МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства»
(ПГУАС)

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

Методические указания
для самостоятельной работы
по направлению подготовки 09.03.02
«Информационные системы и технологии»

Пенза 2016

УДК 519.6 (075.8)
ББК 22.193я73
В92

Рекомендовано Редсоветом университета

Рецензент – доктор технических наук, профессор
А.М. Данилов (ПГУАС)

В92 **Вычислительная** математика: методические указания для самостоятельной работы по направлению 09.03.02 «Информационные системы и технологии» / В.В. Кузина, А.Н. Кошев. – Пенза: ПГУАС, 2016. – 30 с.

Изложены материалы для организации самостоятельной работы студентов по дисциплине «Вычислительная математика»: контрольные вопросы и задания для самопроверки уровня теоретических знаний и практических навыков решения задач, задания для входного, текущего и промежуточного контроля, тестовые задания по всем разделам курса, задания для коллоквиума, библиографические сведения.

Методические указания подготовлены на кафедре «Информационно-вычислительные системы» и предназначены для студентов, обучающихся по программе подготовки академического бакалавриата по направлению 09.03.02 «Информационные системы и технологии» очной формы обучения при изучении дисциплины «Вычислительная математика».

ПРЕДИСЛОВИЕ

Самостоятельная работа студентов (СРС) – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа студентов – это средство вовлечения студента в самостоятельную познавательную деятельность, формирующую у него потребность в систематическом самообразовании, что способствует стимулированию профессионального роста студентов, воспитанию их творческой активности.

Самостоятельная работа студентов, обучающихся в ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства» по программе подготовки академического бакалавриата по направлению 09.03.02 «Информационные системы и технологии» очной формы обучения при изучении дисциплины «Вычислительная математика» предназначена для овладения дисциплиной и направлена на решение следующих задач:

– привитие и развитие навыков самостоятельной учебной работы у студентов и формирование потребности в самообразовании;

– освоение содержания дисциплины в рамках тем, выносимых на самостоятельное изучение студента;

– осознание основных положений курса в ходе конспектирования материала на лекциях, при подготовке к лабораторным занятиям и коллоквиумам, а также при выполнении курсового проекта по дисциплине;

– использование материала, полученного в ходе самостоятельной работы, для эффективной подготовки к текущему и промежуточному контролю – тестам и зачету.

Для решения указанных задач студенты выполняют лабораторные работы и курсовой проект, самостоятельно обращаясь к учебной, справочной и научной литературе. Проверка выполнения заданий осуществляется на лабораторных занятиях, а также при защите курсового проекта и при проведении всех видов текущего (опрос, коллоквиум, тестирование) и промежуточного (тестирование, зачет) контроля.

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов способствует освоению дисциплины, выполнению следующих задач:

– приобретение обучающимися знания о методах вычислительной математики, их применимости в профессиональной деятельности;

– формирование умения применять численные методы для решения задач интегрирования, дифференцирования, интерполирования и аппроксимации функций, решения дифференциальных уравнений;

– выработка умения реализовывать численные методы в интегрированных математических средах.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

– владение широкой общей подготовкой (базовыми знаниями) для решения практических задач в области информационных систем и технологий;

– способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования.

Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции):

знать:

– математический аппарат современных численных методов;

– основные положения и методы численного дифференцирования и интегрирования, интерполирования и аппроксимации функций, численного решения алгебраических и дифференциальных уравнений и их систем; о приложениях теории в информатике, программировании и вычислительной технике;

– современные методы обработки результатов измерений (аппроксимация, визуализация и оценка погрешности);

– современные математические пакеты программ для решения задач вычислительной математики;

уметь:

– осуществлять цепочку приближенных арифметических вычислений с заданной точностью, реализовывать численные методы решения задач на ПЭВМ;

– решать типовые задачи;

– использовать встроенные функции математических пакетов для решения задач вычислительной математики;

– программировать вычислительные алгоритмы и решать типовые задачи на компьютере;

владеть:

– базовыми знаниями и навыками методов вычислительной математики;

– навыками решения проблемных задач, требующих применения логико-математического аппарата;

– навыками работы в интегрированных математических средах, навыками работы с прикладными математическими пакетами программ;

– навыками решения проблемных задач, используя вычислительный эксперимент;

иметь представление:

– о математическом аппарате современных численных методов;

– об основных положениях и методах современной вычислительной математики, о приложениях теории в информатике, программировании и вычислительной технике;

– о применении методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности;

– математическом моделировании и вычислительном эксперименте.

Знания, умения и приобретенные компетенции будут использованы при изучении следующих дисциплин (модулей) и разделов ООП: численные методы и методы оптимизации, моделирование процессов и систем, математическая статистика и прогнозирование.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

СРС состоит из следующих видов:

– аудиторной самостоятельной работы, организуемой преподавателем;

– внеаудиторной самостоятельной работы, организуемой студентом.

Внеаудиторная СРС рассчитана на 54 часа и проводится с целью:

– систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся;

– углубления и расширения теоретических знаний;

– формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;

– развития познавательных способностей и активности обучающихся: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности, организованности;

– формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, совершенствованию и самоорганизации;

– формирования общих и профессиональных компетенций;

– развитию исследовательских умений и навыков.

По дисциплине «Вычислительная математика» внеаудиторную самостоятельную работу предлагается осуществлять путем выполнения следующих видов заданий:

1. Текущей работы над материалом учебной дисциплины – конспектирование лекций, работа с учебной и справочной литературой, в том числе, с использованием электронных ресурсов сети Интернет, Web-серверов научных библиотек, в результате которой студент получает навыки пользования словарями, энциклопедиями, справочниками.
2. Подготовки к лабораторным занятиям, коллоквиумам, тестированию и пр.; опережающей самостоятельной работы; изучения тем, вынесенных на самостоятельную проработку;
3. Выполнения семестровых домашних заданий (ответов на контрольные вопросы, решения задач, составления алгоритмов и программ и т.д.).
4. Осуществления работы над выполнением курсового проекта.
5. Подготовки к промежуточной аттестации – зачету.

Перед выполнением студентами внеаудиторной самостоятельной работы преподаватель знакомит их с основными требованиями, предъявляемыми к выполнению задания, которые включают: цель задания, содержание и сроки выполнения, ориентировочный объем работы, форму представления результатов работы, критерии оценки. Преподаватель предупреждает студентов о возможных типичных ошибках, встречающихся при выполнении задания.

Контроль результатов самостоятельного изучения студентами тем курса должен осуществляться в формах самоконтроля студентов, контроля преподавателем в трех видах: входной контроль на вводном занятии – в виде теста и выполнения лабораторной работы; текущий контроль на аудиторных занятиях – в форме устного опроса и проведения коллоквиума, а также при выполнении внеаудиторного индивидуального задания; промежуточный контроль, проводимый в 2 этапа: в виде компьютерного тестирования и зачета.

Текущий контроль знаний внеаудиторной самостоятельной работы студентов – теоретических и практических – производится в процессе устного опроса, защиты студентами лабораторных работ и выполнения коллоквиума. Контроль и оценка знаний осуществляются в соответствии с критериями. По результатам текущего контроля формируется допуск студента к зачету. Окончательный контроль знаний – в форме сдачи зачета (с учетом набранных баллов). Зачет проводится в виде компьютерного тестирования и в устной форме и оценивается преподавателем.

Критериями оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы студента являются:

– уровень освоения студентом учебного материала (пороговый, повышенный, высокий);

– умение студента использовать теоретические знания при выполнении лабораторных заданий;

– сформированность знаний и умений;

– умение активно использовать электронные образовательные ресурсы, находить необходимую информацию и применять ее в учебном процессе;

– обоснованность и четкость изложения ответа;

– оформление выполненных заданий в соответствии с требованиями;

– умение четко сформулировать проблему, провести анализ литературных источников и обосновать выбор метода решения задачи;

– умение определить, проанализировать альтернативные возможности, варианты решения;

Организация самостоятельной работы осуществляется в соответствии с графиком учебного процесса и самостоятельной работы.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Результаты самостоятельной научно-исследовательской работы студентов могут быть опубликованы в специализированных студенческих или научных, научно-методических изданиях вуза и его подразделений, апробированы на научно-практических студенческих конференциях.

Тема	Форма самостоятельной работы	Объем учебной работы (часов)	Форма контроля
1 – 4	проработка конспектов лекций и вопросов, вынесенных на самостоятельное изучение, изучение основной и дополнительной литературы; подготовка к коллоквиуму, тестированию	24	опрос, защита лабораторных работ, сдача тестов, коллоквиумов
1 – 4	подготовка к устному опросу, лабораторным занятиям, коллоквиуму, тестированию, выполнение курсового проекта	30	опрос, защита лабораторных работ, курсового проекта, сдача коллоквиумов, тестирование

СТРУКТУРА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Раздел 1. Решение систем алгебраических уравнений

Обратить внимание на:

– знание вопросов сходимости итерационных методов; математического аппарата современных численных методов;

– умение выполнять численное решение линейных и нелинейных уравнений и их систем в различных интегрированных математических средах (MathCad, Matlab); реализовывать вычислительные алгоритмы на языках программирования и получать решения с заданной точностью на ЭВМ;

– владение основными вычислительными алгоритмами и численными методами решения прикладных задач в профессиональной сфере.

Тема 1. Вычислительные методы. Общие сведения. Общая характеристика вычислительных методов. Понятие математической модели, способы построения математической модели, примеры. Понятие вычислительного эксперимента, место численных методов в вычислительном эксперименте. Проблемы, возникающие при использовании численных методов. Устойчивые, условно устойчивые и неустойчивые алгоритмы. Понятие корректно и некорректно поставленных задач. Примеры. Дискретизация задач для численного решения. Приближенные числа и действия над ними. Устойчивость алгоритма. Корректность постановки задачи. – 2 часа.

Контрольные вопросы и задания для самопроверки:

1. Что такое математическое моделирование и из каких этапов оно состоит?
2. Что характерно для вычислительных методов по сравнению с точными методами?
3. Какие виды погрешностей возможны в процессе вычислений и от чего они возникают?
4. В каких единицах измеряются абсолютная и относительная погрешности измерений?
5. Какие задачи называются корректными, а какие – некорректными?
6. Приведите примеры неустойчивых алгоритмов.
7. Определите, по какому закону (экспоненциальному, степенному или какому-либо другому) накапливается погрешность алгоритма вычисления $y^{(n+1)} = d \cdot y^{(n)}$. Является ли устойчивым этот алгоритм при $d \le 1$?
8. Вычислительный процесс организован по алгоритму $y_{i+1} = d \cdot y_i^2$. В каких случаях этот алгоритм можно считать устойчивым, а в каких – нет?

Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений. Системы линейных уравнений (СЛАУ). Задачи, приводящие к СЛАУ. Основные понятия, типы СЛАУ, частные случаи СЛАУ. Некоторые свойства матриц и матричных операций. Собственные значения и собственные векторы матрицы. Норма матрицы и ее свойства. Понятие о прямых и итерационных методах решения СЛАУ. Обусловленность СЛАУ, число обусловленности. Прямые методы решения СЛАУ, метод Гаусса, метод последовательного исключения, связь с методом Гаусса. Обращение матриц, метод исключения. – 4 часа.

Контрольные вопросы и задания для самопроверки:

1. Какие типы матриц вам известны?

2. Что такое норма матрицы, как ее можно определить?

3. Какими свойствами обладает норма матрицы? Какую величину можно принять за норму матрицы?

4. Как определить собственные значения матрицы?

5. Что такое сингулярные числа матрицы?

6. Как вычисляется квадратичная форма матрицы?

7. Зависит ли решение СЛАУ от числа обусловленности матрицы?

8. На какие два класса принято подразделять методы решения СЛАУ?

9. Исследуйте обусловленность СЛАУ

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1; \\ x_1 - x_2 = 5. \end{cases}$$

Внеся 10 %-ю ошибку в правую часть системы, оцените погрешность решения.

10. Покажите эквивалентность соотношений

$$\sum_{j=1}^{i} a_{ij} x_j^{(k+1)} + \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j^{(k)} = b_i$$

и

$$(A^- + D)\frac{\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}}{\tau} + A\mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{b}, \quad \tau = 1,$$

$$A = A^- + D + A^+,$$

где D, A^-, A^+ – соответственно диагональная, поддиагональная и наддиагональная матрицы.

Тема 3. Итерационные методы решения СЛАУ. Общие сведения. Метод простой итерации, метод Зейделя, методы нижней и верхней релаксации. Сходимость итерационных методов. Двухслойная итерационная схема с чебышевскими параметрами, чебышевская итерационная схема. – 4 часа.

Контрольные вопросы и задания для самопроверки:

1. Покажите, при каких условиях метод релаксации совпадает с методом Зейделя.

2. В чем отличие итерационных методов решения СЛАУ от прямых методов?

3. Почему итерационные методы называются одновременно одношаговыми и двухслойными?

4. Приведите примеры двухшаговых (трехслойных) итерационных методов.

5. Каковы условия сходимости итерационных методов?

Тема 4. Решение нелинейных уравнений. Общие замечания. Правило выделения корня. Итерационные методы решения нелинейных уравнений: методы итераций, половинного деления, секущих, касательных, комбинированный метод. – 4 часа.

Контрольные вопросы и задания для самопроверки:

1. Докажите, что если функция $f(x)$, определенная на интервале $[a, b]$, такова, что $f(a) \cdot f(b) > 0$, то уравнение $f(x) = 0$ имеет четное число корней либо не имеет их вовсе.

2. Для задачи $x^2 - k = 0$ оцените сходимость итерационного процесса $x = 2 \cdot x - \frac{k}{x}$.

3. Для функции $f(x) = \lg x + x^2$ определите корень уравнения $f(x) = 0$ методом хорд, методом касательных и графическим методом в системе *MathCAD*.

4. Как выбираются концы отрезка следующего интервала в методе половинного деления?

5. Можно ли найти корень уравнения методом половинного деления, если он находится на границе интервала, в середине интервала?

6. Какой конец интервала неподвижен при реализации метода хорд, метода касательных?

7. В каких случаях использование метода касательных не рекомендуется?

8. Применимы ли методы хорд и касательных, если функция $f(x)$ имеет внутри интервала поиска решения точки перегиба? Обоснуйте ответ.

9. Когда комбинированный метод дает лучшую сходимость по сравнению с методом касательных?

Тема 5. Численные методы решения систем нелинейных уравнений. Понятие систем нелинейных уравнений (СНУ). Обусловленность системы нелинейных уравнений. Сходимость итерационных методов. Решение систем нелинейных уравнений: метод итераций, методы ньютоновского типа. Градиентные методы решения СНУ. – 4 часа.

Контрольные вопросы и задания для самопроверки:

1. Найдите методами Ньютона, Ньютона – Рафсона и Левенберга – Марквардта с точностью $\varepsilon = 0{,}01$ решение системы (точное решение системы $x_1 = x_2 = 1$):

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 - 2 = 0; \\ e^{x_1 - 1} + x_2^3 - 2 = 0. \end{cases}$$

2. Как проводится отделение корней при решении СНУ?

3. Как зависит сходимость методов Ньютона от выбора точки начального приближения?

4. Являются ли эквивалентными системы нелинейных уравнений:

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x_1 - x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$$

Ответ обоснуйте.

5. Дайте определение нормы матрицы Якоби СНУ. Могут ли различаться нормы Якоби двух эквивалентных систем, вычисленных в одной и той же точке? Приведите пример.

6. Найдите интервал выбора начального вектора $X^{(0)} = (x_1^0, x_2^0)$ такой, чтобы метод Ньютона для решения системы уравнений

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 = 1; \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$$

был сходящимся из любой начальной точки этого интервала.

Раздел 2. Интерполяция и аппроксимация

Обратить внимание на:

– знание математического аппарата современных численных методов;

– умение использовать среды программирования для реализации алгоритмов и методов вычислительной математики.

Тема 6. Интерполирование функций. Интерполирование алгебраическими многочленами. Понятие полиномиальной интерполяции. Теорема Вейерштрасса. Интерполяционные полиномы Лагранжа, Ньютона. Принципы двухмерной интерполяции. Квадратичная сплайн-интерполяция. – 5 часов.

Контрольные вопросы и задания для самопроверки:

1. Постройте интерполяционный полином Ньютона по следующей таблице, вычислите приближенное значение функции $f(x)$ в точке $x = -8$.

Постройте график полученного полинома.

i	0	1	2	3
x_i	– 0,7	– 0,5	– 0,3	– 0,1
y_i	– 6,4	– 8,77	– 9,22	– 14,29

2. Вычислите значение функции двух переменных $z = f(x, y)$ в точке $z = (1,5,\ 0,025)$, если функция задана следующей таблицей:

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0,01	25	35	45
0,02	30	40	50
0,03	41	51	61

3. Чем экстраполяция отличается от интерполяции?

4. Какую степень имеет полином Лагранжа при n узлах интерполирования?

5. Конечную разность какого наивысшего порядка можно получить по n исходным точкам?

6. Можно ли интерполировать функцию, заданную аналитически? С какой целью?

7. Можно ли применять интерполирующий полином Ньютона для интерполирования функций с неравномерно отстоящими узлами интерполирования ($x_{i+1} - x_i \neq x_{j+1} - x_j$). Приведите пример.

8. В каких случаях интерполяционные полиномы Ньютона и Лагранжа совпадают? Приведите пример.

Тема 7. Аппроксимация функций. Среднеквадратичные приближения. Метод наименьших квадратов: линейные, квадратичные приближения. Приближение произвольной функцией. Среднеквадратичная аппроксимация в метрическом пространстве. – 5 часов.

Контрольные вопросы и задания для самопроверки:

1. Найдите параметры a и b аппроксимирующей функции $\varphi(x) = a\ln(bx)$ для аппроксимации функции, заданной следующей таблицей:

x	0,5	1	2
y	–1	0,01	1

2. Рассчитайте величины a, b линейной модели S_r^2, S_l^2 и оцените адекватность модели, если $F_{1-\alpha} = 5{,}41$ для функции, заданной следующей таблицей:

x	10	10	20	20	30	30
y	12	11	13	16	17	17

3. Оцените адекватность линейной модели функции, заданной в следующей таблице (заметим, что здесь все P_i равны 2):

i	1		2		3		4		5	
Аргумент x_i	10	10	20	20	30	30	40	40	50	50
Функция y	12,05	11,48	12,59	15,82	17,35	16,42	16,24	17,04	20,56	19,3

Рассчитайте величины a, b, а также S_r^2, S_l^2 и оцените их отношение, считая, что $F_{1-\alpha} = 5{,}41$.

4. Покажите, что система многочленов Лежандра является ортогональной, но не ортонормированной, то есть

$$\int_{-1}^{1} P_n(x) \cdot P_m(x) dx = 0 \text{ при } n \neq m,$$

$$\int_{-1}^{1} P_n^2(x) dx = \frac{2}{2n+1} \text{ при } n = m.$$

5. В чем принципиальное различие методов интерполяции и аппроксимации? В каких случаях интерполянта совпадает с аппроксимирующей функцией? Приведите примеры.

6. Всегда ли система уравнений $\left\{ \frac{\partial S}{\partial a_i} = 0, \quad i = 0, 1, 2, \ldots, n, \right.$, линейна по неизвестным a_i – параметрам аппроксимирующей функции? Приведите примеры.

7. Напишите алгоритм (процедуру) формирования коэффициентов нормальной СЛАУ для определения параметров аппроксимирующей функции.

8. Всегда ли при использовании метода наименьших квадратов параметры аппроксимирующей функции находятся однозначно? Если нет, то приведите примеры, в каких случаях возможно несколько решений задачи.

9. Разработайте алгоритм по оценке параметров эмпирической формулы, построенной по экспериментальным данным. Используемые формулы поясните.

Раздел 3. Численное дифференцирование и интегрирование функций

Обратить внимание на:

– знание математического аппарата современных численных методов;

– владение навыками работы в интегрированных математических средах, навыками работы с прикладными математическими пакетами программ.

Тема 8. Методы численного интегрирования. Интерполяционные квадратичные формулы: постановка задачи. Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Оценка погрешности формул. Формулы Котеса, Гаусса и Чебышева. – 4 часа.

Контрольные вопросы и задания для самопроверки:

1. От чего зависит точность нахождения интеграла методом прямоугольников и как можно уменьшить погрешность вычисления?

2. Какой аппроксимирующей функцией заменяется подынтегральная функция в методе Симпсона?

3. Может ли сетка при интегрировании быть неравномерной?

4. С каким методом совпадает метод Симпсона, если подынтегральная функция $f(x) = x + 5$?

5. Получите значения весовых коэффициентов P_i для метода Ньютона – Котеса при $m = 6$.

6. Примените формулу Чебышева при $N = 2$ для вычисления $\int\limits_1^2 xdx$. Сравните с точным значением.

7. Сравните точность формул Симпсона и Чебышева при $m = 3$ по отношению к точному значению $\int\limits_1^2 xdx$.

8. Оцените погрешность формулы прямоугольников при $a = 1$, $b = 2$, $h = 0{,}1$ для функции $f(x) = e^x$.

9. Оцените погрешность формулы трапеции при $a = 1$, $b = 2$, $h = 0{,}1$ для $f(x) = \ln x$.

10. Выведите формулу трапеции для вычисления $\int\limits_\alpha^\beta x^3 dx$.

Тема 9. Разностные уравнения. Сетки и сеточные функции. Сеточные функции и разностные аналоги операций математического анализа. Разностные уравнения 1-го и 2-го порядков. – 4 часа.

Контрольные вопросы и задания для самопроверки:

1. Какая функция называется сеточной? Приведите пример.

2. Что собой представляет сетка для построения дискретного аналога дифференциального уравнения?

3. Что является аналогом первой производной?

4. Какая формула является разностным аналогом формулы дифференцирования по частям?

5. Какая формула является разностным аналогом формулы интегрирования по частям?

6. Какие разностные уравнения называются однородными?

7. Приведите примеры разностных уравнений 1-го порядка.

8. Проверьте непосредственно формулы

$$\Delta(y_i v_i) = y_i \Delta v_i + v_{i+1} \Delta y_i = y_{i+1} \Delta v_i + v_i \Delta y_i,$$

$$\nabla(y_i v_i) = y_{i-1} \nabla v_i + v_i \nabla y_i = y_i \nabla v_i + v_{i-1} \nabla y_i,$$

где y_i, v_i – произвольные функции целочисленного аргумента.

9. Покажите вывод формулы

$$y_{i+1} = \left(\prod_{k=0}^{i} q_k \right) y_0 + \sum_{k=0}^{i-1} \left(\prod_{s=k+1}^{i} q_s \right) \varphi_k + \varphi_i,$$

где $q_i = -\dfrac{a_0(i)}{a_1(i)}$, $\varphi_i = -\dfrac{f(i)}{a_1(i)}$.

10. Покажите, что $y_k^{(2)} = kq_0^k$ является решением разностного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

$by_{i+1} - cy_i + ay_{i-1} = 0, \quad i = 1, 2, \ldots$

Используйте соотношение $bq_0^2 - a = b\dfrac{c^2}{4b^2} - a = \dfrac{D}{4b} = 0$.

11. Найдите общее решение уравнения $y_{k+1} + y_k - 6y_{k-1} = 2^{k+1}$.

12. Сколько начальных условий необходимо для решения разностного уравнения второго порядка?

13. Что представляет собой задача Коши для разностного уравнения второго порядка?

14. Как задаются условия в краевой задаче?

15. В чем заключается метод прогонки?

16. Решите методом прогонки краевую задачу:

$Ly = f, \quad y = (y_0, y_1, y_2, y_3); \quad N = 3;$

$f = (0;\ \ 0{,}5;\ \ 1;\ \ 0{,}5;\ \ 1);$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0{,}5 & 0 \\ 0 & 0{,}5 & -2{,}5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Тема 10. Задача Коши и краевая задача для разностных уравнений 2-го порядка. Понятие о разностных схемах и численных методах решения дифференциальных уравнений и систем. Решение разностных краевых задач методом прогонки. Устойчивость метода. – 4 часа.

Контрольные вопросы и задания для самопроверки:

1. В каких случаях и для каких целей применяют численное интегрирование и дифференцирование?

2. Какого типа погрешности могут возникнуть при численном дифференцировании?

3. Как изменяется погрешность усечения с изменением шага при численном дифференцировании?

4. Что происходит с погрешностью округления с ростом порядка производной при численном дифференцировании?

5. Зависят ли формулы численного дифференцирования от количества используемых узлов? Ответ обоснуйте.

6. Как численно определить значение производной табличной функции в произвольной точке? Приведите пример.

7. Как выбирают начальную точку при нахождении производной табличной функции в фиксированной точке?

Раздел 4. Численное решение дифференциальных уравнений

Обратить внимание на:

– знание математического аппарата современных численных методов;

– умение использовать для решения задач математической физики современные интегрированные пакеты символьной математики.

Тема 11. Численное дифференцирование. Интегрирование функций специального вида. Формулы численного дифференцирования.

Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные понятия теории разностных схем. Разностные операторы. Разностные схемы. Устойчивость. Аппроксимация. Сходимость.

Методы решения задачи Коши: постановка задачи для уравнения 1-го порядка, схема Эйлера, схема Рунге – Кутта, схема «предиктор – корректор». Устойчивость разностных схем. Многошаговые схемы, метод Адамса, явные и неявные схемы. Задача Коши для уравнения 2-го порядка. Задача Коши для системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Понятие о жестких задачах Коши и методах их решения. – 4 часа.

Контрольные вопросы и задания для самопроверки:

1. Покажите, что если $h < h_0 = \min\left\{1, \dfrac{2}{\|p\|_c}\right\}$, где $\|p\|_c = \max\limits_{x\in[0,1]}|p(x)|$, то выполняется теорема об устойчивости метода прогонки.

2. Найдите величину шага дифференцирования h такую, чтобы точное значение производной функции $y = x^2$ в точке $x = 1$ отличалось от вычисленного по приближенной формуле, полученной при использовании трех узлов, окружающих точку $x = 1$, менее чем на 0,01.

3. Получите общую формулу приближенного вычисления второй производной функции. Примените её для вычисления $f''(x)$, если $f(x) = x^3$, в точке $x = 2$. Сравните с точным значением.

4. В каких случаях результаты численного дифференцирования по формулам при 3 и 5 узлах, окружающих точку дифференцирования, совпадают? Покажите, что в этом случае совпадают формулы дифференцирования.

5. Что является решением дифференциального уравнения?

6. Какие методы можно применять для решения системы алгебраических уравнений, полученных при аппроксимации дифференциального уравнения второго порядка разностной схемой?

7. Выпишите схему Рунге – Кутта второго порядка для частного случая, когда $\sigma = 1$, $\alpha = \frac{1}{2}$.

Тема 12. Численные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. Задачи математической физики. Аппроксимация. Сходимость. Устойчивость. – 4 часа.

Контрольные вопросы и задания для самопроверки:

1. Какие уравнения называют уравнениями математической физики?
2. Единственным ли способом можно аппроксимировать непрерывное дифференциальное уравнение в частных производных конечно-разностным аналогом?
3. Что называют слоем по переменной *t*?
4. Какой порядок имеет точность аппроксимации дифференциального уравнения конечно-разностным аналогом?
5. В каких случаях ошибка аппроксимации дифференциального уравнения конечно-разностным аналогом возрастает, а в каких – уменьшается?

Тема 13. Уравнений в частных производных 2-го порядка. Уравнение параболического типа (уравнение теплопроводности). Решение разностного уравнения для неявной схемы. Метод прогонки. Итерационные методы. Уравнение эллиптического типа (уравнения Лапласа и Пуассона). Построение разностной схемы. Аппроксимация, устойчивость уравнения для неявной схемы. Итерационные методы. Уравнение гиперболического типа. – 4 часа.

Контрольные вопросы и задания для самопроверки:

1. Какой порядок имеет уравнение теплопроводности?
2. Покажите, как получена формула для аппроксимации второй производной неизвестной функции

$$\frac{u_{k,n+1} - u_{k,n}}{\tau} = a\frac{u_{k+1,n} - 2u_{k,n} + u_{k-1,n}}{h^2},$$

$$u_{k,0} = U_0(x_k), \quad k = 0, \pm 1, \ldots, \quad n = 0, 1, \ldots, N.$$

3. В чем отличие явной схемы аппроксимации от неявной?
4. В чем заключается идея метода прогонки?
5. Является ли уравнение Пуассона частным случаем уравнения Лапласа?
6. Каким образом задаются краевые условия для уравнения Пуассона в узлах сетки, покрывающей область решения?
7. Докажите устойчивость разностной схемы

$$\frac{u_{k,n+1} - u_{k,n}}{\tau} = a\frac{u_{k+1,n+1} - 2u_{k,n+1} + uu_{k-1,n+1}}{h^2},$$

$$u_{k,0} = u_0(x_k), \quad k = 0, \pm 1, \ldots, \quad n = 0, 1, \ldots, N.$$

Вопросы и задания для коллоквиума

1. Доказать, что если $\|x\| = \sqrt{|x_1|^2 + \ldots + |x_n|^2}$, то $\|x + y\| \le \|x\| + \|y\|$.

2. Проверить свойство $\|A\,B\| \le \|A\|\;\|B\|$ для матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix};\; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Определить, является ли положительно определенной матрица

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Как изменится число обусловленности матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}99 \\ 0{,}98 & 0{,}97 \end{pmatrix}$, если ее диагональные элементы увеличить на 0,07?

5. Оценить ошибку решения системы $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 + 0.5x_2 = 1 \end{cases}$, если в правую часть системы вносится ошибка $\delta в = \begin{pmatrix} 0{,}2 \\ 0{,}1 \end{pmatrix}$.

6. В канонической схеме одношагового итерационного метода решения СЛАУ

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix},\; A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix},\; в = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},\; \tau = 0{,}3$$

записать вычислительную схему решения: $\left(x^{k+1} = F \cdot x^k + d\right)$. Рассмотреть вопрос сходимости такой схемы.

7. Оценить ошибку решения СЛАУ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 2 \\ 2x_1 + x_2 = 1 \end{cases}$ методом простой итерации после 3 шагов решения, сравнить с точным решением.

8. Изменится ли сходимость метода простой итерации при перестановке строк в СЛАУ. Доказать.

9. Изменится ли скорость сходимости метода Зейделя, если в итерационной схеме решения СЛАУ поменять местами первое и последнее уравнения. Показать на примере.

10. В канонической итерационной схеме решений СЛАУ

$$B=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix},\ A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix},\ в=\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix}.$$

Найти значение параметра τ такое, чтобы итерационная схема была сходящейся.

11. Если сходится итерационный процесс решения СЛАУ по методу нижней релаксации, обязательно ли будет сходиться метод верхней релаксации? Обосновать.

12. Показать расходимость итерационного процесса решения уравнения $x^2-2=0$ по схеме $x=\dfrac{2}{x}$. Почему расходится данная схема?

13. Показать расходимость итерационного процесса решения уравнения $x^2-2=0$ по схеме $x=2x-\dfrac{2}{x}$. Почему расходится данный итерационный процесс?

14. Доказать сходимость схемы $x=\dfrac{1}{2}\left(x+\dfrac{2}{x}\right)$ на интервале [1, 2] исходя из оценки производной функции $\varphi(x)=\dfrac{1}{2}(x+\dfrac{2}{x})$.

15. Вывести итерационную схему метода Ньютона решения алгебраического уравнения, исходя из разложения функции $\varphi(x)$ в ряд Тейлора.

16. Доказать, что если функция $f(x)$, определенная на интервале $[A, B]$, такова, что $f(A)\cdot f(B)>0$, то уравнение $f(x)=0$ имеет четное число корней либо не имеет их вовсе.

17. Написать процедуру выделения корней функции $f(x)$ на интервале $[A, B]$ с точностью ε (на любом языке программирования или в виде блок-схемы алгоритма).

18. В методе половинного деления используется схема $z_k=A_k+\dfrac{B_k-A_k}{2}$. Можно ли деление на 2 заменить делением на 3 (на произвольное число n)? Как будет выглядеть алгоритм в этом случае? Будет ли он сходящимся?

19. Вывести итерационную схему для метода хорд.

20. Вывести итерационную схему для метода касательных.

21. Применимы ли методы хорд и касательных, если $f(x)$ имеет внутри интервала поиска решения точки перегиба. Обосновать ответ.

22. Привести схему метода касательных и объяснить, почему точка, из которой начинаются вычисления по схеме, выбирается из условия $f''(\xi)\cdot f(\xi)>0$.

23. Определить, являются ли эквивалентными системы нелинейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = 1, \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x_1 - x_2 = 1, \\ x_1 + x_2 = 0. \end{cases}$$

Ответ обосновать.

24. Дать определение нормы матрицы Якоби СНАУ. Могут ли различаться нормы Якоби двух эквивалентных систем, вычисленных в одной и той же точке? Привести пример.

25. В каких интервалах изменения переменных x_1, x_2 функция $\Phi(x_1, x_2) = \sqrt{1 - x_2^2} - x_1$ системы $x = \Phi(x)$ удовлетворяет условию Липшица?

26. Как использовать итерационную схему метода Ньютона решения СЛАУ для поиска экстремума (минимума) функции нескольких переменных ($\min\limits_{x1,x2,...xn} \; f(x_1, x_2, ...x_n)$)?

27. Найти интервал выбора начального вектора $x^0 = (x_1^0, x_2^0)$ такой, чтобы метод Ньютона для решения системы уравнений $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 = 1 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$ был сходящимся из любой начальной точки этого интервала.

28. Написать блок-схему алгоритма метода Ньютона – Рафсона с выбором параметра λ_k из условия минимума нормы функции $\left\| F(x^{k+1}, \lambda_k) \right\|$.

29. В чем принципиальное различие двух итерационных схем:

$x^{k+1} = x^k - [F'(x^k) + \lambda_k E]^{-1} F(x^k)$ и $x^{k+1} = x^k - [(F'(x^k))^{-1} + \lambda_k E] \; F(x^k)$?

Привести пример (для системы из двух уравнений с двумя неизвестными).

30. Выполнить два шага решения системы $\begin{cases} x_2 = x_1^2 \\ x_1 - \sin(x) = 0 \end{cases}$ методом Левенберга – Марквардта; λ_k выбрать из условия минимизации.

31. Привести общую постановку задачи интерполяции. Может ли интерполируемая функция бесконечно возрастать в каких-либо точках интервала интерполирования? Как поставить задачу интерполирования в этом случае? Привести пример.

32. Можно ли интерполировать функцию, заданную аналитически? С какой целью? Можно ли использовать в качестве интерполянты разрывные функции? Привести пример.

33. Каким условиям должны удовлетворять функции Φ_k из системы интерполирующих функций? Могут ли они быть разрывными, дискретными, линейно зависимыми? Дать определение, привести пример линейно независимой системы функций.

34. Для интерполирования функции (x_i, y_i) интерполянтой, представленной в виде линейной комбинации тригонометрических функций ($\cos kx$, $\sin kx$), записать СЛАУ для вычисления коэффициентов. Привести пример.

35. Для интерполирования функции (x_i, y_i) записать СЛАУ для вычисления коэффициентов линейной комбинации дробно-рациональных функций $\dfrac{\alpha_0 + \alpha_1 x}{\beta_0 + \beta_1 x}$, представляющих собой интерполянту.

36. Можно ли использовать для аппроксимации функции (x_i, y_i) систему функций $\{1, x^2, x^4, \ldots, x^{2n}\}$? Если можно, то в каких случаях? Если нельзя, обосновать.

37. Можно ли использовать для аппроксимации функции (x_i, y_i) систему функций $\{1, x, x^3, x^5, \ldots, x^{2n+1}\}$? Ответ обосновать. Привести пример.

38. Доказать, что определитель Вандермонда 3-го порядка отличен от нуля при $x_i \neq x_j$, если $j \neq i$.

39. Записать общий вид интерполяционного полинома Лагранжа, когда $x_i + x_{i-1} = h$ для всех $i = 1, 2, 3, 4, \ldots, n$.

40. Для всех функций $y = \dfrac{1}{x}$ записать таблицу значений в точках $x = 1, 2, 3$. Построить интерполяционный полином Лагранжа для этой таблицы. Оценить ошибку интерполирования.

41. Для функции, заданной следующей таблицей, построить интерполяционный полином Ньютона. Сравнить значения этого полинома в точке $x = 5$ с точным значением интерполируемой функции $y = 1/x$. Оценить ошибку и объяснить её природу.

x	1	2	3	4
y	1	1/2	1/3	1/4

42. Для функции, заданной следующей таблицей, построить интерполяционные полиномы Ньютона и Лагранжа. Результаты сравнить. Сделать вывод.

x	1	2	3	4
y	1	1/2	1/3	4

43. Построить интерполяционный полином для функции двух переменных $z = f(x, y)$, заданной следующей таблицей:

$x \setminus y$	1	2	3
0,1	2	3	4
0,2	3	4	5
0,3	4	5	6

44. Объяснить смысл условий $p'(x_i - 0) = p'(x_i + 0)$, $p''(x_i - 0) = p''(x_i + 0)$ при кубической сплайн-интерполяции. Записать эти условия в развёрнутом виде (с комментариями, можно ли к этим условиям добавить $p'''(x_i - 0) = p'''(x_i + 0)$). Объяснить ответ.

45. Можно ли применять интерполирующий полином Ньютона для интерполирования функций с неравномерно отстоящими узлами интерполирования ($x_{i+1} - x_i \neq x_{j+1} - x_j$)? Привести пример.

46. В каких случаях интерполяционные полиномы Ньютона и Лагранжа совпадают? Привести пример.

47. Разработать процедуру вычисления полинома по схеме Горнера.

48. В чем принципиальное различие методов интерполяции и аппроксимации? В каких случаях интерполянта совпадает с аппроксимирующей функцией? Привести примеры.

49. Известно, что частные производные функции нескольких переменных равны нулю в критических точках (какие точки относятся к критическим?). Может ли случиться, что в методе наименьших квадратов (МНК) решение системы $\left\{\frac{\partial S}{\partial a_i} = 0, \quad i = 0, 1, 2, \ldots, n\right.$, приведет к точке максимума? Если да, то в каких случаях? Приведите пример.

50. Всегда ли система уравнений $\left\{\frac{\partial S}{\partial a_i} = 0, \quad i = 0, 1, 2, \ldots, n,\right.$ линейна по неизвестным a_i – параметрам аппроксимирующей функции? Привести примеры.

51. Написать алгоритм (процедуру) формирования коэффициентов нормальной СЛАУ для определения параметров аппроксимирующей функции.

52. Найти параметры A и B аппроксимирующей функции $\varphi(x) = A\ln(Bx)$ для аппроксимации функции, заданной следующей таблицей:

x	0,5	1	2
y	–1	0,01	1

53. Всегда ли при использовании метода наименьших квадратов параметры аппроксимирующей функции находятся однозначно? Если нет, то в каких случаях возможно несколько решений задачи? Привести пример.

54. Разработать алгоритм по оценке параметров эмпирической формулы, построенной по экспериментальным данным. Используемые формулы пояснить.

55. Рассчитать величины a, b линейной модели, S_r^2, S_l^2 и оценить адекватность модели, если $F_{1-\alpha} = 5{,}41$, для следующей таблицы:

x	10	10	20	20	30	30
y	12	11	13	16	17	17

56. Дать развернутый вывод формулы для расчета коэффициентов C_k среднеквадратичной аппроксимации в метрическом пространстве. Объяснить все выкладки.

57. Выполнить обратное преобразование приведения интеграла $\int_0^1 \bar{f}(s)ds$ к интегралу $\int_\alpha^\beta f(x)dx$. Показать на примере.

58. Вывести общую систему алгебраических уравнений для расчета весовых коэффициентов и узлов шаблона квадратной формулы при $m + 1 = 3$ ($m + 1$ – число точек шаблона). Найти хотя бы одно решение этой системы.

59. Вывести формулу прямоугольников для вычисления $\int\limits_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$, $f(x) = x^2$.

60. Вывести формулу трапеции для вычисления $\int\limits_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$, $f(x) = x^3$.

61. Вывести формулу Симпсона для вычисления $\int\limits_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$, $f(x) = x + 3$.

62. Вывести формулу Котеса для трехточечного шаблона.

63. Получить формулу Чебышева при $N = 2$.

64. Применить формулу Чебышева при $N = 2$ для вычисления $\int\limits_{1}^{2} xdx$. Сравнить с точным значением.

65. Сравнить точность формул Симпсона и Чебышева при $N = 3$ по отношению к точному значению $\int\limits_{1}^{2} xdx$.

66. Оценить погрешность формулы прямоугольников при $a = 1$, $b = 2$, $h = 0{,}1$ для функции $f(x) = e^x$.

67. Оценить погрешность формулы трапеции при $a = 1$, $b = 2$, $h = 0{,}1$; $f(x) = \ln x$.

68. Оценить погрешность формулы Симпсона при $a = 1$, $b = 2$, $h = 0{,}1$; $f(x) = \sqrt{x}$.

69. Найти величину h (шага дифференцирования) такую, чтобы точное значение производной функции $y = x^2$ в точке $x = 1$ отличалось от вычисленного по приближенной формуле, полученной при использовании трех узлов, окружающих точку $x = 1$, менее чем на 0,01.

70. Получить общую формулу приближенного вычисления второй производной функции. Применить её при вычислении $f''(x)$, если $f(x) = x^3$, в точке $x = 2$. Сравнить с точным значением.

71. В каких случаях результаты численного дифференцирования по формулам при 3 и 5 узлах, окружающих точку дифференцирования, совпадают? Показать, что в этом случае совпадают формулы дифференцирования.

Заключение

Методические указания содержат рекомендации к самостоятельной работе студентов дневной формы обучения, обучающимся по направлению академического бакалавриата 09.03.02 «Информационные системы и технологии», при изучении дисциплины «Вычислительная математика».

Дисциплина изучается студентами в 3-м семестре 2-го курса и заканчивается зачетом. Из общего количества часов, отведенных на дисциплину, 50% составляет внеаудиторная самостоятельная работа студентов. От того, насколько правильно организована эта работа, зависит качество усвоения материала и сформированность компетенций.

Авторы надеются, что методические указания помогут студентам организовать самостоятельную работу таким образом, чтобы сформировать базу для развития профессиональных компетенций в области вычислительной математики, а именно, овладеть численными методами решения задач математического анализа и дифференциальных уравнений с целью их дальнейшего применения в профессиональной деятельности.

Содержание материала методических указаний соответствует требованиям государственных стандартов.

Авторы надеются, что данное издание поможет студентам в систематизации и закреплении теоретических знаний, полученных за время обучения, а также в приобретении и закреплении навыков самостоятельной работы.

Методические указания могут быть полезны студентам, обучающимся по направлениям подготовки ВО, реализуемым в вузе, а также аспирантам и инженерам, желающим овладеть основами вычислительных методов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основная литература

1. Кошев, А.Н. Вычислительные методы [Текст]: учеб. пособие / А.Н. Кошев, В.В. Кузина. – Пенза: ПГУАС, 2012. – 204 с.
2. Контрольно-измерительные материалы по курсу «Вычислительная математика» [Текст]: учебно-методическое пособие / В.В. Кузина, А.Н. Кошев. – Пенза: ПГУАС, 2013. – 98 с.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

3. Пантина И.В. Вычислительная математика [Электронный ресурс]: учебник/ Пантина И.В., Синчуков А.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2012.— 176 c.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/17012.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.
4. Методы математической физики [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ю.В. Гриняев [и др.].— Электрон. текстовые данные.— Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Эль Контент, 2012.— 148 c.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/13862.— ЭБС «IPRbooks», по паролю
5. Плохотников К.Э. Вычислительные методы. Теория и практика в среде MATLAB [Электронный ресурс]: курс лекций. Учебное пособие для вузов/ Плохотников К.Э.— Электрон. текстовые данные.— М.: Горячая линия – Телеком, 2013.— 496 c.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/37120.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.
6. Седов Е.С. Основы работы в системе компьютерной алгебры Mathematica [Электронный ресурс]/ Седов Е.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 401 c.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/16717.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.
7. http://www.iprbookshop.ru/
8. http://www.intuit.ru/
9. http://www.exponenta.ru/

Дополнительная литература

10. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах [Текст]: учеб. пособие для вузов: в 2 ч. Ч. 2. – 7-е изд., испр. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова, С.П. Данко. – М.: Оникс; Мир и образование, 2008. – 448 с.

11. Копченова, Н.В. Вычислительная математика в примерах и задачах [Текст]: учеб. пособие / Н.В. Копченова, И.А. Марон.– 2-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2008. – 368 с.

12. Охорзин, В.А. Прикладная математика в системе MATHCAD [Текст]: учеб. пособие / В.А. Охорзин. – 2-е изд., испр. и доп. – СПб.: Лань, 2008. – 352 с.

13. Тыртышников, Е.Е. Методы численного анализа [Текст]: учеб. пособие для студ. вузов / Е.Е. Тыртышников – М.: ИЦ «Академия», 2007. – 320 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ 3

ВВЕДЕНИЕ 4

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ . 6

СТРУКТУРА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ 9

Раздел 1. Решение систем алгебраических уравнений 9
Раздел 2. Интерполяция и аппроксимация 12
Раздел 3. Численное дифференцирование и интегрирование функций 14
Раздел 4. Численное решение дифференциальных уравнений 17

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА 19

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 25

ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**Ошибка! Закладка не определена.**

Учебное издание

Кузина Валентина Владимировна
Кошев Александр Николаевич

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА
Методические указания для самостоятельной работы
по направлению подготовки 09.03.02
«Информационные системы и технологии»

В авторской редакции
Верстка Н.В. Кучина

Подписано в печать 01.04.16. Формат 60х84/16.
Бумага офисная «Снегурочка». Печать на ризографе.
Усл.печ.л. 1,63. Уч.-изд.л. 1,75. Тираж 80 экз.
Заказ № 215.

Издательство ПГУАС.
440028, г. Пенза, ул. Германа Титова, 28.