

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

---

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
"Пензенский государственный университет  
архитектуры и строительства"  
(ПГУАС)

## **СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА**

Методические указания  
по выполнению контрольных работ  
для направления подготовки  
08.03.01 «Строительство»

Пенза 2016

УДК 624.04/.07(075.8)

ББК 38.112

С86

Рекомендовано Редсоветом университета  
Рецензент – доктор технических наук, профессор,  
В.А. Монахов (ПГУАС)

**Строительная механика:** метод. указания по выполнению  
С86 контрольных работ для направления подготовки 08.03.01 «Строительство»/ О.Г. Земцова. – Пенза: ПГУАС, 2016. – 40 с.

Рассмотрены примеры выполнения контрольных работ по строительной механике. Представлены варианты задач для проведения текущего контроля знаний студентов.

Методические указания подготовлены на кафедре «Механика» и предназначены для использования студентами, обучающимися по направлению 08.03.01 «Строительство», при изучении дисциплины «Строительная механика».

© Пензенский государственный университет  
архитектуры и строительства, 2016

© Земцова О.Г., 2016

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Данное издание содержит методические рекомендации, примеры решения и варианты задач для контрольных работ по дисциплине «Строительная механика». Методические указания предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки 08.03.01 «Строительство».

Цель издания: направление и оказание помощи учащимся в выполнении контрольных работ по предмету «Строительная механика».

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

– способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и математического (компьютерного) моделирования, теоретического и экспериментального исследования.

– способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь для их решения соответствующий физико-математический аппарат.

## ВВЕДЕНИЕ

Методические указания содержат задачи для контрольных работ по четырём темам:

Контрольная работа №1. Расчет статически определимой рамы.

Контрольная работа №2. Расчет статически неопределимой рамы с одним неизвестным методом сил.

Контрольная работа №3. Расчет кинематически неопределимой рамы с одним неизвестным методом перемещений.

Контрольная работа №4. Расчет рамы методом перемещений в матричной форме.

Каждое задание содержит 30 вариантов задач. Все задания снабжены подробными примерами выполнения контрольных работ.

Методические указания составлены в соответствии с рабочей программой изучения дисциплины «Строительная механика».

## МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Для студентов, обучающихся по направлению 08.03.01 «Строительство», предусмотрено проведение текущего контроля знаний по дисциплине «Строительная механика» в виде аудиторных контрольных работ.

Целью проведения контрольных работ является качественное освоение дисциплины «Строительная механика» в течение учебного семестра, повышение уровня текущей успеваемости и активизация самостоятельной деятельности студентов.

Основными задачами текущего контроля успеваемости являются:

- контроль самостоятельной работы студентов в течение учебного семестра;
- приобретение и развитие у студентов навыков самостоятельной систематической работы с учебным материалом;
- повышение качества и прочности уровня остаточных знаний;
- получение оперативной информации о ходе усвоения студентами учебного материала.

Контрольные работы по дисциплине «Строительная механика» проводятся на практических занятиях, преподаватель предупреждает о предстоящей контрольной работе заранее.

Студенты при подготовке к контрольной работе должны проработать теоретический материал по конспекту лекций и/или по учебникам [3-9, 12], повторить решение типовой задачи, рассмотренной на практическом занятии. Затем следует ответить на вопросы для самоконтроля по каждой теме и самостоятельно решить предложенные в данном издании варианты и/или задачи из [1, 2, 10, 11, 13, 14].

Контрольная работа выполняется каждым студентом самостоятельно, на отдельном листе с указанием фамилии, группы и номера варианта. Данные, необходимые для решения задачи, выдает преподаватель. Для каждой задачи вначале приводятся все исходные сведения для ее выполнения и расчетная схема. Решение задачи должно сопровождаться краткими пояснениями, все расчеты должны выполняться разборчиво, в буквенном и числовом виде. Все чертежи (расчетные схемы, эпюры внутренних усилий и т.п.) выполняются аккуратно. Чертежи должны содержать все необходимые данные и полученные результаты расчетов. В конце занятия контрольная работа должна быть сдана преподавателю на проверку.

Критерии оценки контрольных работ студентов:

- оценка «**отлично**» ставится студенту, который самостоятельно, правильно и в полном объеме решил задачу.
- оценка «**хорошо**» ставится, если студент самостоятельно и в основном правильно решил задачу, не выполнив или допустив несущественные

ошибки в 1-2 пунктах решения, при условии, что это не повлияло на правильность решения задачи в целом.

– оценка **«удовлетворительно»** ставится, если студент выполнил основные пункты решения, но не решил задачу полностью.

– оценка **«неудовлетворительно»** ставится, если студент не решил задачу. В случае оценки «неудовлетворительно» студенту необходимо повторно подготовиться и переписать контрольную работу.

# Контрольная работа №1 РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ

## Задание

- Определить реакции опор статически определимой рамы.
- Построить эшюру изгибающих моментов.
- Построить эшюру поперечных сил.
- Построить эшюру продольных сил.

## Пример решения

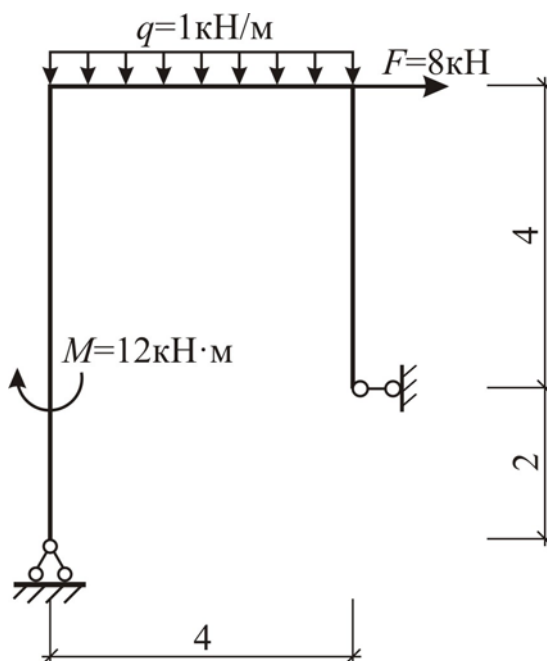


Рис. 1.1

а) Определение опорных реакций (рис. 1.2).

$$\sum F_{ky} = 0: R_{Ay} - q \cdot 4 = 0; \quad R_{Ay} = q \cdot 4 = 1 \cdot 4 = 4 \text{ (кН)}.$$

$$\sum M_A = 0: -M - q \cdot 4 \cdot 2 - F \cdot 6 + R_B \cdot 2 = 0;$$

$$R_B = \frac{M + q \cdot 4 \cdot 2 + F \cdot 6}{2} = \frac{12 + 1 \cdot 8 + 8 \cdot 6}{2} = 34 \text{ (кН)}.$$

$$\sum M_B = 0: R_{Ax} \cdot 2 - R_{Ay} \cdot 4 - M + q \cdot 4 \cdot 2 - F \cdot 4 = 0;$$

$$R_{Ax} = \frac{R_{Ay} \cdot 4 + M - q \cdot 4 \cdot 2 + F \cdot 4}{2} = \frac{4 \cdot 4 + 12 - 1 \cdot 8 + 8 \cdot 4}{2} = 26 \text{ (кН)}.$$

Проверка:

$$\sum F_{kx} = 0: R_{Ax} + F - R_B = 0; \quad 26 + 8 - 34 = 0; \quad 0 = 0, \text{ верно.};$$

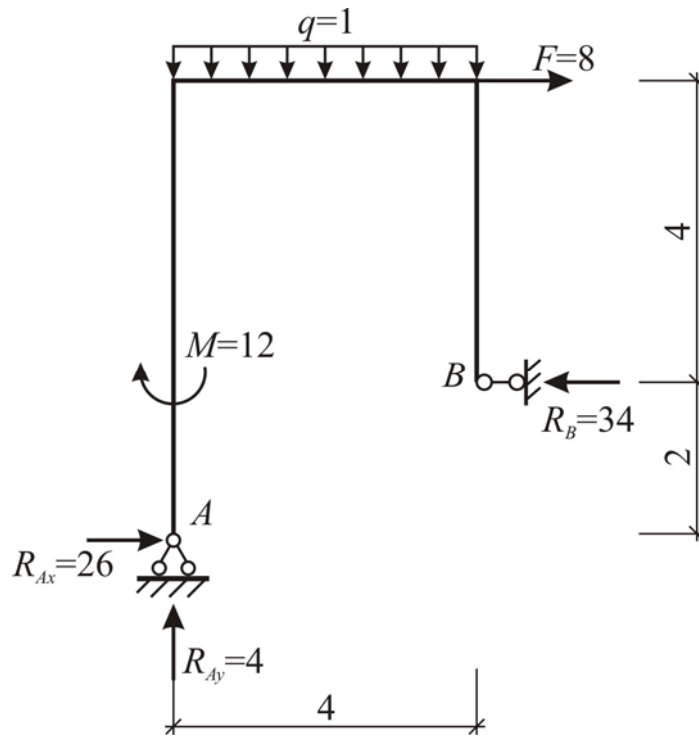


Рис. 1.2

б) Эпюра изгибающих моментов  $M$  (рис. 1.3) строится без знаков, ординаты откладываются со стороны растянутых волокон стержня. Изгибающий момент  $M$  в сечении равен сумме моментов всех внешних сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, относительно точки сечения, лежащей на оси стержня.

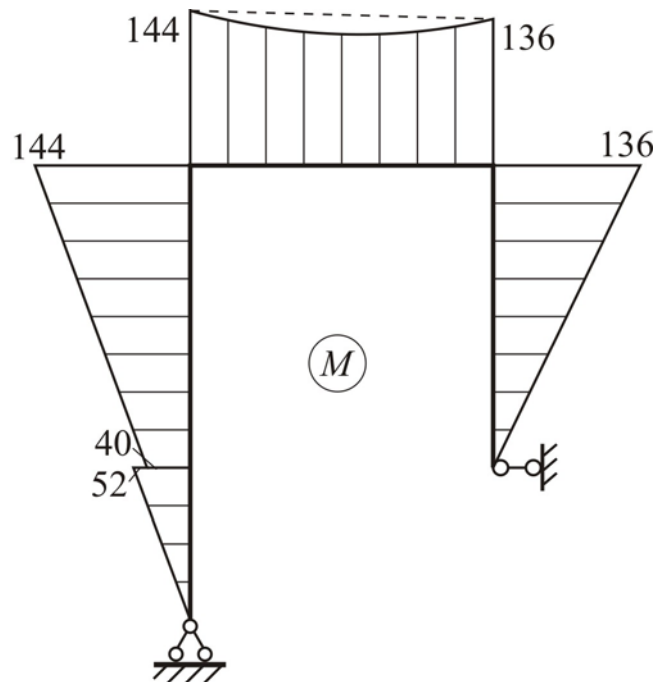


Рис. 1.3



в) Поперечная сила  $Q$  в сечении равна сумме проекций всех внешних сил, приложенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, на нормаль к оси стержня. Поперечная сила в сечении считается положительной, если она вращает отсеченную часть по часовой стрелке. Эюра поперечных сил показана на рис. 1.4,а.

г) Продольная сила  $N$  в сечении равна сумме проекций всех внешних сил, приложенных по одну сторону от сечения на касательную к оси стержня в рассматриваемом сечении. Продольная сила считается положительной, если она вызывает в стержне растяжение. Эюра продольных сил показана на рис. 1.4,б.

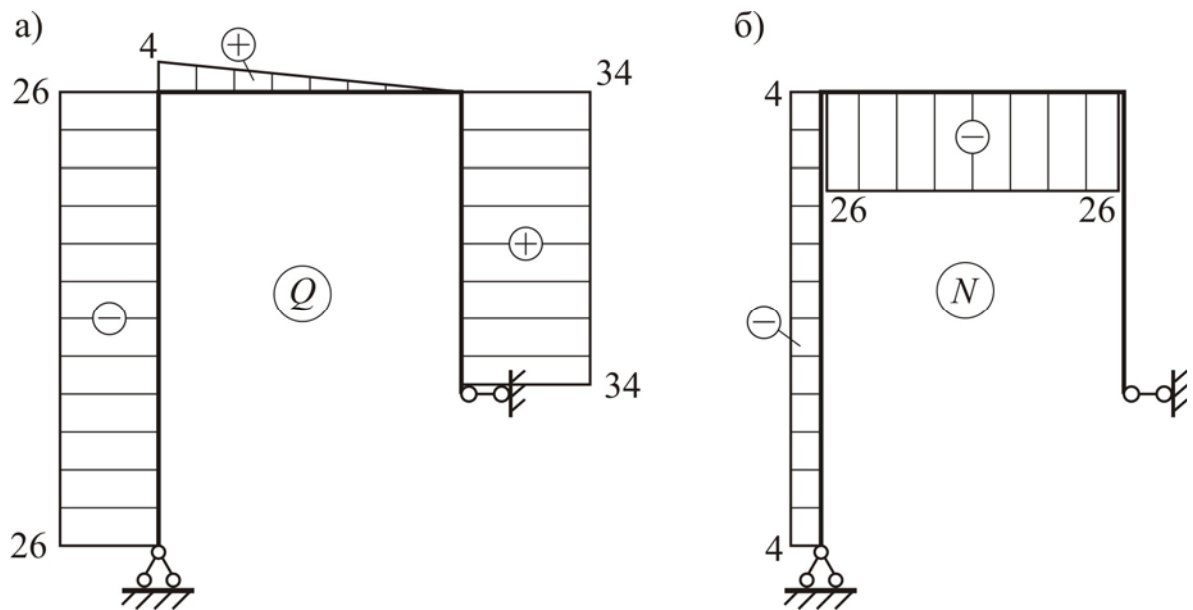
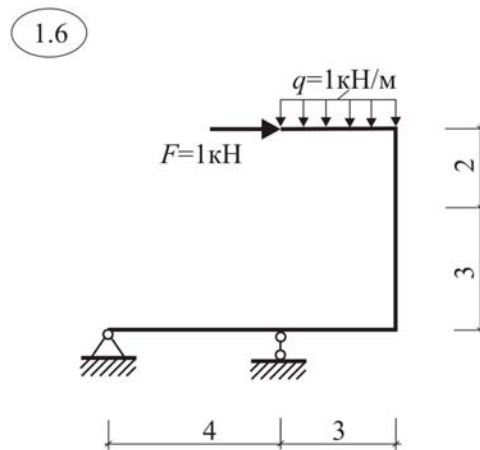
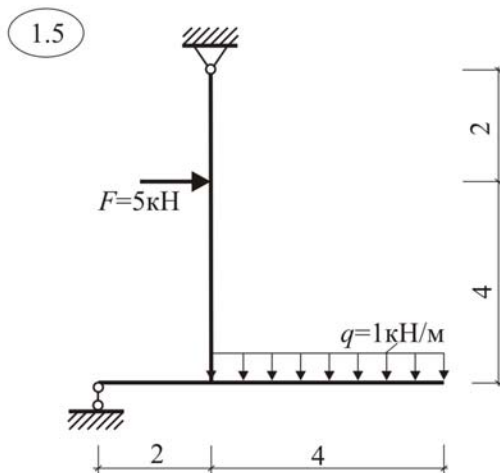
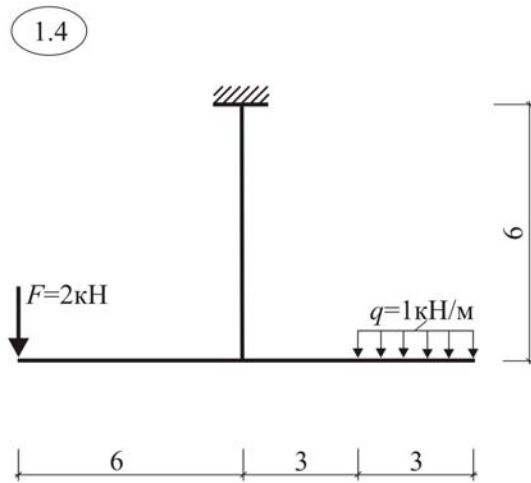
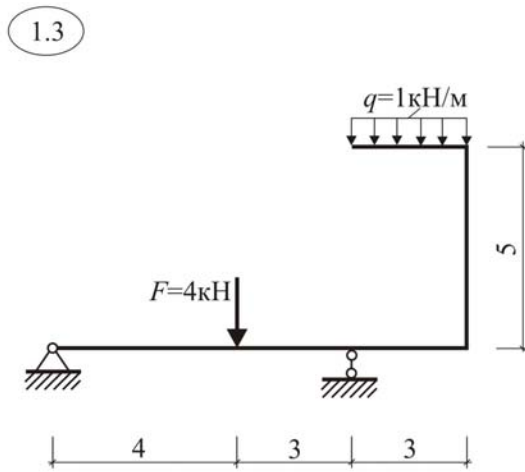
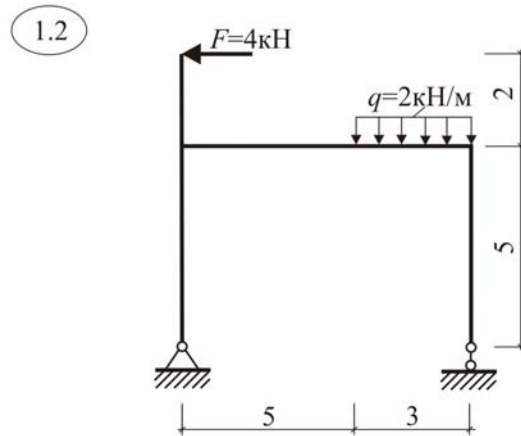
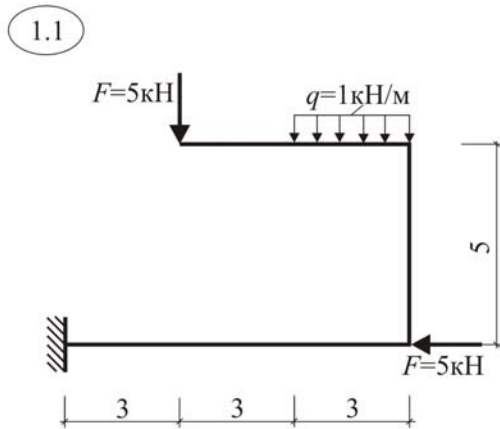
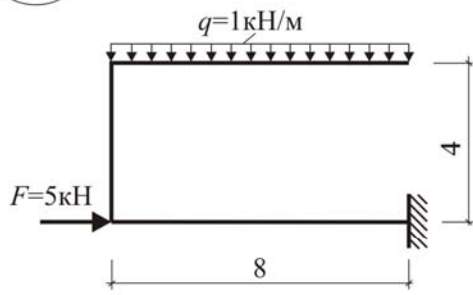


Рис. 1.4

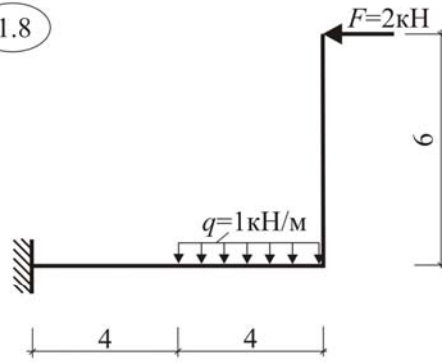
## Варианты задач



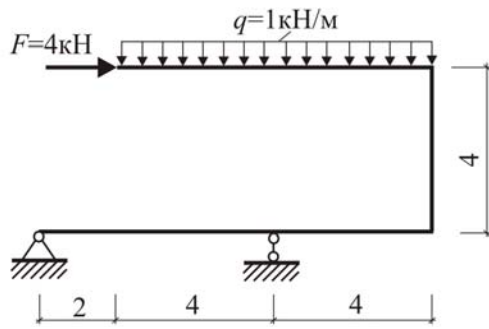
1.7



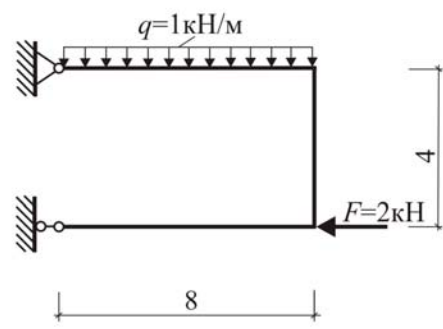
1.8



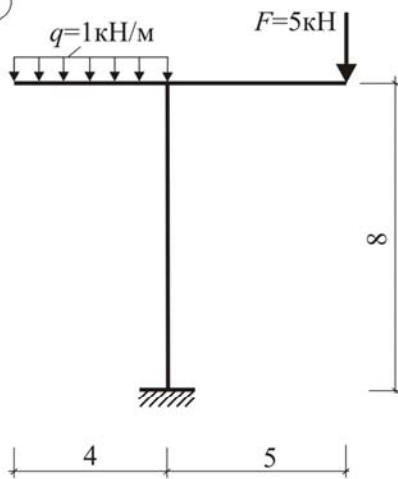
1.9



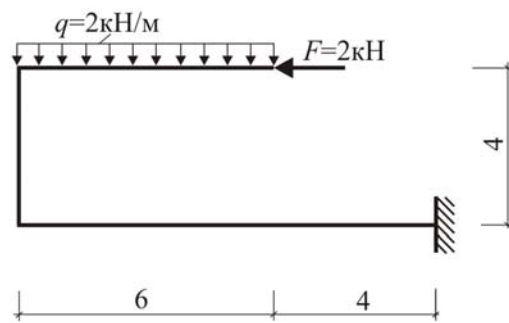
1.10

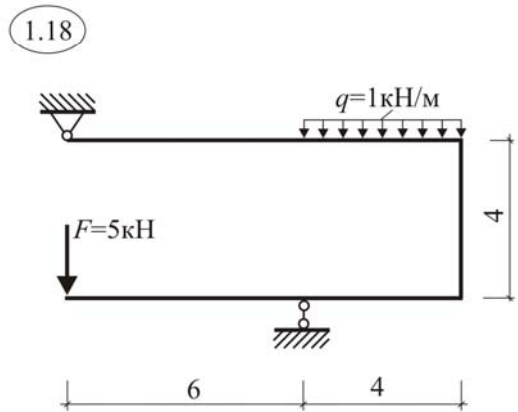
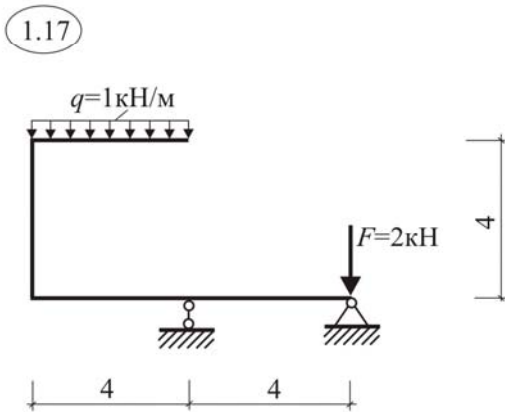
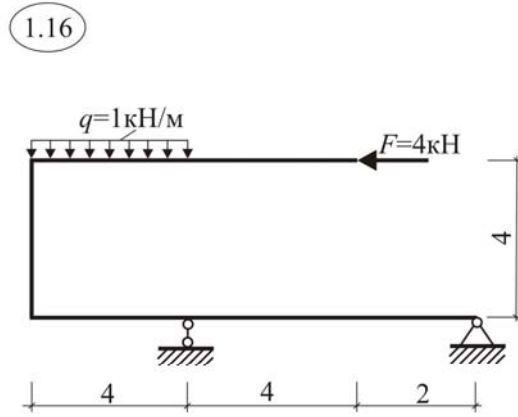
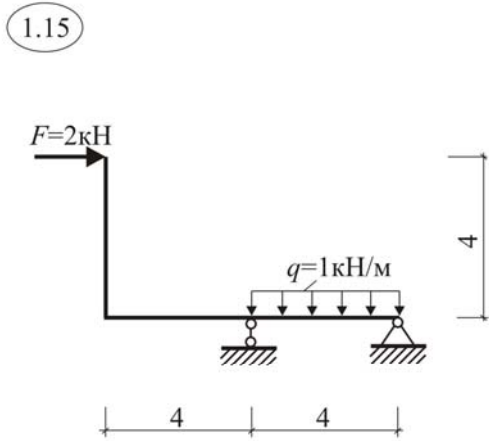
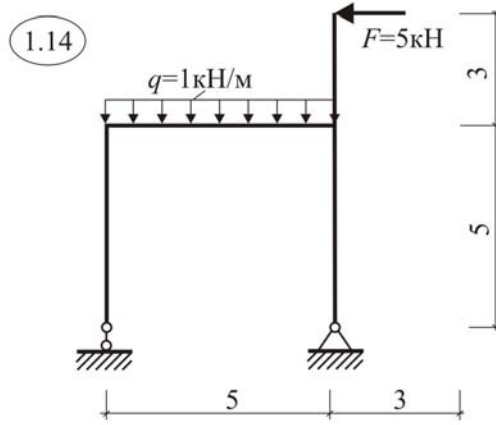
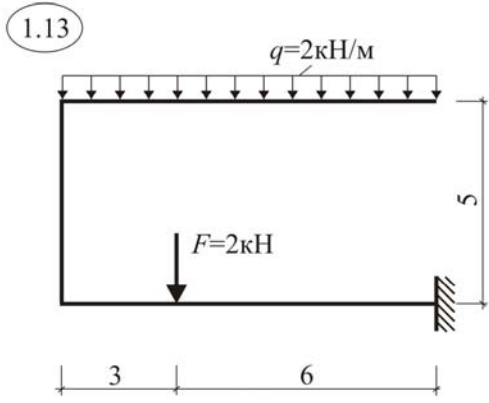


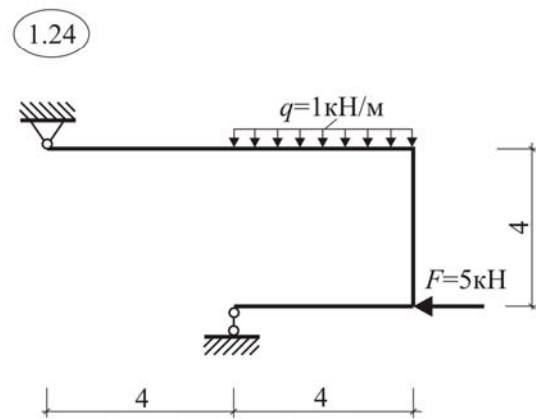
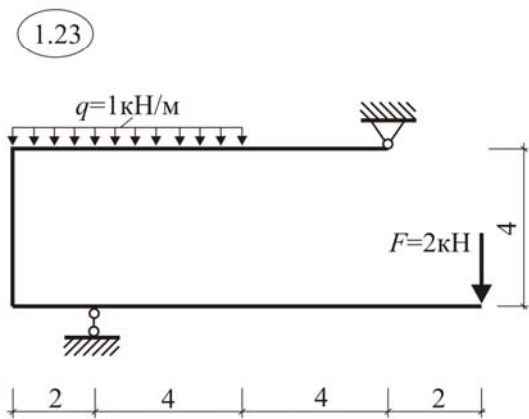
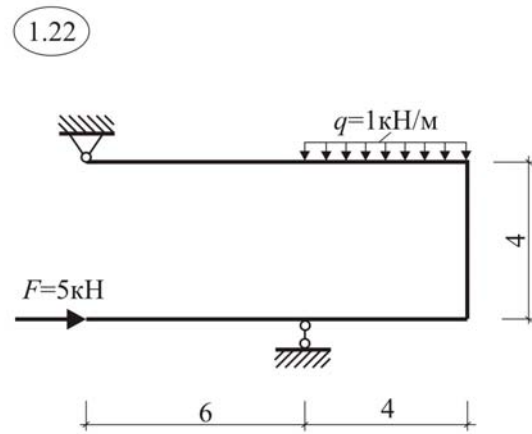
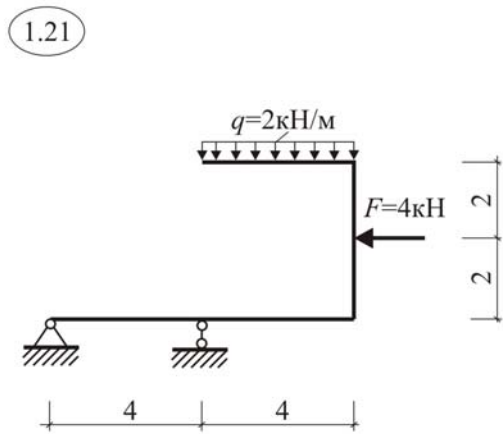
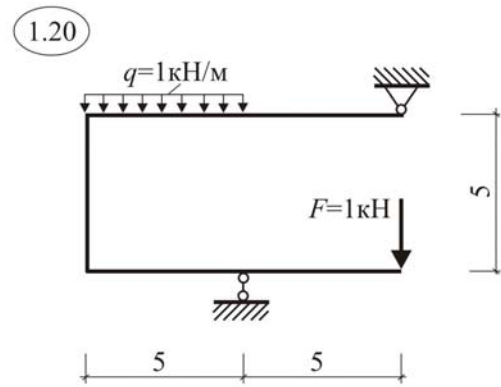
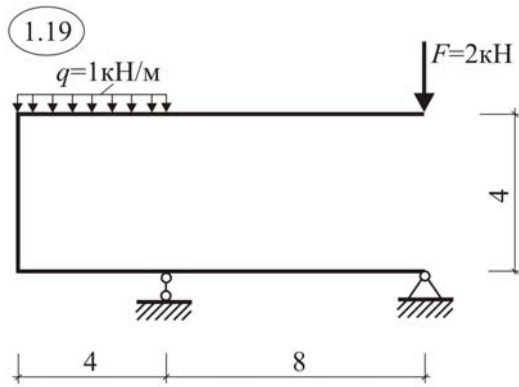
1.11



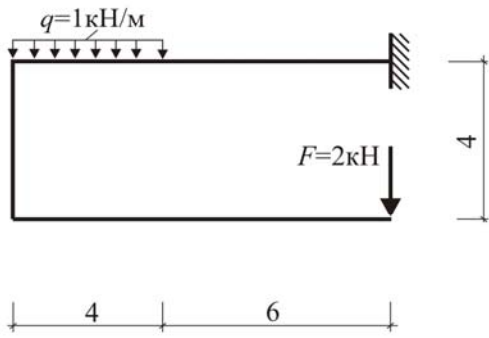
1.12



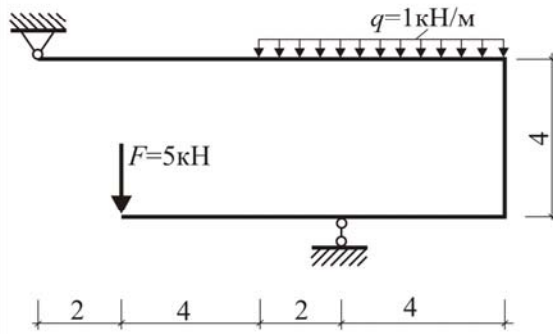




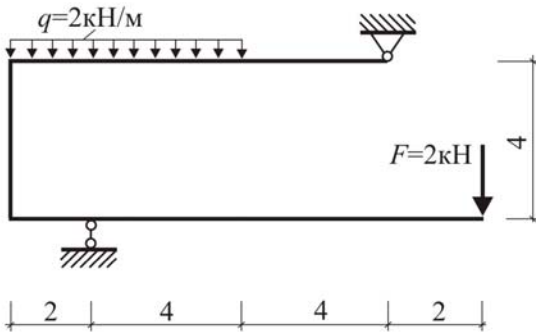
1.25



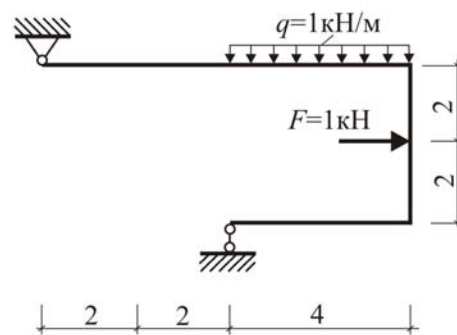
1.26



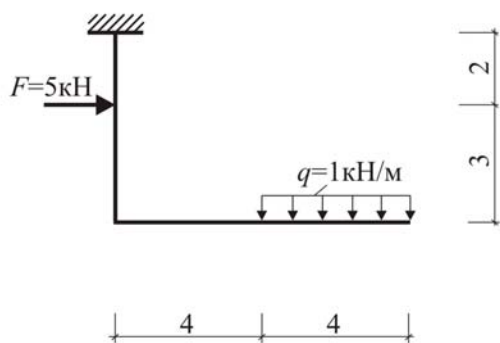
1.27



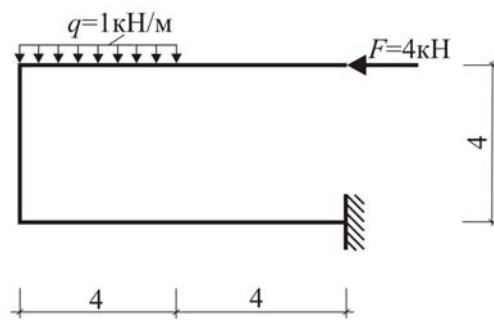
1.28



1.29



1.30



## Контрольная работа №2 РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ С ОДНИМ НЕИЗВЕСТНЫМ МЕТОДОМ СИЛ

### Задание

- а) Определить количество неизвестных метода сил.
- б) Выбрать основную систему метода сил.
- в) Записать уравнение метода сил с одним неизвестным.
- г) Построить единичную и грузовую эпюры.
- д) Вычислить коэффициенты и решить уравнение метода сил.
- е) Построить исправленную эпюру.
- ж) Построить окончательную эпюру изгибающих моментов и выполнить деформационную проверку

### Пример решения

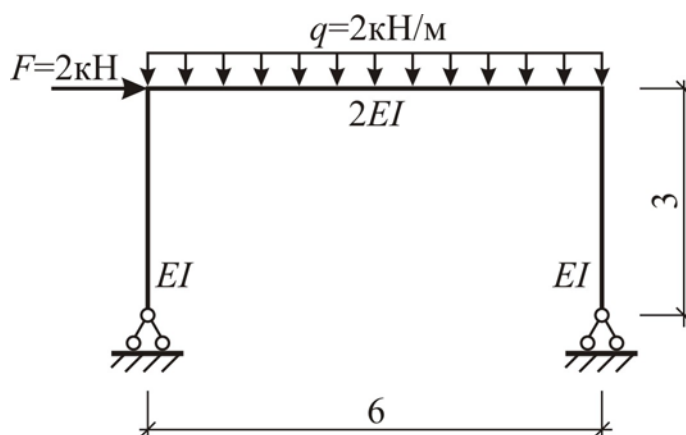


Рис. 2.1

- а) Количество неизвестных (количество лишних связей):

$$\lambda = -W = -3Д + 2Ш + C_0 = -3 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 4 = 1.$$

б) Основная система метода сил (О.С.М.С.) получается из заданной путем отбрасывания лишней связи (рис. 2.2). Действие отброшенной связи заменяется неизвестной силой  $X_1$ .

- в) Уравнение метода сил с одним неизвестным имеет вид:

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1p} = 0.$$

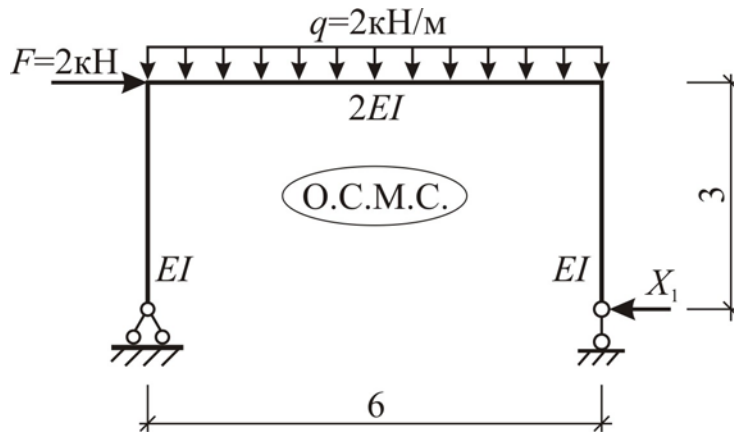


Рис. 2.2

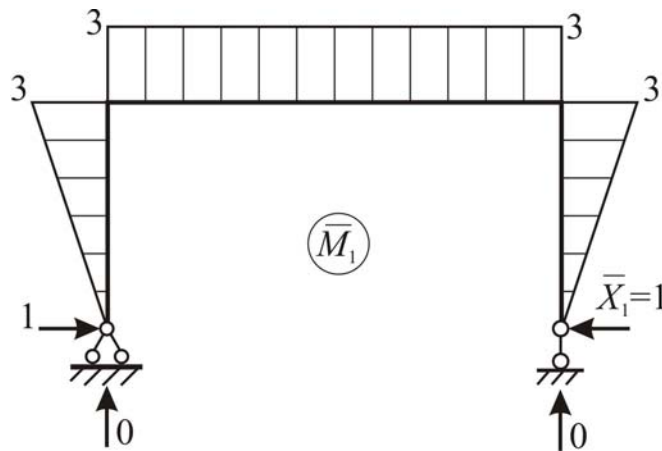


Рис. 2.3

г) Единичная эпюра (рис. 2.3) строится в основной системе от действия силы  $\bar{X}_1 = 1$ . Для построения грузовой эпюры (рис. 2.4,б) сначала определим опорные реакции (рис. 2.4,а) от действия внешней нагрузки.

$$\sum F_{kx} = 0: F - R_{Ax} = 0; \quad R_{Ax} = F = 2(\text{кН}).$$

$$\sum M_A = 0: -F \cdot 3 - q \cdot 6 \cdot 3 + R_B \cdot 6 = 0;$$

$$R_B = \frac{F \cdot 3 + q \cdot 6 \cdot 3}{6} = \frac{2 \cdot 3 + 2 \cdot 6 \cdot 3}{6} = 7(\text{кН}).$$

$$\sum M_B = 0: -R_{Ay} \cdot 6 - F \cdot 3 + q \cdot 6 \cdot 3 = 0;$$

$$R_{Ay} = \frac{-F \cdot 3 + q \cdot 6 \cdot 3}{6} = \frac{-2 \cdot 3 + 2 \cdot 6 \cdot 3}{6} = 5(\text{кН}).$$

Проверка:

$$\sum F_{ky} = 0: R_{Ay} - q \cdot 6 + R_B = 0; \quad 5 - 2 \cdot 6 + 7 = 0; \quad 0 = 0, \text{ верно.};$$



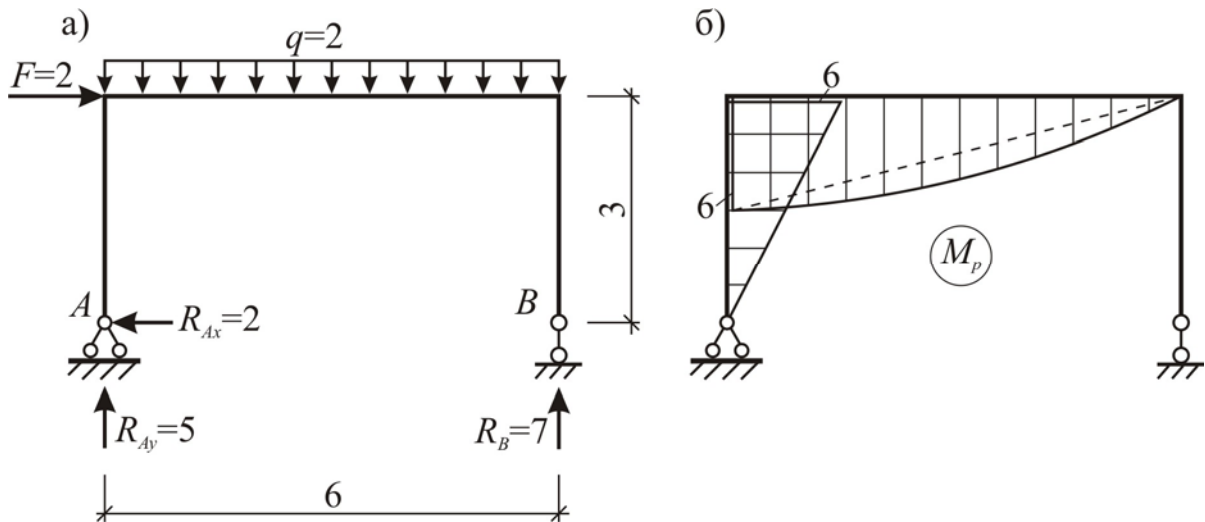


Рис. 2.4

д) Вычисление коэффициента при неизвестном:

$$\delta_{11} = \sum \int \frac{\bar{M}_1 \cdot \bar{M}_1}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 \times 2 + \frac{1}{2EI} \cdot 3 \cdot 6 \cdot 3 = \frac{45}{EI}.$$

Вычисление свободного члена уравнения:

$$\Delta_{1p} = \sum \int \frac{\bar{M}_1 \cdot M_p}{EI} dx = -\frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 - \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3 -$$

$$-\frac{1}{2EI} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2 \cdot 6^3}{8} \cdot 3 = -\frac{99}{EI}.$$

Решение уравнения метода сил:

$$\frac{45}{EI} \cdot X_1 - \frac{99}{EI} = 0;$$

$$X_1 = \frac{99 \cdot EI}{EI \cdot 45} = \frac{99}{45} = 2,2 \text{ (кН)}.$$

е) Исправленная эпюра  $M_1^n = \bar{M}_1 \cdot X_1$  (рис. 2.5).

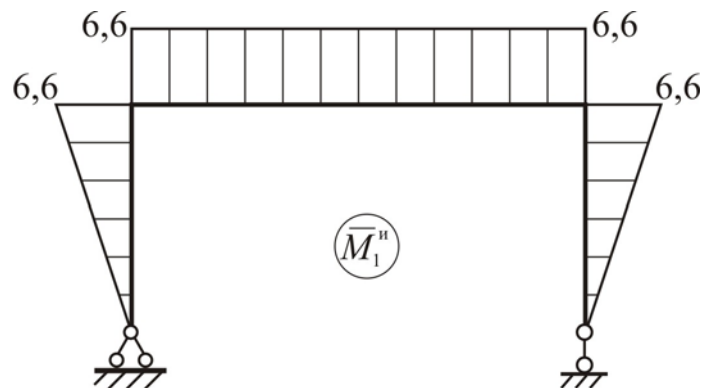


Рис. 2.5

ж) Окончательная эпюра моментов (рис. 2.6) строится в заданной системе и получается путем сложения грузовой и исправленной эпюр:  
 $M_{ок} = M_p + M_1^и$ .

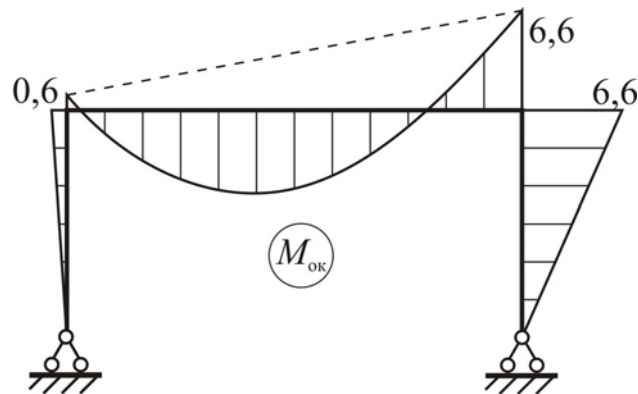


Рис. 2.6

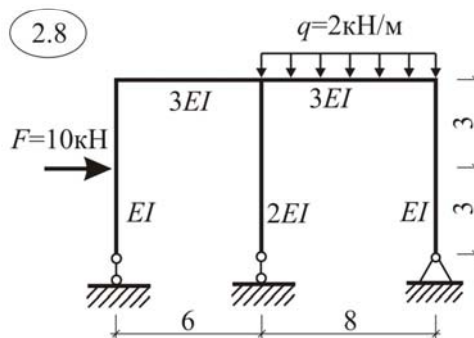
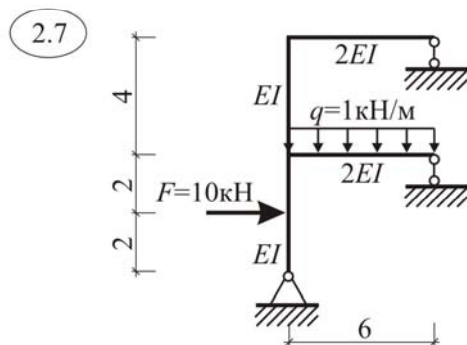
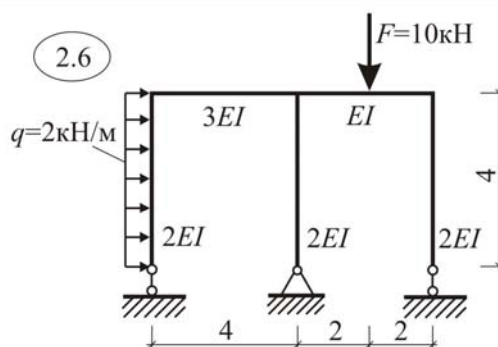
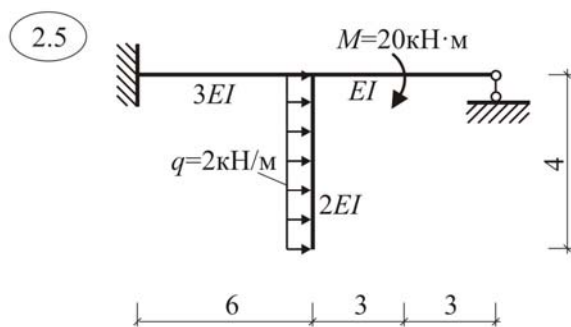
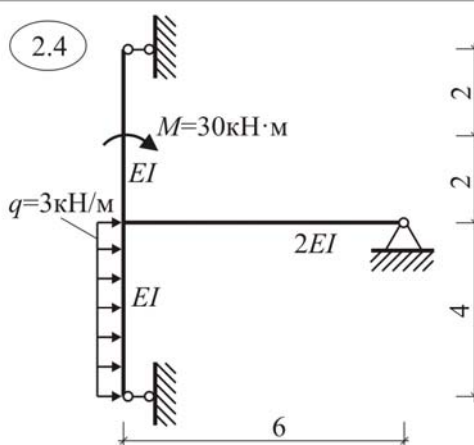
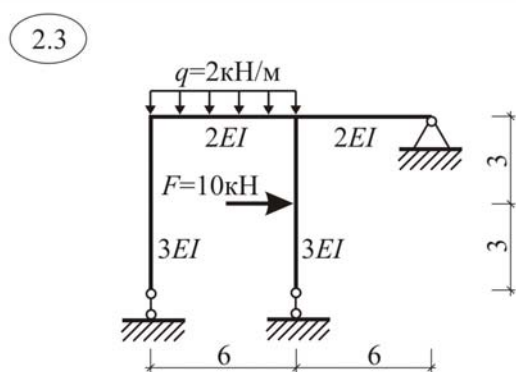
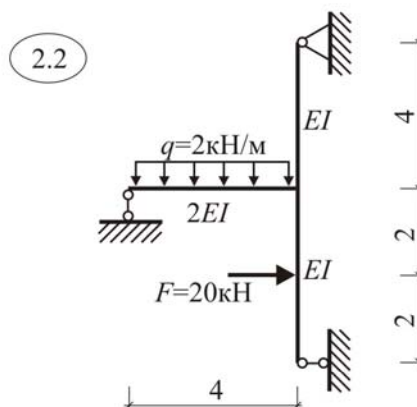
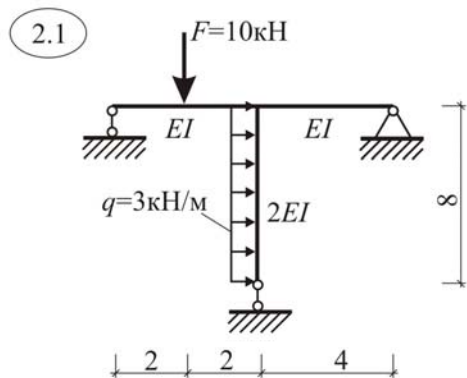
Кинематическая проверка заключается в равенстве нулю возможных перемещений в заданной системе по направлению отброшенных связей:

$$\Delta = \sum \int \frac{M_{ок} \cdot \bar{M}_1}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,6 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 + \frac{1}{2EI} \cdot \frac{6}{6} \cdot (2 \cdot 0,6 \cdot 3 + 2 \cdot 6,6 \cdot 3 +$$

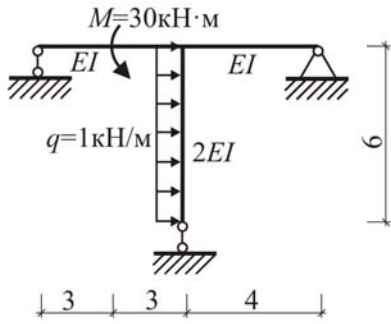
$$+ 0,6 \cdot 3 + 6,6 \cdot 3) - \frac{1}{2EI} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2 \cdot 6^3}{8} \cdot 3 + \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6,6 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 = 0,$$

$0=0$ , верно.

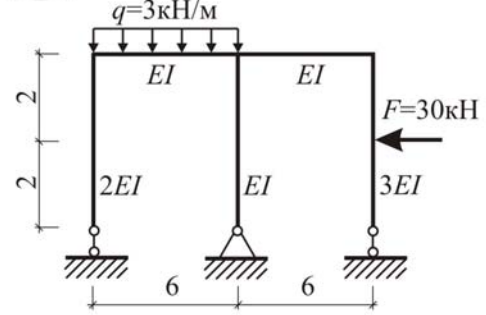
## Варианты задач



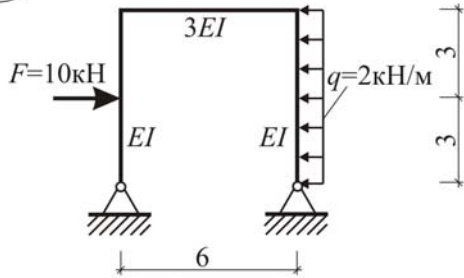
2.9



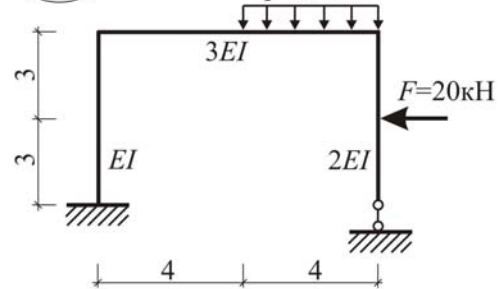
2.10



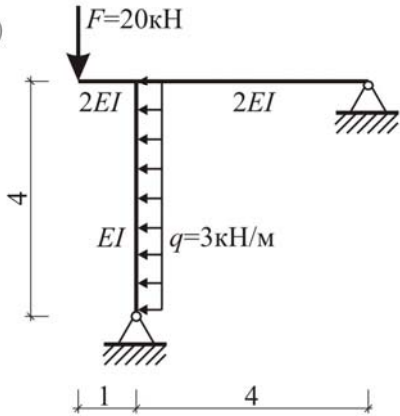
2.11



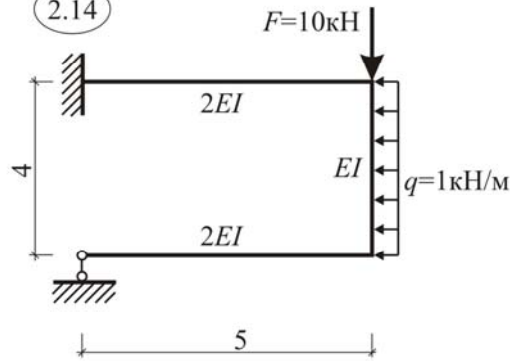
2.12



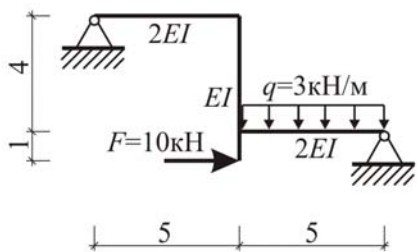
2.13



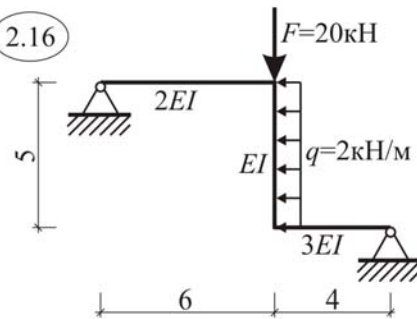
2.14



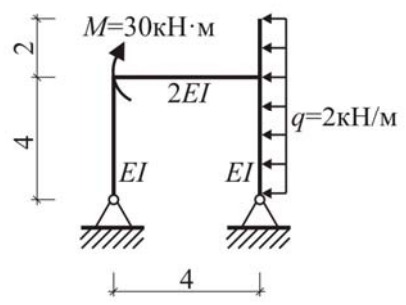
2.15



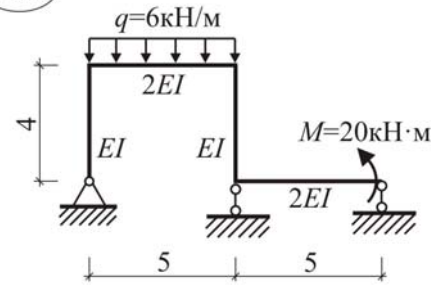
2.16



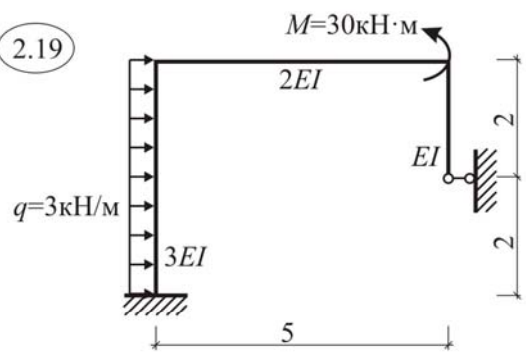
2.17



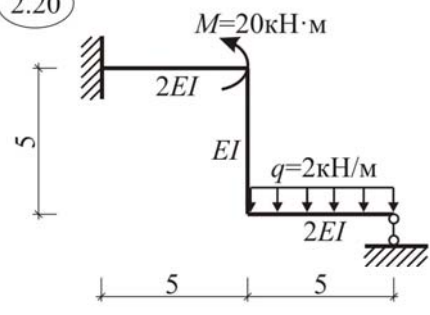
2.18



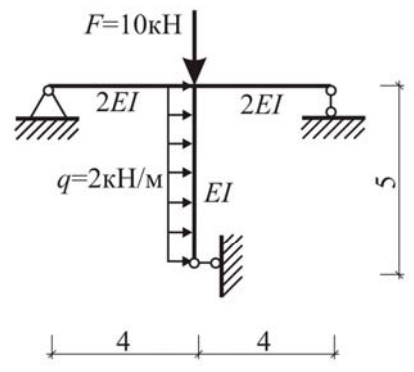
2.19



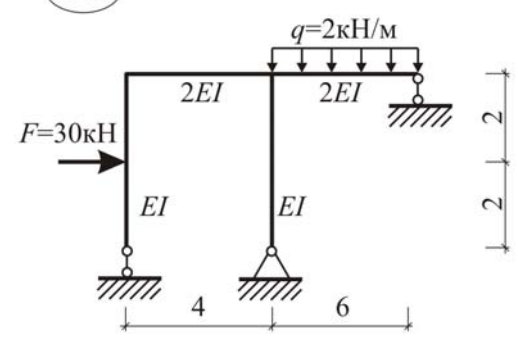
2.20



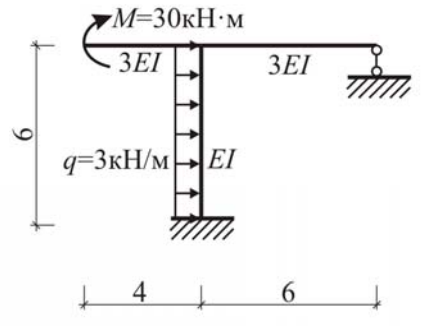
2.21



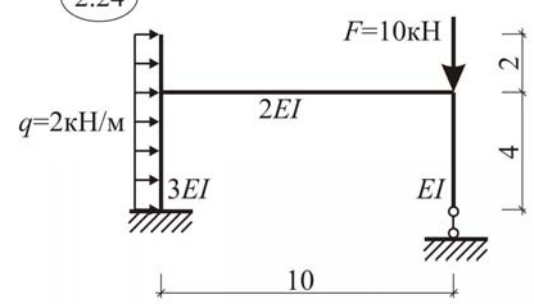
2.14



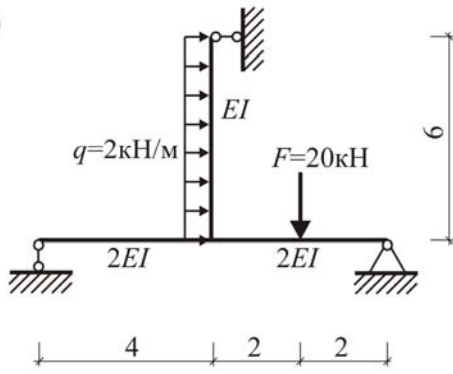
2.23



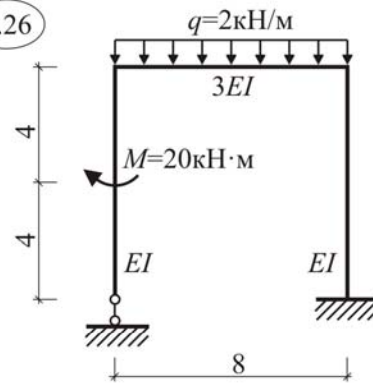
2.24



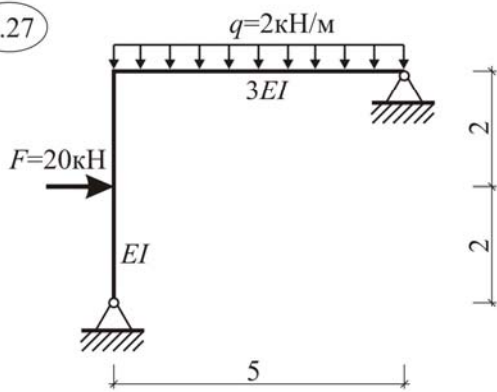
2.25



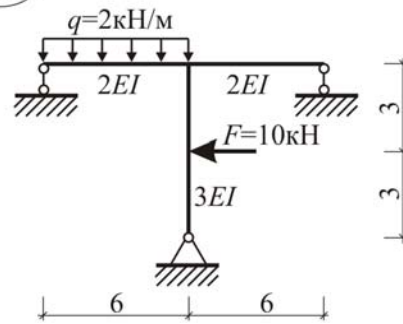
2.26



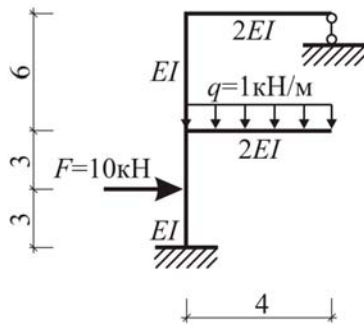
2.27



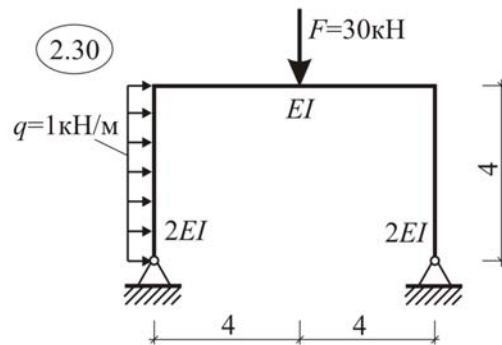
2.28



2.29



2.30



## Контрольная работа №3

### РАСЧЕТ КИНЕМАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ С ОДНИМ НЕИЗВЕСТНЫМ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

#### Задание

- а) Определить количество неизвестных метода перемещений.
- б) Выбрать основную систему метода перемещений.
- в) Записать уравнение метода перемещений с одним неизвестным.
- г) Построить единичную и грузовую эпюры.
- д) Вычислить коэффициенты и решить уравнение метода перемещений.
- е) Построить исправленную эпюру.
- ж) Построить окончательную эпюру изгибающих моментов и выполнить ее статическую проверку.

#### Пример решения

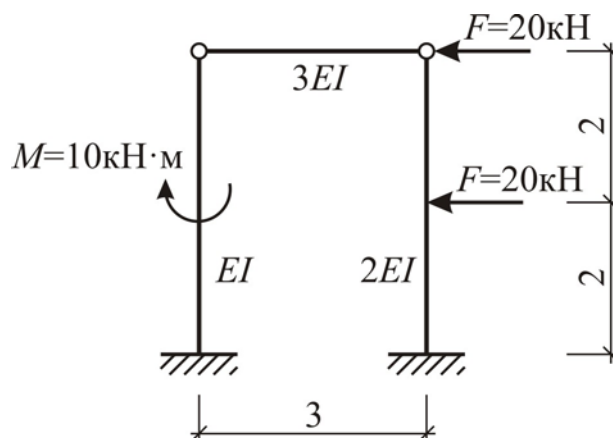


Рис. 3.1

- а) Количество неизвестных метода перемещений:

$$n = n_y + n_{\text{л}},$$

где  $n_y$  – количество угловых перемещений, равно количеству жестких узлов:  $n_y = 0$ ;

$n_{\text{л}}$  – количество линейных перемещений, равно количеству степеней свободы шарнирной схемы (рис. 3.2).

Шарнирная схема получается из заданной системы путем введения шарниров во все узлы, включая опорные:

$$n_{\text{л}} = W_{\text{ш.с.}} = 3Д - 2Ш - C_0 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 - 4 = 1.$$

$$n = n_y + n_{\text{л}} = 0 + 1 = 1.$$

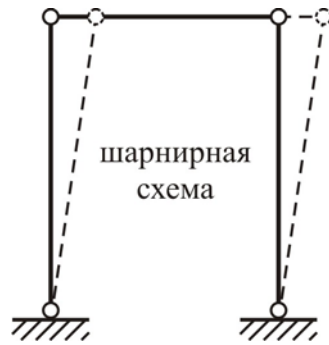


Рис. 3.2

б) Основная система метода перемещений (О.С.М.П.) получается из заданной системы путем введения дополнительных связей (рис. 3.3). При этом перейдем от изгибных жесткостей к погонным жесткостям стержней и найдем их соотношение:

$$i_1 = \frac{EI}{4} = i;$$

$$i_2 = \frac{3EI}{3} = EI = \cancel{EI} \cdot \frac{EI \cdot 4}{4 \cdot \cancel{EI}} = 4 \cdot \frac{EI}{4} = 4i;$$

$$i_3 = \frac{2EI}{4} = \frac{EI}{2} = \frac{\cancel{EI}}{2} \cdot \frac{EI \cdot 4}{4 \cdot \cancel{EI}} = 2 \cdot \frac{EI}{4} = 2i.$$

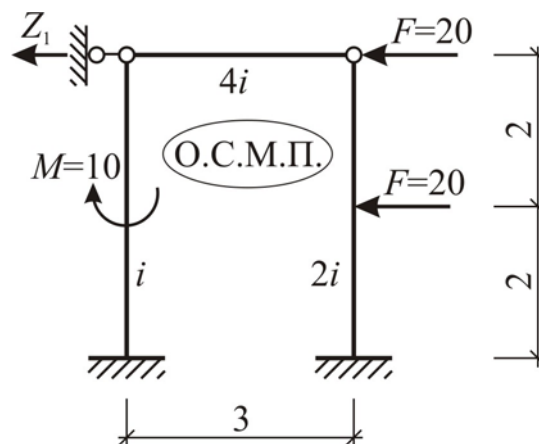


Рис. 3.3

в) Уравнение метода перемещений с одним неизвестным имеет вид:

$$r_{11} \cdot Z_1 + R_{1p} = 0.$$

г) Единичная эпюра строится в основной системе с использованием таблицы метода перемещений от единичного перемещения  $\bar{Z}_1 = 1$  (рис. 3.4).



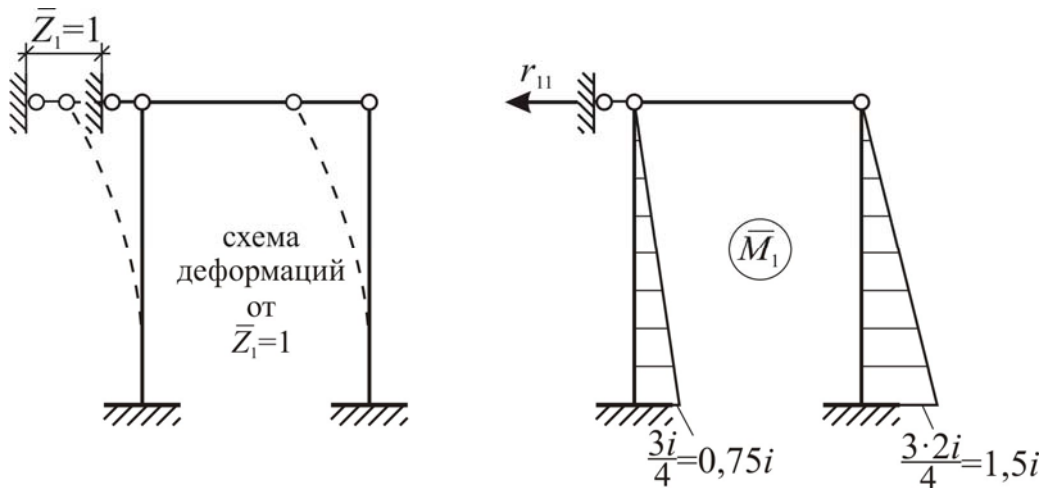


Рис. 3.4

Грузовая эпюра (рис. 3.5) строится в основной системе с помощью таблицы метода перемещений от действия внешней нагрузки.

$$M_{A(M)} = \frac{m \cdot (l^2 - 3b^2)}{2l^2} = \frac{10 \cdot (4^2 - 3 \cdot 2^2)}{2 \cdot 4^2} = 1,25;$$

$$R_{A(M)} = R_{B(M)} = \frac{3m \cdot (l^2 - b^2)}{2l^3} = \frac{3 \cdot 10 \cdot (4^2 - 2^2)}{2 \cdot 4^3} = 2,8125.$$

$$M_{A(F)} = \frac{Fl}{2} \cdot v \cdot (1 - v^2) = \frac{20 \cdot 4}{2} \cdot 0,5 \cdot (1 - 0,5^2) = 15;$$

$$R_{A(F)} = \frac{Fv}{2} \cdot (3 - v^2) = \frac{20 \cdot 0,5}{2} \cdot (3 - 0,5^2) = 13,75;$$

$$R_{B(F)} = \frac{Fu^2}{2} \cdot (3 - u) = \frac{20 \cdot 0,5^2}{2} \cdot (3 - 0,5) = 6,25.$$

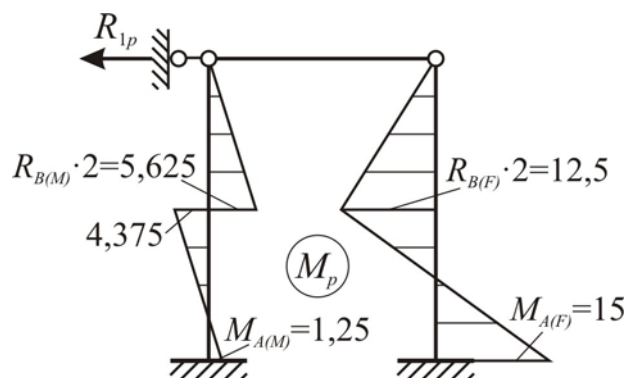
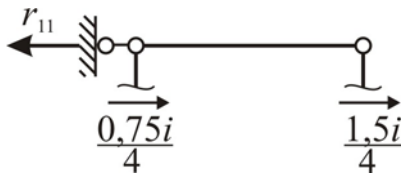


Рис. 3.5

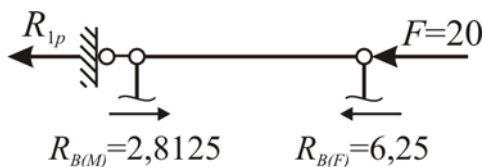
д) Вычисление коэффициентов выполняется статическим способом (для реакций в дополнительно введенных защемлениях используется метод вырезания узлов; для реакций в дополнительно введенных линейных свя-

зях проводится сечение, параллельное реакции, так, чтобы в отсеченной части была только одна неизвестная сила):



$$\sum x = 0: \frac{0,75i}{4} + \frac{1,5i}{4} - r_{11} = 0;$$

$$r_{11} = \frac{0,75i}{4} + \frac{1,5i}{4} = \frac{2,25i}{4} = 0,5625i.$$



$$\sum x = 0: 2,8125 - 6,25 - 20 - R_{1p} = 0;$$

$$R_{1p} = 2,8125 - 6,25 - 20 = -23,4375.$$

Решение уравнения метода перемещений:

$$0,5625i \cdot Z_1 - 23,4375 = 0;$$

$$Z_1 = \frac{23,4375}{0,5625i} = \frac{41,667}{i}.$$

е) Исправленная эпюра  $M_1^n = \bar{M}_1 \cdot Z_1$  (рис. 3.6а).

ж) Окончательная эпюра моментов (рис. 3.6б) строится в заданной системе и получается путем сложения грузовой и исправленной эпюр:

$$M_{ок} = M_p + M_1^n.$$

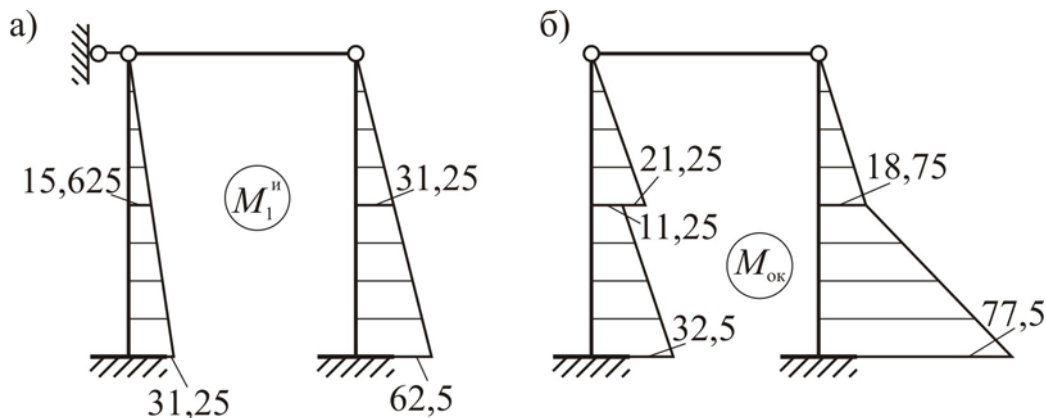
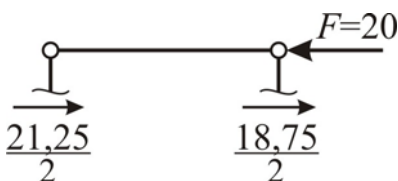


Рис. 3.6

Статическая проверка окончательной эпюры моментов заключается в равновесии отсеченного ригеля:

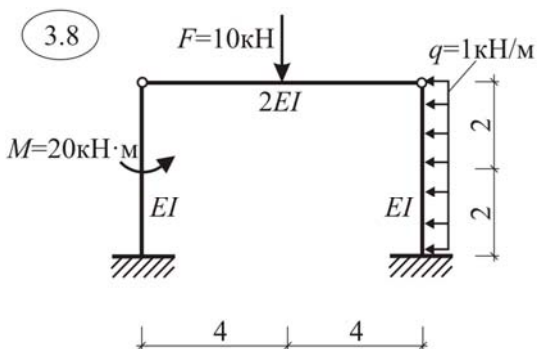
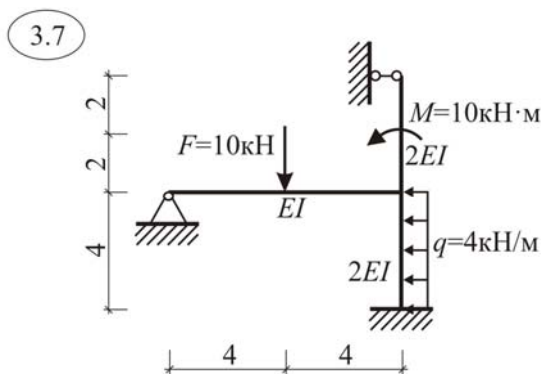
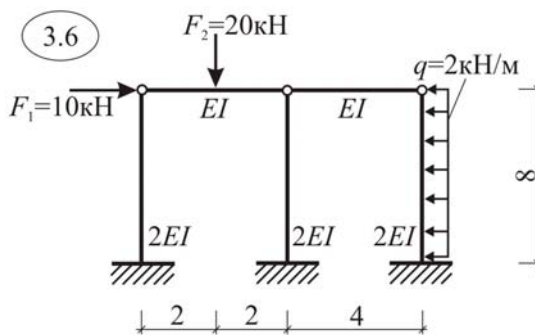
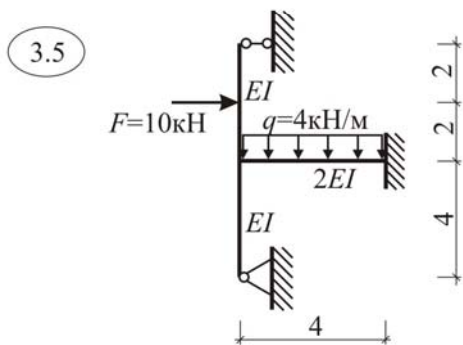
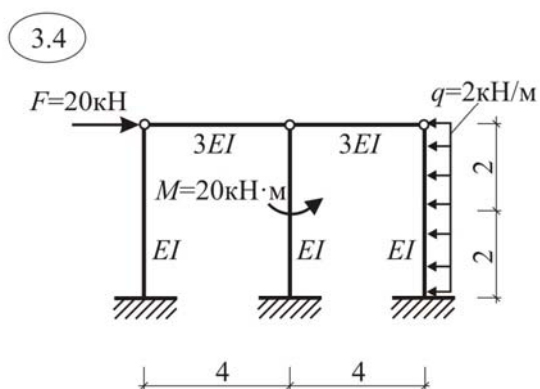
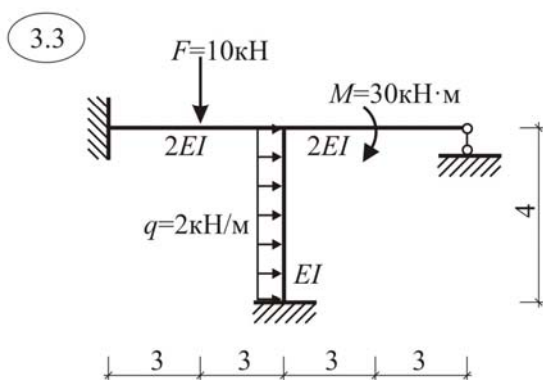
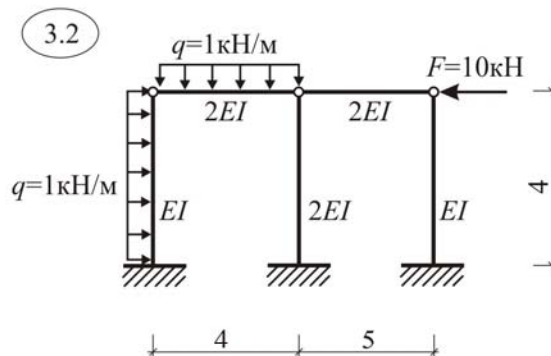
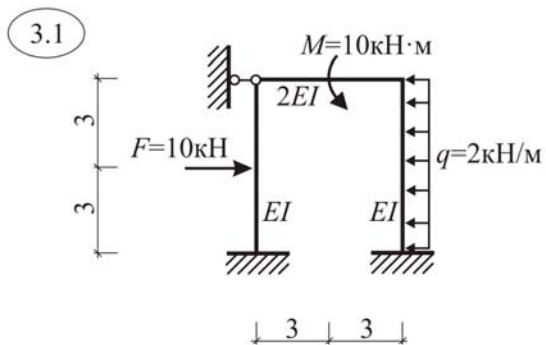


$$\sum x = 0: \frac{21,25}{2} + \frac{18,75}{2} - 20 = 0;$$

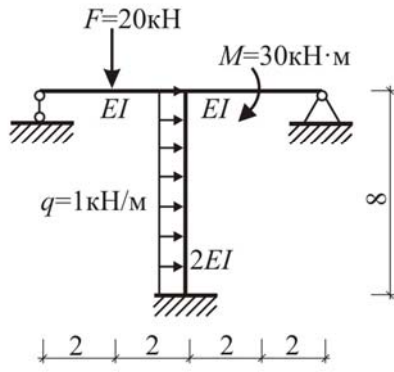
$$10,625 + 9,375 - 20 = 0;$$

$$0=0, \text{ верно.}$$

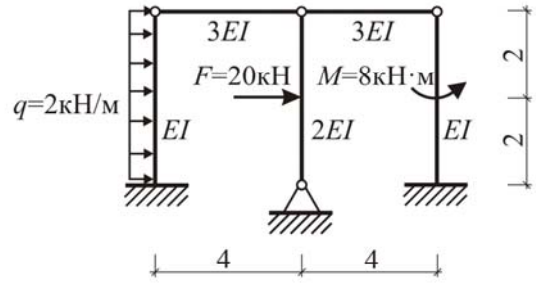
## Варианты задач



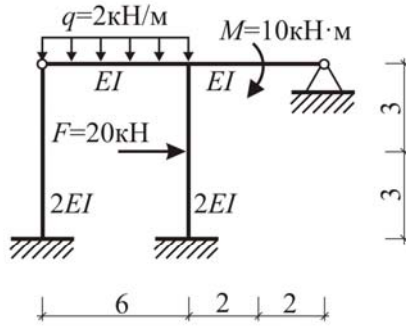
3.9



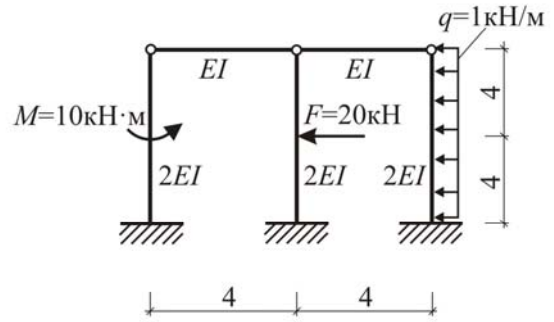
3.10



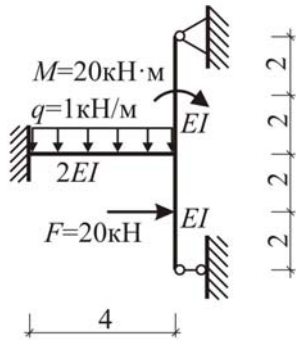
3.11



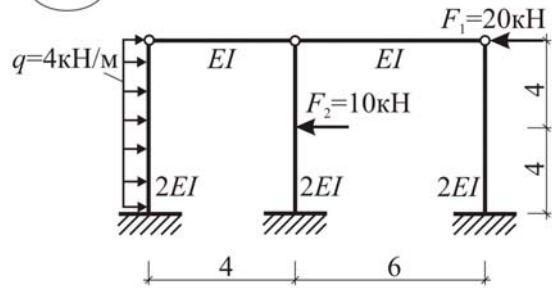
3.12



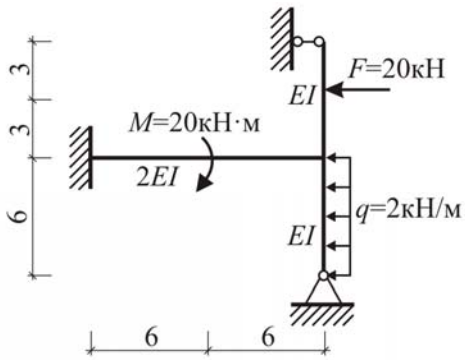
3.13



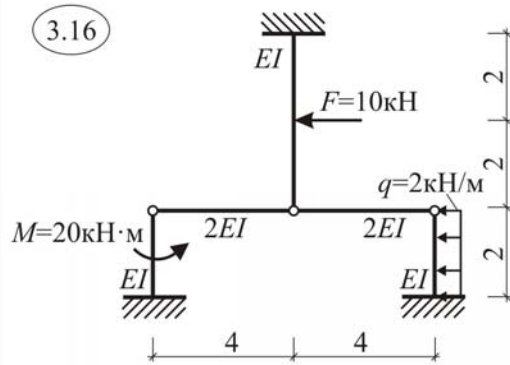
3.14



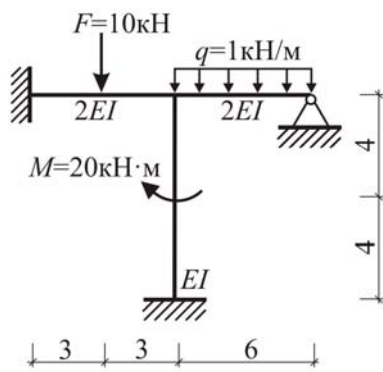
3.15



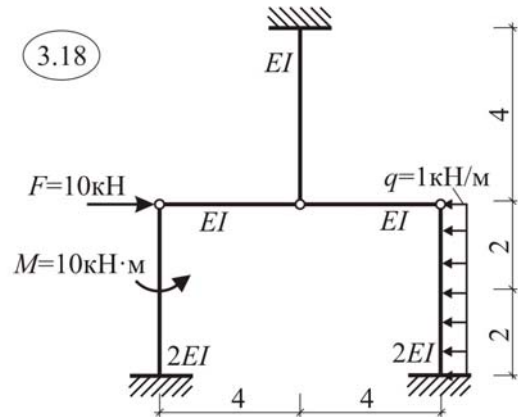
3.16



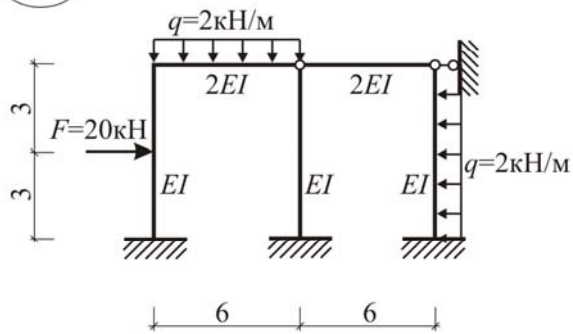
3.17



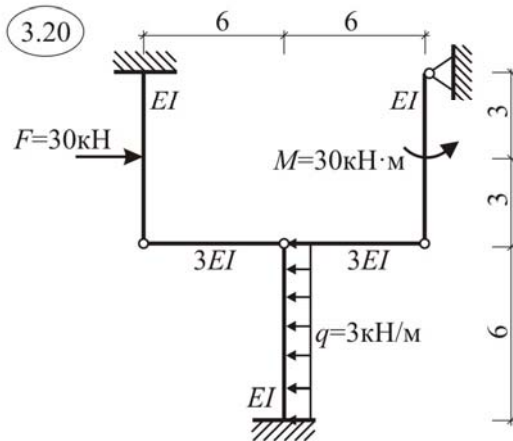
3.18



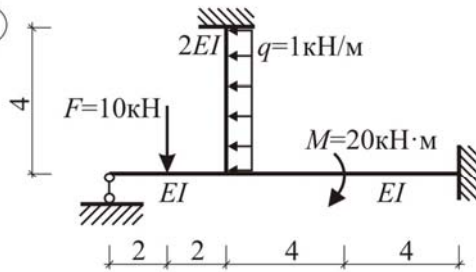
3.19



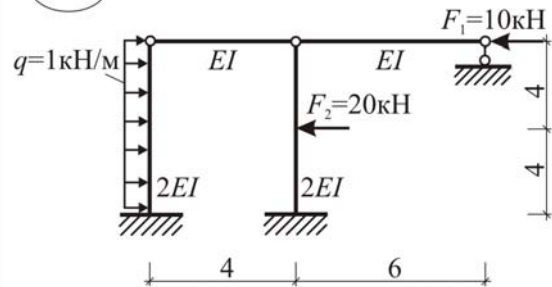
3.20



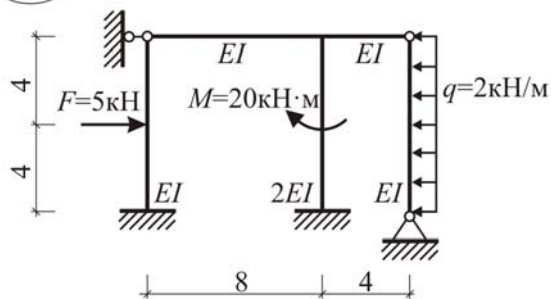
3.21



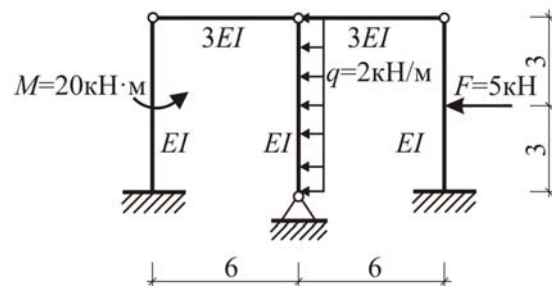
3.22



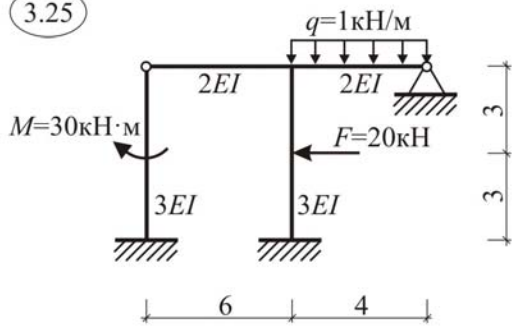
3.23



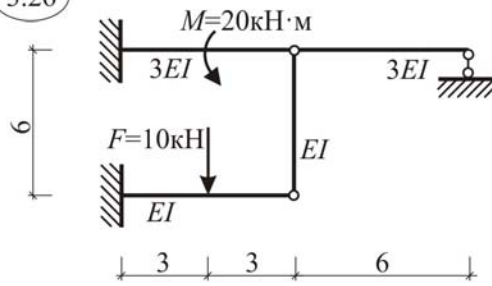
3.24



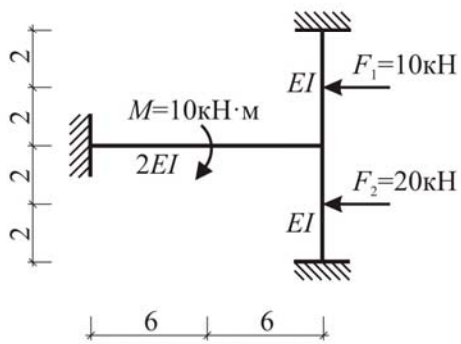
3.25



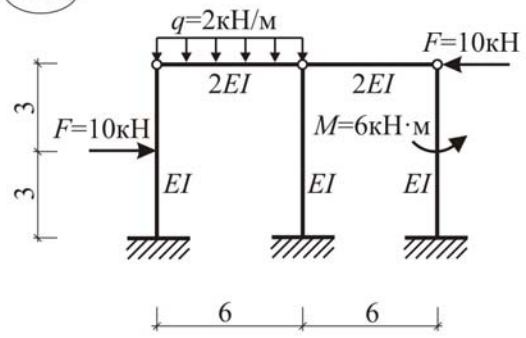
3.26



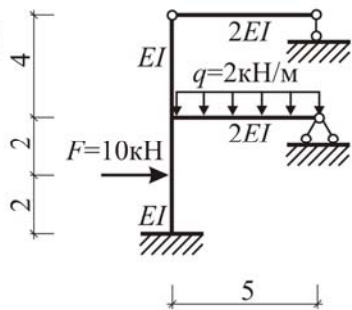
3.27



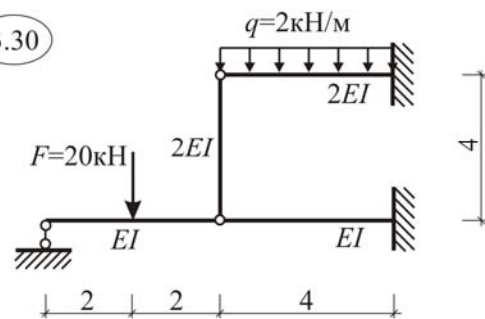
3.28



3.29



3.30



## Контрольная работа №4 РАСЧЕТ РАМЫ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В МАТРИЧНОЙ ФОРМЕ

### Задание

- а) Привести пролетную нагрузку к узловой и построить эпюру моментов от пролетных нагрузок.
- б) Показать схему узловых перемещений рамы.
- в) Построить схему внутренних усилий в стержнях и схему внутренних усилий в узлах.
- г) Записать уравнения равновесия узлов.
- д) Составить вектор внутренних усилий, вектор внешних сил и статическую матрицу.
- е) Составить матрицу внутренней жесткости.

### Пример решения

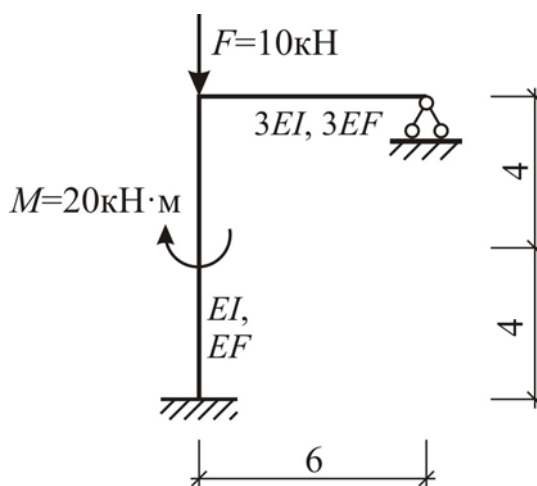


Рис. 4.1

- а) С помощью таблицы метода перемещений строим эпюру  $S_0$  от внешней нагрузки (т.е. грузовую эпюру) и приводим пролетную нагрузку к узловой (рис. 4.2).

$$M_A = \frac{mb}{l^2}(2l - 3b) = \frac{20000 \cdot 4}{8^2} \cdot (2 \cdot 8 - 3 \cdot 4) = 5000 \text{ (Н} \cdot \text{м)};$$

$$M_B = \frac{ma}{l^2}(2l - 3a) = \frac{20000 \cdot 4}{8^2} \cdot (2 \cdot 8 - 3 \cdot 4) = 5000 \text{ (Н} \cdot \text{м)};$$

$$R_A = R_B = \frac{6ab}{l^3}m = \frac{6 \cdot 4 \cdot 4}{8^3} \cdot 20000 = 3750 \text{ (Н)}.$$

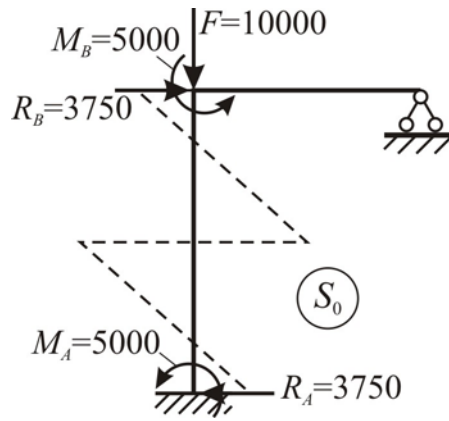


Рис. 4.2

б) Схема узловых перемещений (рис. 4.3)

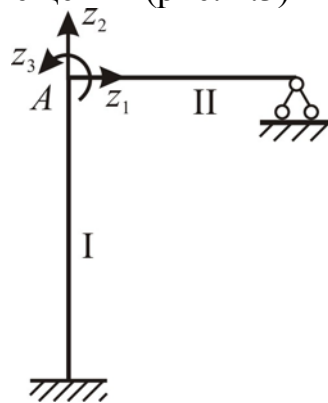


Рис. 4.3

в) Схема внутренних усилий в стержнях (рис. 4.4,а) и схема внутренних усилий в узле (рис. 4.4,б)

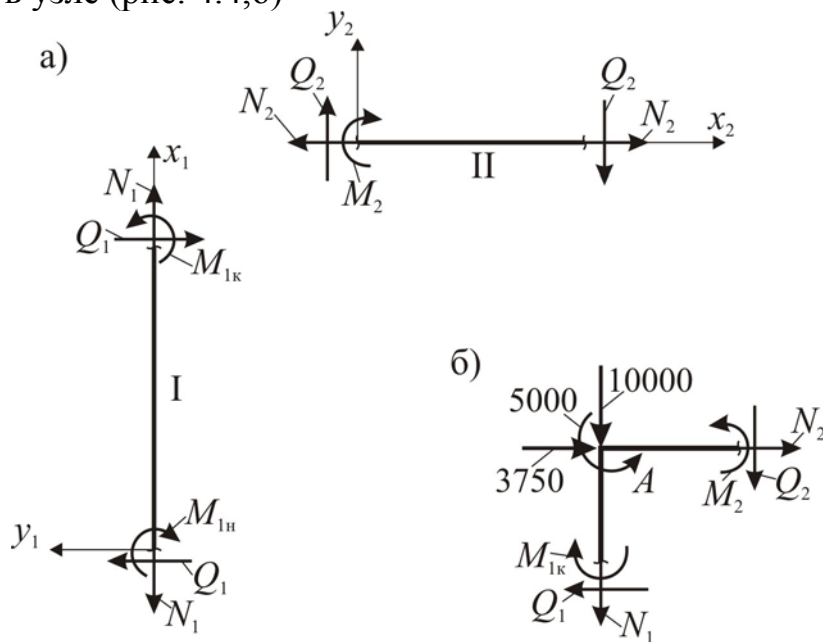


Рис. 4.4



г) Составим три уравнения равновесия узла  $A$  (рис. 4.4,б), соответствующих трем возможным перемещениям (рис. 4.3):

$$\begin{aligned}\sum F_{kx} = 0: & \quad -Q_1 + N_2 + 3750 = 0; \\ \sum F_{ky} = 0: & \quad -N_1 - Q_2 - 10000 = 0; \\ \sum M_{\text{узел}} = 0: & \quad -M_{1к} + M_2 + 5000 = 0.\end{aligned}$$

Выразим поперечные силы через изгибающие моменты, составляя для каждого стержня уравнение моментов относительно точки начала (рис. 4.4,а):

$$\begin{aligned}-M_{1н} + M_{1к} - Q_1 \cdot 8 = 0 & \Rightarrow Q_1 = \frac{M_{1к} - M_{1н}}{8}; \\ -M_2 - Q_2 \cdot 6 = 0 & \Rightarrow Q_2 = -\frac{M_2}{6}.\end{aligned}$$

Перепишем уравнения равновесия вырезанных узлов с учетом полученных выражений:

$$\begin{aligned}-\frac{M_{1к} - M_{1н}}{8} + N_2 + 3750 = 0; \\ -N_1 + \frac{M_2}{6} - 10000 = 0; \\ -M_{1к} + M_2 + 5000 = 0.\end{aligned}$$

д) Уравнения равновесия в матричной форме имеют вид:

$$AS + P = 0.$$

Тогда вектор внутренних усилий

$$S = [N_1 \quad M_{1н} \quad M_{1к} \quad N_2 \quad M_2]^T;$$

вектор внешней нагрузки

$$P = [3750 \quad -10000 \quad 5000]^T;$$

статическая матрица (матрица коэффициентов при неизвестных)

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} N_1 & M_{1н} & M_{1к} & N_2 & M_2 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{8} & -\frac{1}{8} & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \end{matrix}$$

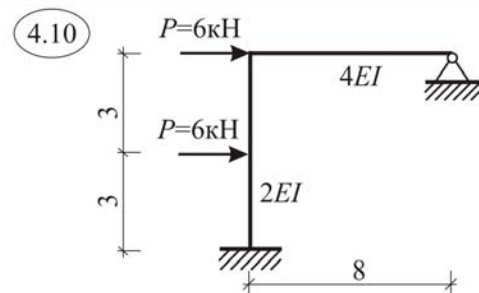
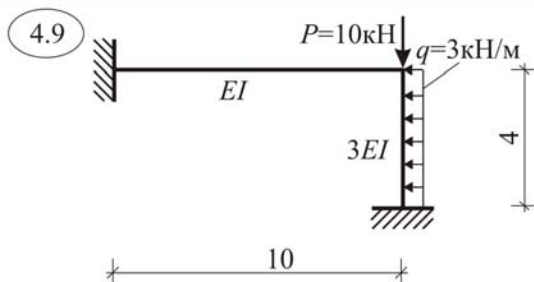
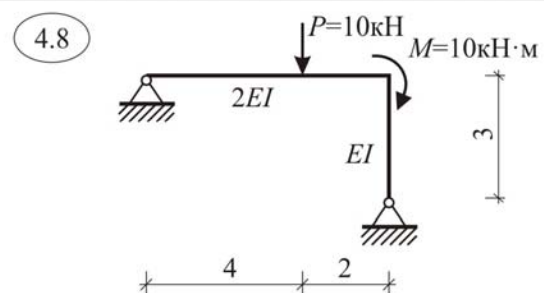
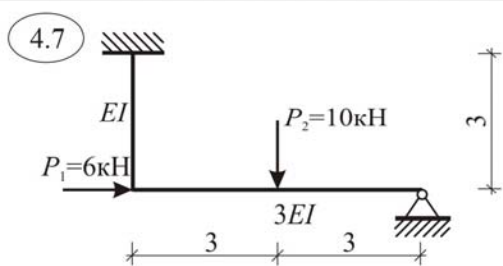
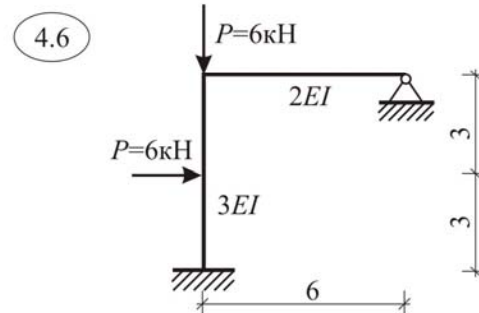
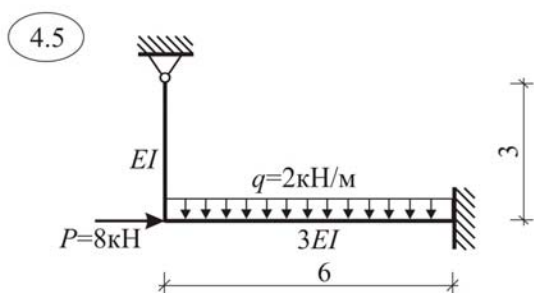
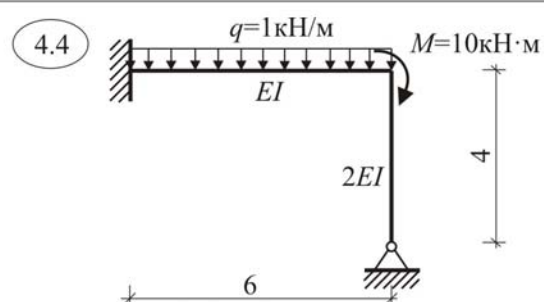
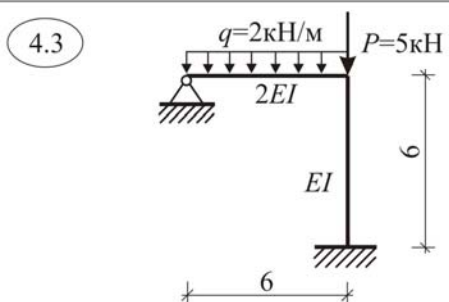
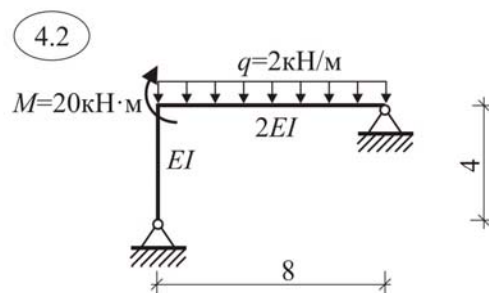
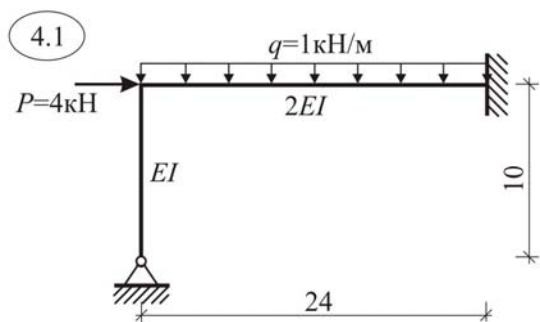
е) Для формирования матрицы внутренней жесткости запишем матрицы жесткости каждого стержня рамы:

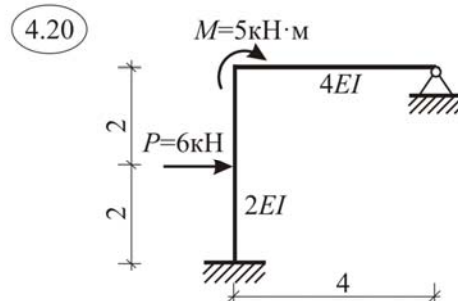
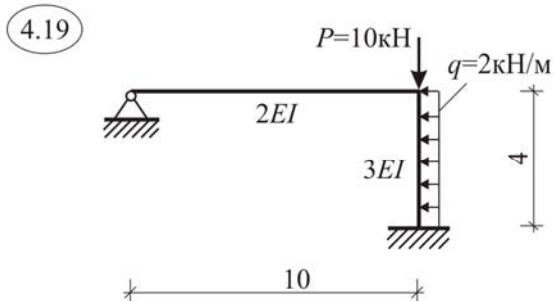
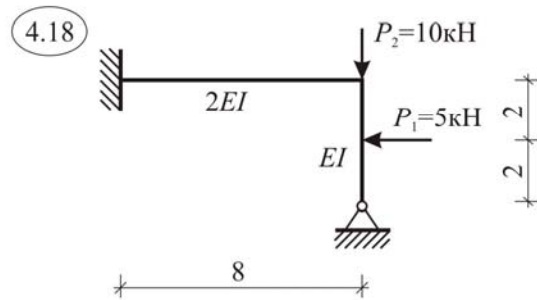
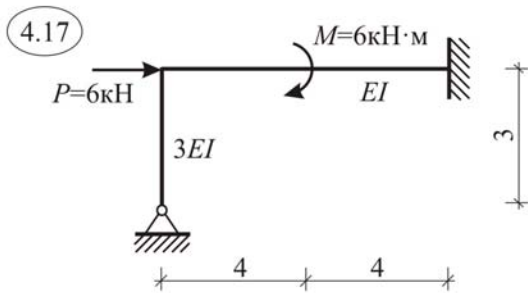
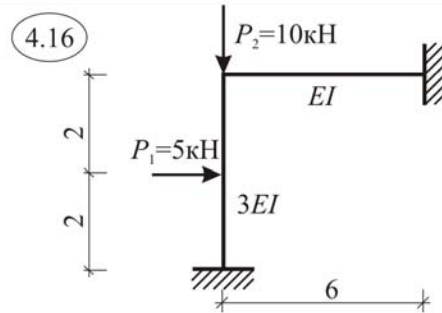
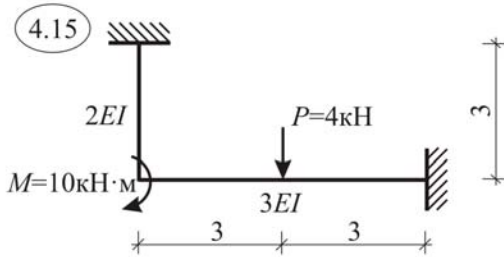
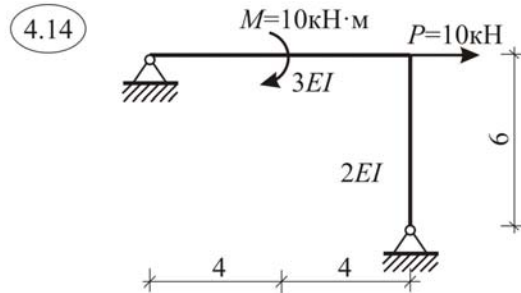
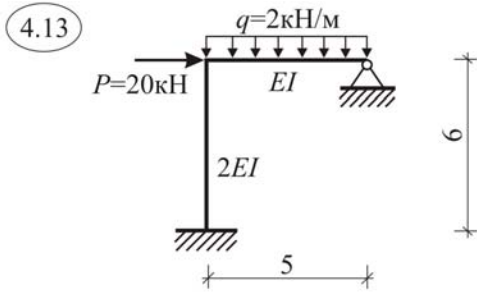
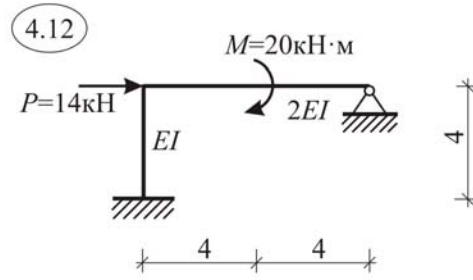
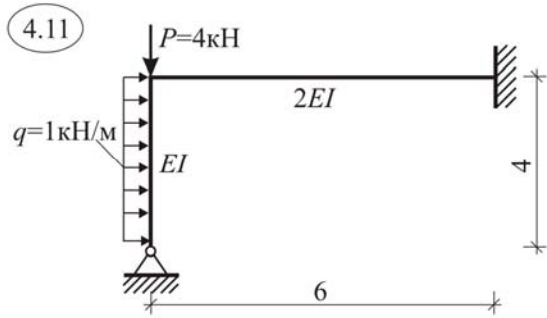
$$k_1 = \begin{bmatrix} \frac{EF}{8} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4EI}{8} & -\frac{2EI}{8} \\ 0 & -\frac{2EI}{8} & \frac{4EI}{8} \end{bmatrix}, k_2 = \begin{bmatrix} \frac{3EF}{6} & 0 \\ 0 & \frac{3 \cdot 3EI}{6} \end{bmatrix}$$

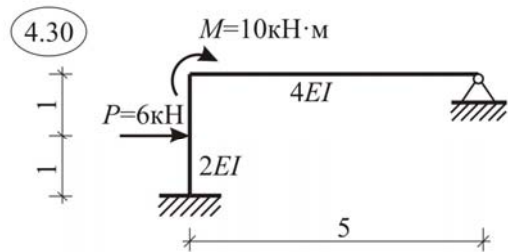
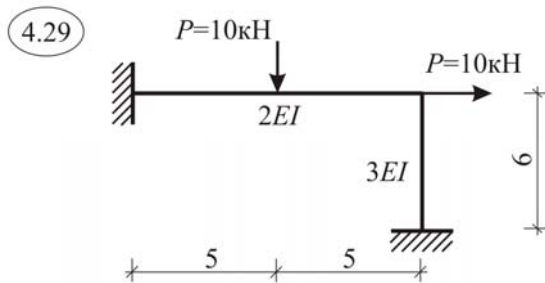
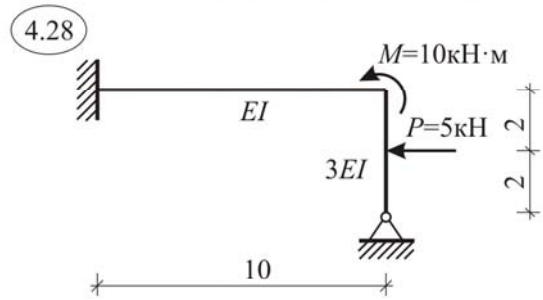
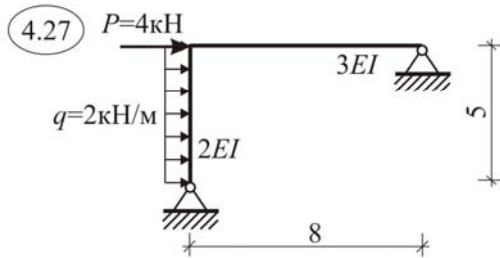
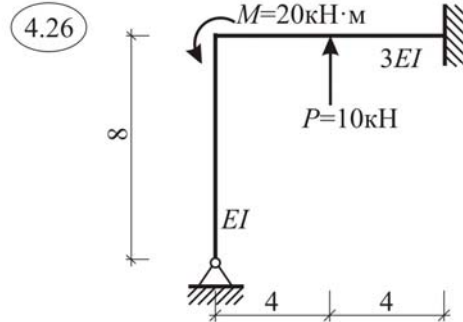
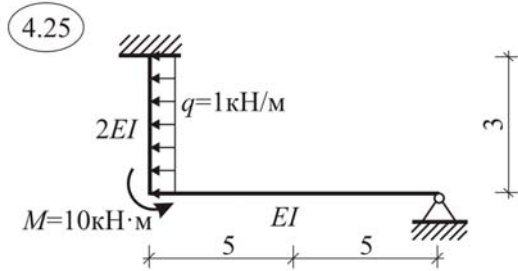
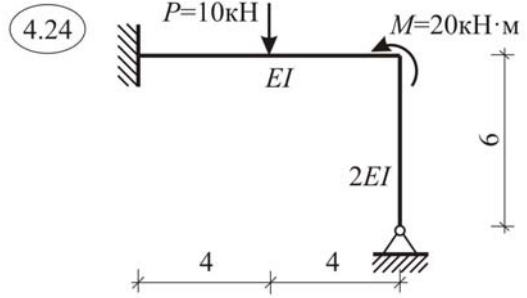
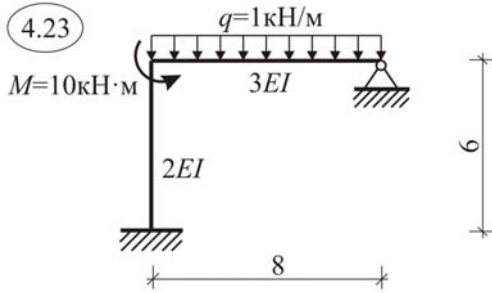
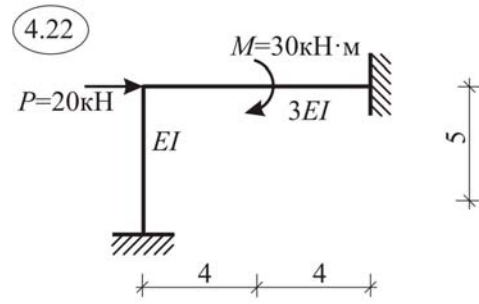
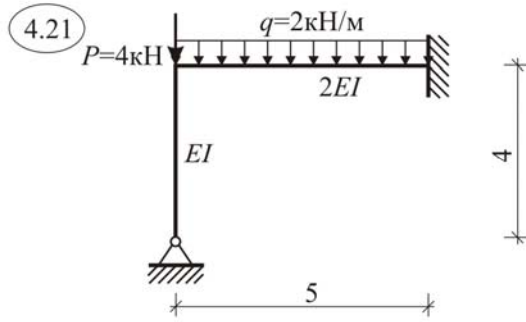
Тогда матрица внутренней жесткости всей системы:

$$k = \begin{bmatrix} \frac{EF}{8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{EI}{2} & -\frac{EI}{4} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{EI}{4} & \frac{EI}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{EF}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3EI}{2} \end{bmatrix}$$

## Варианты задач







## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Анохин, Н.Н. Строительная механика в примерах и задачах [Электронный ресурс]: в 2 ч. Ч. 1. Статически определимые системы / Н.Н. Анохин. – М.: АСВ, 1999. – 335 с. – URL: <http://www.twirpx.com/file/410964/>
2. Анохин, Н.Н. Строительная механика в примерах и задачах [Электронный ресурс]: в 2 ч. Ч. 2. Статически неопределимые системы / Н.Н. Анохин. – М.: АСВ, 2000. – 464 с. – URL: <http://www.twirpx.com/file/196032/>
3. Буланов, В.Е. Строительная механика [Электронный ресурс]: учеб. пособие / В.Е. Буланов, А.Н. Гузачев. – Тамбов: ТГТУ, 2012. – Ч.1. – 80 с. – URL: <http://window.edu.ru/resource/059/80059>
4. Дарков, А.В. Строительная механика [Электронный ресурс] / А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. – СПб: Лань, 2010. – 656 с. – URL: <http://www.twirpx.com/file/972291/>
5. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике [Электронный ресурс] / О. Зенкевич. – М.: Мир, 1975. – 543 с. – URL: <http://www.twirpx.com/file/14253/>
6. Леонтьев, Н.Н. Основы строительной механики стержневых систем [Электронный ресурс] / Н.Н. Леонтьев, Д.Н. Соболев, А.А. Амосов. – М.: АСВ, 1996. – 541 с. – URL: <http://www.twirpx.com/file/1805566/>
7. Ржаницын, А.Р. Строительная механика [Электронный ресурс]: учебное пособие для вузов / А.Р. Ржаницын. – М.: Высш. школа, 1982. – 400 с. – URL: <http://www.twirpx.com/file/558677/>
8. Строительная механика. Стержневые системы [Электронный ресурс] / А.Ф. Смирнов, А.В. Александров, Б.Я. Лащеников, Н.Н. Шапошников. – М.: Стройиздат, 1981. – 512 с. – URL: <http://www.twirpx.com/file/628050/>
9. Снитко, Н.К. Строительная механика [Электронный ресурс]: учебник для вузов / Н.К. Снитко. – 3-е изд., перераб. – М.: Высш. школа, 1980. – 431 с. – URL: <http://www.twirpx.com/file/337353/>
10. Строительная механика [Электронный ресурс]: контрольные задания и методические указания к их выполнению. – Электрон. текстовые данные. – Йошкар-Ола: Марийский государственный технический университет, Поволжский государственный технологический университет, ЭБС АСВ, 2011. – 124 с. – URL: <http://www.iprbookshop.ru/22597>. – ЭБС «IPRbooks», по паролю
11. Строительная механика [Электронный ресурс]: методические указания. – Электрон. текстовые данные. – СПб.: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2013. – 28 с. – URL: <http://www.iprbookshop.ru/19041>. – ЭБС «IPRbooks», по паролю

12. Шеин, А.И. Курс строительной механики [Текст]: учебник / А.И. Шеин. – Пенза: ПГУАС, 2014. – 312 с.
13. Шеин, А.И. Задачи по строительной механике для текущего контроля знаний студентов [Текст]: учеб. пособие / А.И. Шеин, Е.Д. Маркина. – Пенза: ПГУАС, 2012. – 116 с.
14. Шеин, А.И. Сборник заданий по строительной механике [Текст]: учеб. пособие / А.И. Шеин, Е.Д. Маркина. – Пенза: ПГУАС, 2009. – 136 с.

## О Г Л А В Л Е Н И Е

|   |    |
|---|----|
| ПРЕДИСЛОВИЕ .....   | 3  |
| ВВЕДЕНИЕ .....  | 4  |
| МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ<br>ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ .....  | 5  |
| Контрольная работа №1<br>РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ .....   | 7  |
| Контрольная работа №2<br>РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ<br>С ОДНИМ НЕИЗВЕСТНЫМ МЕТОДОМ СИЛ .....            | 15 |
| Контрольная работа №3<br>РАСЧЕТ КИНЕМАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ<br>С ОДНИМ НЕИЗВЕСТНЫМ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ..... | 23 |
| Контрольная работа №4<br>РАСЧЕТ РАМЫ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ<br>В МАТРИЧНОЙ ФОРМЕ.....                                | 31 |
| БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....  | 38 |

Учебное издание

Земцова Ольга Григорьевна

### СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Методические указания по выполнению контрольных работ  
для направления подготовки 08.03.01 «Строительство»

В авторской редакции

Верстка Н.А. Сазонова

Подписано в печать 5.10.16. Формат 60×84/16.

Бумага офисная «Снегурочка». Печать на ризографе.

Усл.печ.л. 2,325. Уч.-изд.л. 2,5. Тираж 80 экз.

Заказ № 652.

---

Издательство ШУАС.  
440028, г. Пенза, ул. Германа Титова, 28.