsin \frac{d}{S} \sin \delta$.

Вычислить вспомогательный угол φ : $\varphi = 180^\circ - (\delta + \varepsilon)$.

По дирекционному углу исходной линии AB и вспомогательному углу φ определить дирекционный угол линии α_{AP} :

$$\alpha_{AP} = \alpha_{AB} + \varphi.$$

Для проверки следует вычислить дирекционный угол линии PB :

$$\alpha_{PB} = \alpha_{AP} - 180^\circ + \delta.$$

Тогда разность $\alpha_{AP} - \alpha_{PB} = \varepsilon$ послужит для этого проверкой. Измеренный при точке P угол β_P (APM) даст возможность получить дирекционный угол линии PM :

$$\alpha_{PM} = \alpha_{AP} - 180^\circ + \beta_P.$$

4. По длине стороны $AP = d$ и дирекционному углу α_{AP} вычислить приращения координат и координаты точки P :

$$x_P = x_A + d \cos \alpha_{AP}.$$

Контроль измерений и вычислений можно выполнить одним из следующих способов:

1. Из треугольника ABP вычислить дирекционный угол стороны BP (α_{BP}) и ее длину d_{BP} и повторно рассчитать координаты точки P относительно пункта B .

2. По координатам точки P и пункта B решением обратной геодезической задачи определить дирекционный угол α_{BP} и вычислить угол как разность дирекционных углов линий PB и PA . Допустимое расхождение значения угла δ вычислить по формуле

$$\Delta\delta = |\delta_{\text{выч}} - \delta_{\text{изм}}| \leq 2m_\beta$$

Среднюю квадратическую погрешность определения положения точки P находят по формуле

$$M_P = \sqrt{\left[\left(1 + \frac{d \cos \delta}{s \cos \varepsilon} \right)^2 \frac{dm_\beta^2}{\rho} \right] + \left(\frac{m_d}{\cos \varepsilon} \right)^2},$$

где m_β – средняя квадратическая погрешность измерения углов; m_d – абсолютная погрешность определения недоступного расстояния, вычисляемая из выражения:

$$m_d = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{d}{b} m_b\right)^2 + \left[(ctg\beta_1 + ctg\gamma)^2 + ctg^2\gamma \right] \left(d \frac{m_\beta}{\rho}\right)^2}$$

$$\left(m_\beta = 5'', \frac{m_d}{d} = 1:10000, m_b = 0,05 \right).$$

Пример выполнения задания по исходным данным табл. 5 приведен в табл. 6.

Т а б л и ц а 5

Исходные данные

X_A	3624,31	β_1	46°38'24''	δ	43°59'33''
Y_A	2884,73	β_1'	36°41'57''	b	172,75
X_B	3600,89	β_2	43°47'45''	b'	181,65
Y_B	2985,25	β_2'	52°22'38''	ε	58°18'59''

Т а б л и ц а 6

Пример выполнения задания

Формулы	Значения	Формулы	Значения	Формулы	Значения
(1) $Y_B - Y_A$	100,52	(2) $X_B - X_A$	-23,42	Контроль	
(3) r_{AB}	ЮВ:76°53'05"	(4) α_{AB}	103°06'55"	(29) $Y_B - Y_P$	+102,30
(5) $\cos \alpha_{AB}$	-0,226911	(6) $\sin \alpha_{AB}$	0,973915	(30) $X_B - X_P$	+103,02
(7) S'_{ABi}	10,321	(8) S''_{AB}	103,21	(31) r_{PB}	СВ: 44°47'57"
(9) γ	96°39'39"	(10) γ'	83°49'37"	(32) α_{PB}	44°47'57"
(11) $\sin \beta_1$	0,727054	(12) $\sin \beta_2$	0,692091	(33) α_{PA}	0°48'23"
(13) $\sin \gamma$	0,993250	(14) $\sin \gamma'$	0,994202	(34) $\delta_{\text{выч}}$	43°59'34"
(15) d'	126,45	(16) d''	126,45	(35) $\delta_{\text{изм}}$	43°59'33"
(17) $d' + d''$	252,90	(18) d	126,45	(36) $\Delta\delta$	1"
(19) $\sin \delta$	0,694564	(20) ε	58°18'59"	(37) m_β	5"
(21) φ	77°41'28"	(22) α_{AP}	180°48'23"	Условие $2 \leq m_\beta (1'' < 10'')$ $m_d = 0,006 \text{ м}$ $M_P = 0,016 \text{ м}$	
(23) $\cos \alpha_{AP}$	-0,999901	(24) $\sin \alpha_{AP}$	-0,014074		
(25) ΔX_{AP}	-126,44	(26) ΔY_{AP}	-1,78		
(27) X_P	3497,87	(28) Y_P	2882,95		

Контрольные вопросы

1. В каком случае наиболее точно определяется положение точки P?
2. Какие данные необходимы для определения дирекционных углов?
3. Дайте определение средней квадратической погрешности положения точки?
4. По каким формулам находят приращения координат?

Лабораторная работа № 5 ПРЯМАЯ ЗАСЕЧКА (6 часов)

Задание на лабораторную работу.

1. Определить координаты третьего пункта по известным координатам двух пунктов и измеренных углов при этих пунктах: а) решение прямой засечки по формулам Юнга. б) по формулам Гауса
2. Составить схемы прямой засечки.
3. Расчеты оформить в ведомости.
4. Выполнить оценку точности.

Прямая засечка – это задача по определению третьего пункта по двум данным пунктам и двум измеренным при этих пунктах углам. Для контроля правильности решения задачи измеряют еще угол при третьем данном пункте.

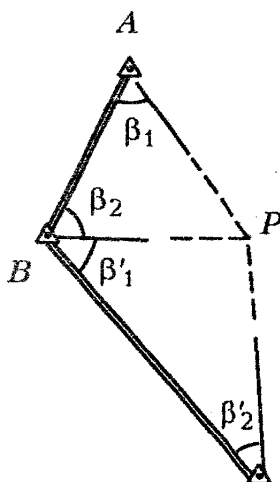


Рис.8. Схема прямой засечки

Таким образом, для решения задачи с контролем необходимо видеть определяемую точку с трех пунктов исходной сети и измерить при них три угла. Углы между смежными направлениями на определяемый пункт должны быть не менее 30 и не более 150°.

Существуют различные формулы и схемы для решения прямой засечки. Рассмотрим некоторые из них.

Формулы Юнга. Если между двумя данными пунктами А и В имеется видимость и измерены при них углы β и β' , являющиеся углами треугольника ABP (рис. 76), то удобнее всего применять формулы Юнга. Формулы Юнга можно вывести следующим путем. Пусть $AB=s$, $AP=s_1$, $\angle APB = \gamma$.

Из треугольника ABP по теореме синусов найдем

$$s_1 = \frac{s \sin \beta_2}{\sin \gamma}.$$

Соответствующие этой стороне приращение абсциссы

$$\Delta x_{AP} = s_1 \cos(AP).$$

Тогда

$(AP) = (AB) = \beta_1$ и $\gamma = 180^\circ - (\beta_1 + \beta_2)$, можем написать

$$\Delta x_{AP} = \frac{s \cos[(AB) - \beta_1] \sin \beta_2}{\sin(\beta_1 + \beta_2)}$$

или

$$\Delta x_{AP} = \frac{s \cos(AB) \cos \beta_1 \sin \beta_2 + s \sin(AB) \sin \beta_1 \sin \beta_2}{\sin \beta_1 \cos \beta_2 + \cos \beta_1 \sin \beta_2}.$$

Так как

$$\begin{aligned}\Delta x_{AP} &= x - x_A, \\ s \cos(AB) &= x_B - x_A \\ s \sin(AB) &= y_B - y_A,\end{aligned}$$

то

$$x - x_A = \frac{(x_B - x_A) \cos \beta_1 \sin \beta_1 + (y_B - y_A) \sin \beta_1 \sin \beta_2}{\sin \beta_1 \cos \beta_2 + \cos \beta_1 \sin \beta_2}.$$

Разделив числитель и знаменатель дроби на $\sin \beta_1, \sin \beta_2$ получим:

$$x - x_A = \frac{(x_B - x_A) \operatorname{ctg} \beta_1 + (y_B - y_A)}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}.$$

Аналогично найдем

$$y - y_A = \frac{(y_B - y_A) \operatorname{ctg} \beta_1 - (x_B - x_A)}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}.$$

Равенства (15) и (16) – формулы Юнга для приращений координат.

Точно так же найдем формулы Юнга для другой пары приращений координат, соответствующие расстоянию $BP = s_2$

$$x - x_B = \frac{(x_A - x_B) \operatorname{ctg} \beta_2 - (y_A - y_B)}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2},$$

и

$$y - y_B = \frac{(y_A - y_B) \operatorname{ctg} \beta_2 + (x_A - x_B)}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}.$$

Вычислив приращения координат, затем дважды получают координаты пункта P .

$$x = x_A + \Delta x_{AP} = x_B + \Delta x_{BP}; y = y_A + \Delta y_{AP} = y_B + \Delta y_{BP}.$$

Вторые значения координат служат для контроля вычислений. Расхождение между первыми и вторыми значениями координат может быть только из-за влияния ошибок округлений (в пределах 3-х единиц последнего знака).

Перенеся в формулах координаты x_A и y_A в правые части равенств и приведя затем каждую из этих частей к общему знаменателю, получим формулы Юнга для координат

$$\begin{cases} y_A = \frac{y_B \operatorname{ctg} \beta_1 + x_A + y_B \operatorname{ctg} \beta_1 - x_B}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2} \\ x_A = \frac{x_A \operatorname{ctg} \beta_1 - y_A + x_B \operatorname{ctg} \beta_1 + y_B}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}. \end{cases}$$

В целях контроля правильности вычислений, произведенных по этим формулам, можно воспользоваться соотношением

$$x_A = \frac{x_B \operatorname{ctg} \gamma + y_B + x \operatorname{ctg} \beta_2 + y}{\operatorname{ctg} \beta_2 + \operatorname{ctg} \gamma}$$

или соотношением

$$y_A = \frac{y_B \operatorname{ctg} \gamma + x_B + y \operatorname{ctg} \beta_2 - x}{\operatorname{ctg} \beta_2 + \operatorname{ctg} \gamma},$$

которые представляют также формулы Юнга, если данными считать пункты B и P , а определяемым – пункт A .

Указанный контроль дает возможность проверить только правильность произведенных вычислений, но не отражает допущенных ошибок в результатах измерений и в выписке исходных данных. При решении по формулам Юнга для полного контроля правильности определения положения пункта P измеряют еще два угла β'_1 и β'_2 соответственно при точках B и C (см. рис. 13), причем первый из них можно не измерять, а его значение получить из равенства

$$\beta'_1 = B - \beta_2,$$

где $B = \angle ABC = (BC) - (BA)$, но для этого надо по координатам данных пунктов A , B и C найти дирекционные углы (BA) и (BC) .

Имея координаты пунктов B , C и углы β'_1 , β'_2 , вторично определяют координаты пункта P . Расхождения между абсциссами и ординатами, полученными при первом и втором решениях, должны удовлетворять неравенству

$$r = \sqrt{(x' - x'')^2 + (y' - y'')^2} < 3M_r,$$

$$M_r = \sqrt{M_1^2 + M_2^2},$$

где M_1 и M_2 – средние квадратические погрешности положения пункта P , определенного по двум данным пунктам (A и B ; B и C).

$$M_1 = \frac{m}{\rho \sin \gamma} \sqrt{s_1^2 + s_2^2}; M_2 = \frac{m}{\rho \sin \gamma'} \sqrt{s_2^2 + s_3^2}.$$

В этих формулах m – средняя квадратическая погрешность измерения угла. Формула определения погрешности точная, когда измерены оба угла β_1' и β_2' , и приближенная, когда измерен только один угол β_2' . Если расхождения между координатами допустимы, то за окончательные их значения принимают средние арифметические значения из них.

Средняя квадратическая погрешность среднего из двух положений пункта P определяется по формуле

$$M = \frac{M_r}{2}.$$

Пример определения координат пункта P по формулам Юнга приведен в табл. 7.

Т а б л и ц а 7

Пример определения координат пункта P по формулам Юнга

Пункт	β_1 β_2 γ	x	$\text{ctg}\beta_2$ $\text{ctg}\beta_1$ $\text{ctg}\beta_2 + \text{ctg}\beta_1$	y	$\text{ctg}\beta_2 + \text{ctg}\gamma$ $\text{ctg}\gamma$ $\text{ctg}\beta_2$
A	54°59'34"	11371,17	+0,255821	8552,42	+1,114229
B	75°39'01"	9946,57	+0,700395	7696,97	+0,858408
P	(49°21'25")	9433,06	+0,956216	9415,67	+0,255821
$B(A)$	47°37'10"	9946,57	+1,202014	7696,97	+1,156216
$C(B)$	39°45'30"	7423,20	+0,912503	8913,89	-0,045798
P	(92°37'20")	9433,14	+2,114517	9415,48	+1,202014
P	Средние:	9433,11		9415,58	

Формулы Гаусса. Если между исходными пунктами A и B , а также B и C , по которым определяется положение пункта P , нет видимости, то для решения задачи получения координат пункта P прямой засечкой наиболее удобными являются формулы Гаусса. В этом случае измеряются углы β_1 и β_2 соответственно на пунктах A и B , а для контроля правильности определения координат пункта P измеряется угол β_3 на пункте C (рис. 9), между направлениями на определяемый пункт P и направлениями на другие пункты исходной сети, на которые имеется видимость.

В формулы Гаусса входят дирекционные углы направлений с данных пунктов на определяемый. Их вычисляют предварительно из соотношений

$$\begin{cases} \alpha_1 = (AP) = (AK) + \beta_1 \\ \alpha_2 = (BP) = (BL) + \beta_2 \\ \alpha_3 = (CP) = (CN) + \beta_3. \end{cases}$$

Два дирекционных угла необходимы для решения задачи, третий – для контроля правильности определения пункта P .

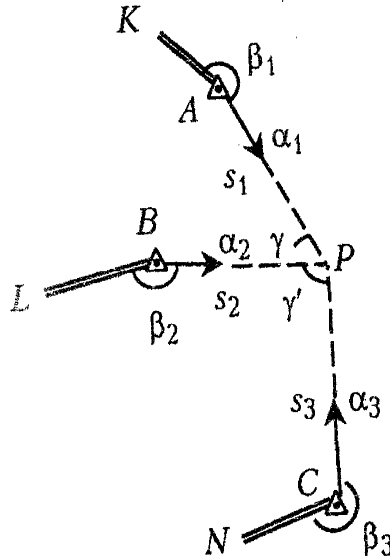


Рис.9. Схема прямой засечки

Приведем вывод формул Гаусса. Напишем известное соотношение

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{y - y_A}{x - x_A}.$$

Отсюда

$$y - y_A = (x - x_A) \operatorname{tg} \alpha_1.$$

Точно так же получают

$$y - y_B = (x - x_B) \operatorname{tg} \alpha_2.$$

Последние два равенства представляют систему уравнений с двумя неизвестными x и y .

Для исключения y вычтем из первого уравнения второе.

Тогда получим:

$$y_B - y_A = x(\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2) - x_A \operatorname{tg} \alpha_1 + x_B \operatorname{tg} \alpha_2.$$

Отсюда

$$x = \frac{x_A \operatorname{tg} \alpha_1 - y_A - x_B \operatorname{tg} \alpha_2 + y_B}{\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2}.$$

Вычитая из обеих частей равенства x_A и приводя правую часть к общему знаменателю, будем иметь:

$$x - x_A = \frac{(x_A - x_B) \operatorname{tg} \alpha_2 - (y_A - y_B)}{\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2}.$$

Подобно этому найдем:

$$x - x_B = \frac{(x_A - x_B) \operatorname{tg} \alpha_1 - (y_A - y_B)}{\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2}.$$

Вычислив приращения, дважды получают значения координат точки P :

$$\begin{cases} x = x_A + (x - x_A) = x_B + (x - x_B) \\ y = y_A + (y - y_A) = y_B + (y - y_B). \end{cases}$$

Сходимость двух значений x и двух значений y служит признаком правильности произведенных вычислений.

По формуле Гаусса производят вычисления абсциссы x . Значение ординаты вычисляется в этом случае по формулам:

$$\begin{cases} y = y_A + (x - x_A) \operatorname{tg} \alpha_1 \\ y = y_B + (x - x_B) \operatorname{tg} \alpha_2 \end{cases}.$$

Определение U по двум формулам производится с целью контроля вычислений. При этом, если значение α_1 или α_2 близко к 90° (270°), то полученные два значения могут сильно различаться между собой (из-за недостаточного количества значащих цифр в приращении абсцисс). В этом случае за окончательное значение y берут то, которое получено по меньшему по абсолютной величине значению тангенса.

Следует отметить, что рассмотренный контроль не обнаруживает ошибочности значений тангенсов, допущенной при их выборе по таблицам. Поэтому на эту выборку необходимо обратить особое внимание. Правильность выборки значений тангенсов по таблицам можно проверить по формуле.

Если один из дирекционных углов α_1 или α_2 близок к 90° (270°), но ни один из них не близок к 0° (180° , 360°), то вместо формул с тангенсами дирекционных углов можно использовать формулы с котангенсами этих углов

$$\begin{cases} y = \frac{y_B \operatorname{ctg} \alpha_1 - x_A - y_B \operatorname{ctg} \alpha_2 + x_B}{\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2} \\ x = x_A + (x - x_A) \operatorname{ctg} \alpha_1 \\ y = y_A + (y - y_A) \operatorname{ctg} \alpha_2. \end{cases}$$

Контроль правильности определения положения пункта P по формулам Гаусса, включающий контроль правильности результатов измерений

и выписки исходных данных, может быть осуществлен различными способами. Рассмотрим два способа контроля.

1-й способ контроля. Производят вторичное вычисление координат пункта P , используя координаты другой пары данных пунктов и соответствующие им дирекционные углы (например, координаты пунктов B и C и дирекционные углы α_1 и α_2). Допустимость расхождения между значениями координат, полученными при двух решениях задачи, может быть определена по тем же формулам, что и при решении задачи по формулам Юнга. Но для данного случая этот контроль будет приближенным, так как при точке B измерялся только один угол β_3 и в обоих решениях участвовал один и тот же дирекционный угол α_2 . В данном случае точный контроль может быть осуществлен по формуле

$$\sqrt{(x' - x'')^2 + (y' - y'')^2} < 3M_r,$$

где
$$M_r = \frac{m}{\rho} s_2 \sqrt{(\operatorname{ctg} \varphi + \operatorname{ctg} \gamma)^2 + (\operatorname{ctg} \varphi' + \operatorname{ctg} \gamma')^2 + (\operatorname{ctg} \gamma + \operatorname{ctg} \gamma')^2},$$

φ и γ – углы треугольника ABP при пунктах соответственно A и P ; φ' и γ' – углы треугольника BCP при пунктах соответственно C и P . При допустимости расхождений в значениях координат, полученных при двух решениях, за окончательные принимают их средние арифметические значения.

2-й способ контроля. Получив значения координат пункта P по координатам одной пары данных пунктов, вычисляют дирекционный угол (CP) путем решения обратной геодезической задачи. Затем по формуле $\beta_{3_{\text{выч}}} = (CN) - (CP)$ получают угол $\beta_{3_{\text{выч}}}$ и сравнивают его с $\beta_{3_{\text{изм}}}$.

Должно быть

$$|\beta_{3_{\text{выч}}} - \beta_{3_{\text{изм}}}| < 3m,$$

где m – средняя квадратическая погрешность измерения углов β_1, β_2 и β_3 .

Задание

1. Определить координаты точки P по известным координатам точек 1 и 2 при наличии видимости по формулам Юнга. Выполнить оценку точности положения определяемого пункта.

2. Вычислить координаты точки P по формулам Гаусса, если между исходными пунктами 2, 3 отсутствует взаимная видимость (рис. 10). Выполнить оценку точности положения определяемого пункта.

Исходные данные по вариантам для выполнения задания приведены в приложении.

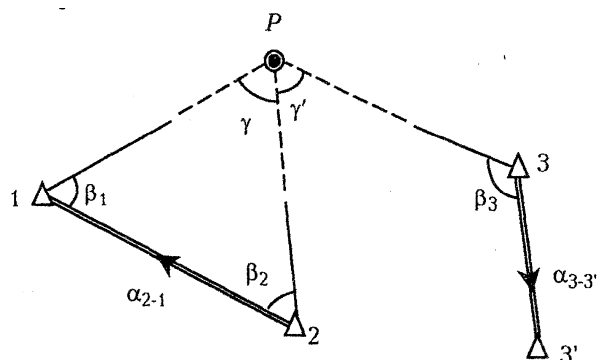


Рис. 10. Схема прямой засечки при отсутствии взаимной видимости между пунктами

Формулы Юнга. Если между двумя исходными пунктами 1 и 2 имеется видимость и при них измерены углы β_1 и β_2 то удобнее применять формулы Юнга:

$$x_P = \frac{x_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 + x_2 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 + (y_2 - y_1)}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2};$$

$$y_P = \frac{y_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 + y_2 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 + (x_2 - x_1)}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}.$$

Пример решения прямой засечки по формулам Юнга приведен в табл. 8.

Т а б л и ц а 8

Пример решения прямой засечки по формулам Юнга

Название пунктов	Измеренные углы β_1 β_2 γ	Абсциссы пунктов (X), м	$\operatorname{ctg} \beta_2$ $\operatorname{ctg} \beta_1$ $\operatorname{ctg} \beta_2 + \operatorname{ctg} \beta_1$	Ординаты пунктов (Y), м
1(1)	31°46'31" (4)	6469,91 (6)	0,622553 (11)	6068,51 (8)
2(2)	58°05'44" (5)	2449,93 (7)	1,290264 (12)	5065,41 (91)
P(3)	(84°07'39" (10)	3233,88 (14)	1,912817 (13)	7493,49 (15)
	180°00'00"			

Формулы Гаусса. Если между исходными пунктами 2, 3 (рис. 68) отсутствует взаимная видимость, то для решения прямой геодезической засечки удобно пользоваться формулами Ф. Гаусса. При этом на исходных пунктах (2 и 3) измеряют соответственно углы (β_2 и β_3) между исходными направлениями 2-1 и 3-3' (на которые имеется видимость) и направлениями на определяемую точку P.

Координаты определяемой точки P могут быть также получены по формулам тангенсов и котангенсов дирекционных углов (формулам Гаусса). Если значение одного из дирекционных углов сз или аз будет близким к 0° или 180° , то вычисление координат точки удобно производить по формулам тангенсов дирекционных углов:

$$x_P = \frac{x_2 \operatorname{tg} \alpha_{2-P} - x_3 \operatorname{tg} \alpha_{3-P} + (y_3 - y_2)}{\operatorname{tg} \alpha_{2-P} - \operatorname{tg} \alpha_{3-P}};$$

$$y_P = y_2 + (x_P - x_2) \operatorname{tg} \alpha_{2-P} = y_3 + (x_P - x_3) \operatorname{tg} \alpha_{3-P}.$$

Пример расчета координат точки P , определенной прямой геодезической засечкой по формулам тангенсов дирекционных углов направлений, приведен в табл. 9.

Т а б л и ц а 9

Пример расчета координат точки P , определенной прямой геодезической засечкой по формулам тангенсов дирекционных углов направлений

Название пунктов	β_{2-1} β_2 α_{2-P}	α_{3-3} β_2 α_{3-P}	Абсциссы пунктов (x), м	$\operatorname{tg} \alpha_{2-P}$ $\operatorname{tg} \alpha_{3-P}$ $\operatorname{tg} \alpha_{2-P} - \operatorname{tg} \alpha_{3-P}$	Ординаты пунктов (y), м
2(1)	14°00'39" (4)	261°31'17" (6)	2449,93 (8)	3,097240 (14)	5065,41 (10)
3(2)	58°05'44" (5)	93°07'03" (7)	-1936,47 (9)	-0,093843 (15)	7978,67 (11)
P(3)	72°06'44" (12)	354°38'20" (13)	3233,87 (17)	3,181083 (16)	7493,46 (18)

$$\operatorname{tg} r_{1-2} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{6068,51 - 5065,41}{6469,91 - 2449,91} = \frac{+1003,10}{+4019,98} = 0,249529,$$

$$\text{СВ: } r = 14,010820^\circ = 14^\circ 00' 39''.$$

Оценка точности. Средняя квадратическая погрешность положения пункта P , определенного по исходным пунктам 2 и 3 вычислена по формуле:

$$M''_P = \frac{m''_\beta}{\rho''} \sin \gamma' \sqrt{d_{2-P}^2 + d_{3-P}^2},$$

$$d_{2-P}^2 = \sqrt{(x_P - x_2)^2} = \sqrt{783,94^2 + 2428,05^2} = 2551,47 \text{ м}$$

$$d_{3-P}^2 = \sqrt{(x_P - x_3)^2 + (y_P - y_3)^2} = \sqrt{5170,34^2 + (-485,21)^2} = 5193,06 \text{ м}$$

$$\gamma' = \alpha_{2-P} - \alpha_{3-P} = (72^\circ 06' 23'' + 360^\circ) - 354^\circ 38' 72'' = 77^\circ 28' 72'',$$

$$M''_P = \frac{2}{206265} \sin 77^\circ 28' 03'' \sqrt{2551,47^2 + 5193,06^2} = 0,06 \text{ м.}$$

Примечание. Значения координат точки 2 берутся из табл. 4. Средняя квадратическая погрешность положения пункта Р определена по формуле

$$M = \sqrt{(M'_P)^2 + (M''_P)^2} = 0,07 \text{ м.}$$

Контроль вычислений. Расхождения между абсциссами и ординатами, полученными при первой (1-2) и второй (2-3) комбинациях исходных пунктов, должны удовлетворять неравенству $r \leq M$; в нашем случае – $0,03 \text{ м} < 0,07 \text{ м}$ ($r = (x'_p - x''_p) = (Y'_p - Y''_p)$).

Приведенные выше формулы Юнга и Гаусса находят широкое применение при решении как отдельных треугольников, так и различных систем цепей треугольников, геодезического четырехугольника, центральной системы и т.д. Недостатком использования этих формул является то, что они не дают возможности определять расстояния между пунктами; значения последних приходится определять решением обратных геодезических задач.

Контрольные вопросы

1. Прямая засечка – это... .
2. Начертите схему прямой засечки.
3. В каких случаях удобнее применять формулы Юнга?
4. Когда применяются формулы Гаусса?

Лабораторная работа № 6 ОБРАТНАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ ЗАСЕЧКА (ЗАДАЧА ПОТЕНОТА) (6 часов)

Задание на лабораторную работу.

1. Определить координаты дополнительной точки, используя обратную геодезическую засечку способом Делаμβра.
2. Составить схему обратной геодезической засечки.
3. Решение занести в расчетную ведомость.
4. Выполнить оценку точности.
5. Определить координаты дополнительной точки, используя обратную геодезическую засечку по формулам Кнессля.
6. Решение оформить в ведомость
7. Выполнить оценку точности

Обратная геодезическая засечка заключается в определении координат дополнительной точки путем измерения на этой точке углов между направлениями как минимум на три исходные пункта с известными координатами. Полное решение этой задачи было разработано французским математиком Лорано Потенотом, поэтому определение координат точки методом обратной засечки часто называют задачей Потенота.

На практике для получения надежного контроля и повышения точности определения координат искомой точки применяется обратная засечка не менее чем по четырем исходным пунктам (рис. 11).

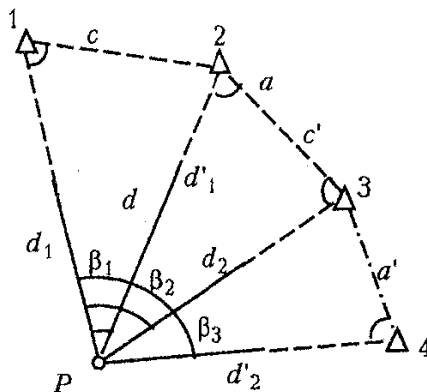


Рис.11. Схема обратной геодезической засечки

В этом случае решение обратной засечки выполняется независимо по двум комбинациям исходных пунктов (например, пп. 1, 2, 3 и 2, 3, 4).

Способ Делаμβра. Решение задачи выполняется в определенной последовательности:

1. Вычисляют дирекционный угол направления с исходного пункта 1 на определяемую точку P по формуле

$$\operatorname{tg} \alpha_{1-P} = \frac{(y_2 - y_1) \operatorname{ctg} \beta_1 + (y_1 - y_3) \operatorname{ctg} \beta_2 + (x_3 - x_2)}{(x_2 - x_1) \operatorname{ctg} \beta_1 + (x_1 - x_3) \operatorname{ctg} \beta_2 + (y_3 - y_2)} = \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

2. Определяют дирекционные углы направлений с других исходных пунктов (2, 3, 4):

$$\alpha_{2-P} = \alpha_{1-P} + \beta_1; \alpha_{3-P} = \alpha_{1-P} + \beta_2; \alpha_{4-P} = \alpha_{1-P} + \beta_3.$$

3. Используя формулы тангенсов или котангенсов дирекционных углов направлений с исходных пунктов на определяемую точку P (формулы Гаусса), вычисляют координаты точки P в нескольких комбинациях. Первое решение получают при использовании дирекционных углов α_{1-P} и α_{2-P} или α_{3-P} , для второго решения используют дирекционные углы α_{3-P} и α_{4-P} или α_{4-P} и α_{1-P} .

Второе решение является контрольным и независимым от первого, так как угол β_3 , участвующий в определении дирекционного угла α_{4-P} , не использовался при вычислении угла α_{1-P} по формуле Деламбра.

$$x_P = \frac{x_1 \operatorname{tg} \alpha_{1-P} - x_2 \operatorname{tg} \alpha_{2-P} + y_2 - y_1}{\operatorname{tg} \alpha_{1-P} - \operatorname{tg} \alpha_{2-P}};$$

$$y'_P = y_1 + (x_P - x_1) \operatorname{tg} \alpha_{1-P}; \quad y''_P = y_2 + (x_P - x_2) \operatorname{tg} \alpha_{2-P}.$$

Контроль вычислений:

$$x_P = \frac{x_3 \operatorname{tg} \alpha_{3-P} - x_4 \operatorname{tg} \alpha_{4-P} + y_4 - y_3}{\operatorname{tg} \alpha_{3-P} - \operatorname{tg} \alpha_{4-P}};$$

$$y'_P = y_3 + (x_P - x_3) \operatorname{tg} \alpha_{3-P}; \quad y''_P = y_4 + (x_P - x_4) \operatorname{tg} \alpha_{4-P}.$$

Пример решения обратной засечки по данной методике приведен в табл. 10.

Т а б л и ц а 1 0

Пример решения обратной засечки способом Деламбра

Формулы		Значения	Формулы		Значения	Формулы	Значения
1		2	3		4	5	6
y_1	(1)	30272,23	x_1	(2)	33183,24	Контроль	
y_2	(3)	29038,52	x_2	(4)	32543,61	α_{1-P}	304°59'59"
y_3	(5)	27666,31	x_3	(6)	33449,18	β_2	121°39'20"
y_4	(7)	-1233,71	x	(8)	35322,52	α_{3-P}	661°39'19"
$y_2 - y_1$	(9)	+2605,92	$x_2 - x_1$	(11)	-136,63	β_3	266°30'14"
$y_1 - y_3$	(10)	55°11'29"	$x_1 - x_3$	(12)	-265,94	α_{4-P}	211°30'13"

Окончание табл. 10

1		2	3		4	5	6
β_1	(13)	0,695241	β_2	(14)	121°39'20"	$\text{tg}\alpha_{3-P}$	2,316990
$\text{ctg}\beta_1$	(15)	-1558,81	$\text{ctg}\beta_2$	(16)	-0,616542	$\text{tg}\alpha_{4-P}$	0,612887
Δy (числ.)	(17)	-1,428162	Δx (знам.)	(18)	+1091,48	$\text{tg}\alpha_{3-P} - \text{tg}\alpha_{4-P}$	1,704103
$\text{tg}\alpha_{1-P}$	(19)	0,003336	α_{1-P}	(20)	304°59'59"	x_P	34043,54
$\text{tg}\alpha_{2-P}$	(22)	-1,431498	α_{2-P}	(21)	0°11'28"	$x_P - x_3$	+594,36
$\text{tg}\alpha_{1-P} - \text{tg}\alpha_{2-P}$	(23)	+860,33	x_P	(24)	34043,57	y'_P	29043,44
$x_P - x_1$	(25)	29043,53	$x_P - x_2$	(26)	+1499,96	$x_P - x_4$	-1278,98
y'_P	(27)		y''_P	(28)	29043,53	y''_P	29043,44

Среднее значение координат: $x_{\text{cp}} = 34043,56$ м; $y_{\text{cp}} = 29043,48$ м.

Средняя квадратическая погрешность определения положения точки P по трем исходным пунктам находится по формуле

$$M_P = \frac{dm_\beta}{\rho'' \sin(\varphi_1 + \varphi_2)} \sqrt{\frac{d_1^2}{c^2} + \frac{d_2^2}{a^2}},$$

где m_β – средняя квадратическая погрешность измерения угла; ρ – радиан ($\rho'' = 206265''$). Погрешность определения положения точки P из двух решений:

$$M = \sqrt{M_P^2 + M'_P{}^2}.$$

Допустимость расхождений в значениях координат точки, полученных из двух решений (x', y' и x'', y''), устанавливаются согласно условию

$$r = \sqrt{(x' - x'')^2 + (y' - y'')^2} < 3M.$$

При соблюдении условия за окончательные значения координат принимают средние арифметические значения из двух решений.

1-я комбинация

$$d = \sqrt{\Delta x_{2-P}^2 + \Delta y_{2-P}^2} = 1499,96 \text{ м};$$

$$d_1 = \sqrt{\Delta x_{1-P}^2 + \Delta y_{1-P}^2} = 1500,00 \text{ м};$$

$$d_2 = \sqrt{\Delta x_{3-P}^2 + \Delta y_{3-P}^2} = 1499,96 \text{ м};$$

$$a = \sqrt{\Delta x_{3-2}^2 + \Delta y_{3-2}^2} = 1644,08 \text{ м};$$

$$c = \sqrt{\Delta x_{2-1}^2 + \Delta y_{2-1}^2} = 1389,66 \text{ м}.$$

Формулы Кнейсся. Допустим, что требуется определить координаты пункта $P(x, y)$ по координатам трех данных пунктов $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$, $C(x_C, y_C)$ исходной сети и двум измеренным углам γ_1, γ_2 при определяе-

мом пункте. Для контроля измерен третий угол уз, одна из сторон которого имеет направление на четвертый пункт D (x_D, y_D) исходной сети.

Введем обозначения:

$$(AP) = \alpha_1, (BP) = \alpha_2, (CP) = \alpha_3, \text{ctg } \gamma_1 = a, \text{ctg } \gamma_2 = b.$$

На рис. 12 видно, что

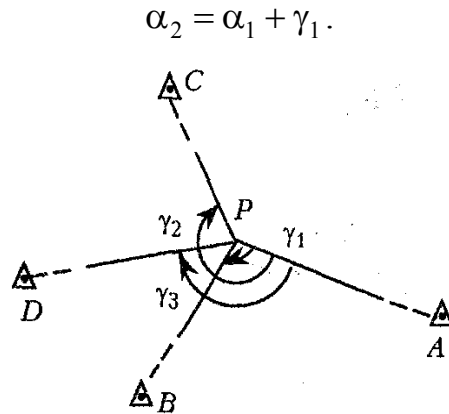


Рис. 12. Схема обратной геодезической засечки (для способа Деламбра)

Поэтому можно записать

$$\text{tg } \alpha_2 = \text{tg}(\alpha_1 + \gamma_1) = \frac{\text{tg } \alpha_1 + \text{tg } \gamma_1}{1 - \text{tg } \alpha_1 \cdot \text{tg } \gamma_1}$$

Для сокращения записей при дальнейшем выводе перенесем временно начало координат в точку A . Тогда

$$A(x'_A = 0, y'_A = 0), B(x'_B, y'_B), C(x'_C, y'_C) \text{ и } P(x', y').$$

В последнем равенстве $\text{tg } \alpha_1$ и $\text{tg } \alpha_2$ выразим через новые координаты, а $\text{tg } \gamma_1 = 1/\text{ctg } \gamma_1$ через $1/a$. Получим:

$$\frac{y' - y'_B}{x' - x'_B} = \frac{\frac{y' - y'_A}{x' - x'_A} + \frac{1}{a}}{1 - \frac{y' - y'_A}{x' - x'_A} \cdot \frac{1}{a}}.$$

Так как $x'_A = 0$ и $y'_A = 0$, то после некоторых преобразований получим:

$$\frac{y'_B - y'}{x'_B - y'} = \frac{ay' + x'}{ax' + y'}$$

или

$$(y'_B - y')(ax' - y') = (x'_B - x')(ay' - x').$$

Раскрыв скобки и заново сгруппировав члены, получим:

$$(ay'_B - x'_B)x' - (ax'_B - y'_B)y' = -x'^2 - y'^2.$$

Аналогично найдем:

$$(by'_C - x'_C)x' - (bx'_C - y'_C)y' = x'^2 - y'^2.$$

Обозначив коэффициенты при x' и y' в первом из этих двух равенств k_2 а во втором – через k_3 и k_4 , будем иметь систему двух уравнений с двумя неизвестными в виде:

$$\begin{cases} \text{I. } k_1x' - k_2y' = -x'^2 - y'^2 \\ \text{II. } k_3x' - k_4y' = -x'^2 - y'^2 \end{cases}$$

Вычтем из первого уравнения второе. Получим:

$$(k_1 - k_3)x' - (k_2 - k_4)y' = 0,$$

откуда следует, что

$$\frac{x'}{y'} = \frac{k_2 - k_4}{k_1 - k_3}.$$

Обозначим

$$\frac{k_2 - k_4}{k_1 - k_3} = c.$$

Тогда $\frac{x'}{y'} = c$.

Откуда

$$x' = cy'.$$

Подставив это выражение x' через y' в результате некоторых преобразований получим:

$$y' = \frac{k_2 - ck_1}{c^2 + 1} = \frac{k_4 - ck_3}{c^2 + 1}.$$

Так как величины k_i ($i = 1, 2, 3, 4$) выражены через известные величины, то, найдя их, можно вычислить c , а затем получить значения x' и y' . Чтобы иметь формулы в старых координатах, следует в выведенных формулах произвести подстановку

$$x'_i = x_i - x_A, y'_i = y_i - y_A (i = B, C).$$

Приведем сводку формул Кнейссля:

1. $a = \text{ctg } \gamma_1, b = \text{ctg } \gamma_2$
2. $x'_B = x_B - x_A, y'_B = y_B - y_A$;
- $x'_C = x_C - x_A, y'_C = y_C - y_A$.

Контроль

$$x'_B - x'_c = x_B - x_C, y'_B - y'_c = y_B - y_C ;$$

$$3. k_1 = ay'_B - x'_B, k_2 = ax'_B - y'_B ;$$

$$k_3 = by'_c - x'_c, k_4 = bx'_c - y'_c .$$

$$4. c = \frac{k_2 - k_4}{k_1 - k_3} = \text{ctg}(AP) .$$

$$5. k_2 - ck_1 = k_4 - ck_3 \text{ (контроль)} .$$

$$6. y' = \Delta y = \frac{k_2 - ck_1}{c^2 + 1}, x' = \Delta x = c\Delta y .$$

$$7. y = y_A + \Delta y, x = x_A + \Delta x .$$

$$8. \text{ctg}(PD) = \frac{x_D - x}{y_D - y}, (PD) - (PA) = \gamma_{3\text{выч}} \text{ (для контроля измерений)} .$$

Пример решения по формулам Кнейссля дан в табл. 11. Для контроля определения положения пункта P , включающего контроль результатов измерений и выписки исходных данных, используют третий измеренный угол, заключенный между направлением на четвертый данный пункт и направлением на один из первых трех пунктов. Существуют различные способы контроля. Рассмотрим два из них.

1-й способ контроля. Решают задачу вторично, используя другие два измеренных угла, например γ_1 и γ_3 , и, соответственно, другую комбинацию трех пунктов из данных четырех.

Т а б л и ц а 1 1

Пример решения по формулам Кнейссля

γ_1	110°12'36"	x_B	5653,41	y_B	1264,09	k_1	+1609,30	k_2	-2088,08
a	-0,368127	x'_B	-740,30	y'_B	-2360,60				
γ_2	228°12'39"	x_C	8143,61	y_C	1277,59				
b	+0,893763	x'_c	+1749,90	y'_c	-2347,10	k_3	-3847,65	k_4	-783,10
		x_A	6393,	y_A	3624,69	$k_1 - k_3$	+5456,95	$k_2 - k_4$	-1304,98
		Δx	+385,28	Δy	-1611,10	c	-0,239141	$k_2 - ck_1$	-1703,23
		x	6778,99	y	2013,59	c_{2+1}	1,057186	$k_4 - ck_3$	-1703,23
$\gamma_{3\text{изм}}$	Контроль	x_D	6527,81	y_D	893,64			(PA)	103°26'57"
$\gamma_{3\text{выч}}$	153°54'16" 153°54'35"	$x_D - x$	-251,18	$y_D - y$	-119,95	$\text{tg}(PD)$	4,45875	(PD)	257°21'32"

Как и в случае прямой засечки для определения допустимости расхождений в значениях координат, полученных из двух решений, должно быть

$$\sqrt{(x' - x'')^2 + (y' - y'')^2} < 3M_r ,$$

где

$$M_r = \sqrt{M_1^2 + M_2^2},$$

причем M_1, M_2 – средние квадратические погрешности положения пункта P , полученные соответственно при первом и втором решениях, вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{m_{BP}}{\rho \sin(\angle ABC + \gamma_2)} \sqrt{\left(\frac{AP}{AB}\right)^2 + \left(\frac{CP}{CB}\right)^2}, \\ M_2 &= \frac{m_{BP}}{\rho \sin(\angle ABD + \gamma_3)} \sqrt{\left(\frac{AP}{AB}\right)^2 + \left(\frac{DP}{DB}\right)^2} \end{aligned} \quad (56)$$

Следует отметить, что формула определения допустимой погрешности является строгой, если результаты первого и второго решений независимы между собой; в рассматриваемом же случае эта формула – приближенная, так как один из углов (γ_1) участвует в обоих решениях. Убедившись в допустимости расхождений, за окончательные значения координат точки P берут средние арифметические значения из результатов, полученных по двум вариантам решения. Средняя квадратическая погрешность положения пункта P , координаты которого получены как среднее арифметическое значение из результатов двух решений для рассматриваемого случая, приближенно будет равна

$$M = \frac{M_r}{2}.$$

2-й способ контроля. По найденным координатам точки P и координатам точки D вычисляют дирекционный угол (PD). Затем определяют $\gamma_{\text{выч}} = (ЗВ) - (ЗФ)$ и сравнивают его с измеренным значением $\gamma_{\text{изм}}$. Должно быть

$$\gamma_{\text{выч}} - \gamma_{\text{изм}} < 3m,$$

где m – средняя квадратическая ошибка измерения углов γ_1, γ_2 и γ_3 .

Задание

По исходным данным, указанным преподавателем (см. приложение), решить обратную засечку по формулам Деламбра с расчетом точности положения определяемого пункта.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается обратная геодезическая засечка?
2. Начертите схему обратной геодезической засечки.
3. Расскажите последовательность решения задачи способом Деламбра.
4. Начертите схему обратной геодезической засечки (для способа Деламбра).
5. Какие необходимы исходные данные для решения задачи по формулам Кнейссля?

Лабораторная работа №7 ЛИНЕЙНАЯ ЗАСЕЧКА (4 часа)

Задание на лабораторную работу.

1. Используя линейную засечку, определить положение третьего пункта по исходным данным.
2. Составить схему линейной засечки, расчеты оформить в ведомость.
3. Выполнить оценку точности.

Положение третьего пункта по двум данным может быть определено, если кроме координат данных пунктов известны расстояния от этих пунктов до определяемого. В этом случае говорят, что положение определяемого пункта получается линейной засечкой. Выведем формулы для определения координат пункта $P(x, y)$ по координатам пунктов $A(x_A, y_A)$ и $B(x_B, y_B)$ и расстояниям $AP = s_1$ и $BP = s_2$ (рис. 13). Для контроля определения положения пункта P должны быть известны еще координаты третьего пункта $C(x_C, y_C)$ и расстояние $CP = s_3$.

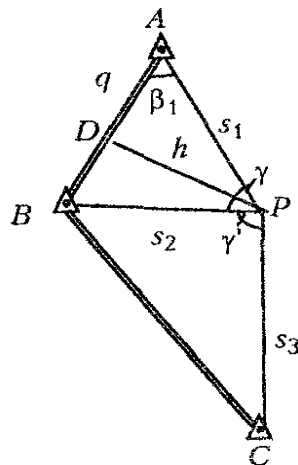


Рис. 13. Схема линейной засечки

Для треугольника ABP имеет место соотношение

$$s_2^2 = s^2 + s_1^2 - 2sq.$$

где q – проекция стороны AP на сторону AB , отсюда

$$q = \frac{s^2 + s_1^2 - s_2^2}{2s^2}.$$

Из прямоугольного треугольника APD

$$h = \pm \sqrt{s_1^2 - q^2}.$$

При численном решении удобнее пользоваться формулами:

$$\begin{cases} q' = \frac{s^2 + s_1^2 - s_2^2}{2s^2} = \frac{q}{s} \\ h' = \pm \sqrt{\frac{s_1^2}{s^2} - q'^2} = \frac{h}{s} \end{cases}.$$

Знак + или – выбирается перед радикалом соответственно направлению следования вершин АВР против хода или по ходу часовой стрелки. Напишем далее формулу

$$x = s_1 \cos(AP)$$

Так как

$$(AP) = (AB) - \beta_1$$

то

$$\Delta x = s_1 \cos[(AB) - \beta] = s_1 \cos(AB) \cos \beta + s_1 \sin(AB) \sin \beta = \frac{q(x_B - x_A) + h(y_B - y_A)}{s},$$

или

$$\Delta x = q'(x_B - x_A) + h'(y_B - y_A).$$

Аналогично найдем

$$\Delta y = q'(y_B - y_A) - h'(x_B - x_A).$$

После этого получим координаты пункта P

$$x = x_A + \Delta x, y = y_A + \Delta y.$$

Контрольной формулой правильности вычислений может служить соотношение

$$s_{2\text{выч}} = \sqrt{(x - x_B)^2 + (y - y_B)^2}.$$

Правильность определения положения пункта P проверяется с помощью расстояния от определяемого пункта до третьего пункта C с известными координатами. Этот контроль может быть осуществлен: 1) путем вычисления длины отрезка PC по координатам его концов и сравнением полученного значения с измеренным; 2) путем решения задачи по расстояниям до другой пары пунктов, например B и C , и сравнением полученных результатов с результатами первого решения.

Расхождения при этом контроле считаются допустимыми, если при первом способе

$$|s_{3_{\text{выч}}} - s_3| \leq 3m_{s_3}, \quad s_{3_{\text{выч}}} = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2},$$

где m_{s_3} – средняя квадратическая погрешность измерения расстояния PC .

При втором способе

$$\begin{cases} \sqrt{(x' - x'')^2 + (y' - y'')^2} \leq 3M, \\ M_r = \sqrt{M_1^2 + M_2^2}, \end{cases}$$

где M_1, M_2 – средние квадратические погрешности положения пункта P , полученные соответственно при первом и втором решениях:

$$M_1 = \frac{\sqrt{m_{s1}^2 + m_{s2}^2}}{\sin \gamma}; \quad M_2 = \frac{\sqrt{m_{s2}^2 + m_{s3}^2}}{\sin \gamma'}.$$

Если за окончательные значения координат приняты средние арифметические из значений, полученных по двум вариантам решения, то средняя квадратическая погрешность M среднего положения пункта P приближенно будет равна

$$M = \frac{Mr}{2}.$$

Пример вычисления координат пункта P , определяемого линейной засечкой, приведен в табл. 12 по формулам.

Т а б л и ц а 1 2

Пример вычисления координат пункта P , определяемого линейной засечкой

		q'	0,732461	h'	1,045579
s	1661,71	x_B	9946,57	y_B	7696,97
s_1	2121,64	x_A	11371,17	y_A	8552,42
s_2	1793,76	$x_B - x_A$	-1424,60	$y_B - y_A$	-855,45
		Δx	-1938,099	Δy	+863,249
		x	433,08	y	415,6
		Контроль			
$s_{2 \text{ выч}}$	1793,73	$x - x_B$	513,497	$y - y_B$	+1718,69
s_3	2071,58	x_C	423,20	y_C	8943,89
$s_{3 \text{ выч}}$	2071,57	$x - x_C$	+2009,88	$y - y_C$	+501,77

Задание

Вычислить координаты точки P по исходным данным, указанным преподавателем, методом линейной засечки.

$$q' = \frac{s^2 + s_1^2 - s_2^2}{2s^2} = \frac{q}{s} = \frac{2761280,12 + 4501356,29 - 3217574,94}{5522560,24} = 0,732461$$

$$h' = \pm \sqrt{\frac{s_1^2}{s^2} - q'^2} = \frac{h}{s} = \pm \sqrt{\frac{4501356,29}{2761280,12} - 0,536499} = 1,045787.$$

$$\begin{aligned} \Delta x &= q'^{(x_B - x_A)} + h'^{(y_B - y_A)} = 0,732461 * (-1424,60) + 1,045787 * (-855,45) = \\ &= 1043,46 - 894,62 = -1938,078. \end{aligned}$$

$$x = x_A + \Delta x = 11371,17 - 1938,078 = 9433,09$$

$$\begin{aligned} \Delta y &= q'^{(y_B - y_A)} - h'^{(x_B - x_A)} = 0,732461 * (-855,45) - 1,045787 * (-1424,60) = \\ &= 863,249. \end{aligned}$$

$$y = y_A + \Delta y = 8552,42 + 863,249 = 9415,6.$$

Контрольные вопросы

1. Перечислите необходимые данные для определения положения третьего пункта.
2. Как определяется правильность определения положения пункта P ?
3. Начертите схему линейных засечек.

Лабораторная работа №8 ЗАДАЧА ГАНЗЕНА

Задание на лабораторную работу.

1. В соответствии с исходными данными определить координаты дополнительного пункта, если известны координаты двух твердых точек, измеренные углы ($\beta_1 \beta_2 \beta_3 \beta_4$), примычные углы.
2. Составить схему решения задачи Ганзена.
3. Выполнить оценку точности.

Определение двух точек по двум данным (решение методом условного базиса) показано на рис. 14.

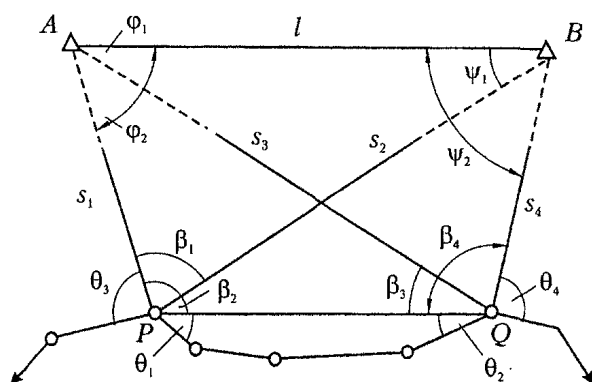


Рис. 14. Схема решения задачи Ганзена

Определить координаты пункта P , если известны координаты двух твердых точек $A(x_A, y_A)$ и $B(x_B, y_B)$ и измерены углы $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ и примычные углы $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ (последние углы измеряют только в случае, если Q служит точкой поворота хода; такое условие необязательно, точка Q может находиться и в стороне от хода). Длину линии PQ принимают равной произвольной длине (например 1000-1500 м).

1. Решают треугольники APQ и BPQ :

$$s_{1\text{усл}} = \frac{PQ \sin \beta_3}{\sin(\beta_2 + \beta_3)}; \quad s_{3\text{усл}} = \frac{PQ \sin \beta_2}{\sin(\beta_2 + \beta_3)},$$

$$s_{2\text{усл}} = \frac{PQ \sin \beta_4}{\sin(\beta_4 + \beta_2 - \beta_1)}; \quad s_{4\text{усл}} = \frac{PQ \sin(\beta_2 - \beta_1)}{\sin(\beta_4 + \beta_2 - \beta_1)}.$$

2. Решают треугольники APB и AQB :

$$\varphi_1 + \psi_1 = 180 - (\beta_4 - \beta_3),$$

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi_1 - \psi_2}{2} = \frac{s_4 - s_3}{s_4 + s_3} \operatorname{tg} \frac{\varphi_1 + \psi_2}{2}.$$

Зная сумму и разность искомым углов, определяют углы φ_1, ψ_2 .

3. Определяют значение углов $\varphi_2, \psi_{1,2}$.

4. Определяют длину стороны $AB = l_{\text{усл}}$ в условных единицах

$$l_{\text{усл}} = \frac{s_{1\text{усл}} \sin \beta_1}{\sin \psi_1}; \quad l_{\text{усл}} = \frac{s_{4\text{усл}} \sin(\beta_4 - \beta_3)}{\sin \varphi_1}.$$

5. Вычисляют действительную длину AB :

$$\text{tg } AB = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A},$$

$$AB = l = \frac{y_B - y_A}{\sin AB} = \frac{x_B - x_A}{\cos AB}.$$

6. По дирекционному углу линии AB и по $\varphi_1, \varphi_2, \psi_1, \psi_2$ углам вычисляют дирекционные углы всех линий фигуры $ABQP$, по измеренным углам вычисляют дирекционные углы (PQ) и (QP) и через примычный угол OQ_1 передают дирекционный угол на сторону хода.

7. Определяют коэффициент перехода от условных единиц к действительным

$$\frac{l}{l_{\text{усл}}} = k.$$

8. Вычисляют действительную длину PQ

$$PQ = kPQ_{\text{усл}}.$$

9. Получают действительную длину s_1, s_2, s_3, s_4

10. По полученным длинам всех линий, связующих P и Q с пунктами A и B , и по их дирекционным углам вычисляют приращения координат и дважды определяют координаты точек P и Q .

11. Контролем вычислений может служить определение по полученным координатам P и Q длины дирекционного угла линии PQ . Более высокая точность определения координат P и Q будет достигнута в том случае, если фигура $ABQP$ близка к ромбу.

Задание

По исходным данным, указанным преподавателем, решить задачу Ганзена. Выполнить оценку точности положения определяемых пунктов.

Контрольные вопросы

1. В чем заключена суть задачи Ганзена?
2. Как выполнить оценку точности?
3. По какой формуле определяется коэффициент перехода от условных единиц к действительным?

Лабораторная работа №9 ЛУЧЕВОЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ (2 часа)

Задания на лабораторную работу

1. Изучить сущность разработанного профессором Ю.Г. Батраковым лучевого метода определения дополнительных опорных пунктов.
2. Начертить схему определения дополнительных пунктов лучевым методом.

Лучевой метод определения дополнительных опорных пунктов, разработанный профессором Ю.Г. Батраковым, основан на использовании свето – и радиодальномеров для измерения расстояний до определяемых точек. Он применяется для обслуживания строительства мелиоративных и других объектов сельскохозяйственного назначения и может использоваться для развития съемочного обоснования крупномасштабных топографических съемок. Лучевые системы опорных пунктов удобно создавать в открытой холмистой местности, когда с пунктов опорной геодезической сети, расположенных на вершинах холмов, имеется хорошая видимость по многим направлениям.

Сущность метода заключается в определении положения точек способом биполярных координат с двух пунктов: основного (исходного) пункта A и дополнительного A' , выбираемого рядом с основным на расстоянии 5-20 м. Координаты дополнительного пункта A' получают путем передачи их с основного пункта полярным способом, измерив угол между выбранными исходными направлениями на пункт B и направлением на дополнительный пункт и расстояние до него.

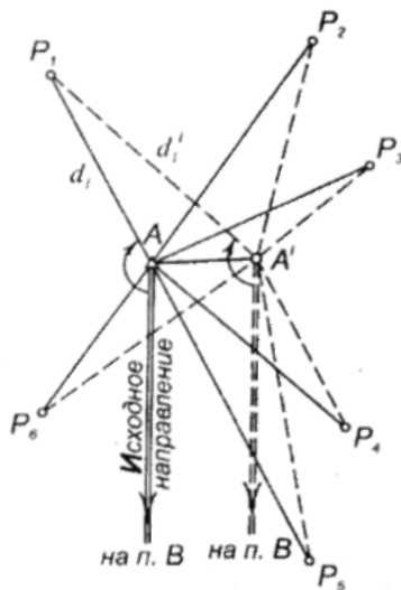


Рис. 15. Лучевой метод определения координат

Для определения планового положения точек на местности (напр., точки P_i) с основного и дополнительного пунктов A и A' наблюдают направления точным теодолитом типа Т2 и измеряют расстояния d_1 и d_1' свето- или радиодальномерами. Таким образом, координаты каждой точки определяют дважды (относительно пунктов A и A'). Контролем измерений служит сходимость значений пар соответствующих координат.

Среднюю квадратическую погрешность положения искомого пункта P_i относительно исходного из одного определения рассчитывают по формуле

$$M_1 = \sqrt{m_d^2 + \left(\frac{m_\beta}{\rho} d\right)^2}$$

где d – расстояние до определенной точки;

m_β – средняя квадратическая погрешность измерения угла, а средняя квадратическая погрешность среднего из двух значений $M = \frac{M_1}{\sqrt{2}}$.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается сущность лучевого метода определения координат?
2. На чем основан метод?
3. Где применяется лучевой метод?
4. По какой формуле рассчитывается средняя квадратическая погрешность положения искомого пункта P_i .

Лабораторная работа №10
КОРРЕЛАТНЫЙ СПОСОБ УПРОЩЕННОГО
УРАВНИВАНИЯ ТИПОВЫХ ФИГУР ТРИАНГУЛЯЦИИ
(2 часа)

Задания на лабораторную работу

1. Найти уравненные значения углов и вычислить координаты пунктов центральной системы по исходным данным.
2. Составить схему центральной системы.
3. Вычислить поправки, выполнить уравнивание углов, вычислить координаты пунктов.

Сеть триангуляции строится из геометрических фигур треугольников, в каждом из которых измеряют все три угла ($\beta_1, \beta_2, \beta_3$). Наличие избыточного измерения (третий быть вычислен) влечет угол может проверку (контроль) на соблюдение геометрического условия фигуры (треугольника), так как известно истинное (теоретическое) значение суммы углов в треугольнике. Разность практической (полученной по измеренным углам) и теоретической суммами углов треугольника представляет собой невязку

$$W = \sum_{i=1}^{i=3} \beta_i - 180^\circ.$$

Задача состоит в нахождении поправок в измеренные углы v_i , чтобы сумма исправленных поправками (уравненных) углов $\overline{\beta}_i$ была бы равна теоретической сумме, т.е.

$$\overline{\beta}_{1i} = \beta_i + v_i$$

$$\sum_{i=1}^{n=3} \overline{\beta}_i - 180^\circ = 0$$

где $\overline{\beta}_i = \beta_i + v_i$

Условное уравнение поправок

$$v_1 + v_2 + v_3 + W = 0$$

где W – свободный член (невязка) этого уравнения

Дальнейшее изложение коррелятного способа уравнивания приведем для случая равноточных измерений.

Запишем в общем виде для какой-либо геодезической сети все независимые условные уравнения. Заметим, что число условных уравнений r равно числу избыточных измерений.

$$\left. \begin{aligned} a_1 v_1 + a_2 v_2 + \dots + a_n v_n + W_1 &= 0, \\ a_{11} v_1 + a_{12} v_2 + \dots + a_{1n} v_n + W_1 &= 0, \\ \dots & \\ r_1 v_1 + r_2 v_2 + \dots + r_n v_n + W_r &= 0 \end{aligned} \right\}$$

где a_i, b_i, \dots, r_i – коэффициенты ($i = 1, 2, \dots, n$);
 v_i – поправки;
 W_i – невязки (свободные члены).

Приведенная система называется системой условных уравнений поправок, в которой имеется n неизвестных поправок и r уравнений. Заметим, что число r уравнений всегда меньше числа n неизвестных, т.е. $r < n$. В этом случае система имеет бесчисленное множество решений. Необходимо отметить, что в уравнения должны быть включены поправки ко всем измеренным величинам. Перепишем систему в обозначениях Гаусса как

$$\left. \begin{aligned} [a v] + W_1 &= 0, \\ [b v] + W_2 &= 0, \\ \dots & \\ [r v] + W_r &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Применим принцип наименьших квадратов, т.е. из всех возможных решений системы выберем такое решение, которое приводит к результату $[u^2] = \min$.

$$F = [v^2] - 2k_1([av] + W_1) - 2k_2([bv] + W_2) - \dots - 2k_r([rv] + W_r),$$

где k_j – неопределенные множители Лагранжа (коррелаты), $j = 1, 2, \dots, r$.

Коэффициенты k_j названы неопределенными множителями (коррелатами).

Для нахождения минимума функции необходимо найти частные производные функции по всем аргументам и приравнять их к нулю, т.е.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial v_1} &= 2v_1 - 2a_1 k_1 - 2b_1 k_2 \dots - 2r_1 k_r = 0, \\ \frac{\partial F}{\partial v_2} &= 2v_2 - 2a_2 k_1 - 2b_2 k_2 \dots - 2r_2 k_r = 0, \\ \dots & \\ \frac{\partial F}{\partial v_n} &= 2v_n - 2a_n k_1 - 2b_n k_2 \dots - 2r_n k_r = 0 \end{aligned} \right\}$$

Лабораторная работа №11
ТЕОДОЛИТЫ ПРИМЕНЯЕМЫЕ ПРИ ПОСТРОЕНИИ
ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ СГУЩЕНИЯ.
ИССЛЕДОВАНИЯ И ПОВЕРКИ ТЕОДОЛИТОВ (8 часов)

Задания на лабораторную работу.

1. Устройство электронных теодолитов.
2. Поверки электронных теодолитов.
3. Методика измерения углов.
4. Ведомость измеренных углов.

Электронные теодолиты серии Vega ТЕО – 5В/20В могут использоваться для сгущения сетей триангуляции III – IV классов, для создания опорных пунктов на железных дорогах и автомагистралях, на карьерах и рудниках, в инженерной геодезии, а также в строительстве и при монтаже крупных объектов. Они также используются в кадастровых и топографических съемках и других инженерных съемках. В электронных теодолитах используется инкрементальная система считывания углов при угловых измерениях и за счет встроенного микропрограммного обеспечения реализовано автоматическое выполнение измерений, расчетов, отображение результатов и сохранение их в памяти прибора. Результаты измерения горизонтального и вертикального углов могут отображаться одновременно. Кроме того вертикальный угол может отображаться в градусах или как уклон в процентах.

Электронные теодолиты серии Vega ТЕО – 5В/20В оснащены широким жидкокристаллическим LCD дисплеем и используют энергосберегающее технологическое решение (от четырех щелочных аккумуляторов) теодолит может непрерывно работать до 80 часов.

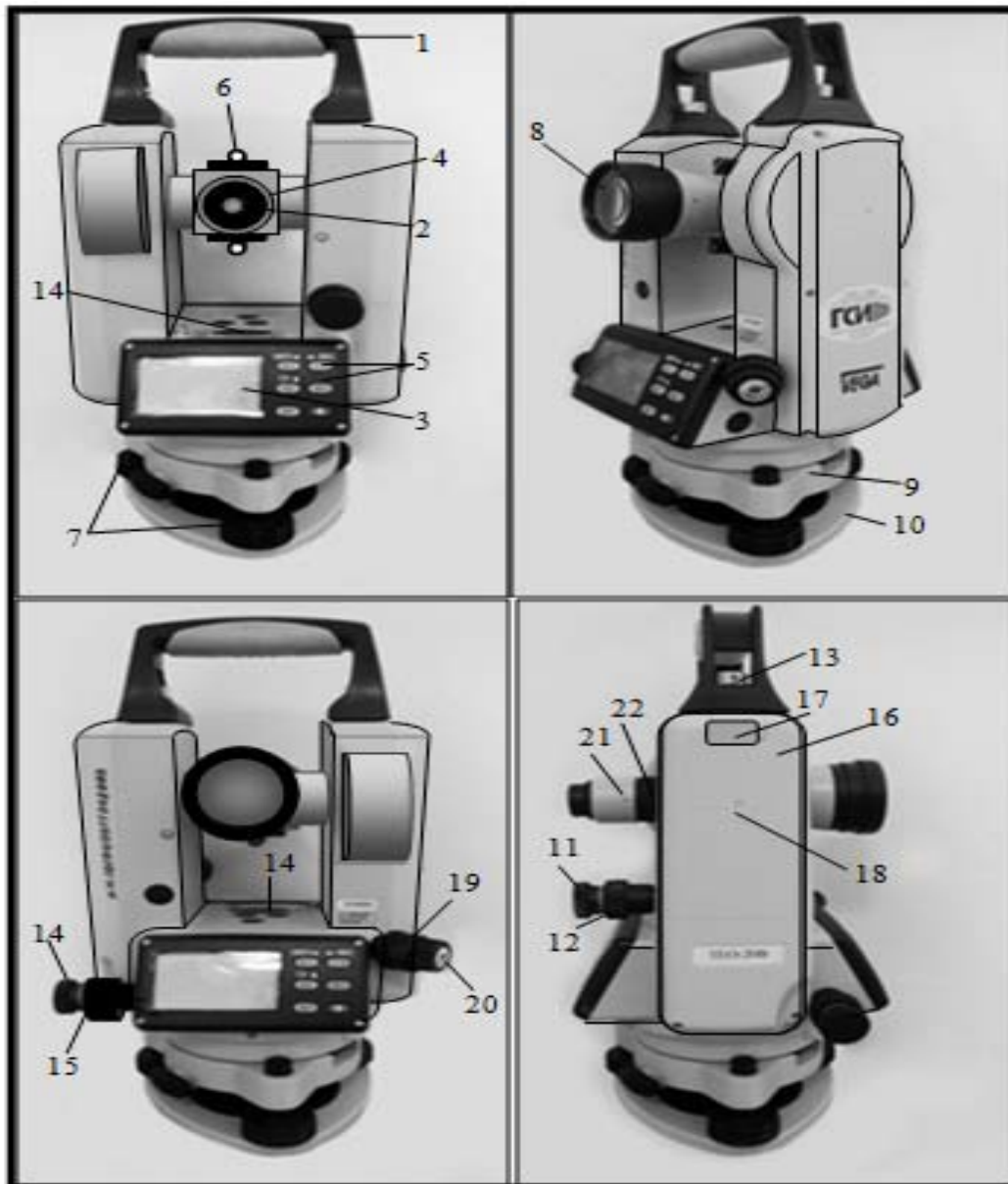


Рис.16. Устройство теодолита Vega ТЕО – 5В/20В:
 1 – ручка теодолита; 2 – окуляр; 3 – дисплей; 4 – колпачок окуляра;
 5 – клавиши дисплея; 6 – визир; 7 – подъемные винты; 8 – объектив;
 9 – Трегер; 10 – основание; 11 – наводящий винт вертикального круга;
 12 – закрепительный винт вертикального круга; 13 – фиксирующий винт ручки
 теодолита; 14 – наводящий винт горизонтального круга; 15 – закрепительный
 винт горизонтального круга; 16 – аккумуляторный блок; 17 – защелка
 аккумуляторного блока; 18 – Метка высоты инструмента; 19 – лазерный отвес;
 20 – излучатель лазера; 21 – цилиндрический уровень;
 22 – фокусирующее кольцо (кремальера)

Подготовка теодолита к измерениям

Подготовка теодолита к измерениям производится в следующей последовательности:

а) теодолит устанавливается на штатив и закрепляется с помощью станкового винта;

б) с помощью подъемных винтов 7 (см. рис.16) приводим пузырек круглого уровня на середину. Этим мы добиваемся предварительной установки основания теодолита в горизонтальное положение.

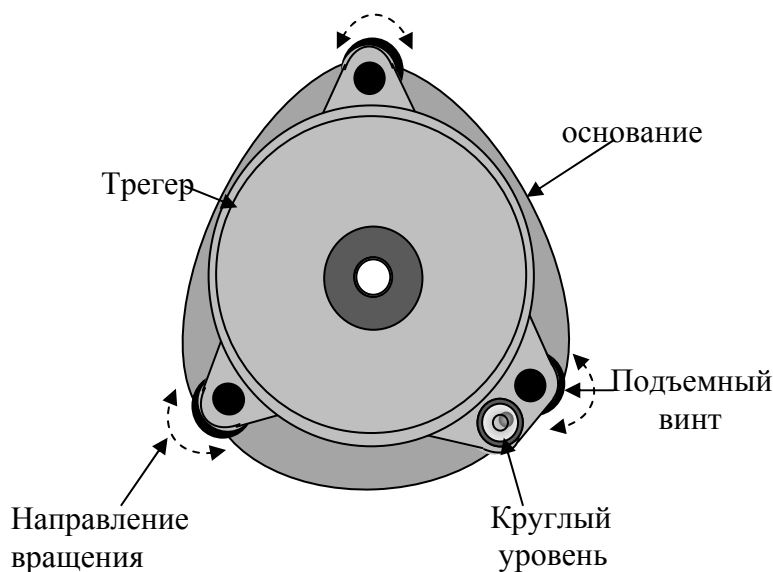


Рис.17. Схема установки круглого уровня.

в) с помощью подъемных винтов 7 (см. рис.16) приводим пузырек цилиндрического уровня на середину, что позволяет привести вертикальную ось теодолита в отвесное положение. Установление пузырька цилиндрического уровня производится аналогично тому, как это описано для теодолита 4Т30П (п.п.3.2.3.);

г) центрирование теодолита с помощью лазерного отвеса.

Согласно обозначениям излучения лазера (в направлении «ON») поворачивается кольцо переключателя (рис. 18), чтобы включить излучатель лазерных импульсов и отрегулировать энергию лазерных излучений.

Поворачивается фокусирующее кольцо (рис. 18) до получения лазерного пятна на горизонтальной плоскости с точкой центрирования на земле.

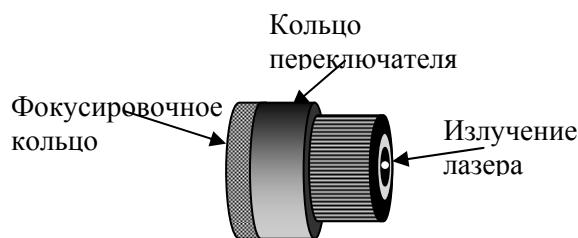


Рис. 18. Схема устройства лазерного центрира

Ослабляется становой винт штатива и трегер сдвигается по платформе штатива до тех пор, пока лазерная точка не совпадет с точкой центрирования.

Действия, описанные в пунктах б); в); г) повторяются до тех пор, пока пузырек цилиндрического уровня не будет оставаться в нуль пункте, а лазерная точка совпадать с точкой центрирования при вращении алидады горизонтального круга в любом направлении.

д) фокусирование и визирование зрительной трубы теодолита производится в следующей последовательности.

Вращением окуляра зрительной трубы 2 (рис. 16) добиваемся четкости изображения сетки нитей.

Ослабив закрепительные винты горизонтального 15 и вертикального 12 (рис. 16) кругов, наводим зрительную трубу на цель. Закрепляем винты. -- Вращая фокусирующее кольцо, добиваемся четкости изображения предмета, на который наведена зрительная труба.

Перед первой работой теодолита необходимо произвести настройки параметров. Если в дальнейшем требования к настройкам не изменятся, то настройки не задаются заново.

Поверки и юстировки теодолита Vega ТЕО – 5В/20В.

а) Ось цилиндрического уровня на алидаде горизонтального круга должна быть перпендикулярна к вертикальной оси теодолита.

б) Основной вертикальный штрих сетки нитей должен быть перпендикулярен к горизонтальной оси.

в) Визирная ось зрительной трубы должна быть перпендикулярна к горизонтальной оси вращения трубы.

Методика выполнения этих поверок, рассмотрены в подразделе 3.2.4. для теодолита 4Т30П. Устранение нарушенных условий производится путем юстировки деталей и узлов теодолита с помощью соответствующих исправительных и регулировочных винтов предусмотренных конструкцией теодолита Vega ТЕО – 5В/20В (рис. 16).

г). Ось круглого уровня должна быть параллельна вертикальной оси теодолита.

После выведения пузырька цилиндрического уровня на середину, пузырек круглого уровня должен оставаться в нуль пункте. В этом случае юстировка круглого уровня не требуется. Если пузырек круглого уровня отклоняется от середины, то юстировка производится в следующей последовательности.

Точно горизонтируется прибор по цилиндрическому уровню, т.е. должно выполняться поверка а).

С помощью юстировочных винтов, которые находятся на корпусе круглого уровня, пузырек выводится на середину. После юстировки поверка повторяется.

д). Поверка оптического визира.

После приведения теодолита в рабочее положение зрительная труба (перекрестье сетки нитей) наводится на точку расположенную в 50 метрах от теодолита. Сетка нитей оптического визира должна быть наведена на точку. В этом случае юстировка не требуется. Если условие не выполняется, то производится юстировка.

Перекрестье сетки нитей зрительной трубы наводится на точку.

Ослабляются четыре фиксирующих винта оптического визира.

Перекрестье сетки нитей оптического визира наводится на точку.

е). Поверка и юстировка лазерного центрира.

Поверка выполняется в той же последовательности, как производится центрирование теодолита над точкой (п.п. 3.4.1. г). Теодолит поворачивается на 180° и если точка лазера не смещается с наводимой цели, то поверка не требуется. В противном случае выполняется юстировка.

После поворота теодолита на 180° , точка лазера отошла от цели наведения на некоторое расстояние. С лазерного центрира снимается защитный колпачок (рис. 18). Под колпачком расположены юстировочные винты.

Вращая четыре юстировочных винта, перемещаем точку лазера наполовину расстояния отклонения до точки визирования.

Повторяем поверку 4;5 раз до тех пор, пока точка лазера не будет совпадать с точкой центрирования, при вращении алидады горизонтального круга в любом направлении.

ж) Поверка и юстировка места нуля вертикального круга теодолита Vega ТЕО – 5В/20В.

Приводим теодолит в рабочее положение.

Наводим визирную ось зрительной трубы на точку, размещенную в пределах $\pm 10^\circ$ от горизонтальной оси.

Снимаем значение вертикального угла при КЛ (V_l) и при КП (V_r).

Вычисляем значение места нуля вертикального круга по формуле

$$MO = (Vl + Vr - 360^\circ) / 2.$$

Если $MO < 15''$, юстировки прибора не требуется.

Если $MO > 15''$, выполняем юстировку прибора.

Юстировка места нуля вертикального круга производится в следующей последовательности:

Т а б л и ц а 13

1		Приводим теодолит в рабочее положение.
2	Нажимаем клавишу ⓪ и отпускаем ее.	Прибор войдет в режим инициализации.
3	Нажмите и 2 секунды удерживайте клавишу SHIFT.	Раздастся звуковой сигнал, после чего переходите к корректировке места нуля. На дисплее во второй строке отобразится значение вертикального угла и «1» в третьей строке.
4	Поворачиваем зрительную трубу вверх- вниз для инициализации вертикального круга.	Наводим визирную ось зрительной трубы на точку, размещенную в пределах $\pm 10^\circ$ от горизонтальной оси. Нажимаем и 2 секунды удерживаем клавишу ⓪ . После звукового сигнала отпускаем клавишу. На экране в третьей строке появится значение «2».
5	Поворачиваем трубу теодолита на 180° и наводим ее на ту же точку.	Нажимаем и 2 секунды удерживаем клавишу ⓪ После звукового сигнала отпускаем клавишу. Корректировка места нуля завершится, и прибор перейдет в режим измерений.

Измерение горизонтального угла

Измерение горизонтального угла производится в следующей последовательности:

- после включения прибора повернуть трубу и алидаду горизонтального круга для инициализации настройки;
- проверить уровень зарядки аккумулятора;
- проверить включена ли подсветка дисплея;
- установить направление измерения горизонтальных углов (H_R или H^L);
- установить единицы измерения углов (360° или 400 гон);
- обнулить отсчет горизонтального круга или установить произвольное значение угла (OSET или HOLD);
- выполнить визирование на цель;
- снять отсчет, отображенный на дисплее;

- продолжить следующие измерения;
- по окончании измерений отключить прибор.

Измерение вертикальных углов

Измерение вертикального угла производится в следующей последовательности:

- после включения прибора повернуть трубу и алидаду горизонтального круга для инициализации настройки;
- проверить уровень зарядки аккумулятора;
- проверить включена ли подсветка дисплея;
- установить единицы измерения углов (360° или 400 гон);
- установить режим измерения вертикальных углов (зенит V_Z , уклон $V\%$);
- выполнить визирование на цель;
- снять отсчет отображенный на дисплее;
- продолжить следующие измерения;
- по окончании измерений выключить прибор.

Измерение дальномерных расстояний по нитяному дальномеру будет описано ниже, так как они производятся аналогично для всех видов теодолитов.

Контрольные вопросы

1. Назовите сферы применения электронных теодолитов серии Vega ТЕО – 5В/20В.
2. Опишите принцип работы теодолита.
3. Какая последовательность подготовки теодолита к измерениям?
4. Как происходит поверка и юстировка теодолита Vega ТЕО – 5В/20В?
5. Как выполняется измерение горизонтального угла?
6. Опишите последовательность работы при измерении вертикального угла.

Лабораторная работа №12

ЭЛЕКТРОННЫЙ ТАХЕОМЕТР. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ (6 часов)

Задания на лабораторную работу.

1. Устройство электронного тахеометра.
2. Поверки электронного тахеометра.
3. Методика измерения углов и расстояний.

Электронным тахеометром называется устройство, объединяющее в себе теодолит и светодальномер. Одним из основных узлов современных электронных тахеометров является микро ЭВМ, с помощью которой можно автоматизировать процесс измерений и решать различные геодезические задачи по заложенным в них программам. Увеличение числа программ расширяет диапазон работы тахеометра и область его применения, а так же повышает точность работ. Наличие регистрирующих устройств в тахеометрах позволяет создать автоматизированный геодезический комплекс: тахеометр – регистратор информации – преобразователь – ЭВМ – графопостроитель, обеспечивающий получение на выходе конечной продукции – топографического плана в автоматическом режиме. При этом сводятся к минимуму ошибки наблюдателя, оператора, вычислителя и картографа, возникающие на каждом этапе работ при составлении плана традиционным способом.

Электронный тахеометр 3Та5Р предназначен для выполнения крупномасштабных топографических съемок, создания сетей планово-высотного обоснования, решения геодезических и инженерных задач на местности. Тахеометром можно производить измерение горизонтальных и вертикальных углов, получать результаты измерений в виде горизонтальных проложений и превышений, выполнять измерение полярных координат, а также получать вычисленные прямоугольные координаты.

Поверки и юстировки электронных тахеометров

Все геодезические приборы, используемые для обеспечения строительства, должны быть исследованы на их пригодность к эксплуатации один раз в течение года в специальных лабораториях, имеющих государственную лицензию на тестирование приборов. На каждый прибор лабораторией выдается «Свидетельство о поверке средств измерений _____», где указывается пригоден или не пригоден прибор к эксплуатации.

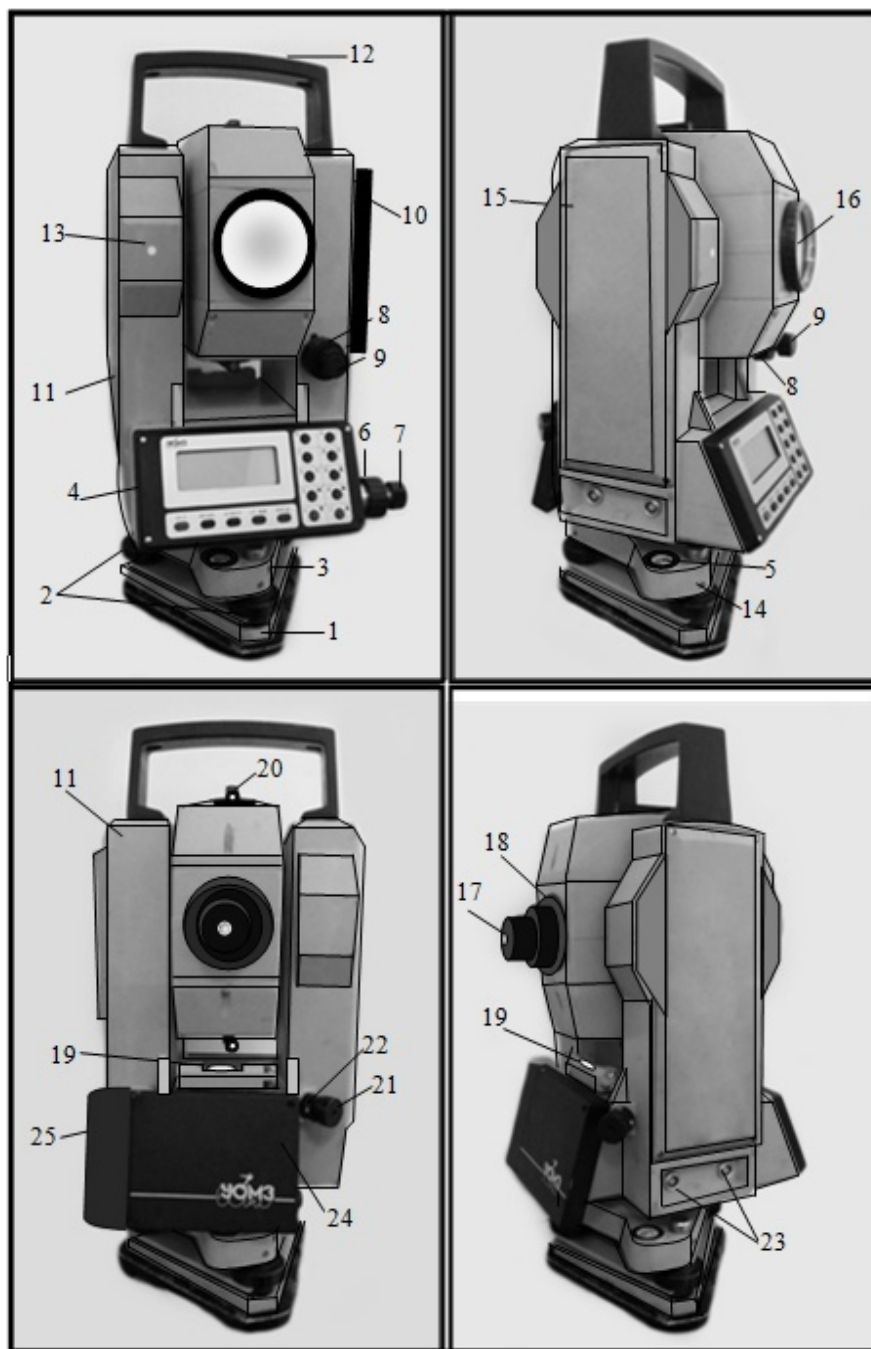


Рис. 19. Электронный тахеометр 3Та5Р:

- 1 – основание; 2 – подъемные винты; 3 – подставка; 4 – панель управления и дисплей;
 5 – круглый уровень. 6 – закрепительный винт горизонтального круга; 7 – наводящий винт горизонтального круга. 8 – закрепительный винт вертикального круга;
 9 – наводящий винт вертикального круга; 10 – кассетный источник питания;
 11 – колонка; 12 – ручка; 13 – метка высоты прибора; 14 – юстировочный винт;
 15 – Боковая крышка; 16 – линза объектива; 17 – окуляр зрительной трубы;
 18 – Кремальера; 19 – цилиндрический уровень; 20 – коллиматорный визир;
 21 – окуляр оптического центрира; 22 – юстировочные винты оптического центрира;
 23 – разъемы для подсоединения к компьютеру; 24 – узел сопряжения с картой памяти;
 25 – инжектор, куда вставляется карта памяти

Приступаем к поверкам и юстированию тахеометра в изложенной ниже последовательности:

1. *Ось цилиндрического уровня, установленного на алидаде ЭТ, должна быть горизонтальна и перпендикулярна главной оси вращения прибора.* (Это требование относится и к изображениям уровней на дисплее прибора).

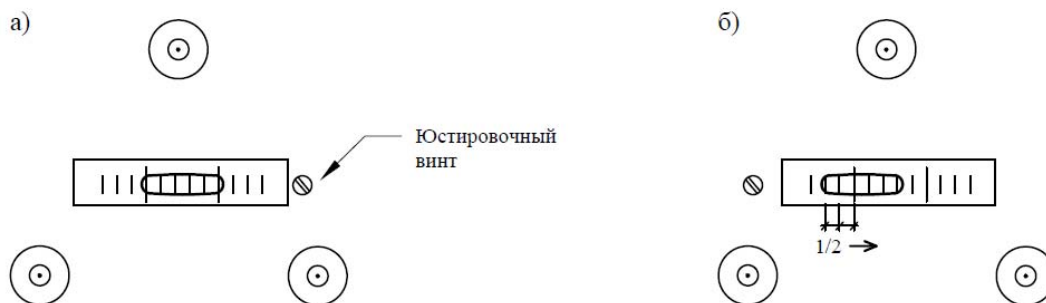


Рис.20. Схема горизонтирования электронного тахеометра

Ось круглого уровня должна быть отвесна и параллельна оси вращения тахеометра .

2. *Определение места нуля компенсатора*

3. *Определение и юстировка коллимационной погрешности тахеометра.* Визирная линия должна быть перпендикулярна оси вращения зрительной трубы.

4. *Вертикальная нить креста сетки нитей должна быть отвесной, а горизонтальная – горизонтальной.*

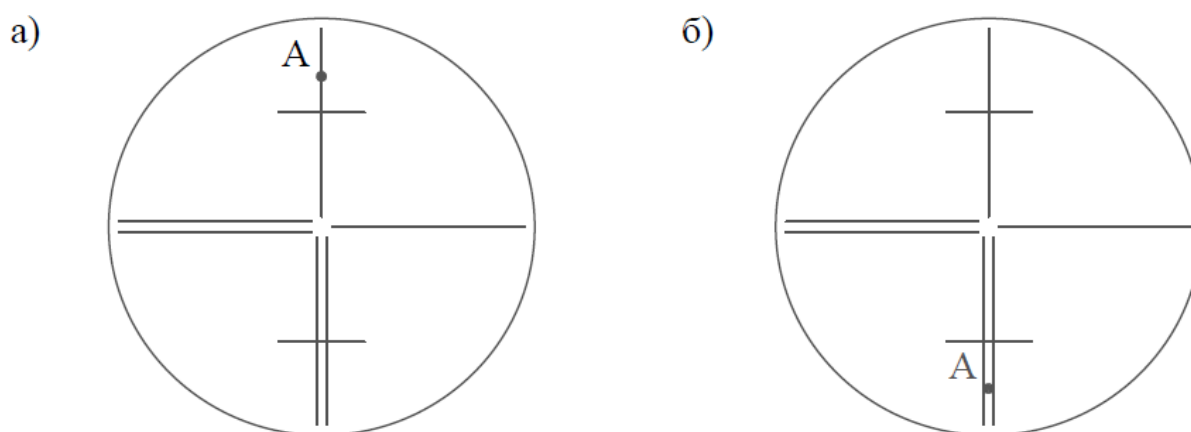


Рис.21. Схема сетки нитей зрительной трубы

5. *Ось оптического центрира должна быть отвесна и совпадать с осью вращения прибора.*

6. *Определение постоянной поправки светодальномера тахеометра.*

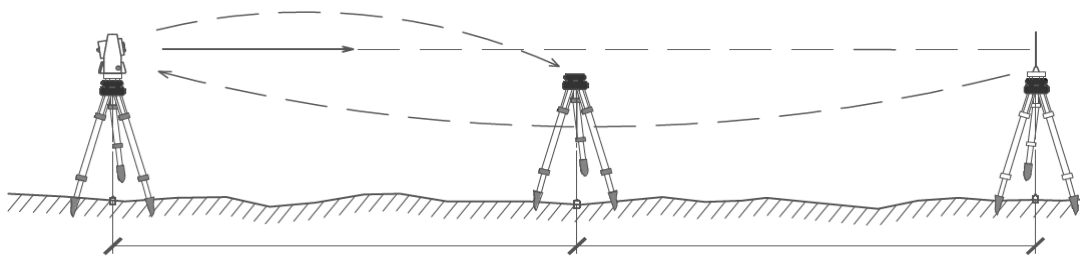


Рис.22. Схема определения постоянной поправки светодальномера тахеометра

7. Лазерный указатель створа (направления).

Разделительная линия между зеленым и красным цветом индикатора указателя направления должна совпадать с визирной линией.

Подготовка тахеометра к измерениям.

Подготовка тахеометра к измерениям производится в следующей последовательности:

а. тахеометр устанавливается на штатив и с помощью нитяного отвеса производится предварительное центрирование головки штатива над точкой;

б. горизонтирование тахеометра производится аналогично горизонтированию электронного теодолита Vega ТЕО – 5В/20В (п.п.3.4.1). Точное горизонтирование можно проводить по результатам измерения углов наклона вертикальной оси;

в. с помощью оптического центрира тахеометр устанавливается над точкой;

г. измеряется высота прибора;

д. подключается источник питания к тахеометру;

е. в узел сопряжения устанавливается карта памяти. Зрительная труба отводится от горизонтального положения вниз на 20° . Включается тахеометр клавишей (ВКЛ). На дисплее появится надпись:



Где N – номер версии.

Через 3 секунды высветится надпись «Карта памяти не найдена», после этого необходимо выключить тахеометр и вставить карту памяти.

Порядок измерения горизонтальных, вертикальных углов и дальномерных расстояний студенты изучают самостоятельно используя инструкцию, прилагаемую к прибору.

Установка прибора в рабочее положение.

Приведение тахеометра TOPCON GTS-102N в рабочее положение производится в следующей последовательности.

Тахеометр устанавливается на штатив и с помощью нитяного отвеса производится предварительное центрирование головки штатива над точкой.

Горизонтирование тахеометра производится аналогично горизонтированию электронного теодолита Vega ТЕО – 5В/20В (п.п.3.4.1). Точное горизонтирование можно проводить по результатам измерения углов наклона вертикальной оси.

С помощью оптического центрира тахеометр устанавливается над точкой. Центрирование с помощью оптического центрира производится аналогично тому, как производилось центрирование электронного теодолита Vega ТЕО – 5В/20В с помощью лазерного центрира (п.п.3.4.1). После установки тахеометра над точкой с помощью оптического центрира, производим окончательно горизонтирование прибора, выведя пузырек цилиндрического уровня на середину.

Убедившись, что инструмент правильно отгоризонтирован включаем питание прибора.

По индикатору на экране контролируем текущее состояние батареи питания. При необходимости следует заменить или зарядить батарею питания.

Коррекция вертикальных углов за наклон прибора.

Когда датчик наклона включен, вертикальный угол автоматически корректируется за отклонение прибора от вертикального положения. Экран, на котором отображается отклонение прибора от вертикали, также можно использовать для точного горизонтирования прибора. Если на экране появилось сообщение «Проверьте уровень», это значит, что прибор отклонился за пределы работы автокомпенсатора и его необходимо отгоризонтировать вручную.

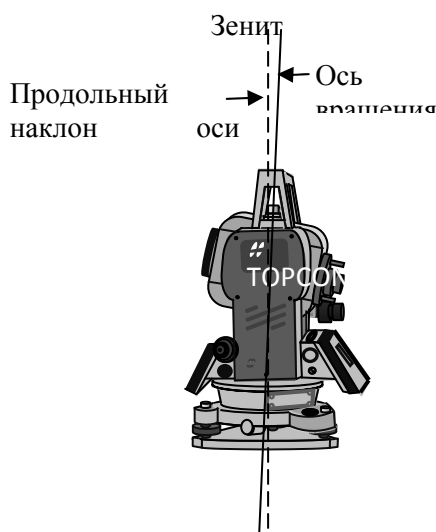


Рис.23. Схема отклонения вертикальной оси тахеометра

Измерение углов. Измерение вертикального и правого горизонтального угла.

Перед началом измерения углов зрительная труба наводится на светлый предмет. Вращая кольцо окуляра, добиваемся четкого изображения сетки нитей. По визиру зрительная труба наводится на цель. При помощи кремальеры добиваемся четкости изображения выбранной цели. Если при наблюдении в зрительную трубу, видим что между сеткой нити и выбранной целью возникает параллакс, то он устраняется тщательной фокусировкой сетки нити и цели. Порядок измерения вертикального и правого горизонтального углов показан в табл. 14. Убедившись, что выбран режим измерения углов производим следующие действия:

Т а б л и ц а 1 4

№	Рабочая процедура	Действие	Экран
1	Наведение на первую цель (А)	Набл. А	ВК : 32°15'20" ГКп: 120°30'40" 0°ГК Фикс Ввод С1↓
2	Установить отсчет по горизонтальному кругу на цель А равный 0°00'00". Для этого нажать клавишу [F1] (0°ГК)	[F1]	Установка ГК=0° > ОК? [Да] [Нет]
3	Нажать клавишу [F3] (Да)	[F3]	ВК : 32°15'20" ГКп: 0°00'00" 0°ГК Фикс Ввод С1↓
4	Навести на цель (В). На экране отобразится искомое значение вертикального/горизонтального угла на цель В	Набл. В	ВК : 36°10'30" ГКп: 170°20'20" 0°ГК Фикс Ввод С1↓



Измерение расстояний.

Перед измерением расстояний производится ввод поправок за атмосферу и поправку для призмы. Непрерывное измерение расстояний производится в следующей последовательности. Убедившись, что выбран режим измерения углов, выполняем следующие действия:

Т а б л и ц а 1 5

№	Рабочая процедура	Действие	Экран
1	2	3	4
1	Навести на центр призмы	Наблюдение цели	ВК : 36°10'30" ГКп: 120°30'40" 0°ГК Фикс Ввод С1↓
2	Нажать клавишу [▲]. Начинается измерение расстояний. При работе светодальномера на экране появляется символ [★]	Нажать ▲	ГКп: 120°30'40" S* [п] <<m h: m ВК : 36°10'30" ГКп: 120°30'40"

Окончание табл. 15

1	2	3	4
3	Результаты измерений отображаются на экране.		ГКп: 120°30'40" S* [п] 123.456 m h: 5.678m Измер Режим Сигн C1↓
4	При повторном нажатии клавиши [] на экране появляются значения правого горизонтального угла (ГКп), вертикального угла (ВК) и дальномерного расстояния (D).	Нажать 	ВК : 36°10'30" ГКп: 120°30'40" D: 131.678m Измер Режим Сигн C1↓

Контрольные вопросы

1. Дайте определение электронного тахеометра?
2. Для чего предназначен электронный тахеометр 3Та5Р?
3. В какой последовательности проводится поверка и юстировка тахеометра?
4. Для чего необходим оптический центрир?
5. Как произвести измерение расстояния?

ПРИЛОЖЕНИЕ

Варианты к снесению координат с вершины знака на землю

Номер варианта	Исходные координаты				β'_2			β_2			β'_1			β_1			Базисы		δ			ϵ		
	X_a	Y_a	X_b	Y_b	град	мин	с	град	мин	с	град	мин	с	град	мин	с	b'	b	град	мин	с	град	мин	с
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	1000,00	1000,00	1569,49	1886,94	70	58	36	75	59	37	55	56	24	65	58	34	74,03	122,41	66	35	04	6	35	10
2	2000,00	2000,00	1601,17	2871,46	70	54	26	75	58	30	55	46	01	65	54	21	127,88	211,61	59	58	42	11	50	08
3	3000,00	3000,00	2108,02	3127,15	70	47	44	75	56	38	55	30	08	65	47	31	114,18	189,13	74	41	40	12	28	59
4	4000,00	4000,00	3389,08	3292,67	70	38	47	75	54	04	55	10	37	65	38	26	62,33	103,34	98	28	23	6	39	47
5	5000,00	5000,00	5291,71	4013,87	70	28	02	75	50	48	54	49	49	65	27	31	130,32	216,18	96	27	51	12	42	52
6	6000,00	6000,00	7052,36	5693,76	70	15	57	75	46	55	54	30	15	65	15	17	135,92	225,41	83,	14	55	12	20	23
7	7000,00	7000,00	7810,74	7706,52	70	03	08	75	42	26	54	14	15	65	02	19	64,13	106,22	71	16	46	5	34	51
8	8000,00	8000,00	7856,62	8974,96	69	50	09	75	37	25	54	03	45	64	49	15	124,02	204,92	59	32	06	10	40	40
9	9000,00	9000,00	8171,89	9374,57	69	37	39	75	31	56	54	00	00	64	36	41	129,98	214,00	68	42	26	13	03	01
10	10000,00	10000,00	9231,33	9501,63	69	26	И	75	26	02	54	03	27	64	25	14	75,54	123,77	92	55	13	7	57	37
11	11000,00	11000,00	11004,43	9999,57	69	16	19	75	19	50	54	13	42	64	15	27	120,07	195,59	98	34	14	11	25	46
12	12000,00	12000,00	12915,06	11418,15	69	08	29	75	13	22	54	29	30	64	07	47	150,48	243,54	87	25	57	13	17	56
13	13000,00	13000,00	13989,79	13458,29	69	03	04	75	06	44	54	48	58	64	02	37	92,80	149,15	73	50	45	7	45	03
14	14000,00	14000,00	14138,61	15004,15	69	00	20	75	00	01	55	09	45	64	00	11	113,53	181,20	60	55	53	9	15	24
15	15000,00	15000,00	14298,02	15600,89	69	00	23	74	53	18	55	29	22	64	00	36	140,59	222,94	64	02	43	12	56	56
16	16000,00	16000,00	15134,05	15739,67	69	03	14	74	46	40	55	45	28	64	03	51	98,22	154,87	85	33	40	10	11	49
17	17000,00	17000,00	16732,41	16065,06	69	08	44	74	40	12	55	55	06	64	09	47	102,09	160,24	99	29	32	9	44	09
18	18000,00	18000,00	18703,92	17199,42	69	16	39	74	33	59	55	59	60	64	18	07	153,32	239,92	91	26	10	13	35	01
19	19000,00	19000,00	20086,46	19164,70	69	26	36	74	28	05	55	56	41	64	28	26	117,51	183,61	77	И	02	9	49	07
20	20000,00	20000,00	20424,74	20950,20	69	38	07	74	22	36	55	46	35	64	40	16	93,10	145,47	64	09	40	7	34	48

Продолжение прил.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
21	21000,00	21000,00	20482,27	21790,83	69	50	39	74	17	35	55	30	53	64	53	03	140,52	219,87	60	56	24	12	19	36
22	22000,00	22000,00	21100,03	21992,03	70	03	38	74	13	06	55	11	28	65	06	09	114,81	180,07	78	17	52	11	52	46
23	23000,00	23000,00	22495,56	22198,87	70	16	26	74	09	12	54	50	41	65	18	58	78,43	123,36	99	09	10	7	46	17
24	24000,00	24000,00	24442,17	23056,01	70	28	28	74	05	57	54	31	01	65	30	52	143,85	226,95	94	55	43	13	10	58
25	25000,00	25000,00	26089,45	24854,53	70	39	10	74	03	22	54	14	49	65	41	18	134,31	212,48	81	03	34	11	35	16
26	26000,00	26000,00	26688,77	26811,89	70	48	02	74	01	31	54	04	04	65	49	46	67,31	106,70	69	05	37	5	39	19
27	27000,00	27000,00	26716,40	27928,44	70	54	39	74	00	23	54	00	01	65	55	51	132,29	209,91	59	32	41	11	19	40
28	28000,00	28000,00	27130,06	28244,83	70	58	42	74	00	00	54	03	10	65	59	17	126,28	200,37	71	44	32	12	50	23
29	29000,00	29000,00	28307,90	28386,01	70	59	60	74	00	22	54	13	09	65	59	53	64,33	101,96	96	37	33	6	38	49
30	30000,00	30000,00	30156,63	28996,73	70	53	29	74	01	30	54	28	45	65	57	37	128,89	203,86	97	35	19	12	10	19
31	31000,00	31000,00	31998,42	30559,00	70	54	14	74	03	22	54	48	06	65	52	36	145,69	229,83	85	12	43	12	52	07
32	32000,00	32000,00	32903,82	32597,43	70	47	26	74	05	56	55	08	53	65	45	05	78,14	122,92	72	22	21	6	35	56
33	33000,00	33000,00	32986,74	33998,58	70	38	24	74	09	11	55	28	36	65	35	25	120,60	189,21	59	57	31	10	02	35
34	34000,00	34000,00	33223,44	34484,19	70	27	35	74	13	04	55	44	53	65	24	03	135,86	212,75	66	20	26	13	04	40
35	35000,00	35000,00	34177,97	34610,51	70	15	28	74	17	33	55	55	47	65	11	33	86,33	135,07	89	30	11	9	03	38
36	36000,00	36000,00	35873,67	35020,91	70	02	38	74	22	34	55	59	58	64	58	29	111,96	175,28	99	09	28	10	40	40
37	37000,00	37000,00	37824,00	36307,20	69	49	40	74	28	30	55	56	58	64	45	30	152,48	239,18	89	21	06	13	31	09
38	38000,00	38000,00	39046,29	38324,67	69	37	11	74	33	56	55	47	07	64	33	12	104,53	164,52	75	19	41	8	44	40
39	39000,00	39000,00	39273,75	39989,49	69	25	46	74	40	09	55	31	37	64	22	11	104,34	164,94	62	13	17	8	30	10
40	40000,00	40000,00	39377,54	40695,42	69	15	58	74	46	37	55	12	19	64	12	58	141,08	224,17	62	23	07	12	42	45
41	41000,00	41000,00	40110,14	40857,04	69	08	14	74	53	15	54	51	33	64	06	00	106,32	169,88	82	06	13	11	04	08
42	42000,00	42000,00	41616,01	41120,14	69	02	55	74	59	58	54	31	47	64	01	37	90,94	146,12	99	29	23	8	50	27
43	43000,00	43000,00	43585,93	42122,05	69	00	17	75	06	41	54	15	24	64	00	00	149,47	241,42	93	09	26	13	28	42
44	44000,00	44000,00	45099,81	44019,47	69	00	26	75	13	19	54	04	23	64	01	16	125,79	204,11	78	56	56	10	41	50
45	45000,00	45000,00	45552,92	45895,60	69	03	24	75	19	47	54	00	02	64	05	19	80,84	131,67	66	16	31	6	42	24
46	46000,00	46000,00	45586,50	46862,82	69	09	00	75	25	60	54	02	54	64	11	59	136,33	222,68	60	03	57	11	53	54
47	47000,00	47000,00	46106,14	47111,31	69	17	00	75	31	53	54	12	36	64	20	57	119,35	195,33	75,	06	20	12	25	23

Продолжение прил

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
48	48000,00	48000,00	47400,83	47280,92	69	27	01	75	37	23	54	28	01	64,	31	46	66,20	108,48	98	34	13	6	47	41
49	49000,00	49000,00	49309,63	48017,58	69	38	35	75	42	24	54	47	15	64	43	56	134,51	220,51	96	17	49	12	46	41
50	50000,00	50000,00	51797,23	49712,31	69	51	09	75	46	53	55	08	02	64	56	52	136,63	224,02	82	59	18	12	15	33
51	51000,00	51000,00	51839,67	51719,97	70	04	08	75	50	47	55	27	50	65	09	57	62,27	102,12	71	08	58	5	26	45
52	52000,00	52000,00	52166,04	52970,55	70	16	55	75	54	02	55	44	18	65	22	34	122,30	200,64	59	30	34	10	45	29
53	53000,00	53000,00	53239,47	53359,57	70	28	55	75	56	37	55	55	27	65	34	06	125,08	205,40	69	02	45	13	02	09
54	54000,00	54000,00	55022,18	53487,55	70	39	33	75	58	29	55	59	57	65	44	00	70,77	116,42	93	22	03	7	48	30
55	55000,00	55000,00	56926,02	53998,03	70	48	20	75	59	37	55	57	14	65	51	49	114,26	188,44	98	28	19	11	31	23
56	56000,00	56000,00	57980,84	55433,95	70	54	51	75	59	60	55	47	40	65	57	09	140,23	232,02	87	10	23	13	15	29
57	57000,00	57000,00	58120,60	57475,41	70	58	48	75	59	38	55	32	21	65	59	45	84, S8	140,43	73	39	38	7	36	58
58	58000,00	58000,00	58288,38	59004,71	70	59	59	75	58	30	55	13	10	65	59	31	105,86	176,37	60	47	23	9	21	10
59	59000,00	59000,00	59138,30	59587,64	70	58	22	75	56	39	54	52	24	65	56	26	129,41	216,21	64	17	35	12	58	20
60	60000,00	60000,00	51797,23	59724,22	70	54	01	75	54	05	54	32	33	65	50	39	89,55	149,91	86	01	31	10	04	15
50	50000,00	50000,00	51839,67	49712,31	69	51	09	75	54	53	55	08	02	64	56	52	136,63	224,02	82	59	18	12	15	33
51	51000,00	51000,00	52166,04	51719,97	70	04	08	75	56	47	55	27	50	65	09	57	62,27	102,12	71	08	58	5	26	45
52	52000,00	52000,00	53239,47	52970,55	70	16	55	75	58	02	55	44	18	65	22	34	122,30	200,64	59	30	34	10	45	29
53	53000,00	53000,00	55022,18	53359,57	70	28	55	75	59	37	55	55	27	65	34	06	125,08	205,40	69	02	45	13	02	09
54	54000,00	54000,00	56926,02	53487,55	70	39	33	75	59	29	55	59	57	65	44	00	70,77	116,42	93	22	03	7	48	30
55	55000,00	55000,00	57980,84	53998,03	70	48	20	75	59	37	55	57	14	65	51	49	114,26	188,44	98	28	19	11	31	23
56	56000,00	56000,00	58120,60	55433,95	70	54	51	75	58	60	55	47	40	65	57	09	140,23	232,02	87	10	23	13	15	29
57	57000,00	57000,00	58288,38	57475,41	70	58	48	75	56	38	55	32	21	65	59	45	84, S8	140,43	73	39	38	7	36	58
58	58000,00	58000,00	59138,30	59004,71	70	59	59	75	54	30	55	13	10	65	59	31	105,86	176,37	60	47	23	9	21	10
59	59000,00	59000,00	58288,38	59587,64	70	58	22	75	56	39	54	52	24	65	56	26	129,41	216,21	64	17	35	12	58	20
60	60000,00	60000,00	59138,30	59724,22	70	54	01	75	54	05	54	32	33	65	50	39	89,55	149,91	86	01	31	10	04	15
61	61000,00	61000,00	60748,56	60058,82	70	47	07	75	50	50	54	15	59	65	42	28	95,87	160,56	99	28	17	9	51	04
62	62000,00	62000,00	62718,87	61211,03	70	38	01	75	46	57	54	04	43	65	32	15	143,13	239,47	91	11	51	13	35	10
63	63000,00	63000,00	64083,10	63183,86	70	27	08	75	42	28	54	00	05	65	20	29	109,16	182,13	76	57	25	9	41	45

Окончание прил.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
64	64000,00	64000,00	64407,21	64956,08	70	14	59	75	37	27	54	02	38	65	07	45	89,72	149,03	,63	54	25	7	41	33
65	65000,00	65000,00	64469,18	65780,32	70	02	08	75	31	58	54	12	05	64	54	39	134,98	222,91	61	05	07	12	22	41
66	66000,00	66000,00	65100,28	65976,10	69	49	10	75	26	05	54	27	17	64	41	48	110,48	181,17	78	44	11	11	47	40
67	67000,00	67000,00	66509,04	66188,78	69	36	43	75	19	52	54	46	24	64	29	49	78,41	127,58	99	12	38	7	53	59
68	68000,00	68000,00	68459,52	67062,55	69	25	22	75	13	24	55	07	10	64	19	17	143,47	231,57	94	43	54	13	13	37
69	69000,00	69000,00	70092,07	68873,81	69	15	38	75	06	47	55	27	04	64	10	41	133,73	214,17	80	48	22	11	29	22
70	70000,00	70000,00	70673,43	70822,90	69	07	59	75	00	04	55	43	43	64	04	27	69,74	110,88	68	44	25	5	46	55
71	71000,00	71000,00	70700,53	71921,66	69	02	46	74	53	20	55	55	07	64	00	51	135,47	214,09	59	34	47	11	23	57
72	72000,00	72000,00	71126,31	72229,27	69	00	14	74	46	42	55	59	54	64	00	05	128,80	202,59	72	07	19	12	48	05
73	73000,00	73000,00	72318,01	72373,05	69	00	30	74	40	14	55	57	30	64	02	10	64,81	101,61	97	02	44	6	29	24
74	74000,00	74000,00	74174,67	72997,94	69	03	34	74	34	01	55	48	И	64	07	01	133,95	209,66	97	27	08	12	15	03
75	75000,00	75000,00	76006,71	74576,47	69	09	16	74	28	08	55	33	05	64	14	23	148,63	234,13	84	56	59	12	48	21
76	76000,00	76000,00	76892,28	76612,77	69	17	21	74	22	38	55	14	01	64	23	56	78,73	123,30	72	12	54	6	27	40
77	77000,00	77000,00	76969,12	77996,42	69	27	26	74	17	37	54	53	16	64	35	13	124,55	195,36	59	52	43	10	07	52
78	78000,00	78000,00	77215,78	78469,89	69	39	03	74	13	08	54	33	20	64	47	40	138,14	217,11	66	38	18	13	04	56
79	79000,00	79000,00	78184,31	78595,68	69	51	38	74	09	14	54	16	35	65	00	43	86,22	135,78	89	57	50	8	55	06
80	80000,00	80000,00	79890,83	79017,08	70	04	38	74	05	58	54	05	04	65	13	43	114,05	179,90	99	05	42	10	46	58
81	81000,00	81000,00	81837,01	80321,19	70	17	24	74	03	23	54	00	08	65	26	04	152,54	240,86	89	05	57	13	29	55
82	82000,00	82000,00	83039,87	82342,98	70	29	21	74	01	31	54	02	23	65	37	11	102,48	161,86	75	07	17	8	36	50
83	83000,00	83000,00	83255,77	83992,53	70	39	55	74	00	23	54	11	34	65	46	31	104,49	164,95	62	01	34	8	36	24
84	84000,00	84000,00	83366,22	84683,33	70	48	38	74	00	00	54	26	33	65	53	38	138,94	219,05	62	35	10	12	45	00
85	85000,00	85000,00	84112,52	84841,26	70	55	03	74	00	22	54	45	33	65	58	12	103,37	162,67	82	33	19	10	57	38
86	86000,00	86000,00	85631,02	85111,97	70	58	54	74	01	29	55	06	18	65	59	59	90,63	142,35	99	30	22	8	57	47
87	87000,00	87000,00	87602,21	86131,36	70	59	59	74	03	21	55	26	17	65	58	54	147,22	230,80	92	56	08	13	30	03
88	88000,00	88000,00	89099,25	88038,94	70	58	15	74	05	55	55	43	07	65	55	00	122,69	192,1	78	42	27	10	35	04
89	89000,00	89000,00	89536,21	89903,95	70	53	48	74	09	09	55	54	46	65	48	30	81,47	127,52	65	58	21	6	49	34
90	90000,00	90000,00	89572,00	90853,94	70	46	49	74	13	03	55	59	51	65	39	40	136,05	213,14	60	09	37	11	57	35

Варианты к прямой засечке

Номер варианта	Координаты т.1		Координаты т.2		Координаты т.3		β_1			β_2			β_3			$\alpha_{3-3'}$		
	X_1	Y_1	X_2	Y_2	X_3	Y_3	град	мин	с	град	мин	с	град	мин	с	град	мин	с
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	1000	1000	430,59	1886,99	1700,10	2821,98	65	24	10,9	58	33	19	198	11	9,4	64	39	12,4
2	2000	2000	1054,95	2159,33	876,41	3546,44	55	50	18,7	69	2	22,4	164	51	50,2	155	30	45,8
3	3000	3000	2330,29	3297,26	896,47	2685,56	50	6	0,3	72	9	8,4	174	24	42,1	208	19	0,7
4	4000	4000	3067,97	3930,24	2460,24	4959,15	53	27	48,8	62	38	13	199	47	13,8	144	41	53,7
5	5000	5000	4255,81	5709,73	4992,16	6655,95	62	50	11,8	52	34	21,3	169	7	10,5	119	23	59,9
6	6000	6000	6079,75	7093,11	7701,89	7125,21	69	36	6,1	50	16	12,9	169	16	6,7	59	37	22,4
7	7000	7000	6656,83	8019,16	8190,32	8651,96	67	32	20,5	55	50	33,5	199	48	43,7	48	4	12,4
8	8000	8000	7093,49	8386,45	7396,31	9763,12	58	32	42	66	16	30,9	174	14	31	129	3	3,5
9	9000	9000	8186,97	8593,74	6923,65	9328,47	50	53	19,3	72	40	20,4	164	58	48,9	200	7	17,8
10	10000	10000	9132,02	9707,02	8124,88	10511,27	51	36	33,4	66	4	21,7	198	15	32,1	161	54	19,8
11	11000	11000	10135,42	11503,38	10550,36	12558,86	60	2	39,3	54	45	7,7	179	49	22,7	124	43	11,1
12	12000	12000	11795,15	13064,86	13234,23	13501,28	68	26	18,7	50	4	22,2	161	53	18,4	84	26	21,5
13	13000	13000	12952,44	14088,19	14620,94	14343,13	69	4	38,1	53	33	41,1	195	15	4,2	38	1	41,5
14	14000	14000	13185,06	14602,84	13916,71	15861,79	61	22	2,5	63	12	46,1	185	25	5,2	101	23	48,8
15	15000	15000	14095,63	14810,41	13185,08	15918,70	52	24	11,2	71	59	43,9	160	14	21,7	187	5	35,2
16	16000	16000	15247,64	15498,41	13946,48	15963,92	50	25	24,3	69	7	33,4	191	1	42,7	184	40	2,6
17	17000	17000	16068,92	17280,75	16111,74	18398,38	57	14	54,1	57	32	31,3	190	34	54	129	47	40,1
18	18000	18000	17544,77	18963,95	18724	19662,32	66	36	11,4	50	32	22,5	160	9	51,9	103	9	51
19	19000	19000	19218,85	20076,84	20931,64	19898,66	69	53	13,4	51	48	21,8	185	55	38,5	32	53	12,4
20	20000	20000	19331,03	20797,35	20430,36	21862,87	64	4	51	60	7	34,9	194	54	8,1	76	5	27,8

Продолжение прил.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
21	21000	21000	20055,51	21037,37	19612,47	22371,61	54	31	21,7	70	16	54,5	161	40	10,4	167	58	47,2
22	22000	22000	21415,41	21315,70	19971,90	21391,40	50	0	1,4	71	23	8	180	21	14,5	210	36	47,8
23	23000	23000	22054,70	23051,71	21676,78	24144,21	54	40	18	60	47	58	198	2	8,8	138	5	40,6
24	24000	24000	23341,96	24808,47	24236,12	25236,51	64	14	30,4	51	41	8,8	164	38	5,7	115	14	59,1
25	25000	25000	25237,56	26073,14	26899	25889,09	69	54	43,3	50	38	16,5	174	45	9	44	43	35,3
26	26000	26000	25530,61	26955,64	26934,09	27758,51	66	28	9,1	57	14	15,7	199	43	57,2	56	2	20,5
27	27000	27000	26066,52	27266,53	26118,50	28664,88	57	4	43	67	48	0,2	168	49	27,2	143	28	36,2
28	28000	28000	27256,60	27486,09	25877,84	27958,25	50	22	26,2	72	32	56	169	34	8,3	204	55	35,9
29	29000	29000	28091,63	28824,39	27288,03	29754,74	52	31	9,9	64	16	3,8	199	51	26,8	151	59	18,4
30	30000	30000	29192,59	30615,77	29783,37	31617,51	61	32	33,1	53	30	46,6	173	54	13,6	122	9	30,9
31	31000	31000	30943,29	32090	32493,97	32340,55	69	8	51	50	5	47	165	12	59	71	53	54,7
32	32000	32000	31778,31	33060,50	33403,02	33525,11	68	20	32	54	42	47	198	24	1,9	42	36	19,2
33	33000	33000	32129,70	33489,83	32641,11	34822,2	59	52	2	64	51	33	179	28	8,3	116	1	8,2
34	34000	34000	33137,73	33693,45	32020,14	34618,29	51	30	52	72	29	52	162	2	29	194	44	10,6
35	35000	35000	34179,74	34606,81	33017,81	35263,32	50	57	47	67	34	40	195	28	40	171	59	33,5
36	36000	36000	35097,64	36400,39	35345,23	37492,89	58	43	13	55	59	25	185	4	35	126	54	13,8
37	37000	37000	36672,51	38025,52	37995,20	38598,07	67	39	15	50	12	28	160	17	50	94	3	23
38	38000	38000	38061,34	39093,79	39785,38	39150,08	69	33	2,7	52	40	7,5	191	19	20	35	10	23,8
39	39000	39000	38246,68	39697,53	39158,23	40874,29	62	39	59	61	45	15	190	16	46	89	2	18,6
40	40000	40000	39070,48	39916,03	38170,23	41150,89	53	19	50	71	18	24	160	7	20	178	53	42,4
41	41000	41000	40319,80	40408,72	38932,01	40693,21	50	7	36	70	18	22	186	15	53	196	37	38,6
42	42000	42000	41055,84	42173,67	40905,00	43293,26	56	0	0,5	59	1	25	194	39	50	133	6	8,3
43	43000	43000	42443,28	43896,75	43490,59	44685,58	65	33	4,1	50	59	30	194	31	51	109	36	40,4
44	44000	44000	44357,89	45040,14	46019,06	44653,9	69	59	54	51	10	57	161	42	29	31	18	37,2
45	45000	45000	44418,10	45877,05	45668,54	46828,44	65	15	12	58	44	11	197	52	48	65	54	38,3
46	46000	46000	45054,27	46144,99	44844,61	47528,18	55	40	42	69	1	44	164	24	38	157	3	3,7
47	47000	47000	46340,99	46385,93	44903,12	46642,91	50	4	36	72	4	46	175	5	42	208	43	36,8

Продолжение прил.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
48	48000	48000	47065,66	47944,47	46484,74	48982,88	53	35	55	62	25	6,9	199	40	18	143	49	51,9
49	49000	49000	48265,15	49721,81	49020,40	50660,1	63	0	21	52	27	30	168	31	57	118	58	34,2
50	50000	50000	50098,22	51092,09	51727,48	51123,87	69	38	59	50	18	15	169	52	22	57	54	57,3
51	51000	51000	50641,31	52012,56	52160,86	52666,51	67	25	18	56	0	2,8	199	53	48	48	54	29,7
52	52000	52000	51089,54	52372,47	51363,59	53753,37	58	22	12	66	27	36	173	34	3,2	130	46	36
53	53000	53000	52194,39	52580,74	50914,64	53288,62	50	49	1,8	72	40	33	165	27	26	200	45	10,2
54	54000	54000	53126,51	53720,65	52141,95	54542,76	51	42	25	65	51	53	198	32	11	160	39	3,5
55	55000	55000	54141,36	55516,88	54577,70	56566,61	60	-43	17	54	35	49	179	6	55	124	25	58,2
56	56000	56000	55812,12	57068,94	57265,65	57485,26	68	31	56	50	3	57	162	12	0,3	83	2	59,5
57	57000	57000	56907,69	58589,82	58596,87	58366,63	68	59	55	53	41	22	195	41	59	38	29	10,5
58	58000	58000	57177,75	58589,82	57884,39	59858,55	61	11	31	63	24	27	184	43	60	103	5	33,4
59	59000	59000	58099,83	58796,47	57163,96	59885,26	52	17	21	72	4	14	160	21	39	188	4	56,8
60	60000	60000	59238,88	59510,83	57951,91	59999,79	50	28	33	68	57	16	191	36	44	183	7	9,8
61	61000	61000	60071,53	61294,95	60139,26	62410,76	57	25	8,5	57	21	6,9	189	58	27,3	129	24	55,0
62	62000	62000	61559,13	62972,04	62755,64	63657,02	66	44	6,3	50	29	26,2	160	5	10,5	102	11	34,4
63	63000	63000	63200,33	64080,17	64916,91	63929,84	69	51	32,3	51	53	56,8	186	35	59,3	33	7	7,7
64	64000	64000	63320,31	64786,08	64398,43	65865,68	63	55	6,9	60	18	53,8	194	25	14,7	77	32	34,7
65	65000	65000	64056,53	65023,04	63582,60	66348,04	54	22	31,7	70	24	52,5	161	23	52,4	69	20	58,3
66	66000	66000	65403,41	65326,10	63964,15	65426,23	50	0	12,7	71	16	26,8	181	3	42	208	57	36,1
67	67000	67000	66054,08	67066,06	65703,26	68163,55	54	19	20,5	60	35	10,8	197	43	6,6	137	25	41,2
68	68000	68000	67353,11	68819,45	68265,49	69684,23	64	24	5,1	51	35	38,7	164	11	26,8	114	40	13,6
69	69000	69000	69256,17	70069,08	70918,83	69855,00	69	56	2,1	50	41	34,5	175	26	29,2	42	5,5	36,9
70	70000	70000	69516,63	70947,12	70903,21	71768,57	66	19	59,5	57	24	32,6	199	36	17,3	57	6	11,2
71	71000	71000	70064,32	71252,29	70085,94	72650,90	56	54	35,2	67	58	18,7	168	14	38,8	145	7	38,4
72	72000	72000	71265,76	71473,68	69877,11	71944,58	50	19	39,0	72	30	41,6	170	10	46,4	205	25	2,5
73	73000	73000	72087,82	72838,40	71309,66	73792,33	52	38	17,1	64	3	4,5	199	55	45,8	150	56	8,8
74	74000	74000	73200,32	74628,62	73810,97	75623,37	61	43	1,8	53	22	44,7	173	13	60,0	121	49	56,2

Окончание прил.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
75	75000	75000	74961,23	76091,49	76523,11	76317,94	69	13	3,0	50	6	40,4	165	42	8,9	70	19	14,2
76	76000	76000	75761,62	77055,86	77375,60	77543,85	68	14	35,9	54	51	27,7	198	39	59,1	43	15	9,9
77	77000	77000	76124,19	77476,21	76608,54	78815,69	59	41	24,9	65	3	2,2	178	45	41,7	117	45	32,7
78	78000	78000	77143,64	77679,94	76004,43	78580,76	51	25	19,1	72	32	9,6	162	21	51,5	195	31	28,8
79	79000	79000	78172,72	78619,95	77029,83	79297,46	51	2	25,0	67	23	0,9	195	54	59,3	170	34	54,9
80	80000	80000	79102,00	80414,29	79372,63	81502,54	58	53	46,1	55	49	3,6	184	23	18,6	126	36	6,5
81	81000	81000	80688,36	82031,63	82027,26	82587,47	67	46	0,7	50	10	52,6	160	25	51,6	92	51	28,4
82	82000	82000	82042,97	83094,12	83765,22	83177,49	69	29	48,4	52	46	51,0	191	53	55,2	35	36	2,1
83	83000	83000	82237,77	83685,23	83126,10	84873,82	62	29	43,4	61	56	53,0	189	39	57,0	90	38	37,3
84	84000	84000	83073,19	83901,85	82343,75	85121,89	53	11	55,2	71	24	39,2	160	3	23,5	180	4	3,7
85	85000	85000	84309,51	84420,31	82931,24	84729,31	50	9	22,4	70	9	36,9	186	5,5	58,8	195	0	10,8
86	86000	86000	85056,93	86188,00	84933,16	87308,62	56	9	46,9	58	49	14,3	194	10	23,5	132	36	28,9
87	87000	87000	86456,18	87906,34	87521,27	88684,04	65	41	51,0	50	55	21,8	161	16	14,7	108	50	5,4
88	88000	88000	88339,49	89046,23	90009,83	88687,53	69	59	37,4	51	15	29,2	181	24	54,2	31	30	41,1
89	89000	89000	88405,81	89866,94	89636,93	90834,44	65	6	6,4	58	55	6,3	197	33	5,4	67	11	32,5
90	90000	90000	89053,78	90130,64	88812,98	91509,32	55	31	9,3	69	20	56,5	163	58	37,0	158	64	17,6

Варианты к обратной засечке

Номер варианта	β_1			β_2			β_3			Координаты т.1		Координаты т.2		Координаты т.3		Координаты т.4	
	град	мин	с	град	мин	с	град	мин	с	X_1	Y_1	X_2	Y_2	X_3	Y_3	X_4	Y_4
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	55	24	10,9	116	49	45,9	177	16	44,1	166399	1792,44	659,90	1944,49	57,90	1012,17	417,36	-46,42
2	45	50	18,7	118	11	9,4	127	17	45,3	679,76	3792,87	7,84	3302,05	446,17	2088,92	521,65	1879,07
3	40	6	0,3	102	49	20,6	141	37	3,1	162,05	5073,12	187,91	4405,02	1136,72	3942,31	1761,78	4200,20
4	43	27	48,8	84	51	50,7	179	40	50,7	412,61	7683,81	141,46	7064,82	241,98	6415,28	1574,58	6331,07
5	52	50	11,8	80	49	17,5	133	40	45,7	1282,14	9995,70	482,87	9699,07	132,25	9421,80	271,62	8640,04
6	59	36	6,1	94	24	42,1	133	54	10,1	2010,75	11347,86	1192,97	11970,54	610,86	11964,37	139,80	11511,82
7	57	32	20,5	113	8	23,0	179	43	5,6	1741,66	13775,59	766,47	14155,24	0,95	13518,44	74,39	12330,03
8	48	32	-42	119	47	13,8	141	21	46,4	76768	16063,90	-51,09	15715,89	85,81	14440,60	307,22	14054,49
9	40	53	19,3	108	14	32,5	127	28	13,4	72,89	17473,57	-116,82	16796,53	792,62	16084,16	1146,84	16044,92
10	41	36	33,4	89	7	10,5	177	23	18,1	133,17	19596,54	-6,11	18960,02	360,13	18290,15	1626,66	18579,71
11	50	2	39,3	80	0	0,7	149	44	4,1	917,90	22086,96	264,33	21635,27	-21,36	21255,63	507,21	20397,26
12	58	26	18,7	89	16	6,7	122	49	57,5	1849,70	23647,22	920,37	23984,77	422,08	23893,18	123,82	23438,57
13	59	4	28,1	108	24	12,0	172	52	36,3	1952,79	2549,30	1075,60	26094,05	263,44	25780,70	-69,50	24707,07
14	51	22	2,5	119	48	43,7	158	7	37,8	1134,04	28008,72	204,67	27837,61	22,00	26612,21	401,24	25964,27
15	42	24	11,2	113	0	20,7	120	21	32,6	326,39	29572,52	-68,61	28936,40	716,89	27987,22	828,09	27859,52
16	40	25	24,3	94	14	31,0	166	32	34,1	192,23	31202,15	182,00	30557,37	845,02	29979,54	1872,68	30467,88
17	47	14	54,1	80	46	19,4	165	52	20,9	814,00	33853,35	317,59	33304,00	136,25	32806,63	1107,56	32111,01
18	56	36	11,4	84	58	48,4	120	14	47,9	1799,94	35704,56	862,18	35759,97	431,61	35600,31	262,11	35067,18
19	59	53	13,4	102	59	51,2	158	5,3	27,8	2186,33	37064,82	1474,50	37851,51	728,71	37836,76	94,37	37122,88
20	54	4	51,0	118	15	32,1	172	21	12,2	1517,47	39857,46	524,33	39891,92	49,86	38831,15	470,82	37901,53

Продолжение прил.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
21	44	31	21,7	116	43	59,2	122	30	15,7	557,66	41715,44	-24,42	41163,72	553,60	40022,86	595,25	39860,65
22	40	0	1,4	99	49	22,7	150	31	51,8	149,78	42958,22	279,07	42315,11	1211,55	41963,88	1914,0	42451,59
23	44	40	18,0	83	4	32,1	177	3	13,1	514,18	45782,51	168,38	45179,72	152,60	44572,52	1424,50	44256,47
24	54	14	30,4	81	53	18,4	126	57	8,5	1427,62	47958,54	564,61	47769,32	186,67	47537,46	184,07	46846,25
25	59	54	43,3	97	21	10,7	142	7	43,5	2043,33	49191,59	1328,69	49951,77	697,47	50005,84	113,14	49536,73
26	56	28	9,1	115	15	4,2	179	35	55,8	1616,16	51884,50	617,24	52142,97	-75,09	51342,33	175,73	50199,07
27	47	4	43,0	119	7	39,1	133	14	10,8	625,28	54019,55	-119,41	53591,21	182,51	52335,93	317,23	52057,23
28	40	22	26,2	105	25	5,2	134	21	12,5	30,47	55344,41	-45,34	54665,46	895,11	54086,05	1405,52	54174,37
29	42	31	9,4	86	43	38,4	179	47	10,2	210,81	57711,08	2,58	57082,29	221,06	56411,66	1549,45	56519,05
30	51	32	33,1	80	14	21,7	140	51	20,5	1072,72	60087,18	338,78	59710,22	15,33	59387,64	319,65	58547,091
31	40	3	22,8	102	7	11,1	143	40	35,6	151,41	181048,54	204,41	180385,42	1152,61	179953,37	1800,82	180264,41
32	43	44	8,0	84	24	38,4	179	17	51,1	486,02	183657,12	197,65	183041,68	269,06	182400,57	1593,84	182262,32
33	53	10	27,4	81	2	3,7	131	56	21,4	1418,98	185886,91	603,58	185614,01	246,31	135347,98	347,99	184586,19
34	59	41	40,5	95	5	41,9	135	44	3,4	2163,10	187169,37	1366,91	187823,73	773,33	187832,62	276,78	187376,78
35	57	18	6,2	113	39	54,8	179	56	2,3	1880,36	189636,28	897,84	189987,50	146,59	189311,12	266,10	188127,52
36	48	11	44,5	119	40	18,3	139	21	6,7	906,25	191882,42	104,04	191514,62	280,49	190241,24	480,47	189882,94
37	40	44	54,7	107	35	31,8	128	55	42,3	221,23	193283,10	58,11	192604,90	976,99	191923,68	1368,42	191908,27
38	41	48	25,6	88	31	56,3	178	11	9,2	279,30	195494,94	123,94	194859,99	454,32	194187,26	1740,28	194438,14
39	50	23	53,6	80	0	57,1	147	36	45,5	1038,65	198004,51	365,76	197568,89	70,32	197203,17	543,51	196343,14
40	58	37	23,3	89	52	21,7	123	48	3,9	1902,71	199584,00	981,43	199957,89	474,35	199875,55	156,82	199424,75
41	58	55	12,2	109	2	25,9	174	11	33,7	1908,70	201555,22	1015,44	202127,80	202,59	201774,33	-80,31	200670,98
42	51	0	57,1	119	53	47,5	156	3	49,0	1017,76	204089,79	99,89	203894,85	-43,35	202656,78	319,90	202044,19
43	42	10	39,7	112	27	35,2	120	45	38,7	1 81 ,46	205671,75	-188,74	205028,02	616,98	204106,67	750,31	203983,30
44	40	31	52,8	93	34	3,2	168	16	19,3	43,38	207390,57	16,72	206746,41	642,73	206149,88	1706,80	206624,64
45	47	35	25,5	80	35	21,5	164	1	53,6	674,48	210037,52	158,51	209497,62	-38,87	209015,18	881,13	208284,88
46	56	51	53,5	85	27	25,7	120	2	58,5	1662,23	211848,44	720,45	211937,65	282,51	211785,5K	-97,04	211267,95
47	59	49	40,1	103	41	44,3	160	53	45,5	2034,82	213247,48	1298,92	21401,3,17	539,43	213964,05	-70,13	213197,04

Продолжение прил

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
48	53	45	18,3	11,4	32	10,9	170	52	54	3	1376,81	215974,42	388,69	215981,90	-52,45	214894,70	373,65	213998,69
49	44	13	47,9	116	20	5,5	121	43	27,4	476,65	217749,25	-83,25	217184,78	524,91	216064,29	565,08	215909,14	
50	40	0	35,3	99	6	54,5	152	39	7,1	152,06	218938,55	262,91	218344,36	1165,60	217957,51	1910,54	218454,89	
51	44	58	28,4	82	42	32,3	176	4	6,7	599,25	221744,56	235,32	221146,61	195,03	220551,50	1442,14	220181,49	
52	54	33	34,9	82	12	0,3	125	39	4,9	1570,14	223837,19	694,19	223675,68	309,99	223453,67	280,51	222784,69	
53	59	57	9,6	98	3	22,9	144	11	48,1	21,94,27	225006,91	1508,13	225796,96	865,39	225867,15	252,80	225393,68	
54	56	11	42,7	115	41	58,6	179	10	43,3	1753,41	227738,10	751,70	227968,05	81,21	227130,87	365,84	225005,72	
55	46	44	30,8	118	54	31,3	131	31	5,1	765,35	229834,08	39,44	239458,33	378,75	228142,11	495,58	227884,28	
56	40	17	2,7	104	43	59,6	136	12	13,3	179,54	231156,94	130,79	230479,70	1075,16	229931,60	1619,58	230060,12	
57	42	45	32,5	86	12	21,7	179	57	52,2	355,00	233613,09	1 30,22	232986,59	315,95	232319,80	1650,44	232378,32	
58	51	53	28,7	80	21	39,4	138	51	25,3	1186,37	236006,86	434,36	235649,99	103,22	235339,99	360,04	234511,99	
59	59	17	5,0	92	34	18,9	129	18	35,0	1976,03	237444,53	1107,66	237971,53	556,33	237932,60	150,92	237485,82	
60	58	8	30,5	111	36	44,0	178	21	48,1	1813,78	239694,58	864,38	240151,60	69,26	239625,55	6,52	238444,94	
61	47	25	8,3	80	40	39,5	164	57	41,0	757,25	121932,49	251,08	121387,78	61,60	120897,86	1007,52	120184,44	
62	56	44	6,3	85	12	59,0	120	7	45,8	1694,49	123813,35	754,55	123885,59	320,33	123730,10	142,79	123204,52	
63	59	51	32,3	103	20	49,6	159	53	59,0	2028,32	125238,63	1304,34	126014,92	551,53	125983,11	70,95	125242,52	
64	53	55	6,9	118	24	1,9	171	37	52,1	1328,08	128035,21	337,33	128056,14	-120,61	126981,96	303,34	126069 04	
65	44	22	31 7	116	32	11,7	122	5	48,6	374,40	129875,10	-196,63	129316,93	396,59	128186,11	437,16	128027,60	
66	40	0	12,7	99	28	8,3	151	35	33,0	0,29	131123,89	120,32	130480,20	1038,09	130110,92	1761,95	130603,72	
67	44	49	20,3	82	53	22,6	176	34	39,9	414,84	-133905,43	60,00	133305,00	31,82	-132703,76	1291,83	132360,62	
68	54	24	5,1	82	2	29,2	126	17	13,2	1381,48	135015,49	511 ,88	135840,01	130,81	135613,11	114,49	134933,03	
69	59	56	2,1	97	42	15,5	143	9	30,4	2038,79	137179,47	1338,21	137954,73	701,21	138016,76	102,81	137545,49	
70	56	19	59,5	115	28	40,1	179	24	25,9	1650,77	139845,5^	650,32	140089,76	-31,30	139270,74	236,85	138136,68	
71	46	54	35,2	119	1	15,9	132	21	58,1	710,98	141911,21	-24,39	141474,08	296,31	140223,15	421,92	139955,10	
72	40	19	39,0	105	4	35,3	135	16	9,7	168,72	143186,85	106,43	142508,66	1049,00	141944,91	1576,66	142052,85	
73	42	38	17,1	86	27	52,4	179	53	38 7	387,72	145557,24	171,23	144929,56	373,22	144260,68	1705,10	144343,88	
74	51	43	1,8	80	17	49,5	139	50	60,0	1264,00	147912,73	520,97	147545,69	193,63	147229,45	473,90	146394,83	

Окончание прил.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
75	59	13	3,0	92	14	39,7	128	33	13,3	2105,83	149324,41	1229,64	149833,62	683,75	149789,17	289,55	149342,83
76	58	14	35,9	111	19	19,7	177	59	58,6	1990,28	151514,78	1046,46	151985,70	247,49	151470,98	158,98	150304,27
77	49	41	24,9	119	59	25,5	148	8	32,6	1055,20	153910,34	186,57	153630,31	193,38	152361,17	484,63	151875,74
78	41	25	19,1	110	16	46,4	123	32	47,3	280,47	155405,20	5,61	154739,16	875,14	153927,28	1114,96	153833,71
79	41	2	25,0	91	7	3,9	173	52	29,0	220,49	157368,14	133,24	156727,38	619,10	156079,44	1804,64	156474,31
81	57	46	0,7	87	24	8,1	120	38	47,4	1807,80	161708,02	863,43	161928,34	395,46	161808,32	151,19	
82	59	29	48,4	106	15	52,5	167	50	52,7	1980,97	163401,87	1163,24	164082,05	365,55	163895,75	-115,43	162945,97
83	52	29	43,4	119	22	2,2	164	29	55,5	1173,67	166074,63	212,10	165984,02	-95,18	164812,22	321,96	164047,94
84	43	11	59,2	114	39	49,7	120	5	5,3	269,96	167779,59	-203,60	167172,81	507,18	166138,45	567,09	166000,21
85	40	9	22,4	96	28	42,6	160	23	58,1	12,70	169258,57	57,15	168612,81	836,85	168110,65	1737,77	168621,19
86	46	9	16,9	81	-31	51,0	171	15	35,2	538,62	171980,43	104,82	171404,97	-17,52	170860,14	1102,35	170300,61
87	55	41	51,0	83	33	49,1	121	54	22,1	1527,11	173943,45	611,51	173893,49	203,36	173706,04	90,63	173115,93
88	59	59	37,4	100	42	28,7	152	7	21,2	2050,27	175087,91	1422,64	175936,79	730,17	176026,09	44,81	175488,06
89	55	6	6,4	117	12	5,0	176	81	38,1	1518,15	177921,70	515,38	178045,71	-58,84	177080,96	321,02	176050,20
90	45	31	9,3	117	52	47,8	125	57	55,5	587,43	179838,51	-64,02	179332,41	408,77	178134,07	472,63	177938,24

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Лабораторная работа №1 УРАВНИВАНИЕ СИСТЕМ СЪЕМОЧНЫХ ХОДОВ С ОДНОЙ УЗЛОВОЙ ТОЧКОЙ СПОСОБОМ СРЕДНЕГО ВЕСОВОГО. СИСТЕМА НИВЕЛИРНЫХ ХОДОВ С ОДНОЙ УЗЛОВОЙ ТОЧКОЙ (4 часа)	5
Лабораторная работа №2 УРАВНИВАНИЕ СИСТЕМ СЪЕМОЧНЫХ ХОДОВ С ОДНОЙ УЗЛОВОЙ ТОЧКОЙ СПОСОБ СРЕДНЕГО ВЕСОВОГО. СИСТЕМА ТЕОДОЛИТНЫХ ХОДОВ С ОДНОЙ УЗЛОВОЙ ТОЧКОЙ (4 часа)	8
Лабораторная работа №3 УРАВНИВАНИЕ СИСТЕМ ХОДОВ СПОСОБОМ ПОЛИГОНОВ ПРОФЕССОРА В.В. ПОПОВА (8 часов)	13
Лабораторная работа №4 СНЕСЕНИЕ КООРДИНАТ С ВЕРШИНЫ ЗНАКА НА ЗЕМЛЮ (4 часа)	21
Лабораторная работа № 5 ПРЯМАЯ ЗАСЕЧКА (6 часов)	27
Лабораторная работа № 6 ОБРАТНАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ ЗАСЕЧКА (ЗАДАЧА ПОТЕНОТА) (6 часов)	37
Лабораторная работа №7 ЛИНЕЙНАЯ ЗАСЕЧКА (4 часа)	44
Лабораторная работа №8 ЗАДАЧА ГАНЗЕНА	48
Лабораторная работа №9 ЛУЧЕВОЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ (2 часа)	50
Лабораторная работа №10 КОРРЕЛАТНЫЙ СПОСОБ УПРОЩЕННОГО УРАВНИВАНИЯ ТИПОВЫХ ФИГУР ТРИАНГУЛЯЦИИ (2 часа)	52
Лабораторная работа №11 ТЕОДОЛИТЫ ПРИМЕНЯЕМЫЕ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ СГУЩЕНИЯ. ИССЛЕДОВАНИЯ И ПОВЕРКИ ТЕОДОЛИТОВ (8 часов)	55
Лабораторная работа №12 ЭЛЕКТРОННЫЙ ТАХЕОМЕТР. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ (6 часов)	62
ПРИЛОЖЕНИЕ	69

Учебное издание

Тюкленкова Елена Петровна

ГЕОДЕЗИЯ

Учебно-методическое пособие к лабораторным работам
по направлению подготовки 21.03.02 «Землеустройство и кадастры»
III семестр

В авторской редакции
Верстка Т.Ю. Симутина

Подписано в печать 5.06.16. Формат 60×84/16.
Бумага офисная «Снегурочка». Печать офсетная.
Усл.печ.л. 4,76. Уч.-изд.л. 5,12. Тираж 80 экз.
Заказ № 410.

Издательство ПГУАС.
440028, г. Пенза, ул. Германа Титова, 28.