МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства» (ПГУАС)

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

Методические указания по выполнению курсового проекта для направления подготовки 09.03.02 «Информационные системы и технологии»

УДК 519.2.681.3 (076) ББК 22.18я7 В92

Рекомендовано Редсоветом университета

Рецензент – доктор технических наук, профессор А.М. Данилов (ПГУАС)

Вычислительная математика: методические указания по выполнению курсового проекта для направления подготовки 09.03.02 «Информационные системы и технологии» / В.В. Кузина, А.Н. Кошев. – Пенза: ПГУАС, 2016. – 32 с.

Приведены методические рекомендации и требования к выполнению курсового проекта, типовые и творческие задания для курсового проекта по дисциплине "Вычислительная математика".

Методические указания подготовлены на кафедре «Информационновычислительные системы» и предназначены для студентов, обучающихся по программе подготовки академического бакалавриата по направлению 09.03.02 «Информационные системы и технологии» очной формы обучения при изучении дисциплины «Вычислительная математика».

[©] Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, 2016

[©] В.В. Кузина, А.Н. Кошев, 2016

ВВЕДЕНИЕ

Курсовой проект предусмотрен учебным планом и выполняется в соответствии с рабочей программой дисциплины «Вычислительная математика».

Курсовой проект является одной из форм самостоятельной научноисследовательской работы студента на заключительном этапе изучения дисциплины. Цель проекта — систематизация, закрепление углубление и обобщение теоретических знаний, полученных студентом за время изучения дисциплины, а также приобретение навыков самостоятельной работы, овладение методами научных исследований, формирование навыков решения творческих задач в ходе научного исследования по определенной теме.

Проект, как правило, создается на основе изученной литературы, обобщения выполненных лабораторных работ и представляет собой индивидуальное задание по изучаемой дисциплине. Курсовой проект подготавливает студента к выполнению более сложной задачи — выпускной квалификационной работы.

Процесс выполнения курсового проекта по дисциплине направлен на формирование следующих компетенций:

- владение широкой общей подготовкой (базовыми знаниями) для решения практических задач в области информационных систем и технологий;
- способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования.

Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции):

знать:

- математический аппарат современных численных методов;
- основные положения и методы численного дифференцирования и интегрирования, интерполирования и аппроксимации функций, численного решения алгебраических и дифференциальных уравнений и их систем; о приложениях теории в информатике, программировании и вычислительной технике;
- современные методы обработки результатов измерений (аппроксимация, визуализация и оценка погрешности);

 современные математические пакеты программ для решения задач вычислительной математики;

уметь:

- осуществлять цепочку приближенных арифметических вычислений с заданной точностью, реализовывать численные методы решения задач на ПЭВМ:
 - решать типовые задачи;
- использовать встроенные функции математических пакетов для решения задач вычислительной математики;
- программировать вычислительные алгоритмы и решать типовые задачи на компьютере;

владеть:

- базовыми знаниями и навыками методов вычислительной математики;
- навыками решения проблемных задач, требующих применения логико-математического аппарата;
- навыками работы в интегрированных математических средах, навыками работы с прикладными математическими пакетами программ;
- навыками решения проблемных задач, используя вычислительный эксперимент;

иметь представление:

- о математическом аппарате современных численных методов;
- об основных положениях и методах современной вычислительной математики, о приложениях теории в информатике, программировании и вычислительной технике;
- о применении методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности;
 - математическом моделировании и вычислительном эксперименте.

1. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

Курсовой проект по дисциплине выполняется под руководством ведущего преподавателя (профессора, доцента) в сроки, установленные кафедрой, в соответствии с утвержденным графиком учебного процесса.

Тематика курсовых проектов также определяется ведущим преподавателем. При этом выбор осуществляется в соответствии с рабочей программой по дисциплине как на основе направлений научно-исследовательской и учебно-методической работы вуза, так и других организаций, деятельность которых связана с разработкой математического, информационного и программного обеспечения ЭВМ. Студенту предоставляется право выбора одной из предложенных тем или предложения своей темы с обоснованием целесообразности ее разработки.

Руководитель работы выдает задание студенту, оказывает помощь в разработке календарного плана выполнения работы, проводит регулярные консультации, осуществляет поэтапный контроль. Ответственность за выбор того или иного решения, правильность расчетов, оформление работы несет студент. Руководитель предостерегает его от ошибочных решений и характеризует достоинства и недостатки различных вариантов решений, при этом право окончательного выбора предоставляется студенту. Если в процессе работы руководитель убеждается в невозможности ее качественного и своевременного выполнения студентом, он может поставить вопрос об изменении темы или корректировке задания.

Ведущим преподавателем предлагается студенту выполнить типовое задание в соответствии с номером своего варианта (номером по списку в журнале посещаемости) или выбрать любой из предложенных тем творческих заданий (по согласованию с преподавателем).

Курсовые проекты выполняются на кафедре, с использованием фондов университетской и городских библиотек, компьютерной техники информационно-вычислительного центра и кафедры.

Последовательность выполнения курсового проекта включает следующие этапы:

- уточнение задания с преподавателем;
- анализ теоретических источников;
- выбор методов, моделей, структур и их обоснование;
- определение наборов исходных данных и алгоритмов их обработки;
- решение поставленной задачи на компьютере и получение результатов;
 - анализ полученных результатов;

- оформление пояснительной записки.

Периодический контроль за выполнением проекта студентом осуществляется руководителем в процессе проведения консультаций.

Время защиты курсового проекта назначается в рабочем порядке. Курсовой проект должен быть подготовлен к защите в срок, устанавливаемый преподавателем. К защите курсового проекта представляются:

- пояснительная записка;
- компьютерная реализация в виде программы, исходных данных и результатов расчетов.

Пояснительная записка включает следующие компоненты:

- титульный лист;
- задание на курсовой проект;
- оглавление, включающее наименование всех разделов и пунктов с указанием номеров страниц;
- введение, в котором обосновывается актуальность темы, указываются цель и задачи исследований;
- теоретическую часть, в которой раскрываются выбранный метод решения или модель и полученные закономерности или содержатся описания примененных в проекте алгоритмов, структур данных; контрольный пример;
- основную часть, содержащую исходный текст разработанной программы, инструкцию по работе с программой, содержащую иллюстрации в виде копий экранных форм;
- исследовательскую часть, содержащую исходные данные, полученные результаты (исследования) и их анализ;
- заключение с краткими выводами по результатам работы и предложениями по их использованию;
 - список используемой литературы.

Защита курсового проекта проводится либо в виде индивидуального собеседования с преподавателем, либо в виде научной конференции. Защита состоит из краткого изложения основных положений по изученной проблеме, обоснования выводов, пояснений по существу сделанных руководителем замечаний. По окончании доклада студент отвечает на заданные вопросы. Ответы должны быть краткими, но исчерпывающими.

Студенты, не сдавшие курсовые проекты, не защитившие их или получившие неудовлетворительную оценку, считаются имеющими академическую задолженность и не допускаются к сдаче зачета по данной дисциплине.

Оценка за курсовой проект выставляется в зачетную книжку, а также в экзаменационную ведомость.

2. ОФОРМЛЕНИЕ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

Текст проекта оформляется в виде пояснительной записки в соответствии с требованиями ГОСТ 2.105.95 "Общие требования к текстовым документам" в объеме 8-40 страниц формата A4. Изложение должно быть последовательным, логичным, конкретным.

Пояснительная записка к курсовому проекту оформляется с использованием текстового редактора Word и распечатывается на принтере. Текст пояснительной записки делится на разделы, подразделы и пункты. Размещение текста — с одной стороны листа. Размер шрифта — 14, поля слева — 30 мм, сверху и справа — по 15 мм, снизу — 20 мм. Нумерация страниц — внизу посередине. Первая страница — титульный лист, вторая — задание, далее — оглавление и текст (номера первых двух страниц не указываются). Оглавление создается автоматически средствами текстового редактора.

Для вставки формул используется редактор формул Microsoft Equation. Формулы нумеруются в пределах каждого раздела (или используется сплошная нумерация), номер указывается справа от формулы – у правой границы текста, в круглых скобках по образцу (3.6), что обозначает: шестая формула в третьем разделе.

Для создания иллюстраций используются графические редакторы или средства графики математических и статистических пакетов. Таблицы могут быть созданы непосредственно в текстовом редакторе или вставлены из прикладной программы. Таблицы и рисунки должны быть пронумерованы и подписаны.

Ссылки на литературные источники приводятся в квадратных скобках; при ссылке на информацию, полученную в Internet, указывается соответствующий электронный адрес. Список литературы, использованной при выполнении проекта, дается в конце текста по образцам:

- 1. Кошев А.Н. Вычислительные методы [Текст]: учебное пособие. / А.Н. Кошев, В.В. Кузина. Пенза: ПГУАС, 2012. 204 с.
- 2. Контрольно-измерительные материалы по курсу «Вычислительная математика» [Текст]: учебно-методическое пособие / В.В. Кузина, А.Н. Кошев. Пенза: ПГУАС, 2013. 98 с.
- 3. Методы математической физики [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ю.В. Гриняев [и др.].— Электрон. текстовые данные.— Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Эль Контент, 2012.— 148 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/13862.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.
 - 4. www.mathnet.ru общероссийский математический портал;
- 5.http://www.edu.ru/modules.php?op=modload&name=Web_Links&file=in dex&l_op=viewlink&cid=2851 федеральный портал российского профессионального образования: численные методы.

3. ПОДГОТОВКА КУРСОВОГО ПРОЕКТА К ЗАЩИТЕ

Подведение итогов курсового проектирования включает следующие этапы:

- сдача курсового проекта на проверку руководителю;
- доработка курсового проекта с учётом замечаний руководителя;
- сдача готового курсового проекта на защиту;
- защита курсового проекта.

Оформленный курсовой проект представляется студентом преподавателю для просмотра за несколько дней до защиты. При необходимости возвращается на доработку или исправление ошибок, после чего сдается повторно.

График защиты курсовых проектов составляется преподавателем и доводится до сведения студентов. Для демонстрации программных продуктов защита назначается в компьютерных классах, где есть необходимое программное обеспечение.

Во время защиты курсового проекта студент должен кратко сформулировать цель проекта, изложить его содержание, акцентируя внимание на наиболее важных и интересных с его точки зрения решениях, и в первую очередь, тех решениях, которые приняты студентом самостоятельно. При выступлении может быть использована демонстрация созданного программного обеспечения или презентация, демонстрирующая исходные данные, полученные результаты и интерфейс разработанной программы.

Результаты проекта оцениваются с учетом качества его выполнения и ответов на вопросы по четырехбалльной системе (отлично, хорошо, удовлетворительно, неудовлетворительно).

При неудовлетворительной оценке проекта преподаватель устанавливает, может ли студент представить к повторной защите тот же проект с необходимой доработкой или должен разработать новую тему. Студент, не сдавший в установленный срок курсовой проект, не допускается к зачету по дисциплине.

Защищенные курсовые проекты хранятся в университете в течение трех лет.

4. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

- 1. Оценка проекта по содержанию:
- соответствие содержания проекта заявленной теме;
- последовательная и наглядная подача теоретического материала;
- использование новейшей литературы;
- логическая связь между разделами;
- умение делать выводы.
- 2. Наличие ошибок принципиального характера в изложении материала, при реализации алгоритма метода и при решении задачи.
 - 3. Оценка работы по формальным критериям:
 - соблюдение сроков сдачи проекта;
- внешний вид пояснительной записки и правильность оформления титульного листа;
- наличие стилевого оформления пояснительной записки и автоматического формирования оглавления;
- наличие в тексте сносок и гиперссылок и ссылок на используемые литературные источники;
 - правильность оформления списка литературы;
- правильность и наглядность оформления иллюстраций и блок-схемы алгоритма (при наличии).
 - 4. Оценка программного продукта и его презентации:
 - правильность и точность результатов;
 - удобство интерфейса;
 - четкий доклад при демонстрации работы программы;
 - -наличие презентации к докладу.

Курсовой проект оценивается по четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется за курсовой проект, который носит исследовательский характер, содержит грамотно изложенный материал, с соответствующими выводами и обоснованными предложениями. Демонстрирует грамотно выполненный программный продукт с удобным и наглядным интерфейсом. При защите студент показывает глубокие знания темы, свободно оперирует данными исследования, легко отвечает на поставленные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется за грамотно выполненный во всех отношениях курсовой проект, при наличии небольших недочётов в его содержании, оформлении или защите. Например, выдвигаемые студентом предложения носят не вполне обоснованный характер, или программа правильно работает, но недостаточно удобна в использовании, или студент не очень уверенно (хотя и верно) отвечает на поставленные вопросы.

Оценка «удовлетворительно» выставляется за курсовой проект, который удовлетворяет всем предъявляемым требованиям, но является поверхностным, в нём просматриваются непоследовательность изложения материала, представлены необоснованные выводы и предложения или программа имеет недочеты. При защите студент проявляет неуверенность, показывает слабое знание вопросов темы, не даёт полного аргументированного ответа на заданные вопросы.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется за курсовой проект, который содержит существенные ошибки. При защите проекта студент затрудняется отвечать на поставленные вопросы по его теме, не знает теории вопроса, при ответе допускает существенные ошибки.

Студент, не представивший в установленный срок готовый курсовой проект по дисциплине или не защитивший его, считается имеющим академическую задолженность и не допускается к сдаче зачёта по данной дисциплине.

5. ЗАДАНИЯ ДЛЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

5.1. Примерный перечень тем творческих заданий на курсовое проектирование

- 1. Метод последовательного исключения Гаусса, исследование метода. Создание стандартной процедуры решения.
- 2. Обращение матриц. Анализ методов. Разработка стандартной процедуры обращения матриц методом исключения.
- 3. Разработка вычислительной процедуры решения СЛАУ посредством двухслойной итерационной схемы с Чебышевскими параметрами.
- 4. Исследование методов решения нелинейных алгебраических уравнений, создание вычислительной процедуры. Метод Ньютона Рафсона для решения нелинейных алгебраических уравнений, создание вычислительной процедуры.
- 5. Методы Ньютоновского типа для решения плохо обусловленных систем нелинейных алгебраических уравнений. Создание стандартной процедуры.
- 6. Разработка процедуры решения разностных краевых задач методом прогонки.
- 7. Разработка процедуры интерполяции для функций одной и двух переменных при помощи интерполяционной формулы Ньютона.
- 8. Создание стандартной процедуры сплайн-интерполирования функций одной переменной.

- 9. Приближение функций по МНК полиномом произвольного порядка.
- 10. Процедура приближения функций по МНК произвольной функцией.
- 11. Процедура численного интегрирования функций по формулам Котеса.
- 12. Разработка процедуры численного интегрирования функций по формулам Гаусса и Чебышева.
- 13. Создание вычислительной процедуры решения задач Коши методами Рунге Кутта различного порядка. Пример исследования точности решения задачи.
- 14. Решение задач Коши методом Адамса, создание стандартной процедуры.
- 15. Разработка стандартной программы решения задач Коши для системы дифференциальных уравнений.
- 16. Разработка стандартной программы решения задачи Коши по методу «предиктор-корректор».
- 17. Разработка стандартной процедуры решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.
- 18. Разработка стандартной процедуры решения уравнения теплопроводности.
- 19. Разработка стандартной процедуры для решения уравнения колебания струны.
- 20. Разработка стандартной процедуры решения уравнения Фредгольма 1-го рода методом регуляризации.

5.2. Типовые задания на курсовое проектирование

- 1. Методом подбора определить область решения системы нелинейных алгебраических уравнений (СНАУ) и начальное приближение к решению.
- 2. Вычислить матрицу Якоби системы в точке начального приближения и создать процедуру вычисления этой матрицы в любой точке последовательных приближений.
- 3. Определить число обусловленности матрицы Якоби в точке начального приближения и создать процедуру вычисления числа обусловленности (cond) в любой точке последовательных приближений к решению.
- 4. Создать процедуру анализа числа обусловленности (*cond*) и выбора параметра в методе Левенберга Марквардта в зависимости от числа обусловленности.
 - 5. Найти решение СНАУ с заданной точностью.
 - 6. Исследовать решение на устойчивость.

- 7. Исследовать алгоритм на эффективность, имея в виду различные способы задания параметра метода Левенберга Марквардта.
- 8. Написать пояснительную записку с анализом литературных источников.

Варианты типовых заданий

1.
$$\begin{cases} x_1 + x_1^2 - 2x_2x_3 - 0, 1 = 0; \\ x_2 - x_2^2 + 3x_1x_3 + 0, 2 = 0; \\ x_3 - x_3^2 + 2x_1x_2 - 0, 3 = 0. \end{cases}$$
2.
$$\begin{cases} x_1^3 + x_2^3 - 6x_3 + 3 = 0; \\ x_1 - x_2^3 + 6x_3^3 + 2 = 0; \\ x_1^3 - 6x_2 + x_3^3 + 1 = 0. \end{cases}$$
3.
$$\begin{cases} 0,3 \cos(0,2x_1) - x_2 + x_3^2 = 1; \\ x_1 - x_2x_3 = 2. \end{cases}$$
4.
$$\begin{cases} x_1 + 3 \ln x_2 - x_3^2 = 0; \\ 2x_1^2 - x_1x_2 - 5x_3 + 1 = 0; \\ x_1 - 3x_2^2 + x_2x_3 + 2 = 0. \end{cases}$$
5.
$$\begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + 20 \ln x_3 + 16 = 0; \\ 2x_1 + x_2 - 10 \ln x_3 - 4 = 0; \\ x_1^2 + 3x_2x_3 + 3 = 0. \end{cases}$$
6.
$$\begin{cases} \ln \frac{x_2}{x_3} - x_1 + 1 = 0; \\ 2x_1^2 + x_2 - x_3 - 0, 4 = 0; \\ \frac{x_1x_2}{x_3} - x_3 + 2 = 0. \end{cases}$$
7.
$$\begin{cases} 0,4 \sin(0,1x_2) - x_1 + x_3 = 0; \\ 0,1 \cos(0,2x_1) - x_2 + 1 = 0; \\ 0,2 \sin x_3 + x_1x_2 + 2 = 0. \end{cases}$$

8.
$$\begin{cases} 0.5 \sin \frac{x_2}{3} - x_1 + x_3 = 0; \\ 0.3 \cos x_1 - x_2 x_3 + 1 = 0; \\ x_1^2 - x_2 + x_3 + 2 = 0. \end{cases}$$
9.
$$\begin{cases} x_1^2 - x_2^2 - x_3 = 0; \\ 1 + x_1 (x_2 - 1) - 6x_3 x_1 = 0; \\ x_1 + x_2 - x_3^3 = 0. \end{cases}$$
10.
$$\begin{cases} 0.25 \sin(0.3x_2) - x_1 + x_3^2 + 1 = 0; \\ 0.5 \cos(0.3x_1) - x_2 - x_3^2 = 0; \\ 0.7 \cos x_3 + x_1 + x_2 + 2 = 0. \end{cases}$$
11.
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 6 \ln x_3 - 3 = 0; \\ 15x_1 - 10x_2 - 60 \ln x_3 - 6 = 0; \\ \ln x_1 + \ln x_2 + \ln x_3 + 1 = 0. \end{cases}$$
12.
$$\begin{cases} 2x_1^2 + x_2^2 - x_3 - 1 = 0; \\ x_1^3 + 6x_1^2 x_2 - x_1 x_3 + 1 = 0; \\ x_1 x_2 + x_3^2 - 2 = 0. \end{cases}$$
13.
$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 6 \ln x_3 - 1 = 0; \\ x_1 - x_2 - 6 \ln x_2 - x_3 = 0; \\ \ln x_1 - x_2 + 6x_3 + 2 = 0. \end{cases}$$
14.
$$\begin{cases} 2x_1^3 - x_2^2 - x_3 - 1 = 0; \\ x_1 x_2^3 - x_3 - 4 = 0; \\ x_1 + x_2 x_3^2 - 2 = 0. \end{cases}$$

15.
$$\begin{cases} 2x_1 - \sin\frac{x_1 - x_2}{2} + x_3 = 0; \\ 2x_2 - \cos\frac{x_1 + x_3}{2} = 0; \\ x_1 + x_2 - x_3^2 = 0. \end{cases}$$

16.
$$\begin{cases} 6x_1 - 5x_2 - 30\ln x_3 - 12 = 0; \\ 3x_1 - 3x_2 + 30\ln x_3 + 10 = 0; \\ x_1^2 - \ln x_2 + \ln x_3 - 4 = 0. \end{cases}$$
$$\left\{ \cos\left(0.4x_2 + x_1^2\right) + x_3 = 0; \right\}$$

17.
$$\begin{cases} 1,5x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0; \\ x_1x_2 - x_3 + 1 = 0. \end{cases}$$

18.
$$\begin{cases} \sin(0.3x_2^2) - x_2 + x_3 = 0; \\ \cos x_1 - x_2 x_3 + 1 = 0; \\ \cos x_3 + x_1^2 + x_2 + 2 = 0. \end{cases}$$

19.

$$\begin{cases}
\ln\left(1 + \frac{x_1 + x_2}{5}\right) - \sin\frac{x_2}{3} - x_3 + 1, 1 = 0; \\
\cos\frac{x_1 x_2}{6} - x_2 + x_3 = 0; \\
x_1 + x_2 + x_3 - 1 = 0.
\end{cases}$$

20.
$$\begin{cases} \ln x_2 x_3 - x_2 + x_3 = 0; \\ x_1^2 - x_2 x_3 - 2 = 0; \\ x_1 x_2 x_3 + x_2 - x_3 + 2 = 0. \end{cases}$$

21.
$$\begin{cases} x_1^2 + \ln x_2 - x_3 + 1 = 0; \\ x_1^2 + x_2 + \ln x_3 + 2 = 0; \\ x_1 + \ln x_2 x_3 + 3 = 0. \end{cases}$$

22.
$$\begin{cases} \ln x_1 + \ln x_2 + \ln x_3 - 2 = 0; \\ 1,5 \ln x_1 + x_2 - \ln x_3 - 2,5 = 0; \\ 2x_1 - \ln x_2 - 4,4 = 0. \end{cases}$$

23.
$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0; \\ \ln x_1 + 2x_2 + x_3 = 0; \\ x_1 + x_2 + 3\ln x_3 + 1 = 0. \end{cases}$$
$$\begin{cases} x_1^2 - x_2^2 - x_3 = 0; \\ x_1 - x_2 + x_3^2 + 1 = 0; \end{cases}$$

24.
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3^2 + 1 = 0; \\ x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_1 x_3 + 2 = 0. \end{cases}$$
$$\left[5(\ln x_1 + \ln x_2) + x_3 = 0; \right]$$

25.
$$\begin{cases} 5(\ln x_1 + \ln x_2) + x_3 = 0; \\ x_1 x_2 - x_3 = 0; \\ x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 = 0. \end{cases}$$

26.
$$\begin{cases} \ln(x_1 + x_2 + x_3) + 1 = 0; \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2 = 0; \\ x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 3 = 0. \end{cases}$$
27.
$$\begin{cases} x_1^2 x_2 + x_1 x_3 + 1 = 0; \\ x_1 x_3^2 + x_2^2 x_3 + x_1 + 2 = 0; \end{cases}$$

27.
$$\begin{cases} x_1 x_2 + x_1 x_3 + 1 = 0, \\ x_1 x_3^2 + x_2^2 x_3 + x_1 + 2 = 0; \\ x_1 - x_2^2 + x_3^2 + 3 = 0. \end{cases}$$

6. ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

6.1. Пример выполнения творческого задания на КП

Разработать процедуры численного интегрирования функций различными методами.

Выполнение КП

В пояснительной записке к КП приведены теоретические сведения по теме исследования, приведено обоснование и описание языка разработки программы – Visual Basic, представлены экранные формы и инструкция по работе с программой, показаны листинги – программный код каждой формы.

Для наглядности представим порядок выполнения расчетов в соответствии с приведенной инструкцией по работе с программой.

Инструкция по работе с программой

Для осуществления запуска программы необходимо произвести двойной щелчок по пусковому файлу BM.exe (рис. 1).



Рис. 1. Логотип запускаемого файла

Далее появляется диалоговое окно выбора типа функции (рис. 2).

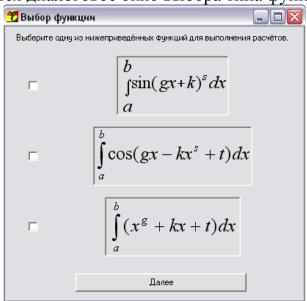


Рис. 2. Диалоговое окно выбора типа функции

Выбрав необходимую функцию, поставив флажок напротив функции, требуется нажать кнопку «Далее» для перехода на следующую форму.

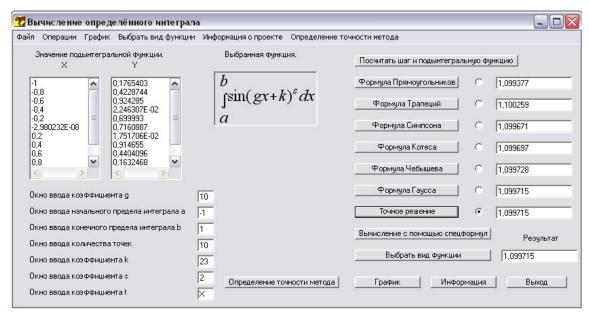


Рис. 3. Форма для вычисления определенного интеграла

На данной форме отображается тип выбранной функции, для которой предоставляется возможность дальнейших расчетов. Существует возможность пользоваться как меню, так и широким набором кнопок.

Описание кнопок.

- Кнопка «Посчитать шаг и подынтегральную функцию» осуществляет расчёт шага и подынтегральной функции. Результаты расчётов отображаются в окнах, расположенных в верхнем левом углу формы.
- Кнопка «Формула Прямоугольников» осуществляет расчёт определённого интеграла по методу прямоугольников. Результат отображается в окне справа от кнопки, а также в контрольном окне «Результат».
- Кнопка «Формула Трапеций» осуществляет расчёт определённого интеграла по методу трапеций. Результат отображается в окне справа от кнопки, а также в контрольном окне «Результат».
- Кнопка «Формула Симпсона» осуществляет расчёт определённого интеграла по методу Симпсона. Результат отображается в окне справа от кнопки, а также в контрольном окне «Результат».
- Кнопка «Формула Котеса» осуществляет расчёт определённого интеграла по методу Котеса. Результат отображается в окне справа от кнопки, а также в контрольном окне «Результат».
- Кнопка «Формула Чебышева» осуществляет расчёт определённого интеграла по методу Чебышева. Результат отображается в окне справа от кнопки, а также в контрольном окне «Результат».
- Кнопка «Точное значение» содержит значение интеграла, вычисленное по формуле Ньютона Лейбница.
- Кнопка «Формула Гаусса» осуществляет расчёт определённого интеграла по методу Гаусса. Результат отображается в окне справа от кнопки, а также в контрольном окне «Результат».

- Кнопка «Вычисление с помощью спецформул» осуществляет вызов диалогового окна для расчета погрешностей по определенным формулам.
- Кнопка «Выбрать вид функции» осуществляет вызов диалогового окна выбора типа функции.
- Кнопка «Определение точности метода» осуществляет определение наиболее точного метода расчёта определённого интеграла.
- Кнопка «График» осуществляет вызов диалогового окна построения графика.
- Кнопка «Информация» осуществляет вызов диалогового окна информации.
- Кнопка «Выход» осуществляет закрытие программы и выгрузку всех загруженных форм.

Диалоговое окно для расчёта погрешностей представлено на рис. 4 и содержит ряд кнопок, опишем их назначение.

Кнопка «Формула Прямоугольника» осуществляет определение погрешности по методу прямоугольника.

- Кнопка «Формула Симпсона» осуществляет определение погрешности по методу Симпсона.
- Кнопка «Формула Трапеции» осуществляет определение погрешности по методу трапеции.

Результаты расчета отображаются в окне «Величина».

- Кнопка «Вычислить погрешность» осуществляет определение погрешности на основе результатов, полученных по всем методам. Результаты отображаются в окне «Погрешность».
- Кнопка «Закрыть» осуществляет закрытие формы для расчёта погрешностей.

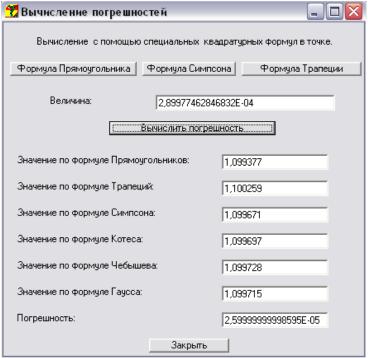


Рис. 4. Форма для вычисления погрешностей

Диалоговое окно построения графика показано на рис. 5.

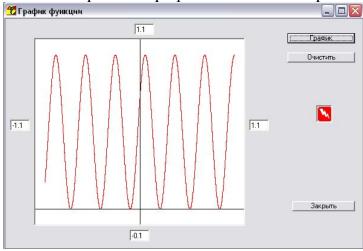


Рис. 5. Форма для построения графика

Кнопка «График» осуществляет построение графика функции.

Кнопка «Очистить» осуществляет очистку окна отображения графика, готовит окно к построению нового графика.

Кнопка «Закрыть» осуществляет закрытие формы построения графика.

Существует возможность изменения масштаба отображения графика. Для этого необходимо внести изменения в окна, расположенные около осей и снова нажать кнопку «График».

Диалоговое окно отображения информации содержит сведения о разработчике программы.

Исходный код программы

Приведем фрагмент исходного кода программы – код формы для расчета погрешностей.

Option Explicit 'Описание переменных

Dim d, h, X, b, a, k, s, g, t, f, p, p1, p2, p3, p4, p5, p6, p7, p8, p9, p10, p11, p12, p13, p14, p15, m As Integer

Private Sub Command1_MouseDown(Button As Integer, Shift As Integer, X As Single, Y As Single)

If Button = vbLeftButton Then

On Error Resume Next

If f = 1 Then 'Определение коэффициентов

 $d = -((h ^ 2) / 24) * (Sin(g * X + k) ^ s * s ^ 2 * Cos(g * X + k) ^ 2 * (g ^ 2 / (Sin(g * X + k) ^ 2)) - Sin(g * X + k) ^ s * s * g ^ 2 - Sin(g * X + k) ^ s * s * Cos(g * X + k) ^ 2 * (g ^ 2 / (Sin(g * X + k) ^ 2)) * (b - a))$

End If 'Расчёт погрешностей по формуле прямоугольника

If f = 2 Then

 $d = -((h ^ 2) / 24) * (-Cos(g * X - k * X ^ s + t) * (g - k * X ^ s * (s / X)) ^ 2 - Sin(g * X - k * X ^ s + t) * (-k * X ^ s * (s ^ 2 / X ^ 2) + k * X ^ s * (s / X ^ 2)) * (b - a))$

```
If f = 3 Then
              d = \text{-((h ^ 2) / 24)} * (X ^ g * (g ^ 2 / X ^ 2) - X ^ g * (g / X ^ 2)) * (b - a)
              End If
              Text1.Text = d
              End If
              If Text2.Text = Text3.Text And Text2.Text = Text4.Text And Text2.Text =
Text5.Text And Text2.Text = Text6.Text And Text2.Text = Text7.Text Then
              Text1.Text = 0
              End If
              End Sub
              Private Sub Command2 MouseDown(Button As Integer, Shift As Integer, X As
Single, Y As Single)
              If Button = vbLeftButton Then
              On Error Resume Next
              If f = 1 Then 'Определение коэффициентов
              d = ((b - a) / 180) * h ^ 4 * (Sin(g * X + k) ^ s * s ^ 2 * Cos(g * X + k) ^ 2 * (g ^ 2)
/(\sin(g * X + k)^2)) - \sin(g * X + k)^s * s * g^2 - \sin(g * X + k)^s * s * \cos(g * X + k)^s + s * \cos
X + k)^2 (g^2 (Sin(g * X + k)^2)))
              End If 'Расчёт погрешностей по формуле Симпсона
              If f = 2 Then
              d = ((b - a) / 180) * h ^ 4 * (-Cos(g * X - k * X ^ s + t) * (g - k * X ^ s * (s / X)) ^ 
2 - Sin(g * X - k * X ^ s + t) * (-k * X ^ s * (s ^ 2 / X ^ 2) + k * X ^ s * (s / X ^ 2)))
              End If
              If f = 3 Then
              d = ((b - a) / 180) * h ^ 4 * (X ^ g * (g ^ 2 / X ^ 2) - X ^ g * (g / X ^ 2))
              End If
              Text1.Text = d
              End If
              If Text2.Text = Text3.Text And Text2.Text = Text4.Text And Text2.Text =
Text5.Text And Text2.Text = Text6.Text And Text2.Text = Text7.Text Then
              Text1.Text = 0
              End If
              End Sub
              Private Sub Command3 MouseDown(Button As Integer, Shift As Integer, X As
Single, Y As Single)
              If Button = vbLeftButton Then
              On Error Resume Next
              If f = 1 Then 'Определение коэффициентов
              d = ((h^2) / 12) * (Sin(g * X + k) ^ s * s ^ 2 * Cos(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g^2 / (Sin(g * X + k) ^ 2 * (g
* X + k) ^ 2)) - Sin(g * X + k) ^ S * S * g ^ 2 - Sin(g * X + k) ^ S * S * Cos(g * X + k)
^2 * (g^2 / (Sin(g * X + k)^2)) * (b - a))
              End If 'Расчёт погрешностей по формуле трапеций
              If f = 2 Then
              d = ((h^2) / 12) * (-Cos(g * X - k * X^s + t) * (g - k * X^s * (s / X))^2 - Sin(g)
* X - k * X ^ s + t) * (-k * X ^ s * (s ^ 2 / X ^ 2) + k * X ^ s * (s / X ^ 2))) * (b - a)
```

End If

```
End If
   If f = 3 Then
   d = ((h^2) / 12) * (X^g * (g^2 / X^2) - X^g * (g/X^2)) * (b - a)
   End If
   Text1.Text = d
   End If
   If Text2.Text = Text3.Text And Text2.Text = Text4.Text And Text2.Text =
Text5.Text And Text2.Text = Text6.Text And Text2.Text = Text7.Text Then
   Text1.Text = 0
   End If
   End Sub
   'Расчет погрешностей
   Private Sub Command4 MouseDown(Button As Integer, Shift As Integer, X As
Single, Y As Single)
   If Button = vbLeftButton Then
   On Error Resume Next
   If Text2.Text = "" Or Text3.Text = "" Or Text4.Text = "" Or Text5.Text = "" Or
Text6.Text = "" Or Text7.Text = "" Then
   m = MsgBox("Функция посчитана не по всем формулам!", vbExclamation,
"Вычисление погрешности.")
   Else 'Перебор результатов
   p1 = Abs(Text2.Text) - Abs(Text3.Text)
   p2 = Abs(Text2.Text) - Abs(Text4.Text)
   p3 = Abs(Text2.Text) - Abs(Text5.Text)
   p4 = Abs(Text2.Text) - Abs(Text6.Text)
   p5 = Abs(Text2.Text) - Abs(Text7.Text)
   p6 = Abs(Text3.Text) - Abs(Text4.Text)
   p7 = Abs(Text3.Text) - Abs(Text5.Text)
   p8 = Abs(Text3.Text) - Abs(Text6.Text)
   p9 = Abs(Text3.Text) - Abs(Text7.Text)
   p10 = Abs(Text4.Text) - Abs(Text5.Text)
   p11 = Abs(Text4.Text) - Abs(Text6.Text)
   p12 = Abs(Text4.Text) - Abs(Text7.Text)
   p13 = Abs(Text5.Text) - Abs(Text6.Text)
   p14 = Abs(Text5.Text) - Abs(Text7.Text)
   p15 = Abs(Text6.Text) - Abs(Text7.Text)
   If p1 > p2 Then
   p = p1
   End If 'Сравнения
   If p2 > p3 Then
   p = p2
   End If
   If p3 > p4 Then
   p = p3
   End If
   If p4 > p5 Then
```

```
p = p4
    End If
    If p5 > p6 Then
    p = p5
    End If
    If p6 > p7 Then
    p = p6
    End If
    If p7 > p8 Then
    p = p7
    End If
    If p8 > p9 Then
    p = p8
    End If
    If p9 > p10 Then
    p = p9
    End If
    If p10 > p11 Then
    p = p10
    End If
    If p11 > p12 Then
    p = p11
    End If
    If p12 > p13 Then
    p = p12
    End If
    If p13 > p14 Then
    p = p13
    End If
    If p14 > p15 Then
    p = p14
    End If 'Вывод результатов
    Text8.Text = Abs(p)
    End If
    End If
    If Text2.Text = Text3.Text And Text2.Text = Text4.Text And Text2.Text =
Text5.Text And Text2.Text = Text6.Text And Text2.Text = Text7.Text Then
    Text8.Text = 0
    End If
    End Sub
```

В пояснительной записке приведен контрольный пример вычисления определенного интеграла в системе MathCAD.

Пояснительная записка содержит выводы, в которых приводится сравнительный анализ результатов, вычисленных разными методами.

6.2. Пример выполнения типового задания на КП

Выполнение типового задания в системе MathCAD покажем на примере решения СНУ:

$$\begin{cases} \ln(x1) + x2 + \ln(x3) - 1.8 = 0 \\ 4.5\ln(x1) + x2 - \ln(x3) - 3.5 = 0 \\ 6x1 - \ln(x2) + \ln(x3) - 5.8 = 0 \end{cases}$$

1. Определение области решения СНАУ и начального приближения к решению.

$$f1(x1, x2, x3) := ln(x1) + x2 + ln(x3) - 1.8$$

$$f2(x1, x2, x3) := 4.5 \cdot \ln(x1) + x2 - \ln(x3) - 3.5$$

$$f3(x1, x2, x3) := 6 \cdot x1 - \ln(x2) + \ln(x3) - 5.8$$

Выберем начальное приближение и определим значения функции в выбранной точке:

$$\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0.943 \\ 1.663 \\ 0.212 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} f1(x1, x2, x3) \\ f2(x1, x2, x3) \\ f3(x1, x2, x3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.747 \\ -0.55 \\ -2.202 \end{pmatrix}$$

Для другой выбранной точки имеем:

$$\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0.988 \\ 1.822 \\ 1.102 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} f1(x1, x2, x3) \\ f2(x1, x2, x3) \\ f3(x1, x2, x3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.107 \\ -1.829 \\ -0.375 \end{pmatrix}$$

Наиболее удачным оказался выбор третьей точки:

$$\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 1.256 \\ 2.052 \\ 0.356 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} f1(x1, x2, x3) \\ f2(x1, x2, x3) \\ f3(x1, x2, x3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.553 \\ 0.611 \\ -0.016 \end{pmatrix}$$

Методом подбора определили начальное приближение: $(x1, x2, x3) \in (0.356...2.052)$.

2. Вычисление матрицы Якоби системы в точке начального приближения.

$$W(x1,x2,x3) := \begin{pmatrix} \frac{d}{dx1} f1(x1,x2,x3) & \frac{d}{dx2} f1(x1,x2,x3) & \frac{d}{dx3} f1(x1,x2,x3) \\ \frac{d}{dx1} f2(x1,x2,x3) & \frac{d}{dx2} f2(x1,x2,x3) & \frac{d}{dx3} f2(x1,x2,x3) \\ \frac{d}{dx1} f3(x1,x2,x3) & \frac{d}{dx2} f3(x1,x2,x3) & \frac{d}{dx3} f3(x1,x2,x3) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{x1} & 1 & \frac{1}{x3} \\ \frac{4.5}{x1} & 1 & \frac{-1}{x3} \\ \frac{d}{dx1} f3(x1,x2,x3) & \frac{d}{dx2} f3(x1,x2,x3) & \frac{d}{dx3} f3(x1,x2,x3) \end{pmatrix}$$

Матрица Якоби в точке начального приближения

$$\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.256 \\ 2.052 \\ 0.356 \end{pmatrix}$$

$$W(x1, x2, x3) = \begin{pmatrix} 0.796 & 1 & 2.809 \\ 3.583 & 1 & -2.809 \\ 6 & -0.487 & 2.809 \end{pmatrix}$$

Для получения матрицы Якоби в других точках начального приближения достаточно подставить вместо W=W(?,?,?) новые значения.

3. Определение числа обусловленности матрицы Якоби в точке начального приближения.

$$W := W(x1, x2, x3)$$

Матрица Якоби в точке начального приближения:

$$W = \begin{pmatrix} 0.796 & 1 & 2.809 \\ 3.583 & 1 & -2.809 \\ 6 & -0.487 & 2.809 \end{pmatrix}$$

Вычисление числа обусловленности:

$$\begin{aligned} &\text{cond}(\textbf{W}) \coloneqq \frac{\text{max}\big(\left|\textbf{W}_{0,\,0}\right| + \left|\textbf{W}_{0,\,1}\right| + \left|\textbf{W}_{0,\,2}\right|, \left|\textbf{W}_{1,\,0}\right| + \left|\textbf{W}_{1,\,1}\right| + \left|\textbf{W}_{1,\,2}\right|, \left|\textbf{W}_{2,\,0}\right| + \left|\textbf{W}_{2,\,1}\right| + \left|\textbf{W}_{2,\,2}\right|\big)}{\text{min}\big(\left|\textbf{W}_{0,\,0}\right| + \left|\textbf{W}_{0,\,1}\right| + \left|\textbf{W}_{0,\,2}\right|, \left|\textbf{W}_{1,\,0}\right| + \left|\textbf{W}_{1,\,1}\right| + \left|\textbf{W}_{1,\,2}\right|, \left|\textbf{W}_{2,\,0}\right| + \left|\textbf{W}_{2,\,1}\right| + \left|\textbf{W}_{2,\,2}\right|\big)}\\ &\text{cond}(\textbf{W}) = 2.019 \end{aligned}$$

Для вычисления числа обусловленности в других точках достаточно подставить эти приближения вместо W=W(?,?,?).

4. Анализ числа обусловленности и выбор параметра в методе Левенберга — Марквардта.

$$W(x1, x2, x3) := \begin{pmatrix} \frac{1}{x1} & 1 & \frac{1}{x3} \\ \frac{4.5}{x1} & 1 & \frac{-1}{x3} \\ 6 & \frac{-1}{x2} & \frac{1}{x3} \end{pmatrix}$$

$$\lambda := 0.01$$

$$W := W + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\operatorname{cond}(W) = 2.016$$

$$\lambda := 0.05$$

$$W := W + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$cond(W) = 2.006$$

$$X := 0.1$$

$$W := W + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$cond(W) = 1.984$$

$$\lambda := 0.5$$

$$W := W + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$cond(W) = 1.891$$

$$\lambda := 0.7$$

$$W := W + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$cond(W) = 1.786$$

Исследование показало, что чем больше параметр λ $(0 \le \lambda \le 1)$, тем ближе число обусловленности cond(W) к единице.

5. Решение системы нелинейных уравнений с заданной точностью. Задаем точность решения системы нелинейных уравнений:

$$\epsilon := 0.0001$$

$$fl(x1, x2, x3) := ln(x1) + x2 + ln(x3) - 1.8$$

$$f2(x1, x2, x3) := 4.5 \cdot \ln(x1) + x2 - \ln(x3) - 3.5$$

$$f3(x1, x2, x3) := 6 \cdot x1 - \ln(x2) + \ln(x3) - 5.8$$

Алгоритм метода Левенберга – Марквардта.

$$\begin{split} \mathbf{M} &:= \begin{bmatrix} \mathbf{e} \leftarrow 0.0001 \\ \mathbf{x} \leftarrow \begin{pmatrix} 1.256 \\ 2.052 \\ 0.356 \end{pmatrix} \\ \text{for } i \in 1..100 \\ \end{bmatrix} \\ \mathbf{F} \leftarrow \begin{bmatrix} \ln(\mathbf{x}_0) + \mathbf{x}_1 + \ln(\mathbf{x}_2) - 1.8 \\ 4.5\ln(\mathbf{x}_0) + \mathbf{x}_1 - \ln(\mathbf{x}_2) - 3.5 \\ 6 \cdot \mathbf{x}_0 - \ln(\mathbf{x}_1) + \ln(\mathbf{x}_2) - 5.8 \end{bmatrix} \\ \begin{pmatrix} \frac{1}{\mathbf{x}_0} & 1 & \frac{1}{\mathbf{x}_2} \\ 4.5 & 1 & -\frac{1}{\mathbf{x}_2} \\ 6 & -\frac{1}{\mathbf{x}_1} & \frac{1}{\mathbf{x}_2} \\ \end{bmatrix} \\ \mathbf{X}1 \leftarrow \mathbf{x} - \begin{bmatrix} \mathbf{W} + 0.7 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \mathbf{F} \\ \mathbf{break} \quad \text{if } \left(\left| \mathbf{x}_0 - \mathbf{X} \mathbf{1}_0 \le \mathbf{e} \right| \right) \cdot \left(\left| \mathbf{x}_1 - \mathbf{X} \mathbf{1}_1 \le \mathbf{e} \right| \right) \\ \mathbf{x} \leftarrow \mathbf{X} \mathbf{1} \\ \mathbf{c}_0 \leftarrow \mathbf{X} \mathbf{1}_0 \\ \mathbf{c}_1 \leftarrow \mathbf{X} \mathbf{1}_1 \\ \mathbf{c}_2 \leftarrow \mathbf{X} \mathbf{1}_2 \\ \mathbf{c}_3 \leftarrow \mathbf{i} \\ \mathbf{c} \end{bmatrix} \\ \mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1.188 \\ 2.177 \\ 0.578 \end{bmatrix} \end{split}$$

Как видно из решения, при λ =0.7 заданная точность ϵ =0.0001 достигнута на седьмой итерации; при λ =0.5 — на пятой, при λ =0.1 — на четвертой, при λ =0.01 — на второй. Корни системы уравнений и число итераций при различных значениях λ :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1.188 \\ 2.177 \\ 0.578 \\ 5 \end{pmatrix} \bullet \qquad \mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1.188 \\ 2.177 \\ 0.578 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1.188 \\ 2.177 \\ 0.575 \\ 2 \end{pmatrix} \bullet$$

Если на каждом шаге итерации значение λ уменьшать в 1.3 раза, то получаем следующее решение: при λ =0.7 и λ =0.5 заданная точность ϵ =0.0001 достигнута на пятой итерации; при λ =0.1 и λ =0.01 – на второй.

Если на каждом шаге итерации значение λ уменьшать в 2 раза, то получаем следующее решение: при λ =0.7 и λ =0.5 заданная точность ϵ =0.0001 достигнута на четвертой итерации; при λ =0.1 и λ =0.01 – на второй.

6. Исследование на устойчивость метода решения СНУ

Выполним решение, внося 10%-ю ошибку.

Как видно из приведенного ниже решения, погрешности результата превосходят по модулю 10%, следовательно, будем считать алгоритм условно устойчивым.

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &:= \begin{bmatrix} \mathbf{e} \leftarrow 0.0001 \\ \mathbf{x} \leftarrow \begin{pmatrix} 1.256 \\ 2.052 \\ 0.356 \end{pmatrix} \\ \lambda \leftarrow 0.7 \\ \text{for } i \in 1..100 \\ \end{bmatrix} \\ \mathbf{F} \leftarrow \begin{pmatrix} \ln(\mathbf{x}_0) + \mathbf{x}_1 + \ln(\mathbf{x}_2) - 1.8 - 0.18 \\ 4.5\ln(\mathbf{x}_0) + \mathbf{x}_1 - \ln(\mathbf{x}_2) - 3.5 - 0.35 \\ 6 \cdot \mathbf{x}_0 - \ln(\mathbf{x}_1) + \ln(\mathbf{x}_2) - 5.8 - 0.58 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \frac{1}{\mathbf{x}_0} & 1 & \frac{1}{\mathbf{x}_2} \\ 6 & -\frac{1}{\mathbf{x}_1} & \frac{1}{\mathbf{x}_2} \end{pmatrix} \\ \lambda \leftarrow \frac{\lambda}{2} \\ \end{bmatrix} \\ \lambda \leftarrow \frac{\lambda}{2} \\ \mathbf{X}1 \leftarrow \mathbf{x} - \begin{bmatrix} \mathbf{W} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \mathbf{F} \\ break & \text{if } \left(\left| \mathbf{x}_0 - \mathbf{X} \mathbf{1}_0 \le \mathbf{e} \right| \right) \cdot \left(\left| \mathbf{x}_1 - \mathbf{X} \mathbf{1}_1 \le \mathbf{e} \right| \right) \\ \mathbf{x} \leftarrow \mathbf{X}\mathbf{1} \\ \mathbf{c}_0 \leftarrow \mathbf{X}\mathbf{1}_0 \\ \mathbf{c}_1 \leftarrow \mathbf{X}\mathbf{1}_1 \\ \mathbf{c}_2 \leftarrow \mathbf{X}\mathbf{1}_2 \\ \mathbf{c}_3 \leftarrow \mathbf{i} \\ \end{bmatrix} \\ \mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1.268 \\ 2.229 \\ 0.549 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.268 \\ 2.229 \\ 0.549 \\ 0.549 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1.188 \\ 2.177 \\ 0.578 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.08 \\ 0.052 \\ -0.029 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основная литература

- 1. Кошев, А.Н. Вычислительные методы [Текст]: учеб. пособие / А.Н. Кошев, В.В. Кузина. Пенза: ПГУАС, 2012. 204 с.
- 2. Контрольно-измерительные материалы по курсу «Вычислительная математика» [Текст]: учебно-методическое пособие / В.В. Кузина, А.Н. Кошев. Пенза: ПГУАС, 2013. 98 с.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет

- 3. Пантина И.В. Вычислительная математика [Электронный ресурс]: учебник/ Пантина И.В., Синчуков А.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2012.— 176 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/17012.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.
- 4. Методы математической физики [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ю.В. Гриняев [и др.].— Электрон. текстовые данные.— Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Эль Контент, 2012.— 148 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/13862.— ЭБС «IPRbooks», по паролю
- 5. Плохотников К.Э. Вычислительные методы. Теория и практика в среде МАТLAВ [Электронный ресурс]: курс лекций. Учебное пособие для вузов/ Плохотников К.Э.— Электрон. текстовые данные.— М.: Горячая линия Телеком, 2013.— 496 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/37120.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.
- 6. Седов Е.С. Основы работы в системе компьютерной алгебры Mathematica [Электронный ресурс]/ Седов Е.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 401 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/16717.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.
 - 7. http://www.iprbookshop.ru/
 - 8. http://www.intuit.ru/
 - 9. http://www.exponenta.ru/
 - 10. www.mathnet.ru общероссийский математический портал;
- 11. http://e.lanbook.com/books/?p_f_1_temp_id= $18\&p_f_1_65=917\&p_f_1_63=\&p_f_1_67=$ электронно-библиотечная система, издательство «Лань»;
 - 12. www.elibrary.ru научная электронная библиотека;
- 13. http://lib.mexmat.ru/ электронная библиотека механико-математического факультета МГУ;

- 14. http://www.newlibrary.ru/genre/nauka/matematika/kompyutery_i_mate matika/ электронная библиотека по математике;
- 15. http://www.edu.ru/modules.php?op=modload&name=Web_Links&file =index&l_op=viewlink&cid=2851 федеральный портал российского профессионального образования: численные методы;
- 16. https://mipt.ru/education/chair/computational_mathematics/study/materials/compmath/ кафедра вычислительной математики МФТИ: вычислительная математика (3 курс).

Дополнительная литература

- 17. Бахвалов, Н.С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения) [Текст]: учеб. пособие / Н.С. Бахвалов М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1973. 632 с.
- 18. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах [Текст]: учеб. пособие для вузов: в 2 ч. Ч. 2. 7-е изд., испр. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова, С.П. Данко. М.: Изд-во Оникс: Изд-во «Мир и образование», 2008.-448 с.
- 19. Демидович, Б.П. Основы вычислительной математики [Текст]: учеб. пособие для втузов. 2-е изд., испр. / Б.П. Демидович, И.А. Марон. Под общ. редакцией Б.П. Демидовича. М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1963.-660 с.
- 20. Демидович, Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения [Текст]: учеб. пособие / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. 3-е изд., перераб. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1967.— 368 с.
- 21. Васильков, Ю.В. Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании [Текст]: учеб. пособие / Ю.В. Васильков, Н.Н. Василькова М.: Финансы и статистика, 1999 256 с.
- 22. Вержбицкий, В.М. Основы численных методов: Учебник для вузов / В.М. Вержбицкий. М.: Высшая школа, 2002. 840 с.
- 23. Задачи и упражнения по математическому анализу [Текст]: учеб. пособие для втузов / под ред. Б.П. Демидовича. 7-е изд., стереотип. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1970. 472 с.
- 24. Киреев, В.И. Численные методы в примерах и задачах [Текст]: учеб. пособие / В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. М.: Высшая школа, 2004. 480 с.
- 25. Копченова, Н.В. Вычислительная математика в примерах и задачах [Текст]: учеб. пособие / Н.В. Копченова, И.А. Марон.— 2-е изд., стер. СПб.: Лань, 2008. 368 с.
- 26. Кошев, А.Н. Введение в численные методы [Текст]: учеб. пособие / А.Н. Кошев, С.В. Бакушев, И.Г. Гвоздева. Пенза: ПГАСА, 2000. 53 с.

- 27. Кошев, А.Н. Вычислительные методы [Текст]: учеб. пособие / А.Н. Кошев, В.В. Кузина. Пенза: ПГУАС, 2013. 204 с.
- 28. Кошев, А.Н. Численные методы и методы оптимизации [Текст]: учеб. пособие: в 2 ч. / А.Н. Кошев, В.В. Кузина. Пенза: ПГУАС, 2004. 136 с.
- 29. Курсовые работы по направлению 230200 «Информационные системы» [Текст]: методические указания для студентов специальности "Информационные системы и технологии" по выполнению курсовых работ / А.Н. Кошев, В.В. Кузина. Пенза: ПГУАС, 2006. 28 с.
- 30. Мамонтов Д.В. Некоторые численные методы для начинающих программистов [Текст]: учебное пособие к практическим занятиям по курсам «Информатика» и «Прикладное программирование» / Д.В. Мамонтов. Владикавказ: Из-во СКГТУ «Терек, 2003. 128 с.
- 31. Охорзин, В.А. Прикладная математика в системе MATHCAD [Текст]: учеб. пособие / В.А. Охорзин. 2-е изд., испр. и доп. СПб.: Лань, 2008. 352 с.
- 32. Пантелеев, А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах [Текст]: учеб. пособие / А.В. Пантелеев, Т.А. Летова. М.: Высшая школа, 2002. 544 с.
- 33. Плис А.И. Mathcad. Математический практикум для инженеров и экономистов [Текст]: учеб. пособие / А.И. Плис, Н.А. Сливина. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Финансы и статистика, 2003. 656 с.
- 34. Самарский, А.А. Введение в численные методы [Текст]: учеб. пособие для вузов / А.А. Самарский. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. 287 с.
- 35. Самарский, А.А. Задачи и упражнения по численным методам [Текст]: учеб. пособие / А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич, Е.А. Самарская. М.: Эдиториал УРСС, 200. 208 с.
- 36. Супрун, А.Н. Вычислительная математика для инженеровэкологов [Текст]: методическое пособие / А.Н. Супрун, В.В. Найденко. – М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 1996. – 391 с.
- 37. Тыртышников, Е.Е. Методы численного анализа [Текст]: учеб. пособие для студ. вузов / Е.Е. Тыртышников М.: ИЦ «Академия», 2007.-320 с.
- 38. Химмельблау, Д. Прикладное нелинейное программирование [Текст] / Д. Химмельблау; пер. с англ. И.М. Быховской и Б.Т. Вавилова; под ред. М.Л. Быховского М.: Мир, 1975. 534 с.

Приложение 1

Бланк задания на КП

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Пензенский государственный университет архитектуры и строительства» Кафедра «Информационно-вычислительные системы»

ЗАДАНИЕ НА КУРСОВОЙ ПРОЕКТ студенту группы ИСТ-21 инженерно-строительного института

(Фамилия, И.О.)	
1. Срок представления работы к защите ""	20 г.
2. Исходная информация к работе	
3. Содержание работы	
4. Графические материалы	
5. Приложения	
Руководитель работы	
(подпись)	(ФИО)
Задание принял к исполнению ""	20 г.
	(подпись студента

Приложение 2

Титульный лист к пояснительной записке КП

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства» Кафедра «Информационно-вычислительные системы»

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

к курсовому проекту по дисциплине «Вычислительная математика»

Тема проекта		
	(наименование	проекта)
Автор работы		
	(подпись)	(ФИО, группа)
Руководитель работы		
	(подпись)	(уч. степень, уч. звание, ФИО)
Оценка		

Пенза 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОГО ПРОЕКТА	5
2. ОФОРМЛЕНИЕ КУРСОВОГО ПРОЕКТА	7
3. ПОДГОТОВКА КУРСОВОГО ПРОЕКТА К ЗАЩИТЕ	8
4. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТА	9
5. ЗАДАНИЯ ДЛЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ	10
5.1. Примерный перечень тем творческих заданий на курсовое проектирование5.2. Типовые задания на курсовое проектирование6. ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТА	11
6.1. Пример выполнения творческого задания на КП	21
Приложение 1. Бланк задания на КППриложение 2. Титульный лист к пояснительной записке КП	

Учебное издание

Кузина Валентина Владимировна Кошев Александр Николаевич

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

Методические указания по выполнению курсового проекта для направления подготовки 09.03.02 «Информационные системы и технологии»

В авторской редакции Верстка Н.В. Кучина

Подписано в печать 01.04.16. Формат 60х84/16.

Бумага офисная «Снегурочка». Печать на ризографе.

Уч.-изд.л. 2,0. Усл.печ.л. 1,86.

Заказ № 214.

Тираж 80 экз.

Издательство ПГУАС. 440028, г. Пенза, ул. Германа Титова, 28.