

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства»
(ПГУАС)

Н.А. Очкина

КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Учебно-методическое пособие
для контрольных работ
по направлению подготовки 38.03.02 «Менеджмент»

Под общей ред. доктора технических наук,
профессора Г.И. Грейсуха

Пенза 2016

УДК 50 (075.8)
ББК Б Оя 73
О-95

Рекомендовано Редсоветом университета
Рецензенты: кандидат технических наук, доцент
С.В. Тертычная (ПГУ);
кандидат физико-математических наук,
доцент П.П. Мельниченко (ПГУАС)

Очкина Н.А.

О-95 Концепции современного естествознания: учеб.-метод. пособие
для контрольных работ по направлению подготовки 38.03.02
«Менеджмент»/ Н.А. Очкина; под общ. ред. Г.И. Грейсуха. – Пенза:
ПГУАС, 2016. – 52 с.

Изложены правила выполнения контрольных работ по дисциплине «Концепции современного естествознания». Приведены примеры решения задач, задачи для самоконтроля и содержание задач контрольных работ.

Подготовлено на кафедре «Физика и химия» и предназначено для использования студентами, обучающимися по направлению подготовки 38.03.02 «Менеджмент», при изучении дисциплины «Концепции современного естествознания».

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебно-методическое пособие для контрольных работ по дисциплине «Концепции современного естествознания» предназначено для студентов дневного и заочного отделений, обучающихся по направлению подготовки 38.03.02 «Менеджмент».

Оно содержит консультативные рекомендации, примеры выполнения задач, задачи для самоконтроля и перечень задач контрольной работы.

Выполнение контрольной работы способствует закреплению и систематизации полученных знаний; формированию умений анализировать знания с позиций научного метода познания; развитию навыков применения знаний для решения практических задач.

Самостоятельная работа с дополнительной учебной, научной и справочной литературой позволяет овладеть способностью к самоорганизации и самообразованию.

Для успешного выполнения контрольной работы студенты должны:

– **знать** историю развития естествознания; особенности современной научной картины мира; концепции пространства и времени; принципы симметрии и законы сохранения; корпускулярную и континуальную традиции в описании природы; динамические и статистические закономерности в естествознании; соотношение порядка и беспорядка в природе, принципы самоорганизации в живой и неживой природе; иерархию структурных элементов материи от микро- до макро- и мегамира; виды фундаментальных физических взаимодействий; специфику живого, принципы эволюции, воспроизводства и развития живых систем, физиологические основы психики, экологии и здоровья человека; место человека в эволюции Земли, иметь понятие о ноосфере и парадигме единой культуры;

– **уметь** самостоятельно ориентироваться в системе естественных наук; систематизировать естественнонаучные знания в естественнонаучную картину мира как глобальную модель природы, отражающую целостность и многообразие материального мира;

– **владеть** навыками применения полученных знаний для решения практических задач.

ВВЕДЕНИЕ

Контрольная работа является одной из составляющих учебной деятельности студента по овладению знаниями в области естественнонаучных дисциплин.

Целью контрольной работы является определение качества усвоения теоретического материала и части дисциплины, предназначенной для самостоятельного изучения.

Кроме проверки степени усвоения студентами изучаемого материала, контрольная работа преследует следующие задачи:

- 1) закрепление полученных теоретических знаний;
- 2) развитие навыков самостоятельного мышления, творческой работы;
- 3) формирование умений пользоваться учебной, учебно-методической и справочной литературой.

Важным требованием при подготовке контрольной работы выступает творческий подход, умение обрабатывать и анализировать информацию, делать самостоятельные выводы, обосновывать целесообразность и эффективность предлагаемых рекомендаций и решений задач, чётко и логично излагать свои мысли. Подготовку контрольной работы следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

В соответствии с учебным планом и рабочей программой по курсу «Концепции современного естествознания» каждый студент очной и заочной форм обучения должен выполнить две домашние контрольные работы (вторая контрольная работа оформляется в виде реферата).

Контрольные работы выполняются по индивидуальным вариантам, выдаваемым каждому студенту преподавателем. Сроки представления домашних контрольных работ на проверку указаны в индивидуальном графике студента.

Прежде чем приступить к выполнению задач контрольной работы, студент должен изучить теоретический материал курса с помощью конспектов лекций, учебников, учебных пособий, справочных изданий и рекомендованной преподавателем дополнительной литературы.

При выполнении контрольной работы необходимо руководствоваться следующими правилами:

1. Контрольная работа выполняется в обычной школьной тетради, на обложке которой указывается название вуза, кафедры, дисциплины, номер варианта (тема реферата, если выполняется реферат), полностью фамилия, имя и отчество студента, курс, группа, номер зачетной книжки, дата выполнения контрольной работы.

2. Для замечаний преподавателя на страницах тетради оставляются поля и интервалы между задачами (не менее 5 см). В конце каждой контрольной работы необходимо указать, какими учебниками и учебными пособиями пользовался студент (название учебного пособия, автор, год издания).

3. Каждая следующая задача должна начинаться с новой страницы. Условия задач переписываются полностью без сокращений.

Решение задач рекомендуется выполнять в следующей последовательности:

1. Ввести буквенные обозначения всех используемых физических величин.

2. Кратко записать условие задачи с переводом значений всех величин в Международную систему единиц СИ.

3. Аккуратно, при помощи чертежных принадлежностей выполнить чертеж, поясняющий содержание задачи и ход её решения.

4. Сформулировать физические законы, на которых базируется решение задачи, и обосновать возможность их использования.

5. На основе сформулированных законов составить уравнение или систему уравнений, решая которую можно найти искомые величины.

6. Решить уравнение (или систему уравнений) и получить в общем виде расчетную формулу, в левой части которой стоит искомая величина, а в правой – величины, данные в условии задачи.

7. Проверить единицы измерения полученных величин по расчетной формуле и тем самым подтвердить правильность решения задачи.

8. Произвести вычисления. Для этого необходимо все значения величин в единицах СИ подставить в расчетную формулу и выполнить расчет (с точностью не более 2-3 значащих цифр).

9. При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 5730 надо записать $5,73 \cdot 10^3$.

2. УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО РАЗДЕЛАМ КУРСА

2.1. Механическая картина мира

Примеры решения задач

Пример 1. Материальная точка движется по прямой. Уравнение ее движения имеет вид $s = t^4 + 2t^2 + 5$. Определите мгновенную скорость и ускорение точки в конце второй секунды от начала движения, среднюю скорость и путь, пройденный за это время.

Дано:	Решение
$s = t^4 + 2t^2 + 5$	Мгновенная скорость – это первая производная от пути по времени:
$t = 2 \text{ с}$	$v = \frac{ds}{dt} = 4t^3 + 4t = 4 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2 = 40 \text{ м/с.}$
$t_0 = 0$	Мгновенное ускорение – это первая производная от скорости по времени:
$v = ?$, $a = ?$,	$a = \frac{dv}{dt} = 12t^2 + 4 = 12 \cdot 2^2 + 4 = 52 \text{ м/с}^2.$
$\langle v \rangle = ?$, $S = ?$	

Средняя скорость точки $\langle v \rangle$ за время $\Delta t = t - t_0$ определяется по формуле

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(t) - s(0)}{t - t_0}.$$

Так как $t_0 = 0$, то

$$\langle v \rangle = \frac{t^4 + 2t^2 + 5 - 5}{t} = t^3 + 2t = 12 \text{ м/с.}$$

Путь, пройденный точкой за время $t = 2 \text{ с}$, равен

$$s = s(t) - s(0) = t^4 + 2t^2 + 5 - 5 = 2^4 + 2 \cdot 2^2 = 24 \text{ м.}$$

Ответ: $v = 40 \text{ м/с}$, $a = 52 \text{ м/с}^2$, $\langle v \rangle = 12 \text{ м/с}$, $S = 24 \text{ м}$.

Пример 2. Частице в момент $t_0 = 0$ сообщили скорость \vec{v}_0 , после чего ее скорость стала меняться со временем по закону $\vec{v} = \vec{v}_0 \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)$, где τ – положительная постоянная. Найдите за первые t секунд движения: вектор перемещения $\Delta \vec{r}$ частицы и пройденный ею путь S .

Дано:	Решение
$t_0 = 0$	Из формулы
$\vec{v} = \vec{v}_0 \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)$	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$
t – время движения $\Delta\vec{r} = ?$, $S = ?$	следует, что $d\vec{r} = \vec{v} dt = \vec{v}_0 \left(1 - \frac{t}{\tau}\right) dt$.

Проинтегрировав это уравнение по времени от 0 до t , получим

$$\Delta\vec{r} = \vec{v}_0 t \left(1 - \frac{t}{2\tau}\right).$$

Пусть S , пройденный частицей за время t равен

$$S = \int_0^t v dt,$$

где v – модуль вектора \vec{v} .

В данном случае

$$v = v_0 \left|1 - \frac{t}{\tau}\right| = \begin{cases} v_0 \left(1 - \frac{t}{\tau}\right), & \text{если } t \leq \tau. \\ v_0 \left(\frac{t}{\tau} - 1\right), & \text{если } t \geq \tau. \end{cases}$$

Отсюда следует, что, при $t > \tau$ интеграл для вычисления пути необходимо разбить на две части: от 0 до τ и от τ до t .

Выполнив интегрирование для обоих случаев, получим

$$S = \begin{cases} v_0 t \left(1 - \frac{t}{2\tau}\right), & \text{если } t \leq \tau \\ \frac{1}{2} v_0 \tau \left[1 + \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)^2\right], & \text{если } t \geq \tau \end{cases}$$

На рисунке показаны графики зависимостей $v(t)$ и $S(t)$. Здесь же штриховыми линиями показаны графики зависимости от t проекции v_0 и Δx векторов \vec{v} и $\Delta\vec{r}$ на ось x , направленную вдоль вектора v_0

Пример 3. Определите модуль силы, действующей на тело массой 0,5 кг при его движении в плоскости XOY по законам: $x = A \sin \omega t$, $y = A \cos \omega t$, где $A = 0,1$ м, $\omega = 4$ рад/с.

Дано:
 $x = A \sin \omega t$
 $y = A \cos \omega t$
 $m = 0,5 \text{ кг}$
 $A = 0,1 \text{ м}$
 $\omega = 4 \text{ рад/с}$

 $F = ?$

Решение
 По второму закону Ньютона
 $F = ma$,
 где $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ – ускорение тела;
 a_x – проекция вектора ускорения на ось OX ,

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \sin \omega t$$
;

a_y – проекция вектора ускорения на ось OY

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = -A\omega^2 \cos \omega t.$$

Следовательно,

$$a = \sqrt{A^2\omega^4 \sin^2 \omega t + A^2\omega^4 \cos^2 \omega t} = A\omega^2 \sqrt{\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t}.$$

Учитывая, что $\sqrt{\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t} = 1$, получаем $a = A\omega^2$.

Поэтому модуль силы, действующей на тело

$$F = mA\omega^2,$$

$$F = 0,5 \text{ кг} \cdot 0,1 \text{ м} \cdot 16 \text{ рад}^2/\text{с}^2 = 8 \text{ Н}.$$

Ответ: $F = 8 \text{ Н}$.

Пример 4. Частица массой $0,5 \text{ кг}$ движется прямолинейно из состояния покоя под действием силы $F = F_m \sin \pi t$ ($F_m = 2 \text{ Н}$). Определите путь, который пройдет частица к концу второй секунды после начала движения.

Дано:
 $m = 0,5 \text{ кг}$
 $t_1 = 2 \text{ с}$
 $F = F_m \sin \pi t$
 $F_m = 2 \text{ Н}$
 $v_0 = 0$

 $S = ?$

Решение
 По второму закону Ньютона:

$$F = m \frac{dv}{dt},$$

 откуда

$$dv = \frac{F}{m} dt = \frac{F_m}{m} \sin \pi t dt,$$

тогда $\int_{v_0}^v dv = \int_0^t \frac{F_m}{m} \sin \pi t dt \Rightarrow v|_{v_0}^v = -\frac{F_m}{m\pi} \cos \pi t \Big|_0^t$

$$v - v_0 = \frac{F_m}{m\pi} (1 - \cos \pi t).$$

Учитывая, что $v_0 = 0$, получаем

$$v = \frac{F_m}{m\pi}(1 - \cos \pi t).$$

$$v = \frac{dS}{dt} \Rightarrow dS = v dt,$$

тогда

$$\int_0^S dS = \int_0^{t_1} v dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = \int_0^{t_1} \frac{F_m}{m\pi}(1 - \cos \pi t) dt = \frac{F_m}{m\pi} \left(\int_0^{t_1} dt + \int_0^{t_1} \cos \pi t dt \right) =$$

$$= \frac{F_m}{m\pi} \left(t \Big|_0^{t_1} - \frac{\sin \pi t}{\pi} \Big|_0^{t_1} \right) \Rightarrow S = \frac{F_m}{m\pi} \left(t_1 - \frac{\sin \pi t_1}{\pi} \right).$$

$$S = \frac{2 \text{ Н}}{0,5 \text{ кг} \cdot 3,14} \left(2 \text{ с} - \frac{\sin 2\pi}{\pi} \right) = 2,55 \text{ м}.$$

Ответ: $S = 2,55 \text{ м}$.

Пример 5. Человек, масса которого $m = 70 \text{ кг}$, прыгает с неподвижной тележки со скоростью $v = 7 \text{ м/с}$. Определите силу трения тележки о землю, если тележка после толчка остановилась через $t = 5 \text{ с}$. Перед прыжком тележка была неподвижна относительно земли.

Дано:	Решение
$m = 70 \text{ кг}$	В момент прыжка человек и тележка составляют одну изолированную систему и их импульс равен нулю. После прыжка по закону сохранения импульса в изолированной системе их суммарный импульс остался неизменным, т.е. равным нулю:
$v = 7 \text{ м/с}$	
$t = 5 \text{ с}$	
$F_{\text{тр}} - ?$	
	$mv + m_1v_1 = 0,$ $m_1v_1 = -mv, \tag{1}$

где m_1 и $m_2 = m$ – массы тележки и человека; v_1 и v – скорости тележки и человека в момент прыжка.

Под действием силы трения тележка остановилась, следовательно, ее импульс стал равным нулю. По второму закону механики

$$F_{\text{тр}}t = m_1v_k - m_1v_1.$$

Так как конечная скорость тележки равна нулю: $v_k = 0$, то

$$F_{\text{тр}}t = -m_1v_1, \tag{2}$$

где $F_{\text{тр}}$ – сила трения.

Знак « \leftarrow » показывает, что векторы силы трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ и скорости \vec{v} направлены в противоположные стороны.

Подставим (1) в (2):

$$F_{\text{тр}} t = m v,$$

откуда

$$F_{\text{тр}} = \frac{m v}{t}.$$

$$F_{\text{тр}} = \frac{70 \cdot 7}{5} = 98 \text{ Н.}$$

Ответ: $F_{\text{тр}} = 98 \text{ Н.}$

Пример 6. Тело массой m и объёмом V брошено вертикально вниз с высоты H с начальной скоростью v_0 . На какую глубину h погрузится тело? Сопротивлением воздуха и воды пренебречь.

Дано:	
v_0 – начальная скорость тела	
m – масса тела	
V – объём тела	
H – высота, с которой брошено тело	
ρ – плотность воды	
g – ускорение свободного падения	
h – ?	

Решение
Потенциальная энергия тела относительно нижней точки его погружения в воду равна:

$$\Pi = mg(H + h).$$

Поскольку тело брошено вниз с начальной скоростью v_0 , то кинетическая энергия тела

$$K = \frac{m v_0^2}{2},$$

тогда

$$E = \Pi + K = mg(H + h) + \frac{m v_0^2}{2}.$$

За счёт этой энергии тело погрузится на глубину h .

В процессе этого погружения выталкивающая сила совершает работу

$$A_{\text{выт}} = F_{\text{выт}} \cdot h,$$

$$A_{\text{выт}} = E,$$

или

$$F_{\text{выт}} \cdot h = mg(H + h) + \frac{m v_0^2}{2}.$$

По закону Архимеда

$$F_{\text{выт}} = \rho g V,$$

тогда

$$\rho g V h = m \left(g(H + h) + \frac{v_0^2}{2} \right).$$

Отсюда найдём глубину погружения тела h :

$$\rho g V h - m g h = m g H + \frac{m v_0^2}{2};$$

$$h = \frac{m \left(g H + \frac{v_0^2}{2} \right)}{g(\rho V - m)}.$$

$$\text{Ответ: } h = \frac{m \left(g H + \frac{v_0^2}{2} \right)}{g(\rho V - m)}.$$

Пример 7. Протон движется со скоростью $v = 0,7c$ (c – скорость света в вакууме). Определите импульс и кинетическую энергию протона.

<p>Дано:</p> <p>$m_0 = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг</p> <p>$v = 0,7c$</p> <p>$c = 3 \cdot 10^8$ м/с</p> <hr/> <p>$p = ?$, $T = ?$</p>	<p>Решение</p> <p>Импульс частицы в релятивистской механике определяется по формуле</p> $p = \frac{m v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1)$
---	--

или

$$p = m c \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (2),$$

где $\beta = \frac{v}{c}$.

Подставив в формулу (2) числовые значения величин, получим

$$p = 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot \frac{0,7}{\sqrt{1 - 0,7^2}} \approx 4,91 \cdot 10^{-19} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

В релятивистской механике кинетическая энергия T частицы отделяется как разность между полной энергией E и энергией покоя E_0 этой частицы

$$T = E - E_0, \quad (3)$$

где $E = \frac{m c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$; $E_0 = m c^2$.

Тогда формула (3) имеет вид:

$$T = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right).$$

Подставляя в формулу числовые значения, получим

$$T = 1,5 \cdot 10^{-10} \left(\frac{1}{1-0,7^2} - 1 \right) \approx 6,02 \cdot 10^{-11} \text{ Дж.}$$

Ответ: $T \approx 6,02 \cdot 10^{-11}$ Дж.

Пример 8. Масса элементарной частицы равна m , собственное время жизни равно $\tau_0 = 10^{-7}$ с. Какой путь пройдет за свое время жизни эта частица, если ее энергия равна $E = 2E_0$?

<p>Дано:</p> <p>$\tau_0 = 10^{-7}$ с</p> <p>$E = 2E_0$</p> <p>$c = 3 \cdot 10^8$ м/с</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/> <p>$S = ?$</p>	<p>Решение</p> <p>По условию задачи</p> <p style="text-align: right;">$E = 2E_0,$ (1)</p> <p>где E – энергия движущейся частицы,</p> <p style="text-align: right;">$E = mc^2;$ (2)</p> <p>E_0 – энергия покоя частицы,</p> <p style="text-align: right;">$E_0 = m_0c^2.$ (3)</p>
--	---

Подставляя (2) и (3) в формулу (1), получаем

$$mc^2 = 2m_0c^2 \text{ или } m = 2m_0, \quad (4)$$

где m – масса движущейся частицы,

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (5)$$

Из (4) и (5) следует, что

$$\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2m_0$$

или

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2. \quad (6)$$

Из формулы (6) находим скорость частицы

$$v = \frac{c\sqrt{3}}{2}.$$

Время жизни частицы в лабораторной системе отсчета

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{3}{4}}} = 2\tau_0.$$

Пройденный за это время путь равен

$$S = v \cdot \tau = \sqrt{3}c\tau_0,$$

$$S = \sqrt{3} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-7} = 51,9 \text{ м.}$$

Ответ: $S = 51,9 \text{ м.}$

Задачи для самоконтроля

1. По оси OX движутся две точки. Координата первой точки изменяется по закону $x_1 = 10 + 2t$, координата второй по закону $x_2 = 4 + 5t$. В какой момент времени они встретятся?

2. Уравнение прямолинейного движения точки имеет вид: $s = At + Bt^2$, где $A = 2 \text{ м/с}$, $B = 2 \text{ м/с}^2$. Найдите скорость тела в момент времени $t = 2 \text{ с}$.

3. Движение точки по прямой описывается уравнением $S = 2t^3 - 10t^2 + 8$. Найдите скорость и ускорение точки в момент $t = 4 \text{ с}$.

4. Зависимость пройденного телом пути от времени задается уравнением $S = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ ($C = 0,1 \text{ м/с}^2$; $D = 0,03 \text{ м/с}^3$). Определите через какое время после начала движения ускорение тела будет равно 2 м/с^2 .

5. Кинематические уравнения движения двух материальных точек имеют вид $x_1 = A_1t + B_1t^2 + C_1t^3$ и $x_2 = A_2t + B_2t^2 + C_2t^3$, где $B_1 = 4 \text{ м/с}^2$; $C_1 = -3 \text{ м/с}^3$; $B_2 = -2 \text{ м/с}^2$; $C_2 = 1 \text{ м/с}^3$. Определите момент времени, для которого ускорения этих точек будут равны.

6. Материальная точка совершает прямолинейное движение, по закону: $S = t^4 + 2t^2 + 5$. Определите мгновенную скорость и ускорение точки в конце второй секунды от начала движения, а также путь, пройденный ею за это время.

7. Определите модуль равнодействующих сил, действующих на материальную точку массой 3 кг в момент времени $t = 6$ с, если она движется вдоль оси OX согласно уравнению $x = At^2$, где $A = 0,04$ м/с².

8. Движение тела задано уравнением $S = 6t^3 + 3t + 2$. Определите массу тела, если в конце второй секунды на него действует сила 72 Н.

9. Под действием некоторой силы тело массой $m = 3$ кг совершает прямолинейное движение, описываемое уравнением $x = 2t^3 - 3t^2 + 5t + 4$. Чему равна действующая на тело сила в момент времени $t = 5$ с?

10. Материальная точка массой 2 кг движется под действием переменной силы. Уравнение движения имеет вид $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ ($C = 1$ м/с²; $D = -0,2$ м/с³). Найдите значение силы в моменты времени $t_1 = 2$ с и $t_2 = 5$ с. В какой момент времени сила будет равна нулю?

11. Тело массой $m = 70$ кг движется под действием постоянной силы $F = 63$ Н. Определите, на каком пути S скорость этого тела возрастет 3 раза по сравнению с моментом времени, когда скорость тела была равна $v_0 = 1,5$ м/с.

12. Орудие, установленное на железнодорожной платформе, стреляет под углом φ к горизонту. Снаряд массой 15 кг вылетает из орудия со скоростью 800 м/с. Вследствие отдачи платформа с орудием покатилась по рельсам со скоростью 0,5 м/с. Масса платформы с орудием 12 т. Определите угол φ .

13. Шар массой 20 г, движущийся горизонтально с некоторой скоростью v_1 , столкнулся с неподвижным шаром массой 40 г. Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Какую долю своей кинетической энергии первый шар передал второму?

14. Частица массой $6 \cdot 10^{-25}$ кг упруго соударяется с частицей массой $1,1 \cdot 10^{-23}$ кг, находящейся в покое. После удара первая частица движется в направлении, обратном первоначальному. Во сколько раз изменилась энергия первой частицы?

15. Прямолинейное движение частицы массой 4 кг задано уравнением $S = v_0 t + at^2 / 2$, где $v_0 = 4$ м/с, $a = 4$ м/с². Определите кинетическую энергию частицы в момент времени $t = 2$ с.

16. Шар массой $m_1 = 2$ кг движется со скоростью $v_1 = 5$ м/с навстречу шару массой $m_2 = 3$ кг, движущемуся со скоростью $v_2 = 10$ м/с. Найти изменение кинетической энергии системы шаров после неупругого центрального удара.

17. Шар массой 20 г, движущийся горизонтально с некоторой скоростью v_1 , столкнулся с неподвижным шаром массой 40 г. Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Какую долю ε своей кинетической энергии первый шар передал второму?

18. Во сколько раз замедляется ход времени при скорости движения часов 240000 км/с?

19. Космический корабль пролетает мимо Вас со скоростью $v = 0,8 c$. По Вашим измерениям его длина равна 90 м. Чему равна длина корабля в состоянии покоя?

20. Во сколько раз увеличивается масса частицы, движущейся со скоростью 0,6 с увеличивается по сравнению с ее массой покоя?

21. Определить во сколько раз увеличится время жизни нестабильной частицы по часам неподвижного наблюдателя, если она будет двигаться относительно него со скоростью, равной $0,9c$.

22. Определите скорость движения релятивистской частицы, если её масса в два раза больше массы покоя.

23. Определите релятивистский импульс p и кинетическую энергию T протона, движущегося со скоростью $v = 0,75c$.

24. При движении с некоторой скоростью продольные размеры тела уменьшились в два раза. Во сколько раз изменилась масса тела?

25. Частица движется со скоростью $v = 0,8c$. Определите отношение полной энергии релятивистской частицы к ее энергии покоя.

26. Определите скорость движения релятивистской частицы, если ее полная энергия в четыре раза больше энергии покоя.

27. При какой скорости движения кинетическая энергия электрона равна 5 МэВ?

28. Определите импульс электрона, обладающего кинетической энергией 5 МэВ.

Задачи контрольной работы

1. Движение двух тел описывается уравнениями $x_1 = 0,75t^3 + 2,25t^2 + t$, $x_2 = 0,25t^3 + 3t^2 + 1,5t$. Определите величины скоростей этих тел и момент времени, когда ускорения их будут одинаковы, а также значение ускорения в этот момент времени.

2. Два автомобиля, выехав одновременно из одного пункта, движутся прямолинейно в одном направлении. Зависимость пройденного ими пути задается уравнениями $s_1 = At + Bt^2$ и $s_2 = Ct + Dt^2 + Ft^3$. Определите относительную скорость автомобилей.

3. Зависимость пройденного телом пути от времени задана уравнением $s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ ($C = 0,1 \text{ м/с}^2$, $D = 0,03 \text{ м/с}^3$). Определите: 1) через сколько времени после начала движения ускорение α тела будет равно 2 м/с^2 ; 2) среднее ускорение $\langle \alpha \rangle$ тела за этот промежуток времени.

4. Кинематические уравнения движения двух материальных точек имеют вид $x_1 = A_1t + B_1t^2 + C_1t^3$ и $x_2 = A_2t + B_2t^2 + C_2t^3$, где $B_1 = 4 \text{ м/с}^2$, $C_1 = -3 \text{ м/с}^3$, $B_2 = -2 \text{ м/с}^2$, $C_2 = 1 \text{ м/с}^3$. Определите момент времени, для которого ускорения этих точек будут равны.

5. Кинематические уравнения движения двух материальных точек имеют вид $x_1 = A_1 + B_1t + C_1t^2$ и $x_2 = A_2 + B_2t + C_2t^2$. Определите: 1) момент времени, для которого скорости этих точек будут равны; 2) ускорения точек в этот момент времени.

6. Зависимость пройденного телом пути от времени выражается уравнением $s = At - Bt^2 + Ct^3$ ($A = 2 \text{ м/с}$, $B = 3 \text{ м/с}^2$, $C = 4 \text{ м/с}^3$). Запишите выражения для скорости и ускорения. Определите для момента времени $t = 2 \text{ с}$ после начала движения: 1) пройденный путь; 2) скорость; 3) ускорение.

7. Точка движется в плоскости xy из положения с координатами $x = y = 0$ со скоростью $\vec{v} = a\vec{i} + bx\vec{j}$ (a, b – постоянные; \vec{i}, \vec{j} – орты осей x и

у). Определите: 1) уравнение траектории точки $y(x)$; 2) форму траектории.

8. Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону $\vec{r} = t^3\vec{i} + 2t^2\vec{j} + 2\vec{k}$, где \vec{i}, \vec{j} – орты осей x и y . Определите для момента времени $t = 1$ с: 1) модуль скорости; 2) модуль ускорения.

9. Задано уравнение движения частицы вдоль оси X : $x = 4t - 0,05t^2$, м. Определите: 1) время движения t частицы до полной остановки; 2) координату x и ускорение a частицы в этот момент времени.

10. Ускорение частицы, движущейся прямолинейно, в зависимости от времени меняется согласно закону, выраженному уравнением $a(t) = 0,3t^2$, м/с². Найдите скорость v частицы и пройденный ею путь S в течение 3 с при условии, что в момент времени $t = 0$ скорость частицы равнялась нулю.

11. Тело массой $m = 2$ кг движется прямолинейно по закону $s = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$ ($C = 2$ м/с², $D = 0,4$ м/с³). Определите силу, действующую на тело в конце первой секунды движения.

12. Тело массой m движется так, что зависимость пройденного пути от времени описывается уравнением $s = A \cos \omega t$, где A и ω – постоянные. Запишите закон изменения силы от времени.

13. Тело массой m движется в плоскости xu по закону $x = A \cos \omega t$, $y = B \sin \omega t$ где A , B и ω – некоторые постоянные. Определите модуль силы, действующей на это тело.

14. Частица массой m движется под действием силы $F = F_0 \cos \omega t$, где F_0 и ω – некоторые постоянные. Определите положение частицы, т.е. выразить ее радиус-вектор \vec{r} как функцию времени, если в начальный момент времени $t = 0$, $\vec{r}(0) = 0$ и $v(0) = 0$.

15. Тело массой 100 кг движется вдоль прямой под действием силы, изменяющейся с течением времени по закону $F = bt$, где $b = 10$ Н/с. Определите время, за которое скорость тела увеличится с 5 м/с до 25 м/с.

16. Тело массой m движется под действием постоянной силы F . Найти закон движения, если в момент времени $t = 0$ тело имело скорость v_0 , совпадающую по направлению с силой.

17. На тело массой $m = 2$ кг действует сила, пропорциональная времени $F = kt$, где $k = 3$ кг·м/с³. Найдите путь S , пройденный телом за время $t = 4$ с при условии, что в момент времени $t_0 = 0$ тело имело начальную скорость $v_0 = 2$ м/с.

18. Сила, действующая на частицу в течение интервала времени от $t = 0$ до $t = 0,003$ с, описывается зависимостью $F(t) = F_0 - bt$, где $F_0 = 480$ Н, $b = 1,6 \cdot 10^5$ Н/с. Определите изменение импульса частицы за время действия силы.

19. Найти закон движения тела массой 1 кг под действием постоянной силы 10 Н, если в начальный момент времени тело покоилось в начале координат.

20. Тело массой 2 кг движется под действием силы \vec{F} вдоль оси X согласно закону, выраженному уравнением $x = 10 \sin 2t$, где x измеряется в метрах, t – в секундах. Найдите наибольшее значение этой силы.

21. Тело брошено вертикально вверх со скоростью $v_0 = 20$ м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите, на какой высоте h кинетическая энергия тела будет равна его потенциальной энергии.

22. Тело массой 5 кг падает с высоты 20 м. Определить сумму его потенциальной и кинетической энергий в точке, находящейся на высоте 5 м от поверхности Земли.

23. Пуля массой $m = 15$ г, летящая с горизонтальной скоростью $v = 0,5$ км/с, попадает в баллистический маятник $M = 6$ кг и застревает в нем. Определите высоту h , на которую поднимается маятник, откачнувшись после удара.

24. Из ствола орудия массой 5 т вылетает снаряд массой 100 кг. Кинетическая энергия снаряда на вылете 7,5 МДж. Какую кинетическую энергию получает орудие?

25. Тело массой 0,2 кг, брошенное с начальной скоростью 20 м/с с башни высотой 25 м, в момент удара о землю имело скорость 22 м/с. Определить работу силы сопротивления воздуха.

26. Тело брошено под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту со скоростью $v_0 = 15$ м/с. Используя закон сохранения энергии, определите скорость v тела в высшей точке его траектории.

27. Конькобежец массой 70 кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой 3 кг со скоростью 8 м/с. На какое расстояние откатится при этом конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед равен 0,02?

28. Снаряд массой 20 кг, летевший горизонтально, попадает в платформу с песком массой 10^4 кг и застревает в песке. С какой скоростью летел снаряд, если платформа начала двигаться со скоростью 1 м/с?

29. Определите, во сколько раз уменьшится скорость шара, движущегося со скоростью v_1 , при его соударении с покоящимся шаром, масса которого в n раз больше массы налетающего шара. Удар считать центральным абсолютно упругим.

30. Тело массой $m_1 = 3$ кг движется со скоростью $v_1 = 2$ м/с и ударяется о неподвижное тело такой же массы. Считая удар центральным и неупругим, определите количество теплоты, выделившееся при ударе.

31. Определите относительную скорость движения, при которой релятивистское сокращение линейных размеров тела составляет 10 %.

32. Определите периметр квадрата, движущегося со скоростью $v = \frac{c}{2}$ вдоль одной из своих сторон, если собственная длина стороны квадрата $l_0 = 1$ км.

33. Длина отрезка, измеренная в системе отсчета, связанной с самим отрезком, в 2 раза больше, чем в системе отсчета, относительно которой он движется. С какой скоростью движется отрезок относительно этой системы отсчета?

34. Мюоны, рождаясь в верхних слоях атмосферы, при скорости $v = 0,995c$ пролетают до распада $l = 6$ км. Определите: 1) собственную

длину пути, пройденную ими до распада; 2) время жизни мюона для наблюдателя на Земле; 3) собственное время жизни мюона.

35. Космический корабль движется со скоростью $v = 0,8c$ по направлению к Земле. Определить расстояние, пройденное им в системе отсчета, связанной с Землей за время $0,5$ с, отсчитанное по часам в космическом корабле.

36. Определите, во сколько раз увеличивается время жизни нестабильной частицы (по часам неподвижного наблюдателя), если она начинает двигаться со скоростью, равной $0,9c$.

37. Воспользовавшись тем, что интервал является инвариантной величиной по отношению к преобразованиям координат, определите расстояние, которое пролетел π -мезон с момента рождения до распада, если время его жизни в этой системе отсчета $\Delta t = 4,4$ мкс, а собственное время жизни $\Delta t_0 = 2,2$ мкс.

38. Время жизни заряженных частиц, покоящихся относительно ускорителя, равно τ . Чему равно время жизни частиц, которые движутся в ускорителе со скоростью $0,6c$?

39. Частица движется со скоростью $v = 0,8c$. Определить отношение массы релятивистской частицы к ее массе покоя.

40. Определите, на сколько процентов масса релятивистской элементарной частицы, вылетающей из ускорителя со скоростью $v = 0,75c$, больше ее массы покоя.

41. Определить скорость движения релятивистской частицы, если ее масса в два раза больше массы покоя.

42. Определить релятивистский импульс протона, если скорость его движения $v = 0,8c$.

43. Определите, какая кинетическая энергия должна быть сообщена ракете массой $m_0 = 1,5$ т, чтобы она приобрела скорость $v = 120$ Мм/с.

44. Мощность излучения Солнца составляет около $3,8 \cdot 10^{26}$ Вт. На сколько уменьшается масса Солнца за 1 с?

45. Определите скорость, при которой релятивистский импульс частицы превышает ее ньютоновский импульс в 3 раза.

46. Масса тела, движущего с определенной скоростью возросла на 20 %. Во сколько раз при этом уменьшилась его длина?

47. Полная энергия релятивистской частицы в 8 раз превышает ее энергию покоя. Определите скорость этой частицы.

48. Кинетическая энергия частицы оказалась равной ее энергии покоя. Определите скорость частицы.

49. Во сколько раз движущийся со скоростью $v = 0,8c$ электрон тяжелее покоящегося?

50. Элементарные частицы пионы имеют в покое среднее время жизни (до распада на другие элементарные частицы) $\tau_0 = 2,6 \cdot 10^{-8}$ с. Какое среднее время жизни зафиксирует наблюдатель, относительно которого пионы движутся со скоростью $v = 0,75c$?

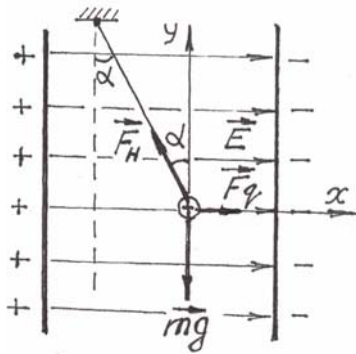
2.2. Электромагнитная картина мира

Примеры решения задач

Пример 1. Между двумя вертикальными пластинами, находящимися на расстоянии 1 см друг от друга, на нити висит заряженный шарик, масса которого равна 0,1 г. После того как на пластины была подана разность потенциалов 1000 В, нить с шариком отклонилась на угол 10° . Определите заряд шарика.

Дано:	Решение
$\Delta x = 10^{-2}$ м	Будем считать, что заряд шарика положительный ($q > 0$). На шарик действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити \vec{F}_n и сила со стороны электрического поля \vec{F}_q . Сила, с которой электрическое поле действует на заряд, $\vec{F}_q = q\vec{E}, \quad (1)$ где \vec{E} – напряженность поля, образованного заряженными пластинами (поле плоского конденсатора).
$m = 10^{-4}$ кг	
$\Delta \varphi = 10^3$ В	
$\alpha = 10^\circ$	
$q = ?$	

Оно однородное ($\vec{E} = \text{const}$).



В случае однородного электрического поля:

$$E = \frac{\Delta\varphi}{\Delta x}, \quad (2)$$

где $\Delta\varphi$ – разность потенциалов между пластинами;
 Δx – расстояние между ними.

Шарик находится в равновесии, поэтому:

$$\vec{F}_H + \vec{F}_q + \vec{mg} = 0.$$

В проекциях на координатные оси получим систему уравнений:

$$OX: F_q - F_H \sin \alpha = 0 \text{ или } F_q = F_H \sin \alpha;$$

$$OY: F_H \cos \alpha - mg = 0 \text{ или } mg = F_H \cos \alpha,$$

откуда следует, что

$$F_q = mg \cdot \operatorname{tg} \alpha. \quad (3)$$

Из формул (1), (2) и (3) получим

$$q \frac{\Delta\varphi}{\Delta x} = mg \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

Откуда

$$q = \frac{mg \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \Delta x}{\Delta\varphi}.$$

$$q = \frac{10^{-4} \cdot 9,8 \cdot \operatorname{tg} 10^\circ \cdot 10^{-2}}{10^3} = 1,7 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} = 1,7 \text{ нКл}.$$

Ответ: $q = 1,7 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$.

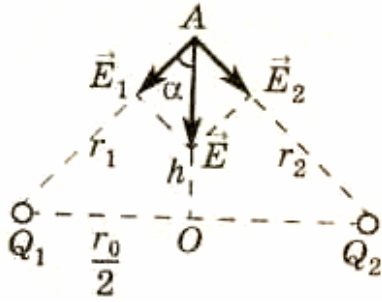
Пример 2. Два одинаковых отрицательных заряда по 9 нКл находятся в воде на расстоянии 8 см друг от друга. Определите напряженность электрического поля в точке, расположенной на расстоянии 5 см от зарядов.

Дано:	
$ Q_1 = Q_2 = 9 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$	
$r_0 = 0,08 \text{ м}$	
$r_1 = r_2 = 0,05 \text{ м}$	
$\varepsilon = 81$	
$E = ?$	

Решение

Вектор напряженности электрического поля, создаваемого в точке A (см. рис.) зарядами Q_1 и Q_2 по принципу суперпозиции полей, равен векторной сумме напряженностей, создаваемых каждым из зарядов:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$



Модуль вектора \vec{E} равен

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos 2\alpha} . \quad (1)$$

Напряженность поля, создаваемого точечным зарядом Q , равна

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} .$$

Заряды Q_1 и Q_2 отрицательны, следовательно, векторы \vec{E}_1 и \vec{E}_2 направлены по линиям напряженности к зарядам.

По условию задачи модули зарядов одинаковы $|Q_1| = |Q_2|$ а сами заряды расположены на одинаковом расстоянии от точки A , поэтому $\vec{E}_1 = \vec{E}_2$.

Следовательно, формула (1) имеет вид

$$E = 2E_1 \cos \alpha ,$$

где

$$\cos \alpha = \frac{h}{r_1}$$

$$h = OA = \sqrt{r_1^2 - \frac{r_0^2}{4}}$$

$$h = \sqrt{(5 \cdot 10^{-2})^2 - (4 \cdot 10^{-2})^2} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Тогда напряженность поля в точке A

$$E = \frac{2Q_1 h}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1^3} .$$

$$E = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 3,14 \cdot 81 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot (0,05)^3} = 480 \text{ В/м.}$$

Ответ: $E = 480 \text{ В/м.}$

Пример 3. Напряжение на концах проводника сопротивлением $R = 5 \text{ Ом}$ за $t = 0,5 \text{ с}$ равномерно возрастает от $U_1 = 0$ до $U_2 = 20 \text{ В}$. Какой заряд проходит по проводнику за это время?

Дано:

$$R = 5 \text{ Ом}$$

$$t = 0,5 \text{ с}$$

$$U_1 = 0$$

$$U_2 = 20 \text{ В}$$

$$q - ?$$

Решение

За время dt по проводнику переносится заряд

$$dq = Idt ,$$

где $I = \frac{U(t)}{R}$ – сила тока в проводнике; R – сопротивление проводника; $U(t)$ – напряжение на концах проводника.

Напряжение U линейно изменяется со временем, т.е. можно записать

$$U(t) = kt,$$

где k – коэффициент пропорциональности, $k = \frac{\Delta U}{\Delta t}$, $k = \frac{20 - 0}{0,5} = 40$ В/с.

Заряд q , перенесенный по проводнику за $t = 0,5$ с,

$$q = \int_0^{0,5} dq = \int_0^{0,5} Idt = \int_0^{0,5} \frac{U(t)}{R} dt = \int_0^{0,5} \frac{k}{R} t dt = \frac{k}{R} \frac{t^2}{2} \Big|_0^{0,5}.$$

Выполним вычисления:

$$q = \frac{40 \cdot 0,5^2}{2 \cdot 5} = 1 \text{ Кл.}$$

Ответ: $q = 1$ Кл.

Пример 4. Сила тока в резисторе линейно нарастает от $I = 0$ до $I_1 = 8$ А за время $t_1 = 4$ с. Сопротивление резистора $R = 10$ Ом. Определите количество теплоты, выделившееся в резисторе за первые $t_2 = 3$ с.

Дано:

$$t_0 = 0$$

$$t_1 = 4 \text{ с}$$

$$I = 0$$

$$I_1 = 8 \text{ А}$$

$$t_2 = 3 \text{ с}$$

$$R = 10 \text{ Ом}$$

$$Q = ?$$

Решение

По закону Джоуля – Ленца

$$dQ = I^2 R dt. \quad (1)$$

Так как сила тока является функцией времени, то

$$I = kt,$$

где k – коэффициент пропорциональности, численно равный приращению тока в единицу времени,

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{8}{4} = 2 \text{ А/с.}$$

Следовательно, $dQ = k^2 t^2 R dt$.

За первые три секунды выделится количество теплоты

$$Q = \int_{t_0}^{t_2} k^2 t^2 R dt = k^2 R \int_{t_0}^{t_2} t^2 dt = \frac{k^2 R}{3} (t_2^3 - t_0^3).$$

Выполним вычисления

$$Q = 4 \cdot 10 \cdot 27 / 3 = 360 \text{ Дж.}$$

Ответ: $Q = 360$ Дж.

Пример 5. Внутреннее сопротивление аккумулятора $r = 2$ Ом. При замыкании его одним резистором сила тока в цепи равна $I_1 = 4$ А, при замыкании другим – $I_2 = 2$ А. Во внешней цепи в обоих случаях выделяется одинаковая мощность. Определите ЭДС аккумулятора.

Дано:
$r = 2 \text{ Ом}$
$I_1 = 4 \text{ А}$
$I_2 = 2 \text{ А}$
$p_1 = p_2$
$\varepsilon - ?$

Решение
По закону Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}.$$

Сила тока в цепи в первом случае

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}, \quad (1)$$

во втором –

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r}. \quad (2)$$

Выразим из уравнений (1) и (2) ЭДС аккумулятора:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= I_1(R_1 + r); \\ \varepsilon &= I_2(R_2 + r). \end{aligned} \quad (3)$$

Из равенств (3) следует, что

$$I_1(R_1 + r) = I_2(R_2 + r). \quad (4)$$

Мощность, выделяемая на внешнем участке цепи в первом случае $p_1 = I_1^2 R_1$, втором – $p_2 = I_2^2 R_2$.

Из условия равенства мощностей следует, что

$$I_1^2 R_1 = I_2^2 R_2. \quad (5)$$

Решая совместно уравнения (4) и (5), получаем

$$R_1 = \frac{I_2 r}{I_1}; \quad R_2 = \frac{I_1 r}{I_2}.$$

Таким образом: $R_1 = \frac{2 \cdot 2}{4} = 1 \text{ Ом}$; $R_2 = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4 \text{ Ом}$.

Подставляя значение R_1 в уравнение (3), получаем

$$\varepsilon = I_1 r \left(\frac{I_2}{I_1} + 1 \right); \quad \varepsilon = 4 \cdot 2 \left(\frac{2}{4} + 1 \right) = 12 \text{ В}.$$

Ответ: $\varepsilon = 12 \text{ В}$.

Пример 6. Перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля с индукцией $0,3 \text{ Тл}$ движется проводник длиной 15 см со скоростью 10 м/с . Направление нормали к проводнику и вектора скорости совпадают. Определите ЭДС, индуцируемую в проводнике.

Дано:
 $B = 0,3 \text{ Тл}$
 $l = 0,15 \text{ м}$
 $v = 10 \text{ м/с}$

$\varepsilon_i - ?$

Решение

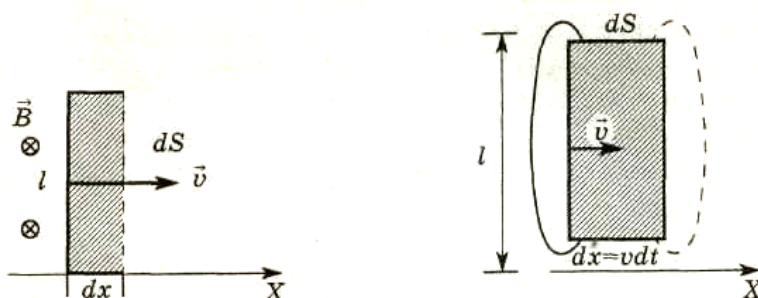
ЭДС индукции равна скорости изменения магнитного потока:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Магнитный поток

$$\Phi = BS,$$

где S – площадь, которую пронизывает магнитное поле с индукцией \vec{B} (см. рисунок).



Элементарный магнитный поток

$$d\Phi = BdS = Bldx.$$

Тогда

$$\varepsilon_i = -Bl \frac{dx}{dt} = -Blv; \varepsilon_i = -0,3 \cdot 0,15 \cdot 10 = -0,45 \text{ В}.$$

Ответ: $\varepsilon_i = 0,45 \text{ В}$.

Пример 7. В однородном магнитном поле с индукцией 1 Тл равномерно вращается рамка, содержащая 1000 витков. Площадь рамки 150 см^2 , рамка делает 10 об/с. Вращение происходит относительно оси, лежащей в плоскости рамки. Определите мгновенное значение ЭДС, соответствующее углу поворота рамки $\alpha = 30^\circ$.

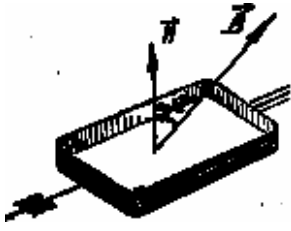
Дано:
 $B = 1 \text{ Тл}$
 $N = 1000$
 $n = 10 \text{ об/с}$
 $S = 150 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$
 $\alpha = 30^\circ$
 $\varepsilon_i - ?$

Решение

Мгновенное значение ЭДС индукции определяется по закону Фарадея-Максвелла:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -N \frac{d\Phi}{dt}, \quad (1)$$

где Ψ – потокосцепление, $\Psi = N \cdot \Phi$; Φ – магнитный поток, охватываемый одним витком; N – число витков.



При вращении рамки (см. рисунок) магнитный поток Φ , изменяется по закону:

$$\Phi = BS \cos \alpha = BS \cos \omega t, \quad (2)$$

где α – угол между нормалью к рамке \vec{n} и вектором \vec{B} .

При равномерном вращении $\alpha = \omega t$.

S – площадь, ограниченная одним витком.

При вращении рамки магнитный поток Φ периодически изменяется, в связи с этим в рамке возникает периодически изменяющаяся ЭДС индукции.

Подставив в формулу (1) выражение для магнитного потока, получим мгновенное значение ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = -NBS\omega \sin \omega t. \quad (3)$$

Циклическая (круговая) частота ω связана с частотой вращения n по формуле

$$\omega = 2\pi n.$$

Подставив выражение ω в формулу (3) и заменив ωt на угол α , получим

$$|\varepsilon_i| = 2\pi n NBS \sin \alpha.$$

$$|\varepsilon_i| = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 1000 \cdot 1 \cdot 150 \cdot 10^{-4} \sin 30^\circ = 471 \text{ В.}$$

Ответ: $|\varepsilon_i| = 471 \text{ В.}$

Задачи для самоконтроля

1. Два точечных заряда, находясь в воде ($\varepsilon_1 = 81$) на расстоянии r друг от друга, взаимодействуют с некоторой силой F . Во сколько раз необходимо изменить расстояние между ними, чтобы они взаимодействовали с такой же силой в воздухе ($\varepsilon_2 = 1$)?

2. Докажите, что если два одинаковых металлических шарика, заряженные одноименно неравными зарядами, привести в соприкосновение и затем раздвинуть на прежнее расстояние, то сила взаимодействия обязательно увеличится, причем это увеличение будет тем более значительным, чем больше различие в значении величин зарядов.

3. Одинаковые металлические шарики, заряженные одноименно зарядами q и $4q$, находятся на расстоянии r друг от друга. Шарики привели в соприкосновение. На какое расстояние x их надо развести, чтобы сила взаимодействия осталась прежней?

4. Заряженные шарики, находящиеся на расстоянии $r = 2$ м друг от друга, отталкиваются с силой $F = 1$ Н. Общий заряд шариков $5 \cdot 10^{-5}$ Кл. Как распределен этот заряд между шариками?

5. На двух одинаковых каплях воды находится по одному лишнему электрону, причем сила электрического отталкивания капелек уравнивает силу их взаимного тяготения. Каковы радиусы капелек?

6. Два заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины, опускаются в керосин. Какова плотность ρ материала шариков, если угол расхождения нитей в воздухе и в керосине один и тот же? Диэлектрическая проницаемость керосина $\varepsilon = 2$, плотность $\rho_k = 0,8$ г/см³.

7. Электродвижущая сила элемента равна 1,6 В, его внутреннее сопротивление 0,5 Ом. Чему равен коэффициент полезного действия элемента при силе тока 2,4 А?

8. При внешнем сопротивлении 8 Ом сила тока в цепи 0,8 А, при сопротивлении 15 Ом сила тока 0,5 А. Определите силу тока короткого замыкания источника.

9. Сила тока в резисторе линейно возрастает за 4 с от 0 до 8 А. Сопротивление резистора 10 Ом. Определите количество теплоты, выделившееся в резисторе за первые 3 с.

10. Электрокипятильник со спиралью сопротивлением 160 Ом поместили в сосуд, содержащий воду массой 0,5 кг при 20°C, и включили в сеть напряжением 220 В. Какая масса воды выкипит за 20 мин, если КПД кипятильника 80 %?

11. Элемент с внутренним сопротивлением 4 Ом и ЭДС 12 В замкнут проводником с сопротивлением 8 Ом. Какое количество теплоты за одну секунду будет выделяться во внешней части цепи?

12. Сила тока в проводнике изменяется со временем по закону $I = C + Bt$, где $C = 4$ А; $B = 2$ А/с. Какой заряд проходит через сечение проводника в интервале от $t_1 = 1$ с до $t_2 = 3$ с?

13. Поток вектора магнитной индукции в проводящем контуре, содержащем 100 витков, изменяется по закону $\Phi = (2 + 5t)10^{-2}$ Вб. Как зависит ЭДС индукции в контуре от времени? Какова сила тока в контуре, если

сопротивление проводника 2,5 Ом? Какой физический смысл имеет в ответе знак?

14. Магнитный поток, пронизывающий контур, возрастает с 10^{-2} до $6 \cdot 10^{-2}$ Вб за промежуток времени 0,001 с. Определить среднее значение ЭДС, соответствующее углу $\alpha = 30^\circ$ между плоскостью рамки и линиями индукции поля.

Задачи контрольной работы

51. Определите силу электрического взаимодействия электрона с ядром в атоме водорода. Среднее расстояние электрона от ядра считать равным 0,5 А.

52. На расстоянии 20 см друг от друга находятся два точечных заряда -50 нКл и 100 нКл. Определить силу, действующую на заряд -10 нКл, удаленный от обоих зарядов на одинаковое расстояние 20 см.

53. Два положительно заряженных тела с зарядами $1,67$ и $3,33$ нКл находятся на расстоянии 20 см друг от друга. В какой точке на линии, соединяющей эти тела, надо поместить третье тело с зарядом $-0,67$ нКл, чтобы оно оказалось в равновесии? Массами тел пренебречь.

54. Два одинаковых не заряженных металлических шарика массой по $0,1$ г каждый подвешены на нитях длиной 25 см в одной точке. Один из шариков отвели в сторону, сообщили ему заряд q , а затем шарики снова привели в соприкосновение. В результате шарики разошлись на расстояние 5 см. Какой заряд был сообщен шарика, отведенному в сторону?

55. Два одинаковых маленьких проводящих шарика подвешены на длинных непроводящих нитях к одному крючку. Шарики заряжены одинаковыми зарядами и находятся на расстоянии 5 см друг от друга. Один из шариков разрядили. Каким стало расстояние между шариками?

56. Три маленьких шарика массой 10 г каждый подвешены на шелковых нитях длиной по 1 м, сходящихся наверху в одном узле. Шарики одинаково заряжены и висят в вершинах равностороннего треугольника со стороной $0,1$ м. Каков заряд каждого шарика?

57. В центре квадрата, в вершинах которого находится по заряду q , помещен отрицательный заряд. Какова величина этого заряда, если система находится в равновесии? Будет ли равновесие устойчивым?

58. Два равных по величине заряда $3 \cdot 10^{-9}$ Кл расположены в вершинах при острых углах равнобедренного прямоугольного треугольника на расстоянии $2\sqrt{2}$ см. Определите с какой силой эти два заряда действуют

на третий заряд 10^{-9} Кл, расположенный в вершине при прямом угле треугольника. Рассмотреть случаи, когда первые два заряда одно- и разноименные.

59. Вычислите ускорение, сообщаемое одним электроном другому, находящемуся от первого в вакууме на расстоянии 1 мм.

60. По первоначальным предположениям Бора, электрон в водородном атоме движется по круговой орбите. С какой скоростью v должен двигаться такой электрон, если заряд его $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, заряд ядра $e = +1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, радиус орбиты $r = 0,5 \cdot 10^{-10}$ м, масса электрона $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг.

61. Поле, созданное точечным зарядом 30 нКл, действует на заряд 1 нКл, помещенный в некоторую точку поля, с силой 0,2 мН. Найдите напряженность поля в этой точке, а также расстояние от этой точки до первого заряда.

62. Два точечных заряда 1 нКл и -3 нКл находятся на расстоянии 20 см друг от друга. Найдите напряженность и потенциал в точке поля, расположенной на продолжении линии, соединяющей заряды, на расстоянии 10 см от первого заряда.

63. Точечные заряды 20 мкКл и -10 мкКл находятся на расстоянии 5 см друг от друга. Определите напряженность поля в точке, удаленной на 3 см от первого и 4 см от второго заряда, и силу, действующую в этой точке на точечный заряд 1 мкКл.

64. Два точечных заряда -1 нКл и 2 нКл находятся на расстоянии 20 см один от другого. Определите напряженность поля, созданного этими зарядами, в точке, расположенной между зарядами на линии, соединяющей заряды, на расстоянии 15 см от первого из них.

65. В электрическом поле, вектор напряженности которого направлен горизонтально и равен по модулю 1000 В/м, нить с подвешенным на ней маленьким заряженным шариком отклонилась на угол 45° от вертикали. Масса шарика 1,4 г. Чему равен заряд шарика?

66. В вершинах равностороннего треугольника со стороной a находятся заряды $+q$, $+q$, и $-q$. Определите напряженность поля в центре треугольника.

67. Три одинаковых заряда величиной 10^{-9} Кл каждый, расположены в вершинах прямоугольного треугольника с катетами 40 см и 30 см. Определите напряженность электрического поля, создаваемого всеми зарядами в точке пересечения гипотенузы с перпендикуляром, опущенным на нее из вершины прямого угла.

68. Два точечных заряда 4 нКл и -2 нКл находятся друг от друга на расстоянии 60 см . Определите напряженность поля в точке, лежащей посередине между зарядами. Чему равна напряженность, если второй заряд положительный?

69. В вершинах квадрата со стороной 5 см находятся одинаковые положительные заряды по 2 нКл . Определите напряженность электростатического поля: а) в центре квадрата; б) в середине одной из сторон квадрата.

70. Расстояние между двумя положительными точечными зарядами $q_1 = 9q$ и $q_2 = q$ равно 8 см . На каком расстоянии от первого заряда находится точка, в которой напряженность поля зарядов равна нулю? Где находилась бы эта точка, если бы второй заряд был отрицательным?

71. Электрический чайник вместимостью $1,5 \text{ дм}^3$ имеет сопротивление нагревательного элемента 80 Ом , КПД 80% и работает при напряжении 220 В . Начальная температура воды 20°C . Определить мощность тока, потребляемую чайником, силу тока в нагревательном элементе и время, в течение которого вода в чайнике закипит.

72. В медном проводнике длиной 2 м и площадью поперечного сечения $0,4 \text{ мм}^2$ идет ток, при этом каждую секунду выделяется $0,35 \text{ Дж}$ теплоты. Сколько электронов проходит за одну секунду через поперечное сечение этого проводника?

73. Определите работу тока на участке, не содержащем источников ЭДС и имеющем сопротивление 120 Ом , если в течение 5 с ток равномерно увеличивается от 2 до 10 А .

74. Сила тока в проводнике сопротивлением 20 Ом нарастает от нуля по закону $I = bt$, где $b = 3 \text{ А/с}$. Определите количество теплоты, выделившееся в проводнике за первые 2 и последующие 2 секунды.

75. При какой постоянной силе тока через поперечное сечение проводника пройдет заряд 50 Кл за промежуток времени от 5 до 10 с от момента включения тока?

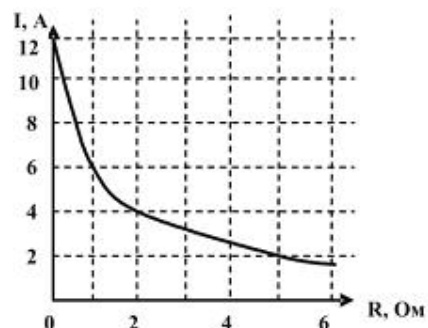
76. Сила тока в проводнике сопротивлением 120 Ом равномерно возрастает от 0 до 5 А за время, равное 15 с . Определите количество теплоты, выделившееся в проводнике за это время.

77. Сила тока в проводнике равномерно возрастает от 0 до 2 А в течение 5 с . Определите заряд, прошедший по проводнику за это время.

78. Сила тока в проводнике сопротивлением 100 Ом равномерно убывает с 10 А до 0 за 30 с . Определите количество теплоты, выделившееся в проводнике за это время.

79. К источнику тока подключают один раз резистор сопротивлением 1 Ом, другой раз – 4 Ом. В обоих случаях на резисторах за одно и то же время выделяется одинаковое количество теплоты. Определите внутреннее сопротивление источника тока.

80. На рисунке представлены результаты экспериментального исследования зависимости силы тока в цепи от значения сопротивления, подключенного к источнику постоянного тока. Определите ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока.



81. Квадратная рамка площадью 20 см^2 , состоящая из тысячи витков, расположена в однородном поле перпендикулярно полю с индукцией 10^3 Тл . В течение $0,02 \text{ с}$ рамку удаляют за пределы поля. Какая ЭДС наводится в рамке?

82. В магнитное поле, изменяющееся по закону $B_0 = \cos \omega t$ ($B_0 = 0,1 \text{ Тл}$, $\omega = 4 \text{ с}^{-1}$), помещена квадратная рамка со стороной 50 см , причем нормаль к рамке образует с направлением поля угол $\alpha = 45^\circ$. Определите ЭДС индукции, возникающую в рамке в момент времени 5 с .

83. Кольцо из алюминиевого провода ($\rho = 26 \text{ нОм}\cdot\text{м}$) помещено в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Диаметр кольца 30 см , диаметр провода 2 мм . Определите скорость изменения магнитного поля, если ток в кольце 1 А .

84. Плоскость проволочного витка площадью 100 см^2 и сопротивлением $0,1 \text{ Ом}$, находящегося в однородном магнитном поле напряженностью 10 кА/м , перпендикулярна линиям магнитной индукции. При повороте витка в магнитном поле отсчет гальванометра, замкнутого на виток, составляет $12,6 \text{ мкКл}$. Определите угол поворота витка.

85. В однородное магнитное поле с индукцией $0,3 \text{ Тл}$ помещена прямоугольная рамка с подвижной стороной, длина которой $l = 15 \text{ см}$. Определите ЭДС индукции, возникающей в рамке, если ее подвижная сторона перемещается перпендикулярно линиям магнитной индукции со скоростью 10 м/с .

86. Через поверхность, ограниченную проводником, магнитный поток за $0,1 \text{ с}$ изменился на $0,06 \text{ Вб}$. Найдите ЭДС индукции и ток в проводнике, если его сопротивление 2 Ом .

87. В однородном магнитном поле с индукцией 5 мТл расположена замкнутая катушка диаметром 10 см, имеющая 10 витков. Ось катушки параллельна линиям индукции поля, сопротивление катушки 10 Ом. Какой заряд пройдет по катушке, если ее повернуть на 180° относительно оси, перпендикулярной направлению поля?

88. Однородное магнитное поле перпендикулярно плоскости медного кольца диаметром 20 см, сделанного из провода диаметром 2 мм. Удельное сопротивление меди $1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м. С какой скоростью должна изменяться магнитная индукция, чтобы в кольце протекал ток 10 А?

89. Из провода длиной 1,2 м с погонным сопротивлением 2 Ом/м сделан прямоугольный замкнутый контур с соотношением сторон 2:1. Контур помещен в однородное магнитное поле с индукцией 100 мТл так, что линии поля перпендикулярны плоскости контура. Какое количество электричества протечет по контуру, если его сделать квадратным?

90. Проволочная рамка, имеющая форму равностороннего треугольника, помещена в однородное магнитное поле с индукцией 0,06 Тл, направление линий которой составляет угол 30° с перпендикуляром к плоскости рамки. При равномерном уменьшении индукции до нуля за время 0,03 с в рамке индуцируется ЭДС 30 мВ. Определите длину стороны рамки.

2.3. Квантово-полевая картина мира

Примеры решения задач

Пример 1. Вычислите длину волны де Бройля в пучке протонов, имеющих скорость 10^3 м/с. Надо ли учитывать волновые свойства, если диаметр пучка 1 мм?

<p>Дано:</p> <p>$m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг</p> <p>$v = 10^3$ м/с</p> <p>$d = 10^{-3}$ м</p> <hr/> <p>$\lambda - ?$</p>	<p>Решение</p> <p>Длина волны де Бройля вычисляется по формуле</p> $\lambda = \frac{h}{p}, \quad (1)$ <p>где $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка, p – импульс протона.</p>
--	--

Импульс при движении частицы со скоростью, много меньшей скорости света, определяется по формуле

$$p = mv,$$

где m – масса протона; v – скорость движения протона.

Подставляя выражение для импульса протона в формулу (1), получаем

$$\lambda = \frac{h}{m\nu}.$$

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 10^3} = 4 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

По сравнению с диаметром пучка в 1 мм, данным в условии в качестве характерного размера, эта величина чрезвычайно мала. Волновые свойства в этом случае учитывать не нужно.

Ответ: $\lambda = 4 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$

Пример 2. Вычислите длину волны де Бройля электрона, движущегося со скоростью $\nu = 0,75c$ (c – скорость света в вакууме).

<p>Дано:</p> <p>$\nu = 0,75c$</p> <p>$m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$</p> <p>$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$</p> <p>$\lambda = ?$</p>	<p>Решение</p> <p>Длина волны де Бройля для частицы определяется по формуле</p> $\lambda = \frac{h}{p}, \quad (1)$
---	--

где h – постоянная Планка; p – импульс частицы. При движении частицы со скоростью, близкой к скорости света в вакууме, масса частицы зависит от скорости. Поэтому в выражении для импульса

$$p = m\nu; \quad m = f(\nu), \quad (2)$$

где m – масса движущейся частицы.

Зависимость массы от скорости имеет вид

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\nu^2}{c^2}}}, \quad (3)$$

где m_0 – масса покоя частицы; ν – скорость движения частицы.

Подставив в выражение (1) значения p и m из (2) и (3), получим

$$\lambda = \frac{h}{m_0\nu} \sqrt{1 - \frac{\nu^2}{c^2}}. \quad (4)$$

По условию задачи скорость движения электрона $\nu = 0,75c$. Подставив это значение в формулу (4) получим

$$\lambda = \frac{h}{m_0 \cdot 0,75 \cdot c} \sqrt{1 - \frac{0,75^2 c^2}{c^2}} = \frac{h}{cm_0} \cdot \frac{1}{0,75} \sqrt{1 - 0,75^2}.$$

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{3 \cdot 10^8 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 0,75} \sqrt{1 - 0,75^2} = 2,24 \text{ нм.}$$

Ответ: $\lambda = 2,24 \text{ нм.}$

Пример 3. Масса движущегося электрона в три раза больше его массы покоя. Чему равна минимальная неопределенность координаты электрона?

Дано:	Решение
$m = 3m_0$	Согласно соотношению неопределенности Гейзенберга
$m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$	
$\Delta x_{\min} = ?$	$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar,$ <p>где Δx и Δp_x – неопределенности координаты и импульса частицы; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – приведенная постоянная Планка.</p>

Учитывая, что

$$p = m\upsilon,$$

где m – масса; υ – скорость частицы, соотношение неопределенности можно представить в виде:

$$\Delta x \geq \frac{h}{2\pi m \Delta \upsilon_x}.$$

Поскольку неопределенность скорости $\Delta \upsilon_x$, как и сама скорость, не может превышать скорость света c в вакууме, то

$$\Delta x_{\min} = \frac{h}{2\pi m c}.$$

Подставив условие $m = 3m_0$, получим:

$$\Delta x_{\min} = \frac{h}{6\pi m_0 c}.$$

$$\Delta x_{\min} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{6 \cdot 3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} = 1,29 \cdot 10^{-13} \text{ м.}$$

Ответ: $1,29 \cdot 10^{-13} \text{ м.}$

Задачи для самоконтроля

1. Пучок электронов, пройдя через узкую щель, создает такую же дифракционную картину, как и монохроматическое излучение с длиной волны 55 нм. Чему равна скорость электронов в пучке?

2. Кинетическая энергия протона равна его энергии покоя. Вычислите волну де Бройля для такого протона.

3. Определите длину волны де Бройля, характеризующую волновые свойства электрона, если его скорость равна 1 Мм/с. Сделайте такой же подсчет для протона.

4. Нейтрон и альфа-частица имеют одинаковые скорости. Найдите отношение длины волны де Бройля нейтрона к длине волны альфа-частицы.

5. Молекула водорода, позитрон, протон и альфа-частица имеют одинаковую длину волны де Бройля. Какая частица имеет наименьшую скорость?

6. Чему равно отношение скоростей протона и нейтрона, если их длины волн де Бройля одинаковы?

7. Найдите отношение длин волн де Бройля протона и альфа-частицы, если они движутся с одинаковыми скоростями.

8. Найдите длину волны де Бройля для электрона, движущегося по круговой орбите атома водорода, находящегося в основном состоянии.

9. Сравните длину волны де Бройля для электрона и шарика массой 0,1 г, имеющих одинаковые скорости.

10. Отношение скоростей двух микрочастиц $\frac{v_1}{v_2} = 8$. Чему равно отношение масс этих частиц $\frac{m_1}{m_2}$, если их длины волн де Бройля удовлетворяют соотношению $\lambda_2 = 2\lambda_1$?

11. Вычислите и сравните длины волн де Бройля для электрона и протона, прошедших ускоряющую разность потенциалов в 1000В.

12. Определите длину волны де Бройля, соответствующей средней квадратичной скорости молекул водорода при комнатной температуре (20°C).

13. Позитрон, протон, нейтрон и альфа-частица имеют одинаковую длину волны де Бройля. Какая частица обладает наименьшей скоростью?

14. Координату объекта массой $2 \cdot 10^{-9}$ кг можно установить с неопределенностью 0,15 мкм. Найдите наименьшее значение неопределенности скорости (в м/с).

15. Найдите отношение неопределенностей проекций скоростей нейтрона и дейтрона на некоторое направление при условии, что соответствующие координаты частиц определены с одинаковой точностью.

16. Высокая монохроматичность лазерного излучения обусловлена относительно большим временем жизни электронов в метастабильном состоянии $\approx 10^{-3}$ с. Учитывая, что постоянная Планка $\hbar = 6,6 \cdot 10^{-16}$ эВ \cdot с, найдите ширину метастабильного уровня (в эВ).

Задачи контрольной работы

91. Кинетическая энергия электрона равна 1,02 МэВ. Вычислите длину волны де Бройля этого электрона.

92. Кинетическая энергия протона в 4 раза меньше его энергии покоя. Вычислите длину волны де Бройля.

93. Найдите отношение скоростей нейтрона и альфа-частицы, длины волн де Бройля которых одинаковы.

94. Вычислить длину волны де Бройля для пули массой 0,015 кг, движущейся со скоростью 500 м/с.

95. Кинетическая энергия протона равна его энергии покоя. Вычислить волну де Бройля для такого протона.

96. Определить длину волны де Бройля для нейтрона, движущегося со средней квадратичной скоростью при $T = 290$ К.

97. Получите зависимость между длиной волны де Бройля λ релятивистской частицы и ее кинетической энергией.

98. Отношение скоростей двух микрочастиц $\frac{v_1}{v_2} = 4$. Чему равно

отношение масс этих частиц $\frac{m_1}{m_2}$, если их длины волн де Бройля удовлетворяют соотношению $\lambda_2 = 4\lambda_1$?

99. Кинетическая энергия электрона равна 0,6 МэВ. Определите длину волны де Бройля.

100. Протон обладает кинетической энергией, равной энергии покоя. Во сколько раз изменится длина волны де Бройля протона, если его кинетическая энергия увеличится в 2 раза?

101. Определите отношение неопределенностей скорости электрона, если его координата установлена с точностью до 10^{-5} м, и пылинки массой $m = 10^{-12}$ кг, если ее координата установлена с такой же точностью.

102. Используя соотношение неопределенностей Гейзенберга, покажите что ядра атомов не могут содержать электронов. Считайте радиус ядра равным 10^{-13} см.

103. Неопределенность скорости электрона составила $\Delta v = 10$ м/с. Определите неопределенность координаты электрона, если он движется со скоростью 100 м/с.

104. Положение пылинки массой $m = 10^{-9}$ кг можно установить с неопределенностью $\Delta x = 0,1$ мкм. Учитывая, что постоянная Планка $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, найдите наименьшее значение неопределенности скорости Δv_x (в м/с).

105. Кинетическая энергия электронов в атоме водорода порядка 10 эВ. Используя соотношения неопределенностей, оцените минимальные линейные размеры атома.

106. Среднее расстояние электрона от ядра в невозбужденном атоме водорода равно 52,9 пм. Вычислите минимальную неопределенность скорости электрона в атоме.

107. Положение бусинки массой 1 г и протона ($m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг) определены с одинаковой погрешностью 10^{-7} м. Квантово-механическая неопределенность x -компоненты скорости бусинки составляет примерно 10^{-24} м/с. Какова неопределенность x -компоненты скорости электрона?

108. Ширина следа электрона на фотографии, полученной с использованием камеры Вильсона, составляет 1 мм. Какова минимальная неопределенность скорости электрона?

109. Среднее время жизни π^0 -мезона равно $1,9 \cdot 10^{-16}$ с. Какова должна быть энергетическая разрешающая способность прибора, с помощью которого можно зарегистрировать π^0 -мезон?

110. Электрон локализован в пространстве в пределах $\Delta x = 2,5$ мкм. Найдите наименьшее значение неопределенности скорости Δv_x (в м/с).

2.4. Термодинамическая картина мира

Примеры решения задач

Пример 1. *Азот массой 2 кг охлаждают при постоянном давлении от 400 до 300 К. Определите изменение внутренней энергии, работу внешней силы и количество выделенной теплоты.*

Дано:

$$m = 2 \text{ кг}$$

$$M = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$T_1 = 400 \text{ К}$$

$$T_2 = 300 \text{ К}$$

1) ΔU – ?; 2) A – ?;

3) Q – ?

Решение:

Изменение внутренней энергии газа (считаем азот идеальным газом) найдем по формуле

$$\Delta U = \frac{mC_V(T_2 - T_1)}{M},$$

где m – масса газа; M – молярная масса; C_V – молярная теплоемкость при постоянном объеме; T_1 – начальная температура; T_2 – конечная температура.

Для всех двухатомных газов

$$C_V = \frac{5}{2}R,$$

Тогда

$$\Delta U = \frac{5}{2} \cdot \frac{mR(T_2 - T_1)}{M}. \quad (1)$$

Количество теплоты, выделяющееся при охлаждении газа при постоянном давлении:

$$Q = \frac{mC_p(T_2 - T_1)}{M}, \quad (2)$$

где C_p – молярная теплоемкость при постоянном давлении.

Для всех двухатомных газов

$$C_p = \frac{7}{2}R.$$

Формулу (2) запишем в виде

$$Q = \frac{7}{2} \cdot \frac{mR(T_2 - T_1)}{M}. \quad (3)$$

Работа сжатия газа при изобарном процессе

$$A = p\Delta V,$$

где $\Delta V = V_2 - V_1$ – изменение объема, которое найдем из уравнения Клапейрона-Менделеева.

При изобарном процессе $p = \text{const}$:

$$pV_1 = \frac{mRT_1}{M}; \quad (4)$$

$$pV_2 = \frac{mRT_2}{M}. \quad (5)$$

Вычитая выражение (4) из (5) получим:

$$p(V_2 - V_1) = \frac{mR(T_1 - T_2)}{M}.$$

Следовательно,

$$A = \frac{mR(T_2 - T_1)}{M}. \quad (6)$$

$$\Delta U = \frac{5}{2} \cdot \frac{2 \cdot 8,31 \cdot (300 - 400)}{28 \cdot 10^{-3}} = -148 \text{ кДж};$$

$$Q = \frac{7}{2} \cdot \frac{2 \cdot 8,31 \cdot (300 - 400)}{28 \cdot 10^{-3}} = -207 \text{ кДж};$$

$$A = \frac{2 \cdot 8,31 \cdot (300 - 400)}{28 \cdot 10^{-3}} = -59 \text{ кДж}.$$

Ответ: $\Delta U = -148 \text{ кДж}$; $Q = -207 \text{ кДж}$; $A = -59 \text{ кДж}$.

Пример 2. Температура нагревателя тепловой машины 450 К. Температура холодильника 300 К. Определите КПД тепловой машины, работающей по циклу Карно, и полезную мощность машины, если нагреватель ежесекундно передает ей 1525 Дж теплоты.

Дано:	Решение:
$Q_1 = 1525 \text{ Дж/с}$	КПД тепловой машины равен
$T_1 = 450 \text{ К}$	$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1},$
$T_2 = 300 \text{ К}$	(1)
1) $\eta - ?$; 2) $N_{\text{пол}} - ?$	

где Q_1 – количество теплоты, передаваемое от нагревателя; Q_2 – количество теплоты, получаемое холодильником; A – полезная работа, совершаемая тепловой машиной.

Для идеального цикла, каким является цикл Карно, справедливо выражение

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (2)$$

где T_1 – абсолютная температура нагревателя; T_2 – абсолютная температура холодильника.

Из выражений (1) и (2) получим

$$A = \eta \cdot Q_1 = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot Q_1,$$

а разделив обе части равенства на время t , приведем эту формулу к виду

$$\frac{A}{t} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{Q_1}{t} \text{ или } N_{\text{пол}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{Q_1}{t},$$

где $N_{\text{пол}} = \frac{A}{t}$ – полезная мощность машины, а $N = \frac{Q_1}{t}$ – полная мощность.

$$\eta = \frac{(450 - 300)K}{450K} = 0,33; \quad N_{\text{пол}} = \frac{(450 - 300)K}{450K} 1525 = 508 \text{ Вт.}$$

Ответ: $\eta = 0,33$; $N_{\text{пол}} = 508 \text{ Вт.}$

Пример 3. Во сколько раз необходимо увеличить объем $\nu = 5$ моль идеального газа при изотермическом расширении, чтобы его энтропия увеличилась на $\Delta S = 57,6 \text{ Дж/К}$?

<p>Дано:</p> <p>$\nu = 5$ моль</p> <p>$\Delta S = 57,6 \text{ Дж/К}$</p> <hr/> <p>$n = ?$</p>	<p>Решение:</p> <p>Изменение энтропии идеального газа</p> $\Delta S = \int \frac{dQ}{T}, \quad (1)$ <p>где dQ – бесконечно малое количество теплоты, подводимое к газу; T – температура.</p>
--	--

В изотермическом процессе температура T постоянна, внутренняя энергия газа не изменяется, поэтому подводимая к газу теплота полностью расходуется на совершение газом работы:

$$dQ = dA = pdV$$

С учетом этого формула (1) принимает вид

$$\Delta S = \frac{1}{T} \int_{V_1}^{V_2} pdV,$$

где V_1 – начальный объем, V_2 – конечный объем после расширения.

Из уравнения Клайперона-Менделеева найдем давление p :

$$pV = \nu RT, \quad p = \frac{\nu RT}{V}$$

Тогда

$$\Delta S = \frac{\nu RT}{T} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu R \ln V \Big|_{V_1}^{V_2} = \nu R (\ln V_2 - \ln V_1) = \nu R \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu R \ln n, \quad (2)$$

где $n = \frac{V_2}{V_1}$ – величина, показывающая, во сколько раз увеличивается объем

газа. Из (2) находим n :

$$\ln n = \frac{\Delta S}{\nu R}, \quad n = e^{\Delta S / \nu R}$$

$$n = e^{\frac{57,6}{58,31}} = e^{1,386} = 4,00.$$

Ответ: объем газа необходимо увеличить в 4,00 раза.

Пример 4. Горячая вода некоторой массы отдает теплоту холодной воде такой же массы, и температуры их становятся одинаковыми. Покажите, что энтропия при этом увеличивается.

Решение:

Пусть температура горячей воды T_1 , холодной T_2 , а температура смеси θ . Определим температуру смеси, исходя из уравнения теплового баланса

$$mc(T_2 - \theta) = mc(\theta - T_2) \quad \text{или} \quad T_1 - \theta = \theta - T_2,$$

Откуда

$$\theta = (T_1 + T_2) / 2. \quad (1)$$

Изменение энтропии, происходящее при охлаждении горячей воды,

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{\theta} \frac{cm dT}{T} = cm \ln \frac{\theta}{T_1}.$$

Изменение энтропии, происходящее при нагревании холодной воды,

$$\Delta S_2 = \int_{T_2}^{\theta} \frac{cm dT}{T} = cm \ln \frac{\theta}{T_2}.$$

Изменение энтропии системы

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = cm \ln(\theta / T_1) + cm \ln(\theta / T_2) = cm \ln \frac{\theta^2}{T_1 T_2}$$

или с учетом соотношения (1) получим

$$\Delta S = cm \ln \frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2}.$$

Так как $T_1 \neq T_2$, то $(T_1 + T_2)^2 > 4T_1 T_2$, следовательно $\frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2} > 1$ и

$$\ln \frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2} > 0$$

Тогда $\Delta S > 0$ т.е. энтропия возрастает.

Ответ: энтропия смеси возрастает.

Задачи для самоконтроля

1. Кислород массой 320 г нагревают при постоянном давлении от 300 до 310 К. Определите количество теплоты, поглощенное газом, изменение внутренней энергии и работу расширения газа.

2. Одноатомному газу передано количество теплоты 1,5 кДж, при этом газ совершил работу 700 Дж. На сколько изменилась температура газа, если количество вещества этого газа равно 2 моль?

3. Идеальная тепловая машина, совершив один цикл Карно, произвела работу в $8 \cdot 10^3$ Дж, получив от нагревателя $32 \cdot 10^3$ Дж теплоты. Определите температуру нагревателя, если температура холодильника равна 27^0 С.

4. Совершая цикл Карно, газ получил от нагревателя количество теплоты один 80 кДж. Какое количество теплоты было отдано холодильнику, если КПД тепловой машины 25 %?

5. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя в три раза выше температуры холодильника. Нагреватель передал газу 42 кДж теплоты. Какую работу совершил газ?

6. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, произвел работу 600 Дж. Температура T_1 нагревателя равна 500 К, T_2 холодильника – 300 К. Определите 1) термический КПД цикла; 2) количество теплоты, отданное холодильнику за один цикл.

7. Определите изменение энтропии при изотермическом расширении азота массой 10г, если давление газа уменьшилось от $p_1 = 0,1$ МПа до $p_2 = 50$ кПа.

8. Во сколько раз необходимо увеличить объем 5 моль идеального газа при изотермическом расширении, его энтропия увеличилась на 57,6 Дж/К?

9. При нагревании двухатомного идеального газа ($\nu = 3$ моль) его термодинамическая температура увеличилась в 2 раза. Определите изменение энтропии, если нагревание происходит; 1) изохорно; 2) изобарно.

10. Определите приращение энтропии при нагревании воды массой 2 кг от 0^0 С до 100^0 С. Удельная теплоёмкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К).

11. Современный энергетический блок (паровой котел-турбина-генератор) мощностью 200 МВт потребляет в час 75 т угля с удельной теплотой сгорания 25 МДж/кг. Температура перегретого пара перед входом в турбину 570^0 С, в конденсаторе 30^0 С. Найти фактический КПД энергетического блока и сравнить его КПД цикла Карно, осуществленного между такими же температурами.

12. Газ совершает цикл Карно. Абсолютная температура холодильника 290 К. Во сколько раз увеличится КПД, если температура нагревателя повысится от 400 К до 600 К?

Задачи контрольной работы

111. Двухатомному газу сообщено количество теплоты 2,093 кДж. Газ расширяется при постоянном давлении. Определите работу расширения газа.

112. Кислород занимает объем $V_1 = 1 \text{ м}^3$ и находится под давлением $p_1 = 200 \text{ кПа}$. Газ нагрели сначала при постоянном давлении до объема $V_2 = 3 \text{ м}^3$, а затем при постоянном объеме до давления $p_2 = 500 \text{ кПа}$. Постройте график процесса и найдите: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершенную им работу A ; 3) количество теплоты Q , переданное газу.

113. Пять моль одноатомного идеального газа сначала изобарно нагревают, сообщая газу количество теплоты $Q_1 = 100 \text{ Дж}$. Затем газ изохорно охлаждают до первоначальной температуры. Какое количество теплоты Q_2 отдает газ при изохорном процессе?

114. Кислород массой 160 г нагревают при постоянном давлении от 320 до 340 К. Определите количество теплоты, полученное газом, изменение внутренней энергии и работу расширения газа.

115. Какое количество теплоты Q потребовалось бы подвести к молю одноатомного газа при его изобарном обратимом нагревании, если в процессе этого нагревания газ совершил внешнюю работу $A = 10 \text{ Дж}$?

116. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя равна $T_1 = 470 \text{ К}$, температура охладителя $T_2 = 280 \text{ К}$. В течение цикла газ совершает работу $A = 100 \text{ Дж}$. Определите термический КПД цикла и количество теплоты, отдаваемое газом при его изотермическом сжатии.

117. Паровая машина, мощность которой 14,7 кВт, потребляет за 1 ч работы 8,1 кг угля с удельной теплотой сгорания $3,3 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг}$. Температура котла 200°С , холодильника 58°С . Найдите КПД этой машины и сравните его с КПД идеальной тепловой машины.

118. Идеальный газ в идеальной тепловой машине совершает цикл Карно, КПД которого 40 %. На сколько процентов изменится КПД цикла Карно, если на 20 % увеличить температуру нагревателя и на 10 % уменьшить температуру холодильника?

119. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, получив от нагревателя количество теплоты 804 кДж, совершил работу 1180 Дж. Найдите термический КПД этого цикла. Во сколько раз температура нагревателя больше температуры холодильника?

120. Газ, совершающий цикл Карно, отдал холодильнику $2/3$ полученной от нагревателя теплоты. Определите работу изотермического сжатия газа, совершающего цикл Карно, если температуры нагревателя и холодильника 600 и 300 К соответственно и газ получает от нагревателя за цикл 8 кДж теплоты.

121. При изотермическом расширении одного киломоля идеального газа его энтропия изменяется на 5,75 кДж/К. Определите отношение начального и конечного давлений газа ($\frac{p_1}{p_2}$).

122. Струя водяного пара при температуре 100 °С, направленная на глыбу льда, масса которой 5 кг и температура 0 °С, растопила ее и нагрела получившуюся воду до температуры 50 °С. Найти массу израсходованного пара и изменение энтропии при описанных процессах.

123. Чтобы расплавить некоторую массу меди, требуется большее количество теплоты, чем для плавления такой же массы цинка, так как удельная теплота плавления меди в 1,5 раза больше, чем цинка ($\lambda_{\text{Cu}} = 1,8 \cdot 10^5$ Дж/кг, $\lambda_{\text{Zn}} = 1,2 \cdot 10^5$ Дж/кг). Температура плавления меди примерно в 2 раза выше температуры плавления цинка ($T_{\text{Cu}} = 1356$ К, $T_{\text{Zn}} = 693$ К). Разрушение кристаллической решетки металла при плавлении приводит к возрастанию энтропии. Во сколько раз отличается величина изменения энтропии цинка от величины изменения энтропии меди?

124. В двух одинаковых закрытых сосудах находится по 1 киломоля гелия (He) и кислорода (O₂). Сосуды нагревают от температуры T_1 до температуры T_2 . Каково соотношение между изменениями энтропии газов при этом процессе?

125. Найдите приращение энтропии 1 кг льда при его плавлении.

126. Определите изменение энтропии при изотермическом расширении водорода массой 1 г, если объем газа увеличился в 3 раза.

127. Определите приращение энтропии при превращении 200 г льда, находившегося при температуре -10°C , в воду при температуре 0°C . Удельная теплоемкость льда $2100 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$, удельная теплота плавления льда $3,35\cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$.

128. Определите изменение энтропии при превращении 1 г воды с температурой 0°C в стоградусный пар.

129. Углекислый газ массой 1 кг сжимается от давления $0,2 \text{ МПа}$ при температуре 40°C до давления $4,5 \text{ МПа}$ при температуре 253°C . Определите приращение энтропии в процессе сжатия.

130. В результате изотермического расширения объем 8 г кислорода увеличился в 2 раза. Определите изменение энтропии газа.

3. ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ

Студент должен решить тринадцать задач того варианта, номер которого совпадает с последней цифрой номера его зачетной книжки. Например, студент, у которого номер зачетной книжки 1893723 должен решить задачи 3, 13, 23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93, 103, 113, 123. Если последняя цифра нуль, то номера задач выбираются для 10-го варианта.

Вариант	Номера задач												
1	1	11	21	31	41	51	61	71	81	91	101	111	121
2	2	12	22	32	42	52	62	72	82	92	102	112	122
3	3	13	23	33	43	53	63	73	83	93	103	113	123
4	4	14	24	34	44	54	64	74	84	94	104	114	124
5	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115	125
6	6	16	26	36	46	56	66	76	86	96	106	116	126
7	7	17	27	37	47	57	67	77	87	97	107	117	127
8	8	18	28	38	48	58	68	78	88	98	108	118	128
9	9	19	29	39	49	59	69	79	89	99	109	119	129
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Карпенков, С.Х. Концепции современного естествознания [Текст] / С.Х. Карпенков. – М.: Директ-Медиа, 2014. – 447 с.
2. Разумов, В.А. Концепции современного естествознания [Текст] / В.А. Разумов. – М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. – 352 с.
3. Брызгалина, Е. В. Концепции современного естествознания [Текст] / Е. В. Брызгалина. – М.: Проспект, 2015. – 496 с.
4. Михайлов, Л.А. Концепции современного естествознания [Текст] / Л.А. Михайлов. – СПб.: Питер, 2012. – 336 с.
5. Исаков, А.Я. Основы современного естествознания [Текст] / А.Я. Исаков. – Петропавловск-Камчатский: КамчатГТУ, 2012. – 274 с.
6. Романов, Л.А. Концепции современного естествознания. Практикум [Текст] / Л.А. Романов. – М.: Вузовский учебник: НИЦ ИНФРА-М, 2015. – 128 с.

О Г Л А В Л Е Н И Е

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ВВЕДЕНИЕ	4
1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ	5
2. УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО РАЗДЕЛАМ КУРСА	7
2.1. Механическая картина мира	7
2.2. Электромагнитная картина мира	22
2.3. Квантово-полевая картина мира	34
2.4. Термодинамическая картина мира	39
3. ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ	48
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	49

Учебное издание

Очкина Наталья Александровна

КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Учебно-методическое пособие для контрольных работ
по направлению подготовки 38.03.02 «Менеджмент»

Под общ. ред. Г.И. Грейсуха

Р е д а к т о р Н.Ю. Шалимова

В е р с т к а Н.А. Сазонова

Подписано в печать 16.03.16. Формат 60×84/16.

Бумага офисная «Снегурочка». Печать на ризографе.

Усл. печ. л. 3,02. Уч.-изд. л. 3,25. Тираж 80 экз.

Заказ №186.

Издательство ПГУАС.
440028, г.Пенза, ул. Германа Титова, 28.