МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства»
(ПГУАС)

В.И. Логанина

УПРАВЛЕНИЕ КАЧЕСТВОМ
В ТЕХНОЛОГИИ СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Учебно-методическое пособие
к практическим занятиям
по направлению подготовки 08.04.01
«Строительство»

Пенза 2016

УДК 691.1(075)
ББК 38.5я7 С77
Л69

Рекомендовано Редсоветом университета
Рецензент – кандидат технических наук, доцент С.Н. Кислицына (ПГУАС)

Логанина В.И.

Л69 Управление качеством в технологии строительных материалов: учеб.-метод. пособие к практическим занятиям по направлению подготовки 08.04.01 «Строительство» / В.И. Логанина. – Пенза: ПГУАС, 2016. – 72 с.

Содержат сведения о содержании практической работы. Разработаны с учетом требований Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 08.04.01 Строительство (уровень магистра).

Подготовлено на кафедре «Управление качеством и технология строительного производства» и предназначено для использования студентами, обучающимися по направлению подготовки 08.04.01 «Строительство», при изучении дисциплины «Управление качеством в технологии строительных материалов».

ВВЕДЕНИЕ

Цель преподавания дисциплины – формирование у студентов комплекса знаний в области теоретических основ управления качеством на предприятии в соответствии с международными стандартами ИСО серий 9000, 10000, 14000.

Задачами дисциплины являются:

– обучить студентов основам системного подхода к исследованию технологических процессов, который складывается из регистрации и сбора информации по качеству, анализа этой информации с целью выработки корректирующих мероприятий, направленных на повышение качества продукции;

– дать теоретические знания в области статистических методов в управления качеством в условиях развития рыночных форм хозяйствования;

– научить организовывать работу по использованию статистических методов в управлении качеством;

– дать практические рекомендации по оценке состояния технологического процесса;

– сформировать знания и навыки в области статистических методов управления качеством на предприятиях.

Процесс изучения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций:

– способность осознать основные проблемы своей предметной области, при решении которых возникает необходимость в сложных задачах выбора, требующих использование количественных и качественных методов.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

– основы современного управленческого мышления, ориентированного на реализацию концепции управления качеством;

– отечественный и зарубежный опыт в области управления качеством;

уметь:

– пользоваться нормативной документацией;

– применять философию современного управленческого мышления, ориентированного на реализацию концепции управления качеством;

владеть:

– знаниями национального и международного опыта в области планирования качества продукции.

Практическое занятие №1. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЫБОРКИ. ПОСТРОЕНИЕ ПОЛИГОНА И ГИСТРОГРАММЫ ЧАСТОТ

Цель работы – ознакомиться с методикой статистического анализа результатов измерений и построения полигона и гистрограммы частот.

Основные сведения

Изучение тех или иных явлений всегда сопровождается рядом объективных и субъективных ошибок. Методы математической статистики позволяют количественно оценить однородность показателей качества продукции. В зависимости от множества случайных и, как правило, неизвестных испытателю причин измеряемое значение показателя может иметь ту или иную заранее неизвестную величину. Подобные величины называются случайными.

Определяют две важнейшие характеристики, которые отражают результат исследования: одна из них описывает среднее положение наблюдаемых значений $\bar{x}$, а другая – отклонения единичных значений от средней величины, т.е. среднеквадратичное отклонение s.

Если в результате n измерений получены значения x_1, x_2, ..., x_n, то средняя арифметическая величина $\bar{x}$ вычисляется по формуле

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i . \tag{1}$$

Среднее квадратичное отклонение s определяется по формуле

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum (x_i - \bar{x})^2} . \tag{2}$$

Среднеквадратичное отклонение имеет ту же размерность, что и средняя арифметическая величина $\bar{x}$. Иногда вместо среднего квадратичного отклонения используется легко вычисляемая мера рассеяния – размах R, то есть разность между наибольшим и наименьшим значениями ряда наблюдений:

$$R = x_{\max} - x_{\min}. \tag{3}$$

Отношение среднего квадратичного отклонения к средней арифметической величине $\bar{x}$, выраженное в процентах, называется коэффициентом вариации ν:

$$\nu = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\,\% . \tag{4}$$

Коэффициент вариации показывает относительное колебание отдельных значений около средней арифметической.

Полигоном частот называют ломаную, отрезки которой соединяют точки $(x_1; n_1)$, $(x_2; n_2)$, ..., $(x_k; n_k)$. Для построения полигона частот на оси абсцисс откладывают варианты x_i, а на оси ординат – соответствующие им частоты n_i. Точки $(x_i; n_i)$ соединяют отрезками прямых и получают полигон частот.

Полигоном относительных частот называют ломаную, отрезки которой соединяют точки $(x_1; W_1)$, $(x_2; W_2)$, ..., $(x_k; W_k)$. Для построения полигона относительных частот на оси абсцисс откладывают варианты x_i, а на оси ординат – соответствующие им относительные частоты W_i. Точки $(x_i; W_i)$ соединяют отрезками прямых и получают полигон относительных частот.

На рис. 1 изображен полигон относительных частот следующего распределения:

x	1,5	3,5	5,5	7,5
W	0,1	0,2	0,4	0,3

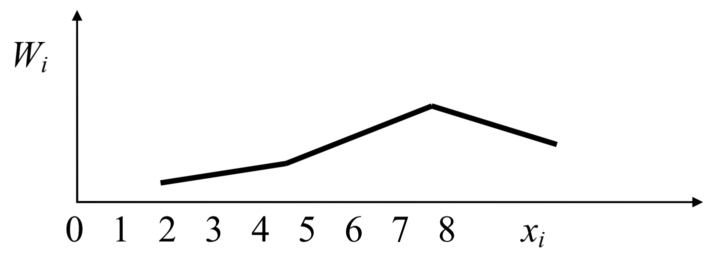


Рис. 1. Полигон частот

В случае, если анализируемый признак есть непрерывная случайная величина, целесообразно строить гистограмму, для чего интервал, в котором заключены все наблюдаемые значения признака, разбивают на несколько частичных интервалов длиной h и находят для каждого частичного интервала n_i – сумму частот вариант, попавших в i-й интервал.

Гистограммой частот называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длиной h, а высоты равны отношению $\frac{n_i}{h}$ (плотность частоты).

Для построения гистограммы частот на оси абсцисс откладывают частичные интервалы, а над ними проводят отрезки, параллельные оси абсцисс на расстоянии $\frac{n_i}{h}$.

Площадь i-го частичного прямоугольника равна $h\frac{n_i}{h} = n_i$ – сумме частот вариант i-го интервала; следовательно, *площадь гистограммы* *частот равна сумме всех частот,* т.е. *объему выборки.* На рис. 2 изображена гистограмма частот распределения объема n = 100, приведенного в табл. 1.

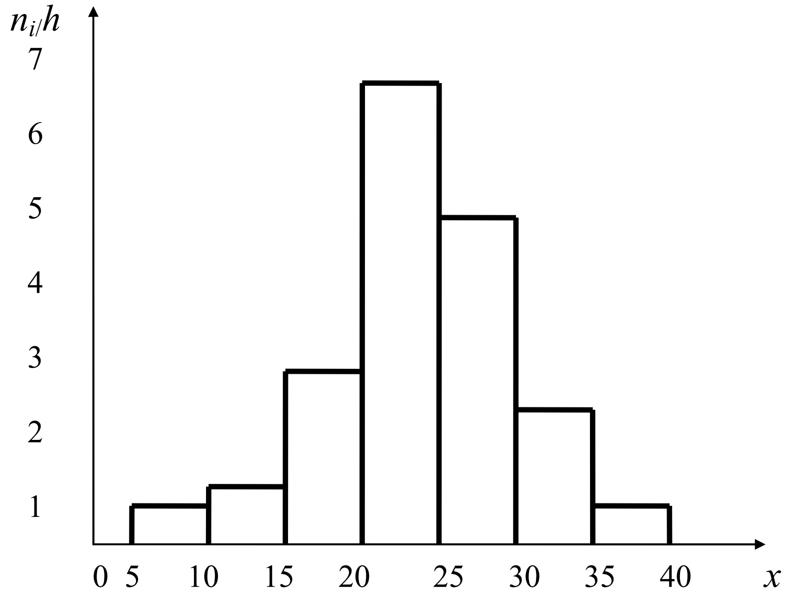


Рис. 2. Гистограмма частот

Таблица 1

Частичный интервал длиной h = 5	Сумма частот вариант частичного интервала n_i	Плотность частоты $\frac{n_i}{h}$
5-10	4	0,8
10-15	6	1,2
15-20	16	3,2
20-25	36	7,2
25-30	24	4,8
30-35	10	2.0
35-40	4	0,8

Гистограммой относительных частот называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длиной h, а высоты равны $\frac{W_i}{h}$ (плотность относительной частоты).

Для построения гистограммы относительных частот на оси абсцисс откладывают частичные интервалы, а над ними проводят отрезки, параллельные оси абсцисс на расстоянии $\frac{W_i}{h}$. Площадь i-го частичного прямоугольника равна $h\frac{W_i}{h} = W_i$ – относительной частоте вариант, попавших в i-й интервал. Следовательно, *площадь гистограммы относительных частот равна сумме всех относительных частот, т.е. единице.*

Размер интервала определяют следующим образом. Результаты измерения располагают в порядке возрастания, т.е. составляют вариационный ряд. Первоначально определяют размах варьирования как разность:

$$R = x_{\max} - x_{\min}, \tag{5}$$

где $x_{\max}$ и $x_{\min}$ – соответственно максимальное и минимальное значения вариационного ряда.

Размах варьирования делят на некоторое число равных интервалов. Число интервалов K обычно рекомендуется брать в пределах от 8 до 20. Для его определения часто пользуются формулой

$$K < 5\lg n. \tag{6}$$

Тогда ширина интервала

$$h = \frac{R}{K}. \tag{7}$$

Границы интервала вычисляют путем последовательного прибавления ширины интервала в нижней границе вариационного ряда по формуле

$$x_{\min} + jh, \tag{8}$$

где j – номер интервала.

Значение нижней границы первого интервала (j = 0) из формулы (8), равное $x_{\min}$, может быть скорректировано в соответствии с корректировкой ширины интервала.

Если изобразить распределение на гистограмме и выяснить, в удовлетворительном ли состоянии находятся партия изделий и технологический процесс, то появится возможность активно разрешать проблемные моменты. Для этой цели, исходя из установленных пределов допуска, всесторонне рассматривают следующие вопросы: какова широта распределения по отношению к широте допуска, каков центр распределения по отношению к центру поля допуска, какова форма распределения. По форме распределения, которая обычно легко вырисовывается, попробуем рассмотреть, какие меры следует принимать в различных случаях. Ниже приводятся пояснения к рис. 3.

На рис. 3,а форма распределения, поскольку ее левая и правая стороны симметричны, удовлетворительна. Если сравнить широту распределения с широтой поля допуска, то она составит приблизительно 3/4, т. е. в допуске имеется свободный излишек. Кроме того, поскольку центр распределения и центр поля допуска совпадают, то качество партии находится в удовлетворительном состоянии. Следовательно, в данной ситуации можно продолжать изготовление продукции.

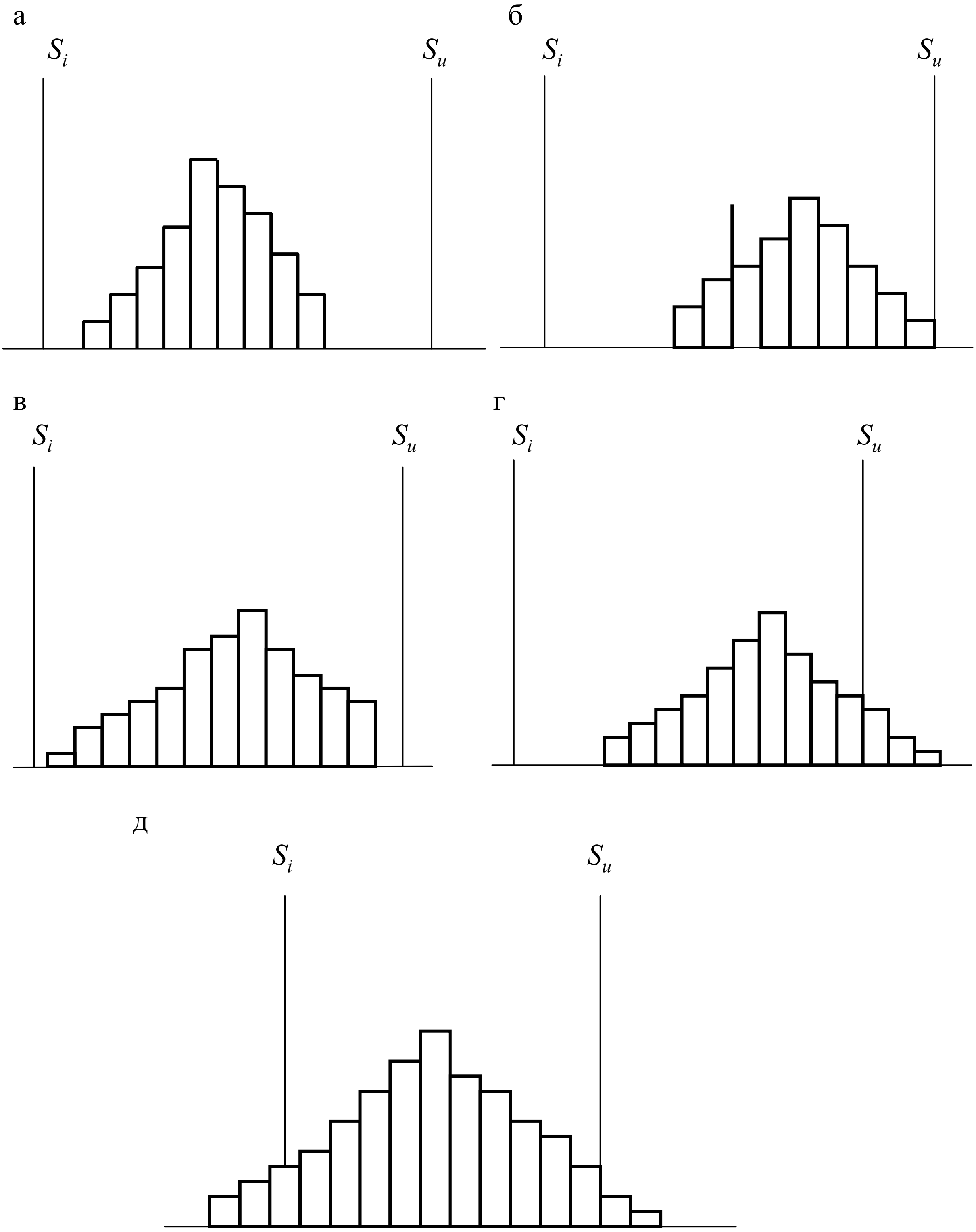
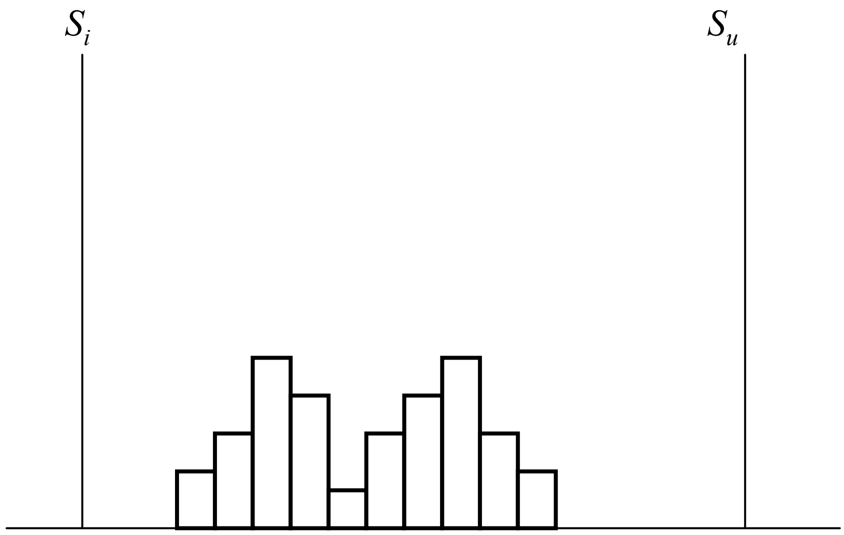
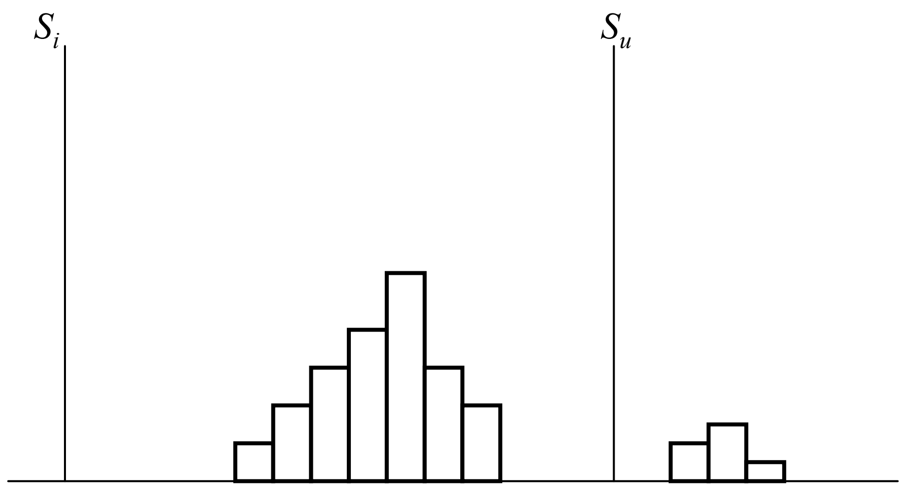


Рис. 3. Гистограмма частот (начало)

е



ж



з

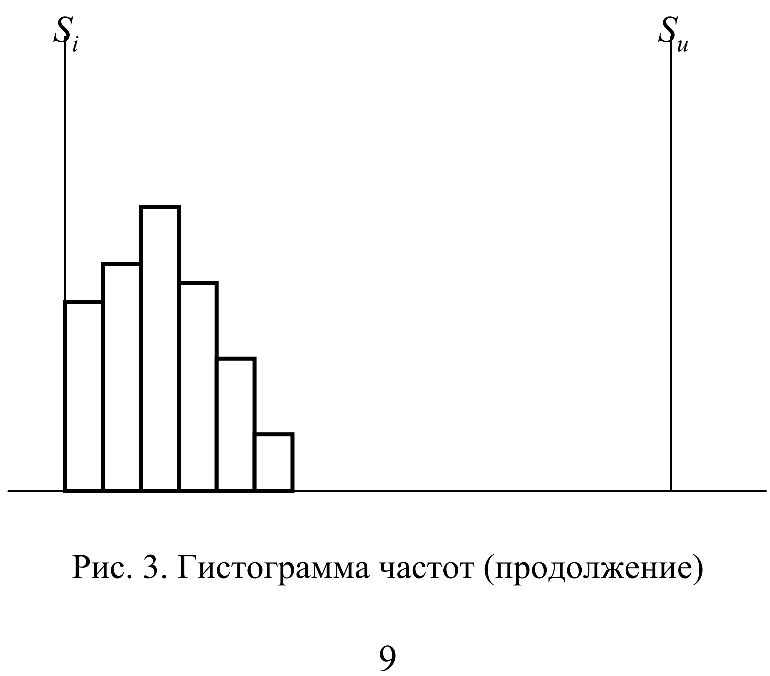


Рис. 3. Гистограмма частот (продолжение)

и

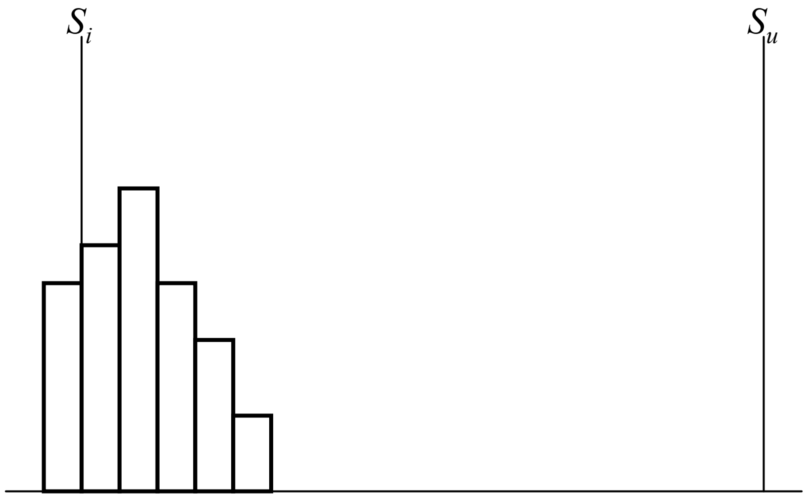


Рис. 3. Гистограмма частот (окончание)

На рис. 3 форма распределения в случае б по сравнению с формой в случае а отклонена вправо, поэтому и центр распределения тоже смещен. Имеется опасение, что среди изделий в остальной части партии могут находиться дефектные изделия, выходящие за верхний предел допуска. В этом случае в первую очередь проверяют, нет ли систематической ошибки в измерительных приборах; если измерительные приборы находятся в удовлетворительном состоянии, то продолжают изготовлять продукцию, отрегулировав операцию и сместив размеры так, чтобы центр распределения совпадал с центром поля допуска.

На рис.3,е центр распределения расположен правильно, однако поскольку широта распределения совпадает с широтой поля допуска, то имеется опасение, что со стороны верхнего и нижнего пределов допуска могут появиться дефектные изделия. Поскольку распределение получено по выборке из партии изделий, то имеется основание предполагать, что в остальной части партии могут быть дефектные изделия. Кроме того, следует думать, что если продолжать выполнять операции таким же способом, то обязательно появятся дефектные изделия. Следовательно, чтобы сузить широту распределения, необходимо принять меры для обследования с точки зрения точности оборудования, условий обработки, оснастки операций и т.д. Более того, в случае абсолютной невозможности принять техническое решение по данному вопросу, рекомендуется рассмотреть возможность расширения допуска. Иными словами, необходимо еще раз рассмотреть, не становятся ли требования к качеству излишними.

На рис. 3,г центр распределения смещен, что говорит о присутствии дефектных изделий. Кроме того, поскольку широта распределения и широта поля допуска почти одинаковы, необходимо без промедления путем регулировки переместить центр распределения в центр поля допуска, и либо сузить широту распределения, либо пересмотреть допуск.

На рис. 3,д центр распределения совпадает с центром поля допуска, но поскольку широта распределения значительно превышает широту поля допуска, то обнаруживаются дефектные изделия по обе стороны допуска.

На рис. 3,е в распределении имеется два пика, хотя образцы взяты из одной партии. Это явление объясняется либо тем, что сырье фактически было двух разных сортов, либо в процессе работы была изменена настройка станка, либо тем, что в одну партию соединили изделия, обработанные на двух разных станках. Исходя из этих и других соображений, следует производить обследование послойно.

На рис. 3,ж главные части распределения и широта, и центр – в норме, однако незначительная часть изделий выходит за верхний предел допуска и, отделяясь, образует обособленный островок. Изделия, выделенные в этом островке, возможно, представляют собой часть дефектных изделий, которые вследствие небрежности были перемешаны с доброкачественными изделиями в общем потоке технологического процесса. В данной ситуации должны быть приняты меры для выяснения самых различных и внезапно возникающих обстоятельств, достаточным образом объясняющих причину явления.

На рис. 3,з центр распределения смещен к нижнему пределу допуска. Так как левая сторона распределения на границе нижнего предела допуска имеет вид отвесного берега, то можно сделать заключение, что фактически это была партия изделий, которую предварительно рассортировали из-за наличия дефектных изделий в левой стороне распределения (т.е. выходящих за нижний предел допуска), или же дефектные изделия левой стороны при выборочных измерениях умышленно расценили как годные для включения в пределы допуска. В таком случае необходимо тотчас же глубоко расследовать причину, которая могла повлечь за собой подобное явление.

На рис. 3,и показан случай, аналогичный рис. 3,з; имеется предположение, что использованные при измерении калибры и другие измерительные приборы были неисправны, поэтому необходимо обратить внимание на поверку калибров измерительных приборов, равно как и на повторное обучение методике измерений. Несмотря на то, что поддержание точности измерительных приборов является коренной проблемой, все же к этому нередко относятся пренебрежительно; поэтому желательно твердо установить систему поверки измерительных приборов и калибров в установленные сроки, учитывая степень их важности и частоту применения.

Задание для студентов

1. Пользуясь данными, приведенными в табл. 2, 3 построить гистограмму частот, дать характеристику распределения.

Таблица 2

Распределение R_a ПВАЦ покрытия

Величина, МПа	1,0	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,1	2,4
Число появлений, n_i	1	1	2	2	2	3	4	2	2	1
Среднее: $\overline{R_a}$ = 1,7 МПа										

Таблица 3

Распределение R_a полимеризвесткового покрытия

Величина, МПа	0,9	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1
Число появлений, n_i	1	1	1	2	2	4	3	2	1	1	1	1
Среднее: $\overline{R_a}$ = 1,53 МПа												

2. По данным табл.4 провести статистический анализ результатов оценки прочности бетона (построение полигона и гистограммы частот).

Таблица 4

№ п/п	Серия									
	I	II	III	IY	Y	YI	YII	YIII	IX	X
1	309	335	314	339	354	243	323	309	295	267
2	305	301	357	343	335	259	331	320	290	251
3	309	311	330	335	284	299	299	241	318	252
4	315	311	230	326	352	339	312	273	277	302
5	285	278	308	366	315	352	246	310	259	261
6	323	332	350	339	329	277	308	282	263	299

3. В табл.5 приведены значения предела прочности при сжатии бетона в виде вариационного ряда. Построить полигон и гистограмму частот.

Таблица 5

$X_n - X_{n+1}$	n
500-510	12
510-520	16
520-530	6
530-540	8
540-550	8
550-560	3
560-570	9
570-580	1
580-590	3
590-600	2

Сделать вывод о качестве продукции.

4. Произведено 5 измерений плотности тяжелого бетона. Получены результаты (кг/м^3): 2112, 2143, 2183, 2310. Определить однородность показателей .

5. Сделано 10 измерений одной длины x и получены следующие результаты (в мм): 46, 48, 44, 45, 47, 58, 44, 45, 43. Определить статистические характеристики выборки

6.По данным табл.6 найти коэффициент вариации.

Номер образца	Значения прочности при сжатии, кгс/см^2
1	309
2	305
3	309
4	315
5	285
6	323

Вопросы для контроля знаний студентов

1.Что называют полигоном частот?

2.Что называют гистограммой частот?

3.Как определяют ширину интервала при построении гистограммы частот?

4. Как можно оценить качество продукции по гистограмме частот?

5. Что имеет вид ломаной линии?

   1) гистограмма частот;
   2) гистограмма относительных частот;
   3) полигон частот;
   4) полигон относительных частот.

6. Написать формулу вычисления коэффициента вариации

7. Какие показатели характеризуют разброс данных?

8. Как определить ошибку измерений?

9. Как вычисляют подозрительные результаты?

10 Выберите правильные определения

11. Отношение n/N – это :

   1) отношение объёмов выборок;
   2) отношение объёма выборки к общему числу выборочных единиц;
   3) отношение объёма выборки к объёму генеральной совокупности;
   4) выборочная доля.

12. Какие характеристики являются характеристиками рассеивания случайной величины?

   1) математическое ожидание;

2) размах;

3) дисперсия;

4) медиана;

5) стандартное отклонение.

13. Дайте определение терминам «однородная продукция», «выборка», «генеральная совокупность

14. Дайте определение терминам «повторная выборка» и «бесповторная выборка». Расшифруйте главное требование к выборке. Как его обеспечить?

Практическое занятие № 2
НОРМАЛЬНЫЙ ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Цель занятий – ознакомиться с нормальным законом распределения и его практическим приложением.

Нормальное распределение – это распределение вероятностей непрерывной случайной величины, которое описывается плотностью

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}. \qquad (9)$$

Нормальное распределение определяется двумя параметрами: a и σ. Достаточно знать эти параметры, чтобы задать нормальное распределение. Пусть количественный признак x генеральной совокупности распределен нормально, причем среднее квадратическое отклонение σ этого распределения известно. Требуется оценить неизвестное математическое ожидание a по выборочной средней x. Поставим своей задачей найти доверительные интервалы, покрывающие параметр a с надежностью γ.

Пользуясь формулой $P(|x-a|<\delta)=2\Phi(\frac{\delta}{\sigma})$, заменив x на $\overline{x}$ и σ на $\sigma(\overline{x})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, можем написать:

$$P(|\overline{x}-a|<\delta)=2\Phi(\frac{\delta\sqrt{n}}{\sigma})=2\Phi(t), \qquad (10)$$

где $t=\frac{\delta\sqrt{n}}{\sigma}$.

Найдя из последнего равенства $\delta=\frac{t\sigma}{\sqrt{n}}$, получим:

$$P(|\overline{x}-a|<\frac{t\sigma}{\sqrt{n}})=2\Phi(t). \qquad (11)$$

Приняв во внимание, что вероятность P задана и равна γ, окончательно имеем (чтобы получить рабочую формулу, выборочную среднюю вновь обозначим через $\overline{x}$):

$$P(\overline{x}-\frac{t\sigma}{\sqrt{n}}<a<\overline{x}+\frac{t\sigma}{\sqrt{n}})=2\Phi(t)=\gamma. \qquad (12)$$

Смысл полученного соотношения таков: с надежностью γ можно утверждать, что доверительный интервал $(\bar{x}-\frac{t\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x}+\frac{t\sigma}{\sqrt{n}})$ показывает неизвестный параметр a; точность оценки $\delta=\frac{t\sigma}{\sqrt{n}}$.

Число t определяется из равенства $2\Phi(t)=\gamma$ или $\Phi(t)=\frac{\gamma}{2}$; по табл. 8 функции Лапласа находят аргумент t, которому соответствует значение функции Лапласа, равное $\frac{\gamma}{2}$.

Правило трех сигм. Преобразуем формулу (12):

$$P(|x-a|<\delta)=2\Phi(\frac{\delta}{\sigma}).$$

Положив $\delta = \sigma t$, в итоге получим:

$$P(|x-a|<\delta t)=2\Phi(t). \qquad (13)$$

Если $t = 3$ и, следовательно, $\sigma t = 3\delta$, то

$$P(|x-a|<3\sigma)=2\Phi(3)=2\cdot 049865=09973,$$

т.е. вероятность того, что отклонение по абсолютной величине будет меньше утроенного среднего крадратичного отклонения, равна 0,9973.

Другими словами, вероятность того, что абсолютная величина отклонения превысит утроенное среднее квадратическое отклонение, очень мала, а именно равна 0,0027. Это означает, что лишь в 0,27 % случаев так может произойти. Такие события можно считать практически невозможными. В этом и состоит сущность правила трех сигм: *если случайная величина распределена нормально, то абсолютная величина ее отклонения от математического ожидания не превосходит утроенного среднего квадратического отклонения.*

Таблица 7

Значения функции $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920

Окончание табл. 7

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0026
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

На практике правило трех сигм применяют так: если распределение изучаемой случайной величины неизвестно, но условие, указанное в приведенном правиле, выполняется, то есть основание предполагать, что изучаемая величина распределена нормально; в противном случае она не распределена нормально.

График плотности нормального распределения называют *нормальной кривой* (*кривой Гаусса*).

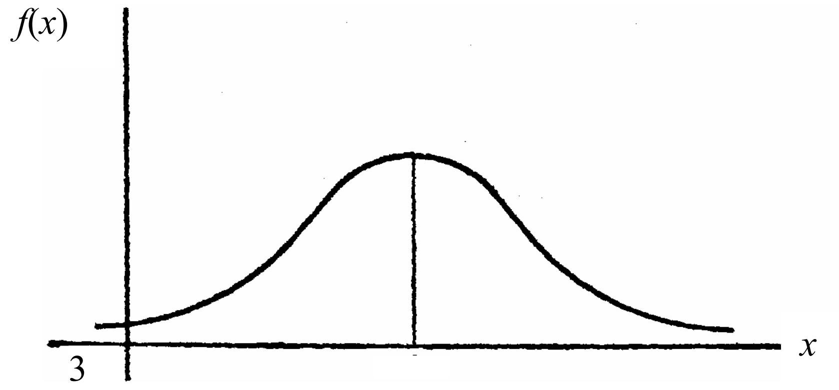


Рис. 4. Плотность нормального распределения

Независимо от величины σ площадь под кривой Гаусса равна 1, или 100 %. Для определения площади, заключенной между кривой Гаусса и точками на оси абсцисс, используют функцию Лапласа Ф(λ). Связь между величинами x, a, λ имеет вид

$$\frac{x-a}{\sigma}=\lambda. \tag{14}$$

Ф(λ) численно равна площади под нормированной нормальной кривой распределения от 0 до λ или от 0 до –λ, так как колоколообразная кривая симметрична. Если необходимо вычислить площадь, заключенную между -λ и λ,то значение, взятое для λ из табл. 8, следует умножить на 2.

Площадь, заключенную между λ_1 и λ_2 и несимметричную относительно вершины кривой, определяют следующим образом: если значения λ_1 и λ_2 лежат по правую сторону от вершины кривой и $\lambda_2 > \lambda_1$, то искомая площадь равна

$$\Phi(\lambda_2)-\Phi(\lambda_1); \tag{15}$$

если оба значения лежат по левую сторону от вершины кривой, то пользуются выражением (15).

Когда одно значение лежит слева, а другое справа от вершины кривой, то искомая площадь равна

$$\Phi(\lambda_2)+\Phi(\lambda_1). \tag{16}$$

Таблица 8

Значения функции $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
1	2	3	4	5	6	7	8
0,00	0,0000	0,34	0,1331	0,68	0,2517	1,02	0,3461
0,01	0,0040	0,35	0,1368	0,69	0,2549	1,03	0,3485
0,02	0,0080	0,36	0,1406	0,70	0,2580	1,04	0,3508
0,03	0,0120	0,37	0,1443	0,71	0,2611	1,05	0,3531
0,04	0,0160	0,38	1480	0,72	0,2642	1,06	0,3554
0,05	0,0199	0,39	1517	0,73	0,2673	1,07	0,3577
0,06	0,0239	0,40	1554	0,74	0,2703	1,08	0,3599
0,07	0,0279	0,41	1591	0,75	0,2734	1,09	0,3621
0,08	0,0319	0,42	1628	0,76	0,2764	1,10	0,3643
0,09	0,0369	0,43	1664	0,77	0,2794	1,11	0,3665
0,10	0,0398	0,44	1700	0,78	0,2823	1,12	0,3686
0,11	0,0438	0,45	1736	0,79	0,2852	1,13	0,3708
0,12	0,0478	0,46	1772	0,80	0,2881	1,14	0,3729
0,13	0,0517	0,47	1808	0,81	0,2910	1,15	0,3749
0,14	0,0557	0,48	0,1844	0,82	0,2939	1,16	0,3770
0,15	0,0596	0,49	0,1879	0,83	0,2967	1,17	0,3790
0,16	0,0636	0,50	0,1915	0,84	0,2995	1,18	0,3810
0,17	0,0675	0,51	0,1950	0,85	0,3023	1,19	0,3830
0,18	0,0714	0,52	0,1985	0,86	0,3051	1,20	0,3849
0,19	0,0753	0,53	0,2019	0,87	0,3078	1,21	0,3869
0,20	0,0793	0,54	0,2054	0,88	0,3106	1,22	0,3883
0,21	0,0832	0,55	0,2088	0,89	0,3133	1,23	0,3907
0,22	0,0871	0,56	0,2123	0,90	0,3159	1,24	0,3925
0,23	0,0910	0,57	0,2157	0,91	0,3186	1,25	0,3944
0,24	0,0948	0,58	0,2190	0,92	0,3212	1,26	0,3962
0,25	0,0987	0,59	0,2224	0,93	0,3238	1,27	0,3980
0,26	0,1026	0,60	0,2257	0,94	0,3264	1,28	0,3997
0,27	0,1064	0,61	0,2291	0,95	0,3289	1,29	0,4015
0,28	0,1103	0,62	0,2324	0,96	0,3315	1,30	0,4032
0,29	0,1141	0,63	0,2357	0,97	0,3340	1,31	0,4049
0,30	0,1179	0,64	0,2389	0,98	0,3365	1,32	0,4066
0,31	0,1217	0,65	0,2422	0,99	0,3389	1,33	0,4082
0,32	0,1255	0,66	0,2454	1,00	0,3413	1,34	0,4099
0,33	0,1293	0,67	0,2486	1,01	0,3438	1,35	0,4115

Окончание табл. 8

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
1,36	0,4131	1,67	0,4525	1,98	0,4761	2,58	0,4951
1,37	0,4147	1,68	0,4535	1,99	0,4767	2,60	0,4953
1,38	0,4162	1,69	0,4545	2,00	0,4772	2,62	0,4956
1,39	0,4177	1,70	0,4554	2,02	0,4783	2,64	0,4959
1,40	0,4192	1,71	0,4564	2,04	0,4793	2,66	0,4961
1,41	0,4207	1,72	0,4573	2,06	0,4803	2,68	0,4963
1,42	0,4222	1,73	0,4582	2,08	0,4812	2,70	0,4965
1,43	0,4236	1,74	0,4591	2,10	0,4821	2,72	0,4967
1,44	0,4251	1,75	0,4599	2,12	0,4830	2,74	0,4969
1,45	0,4265	1,76	0,4608	2,14	0,4838	2,76	0,4971
1,46	0,4279	1,77	0,4606	2,16	0,4846	2,78	0,4973
1,47	0,4292	1,78	0,4625	2,18	0,4854	2,80	0,4974
1,48	0,4306	1,79	0,4633	2,20	0,4861	2,82	0,4976
1,49	0,4319	1,80	0,4641	2,22	0,4868	2,84	0,4977
1,50	0,4332	1,81	0,4649	2,24	0,4875	2,86	0,4979
1,51	0,4345	1,82	0,4656	2,26	0,4881	2,88	0,4980
1,52	0,4357	1,83	0,4664	2,28	0,4887	2,90	0,4981
1,53	0,4370	1,84	0,4671	2,30	0,4893	2,92	0,4982
1,54	0,4382	1,85	0,4678	2,32	0,4898	2,94	0,4984
1,55	0,4394	1,86	0,4686	2,34	0,4904	2,96	0.4985
1,56	0,4406	1,87	0,4693	2,36	0,4909	2,98	0,4986
1,57	0,4418	1,88	0,4699	2,38	0,4913	3,00	0,49865
1,58	0,4429	1,89	0,4706	2,40	0,4918	3,20	0,49931
1,59	0,4441	1,90	0,4713	2,42	0,4922	3,40	0,49966
1,60	0,4452	1,91	0,4719	2,44	0,4927	3,60	0,49984
1,61	0,4463	1,92	0,4726	2,46	0,4931	3,80	0,49992
1,62	0,4474	1,93	0,4732	2,48	0,4934	4,00	0,49996
1,63	0,4484	1,94	0,4738	2,50	0,4938	4,50	0,49999
1,64	0,4495	1,95	0,4744	2,52	0,4941	5,00	0,49999
1,65	0,4505	1,96	0,4750	2,54	0,4945		
1,66	0,4515	1,97	0,4756	2,56	0,4948		

Площадь участка между ординатами точек $x = a + \sigma$ и $x = a - \sigma$ составляет $2\Phi(1) = 0{,}6826$, т.е. 68,26 % общей площади. Полученные результаты истолковываются следующим образом. Если 68,26 % значений лежат между границами $a - \sigma$ и $a + \sigma$, то 31,74 % всех наблюдений следует ожидать за этими границами, а именно: 15,87 % – за границей $a + \sigma$ и 15,87 % – за границей $a - \sigma$.

Участок, лежащий внутри трехсигмовых границ, называют также областью статического допуска соответствующей машины или процесса.

Одним из признаков нормального распределения случайной величины x является близость числовых значений теоретических и эмпирических частот.

Эмпирическими частотами называют фактически наблюдаемые частоты n_i.

Выравнивающими (теоретическими) в отличие от фактически наблюдаемых эмпирических частот называют частоты n'_i, найденные теоретически (вычислением). Выравнивающие частоты находят с помощью равенства

$$n'_i = nP_i, \tag{17}$$

где n – число испытаний;

P_i – вероятность наблюдаемого значения x_i, вычисленная при допущении, что x имеет предполагаемое распределение.

Выравнивающая частота наблюдаемого значения x_i дискретного распределения равна произведению числа испытаний на вероятность этого наблюдаемого значения.

В частности, если имеются основания предположить, что случайная величина x (генеральная совокупность) распределена нормально, то выравнивающие частоты могут быть найдены по формуле

$$n'_i = \frac{nh}{\sigma_в}\varphi(u_i), \tag{18}$$

где n – число испытаний (объем выборки);

h – длина частичного интервала;

$\sigma_в$ – выборочное среднее квадратическое отклонение;

$u_i = \dfrac{(x_i - \overline{x_i})}{\sigma_в}$ (x_i – середина i-го частичного интервала).

Функцию $\varphi(u)$ находят по табл. 7.

Один из способов построения нормальной кривой по данным наблюдений состоит в следующем:

1) находят $\overline{x_в}$ и $\sigma_в$;

2) определяют ординаты y_i (выравнивающие частоты) теоретической кривой по формуле

$$y_i = \frac{nh}{\sigma_в}\cdot\varphi(u_i),$$

где n – сумма наблюдаемых частот;

h – разность между двумя соседними вариантами;

$$u_i = \frac{(x_i - \overline{x}_в)}{\sigma_в};$$

$$\varphi(u) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right) \cdot e^{-\frac{u^2}{2}};$$

3) строят точки (x_i, y_i) в прямоугольной системе координат и соединяют их плавной кривой.

Близость выравнивающих частот к наблюдаемым подтверждает правильность допущения о том, что обследуемый признак распределен нормально.

П р и м е р. Построить нормальную кривую по данному распределению:

Варианты	x_i	15	20	25	30	35	40	45	50	55
Частоты	n_i	6	13	38	74	106	85	30	10	4

Р е ш е н и е. Пользуясь методом произведений, найдем $\overline{x}_в$ = 34,7; $\sigma_в$ =7,38.

Вычислим выравнивающие частоты (табл. 9).

Т а б л и ц а 9

x_i	n_i	$(x_i - \overline{x}_в)$	$u_i = \frac{(x_i - \overline{x}_в)}{\sigma_в}$	$\varphi(u_i)$	$y_i = \frac{nh}{\sigma_в} \cdot \varphi(u_i) = 248 \cdot \varphi(u_i)$
15	6	–19,7	–2,67	0,0113	3
20	13	–14,7	–1,99	0,0551	14
25	38	–9,7	–1,31	0,1691	42
30	74	–4,7	–0,63	0,3271	82
35	106	0,3	0,05	0,3984	99
40	85	5,3	0,73	0,3056	76
45	30	10,3	1,41	0,1476	37
50	10	15,3	2,09	0,0449	11
55	4	20,3	2,77	0,0086	2
	n=366				$\sum y_i = 366$

Для того, чтобы более уверенно считать, что данные наблюдений свидетельствуют о нормальном распределении признака, пользуются специальными правилами (их называют критериями согласия).

Критерием согласия называют критерий проверки гипотезы о предполагаемом законе распределения. Имеется несколько критериев согласия:

χ^2 (хи «квадрат») К. Пирсона, Колмогорова, Смирнова и др. Ограничимся рассмотрением критерия Пирсона. С этой целью будем сравнивать эмпирические (наблюдаемые) и теоретические частоты (вычисленные в предположении нормального распределения). Критерий Пирсона отвечает на вопрос: случайно (незначимо) ли расхождение между теоретическими и эмпирическими частотами или неслучайно (значимо)?

Критерий Пирсона определяют по формуле

$$\chi^2 = \sum \frac{n_i' - n_i}{n_i}. \tag{19}$$

Эта величина случайная, так как в различных опытах она принимает различные, заранее неизвестные значения. Чем меньше различаются эмпирические и теоретические частоты, тем меньше величина χ^2.

По таблице критических точек распределения χ^2 (табл. 10) определяют в зависимости от заданного уровня значимости α и числа степеней свободы $k = n - 3$ критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha, k)$. Если $\chi^2_{\text{набл}} < \chi^2_{\text{кр}}$ – нет оснований отвергать гипотезу о нормальном распределении. Если $\chi^2_{\text{набл}} > \chi^2_{\text{кр}}$ – гипотезу о нормальном распределении отвергают.

Таблица 10

Критические точки распределения χ^2

Число степеней свободы	Уровень значимости α					
k	0,01	0,028	0,05	0,96	0,975	0,89
1	2	3	4	5	6	7
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,26	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
б	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26

Окончание табл. 8

1	2	3	4	5	6	7
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,6	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

Задания для студентов

1. Какова вероятность выхода случайной величины за границы допуска при нормальном законе распределения, если применяются:

а) трех-сигмовые допуски;

б) четырех-сигмовые допуски;

в) пяти-сигмовые допуски.

2. Каково должно быть среднеквадратическое отклонение σ процесса, чтобы вероятность выхода случайной величины за границы допуска при нормальном законе распределения составляла $0{,}00198 \cdot 10^{-6}$? Результаты оценки качества приведены ниже 204; 203; 201; 208; 205; 201; 210; 201; 204.

2. По результатам испытаний с надежность 0,95 найти доверительный интервал, который покрывает значение прочности (табл.11).

Таблица 11

Номер образца	Значения прочности при сжатии, кгс/см^2
1	309
2	305
3	309
4	315
5	285
6	323
7	335
8	301
9	311
10	311
11	278
12	332

Вопросы для контроля знаний

1. Нормальный закон распределения – это закон:

1) однопараметрический;

2) двухпараметрический;

3) трёхпараметрический;

4) четырёхпараметрический.

2. Стандартное (нормированное) нормальное распределение имеет параметры:

1) μ =1, σ =1;

2) μ =1, σ =0;

3) μ =0, σ =0;

4) μ =0, σ =1;

3. Вероятность того, что значения нормально распределённой случайной величины отличаются от среднего значения не больше, чем на $\pm 3\sigma$, равна:

1) 0,5;

2) 1,0

3) 0,9544;

4) 0,9973.

4. Укажите правильный ответ

Вероятность – это действительное число в интервале**:**

1) от 0 до 0,5;

2) от 0 до 0,999:

3) от –1 до +1;

4) от 0 до 1.

Практическое занятие № 3
ПОКАЗАТЕЛЬНОЕ, РАВНОМЕРНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПУАССОНА

Цель занятий – ознакомиться показательным, равномерным распределением и распределением Пуассона и их практическим приложением.

Общие сведения

Показательное *(экспоненциальное)* распределение есть распределение вероятностей непрерывной случайной величины x, которое описывается плотностью

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x < 0, \\ \lambda e^{-\lambda x} & \text{при} \quad x \geq 0, \end{cases} \qquad (20)$$

где λ – постоянная положительная величина.

Показательное распределение определяется одним параметром λ. Эта особенность показательного распределения указывает на его преимущество по сравнению с распределениями, зависящими от большего числа параметров. Обычно параметры неизвестны и приходится находить их оценки (приближенные значения); разумеется, проще оценить один параметр, чем два или три и т.д. Примером непрерывной случайной величины, распределенной по показательному закону, может служить время между появлениями двух последовательных событий простейшего потока.

Функция распределения показательного закона имеет вид:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx = \int_{-\infty}^{0} 0dx + \lambda \int_{0}^{x} e^{-\lambda x} dx = 1 - e^{-\lambda x}. \qquad (21)$$

Итак,

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x < 0, \\ 1 - e^{-\lambda x} & \text{при} \quad x \geq 0. \end{cases} \qquad (22)$$

Графики плотности и функции распределения показательного закона изображены на рис. 5.

Вероятность попадания в интервал (a, b) непрерывной случайной величины x, которая распределена по показательному закону, определяется по формуле

$$P(a < x < b) = F(b) - F(a). \qquad (23)$$

Учитывая, что $F(a) = 1 - e^{-\lambda a}$, $F(b) = 1 - e^{-\lambda b}$, получим:

$$P(a < x < b) = e^{-\lambda a} - e^{-\lambda b}. \qquad (24)$$

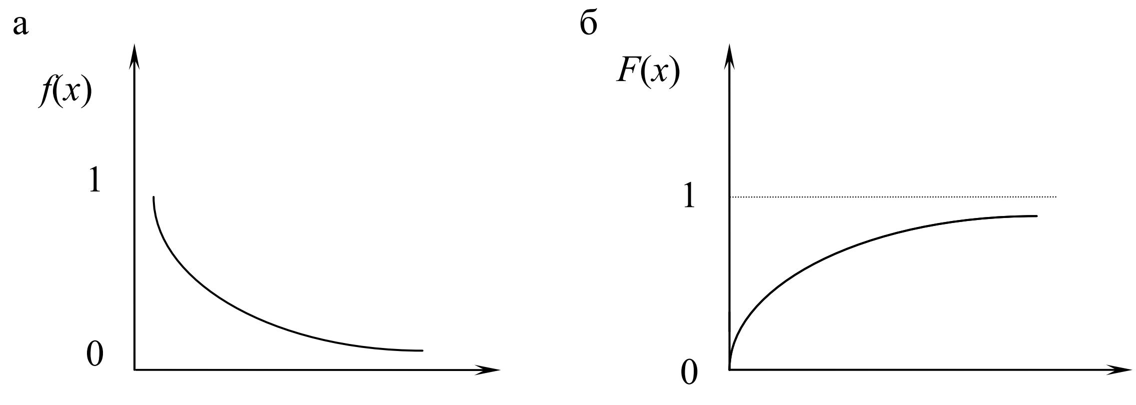


Рис. 5. Показательное распределение:
а – плотность; б – функция

Математическое ожидание показательного распределения равно обратной величине параметра λ.

$$M(x) = \frac{1}{\lambda}. \tag{25}$$

Величина дисперсии D определяется по формуле

$$D(x) = \frac{1}{\lambda^2}. \tag{26}$$

Среднее квадратическое отклонение вычисляют по формуле

$$\sigma(x) = \frac{1}{\lambda}, \tag{27}$$

т.е. математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение показательного распределения равны между собой.

Равномерное распределение. В некоторых практических задачах встречаются непрерывные случайные величины, о которых заранее известно, что их возможные значения лежат в пределах определенного интервала; кроме того, известно, что в пределах этого интервала все значения случайной величины одинаково вероятны (обладают одной и той же плотностью вероятности). О таких случайных величинах говорят, что они распределяются по закону равномерной плотности. Например, произведено взвешивание тела на точных весах, но в распоряжении взвешивающего имеются только разновески массой не менее 1 г; результат взвешивания показывает, что вес тела заключен между k и $(k + 1)$ граммами. Масса тела принята равной $(k + 1/2)$ граммам. Допущенная при этом ошибка X, очевидно, есть случайная величина, распределенная с равномерной плотностью на участке $(-1/2, 1/2)$ г.

Рассмотрим случайную величину X, подчиненную закону равномерной плотности на участке от α до β (рис. 6). Плотность распределения $f(x)$ постоянна и равна c на отрезке (α, β), вне этого отрезка она равна нулю:

$$f(x) = c \quad \text{при } \alpha < x < \beta.$$

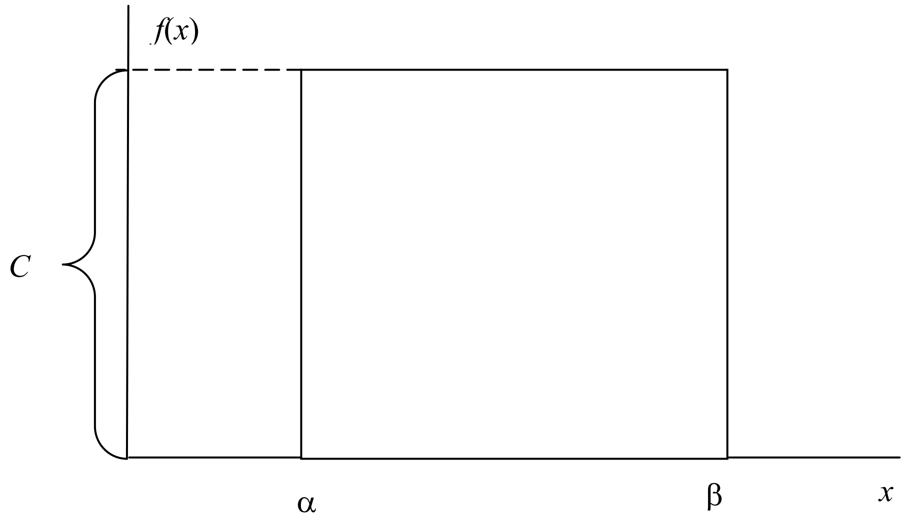


Рис. 6. Плотность равномерного распределения

Так как площадь, ограниченная кривой распределения, равна 1:

$$c(\beta - \alpha) = 1,$$

то

$$c = \frac{1}{\beta - \alpha}$$

и плотность распределения $f(x)$ имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\beta - \alpha} \quad \text{при } \alpha < x < \beta; \tag{28}$$

$$f(x) = 0 \quad \text{при } x < \alpha \quad \text{или} \quad x > \beta.$$

Функция распределения выражается площадью кривой распределения, лежащей левее точки x:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < \alpha; \\ \dfrac{x - \alpha}{\beta - \alpha} & \text{при } \alpha < x; \\ 1 & \text{при } x \rangle \beta. \end{cases} \tag{29}$$

График функции $F(x)$ приведен на рис. 7. Математическое ожидание величины X составляет

$$m_{\text{ч}} = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{x}{\beta - \alpha} dx = \frac{\alpha + \beta}{2}. \tag{30}$$

В силу симметричности равномерного распределения медиана величины X равна $(\alpha + \beta)/2$.

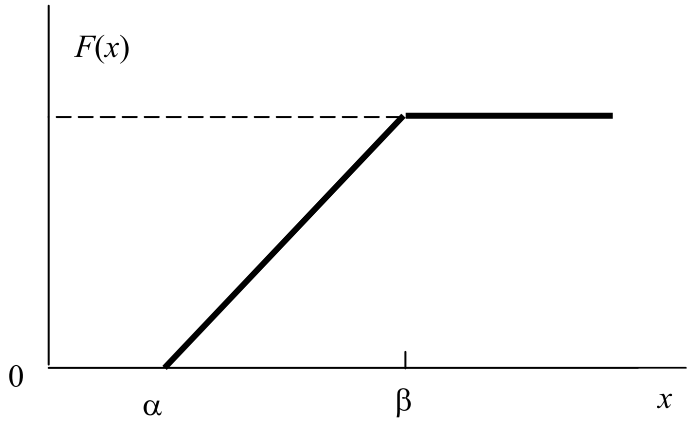


Рис. 7. Функция равномерного распределения

Дисперсия величины X определяется по формуле

$$D = \frac{1}{\beta - \alpha}\int_{\alpha}^{\beta}(x - \frac{\alpha + \beta}{2})^2 dx = \frac{(\beta - \alpha)^2}{12}. \tag{31}$$

Среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_x = \sqrt{D} = \frac{\beta - \alpha}{2\sqrt{3}}. \tag{32}$$

Вероятность попадания случайной величины X, распределенной по закону равномерной плотности, на участок (a, b), представляющий собой часть участка (α, β), равна (рис. 8):

$$P(a < X < b) = \frac{b - a}{\beta\text{-}\alpha}. \tag{33}$$

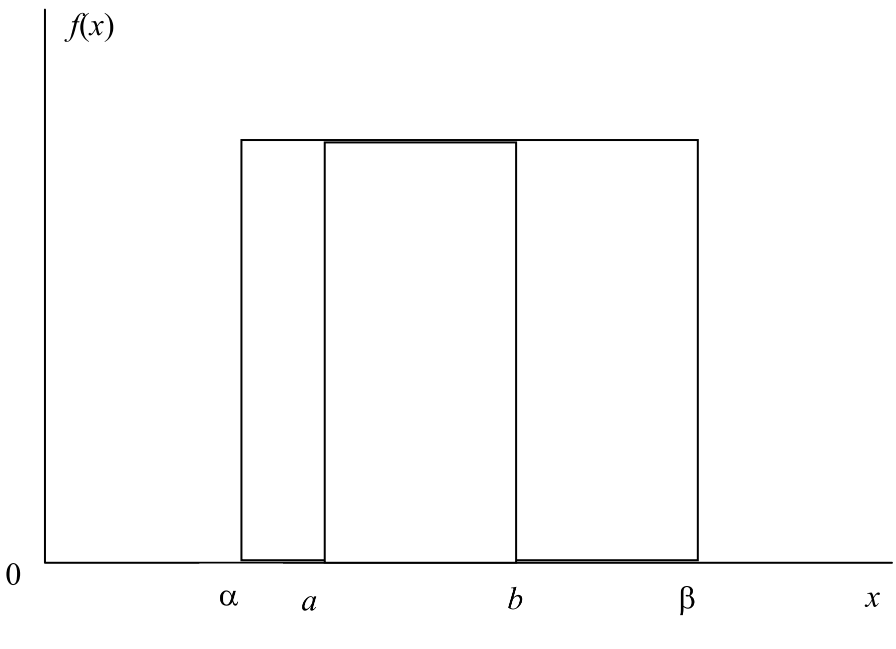


Рис. 8. Вероятность попадания случайной величины в интервал (*a, b*)

Распределение Пуассона. Предположим теперь, что при большом (практически бесконечном) значении n событие наступает очень редко, т.е. значение p очень мало. Пусть $p = \frac{c}{n}$, где c – число бракованных изделий, является положительным постоянным числом.

Если n стремится к бесконечности, то формула для выражения вероятности появления редких событий имеет вид:

$$P(x) = \frac{c^x}{x!} e^{-c}. \tag{34}$$

При этом $c = np$, а n достаточно велико.

Для вычисления распределения Пуассона удобно пользоваться следующей формулой:

$$P(x+1) = \frac{c}{x+1} P(x). \tag{35}$$

При распределении Пуассона среднее квадратическое отклонение равно корню квадратному из математического ожидания.

Задание для студентов

1. Непрерывная случайная величина x распределена по показательному закону

$$f(x) = 2e^{-2x} \text{ при } x \geq 0, f(x) = 0 \text{ при } x < 0.$$

Найти вероятность того, что в результате испытания x попадает в интервал (0,3; 1).

2. Написать плотность и функцию распределения показательного закона, если параметр $\lambda = 8$.

Вопросы для контроля знаний студентов

1. Функция плотности экспоненциального распределения:
   1) убывающая;
   2) возрастающая;
   3) симметричная.

2. Математическое ожидание равномерного (прямоугольного) распределения равно:

1) $\mu = \frac{(b-a)^2}{12}$; 2) $\mu = \frac{a+b}{2}$;

3) $\mu = 0$; 4) $\mu = \frac{a-b}{2}$.

Практическое занятие № 4-6
КОНТРОЛЬНЫЕ КАРТЫ

Цель занятия – ознакомиться с методикой построения контрольных карт.

Общие сведения

Статистические методы регулирования позволяют своевременно выявить разладку технологического процесса и тем самым предупредить выпуск дефектной продукции. В результате реализуется важнейшее требование стандартов ИСО серии 9000 – «предупреждать любое несоответствие продукции».

Метод контрольных карт представляет собой простой графический метод оценки степени статически неуправляемого состояния процесса путем сравнения значений отдельных статистических данных из серии выборок или подгрупп с контрольными границами

Преимущество контрольной карты заключается в простоте ее построения и применения. Она служит своевременным индикатором статистически управляемого процесса. Однако контрольная карта – это только часть полной системы анализа процесса. С ее помощью можно предсказать момент, когда определенная причина изменит течение процесса, но для установления ее природы и корректировки процесса необходимо проводить независимое исследование.

Для большинства контрольных карт, которые могут быть применены для количественных данных, принято нормальное распределение.

Логика работы с контрольными границами следующая:

1) если точка на контрольной карте лежит внутри контрольных границ, то считается, что все колебания точек здесь объясняются чисто случайными факторами;

2) если же одна (или несколько) точка выходит за контрольные границы, то считается, что такие отклонения не могут произойти случайно, т.е. здесь имеет место воздействие неслучайного фактора. В этом случае есть необходимость в остановке и (или) корректировке технологического процесса. С помощью приемочных контрольных карт по результатам измерений периодически берущихся выборок можно принимать решение об удовлетворительном или неудовлетворительном состоянии технологического процесса с учетом границ поля допуска. В случае удовлетворительного состояния осуществляют одновременную приемку продукции, произведенной за период от предыдущей до настоящей выборки.

Вычисление границ регулирования для $\bar{x}$*-карты.* При нормальном распределении в пределах трехсигмовых границ лежит 99,73 % всех значений контролируемого параметра. Отсюда следует, что почти все средние значения, вычисленные по результатам выборок из генеральной совокупности с математическим ожиданием a и средним квадратическим отклонением σ, приходятся на участок, ограниченный

$$a \pm \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}. \tag{36}$$

Эти две границы называют *границами регулирования* контрольной карты для средних $\bar{x}$ ($\bar{x}$-карта).

Таким образом, $a + \frac{3\sigma}{\sqrt{n}} = a + A\sigma = K_{\text{в}}$ является верхней границей регулирования; $a - \frac{3\sigma}{\sqrt{n}} = a - A\sigma = K_{\text{н}}$ – нижней границей. Значения коэффициентов $A = \frac{3}{\sqrt{n}}$ можно найти в табл. 12.

Если математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение генеральной совокупности неизвестны, то вычисление границ регулирования усложняется. В этом случае из текущего процесса отбирают как можно большее число k выборок (приблизительно от 20 до 30) объемом n и по статистическим характеристикам выборок делают заключение о числовых характеристиках генеральной совокупности.

Оценку математического ожидания генеральной совокупности получают, вычислив среднюю арифметическую x по k значениям выборочных средних $\bar{x}_i$.

Оценку среднего квадратического отклонения генеральной совокупности получают тремя способами:

1. Вычисляют дисперсию на основании всех имеющихся наблюдений *(kn* значений из *k* выборок объемом *n)* и принимают ее за оценку дисперсии генеральной совокупности:

$$\sigma^2 \approx \frac{1}{kn}\sum_{i=1}^{kn}(x_i - \bar{\bar{x}})^2. \tag{37}$$

Определение дисперсии таким путем требует большой вычислительной работы, вследствие чего на практике такой способ не применяется из экономических соображений.

Таблица 12

Коэффициенты для определения границ регулирования

n	b_2	c_2	d_2	A	A_1	A_2	B_1	B_2	B_3	B_4	D_1	D_2	D_3	D_4
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	0,853	0,5642	1.128	2,121	3,760	1,180	0	1,843	0	3,226	0	3,687	0	3,269
3	0,888	0,7236	1,693	1,732	2,394	1,023	0	1,859	0	2,569	0	4,357	0	2,574
4	0,880	0,7979	2,059	1,500	1,880	0,729	0	1,809	0	2,267	0	4,699	0	2,282
5	0,864	0,8407	2,326	1,342	1,596	0,577	0	1,575	0	2,090	0	4,918	0	2,114
6	0,848	0,8686	2,534	1,225	1,410	0,483	0,026	1,711	10,030	1,970	0	5,078	0	2,004
7	0,833	0,8882	2,704	1,134	1,277	0,419	0,104	1,672	0,117	1,883	0,205	5,203	0,076	1,924
8	0,820	0,9027	2,847	1,061	1,175	0,373	0,167	1,638	0,185	1,851	0,387	5,307	0,136	1,964
9	0,808	0,9139	2,970	1,000	1,094	0,337	0,219	1,609	0,239	1,761	0,546	5,394	0,184	1,816
10	0,797	0,9227	3,078	0,949	1,028	0,308	0,261	1,584	0,283	1,717	0,687	5,469	0,223	1,777
11	0,787	0,9300	3,173	0,905	0,973	0,285	0,299	1,561	0,322	1,678	0,812	5,534	0,256	1,744
12	0,778	0,9359	3,258	0,866	0,925	0,266	0,331	1,541	0,353	1,647	0,924	5,592	0,284	1,716
13	0,770	0,9410	3,336	0,832	0,884	0,249	0,360	1,522	0,382	1,618	1,026	5,646	0,308	1,692
14	0,762	0,9453	3,407	0,802	0,848	0,235	0,384	1,506	0,407	1,593	1,121	5,693	0,329	1,671
15	0,755	0,9490	3,472	0,775	0,816	0,223	0,406	1,492	0,428	1,572	1,207	5,737	0,348	1,652
16	0,749	0,9523	3,532	0,750	0,788	0,212	0,428	1,477	0,449	1,551	1,285	5,779	0,364	1,636
17	0,743	0,9551	3,588	0,728	0,762	0,203	0,445	1,465	0,466	1,534	1,359	5,817	0379	1,621
18	0,738	0,9576	3,640	0,707	0,738	0,194	0,461	1,455	0,481	1,519	1,426	5,854	0,392	1,608
19	0,733	0,9599	3,689	0,688	0,717	0,187	0,476	1,444	0,496	1,504	1,490	5,888	0,404	1,596
20	0,729	0,9619	3,735	0,671	0,697	0,180	0,491	1,433	0,510	1,490	1,548	5,922	0,414	1,586

Окончание табл. 12

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
21	0,724	0,9638	3,778	0,655	0,679	0,173	0,504	1,424	0,523	1,477	1,606	5,950	0,425	1,575
22	0,720	0,9655	3,819	0,640	0,662	0,167	0,517	1,414	0,536	1,464	1,659	5,979	0,434	4,566
23	0,716	0,9670	3,858	0,626	0,647	0,162	0,528	1,406	0,546	1,454	1,710	6,006	0,443	1,557
24	0,712	0,9684	3,895	0,612	0,632	0,157	0,539	1,398	0,556	1,444	1,759	6,031	0,452	1,548
25	0,709	0,9696	3,931	0,600	0,619	0,153	0,547	1,393	0,564	1,436	1,804	6,058	0,459	1,541
30		0,9748	4,086	0,548	0,562		0,588	1,362	0,603	1,397				
35		0,9784	4,213	0,507	0,518		0,620	1,337	0,633	1,367				
40		0,9811	4,322	0,474	0,481		0,646	1,317	0,658	1,342				
45		0,9832	4,415	0,447	0,455		0,667	1,299	0,678	1,322				
50		0,9849	4,498	0,424	0,431		0,685	1,285	0,695	1,305				
60		0,9874	4,639	0,387	0,392		0,714	1,261	0,723	1,277				
70		0,9892	4,755	0,359	0,363		0,736	1,243	0,744	1,256				
80		0,9906	4,854	0,335	0,338		0,753	1,228	0,761	1,239				
90		0,9916	4,939	0,316	0,319		0,768	1,215	0,775	1,225				
100		0,9925	5,015	0,300	0,302		0,780	1,205	0,786	1,214				

2. Можно вычислить среднее квадратическое отклонение для каждой из выборок, а оценкой среднего квадратического отклонения генеральной совокупности будет средняя арифметическая из выборочных значений s:

$$\sigma \approx \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} s_i = \bar{s}. \tag{38}$$

Этот способ используется лишь тогда, когда наряду с контрольной картой для определения средней арифметической $\bar{x}$ ведется также карта для среднего квадратического отклонения, позволяющая контролировать однородность качества изделий.

3. Можно получить также оценку среднего квадратического отклонения генеральной совокупности, исходя из размаха вариации R по k выборкам.

Среднее квадратическое отклонение s одной выборки, особенно при малом ее объеме, не может считаться пригодным значением оценки среднего квадратического отклонения генеральной совокупности, так как, кроме всего прочего, средняя арифметическая $\bar{x}$, которая используется при вычислении среднего квадратического отклонения выборки, является выборочной средней, а не математическим ожиданием генеральной совокупности. Поэтому средняя арифметическая значений s из k выборок также не идентична σ.

Поскольку теоретически можно получить распределение средних квадратических отклонений выборок одинакового объема n, взятых из совокупности с нормальным распределением, имеется возможность говорить о связи между $\bar{s}$ и σ. Отношение $\bar{s}$ к σ обозначают через c_2; оно меньше единицы и приближается к единице по мере увеличения n.

Коэффициент c_2 можно использовать для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения генеральной совокупности σ по $\bar{s}$, т.е. по средней арифметической значений средних квадратических отклонений ряда выборок одинакового объема n. Можно считать, что с достаточной точностью выполняется равенство

$$\sigma = \frac{\bar{s}}{c_2}. \tag{39}$$

Значения c_2 зависят от объема выборок n и приведены в табл. 12. Коэффициентами c_2 можно пользоваться при условии, что выборки берутся из нормальной генеральной совокупности. Если выборочную дисперсию вычисляют не с помощью коэффициента $\frac{1}{n}$, а с поправкой, т.е. с помощью коэффициента $\frac{1}{n-1}$, то для вычисления оценки среднего квадратического отклонения генеральной совокупности используют коэффициент c_2, умноженный на $\sqrt{\dfrac{n}{n-1}}$. Зная $\bar{s}$ и c_2, можно легко определить границы регулирования:

$$\frac{3\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{3}{c_2\sqrt{n}}\bar{s} = A_1\bar{s},\ A_1 = \frac{3}{c_2\sqrt{n}}. \tag{40}$$

Итак,

$$K_{\text{в,н}} = \bar{x} \pm A_1\bar{s}. \tag{41}$$

Коэффициент A_1 также зависит от объема выборок n; его значения приведены в табл. 12. Если, например, сделаны выборки объема n = 5, то границы регулирования следует проводить на расстоянии ±1,5965 от среднего значения $\bar{x}$.

В связи с тем, что вычисление среднего квадратического отклонения s связано с трудностями, в качестве меры колеблемости отдельных значений внутри выборки используют размах $R = x_{\max} - x_{\min}$, который легко определяется для выборок небольшого объема. Среднее квадратическое отклонение и размах R выборки находятся в прямой пропорциональной зависимости друг от друга; между ними существует тесная положительная корреляционная связь, т.е. чем меньше s, тем меньше R, и наоборот.

Среднее значение $\bar{R}$ размахов вариации R из k выборок можно использовать в качестве оценки среднего квадратического отклонения генеральной совокупности так же, как и $\bar{s}$:

При достаточно большом k имеет место соотношение

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2}, \tag{42}$$

причем d_2 опять является коэффициентом, зависящим от объема n выборок.

С помощью оценки $\sigma = \dfrac{\bar{R}}{d_2}$ границы регулирования для $\bar{x}$-карты вычисляются следующим образом:

$$\frac{3\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}\bar{R} = A_2\bar{R},$$

$$A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}, \tag{43}$$

$$K_{\text{в,н}} = \bar{\bar{x}} \pm A_2\bar{R}.$$

Если на контрольные карты наносят границы регулирования, которые не базируются на доверительной вероятности 0,9973, то в коэффициенте A_2 число 3 заменяют соответственно другим числом.

Таблица 13

N	x-R-карта			
	d_2	A_2	D_3	D_4
2	0,954	2,232	0	3,865
3	1,588	1,264	0	2,745
4	1,978	0,828	0	2,375
5	2,257	0,712	0	2,179
6	2,472	0,562	0	2,055
7	2,645	0,519	0,078	1,967
8	2,791	0,442	0,139	1,901
9	2,961	0,419	0,187	1,850
10	3,024	0,368	0,227	1,809

Контрольные карты среднего квадратического отклонения и вариации. s-Карта и R-карта строятся так же, как и $\bar{x}$-карта. Наносят на карту среднее значение s или R и проводят параллельно средней линии верхнюю и нижнюю границы регулирования с требуемой доверительной вероятностью.

Вычисление средней линии и границ регулирования s-карты производят следующим образом:

а) если значение σ генеральной совокупности известно, то среднее значение $\bar{s}$ для s-карты равно $\bar{s} = c_2\sigma$; в этом случае границы регулирования определяются как

$$K_{\text{в,н}} = \bar{s} \pm 3\sigma_s = c_2\sigma \pm \frac{3}{\sqrt{2n}}\sigma = \left(c_2 \pm \frac{3}{\sqrt{2n}}\right)\sigma \tag{44}$$

или

$$K_{\text{в}} = \left(c_2 + \frac{3}{\sqrt{2n}}\right)\sigma = B_2\sigma,\ K_{\text{н}} = \left(c_2 - \frac{3}{\sqrt{2n}}\right)\sigma = B_1\sigma; \tag{45}$$

б) если значение σ генеральной совокупности неизвестно, то сначала нужно вычислить с помощью коэффициента c_2 и среднего значения $\bar{s}$ оценку σ*;* тогда границы регулирования

$$K_{\text{в,н}} = \bar{s} \pm 3\sigma_s = \bar{s} \pm \frac{3}{\sqrt{2n}}\sigma = \bar{s} \pm \frac{3}{c_2\sqrt{2n}}\bar{s} = \left(1 \pm \frac{3}{c_2\sqrt{2n}}\right)\bar{s} \tag{46}$$

или

$$K_{\text{в}} = \left(1 + \frac{3}{c_2\sqrt{2n}}\right)\overline{s} = B_4\overline{s}\,,\; K_{\text{н}} = \left(1 - \frac{3}{c_2\sqrt{2n}}\right)\overline{s} = B_3\overline{s}\,. \qquad (47)$$

Значения коэффициентов B_1, B_2, B_3, B_4 приведены в табл. 12.

Они зависят от объема выборок n и действительны в случае нормального распределения генеральной совокупности.

Определение границ регулирования R-карт производится следующим образом:

а) если известно значение σ генеральной совокупности, то среднее значение R-карты вычисляется как $\overline{R} = d_2\sigma$, а границы регулирования

$$K_{\text{в,н}} = \overline{R} \pm 3\sigma_R = d_2\sigma \pm 3_2 b\sigma = \left(d_2 \pm 3b_2\right)\sigma \qquad (48)$$

или

$$K_{\text{в}} = \left(d_2 + 3b_2\right)\sigma = D_2\sigma\,,\; K_{\text{н}} = \left(d_2 - 3b_2\right)\sigma = D_1\sigma\,; \qquad (49)$$

б) если значение σ генеральной совокупности неизвестно, то его оценку вычисляют по $\overline{R}$ с помощью коэффициентов b_2 и d_2; тогда границы регулирования:

$$K_{\text{в,н}} = \overline{R} \pm 3\sigma_R = \overline{R} \pm 3b_2\sigma = \overline{R} \pm 3\frac{b_2}{d_2}\overline{R} = \left(1 \pm 3\frac{b_2}{d_2}\right)\overline{R} \qquad (50)$$

или

$$K_{\text{в}} = \left(1 + 3\frac{b_2}{d_2}\right)\overline{R} = D_4\overline{R}\,,\; K_{\text{н}} = \left(1 - 3\frac{b_2}{d_2}\right)\overline{R} = D_3\overline{R}\,. \qquad (51)$$

Значения коэффициентов D_1, D_2, D_3, D_4 приведены в табл. 12.

Они зависят, как и b_2 и d_2, от объема выборки n и действительны, если генеральная совокупность имеет нормальное распределение или хотя бы приближается к нему.

Примеры построения контрольных карт

П р и м е р . x-s-Карта (большие выборки одинакового объема) приведена на рис. 9.

Изготовитель хочет выяснить, управляем ли статистически процесс производства. В этом случае средние линии и границы регулирования получают исключительно по данным контрольных измерений. Табл. 14 содержит значения x и s ежедневных выборок по n = 50 наблюдениям, проведенным на протяжении десяти дней.

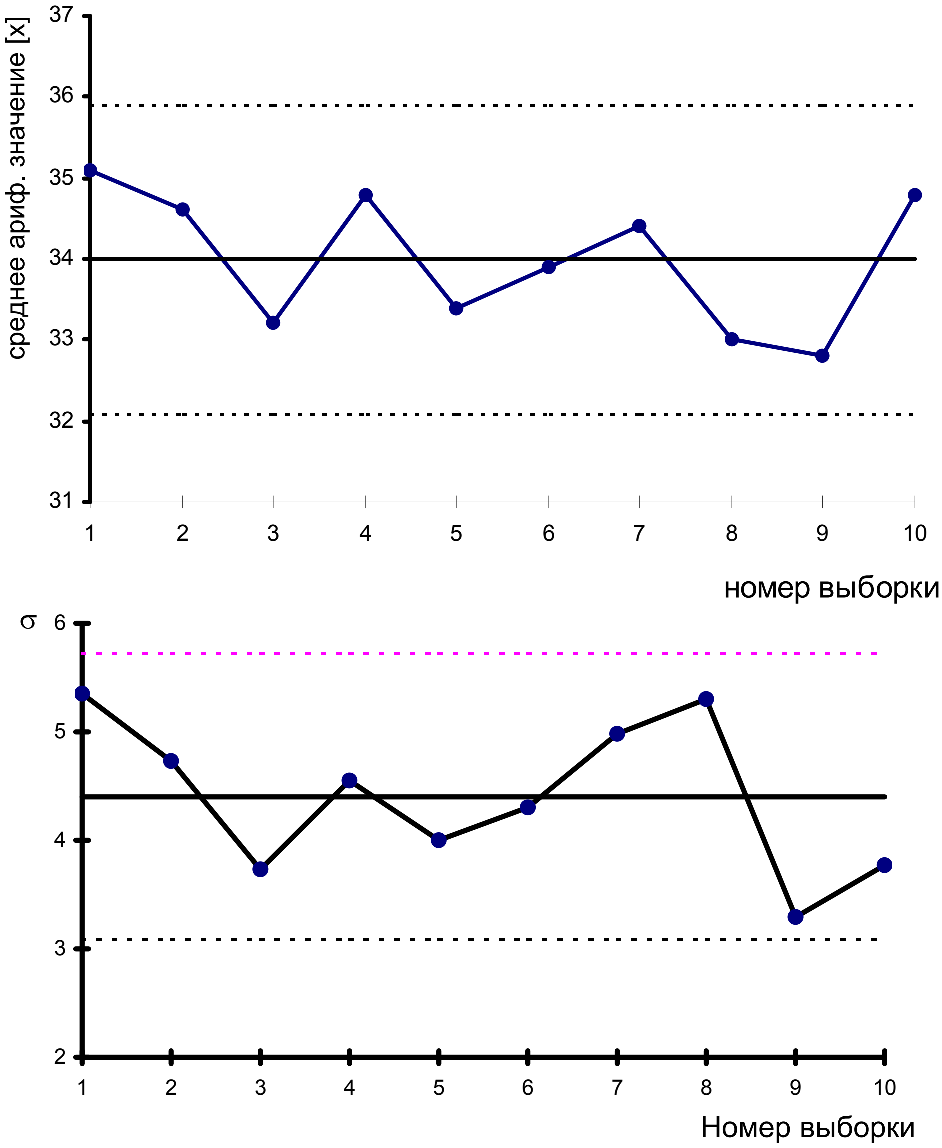


Рис. 9. $\overline{x}$ -s-Карта (большие выборки одинакового объема)

Таблица 14

Номер выборки	Объем выборки n	Средняя арифметическая $\overline{x}$	Среднее квадратическое отклонение s
1	50	35,1	5,35
2	50	34,6	4,73
3	50	33,2	3,73
4	50	34,8	4,55
5	50	33,4	4,00
6	50	33,9	4,30
7	50	34,4	4,98
8	50	33,0	5,30
9	50	32,8	3,29
10	50	34,8	3,77
Сумма	500	340,0	44,00
Средняя арифметическая		34,0	4,40

Центральные линии

для $\bar{x}$ $\qquad \bar{\bar{x}} = 34{,}0;$

для s $\qquad \bar{s} = 4{,}40.$

Границы регулирования при $n = 50$:

для $\bar{x}$ $\qquad \bar{\bar{x}} \pm 3\frac{\bar{s}}{\sqrt{n}} = 34{,}0 \pm 1{,}9 = \left\langle \begin{matrix} 35{,}9 \\ 32{,}1 \end{matrix} \right.$

для s $\qquad \bar{s} \pm 3 = \frac{\bar{s}}{\sqrt{n}} = 4{,}40 \pm 1{,}32 = \left\langle \begin{matrix} 5{,}72 \\ 3{,}08 \end{matrix} \right.$

В ы в о д : карты показывают, что процесс статистически управляем.

Задания для студентов

1. Табл. 15 содержит значения s и $\bar{x}$, вычисленные по результатам ежедневных выборок по n = 50 наблюдениями за 10 дней. Оценить стабильность процесса

Т а б л и ц а 1 5

Номер выборки	Объем выборки n	Средняя арифметическая $\bar{x}$	Среднее квадратическое отклонение s
1	50	35,1	5,35
2	50	34,6	4,73
3	50	33,2	3,73
4	50	34,8	4,55
5	50	33,4	4,00
6	50	33,9	4,30
7	50	34,4	4,98
8	50	33,0	5,30
9	50	32,8	3,29
10	50	34,8	3,77

В табл. 16 приведены результаты контроля важного качественного признака по 10 поставкам. Определить стабильность процесса.

Таблица 16

Номер партии	Объем выборки n	Средняя арифметическая $\bar{x}$	Среднее квадратическое отклонение s
1	2	3	4
1	50	55,7	4,35
2	50	54,6	4,03
3	100	52,6	2,43
4	25	55,0	3,56
5	25	53,4	3,10

Окончание табл. 16

1	2	3	4
6	50	55,2	3,30
7	100	53,3	4,18
8	50	52,3	4,30
9	50	53,7	2,09
10	50	54,3	2,67
Сумма	550	$\sum n\overline{x} = 29\,590{,}0$	$\sum ns = 1864{,}50$
Средняя арифметическая		53,8	3,39

3. Для исследования коррозии цинка серии образцов, изготовленные в различных условиях, были подвергнуты климатическим воздействиям. В табл. 17 приведены результаты измерений 10 серий по 6 образцов в каждой; точность измерений 0,0001 см. Определить наличие особых вариаций

Таблица 17

№ серии	Измеренное значение						Средняя арифметическая $\overline{x}$	Среднее квадратическое отклонение s	Размах R
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6			
Группа I									
1	0,5005	0,5000	0,5008	0,5000	0,5005	0,5000			
2	0,4998	0,4997	0,4998	0,4994	0,4999	0,4998			
3	0,4995	0,4995	0,4995	0,4995	0,4995	0,4996			
4	0,4998	0,5005	0,5005	0,5002	0,5003	0,5004			
5	0,5000	0,5005	0,5008	0,5007	0,5008	0,5010			
Группа II									
6	0,5008	0,5009	0,5010	0,5005	0,5006	0,5009			
7	0,5000	0,5001	0,5002	0,4995	0,4996	0,4997			
8	0,4993	0,4994	0,4999	0,4996	0,4996	0,4997			
9	0,4995	0,4995	0,4997	0,4992	0,4995	0,4992			
10	0,4994	0,4998	0,5000	0,4990	0,5000	0,5000			

4. В лабораторных условиях измерялось разрывное усилие образцов проволоки одной марки на 21 машине (табл. 18). Построить x- s-карту

Таблица 18

Номер машины	Число тестов	Значения					Средняя арифметическая $\overline{x}$	Среднее квадратическое отклонение s		Размах R	
		1	2	3	4	5		n=4	n=5	n=4	n=5
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	5	73	73	73	75	75	73,8				
2	5	70	71	71	71	72	71,0				

Окончание табл. 17

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	5	74	74	74	74	75	74,2				
4	5	70	70	70	72	73	71,0				
5	5	70	70	70	70	70	70,0				
6	5	65	65	66	69	70	67,0				
7	4	72	72	74	76	-	73,5				
8	5	69	70	71	73	73	71,2				
9	5	71	71	71	71	72	71,2				
10	5	71	71	71	71	72	71,2				
11	5	71	71	72	72	72	71,6				
12	5	70	71	71	72	72	71,2				
13	5	73	74	74	75	75	74,2				
14	5	74	74	75	75	75	74,6				
15	5	72	72	72	73	73	72,4				
16	4	75	75	75	76	-	75,3				
17	5	68	69	69	69	70	69,0				
18	5	71	71	72	72	73	71,8				
19	5	72	73	73	73	73	72,8				
20	5	68	69	70	71	71	69,8				
21	5	69	69	69	69	69	69,0				

5. По данным табл.19 построить контрольную карту

Таблица 19

Данные контроля показателя качества

Номер партии	Объем выборки	Средняя арифметическая $\overline{x}$	Размах R
1	5	36,0	6,6
2	5	31,4	0,5
3	5	39,0	15,1
5	5	35,6	8,8
5	5	38,8	2,2
6	5	41,6	3,5
7	5	36,2	9,6
8	5	38,0	9,0
9	5	31,4	20,6
10	5	29,2	21,7

Вопросы для контроля знаний

1. Как определить границы регулирования процесса производства в зависимости от уровня качества?

2. Для чего необходимо применять статистическое регулирования процесса?

3. Какие Вы знаете карты регулирования?

4. Какие из контрольных карт относятся к картам разброса (рассеивания):

1) $\overline{x}$ -карты;

2) x_{med}-карты;

3) S-карты;

4) R-карты.

6. Основные правила интерпретации карт. Определение особых точек

Практическое занятие № 7-8
ОЦЕНКА СТАБИЛЬНОСТИ И ВОСПРОИЗВОДИМОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА»

Цель работы – ознакомиться с методикой оценки стабильности и воспроизводимости технологического процесса.

Общие сведения

На любой процесс постоянно воздействует множество факторов, оказывающих влияние на его результаты. Любой процесс подвержен совокупности причин изменчивости (вариабельности). При этом существует две группы причин: первая – случайные причины, вызывающие естественные вариации результатов, разброс которых можно держать под контролем, и вторая – особые причины, вызванные действием особых факторов. Появление именно особых причин нужно расследовать и устранять, чтобы процесс вернулся в стабильное (контролируемое) состояние. Специальные причины, как правило, связаны с чем-то, чего в нормальном ходе процесса не происходит.

Когда на систему действуют и системные, и особые вариации, ее состояние естественно назвать **статистически неуправляемым** или нестабильным.

Общими причинами вариаций называют те причины, при которых все отклонения параметров/характеристик процесса на контрольной карте находятся внутри заданных границ. В этом случае процесс называют статистически управляемым, или стабильным. Если имеются только общие причины вариации, выход процесса дает распределение, стабильное во времени и, следовательно, предсказуемое (рис. 10).

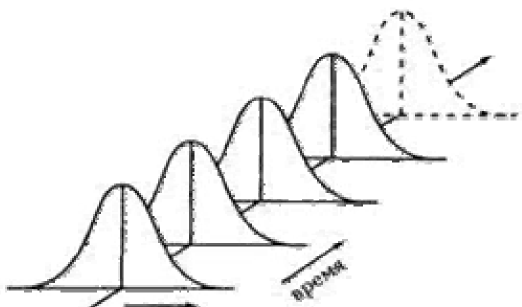


Рис. 10. Вид распределения стабильного процесса

Специальными причинами вариаций называют причины, которые на контрольной карте соответствуют выходящим за контрольные границы точкам. Если специальные причины вариаций присутствуют на контрольной карте, то процесс называют статистически неуправляемым, или нестабильным. Если имеются особые причины вариации, выход процесса является нестабильным во времени и непредсказуемым (рис.11).

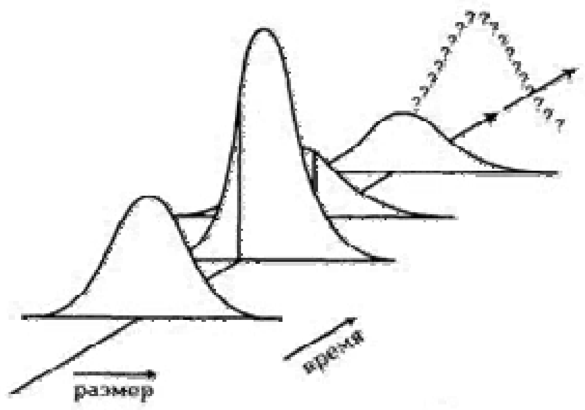


Рис. 11. Вид распределения нестабильного процесса

Статистика показывает, что не более 15 % всех проблем (или возможностей улучшения) в организациях связано с особыми причинами вариаций и, таким образом, они, возможно (но не обязательно!), находятся в поле деятельности рядовых работников.

Инструмент разделения причин вариаций на общие и специальные – это контрольные карты, изобретенные У. Шухартом в 1924 г. Контрольная карта – это временной график, показывающий расположение последовательных значений некой характеристики/параметра процесса относительно центральной линии и одной или двух контрольных границ (рис.12).

Контрольная карта нужна для определения того, находится ли процесс в статистически управляемом состоянии (т. е. присутствуют только общие причины вариаций), а также для поддержания этого состояния. Существует набор определенных правил, позволяющих по контрольной карте процесса обнаруживать присутствие специальных причин вариаций.

Особые причины воздействуют на процесс скачками, их можно выделить и устранить. Контрольные карты позволяют выделить момент времени воздействия особого фактора (место выхода параметра за контрольные границы), что в совокупности с методами расслоения данных, регрессионного и дисперсионного анализа позволяет определить значимость воздействия любого фактора.

Статистически неуправляемое состояние процесса может быть связано как с нарушениями трудовой дисциплины, так и наличием внешних невыявленных возмущающих факторов. Изучение и познание процесса – это миссия специалистов, занимающихся управлением производственными процессами, опираясь на опыт рабочих и обслуживающего персонала.

а б в г

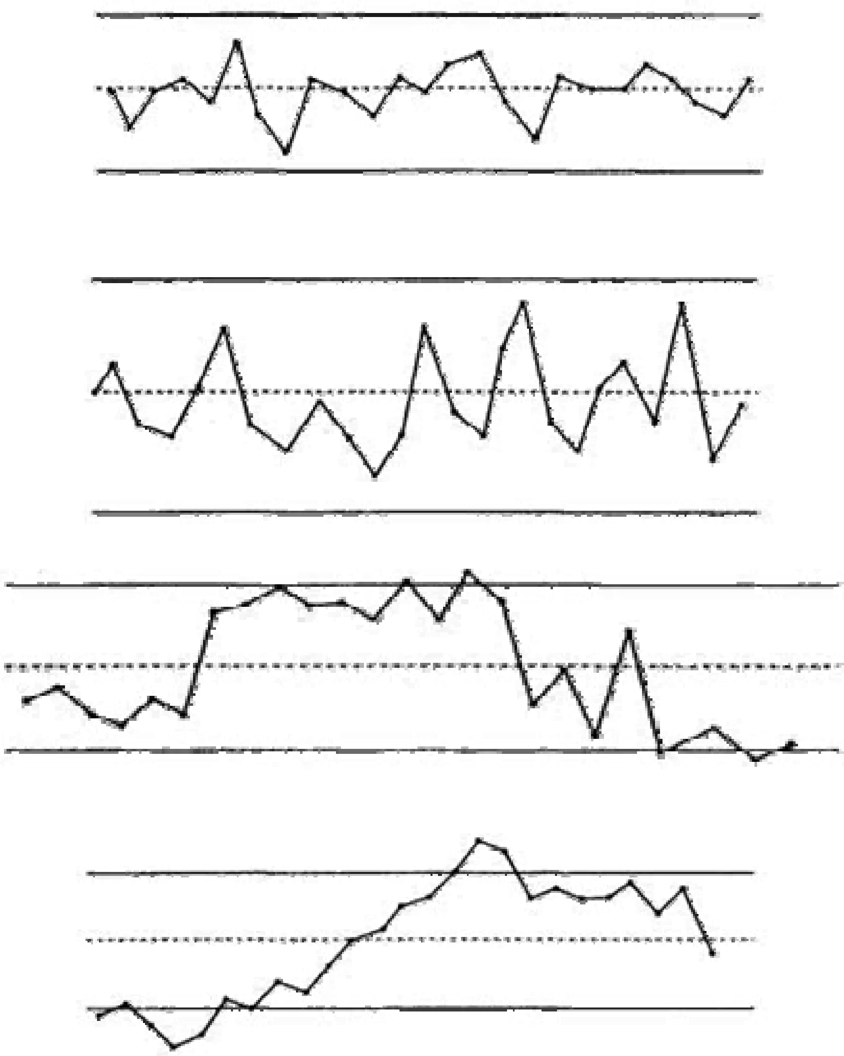


Рис.12. Контрольные карты стабильного (а,б) и нестабильного (в,г) процесса

В мире существует достаточное количество методик, позволяющих оценить качество продукта. Среди них есть показатели, позволяющие оценить воспроизводимость процесса, т.е. способность технологического процесса обеспечивать качество выпускаемого изделия. К этим показателям относятся индексы воспроизводимости C_p и P_p и индексы пригодности $C_{рк}$ и $P_{рк}$ процесса. Если среднее процесса отлично или может быть отлично от центра поля допуска, то для анализа процессов следует применять индексы $C_{рк}$ и $P_{рк}$. Эти индексы учитывают центрированность получаемых результатов. Индекс C_{pk} будет высоким только в том случае, если разброс значений невелик и среднее значение полученных результатов лежит близко к середине поля допуска.

Индекс P_{pk} показывает, насколько хорош был рассматриваемый процесс в прошлом, в то время как индекс C_{pk} показывает возможности процесса в будущем. Иными словами, P_{pk} показывает, что вы делаете, а C_{pk} – что вы можете делать в рамках вашего процесса. Если процесс статистически контролируем, то оба индекса C_{pk} и P_{pk} стремятся к одному значению (так как в этом случае обе сигмы совпадают по значению). При этом C_{pk} является краткосрочной оценкой, а индекс P_{pk} – долгосрочной.

Индексы были впервые внедрены японскими фирмами, а в 1986 году применены в США фирмой «Форд моторс» во взаимоотношениях с поставщиками и с тех пор успешно применяются во всем мире.

Количественная оценка управляемости процессов в виде числовых критериев, прогноз уровня дефектности производимой процессом продукции проводится расчетом индексов воспроизводимости C_p и P_p и пригодности $C_{рк}$ и $P_{рк}$ процесса.

Комбинацию индексов возможностей процессов выбирают в зависимости от результата оценки стабильности процесса. Если целевое значение параметра не указано, то значения C_p, C_{pk}, P_p и P_{pk} следует рассчитывать по формулам:

$$C_p = \frac{\text{ВГД} - \text{НГД}}{6\sigma_I} = \frac{\Delta}{6\sigma_I}; \tag{52}$$

$$C_{pk} = \min\left(\frac{\text{ВГД} - \bar{\bar{x}}}{3\sigma_I}; \frac{\bar{\bar{x}} - \text{НГД}}{3\sigma_I}\right); \tag{53}$$

$$P_p = \frac{\text{ВГД} - \text{НГД}}{6\sigma_T}, \tag{54}$$

где ВГД и НГД – соответственно наибольшее и наименьшее предельные значения показателя качества (пределы поля допуска);

$$P_{pk} = \min\left(\frac{\text{ВГД} - \bar{\bar{x}}}{3\sigma_T}; \frac{\bar{\bar{x}} - \text{НГД}}{3\sigma_T}\right). \tag{55}$$

В ряде случаев может быть установлен только один предел поля допуска: либо наибольшее предельное значение ВГД, либо наименьшее предельное значение показателя качества НГД. Тогда для оценки возможностей процесса применяют только индексы C_{pk} и P_{pk}, которые рассчитывают по следующим формулам:

– для стабильного процесса в состоянии А, если задано наибольшее предельное значение показателя качества ВГД, то

$$C_p = \frac{\text{ВГД} - \bar{x}}{3\sigma_I}; \tag{56}$$

если задано наименьшее предельное значение показателя качества НГД, то

$$C_p = \frac{\bar{x} - \text{НГД}}{3\sigma_I}; \tag{57}$$

– для нестабильного процесса в состояниях Б и В, если задано наибольшее предельное значение показателя качества ВГД, то

$$P_p = \frac{\text{ВГД} - \bar{x}}{3\sigma_T}; \tag{58}$$

если задано наименьшее предельное значение показателя качества НГД, то

$$P_p = \frac{\bar{x} - \text{НГД}}{3\sigma_T}. \tag{59}$$

Если индивидуальные значения (результаты измерения отдельных единиц продукции) подчиняются нормальному распределению, то по табл. 26 для стабильного процесса можно оценить ожидаемый уровень несоответствий. Значение ожидаемого уровня несоответствий в этом случае равно половине значения (в процентах несоответствующих единиц продукции % или pmm), указанного в таблице для полученного по формуле (19) или (20) значения .

Для применения индексов воспроизводимости надо убедиться, что процесс является управляемым. На практике это означает, что получаемые значения должны в большинстве находиться внутри оговоренного техническими условиями допуска и не иметь существенных видимых колебаний. В противном случае надо сначала устранить причины выхода параметров за поле допуска или сильных колебаний параметров и только потом переходить к оценке индексов качества процесса. Если процесс центрирован, то k=0 и индексы C_p и C_{pk} равны. При отклонении процесса от номинального значения уменьшается C_{pk}, а при увеличении разброса значений уменьшаются и C_p и C_{pk}.

Если в качестве цели используется не середина поля допуска, а некоторое иное номинальное значение в пределах всего поля допуска, то для оценки качества процесса можно применить относительно недавно введенный индекс воспроизводимости C_{pm}. Примером такой ситуации является достаточно распространенное требование при токарной обработке наружного диаметра держать размер на нижней границе поля допуска для того, чтобы не допустить появления брака при износе пластины. Рассчитывается индекс C_{pm} аналогично C_{pk}, но в качестве среднего принимается целевое значение, выбранное при реализации процесса.

В табл. 26 представлена связь индексов возможностей и стабильных процессов с ожидаемым уровнем несоответствий продукции на выходе технологического процесса при предположении нормального распределения.

По известным значениям C_p или C_{pk}, используя табл. 26, можно определить интервал, в котором находится ожидаемый уровень несоответствий.

По табл.20 определяют максимально возможное значение ожидаемого уровня несоответствий, по значению – минимально возможное.

Таблица 20

Связь индексов воспроизводимости и стабильных процессов с ожидаемым уровнем несоответствий продукции

Значение C_p или C_{pk}	Уровень несоответствий продукции в	
	процентах несоответствующих единиц продукции, %	числе несоответствующих единиц на миллион единиц продукции
0,33	32,2	322000
0,37	26,7	267000
0,55	9,9	99000
0,62	6,3	63000
0,69	3,8	38000
0,75	2,4	24000
0,81	1,5	15000
0,86	0,99	9900
0,91	0,64	6400
0,96	0,40	4000
1,00	0,27	2700
1,06	0,15	1500
1,10	0,097	970
1,14	0,063	630
1,18	0,040	400
1,22	0,025	250
1,26	0,016	160
1,30	0,0096	96
1,33	0,0066	66

Принято воспроизводимость технологического процесса оценивать, исходя из следующих критериев:

C_p >1,33 – воспроизводимый;

C_p =1,33-1,00 – воспроизводимый, но требует внимательного наблюдения;

C_p <1,00 – невоспроизводимый.

Оценка стабильности процесса. Результатом оценки стабильности (в том числе после действий, направленных на устранение влияния особых причин) должно быть одно из следующих состояний процесса:

– стабилен и по разбросу и по положению среднего арифметического (состояние А);

– стабилен по разбросу, но нестабилен по положению

– нестабилен по разбросу (состояние В).

Состояние А характеризуется отсутствием признаков особых причин как на *MR*-, *R*- или *S*-карте, так и на *X*- или $\bar{x}$-карте соответственно.

Состояние Б характеризуется отсутствием признаков особых причин соответственно на *MR*-, *R*- или *S*-карте, но и наличием таких признаков на *X*- или $\bar{x}$-карте.

Состояние В характеризуется наличием признаков особых причин соответственно на *MR*-, *R*- или *S*-карте.

Собственную и полную изменчивость (вариабельность) процесса следует оценивать по данным, которые были использованы для построения контрольных карт Шухарта.

Собственная изменчивость процесса зависит от влияния только обычных (общих) причин вариаций. Собственную изменчивость процесса следует определять для стабильных по разбросу процессов в состояниях А и Б и оценивать по выборочным стандартным отклонением σ_I, по одному из следующих способов в зависимости от вида контрольной карты Шухарта по ГОСТ Р50779.42 :

– при использовании *X*- и *MR*-карт Шухарта

$$\sigma_I = \frac{\bar{R}}{d_2}, \tag{60}$$

где $\bar{R}$ – среднее значение скользящих размахов; d_2 – коэффициент, значения которого зависят от числа точек, использованных для расчета скользящих размахов в *MR*-карте;

– при использовании $\bar{x}$- и *R*-карт Шухарта

$$\sigma_I = \frac{\bar{R}}{d_2}, \tag{61}$$

где $\bar{R}$ – среднее значение размахов отдельных выборок; d_2 – коэффициент, значения которого зависят от объема отдельных выборок в *R*-карте;

– при использовании $\bar{x}$- и *S*-карт Шухарта

$$\sigma_I = \frac{\bar{s}}{c_4}, \tag{62}$$

где $\bar{S}$ – среднее значение стандартных отклонений отдельных выборок; c_4 – коэффициент, значения которого зависят от объема отдельных выборок в *S*-карте.

Значения коэффициентов d_2 и c_4 приведены в табл. 21.

Таблица 21

Значения коэффициентов для расчета оценок стандартного отклонения

n	d_2	c_4
2	1,128	0,7979
3	1,693	0,8862
4	2,059	0,9213
5	2,326	0,9400
6	2,534	0,9515
7	2,704	0,9594
8	2,847	0,9650
9	2,970	0,9693
10	3,078	0,9727
11	3,173	0,9754
12	3,258	0,9776
13	3,336	0,9794
14	3,407	0,9810
15	3,472	0,9823
16	3,532	0,9835
17	3,588	0,9845
18	3,640	0,9854
19	3,689	0,9862
20	3,735	0,9869
21	3,778	0,9876
22	3,819	0,9882
23	3,858	0,9887
24	3,895	0,9892
25	3,931	0,9896

Полная изменчивость процесса зависит от влияния как случайных (обычных), так и неслучайных (особых) причин вариаций.

Полную изменчивость процесса следует определять для процессов в состояниях Б и В и оценивать по выборочным стандартным отклонениям по формуле

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{\overline{x}})^2}, \qquad (63)$$

где N – суммарный объем данных во всех выборках объема каждая (в объединенной выборке); i – результат измерений показателей качества отдельных единиц продукции, =1, ..., N; $\overline{\overline{x}}$ – среднее арифметическое всех значений в объединенной выборке.

Пример применения статистических методов при анализе процесса. Система контроля качества предусматривает использование индексов воспроизводимости и пригодности процесса. Используются данные производства бетона марки 200 на одном из предприятий стройиндустрии г.Пензы. Значения прочности при сжатии бетона плит покрытий, кгс/см^2 (табл. 22).

Значение средней прочности составляет $\overline{\overline{x}} = 155{,}56$ кгс/см^2, Отпускная прочность бетона в летний период составляет 70 % от проектной: нижняя граница допуска 140 кгс/см^2, верхняя – 175 кгс/см^2.

Таблица 22

№ п/п	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	R	$\overline{x}$
1	150	155	155	160	140	20	152,0
2	153	156	162	157	146	16	154,8
3	158	149	151	159	161	12	155,6
4	162	152	154	161	147	15	155,2
5	164	158	168	168	163	10	164,2
6	144	152	161	147	154	17	151,6

Стабильность процессов оценивали на основе выборок с использованием контрольных карт Шухарта. Как видим, что на $\overline{\overline{x}}$-карте имеются точки вне границ регулирования: процесс стабилен по разбросу, но не стабилен по положению среднего. Это свидетельствует о возможности действия некоторых особых причин вариаций (рис. 13).

По собственной и полной изменчивости (вариабельности) процесса оценивали индексы воспроизводимости и пригодности (по данным, которые использованы для построения контрольных карт Шухарта). Собственная изменчивость зависит от влияния только обычных (общих) причин вариаций, которые легко определялись по выборочным стандартным отклонениям :

$$\sigma_I = \frac{\overline{R}}{d_2} = \frac{15}{2{,}32} = 6{,}44\ \text{кгс/см}^2,$$

где $\overline{R}$ – среднее значение размахов отдельных выборок; d_2 – коэффициент, значения которого зависят от объема отдельных выборок в R-карте.

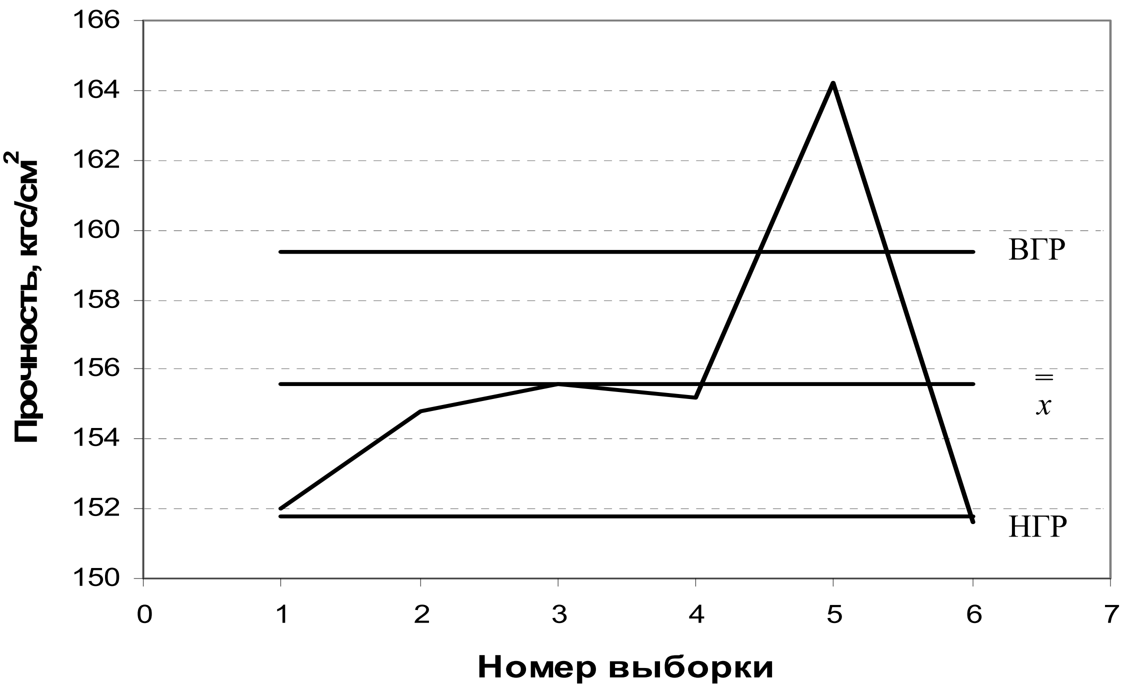


Рис. 13. $\bar{x}$-R-карта

Полная изменчивость процесса оценивалась по выборочным стандартным отклонениям:

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{\bar{x}})^2} = 6{,}946 \text{ кгс/см}^2,$$

где N – суммарный объем данных во всех выборках объема каждая (в объединенной выборке); i – результат измерений показателей качества отдельных единиц продукции, =1, ..., N; $\overline{\overline{x}}$ – среднее арифметическое всех значений в объединенной выборке.

Показатели процесса равны:

$$C_p = \frac{\text{ВГД} - \text{НГД}}{6\sigma_I} = \frac{\Delta}{6\sigma_I} = \frac{175-140}{6 \cdot 6{,}44} = 0{,}905,$$

$$P_p = \frac{\text{ВГД} - \text{НГД}}{6\sigma_T} = \frac{175-140}{6 \cdot 6{,}946} = 0{,}8398,$$

$$P_{pk} = \min\left(\frac{\text{ВГД} - \overline{\overline{x}}}{3\sigma_T}; \frac{\overline{\overline{x}} - \text{НГД}}{3\sigma_T}\right) = \min\left(\frac{175-155{,}56}{3 \cdot 6{,}946}; \frac{155{,}56-140}{3 \cdot 6{,}946}\right) = 0{,}7467.$$

Как видно, процесс стабилен по разбросу и $C_p = 0{,}905$. Однако процесс не стабилен по настройке и среднее значение показателя качества смещено относительно центра поля допуска. Значения P_p и P_{pk} малы: процесс следует считать неприемлемым. Требуются корректирующие меры для настройки процесса на середину поля допуска, устраняя влияние особых причин вариации. Если процесс оставить без улучшений, то уровень несоответствий такого процесса прогнозируется ориентировочно не более 2,63 %, но не менее 0,64 %. При стабильной настройке процесса на середину поля допуска уровень несоответствия составит 0,64 %.

Применение индексов воспроизводимости и пригодности процесса в системе контроля качества продукции позволяет наглядно оценить возможность снижения процента несоответствующей продукции за счет снижения и устранения влияния неслучайных (особых) причин изменчивости (обеспечение стабильности процессов), а также снижения влияния случайных (обычных) причин изменчивости (повышение возможностей процессов удовлетворять установленные требования).

Таким образом, применение более совершенной системы контроля качества позволяет своевременно принять предупреждающие и корректирующие действия, что позволит выявить резервы повышения качества продукции, снизить финансовые затраты на исправление брака, повысить конкурентоспособность предприятия.

Задание для студентов

1. По данным, приведенным в табл. 23, оценить стабильность процесса производства кирпича керамического марки 100.

Таблица 23

№ п/п	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	125	103	115	122	114
2	113	106	122	117	126
3	108	129	111	119	101
4	112	112	124	111	117
5	104	118	128	108	103

2. Пользуясь данными, приведенными в табл. 24, рассчитать индекс воспроизводимости процесса получения изделия

Таблица 24

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	$\bar{x}$	R
252	276	295	253	285	272,2	43
258	260	258	276	250	260,4	26
282	276	268	264	293	276,6	29
266	253	252	258	282	262,2	30
285	255	252	262	257	262,2	33

3. При оценке возможностей процесса получены следующие значения индексов: C_p =0,81 и C_p =0,69. Определить ожидаемый уровень несоответствий

Вопросы для контроля знаний студентов

1. Как оценить воспроизводимость процесса?
2. Для чего необходимо настраивать процесс на целевое значение?
3. Как оценить потери предприятия в зависимости от воспроизводимости процесса?
4. В чем заключается связь финансовых затрат предприятия с воспроизводимостью процесса получения продукции?
5. Какой процесс считается стабильным?
6. Назовите причины вариаций.
7. От чего зависит полная изменчивость процесса?
8. Как можно регулировать процесс производства, чтобы он стал стабильным и воспроизводимым?
9. В каких случаях следует вмешиваться в процесс производства продукции?
10. Кому следует вмешиваться в процесс производства продукции, если процесс является статистически неуправляемым?
11. Кому следует вмешиваться в процесс производства продукции, если процесс не воспроизводим?

12. Как оценить полную изменчивость процесса?

13. Дайте определение воспроизводимости процесса.

14. Дайте определение стабильности процесса.

15 .Как определить случайные вариации?

16. Что характеризует показатель Ср?

17. Что характеризует показатель пригодности процесса Рр?

18. В чем заключаются рекомендации по улучшению деятельности процесса?

19. Какая связь индексов воспроизводимости и стабильных процессов с ожидаемым уровнем несоответствий продукции?

20. В чем заключается последовательность проведения работ по статистическому анализу процесса?

21. Как характеризуется состояние А?

22. Как характеризуется состояние В?

23. Как характеризуется состояние С?

24. Как изменяется вероятность получения бракованной продукции с ростом воспроизводимости процесса?

Практическое занятие № 9
СТАТИСТИЧЕСКИЙ ПРИЕМОЧНЫЙ КОНТРОЛЬ (*s*-план)

Цель занятия – ознакомиться с методикой проведения статистического приемочного контроля (*s*-план).

Общие сведения

Для принятия решения должны быть определены:

– объем партии или ее верхнее и нижнее значения;

– контролируемые параметры с указанием их границ;

– приемочный уровень дефектности для каждого контролируемого параметра ;

– среднее квадратическое отклонение или метод его оценки;

– уровень контроля;

– вид контроля, указания о начальном виде контроля и возможности перехода от одного вида контроля к другому .

Контроль качества продукции проводят по каждому установленному в нормативно-технической документации (НТД) контролируемому параметру.

В зависимости от объема партии и уровня контроля из табл. 31 находят код объема выборки. В стандарте установлено пять уровней контроля (три общих и два специальных), определяющих соотношение между объемом партии и объемом выборки:

➢ общие – I, II, III;

➢ специальные – S-3 и S-4 (табл. 25).

➢ Уровни контроля отличаются друг от друга объемом выборки и требованиями к контролю. Объем выборки и требования к контролю для уровня S-3 являются наименьшими. Как правило, следует использовать уровень контроля II. Уровень контроля III применяют в том случае, если приемка партий, не соответствующих установленным требованиям, приводит к большим потерям или стоимость контроля незначительна.

➢ Уровень контроля I применяют в том случае, если требования к контролю I меньше, чем к уровню контроля II, и необоснованное принятие партии не приводит к значительным потерям.

➢ Специальные уровни контроля S-3 и S-4 применяют в том случае, когда требуется контроль выборок малых объемов (например, при разрушающем контроле).

Таблица 25

Коды объема выборки и уровни контроля

Объем партии	Код объема выборки при уровне контроля				
	Специальном		Общем		
	S-3	S-4	I	II	III
2-8	↓	↓	↓	↓	C
9-15				B	D
16-25			B	C	E
26-50			C	D	F
51-90		B	D	E	G
91-150		C	E	F	H
151-280	B	D	F	G	I
281-500	C	E	G	H/I*	J
501-1200	Д	F	H	J	K
1201-3200	E	G	I	K	L
3201-10000	F	H	J	L	M
10001-35000	G	I	K	M	N
35001-150000	H	J	L	N	P
150001-500000	I	K	M	P	
Свыше 500001	J	L	N	↑	↑

Условные обозначения:

* – применяют *H* для объемов партии 281-400 и *I* для объемов 401-500;

↓ – применяют первый код под стрелкой;

↑ – применяют первый код над стрелкой.

Контроль при одной заданной границе (верхней или нижней) контролируемого параметра. По заданному объему партий N и выбранному уровню контроля, как правило II, из табл. 25 находят код объема выборки. По коду объема выборки и установленному значению AQL из табл. 26 находят объем выборки n и контрольный норматив k. Из n значений контролируемого параметра выборки вычисляют среднее арифметическое значение.

$$Q_{\text{в}} = \frac{T - \bar{x}}{s}, \tag{64}$$

$$Q_{\text{н}} = \frac{\bar{x} - T}{s}, \tag{65}$$

где s – выборочное среднее квадратическое отклонение контролируемого параметра;

Q – величина допуска.

Т а б л и ц а 26

Одноступенчатые выборочные планы для нормального контроля

Код объема выборки	Объем выборки	0,10	0,15	0,25	0,40	0,65	1,00	1,50	2,50	4,00	6,5	10,00
		k	k	k	k	k	k	k	k	k	k	k
B	3	↓	↓	↓	↓	↓			1,12	0,958	0,756	0,566
C	4	↓	↓	↓	↓	↓	1,45	1,34	1,17	1,01	0,814	0,617
D	5	↓	↓	↓	↓	1,65	1,53	1,40	1,24	1,07	0,874	0,675
E	7	↓	↓	2,00	1,88	1,75	1,62	1,50	1,33	1,15	0,955	0,755
F	10	↓	2,24	2,11	1,98	1,84	1,72	1,58	1,41	1,23	1,03	0,828
G	15	2,42	2,32	2,20	2,06	1,91	1,79	1,65	1,47	1,30	1,09	0,886
H	20	2,47	2,36	2,24	2,11	1,96	1,82	1,69	1,51	1,33	1,12	0,917
I	25	2,50	2,40	2,26	2,14	1,98	1,85	1,72	1,53	1,35	1,14	0,936
J	35	2,54	2,45	2,31	2,18	2,03	1,89	1,76	1,57	1,39	1,18	0,969
K	50	2,60	2,50	2,35	2,22	2,08	1,93	1,80	1,61	1,42	1,21	1,00
L	75	2,66	2,55	2,41	2,27	2,12	1,98	1,84	1,65	1,46	1,24	1,03
M	100	2,69	2,58	2,43	2,29	2,14	2,00	1,86	1,67	1,48	1,26	1,05
N	150	2,73	2,61	2,47	2,33	2,18	2,03	1,89	1,70	1,51	1,29	1,07
P	200	2,73	2,62	2,47	2,33	2,18	2,04	1,89	1,70	1,51	1,29	1,07

Если величина $Q_в > k_в$, $Q_н > k_н$, то партию продукции принимают. Если величина $Q_в < k_в$ и $Q_н < k_н$, или хотя бы одна из величин ($Q_в$ или $Q_н$) отрицательна, то партию продукции бракуют.

П р и м е р. Для контроля качества термостата проверяется его температура. Термостат соответствует требованиям документации, если поддерживаемая температура не превышает 300°С. На контроль представлена партия объемом 25 термостатов. Требуется определить план контроля. Указаны: нормальный контроль, приемочный уровень дефектности *AQL*, равный 1 %, и уровень контроля II.

Р е ш е н и е. Дано: $T_в$ = 300°С, N = 25, AQL=1 % (при неизвестном s). Выбирается s-план. По табл. 25 находят код объема выборки и по табл.26–объем выборки n = 4 и контрольный норматив k = 1,45.

Выборка содержит следующие значения температуры:

$$x_1 = 280°\text{С},\ x_2 = 295^{\text{o}}\ \text{С},\ x_3 = 290\ °\text{С};\ x_4 = 283°\text{С}.$$

Вычисляют по формулам (82), (83)

$$\bar{x} = 287°С, s = 6{,}8°С,$$

$$Q_в = \frac{300 - 287}{6{,}8} = 1{,}91°С.$$

Так как $Q_в > k$, партию принимают.

Существует также и графический способ принятия решения. Для использования графического метода необходимо построить прямую $x = T_в - ks$ – для верхнего предельного значения или $x = T_н + ks$ – для нижнего предельного значения с осями координат: $\bar{x}$ – вертикальная ось, s – горизонтальная ось.

При контроле по верхнему предельному значению допуска зона приёмки располагается под прямой. При контроле по нижнему значению эта зона лежит над прямой. Используя конкретные значения s и $\bar{x}$, рассчитанные на основе измерений в выборке, необходимо нанести точку (s, $\bar{x}$) на график. Если эта точка попадает в зону приёмки, партия должна быть принята. Если выходит за её границы, то партия отклоняется. Такой график можно построить до начала контроля серии партий. Далее для каждой партии наносят точку (s; x) и решают, может ли эта партия быть принята.

Контроль при двух заданных границах контролируемого параметра. Верхней и нижней заданным границам контролируемого параметра соответствуют различные AQL ($AQL_в$ и $AQL_н$).

По заданному объему партии N и выбранному уровню контроля из табл. 25 находят код объема выборки. По коду объема выборки и установленным значениям $AQL_в$ и $AQL_н$ из табл. 26находят объем выборки n и контрольные нормативы k.

С помощью значений $\bar{x}$ и s определяют величины $Q_в$ и $Q_н$. Если величина $Q_в < k_в$ и $Q_н < k_н$ или хотя бы одна из величин $Q_в$ или $Q_н$ отрицательна, то партию продукции бракуют.

При использовании графического метода для двустороннего допуска необходимо построить прямые

$\bar{x} = T_в - k_в s$ (для верхнего предела),

$\bar{x} = T_н + k_н s$ (для нижнего предела)

с осями координат:

$\bar{x}$ – вертикальная ось,

s – горизонтальная ось.

Используя конкретные значения $\bar{x}$ и s, рассчитанные по измерениям в выборке, необходимо нанести точку ($\bar{x}$ и s) на график. Если эта точка лежит в зоне приемки, то партия принимается. Если точка выходит за границы этой зоны, то партия не принимается.

Задание для студентов

1. Пиротехническая задержка по времени должна составлять от 4 до 9 с. Произведенная продукция контролируется партиями по 1000 изделий: уровень контроля II, нормальный контроль: *AQL* = 0,1 % – для нижнего предела допуска и *AQL* = 2,5 % – для верхнего предела. Время задержки в выборке распределяется следующим образом:

6,95; 6,04; 6,44; 7,15; 6,40; 6,44; 6,35; 6,80; 6,52; 6,29; 7,17; 5,84; 6,59; 6,63; 6,68; 6,34; 6,70; 6,83; 6,15; 6,86; 6,70; 6,63; 6,04; 6,59; 6,25; 6,25; 6,57; 6,67; 6,65; 6,15; 6,51; 6,96; 6,57; 6,91; 6,67.

Требуется определить соответствие критериям приемки.

2. По данным примера 1 принять решение о приемке партии графическим способом

Вопросы для контроля знаний

1. Для чего применяют статистический приемочный контроль?
2. В чем заключается сущность статистического приемочного контроля?
3. Как предприятие гарантирует поставщику уровень дефектности продукции
4. Каково условие приемки партии (s-план)?
5. Статистический приёмочный контроль на предприятии может производиться (что лишнее?):
   1) при получении продукции;
   2) при переходе от одной стадии производства к другой;
   3) при выпуске готовых изделий;
   4) при контроле инвестиций;
   5) при приёмочном контроле процессов.

Практическое занятие № 10
СТАТИСТИЧЕСКИЙ ПРИЕМОЧНЫЙ КОНТРОЛЬ
(*R*-план, σ-план)

Цель работы – ознакомиться с методикой проведения статистического приемочного контроля (*R*-план, σ-план)

Общие сведения

В стандартных планах для *R*-метода объемы выборок кратны пяти. Выборку разбивают на подгруппы по пять изделий, определяют размах в каждой подгруппе и получают средний размах *R*. Если в выборке менее 10 изделий, ее не разбивают по подгруппы.

Контрольный норматив *k* находят по табл. 29. Критерии приемлемости имеют вид:

для верхнего предела одностороннего допуска партия принимается, если

$$Q_{\text{в}} = \frac{T_{\text{в}} - \bar{x}}{R} \geq k\,, \tag{66}$$

для нижнего предела одностороннего допуска партия принимается, если

$$Q_{\text{н}} = \frac{\bar{x} - T_{\text{н}}}{R} \geq k\,. \tag{67}$$

Таблица 27

Коды объема выборок и коэффициент масштаба (*R*-метод)

R-метод			
Код	Объем выборки	Число подгрупп	*c*
B	3		1,910
C	4		2,234
D	5		2,470
E	7		2,830
F	10	2	2,405
Q	15	3	2,379
H	25	5	2,358
I	30	6	2,353
J	40	8	2,346
K	60	12	2,339
L	85	17	2,335
M	115	23	2,333
N	175	35	2,331
P	230	46	2,330

Т а б л и ц а 28

Значения *F* для максимального среднего размаха (*MAR*): *R*-метод

Объем выборки	Приемлемые уровни качества (нормальный контроль)												
		0,01	0,15	0,25	0,40	0,65	1,00	1,50	2,50	4,00	6,50	10,00	
3									0,833	0,865	0,907	0,958	1,028
4							0,756	0,788	0,836	0,981	0,965	1,056	1,180
5						0,730	0,764	0,801	0,857	0,923	1,011	1,118	1,263
7				0,695	0,727	0,765	0,804	0,846	0,910	0,985	1,086	1,086	1,347
10			0,529	0,553	0,579	0,610	0,642	0,677	0,730	0,793	0,876	0,97	1,112
15	0,460	0,477	0,493	0,517	0,542	0,572	0,602	0,637	0,688	0,748	0,830	0,928	1,058
20	0,432	0,447	0,463	0,486	0,509	0,537	0,567	0,600	0,649	0,707	0,785	0,879	1,004
30	0,426	0,442	0,457	0,480	0,503	0,531	0,560	0,593	0,642	0,699	0,776	0,870	0,933
40	0,417	0,432	0,447	0,469	0,492	0,519	0,548	0,580	0,628	0,684	0,761	0,852	0,968
60	0,403	0,419	0,434	0,455	0,478	0,505	0,533	0,564	0,608	0,666	0,740	0,830	0,949
85	0,398	0,412	0,427	0,448	0,470	0,479	0,525	0,555	0,602	0,656	0,729	0,818	0,934
115	0,392	0,406	0,421	0,442	0,464	0,491	0,517	0,548	0,594	0,648	0,720	0,808	0,923
175	0,384	0,399	0,413	0,434	0,455	0,481	0,508	0,538	0,584	0,637	0,708	0,794	0,908
230	0,384	0,397	0,412	0,432	0,454	0,480	0,507	0,536	0,582	0,633	0,706	0,792	0,906
	0,10	0,15	0,25	0,40	0,65	1,00	1,50	2,50	4,00	6,50	10,0		
	Приемлемые уровни качества (усиленный контроль)												
			0,10	0,15	0,25	0,40	0,65	1,00	1,50	2,50	4,00	6,50	10,00
Приемлемые уровни качества (ослабленный контроль)													

П р и м е ч а н и е . *MAR* получают путем умножения коэффициента *F* на разность между верхним $T_в$ и нижним $T_н$ пределами поля допуска, то есть $MAR = F \cdot (T_в - T_н)$. *MAR* указывает наибольшее допустимое значение среднего размаха выборки при использовании *R*-метода для двустороннего допуска при неизвестной дисперсии. Если средний размах выборки меньше, чем *MAR*, нет гарантии, что партия будет принята.

Т а б л и ц а 29

Одноступенчатые выборочные планы для нормального контроля (*R*-метод)

Код объема выборки	0бъем выборки	Приемлемые уровни качества *AQL* (нормальный контроль)												
		0,10	0,15	0,25	0,40	0,25	0,40	0,65	1,00	1,50	2,50	4,00	6,50	10,00
		k	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*
B	3										0,587	0,502	0,401	0,296
C	4								0,651	0,598	0,525	0,450	0,364	0,276
D	5							0,663	0,614	0,565	0,498	0,431	0,352	0,272
E	7			0,702	0,659	0,702	0,659	0,613	0,569	0,525	0,465	0,405	0,336	0,266
F	10		0,916	0,863	0,916	0,863	0,811	0,755	0,703	0,650	0,579	0,507	0,424	0,341
Q	15	0,999	0,958	0,903	0,958	0,903	0,850	0,792	0,738	0,684	0,610	0,536	0,452	0,368
H	25	1,05	1,01	0,951	1,01	0,951	0,896	0,835	0,779	0,723	0,647	0,571	0,484	0,398
I	30	1,06	1,02	0,959	1,02	0,959	0,904	0,843	0,787	0,730	0,654	0,577	0,490	0,403
J	40	1,08	1,04	0,978	1,04	0,978	0,921	0,860	0,803	0,746	0,668	0,591	0,503	0,415
K	60	1,11	1,06	1,00	1,06	1,00	0,948	0,885	0,826	0,768	0,689	0,610	0,521	0,432
L	85	1,13	1,08	1,02	1,08	1,02	0,962	0,899	0,839	0,780	0,701	0,621	0,530	0,441
M	115	1,14	1,09	1,03	1,09	1,03	0,975	0,911	0,851	0,791	0,711	0,631	0,539	,0,449
N	175	1,16	1,11	1,05	1,11	1,05	0,994	0,929	0,868	0,807	0,726	6,644	0,552	0,460
P	230	1,16	1,12	1,06	1,12	1,06	0,996	0,931	0,870	0,809	0,728	0,646	0,553	0,462

П р и м е ч а н и е . Все значения *AQL* выражены в процентах несоответствующих единиц продукции.

В других случаях партия не принимается. Если задан двусторонний допуск, критерии приемлемости таковы: партия принимается, если и $Q_в \geq k_в$, и $Q_н \geq k_н$; партия не принимается, если либо $Q_в < k_в$, либо $Q_н < k_н$.

Подставив $\bar{R}$ вместо *s*, можно применить графический метод (см *s*-план).

Если задан двусторонний допуск с общим *AQL*, точку $\left(\dfrac{\bar{R}}{T_в - T_н}; \dfrac{\bar{x} - T_н}{T_в - T_н}\right)$ наносим на соответствующую диаграмму (*R-D* – *R-P*), чтобы установить, приемлема ли партия. В *R*-методе эквивалентом максимального выборочного стандартного отклонения *MSSD* является максимальный средний размах *MAR*. Его значение можно найти в табл. 28 по объему выборки и *AQL*. Точка [$R = MAR$; $\bar{x} = \dfrac{1}{2}\cdot\left(T_в + T_н\right)$] образует пик кривой приемки. Если значение величины $\bar{R}$ больше *MAR*, партия не принимается.

Стандартная процедура для выбора плана по *R*-методу такова:

а) исходя из заданных уровня контроля (как правило, уровень контроля II) и объема партии, необходимо определить по табл. 25 код объема выборки;

б) используя заданный *AQL*, необходимо определить по табл. 29 объем выборки *n* и контрольный норматив *k*.

Работа с планом контроля. Отбирают в случайном порядке отдельные единицы выборки и измеряют в них контролируемый параметр. Результаты измерений записывают в том же порядке .

Найдя сумму $\sum x$ всех измеренных значений *x* и поделив ее на *n* (количество изделий в выборке), получают выборочное среднее.

Определение значения величины $\bar{R}$:

а) если изделий 10 или более, разбивают данные в порядке выполнения измерений на подгруппы по 5 (это всегда возможно, так как по стандартным планам количество изделий в выборках большого объема кратно пяти). Путем вычитания наименьшего измерения из наибольшего получают размах измерений в каждой подгруппе, а затем подсчитывают средний размах $\bar{R}$;

б) выборки менее чем из 10 изделий на подгруппы не делят, разность наибольшего и наименьшего значений дает размах, который затем используют как средний размах $\bar{R}$.

Если заданы односторонний или двусторонний допуски, рассчитывают статистику качества *Q* по формулам:

$$Q_в = \frac{T_в - \bar{x}}{\bar{R}} \tag{68}$$

и (или)

$$Q_{\text{н}} = \frac{\overline{x} - T_{\text{н}}}{\overline{R}}. \qquad (69)$$

Сравнивают статистику качества [$Q_{\text{в}}$ и (или) $Q_{\text{н}}$] с контрольным нормативом $k_{\text{в}}$ и (или) $k_{\text{н}}$, взятого из табл. 29 для нормального контроля. Если статистика качества больше или равна значению k, партия принимается, если меньше – нет. Таким образом, при заданном только верхнем пределе поля допуска $T_{\text{в}}$ партия принимается, если $Q_{\text{в}} \geq k$; партия не принимается, если $Q_{\text{в}} < k$. При заданном только нижнем пределе поля допуска $T_{\text{н}}$ партия принимается, если $Q_{\text{н}} \geq k$; партия не принимается, если $Q_{\text{н}} < k$.

При заданных и $T_{\text{в}}$, и $T_{\text{н}}$ (значения k и AQL для двустороннего допуска различны) партия принимается, если и $Q_{\text{н}} \geq k_{\text{н}}$ и $Q_{\text{в}} \geq k_{\text{в}}$; партия не принимается, если $Q_{\text{н}} < k_{\text{н}}$ или $Q_{\text{в}} < k_{\text{в}}$

Если требуется построить критерий приемки на графике, то для одностороннего или двустороннего допуска надо провести прямую, которая представлена уравнением $\overline{x} = T_{\text{в}} - k\overline{R}$ (для верхнего предела) и проходит через точку ($\overline{R} = 0$; $\overline{x} = T_{\text{в}}$) с наклоном $-k$, и (или) прямую, которая представлена уравнением $\overline{x} = T_{\text{н}} + k\overline{R}$ (для нижнего предела) и проходит через точку ($\overline{R} = 0$; $\overline{x} = T_{\text{н}}$) с наклоном $+k$, на миллиметровой бумаге, откладывая значения $\overline{x}$ по вертикальной оси и $\overline{R}$ – по горизонтальной. Этот график можно построить перед тем, как приступить к контролю серии партий (в соответствии с процедурой, приведенной для s-метода). Затем необходимо взять значения $\overline{R}$ и $\overline{x}$, полученные на основе результатов измерений в каждой выборке, и нанести точку ($\overline{R}$ и $\overline{x}$). Если эта точка попадает в зону приемки, партия принимается, если нет – не принимается.

Статистический приемочный контроль σ-план. Контроль при одной заданной границе (верхней или нижней) контролируемого параметра. По заданному объему партии N и выбранному уровню контроля из табл. 25 находят код объема выборки. По коду объема выборки и установленному значению AQL из табл. 30 находят объем выборки и контрольный норматив k. Из n значений контролируемого параметра выборки вычисляют его среднее арифметическое значение $\overline{x}$, а также величину

$$Q = \frac{T - \overline{x}}{\sigma} \qquad (70)$$

в зависимости от того, какая граница контролируемого параметра задана. Если $Q_{\text{в}} > k_{\text{в}}$, критерий приемки для верхнего предела имеет вид

$$\overline{x} < T_{\text{в}} - k_{\text{в}\sigma}\sigma. \qquad (71)$$

Таблица 30

Одноступенчатые выборочные планы для нормального контроля (σ-метод)

Код объема выборки	Приемлемые уровни качества (нормальный контроль)																					
	n	*k*	*n*	*k*	*n*	*k*	*n*	*k*	*n*	*k*	*n*	*k*	*n*	*k*	*n*	*k*	*n*	*k*	*n*	*k*	*n*	*k*
	0,10		0,15		0,25		0,40		0,65		1,00		1,50		2,50		4,00		6,65		10,00	
B																						
C											2	1,36	2	1,25	2	1,09	2	0,936	3	0,755	3	0,573
D									2	1,58	2	1,42	2	1,33	3	1,17	3	1,01	3	0,825	4	0,641
E						1,94	2	1,81	3	1,69	3	1,69	3	1,44	4	1,28	4	1,11	5	0,919	5	0,728
F			3	2,19	3	2,07	3	1,91	4	1,80	4	1,69	4	1,53	5	1,39	5	1,20	6	0,991	7	0,797
G	4	2,39	4	2,30	4	2,14	5	2,05	5	1,88	6	1,78	6	1,62	7	1,45	8	1,28	9	1,07	11	0,877
H	5	2,46	5	2,34	6	2,33	6	2,08	7	1,95	7	1,80	8	1,68	9	1,49	10	1,31	12	1,11	14	0,906
I	6	2,49	6	2,37	7	2,25	8	2,13	8	1,96	9	2,83	10	1,70	11	1,51	13	1,34	15	1,13	17	0,924
J	8	2,54	9	2,45	9	2,29	10	2,16	11	2.01	12	2,88	14	1,75	15	1,56	18	1,38	20	1,17	24	0,964
K	11	2,59	12	2,49	13	2,35	14	2,21	16	2,07	17	1,93	19	1,79	22	1,61	25	1,42	29	1,21	33	0,995
L	16	2,65	17	2,54	19	2,41	21	2,27	23	2,12	25	1,97	28	1,84	32	1,65	36	1,46	42	1,24	49	1,03
M	22	2,69	23	2,57	25	2,43	27	2,29	30	2,14	33	2,00	36	1,86	42	1,67	48	1,48	55	1,26	64	1,05
N	31	2,72	34	2,62	37	2,47	40	2,33	44	2,17	49	2,03	54	1,89	61	1,69	70	1,51	82	1,29	95	1,07
P	42	2,73	45	2,62	49	2,48	54	2,34	59	2,18	65	2,04	71	1,89	81	1,70	93	1,51	109	1,29	127	1,07

Среднее квадратическое отклонение контролируемого параметра предполагается известным на основании обработки предшествующего статистического материала. Так как $T_в$, $k_в$ и σ известны заранее, приемочное число $\overline{x} = T_в - k_в\sigma$ должно быть указано до начала контроля. Критерий приемки для верхнего поля допуска имеет вид: партия принимается, если $\overline{x} < \overline{x}_в$.

Аналогично для нижнего предела допуска: партия принимается, если $\overline{x} > \overline{x}_н$.

Контроль при двух заданных границах контролируемого параметра. Верхней и нижней границам контролируемого параметра соответствуют различные *AQL* ($AQL_в$ и $AQL_н$).

Процедура вычисления аналогична вышеописанной. Партия принимается, если $\overline{x} < \overline{x}_в$ и $\overline{x} > \overline{x}_н$.

Верхней и нижней заданным границам контролируемого параметра соответствует одинаковый AQL.

Если заданы верхний и нижний предельные значения с общим уровнем качества, необходимо использовать графический метод (если значение σ не выше максимального выборочного стандартного отклонения *MPSD*, полученного согласно табл. 31, то партия сразу должна быть отклонена без взятия выборки).

Таблица 31

Значения коэффициента f_σ для максимального выборочного стандартного отклонения: σ-метод

Приемлемые уровни качества (нормальный контроль)												
	0,01	0,15	0,25	0,40	0,65	1,00	1,50	2,50	4,00	6,50	10,00	
0,147	0,152	0,157	0,165	0,174	0,184	0,194	0,206	0,223	0,243	0,271	0,304	0,374
0,10	0,15	0,25	0,40	0,65	1,00	1,5	2,5	4,00	6,50	10,00		
Приемлемые уровни качества (усиленный контроль)												
		0,10	0,15	0,25	0,40	0,65	1,00	1,50	2,50	4,00	6,50	10,00
		Приемлемые уровни качества (ослабленный контроль)										

П р и м е ч а н и е . *MPSD* получают путем умножения коэффициента f_σ на разность между верхним $T_в$ и нижним $T_н$ пределами поля допуска, то есть $MPSD = f_\sigma \cdot (T_в - T_н)$. *MPSD* указывает наибольшее допустимое значение выборочного стандартного отклонения при использовании планов с двусторонним допуском в случае с известной дисперсией. По решению уполномоченной стороны значения f_σ для усиленного контроля можно использовать при нормальном и ослабленном контроле, в этом случае выбор между σ-методом и *s*-методом не зависит от правил переключения.

Рекомендуется следующая процедура:

а) с учётом объёма партии и заданного уровня контроля необходимо найти код по табл. 25 и объём выборки по табл.30, используя код объёма выборки и *AQL*;

б) из множества карт для разных кодов объёма выборки следует выбрать кривую приёмки для *AQL*, установленного для данного плана;

в) вычислить значение $\dfrac{\sigma}{T_{в} - T_{н}}$ и через эту точку провести вертикальную прямую;

г) если эта прямая пересекает кривую приёмки, надо определить значения $\dfrac{x - T_{н}}{T_{в} - T_{н}}$ в точках пересечения. Они образуют верхние и нижние нормированные приёмочные значения выборочного среднего.

д) критерий приёмки заключается в следующем: если среднее попадает между верхним и нижним приёмочными значениями для $\bar{x}$ (то есть, если $\bar{x}_{н} \le \bar{x} \le \bar{x}_{в}$), то партия принимается, в других случаях – отклоняется.

Т а б л и ц а 32

Код	σ-метод											
	s-метод	*AQL*										
	объем выборки	0,10	0,15	0,25	0,40	0,65	1,0	1,5	2,5	4,0	6,5	10,0
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
C	4						2	2	2	2	3	3
D	5					2	2	2	3	3	3	4
E	7			2	2	3	3	3	4	4	5	5
F	10		3	3	3	4	4	4	5	5	6	7
G	15	4	4	4	5	5	6	6	7	8	9	11
H	20	5	5	6	6	7	7	8	9	10	12	14
I	25	6	6	7	8	8	9	10	11	13	15	17
J	35	8	9	9	10	11	12	14	15	18	20	24
K	50	11	12	13	14	16	17	19	22	25	29	33
L	75	16	17	19	21	23	25	28	32	36	42	49
M	100	22	23	25	27	30	33	36	42	48	55	64
N	150	31	34	37	40	44	49	54	61	70	82	95
P	200	42	45	49	54	59	65	71	81	93	109	127

Задание для студентов

1. Нижний предел поля допуска для электрического сопротивления некоторого элемента равен 580 Ом. Контролю подвергается партия из 100 изделий. Уровень контроля II, нормальный контроль с *AQL*= 1 %. Значения сопротивления, полученные в выборке, располагаются в следующем порядке:

первая подгруппа 610; 615; 629; 593; 617

вторая подгруппа 623; 589; 608; 591; 611

Дать заключение о приемке партии.

2. Принять решение о приемке партии на основании следующих данных.

Сопротивление некоторой электрической компоненты устанавливается техническими условиями из расчёта (520 ± 50) Ом. Объём партии составляет 2500 изделий . Уровень контроля – нормальный с одним и тем же *AQL*, равным 4 % для двустороннего допуска (470 и 570). Задано значение σ, равное 21,0. Пусть заданы следующие выборочные значения сопротивления: 515, 491, 479, 507, 543, 521, 536, 483, 509, 514, 507, 484, 526, 552, 499, 530, 512, 492, 521, 489, 513, 535, 501, 529 Ом.

3. Контролируется партия из 500 образцов. Образец соответствует требованиям документации, если его минимальный показатель качества не ниже 400 кг/см^2. Известно, что σ = 21 кг/см^2. Указаны значения *AQL* = 1,5 %, уровень контроля II, нормальный контроль. Требуется определить план контроля.

Выборка содержит следующие значения:

$$x_1 = 431, x_2 = 417, x_3 = 469, x_4 = 407, x_5 = 452, x_6 = 427,$$
$$x_7 = 421, x_8 = 476, x_9 = 400, x_{10} = 445.$$

Вопросы для контроля знаний

1. Для чего применяют статистический приемочный контроль?
2. В чем заключается сущность статистического приемочного контроля?
3. Как предприятие гарантирует поставщику уровень дефектности продукции?
4. Каково условие приемки партии (*R*-план)?
5. Для чего применяют статистический приемочный контроль?
6. В чем заключается сущность статистического приемочного контроля?
7. Как предприятие гарантирует поставщику уровень дефектности продукции?
8. Каково условие приемки партии (σ-план)?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. ГОСТ 18242-72. Статистический приёмочный контроль по альтернативному признаку. Планы контроля [Текст]. – М.: Изд-во стандартов, 1972.

2. ГОСТ Р 50779.50–95. Статистические методы. Приёмочный контроль качества по количественному признаку. Общие требования [Текст]. – М.: Изд-во стандартов, 1995.

3. Контроль качества продукции [Текст]/ под ред. канд. техн. наук А.Э. Артеса. – М.: Изд-во стандартов, 1974. – 446 с.

4. Ноулер, Л. Статистические методы контроля качества продукции [Текст] / Л. Ноулер [и др.]. – М.: Изд-во стандартов. 1989. – 95 с.

5. Саката, Сиро. Практическое руководство по управлению качеством [Текст] / Саката Сиро; пер с япон. С.И. Мышкиной; под ред. В.И. Гостяева. – 4-е изд. – М.: Машиностроение, 1980. – 215 с.

6. Статистические методы повышения качества [Текст]: пер. с англ./ Под ред. Х.Кумэ. – М.: Финансы и статистика, 1990. – 304 с.

7. Шиндовский, Э. Статистические методы управления качеством [Текст] / Э. Шиндовский, О. Шюрц. – М.: Мир, 1976.

8. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: учебное пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – 6-е изд, стер. – М.: Высшая школа, 1998.

9. Данилов, А.М. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: учебное пособие / А.М. Данилов, А.А. Данилов. – Пенза: Пензенский гос. архит.-строит. ин-т, 1996.

10. Зейдель, А.Н. Элементарные оценки ошибок измерений [Текст] / А.Н. Зейдель. – М.: Наука, 1967.

11. Ивченко, Г.И. Сборник задач по математической статистике [Текст]: учебное пособие для втузов / Г.И. Ивченко, Ю.И. Медведев, А.В. Чистяков. – М.: Высшая школа, 1989.

12. Линник, Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений [Текст] / Ю.В. Линник. – М.: Физматгиз, 1962.

13. Налимов, В.В. Применение математической статистики при анализе вещества [Текст] / В.В. Налимов. – М.: Физматгиз, 1960.

14. Супрун, А.Н. Вычислительная математика для инженеров-экологов [Текст]: методическое пособие / А.Н. Супрун, В.В. Найденко. – М.: Изд-во АСВ, 1996.

15. Тейлор, Дж. Введение в теорию ошибок [Текст] / Дж. Тейлор. – М.: Мир, 1985.

16. Щиголев, Б.М. Математическая обработка наблюдений [Текст] / Б.М. Щиголев. – М.: Физматгиз, 1962.

О Г Л А В Л Е Н И Е

Учебное издание

Логанина Валентина Ивановна

УПРАВЛЕНИЕ КАЧЕСТВОМ В ТЕХНОЛОГИИ
СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Учебно-методическое пособие к практическим занятиям
по направлению подготовки 08.04.01 «Строительство»

В авторской редакции
Верстка Н.А. Сазонова

Подписано в печать 10.02.16. Формат 60×84/16.
Бумага офисная «Снегурочка». Печать на ризографе.
Усл.печ.л. 4,185. Уч.-изд.л. 4,5. Тираж 80 экз.
Заказ № 141.

Издательство ПГУАС.
440028, г. Пенза, ул. Германа Титова, 28.