

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства»
(ПГУАС)

КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Методические указания
для контрольных работ
по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика»

Под общей ред. доктора технических наук,
профессора Г.И. Грейсуха

Пенза 2016

УДК 50 (075.8)
ББК Б Оя 73
К65

Рекомендовано Редсоветом университета
Рецензенты: кандидат технических наук, доцент
С.В. Тертычная (ПГУ);
кандидат физико-математических
наук, доцент П.П. Мельниченко
(ПГУАС)

Концепции современного естествознания: метод. указания для
К65 контрольных работ по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика» / Н.А. Очкина; под общ. ред. Г.И. Грейсуха. – Пенза: ПГУАС, 2016. – 48 с.

В методических указаниях изложены правила выполнения контрольных работ по дисциплине «Концепции современного естествознания». Приведены примеры решения задач, задачи для самоконтроля и содержание задач контрольных работ.

Подготовлены на кафедре «Физика и химия» и предназначены для студентов, обучающихся по направлению 38.03.01 «Экономика».

© Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства, 2016
© Очкина Н.А., 2016

ПРЕДИСЛОВИЕ

Методические указания к выполнению контрольных работ по дисциплине «Концепции современного естествознания» предназначены для студентов дневного и заочного отделений, обучающихся по направлению 38.03.01 «Экономика».

Они содержат консультативные рекомендации в отношении методологии содержания и методики выполнения работ, а также нормативные требования к их оформлению.

Контрольная работа должна отражать не только знание теоретического материала, но и умение применять их для решения практических задач. Рекомендации в отношении содержания контрольной работы следует воспринимать как консультативные, в то же время сведения об организации подготовки работы и правилах ее оформления носят обязательный, нормативный характер. Это, прежде всего, касается структуры работы и правильности ее оформления.

Подготовка к контрольной работе связана с:

- закреплением и систематизацией полученных знаний;
- формированием умений анализировать знания с позиций научного метода познания;
- развитием навыков применения знаний для решения практических задач;
- формированием способностей работать со специальной и справочной литературой, осуществлять сбор, анализ и обработку информации, необходимой для решения поставленных задач.

По окончании курса студенты должны:

- **знать** историю развития естествознания; особенности современной научной картины мира; концепции пространства и времени; принципы симметрии и законы сохранения; корпускулярную и континуальную традиции в описании природы; динамические и статистические закономерности в естествознании; соотношение порядка и беспорядка в природе, принципы самоорганизации в живой и неживой природе; иерархию структурных элементов материи от микро- до макро- и мегамира; виды фундаментальных физических взаимодействий; специфику живого, принципы эволюции, воспроизводства и развития живых систем, физиологические основы психики, экологии и здоровья человека; место человека в эволюции Земли, иметь понятие о ноосфере и парадигме единой культуры;
- **уметь** самостоятельно ориентироваться в системе естественных наук; систематизировать естественнонаучные знания в естественнонаучную картину мира как глобальную модель природы, отражающую целостность и многообразие материального мира;
- **владеть** навыками применения полученных знаний для решения практических задач.

ВВЕДЕНИЕ

Важнейшей итоговой формой проверки знаний по курсу «Концепции современного естествознания» закономерно считается подготовка и написание контрольной работы как способа выявления глубины усвоения теоретического материала и одновременно реального механизма решения практических задач. Умение решать конкретные практические задачи – это одна из главных целей обучения вообще и курса «Концепции современного естествознания» в частности. Это умение должно рассматриваться в качестве основного критерия, который позволяет судить о том, насколько студент владеет материалом курса и насколько он его понимает.

Кроме проверки степени усвоения обучающимися изучаемого материала контрольная работа преследует и другие цели:

- развить у студентов навыки самостоятельного мышления, творческой работы;
- научить их обстоятельно разбираться в научной и научно-публицистической литературе;
- помочь студентам выйти на уровень самоконтроля в овладении знаниями.

При оценке качества контрольной работы преподаватель выявляет, в какой помощи нуждается студент, и дает рекомендации для подготовки к экзамену.

Опыт свидетельствует, что только грамотно, добросовестно и самостоятельно выполненная контрольная работа оказывается полезной как для изучения студентом курса «Концепции современного естествознания», подготовки и успешной сдачи экзамена, так и для повышения общего интеллектуального уровня и квалифицированной профессиональной деятельности.

1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

В соответствии с учебным планом и рабочей программой по курсу «Концепции современного естествознания» каждый студент очной и заочной форм обучения должен выполнить две домашние контрольные работы (вторая контрольная работа оформляется в виде реферата).

Контрольные работы выполняются по индивидуальным вариантам, выдаваемым каждому студенту преподавателем. Сроки представления домашних контрольных работ на проверку указаны в индивидуальном графике студента.

Прежде чем приступить к выполнению задач контрольной работы, студент должен изучить теоретический материал курса с помощью конспектов лекций, учебников, учебных пособий, справочных изданий и рекомендованной преподавателем дополнительной литературы.

При решении задач необходимо:

1. Указать основные законы и формулы, на которых базируется решение задачи, дать словесную формулировку этих законов, разъяснить буквенные обозначения, употребляемые при написании формул. Если при решении задачи применяется формула, полученная для частного случая, не выражающая какой-либо физической закон или не являющаяся определением какой-нибудь физической величины, то ее следует вывести.

2. Аккуратно, при помощи чертежных принадлежностей выполнить чертеж, поясняющий содержание задачи (в тех случаях, когда это возможно).

3. Сопровождать решение краткими, но исчерпывающими пояснениями.

4. Выразить все величины, входящие в условие задачи, в единицах системы СИ.

5. Подставить в окончательную формулу, полученную в результате решения задачи в общем виде, числовые значения, выраженные в единицах СИ. Несоблюдение этого правила приводит к неверному результату.

6. Проверить, дает ли рабочая формула правильную размерность искомой величины. Для этого в рабочую формулу следует подставить размерность всех величин и произвести необходимые действия. Если полученная таким путем размерность не совпадает с размерностью искомой величины, то задача решена неверно.

7. Произвести вычисление величин, подставленных в формулу, руководствуясь правилами приближенных вычислений, записать в ответе числовое значение и сокращенное наименование или размерность единицы измерения искомой величины.

Контрольная работа выполняется в обычной школьной тетради, на обложке которой указывается название вуза, кафедры, дисциплины, номер варианта (тема реферата, если выполняется реферат), полностью фамилия, имя и отчество студента, курс, группа, номер зачетной книжки, дата выполнения контрольной работы.

2. УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО РАЗДЕЛАМ КУРСА

2.1. МЕХАНИЧЕСКАЯ КАРТИНА МИРА

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Движение двух тел описывается уравнениями $x_1 = 0,75t^3 + 2,25t^2 + t$, $x_2 = 0,25t^3 + 3t^2 + 1,5t$. Определить величины скоростей этих тел и момент времени, когда ускорения их будут одинаковы, а также значение ускорения в этот момент времени.

Дано:	Решение
$x_1 = 0,75t^3 + 2,25t^2 + t$ $x_2 = 0,25t^3 + 3t^2 + 1,5t$	Определим момент времени, когда ускорения обоих тел одинаковы. Для этого получим выражения для ускорений, про дифференцировав по времени уравнения движений тел:
$v_1 = ?$, $v_2 = ?$, $t = ?$, $a = ?$	

$$a_1 = \frac{dv_1}{dt} = \frac{d^2x_1}{dt^2} = 4,5 + 4,5t,$$

$$a_2 = \frac{dv_2}{dt} = \frac{d^2x_2}{dt^2} = 6 + 1,5t.$$

Согласно условию задачи, в некоторый момент времени t ускорения тел одинаковы

$$a_1 = a_2.$$

Поэтому

$$4,5 + 4,5t = 6 + 1,5t. \quad (1)$$

Решая уравнение (1) относительно t получаем

$$t = 0,5 \text{ с.}$$

Значения скоростей тел в этот момент времени:

$$v_1 = \frac{dx_1}{dt} = 2,25t^2 + 4,5t + 1,$$

$$v_1 = 2,25 \cdot 0,5^2 + 4,5 \cdot 0,5 + 1 = 3,81 \text{ м/с.}$$

$$v_2 = \frac{dx_2}{dt} = 0,75t^2 + 6t + 1,5,$$

$$v_2 = 0,75 \cdot 0,5^2 + 6 \cdot 0,5 + 1,5 = 4,69 \text{ м/с.}$$

Ускорения тел в этот момент времени:

$$a_1 = a_2 = a = 6 + 1,5t = 6,75 \text{ м/с}^2.$$

$$\text{Ответ: } v_1 = 3,81 \text{ м/с; } v_2 = 4,69 \text{ м/с; } t = 0,5 \text{ с; } a = 6,75 \text{ м/с}^2.$$

Пример 2. Определите модуль силы, действующей на тело массой 0,5 кг при его движении в плоскости XOY по законам: $x = A \sin \omega t$, $y = A \cos \omega t$, где $A = 0,1$ м, $\omega = 4$ рад/с.

Дано:
 $x = A \sin \omega t$
 $y = A \cos \omega t$
 $m = 0,5$ кг
 $A = 0,1$ м
 $\omega = 4$ рад/с

 $F = ?$

Решение
 По второму закону Ньютона
 $F = ma$,
 где $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ – ускорение тела.
 a_x – проекция вектора ускорения на ось OX

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \sin \omega t$$
,

a_y – проекция вектора ускорения на ось OY

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = -A\omega^2 \cos \omega t$$
.

Следовательно,

$$a = \sqrt{A^2\omega^4 \sin^2 \omega t + A^2\omega^4 \cos^2 \omega t} = A\omega^2 \sqrt{\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t}$$
.

Учитывая, что $\sqrt{\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t} = 1$, получаем $a = A\omega^2$.
 Поэтому модуль силы, действующей на тело

$$F = mA\omega^2$$
.

$$F = 0,5 \text{ кг} \cdot 0,1 \text{ м} \cdot 16 \text{ рад}^2/\text{с}^2 = 8 \text{ Н}.$$

Ответ: $F = 8$ Н.

Пример 3. Частица массой 0,5 кг движется прямолинейно из состояния покоя под действием силы $F = F_m \sin \pi t$ ($F_m = 2$ Н). Определите путь, который пройдет частица к концу второй секунды после начала движения.

Дано:
 $m = 0,5$ кг
 $t_1 = 2$ с
 $F = F_m \sin \pi t$
 $F_m = 2$ Н
 $v_0 = 0$

 $S = ?$

Решение
 По второму закону Ньютона:

$$F = m \frac{dv}{dt}$$
,
 откуда

$$dv = \frac{F}{m} dt = \frac{F_m}{m} \sin \pi t dt$$
,
 тогда
$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t \frac{F_m}{m} \sin \pi t dt \Rightarrow v|_{v_0}^v = -\frac{F_m}{m\pi} \cos \pi t \Big|_0^t$$
,

$$v - v_0 = \frac{F_m}{m\pi} (1 - \cos \pi t)$$
.

Учитывая, что $v_0 = 0$, получаем

$$v = \frac{F_m}{m\pi}(1 - \cos \pi t),$$

$$v = \frac{dS}{dt} \Rightarrow dS = v dt,$$

тогда

$$\int_0^S dS = \int_0^{t_1} v dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = \int_0^{t_1} \frac{F_m}{m\pi}(1 - \cos \pi t) dt = \frac{F_m}{m\pi} \left(\int_0^{t_1} dt + \int_0^{t_1} \cos \pi t dt \right) =$$

$$= \frac{F_m}{m\pi} \left(t \Big|_0^{t_1} - \frac{\sin \pi t}{\pi} \Big|_0^{t_1} \right) \Rightarrow S = \frac{F_m}{m\pi} \left(t_1 - \frac{\sin \pi t_1}{\pi} \right).$$

$$S = \frac{2 \text{ Н}}{0,5 \text{ кг} \cdot 3,14} \left(2 \text{ с} - \frac{\sin 2\pi}{\pi} \right) = 2,55 \text{ м}.$$

Ответ: $S = 2,55 \text{ м}$.

Пример 4. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на легком жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули в 1000 раз меньше массы шара. Расстояние от точки подвеса стержня до центра шара 1 м. Найти скорость пули, если известно, что стержень с шаром отклонился от удара пули на угол 10° .

<p>Дано:</p> <p>$m_2 = 1000m_1$</p> <p>$l = 1 \text{ м}$</p> <p>$\alpha = 10^\circ$</p> <hr/> <p>$v_1 = ?$</p>	<p style="text-align: center;">Решение</p> <p>Запишем закон сохранения импульса для неупругого удара в проекции на ось X</p> $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u,$ <p>откуда</p> $v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} u. \quad (1)$
--	---

Здесь v_1 и v_2 – скорости пули и шара до столкновения; u – скорость шара и пули после их столкновения.

В выражении (1) кроме v_1 неизвестна еще скорость u , которую можно найти по закону сохранения энергии.

Пусть в результате столкновения с пулей центр масс шара поднялся на высоту h , тогда закон сохранения энергии

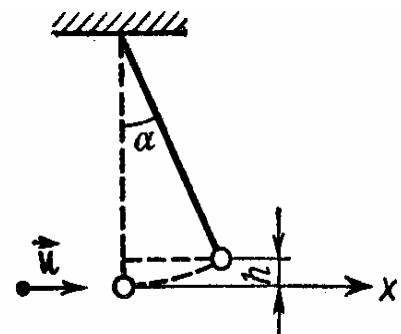
$$(m_1 + m_2) u^2 / 2 = (m_1 + m_2) gh,$$

откуда

$$u^2 = 2gh. \quad (2)$$

Из рисунка видно, что

$$h = l - l \cos \alpha = l(1 - \cos \alpha).$$



Подставим выражение для h в уравнение (2):

$$u^2 = 2gl(1 - \cos \alpha),$$

откуда $u = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}$.

Тогда уравнение (1) можно привести к виду

$$v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}. \quad (3)$$

Используя тригонометрическое уравнение $\sin(\alpha/2) = \sqrt{(1 - \cos \alpha)/2}$, преобразуем выражение (3):

$$v_1 = 2 \frac{m_1 + m_2}{m_1} \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{gl};$$

$$v_1 = 2 \frac{m_1 + 1000m_2}{m_1} 0,09 \sqrt{9,8 \cdot 1} = 570 \text{ м/с.}$$

Ответ: $v_1 = 570 \text{ м/с.}$

Пример 5. Тело массой m и объёмом V брошено вертикально вниз с высоты H с начальной скоростью v_0 . На какую глубину h погрузится тело? Сопротивлением воздуха и воды пренебречь.

Дано:

v_0 – начальная скорость тела
 m – масса тела
 V – объём тела
 H – высота, с которой брошено тело
 ρ – плотность воды
 g – ускорение свободного падения

 h – ?

Решение

Потенциальная энергия тела относительно низшей точки его погружения в воду равна:

$$\Pi = mg(H + h).$$

Поскольку тело брошено вниз с начальной скоростью v_0 , то кинетическая энергия тела

$$K = \frac{mv_0^2}{2},$$

тогда

$$E = \Pi + K = mg(H + h) + \frac{mv_0^2}{2}.$$

За счёт этой энергии тело погрузится на глубину h .

В процессе этого погружения выталкивающая сила совершает работу

$$A_{\text{выт}} = F_{\text{выт}} \cdot h,$$

$$A_{\text{выт}} = E,$$

или

$$F_{\text{выт}} \cdot h = mg(H + h) + \frac{mv_0^2}{2}.$$

По закону Архимеда

$$F_{\text{выт}} = \rho g V,$$

тогда

$$\rho g V h = m \left(g(H + h) + \frac{v_0^2}{2} \right).$$

Отсюда найдём глубину погружения тела h :

$$\rho g V h - m g h = m g H + \frac{m v_0^2}{2};$$

$$h = \frac{m \left(g H + \frac{v_0^2}{2} \right)}{g(\rho V - m)}.$$

$$\text{Ответ: } h = \frac{m \left(g H + \frac{v_0^2}{2} \right)}{g(\rho V - m)}.$$

Пример 6. Масса элементарной частицы равна m , собственное время жизни равно $\tau_0 = 10^{-7}$ с. Какой путь пройдет за свое время жизни эта частица, если ее энергия равна $E = 2E_0$?

<p>Дано:</p> <p>$\tau_0 = 10^{-7}$ с</p> <p>$E = 2E_0$</p> <p>$c = 3 \cdot 10^8$ м/с</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/> <p>$S = ?$</p>	<p>Решение</p> <p>По условию задачи</p> <p style="text-align: right;">$E = 2E_0,$ (1)</p> <p>где E – энергия движущейся частицы</p> <p style="text-align: right;">$E = m c^2;$ (2)</p> <p>E_0 – энергия покоя частицы</p> <p style="text-align: right;">$E_0 = m_0 c^2.$ (3)</p>
--	---

Подставляя (2) и (3) в формулу (1), получаем

$$m c^2 = 2 m_0 c^2, \text{ или } m = 2 m_0, \quad (4)$$

где m – масса движущейся частицы

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (5)$$

Из (4) и (5) следует, что

$$\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2 m_0,$$

или

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 2. \quad (6)$$

Из формулы (6) находим скорость частицы

$$v = \frac{c\sqrt{3}}{2}.$$

Время жизни частицы в лабораторной системе отсчета

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\frac{3}{4}}} = 2\tau_0.$$

Пройденный за это время путь равен

$$S = v \cdot \tau = \sqrt{3}c\tau_0.$$

$$S = \sqrt{3} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-7} = 51,9 \text{ м.}$$

Ответ: $S = 51,9 \text{ м.}$

Пример 7. . Определите периметр квадрата, движущегося со скоростью $v = \frac{c}{2}$ вдоль одной из своих сторон, если собственная длина стороны квадрата $l_0 = 1 \text{ км.}$

Дано:
 $l_0 = 1000 \text{ м}$
 $v = \frac{c}{2}$
 $p = ?$

Решение
При движении квадрата, длины двух его продольных сторон, параллельных вектору скорости, будут сокращаться до величины

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Длины двух других сторон, перпендикулярных вектору скорости, останутся равными l_0 .

Тогда периметр получившийся фигуры (прямоугольника)

$$p = 2l + 2l_0 = 2l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + 2l_0 = 2l_0 \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + 1 \right).$$

$$p = 2 \cdot 10^3 \left(\sqrt{1 - \left(\frac{-2}{4-2} \right)} + 1 \right) = 2 \cdot 10^3 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \right) = 3732 \text{ м.}$$

Ответ: $p = 3732 \text{ м.}$

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Движение точки по прямой задано уравнением $S = 2t^3 - 10t^2 + 8$. Определите скорость и ускорение точки в момент $t = 4$ с.

2. Материальная точка движется по прямой. Уравнение ее движения имеет вид $S = t^4 + 2t^2 + 5$. Определите мгновенную скорость и ускорение точки в конце второй секунды от начала движения, а также путь, пройденный точкой за это время.

3. Материальная точка массой 2 кг движется под действием переменной силы. Уравнение движения имеет вид $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ ($C = 1$ м/с²; $D = -0,2$ м/с³). Найдите значение силы в моменты времени $t_1 = 2$ с и $t_2 = 5$ с. В какой момент времени сила будет равна нулю?

4. Тело массой 100 кг движется вдоль прямой под действием силы, изменяющейся с течением времени по закону $F = bt$, где $b = 10$ Н/с. Определите время, за которое скорость тела увеличится с 10 м/с до 20 м/с.

5. Человек, масса которого 70 кг, прыгает с неподвижной тележки со скоростью 7 м/с. Определите силу трения тележки о землю, если тележка после толчка остановилась через 5 с. До прыжка тележка была неподвижна относительно земли.

6. Орудие, установленное на железнодорожной платформе, стреляет под углом ϕ к горизонту. Снаряд массой 15 кг вылетает из орудия со скоростью 800 м/с. Вследствие отдачи платформа с орудием покатилась по рельсам со скоростью 0,5 м/с. Масса платформы с орудием 12 т. Определите угол ϕ .

7. Шар массой 20 г, движущийся горизонтально с некоторой скоростью v_1 , столкнулся с неподвижным шаром массой 40 г. Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Какую долю своей кинетической энергии первый шар передал второму?

8. Снаряд массой 20 кг, летевший горизонтально, попадает в платформу с песком массой 10^4 кг и застревает в песке. С какой скоростью летел снаряд, если платформа начала двигаться со скоростью 1 м/с?

9. Частица массой $6 \cdot 10^{-25}$ кг упруго соударяется с частицей массой $1,1 \cdot 10^{-23}$ кг, находящейся в покое. После удара первая частица движется в направлении, обратном первоначальному. Во сколько раз изменилась энергия первой частицы?

10. Тело массой 5 кг падает с высоты 20 м. Определите сумму его потенциальной и кинетической энергий в точке, находящейся на высоте 5 м от поверхности Земли.

11. Протон движется со скоростью 0,7 скорости света. Найдите импульс и кинетическую энергию протона.

12. Космическая ракета движется с большой относительной скоростью. Релятивистское сокращение ее длины составило 36%. Определите скорость движения ракеты.

13. При какой скорости движения кинетическая энергия электрона равна 5 МэВ?

14. Определите импульс электрона, обладающего кинетической энергией 5 МэВ.

15. Найдите импульс, полную и кинетическую энергию электрона, движущегося со скоростью 0,9 c .

ЗАДАЧИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Материальная точка совершает прямолинейное движение, по закону: $S = t^4 + 2t^2 + 5$. Определите мгновенную скорость и ускорение точки в конце второй секунды от начала движения, а также путь, пройденный ею за это время.

Ответ: $v = 40$ м/с, $a = 52$ м/с², $S = 24$ м.

2. Задан радиус-вектор точки: $\mathbf{r} = At\mathbf{i} + Bt^2\mathbf{j} + C\mathbf{k}$, где $A = 1$ м/с, $B = 2$ м/с², $C = 3$ м. Определите модуль скорости в момент времени $t = 2$ с.

3. Заданы уравнения движения точки: $x = At$, $y = At(1 + Bt)$, где $A = 3$ м/с, $B = 1/12$ с⁻¹. Найдите модуль вектора скорости в момент времени $t = 2$ с.

4. Уравнение прямолинейного движения точки имеет вид: $s = At + Bt^2$, где $A = 2$ м/с, $B = 2$ м/с². Найдите скорость тела в момент времени $t = 2$ с.

5. Движение точки по прямой описывается уравнением $S = 2t^3 - 10t^2 + 8$. Найдите скорость и ускорение точки в момент $t = 4$ с.

6. Зависимость пройденного телом пути от времени задается уравнением $S = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ ($C = 0,1$ м/с²; $D = 0,03$ м/с³). Определите через какое время после начала движения ускорение тела будет равно 2 м/с².

7. Задано уравнение движения частицы вдоль оси X : $x = 4t - 0,05t^2$, м. Определите: 1) время движения t частицы до полной остановки; 2) координату x и ускорение a частицы в этот момент времени.

8. Ускорение частицы, движущейся прямолинейно, в зависимости от времени меняется согласно закону, выраженному уравнением $a(t) = 0,3t^2$, м/с². Найдите скорость v частицы и пройденный ею путь S в течение 3 с при условии, что в момент времени $t = 0$ скорость частицы равнялась нулю.

9. Кинематические уравнения движения двух материальных точек имеют вид $x_1 = A_1t + B_1t^2 + C_1t^3$ и $x_2 = A_2t + B_2t^2 + C_2t^3$, где $B_1 = 4$ м/с²; $C_1 = -3$ м/с³; $B_2 = -2$ м/с²; $C_2 = 1$ м/с³. Определите момент времени, для которого ускорения этих точек будут равны.

10. Кинематические уравнения движения двух материальных точек имеют вид $x_1 = A_1 + B_1t + C_1t^2$ и $x_2 = A_2 + B_2t + C_2t^2$, где $B_1 = B_2$, $C_1 = -2$ м/с², $C_2 = 1$ м/с². Определите: 1) момент времени, когда скорости этих точек будут равны; 2) ускорения точек в этот момент времени.

11. Тело массой 100 кг движется вдоль прямой под действием силы, изменяющейся с течением времени по закону $F = bt$, где $b = 10$ Н/с. Определите время, за которое скорость тела увеличится с 5 м/с до 25 м/с.

12. Тело массой m движется под действием постоянной силы F . Найти закон движения, если в момент времени $t = 0$ тело имело скорость v_0 , совпадающую по направлению с силой.

13. На тело массой $m = 2$ кг действует сила, пропорциональная времени $F = kt$, где $k = 3$ кг·м/с³. Найдите путь S , пройденный телом за время $t = 4$ с при условии, что в момент времени $t_0 = 0$ тело имело начальную скорость $v_0 = 2$ м/с.

14. Сила, действующая на частицу в течение интервала времени от $t = 0$ до $t = 0,003$ с, описывается зависимостью $F(t) = F_0 - bt$, где $F_0 = 480$ Н, $b = 1,6 \cdot 10^5$ Н/с. Определите изменение импульса частицы за время действия силы.

15. Найти закон движения тела массой 1 кг под действием постоянной силы 10 Н, если в начальный момент времени тело покоилось в начале координат.

16. Ускорение частицы, движущейся прямолинейно, в зависимости от времени меняется согласно закону, выраженному уравнением $a(t) = 0,3t^2$, м/с². Найдите скорость v частицы и пройденный ею путь S в течение 3 с при условии, что в момент времени $t = 0$ скорость частицы равнялась нулю.

17. Тело массой 2 кг движется под действием силы \vec{F} вдоль оси X согласно закону, выраженному уравнением $x = 10\sin 2t$, где x измеряется в метрах, t – в секундах. Найдите наибольшее значение этой силы.

18. Определить модуль равнодействующих сил, действующих на материальную точку массой 3 кг в момент времени $t = 6$ с, если она движется вдоль оси OX согласно уравнению $x = At^2$, где $A = 0,04$ м/с².

19. Движение тела задано уравнением $S = 6t^3 + 3t + 2$. Определите массу тела, если в конце второй секунды на него действует сила 72 Н.

20. Под действием некоторой силы тело массой $m = 3$ кг совершает прямолинейное движение, описываемое уравнением $x = 2t^3 - 3t^2 + 5t + 4$. Чему равна действующая на тело сила в момент времени $t = 5$ с?

21. Длина отрезка, измеренная в системе отсчета, связанной с самим отрезком, в 2 раза больше, чем в системе отсчета, относительно которой он движется. С какой скоростью движется отрезок относительно этой системы отсчета?

22. Стержень длиной 1 м движется мимо наблюдателя со скоростью 0,8с. Какой покажется наблюдателю его длина?

23. Космический корабль пролетает мимо Вас со скоростью $v = 0,8c$. По Вашим измерениям его длина равна 90 м. Чему равна длина корабля в состоянии покоя?

24. Время жизни заряженных частиц, покоящихся относительно ускорителя, равно τ . Чему равно время жизни частиц, которые движутся в ускорителе со скоростью 0,6с?

25. Время жизни нестабильного мюона, входящего в состав космических лучей, измеренное земным наблюдателем, относительно которого мюон

движется со скоростью, составляющей 95% скорости света в вакууме, оказалось равным 6,4 мкс. Чему равно собственное время жизни мюона?

26. Во сколько раз увеличивается масса частицы, движущейся со скоростью $0,6c$ увеличивается по сравнению с ее массой покоя?

27. Определите скорость движения релятивистской частицы, если её масса в два раза больше массы покоя.

28. Во сколько раз замедляется ход времени при скорости движения часов 240000 км/с?

29. Определить во сколько раз увеличится время жизни нестабильной частицы по часам неподвижного наблюдателя, если она будет двигаться относительно него со скоростью, равной $0,9c$.

30. Определите относительную скорость движения, при которой релятивистское сокращение линейных размеров тела составляет 10%.

31. Мюоны, рождаясь в верхних слоях атмосферы, при скорости $v = 0,995c$ пролетают до распада $l = 6$ км. Определите: 1) собственную длину пути, пройденную ими до распада; 2) время жизни мюона для наблюдателя на Земле; 3) собственное время жизни мюона.

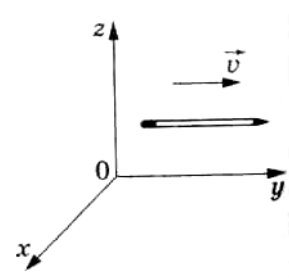
32. Космический корабль движется со скоростью $v = 0,8c$ по направлению к Земле. Определить расстояние, пройденное им в системе отсчета, связанной с Землей за время $0,5$ с, отсчитанное по часам в космическом корабле.

33. Собственное время жизни частицы отличается на 1% от времени жизни по неподвижным часам. Определите $\beta = v/c$.

34. Определите периметр квадрата, движущегося со скоростью $v = c/2$ вдоль одной из своих сторон, если собственная длина стороны квадрата $\ell_0 = 1$ м.

35. При движении с некоторой скоростью продольные размеры тела уменьшились в два раза. Во сколько раз изменилась масса тела?

36. Чему равна скорость карандаша в системе отсчета (см. рис.), в которой его измеренная длина на 40% меньше собственной (т.е. измеренной в системе отсчета, в которой карандаш покоится)? Направление движения карандаша совпадает с его осью.



38. Прямоугольный брусок со сторонами 3,3 и 6,9 см движется параллельно большому ребру. При какой скорости движения он превратится в куб?

39. Определите релятивистский импульс протона, если скорость его движения $v = 0,8c$.

40. Определите скорость, при которой релятивистский импульс частицы превышает ее ньютоновский импульс в 3 раза.

41. Частица движется со скоростью $v = 0,8c$. Определите отношение полной энергии релятивистской частицы к ее энергии покоя.

42. Определите, на сколько процентов полная энергия релятивистской элементарной частицы, вылетающей из ускорителя со скоростью $v = 0,75c$, больше ее энергии покоя.

43. Определите скорость движения релятивистской частицы, если ее полная энергия в два раза больше энергии покоя.

44. Полная энергия релятивистской частицы в 8 раз превышает ее энергию покоя. Определите скорость этой частицы.

45. Кинетическая энергия частицы оказалась равной ее энергии покоя. Определите скорость частицы.

46. Определите релятивистский импульс p и кинетическую энергию T протона, движущегося со скоростью $v = 0,75c$.

47. При какой скорости движения кинетическая энергия электрона равна 5 МэВ?

48. Определите импульс электрона, обладающего кинетической энергией 5 МэВ.

49. Определите кинетическую энергию электрона, если полная энергия движущегося электрона втрое больше его энергии покоя.

50. Энергия движущейся частицы больше ее энергии покоя в два раза. С какой скоростью движется частица?

51. Прямолинейное движение частицы массой 4 кг задано уравнением $S = v_0 t + \epsilon t^2 / 2$, где $v_0 = 4$ м/с, $a = 4$ м/с². Определите кинетическую энергию частицы в момент времени $t = 2$ с.

52. Тело массой 5 кг падает с высоты 20 м. Определить сумму его потенциальной и кинетической энергий в точке, находящейся на высоте 5 м от поверхности Земли.

53. Тело массой 0,2 кг, брошенное с начальной скоростью 20 м/с с башни высотой 25 м, в момент удара о землю имело скорость 22 м/с. Определить работу силы сопротивления воздуха.

54. Пуля массой $m = 15$ г, летящая с горизонтальной скоростью $v = 0,5$ км/с, попадает в баллистический маятник $M = 6$ кг и застревает в нем. Определите высоту h , на которую поднимается маятник, откачнувшись после удара.

55. Из ствола орудия массой 5 т вылетает снаряд массой 100 кг. Кинетическая энергия снаряда на вылете 7,5 МДж. Какую кинетическую энергию получает орудие?

55. Конькобежец массой 70 кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой 3 кг со скоростью 8 м/с. На какое расстояние откатится при этом конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед равен 0,02?

56. Тело брошено под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту со скоростью $v_0 = 15$ м/с. Используя закон сохранения энергии, определите скорость v тела в высшей точке его траектории.

57. Определите, во сколько раз уменьшится скорость шара, движущегося со скоростью v_1 , при его соударении с покоящимся шаром, масса которого в n раз больше массы налетающего шара. Удар считать центральным абсолютно упругим.

58. Тело массой $m_1 = 3$ кг движется со скоростью $v_1 = 2$ м/с и ударяется о неподвижное тело такой же массы. Считая удар центральным и неупругим, определите количество теплоты, выделившееся при ударе.

59. Шар массой $m_1 = 2$ кг движется со скоростью $v_1 = 5$ м/с навстречу шару массой $m_2 = 3$ кг, движущемуся со скоростью $v_2 = 10$ м/с. Найти изменение кинетической энергии системы шаров после неупругого центрального удара.

60. Шар массой 20 г, движущийся горизонтально с некоторой скоростью v_1 , столкнулся с неподвижным шаром массой 40 г. Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Какую долю ε своей кинетической энергии первый шар передал второму?

2.2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ КАРТИНА МИРА

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. На двух одинаковых каплях воды находится по лишнему электрону, причем сила электростатического отталкивания капелек уравновешивает гравитационную силу их взаимного притяжения. Каков радиус капель? Плотность воды 10^3 кг/м³.

Дано:
 $m_1 = m_2 = m$
 $q_1 = q_2 = e$
 $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл
 $R_1 = R_2 = R$
 $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг²
 $F_e = F_G$
 $\rho = 10^3$ кг/м³
 $R = ?$

Решение
 Согласно закону Кулона сила электростатического отталкивания одноименно заряженных капель

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r^2},$$

а сила их гравитационного взаимодействия

$$F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = G \frac{m^2}{r^2}.$$

По условию задачи $F_e = F_G$.

Подставив в это равенство выражения для сил, получим

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = G \frac{m^2}{r^2},$$

или

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} = Gm^2. \quad (1)$$

Масса капли

$$m = \rho V = \rho \frac{4}{3} \pi R^3. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = \frac{16}{9} G\pi^2 R^6 \rho^2, \text{ откуда } R = \sqrt[6]{\frac{9e^2}{64\pi^3\epsilon_0 G\rho^2}}.$$

$$R = \sqrt[6]{\frac{9 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{64 \cdot 3,14^3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 10^6}} = 1,64 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

Ответ: $R = 1,64 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$

Пример 2. Точечные электрические заряды $q_1 = 1 \text{ нКл}$ и $q_2 = -2 \text{ нКл}$ находятся в воздухе на расстоянии $r = 10 \text{ см}$ друг от друга. Определите напряженность \vec{E} поля, создаваемого этими зарядами в точке A , удаленной от заряда q_1 на расстояние $r_1 = 9 \text{ см}$ и от заряда q_2 на $r_2 = 7 \text{ см}$.

Дано:

$$q_1 = 1 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$q_2 = -2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$r_1 = 9 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$r_2 = 7 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

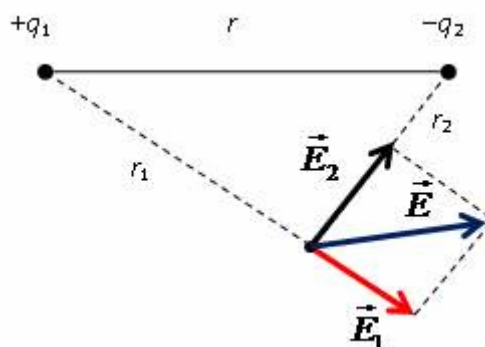
$$r = 10 \text{ см}$$

$$E - ?$$

Решение

Согласно принципу суперпозиции электрических полей каждый заряд создает поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. Поэтому напряженность \vec{E} электрического поля в искомой точке может быть найдена как геометрическая сумма напряженностей \vec{E}_1 и \vec{E}_2 полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$



Напряженность электрического поля, создаваемого в воздухе ($\epsilon = 1$) зарядами q_1 и q_2 определяется по следующим формулам

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} \quad (1), \quad E_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}. \quad (2)$$

Вектор \vec{E}_1 направлен по силовой линии от заряда q_1 , так как заряд q_1 положителен; вектор \vec{E}_2 направлен также по силовой линии, но к заряду q_2 , так как заряд q_2 отрицателен.

Модуль вектора \vec{E} найдем по теореме косинусов

$$\vec{E} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \alpha}. \quad (3)$$

Здесь α – угол между векторами \vec{E}_1 и \vec{E}_2 , который может быть найден из треугольника со сторонами r_1 , r_2 и r :

$$\cos \alpha = (r^2 - r_1^2 - r_2^2) / (2r_1r_2).$$

В данном случае во избежание громоздких записей удобно значение $\cos \alpha$ вычислить отдельно: $\cos \alpha = \frac{[(0,1)^2 - (0,09)^2 - (0,07)^2]}{(2 \cdot 0,09 \cdot 0,07)} = -0,238$.

Подставив выражения E_1 и E_2 в уравнение (3) и вынеся общий множитель $1/4\pi\epsilon_0$ за знак корня, получим

$$E = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + 2 \frac{q_1 \cdot q_2}{r_1^2 \cdot r_2^2} \cos \alpha}. \quad (4)$$

$$E = \frac{1}{4\pi / (4\pi \cdot 9 \cdot 10^9)} \sqrt{\frac{(10^{-9})^2}{(0,09)^4} + \frac{(2 \cdot 10^{-9})^2}{(0,07)^4} + 2 \frac{10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-9}}{(0,09)^2 (0,07)^2} \cdot (-0,238)} \text{ В/м} = 3,58 \text{ В/м}.$$

При вычислении E знак заряда q_2 опущен, так как он определяет направление вектора напряженности, которое было учтено при его графическом изображении.

Ответ: $E = 3,58 \text{ В/м}$.

Пример 3. Напряжение на концах проводника сопротивлением $R = 5 \text{ Ом}$ за $t = 0,5 \text{ с}$ равномерно возрастает от $U_1 = 0$ до $U_2 = 20 \text{ В}$. Какой заряд проходит по проводнику за это время?

Дано: $R = 5 \text{ Ом}$ $t = 0,5 \text{ с}$ $U_1 = 0$ $U_2 = 20 \text{ В}$ $q = ?$	Решение За время dt по проводнику переносится заряд $dq = Idt$, где $I = \frac{U(t)}{R}$ – сила тока в проводнике; R – сопротивление проводника; $U(t)$ – напряжение на концах проводника.
--	---

Напряжение U линейно изменяется со временем, т.е. можно записать

$$U(t) = kt,$$

где k – коэффициент пропорциональности, $k = \frac{\Delta U}{\Delta t}$, $k = \frac{20 - 0}{0,5} = 40 \text{ В/с}$.

Заряд q , перенесенный по проводнику за $t = 0,5$ с,

$$q = \int_0^{0,5} dq = \int_0^{0,5} Idt = \int_0^{0,5} \frac{U(t)}{R} dt = \int_0^{0,5} \frac{k}{R} t dt = \frac{k}{R} \frac{t^2}{2} \Big|_0^{0,5}.$$

Выполним вычисления:

$$q = \frac{40 \cdot 0,5^2}{2 \cdot 5} = 1 \text{ Кл.}$$

Ответ: $q = 1$ Кл.

Пример 4. Сила тока в резисторе линейно нарастает от $I = 0$ до $I_1 = 8$ А за время $t_1 = 4$ с. Сопротивление резистора $R = 10$ Ом. Определите количество теплоты, выделившееся в резисторе за первые $t_2 = 3$ с.

Дано:	Решение
$t_0 = 0$	По закону Джоуля – Ленца
$t_1 = 4$ с	$dQ = I^2 R dt.$ (1)
$I = 0$	Так как сила тока является функцией времени, то
$I_1 = 8$ А	$I = kt,$
$t_2 = 3$ с	где k – коэффициент пропорциональности, численно
$R = 10$ Ом	равный приращению тока в единицу времени,
$Q - ?$	$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{8}{4} = 2 \text{ А/с.}$

Следовательно, $dQ = k^2 t^2 R dt.$

За первые три секунды выделится количество теплоты

$$Q = \int_{t_0}^{t_2} k^2 t^2 R dt = k^2 R \int_{t_0}^{t_2} t^2 dt = \frac{k^2 R}{3} (t_2^3 - t_0^3).$$

Выполним вычисления

$$Q = 4 \cdot 10 \cdot 27 / 3 = 360 \text{ Дж.}$$

Ответ: $Q = 360$ Дж.

Пример 5. Внутреннее сопротивление аккумулятора $r = 2$ Ом. При замыкании его одним резистором сила тока в цепи равна $I_1 = 4$ А, при замыкании другим – $I_2 = 2$ А. Во внешней цепи в обоих случаях выделяется одинаковая мощность. Определите ЭДС аккумулятора.

Дано:
$r = 2 \text{ Ом}$
$I_1 = 4 \text{ А}$
$I_2 = 2 \text{ А}$
$p_1 = p_2$
$\varepsilon - ?$

Решение
По закону Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}.$$

Сила тока в цепи в первом случае

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}, \quad (1)$$

во втором –

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r}. \quad (2)$$

Выразим из уравнений (1) и (2) ЭДС аккумулятора:

$$\varepsilon = I_1(R_1 + r);$$

$$\varepsilon = I_2(R_2 + r). \quad (3)$$

Из равенств (3) следует, что

$$I_1(R_1 + r) = I_2(R_2 + r). \quad (4)$$

Мощность, выделяемая на внешнем участке цепи в первом случае $p_1 = I_1^2 R_1$, втором – $p_2 = I_2^2 R_2$.

Из условия равенства мощностей следует, что

$$I_1^2 R_1 = I_2^2 R_2. \quad (5)$$

Решая совместно уравнения (4) и (5), получаем

$$R_1 = \frac{I_2 r}{I_1}; \quad R_2 = \frac{I_1 r}{I_2}.$$

Таким образом: $R_1 = \frac{2 \cdot 2}{4} = 1 \text{ Ом}; \quad R_2 = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4 \text{ Ом}.$

Подставляя значение R_1 в уравнение (3), получаем

$$\varepsilon = I_1 r \left(\frac{I_2}{I_1} + 1 \right); \quad \varepsilon = 4 \cdot 2 \left(\frac{2}{4} + 1 \right) = 12 \text{ В}.$$

Ответ: $\varepsilon = 12 \text{ В}.$

Пример 6. Определите направление индукционного тока и знак э.д.с. индукции в следующих случаях: 1) в однородном постоянном по времени магнитном поле в плоскости, перпендикулярной линиям индукции, расположен замкнутый проводник в виде узкого прямоугольника, который деформируется в квадрат (рис.а); 2) в магнитном поле, индукция которого непрерывно убывает со временем, в плоскости, перпендикулярной линиям

индукции, расположено проволочное кольцо (рис.б); 3) в плоскости, перпендикулярной линиям индукции магнитного поля, постоянно по времени, расположены параллельные шины, по которым скользит проводник (рис.в).

Решение

В первом и третьем случаях рассматривается движение проводника в постоянном по времени магнитном поле, причем движущийся проводник все время остается в плоскости, перпендикулярной линиям индукции. Сила Лоренца, действующая на свободные электроны проводника, направлена вдоль проводника (или имеет составляющую вдоль проводника) и вызывает в первом случае направленное движение зарядов (ток индукции), в третьем — перераспределение зарядов (э.д.с. индукции).

Во втором случае проводник неподвижен, но вследствие изменения магнитного поля возникает вихревое электрическое поле, под действием которого в кольце появляется индукционный ток.

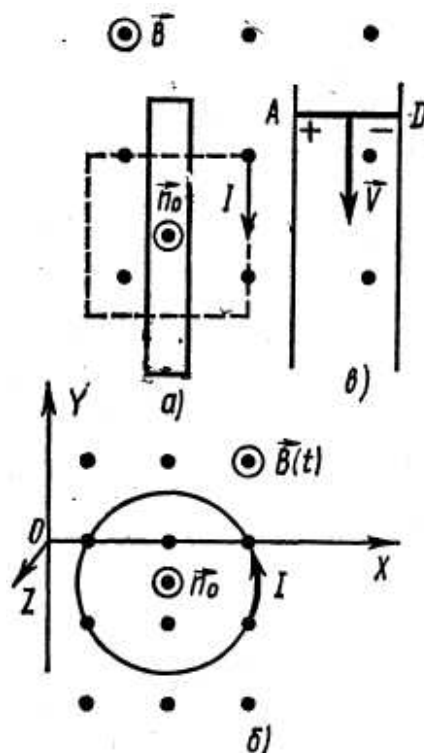
Направление его в первом и во втором случаях может быть получено из выражения

$$I = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt}. \quad (1)$$

Предположим, что положительная нормаль к площадке, ограниченной рассматриваемыми контурами (в первом и во втором случаях) сонаправлена вектору \vec{B} (т. е. направлена, по оси OZ). Тогда $\Phi > 0$. Если в результате применения формулы (1) сила тока в контуре окажется величиной положительной, то это значит, что направление тока и выбранное направление нормали образуют правовинтовую систему (если смотреть с конца вектора \vec{n}_0 , то ток идет против часовой стрелки).

1. Вследствие деформации проводника при неизменной его длине площадь, ограниченная проводником, возрастает, следовательно, $d\Phi/dt > 0$ и $I < 0$. Это значит, что направление нормали выбрано неверно, поэтому, если смотреть с конца вектора \vec{n}_0 , ток идет по часовой стрелке.

2. Индукция магнитного поля, а следовательно, и магнитный поток уменьшаются, $d\Phi/dt < 0$. Согласно формуле (1), $I > 0$. Это значит, что направление положительной нормали выбрано правильно: если смотреть с конца вектора \vec{n}_0 , ток идет против часовой стрелки.



Легко видеть, что в первом случае ток индукции создает магнитное поле, направленное навстречу внешнему полю, во втором – сонаправленное внешнему полю. В обоих случаях магнитное поле тока индукции препятствует изменению магнитного потока, вызывающего его появление, как это и следует из правила Ленца.

3. Сторонней силой, вызывающей перераспределение зарядов в движущемся проводнике, является магнитная составляющая силы Лоренца

$$F_{л} = q_e v B \sin \alpha.$$

При заданном направлении векторов \vec{v} и \vec{B} вектор $\vec{F}_{л}$ направлен против оси OX , а сила, действующая на электроны – по оси OX ($q_e < 0$). Следовательно, на конце D проводника будут накапливаться отрицательные заряды, на конце A – положительные, т. е. стороннее поле направлено от D к A и при таком направлении обхода проводника $\xi_{инд} > 0$.

Если шины замкнуть (выше или ниже проводника A , безразлично), то в проводнике потечет ток, направленный от D к A . Тогда появится сила Ампера, действующая со стороны внешнего магнитного поля, которая будет тормозить движение проводника, что находится в соответствии с правилом Ленца.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Два одноименных заряда $Q_1 = 0,7$ нКл и $Q_2 = 1,3$ нКл находятся в воздухе на расстоянии $r = 6$ см друг от друга. На каком расстоянии между ними нужно поместить третий заряд, чтобы результирующая сила, действующая на каждый заряд, была равна нулю?

2. Даны два шарика $m = 1$ г каждый. Какой заряд Q нужно сообщить каждому шарiku, чтобы сила взаимного отталкивания зарядов уравновесила силу взаимного притяжения шариков по закону тяготения Ньютона? Рассматривать шарики как материальные точки.

3. Расстояние между двумя положительными точечными зарядами $Q_1 = 9Q$ и $Q_2 = Q$ равно $d = 8$ см. На каком расстоянии r от первого заряда находится точка, в которой напряженность поля зарядов равна нулю? Где находилась бы эта точка, если бы второй заряд был отрицательным?

4. Определить скорость вращения электрона в атоме водорода, считая, радиус его круговой орбиты $5 \cdot 10^{-9}$ м.

5. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $Q_1 = 10$ нКл и $Q_2 = -20$ нКл, находящимися на расстоянии $d = 20$ см друг от друга. Определите напряженность поля в точке, удаленной от первого заряда на $r_1 = 30$ см и от второго на $r_2 = 50$ см.

6. Какое ускорение получит пылинка массой $0,001$ мг, потерявшая 1000 электронов, если ее поместить на расстояние 10 см от заряда $1 \cdot 10^{-8}$ Кл?

7. К алюминиевой проволоке массой 5,4 кг подведено напряжение 5,6 В. Какого поперечное сечение проволоки, если плотность тока $0,2 \text{ А/мм}^2$?

8. Трамвайный вагон от остановки движется с постоянным ускорением 1 м/с^2 в течении 8 с при силе тяги 28 кН и КПД 88%. Какова сила тока в момент окончания спуска, если напряжение в линии 550 В?

9. Электрический чайник вместимостью $1,5 \text{ дм}^3$ имеет сопротивление нагревательного элемента 80 Ом, КПД 80 % и работает при напряжении 220 В. Начальная температура воды $20 \text{ }^\circ\text{C}$. Определить мощность тока, потребляемую чайником, силу тока в нагревательном элементе, время, в течение которого вода в чайнике закипит.

10. Какое наименьшее число одинаковых источников питания с ЭДС 1В и внутренним сопротивлением 1 Ом необходимо взять, чтобы на внешнем сопротивлении 10 Ом выделялась максимальная мощность? Максимальная сила тока 2 А.

11. В медном проводнике длиной 2 м и площадью поперечного сечения $0,4 \text{ мм}^2$ идет ток, при этом каждую секунду выделяется 0,35 Дж теплоты. Сколько электронов проходит за одну секунду через поперечное сечение этого проводника?

12. Через поверхность, ограниченную проводником, магнитный поток за 0,1 с изменился на 0,06 Вб. Найдите ЭДС индукции и ток в проводнике, если его сопротивление 2 Ом.

13. Замкнутая накоротко катушка, состоящая из 1000 витков проволоки, помещена в однородное магнитное поле, направленное вдоль оси катушки. Площадь поперечного сечения катушки 20 см^2 , ее полное сопротивление 100 Ом. Найдите тепловую мощность, выделяющуюся в катушке, если индукция магнитного поля равномерно изменяется со скоростью 10^{-2} Тл/с .

В однородном магнитном поле с индукцией 5 мТл расположена замкнутая катушка диаметром 10 см, имеющая 10 витков. Ось катушки параллельна линиям поля, сопротивление ее 10 Ом. Какой заряд пройдет по катушке, если ее повернуть на 180° относительно оси, перпендикулярной направлению поля?

Однородное магнитное поле перпендикулярно плоскости медного кольца диаметром 20 см, сделанного из провода диаметром 2 мм. Удельное сопротивление меди $1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$. С какой скоростью должна изменяться магнитная индукция, чтобы в кольце протекал ток 10 А?

Из провода длиной 1,2 м с погонным сопротивлением 2 Ом/м сделан прямоугольный замкнутый контур с соотношением сторон 2:1. Контур помещен в однородное магнитное поле с индукцией 100 мТл так, что линии поля перпендикулярны плоскости контура. Какое количество электричества протечет по контуру, если его сделать квадратным?

ЗАДАЧИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

61. Два одинаковых маленьких металлических шарика, заряженных положительными зарядами q и $4q$, находятся на расстоянии r друг от друга. Шарики привели в соприкосновение. На какое расстояние их надо развести после этого, чтобы сила взаимодействия между шариками осталась бы прежней?

62. Два одинаковых маленьких металлических шарика заряжены разноименными зарядами q и $-5q$. Шарики привели в соприкосновение и раздвинули на прежнее расстояние. Как при этом изменился модуль силы кулоновского взаимодействия шариков?

63. Два одинаковых шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. Получив одинаковый заряд, шарики оттолкнулись так, что нити разошлись на угол α . Шарики погружаются в масло плотностью $\rho_0 = 800 \text{ кг/м}^3$. Определите диэлектрическую проницаемость ϵ масла, если угол расхождения нитей при погружении шариков в масло остается неизменным. Плотность материала шариков $\rho = 1600 \text{ кг/м}^3$.

64. Два одинаковых небольших металлических шарика с зарядами q_1 и q_2 , находящихся на расстоянии $l = 0,2 \text{ м}$ друг от друга, притягиваются с силой $F_1 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$. После того как шарики привели в соприкосновение и опять развели на прежнее расстояние, они стали отталкиваться с силой $F_2 = 2,25 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$. Найдите q_1 и q_2 .

65. Даны два шарика массой $m = 1 \text{ г}$ каждый. Какой заряд q нужно сообщить каждому шарiku, чтобы сила взаимного отталкивания зарядов уравновесила силу взаимного притяжения шариков по закону тяготения Ньютона? Рассматривать шарики как материальные точки.

66. Расстояние между двумя точечными зарядами $q_1 = 1 \text{ мкКл}$ и $q_2 = -1 \text{ мкКл}$ равно 10 см . Определите силу F , действующую на точечный заряд $Q = 0,1 \text{ мкКл}$, удаленный на $r_1 = 6 \text{ см}$ от первого и $r_2 = 8 \text{ см}$ от второго зарядов.

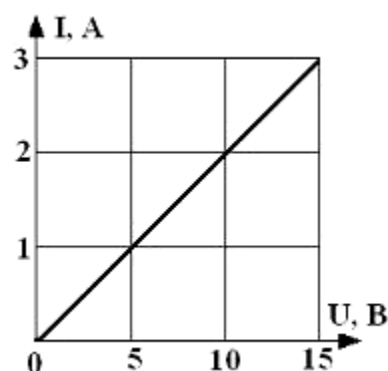
67. В элементарной теории атома водорода принимают, что электрон обращается вокруг ядра по круговой орбите. Определите скорость и частоту вращения электрона, если радиус орбиты $r = 0,53 \text{ пм}$.

68. Расстояние $\vec{v}_x = \vec{v}_0$ между двумя точечными зарядами x нКл и x нКл равно $x = v_0 t$ см. Вычислите напряженность электрического поля в точке, лежащей посередине между зарядами.

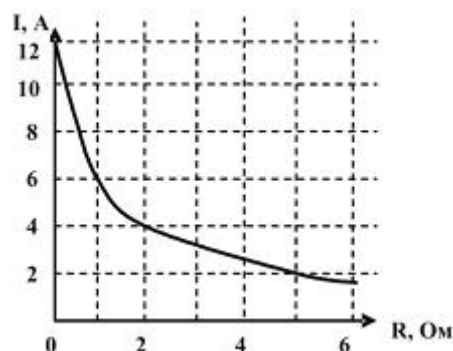
69. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $m\vec{g}$ нКл и $\vec{F} = e\vec{E}$ нКл, находящимися на расстоянии $d = 20$ см друг от друга. Определите напряженность поля в точке, удаленной от первого заряда на $r_1 = 30$ см и от второго на y см.

70. Расстояние $y = \frac{at^2}{2} = \frac{Ft^2}{2m} = \frac{eEt^2}{2m}$ между двумя точечными положительными зарядами $y = \frac{d}{2}$ и $t = \sqrt{\frac{dm}{eE}}$ равно 8 см. На каком расстоянии от первого заряда находится точка, в которой напряженность поля зарядов равна нулю?

71. На рисунке представлена вольтамперная характеристика резистора, подключенного к источнику тока с ЭДС 16 В. Через резистор протекает ток 2,5 А. Чему равно внутреннее сопротивление источника тока?



72. На рисунке представлены результаты экспериментального исследования зависимости силы тока в цепи от значения сопротивления, подключенного к источнику постоянного тока. Определите ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока.



73. Определите заряд, прошедший по резистору с сопротивлением 1 Ом, при равномерном возрастании напряжения на концах резистора от 1 до 3 В в течение 10 с.

74. К источнику тока один раз подключают резистор сопротивлением $R_1 = 1$ Ом, другой раз – $R_2 = 4$ Ом. В обоих случаях на резисторах за одно и то же время выделяется одинаковое количество теплоты. Определите внутреннее сопротивление источника тока.

75. В резисторе сопротивлением 20 Ом сила тока за 5 с линейно возросла от 5 до 15 А. Какое количество теплоты выделилось за это время?

76. При замыкании источника тока на внешнее сопротивление 4 Ом в цепи протекает ток 0,3 А, а при замыкании на сопротивление 7 Ом – ток 0,2 А. Чему равен ток короткого замыкания этого источника?

77. Электрокипятильник со спиралью сопротивлением 160 Ом поместили в сосуд, содержащий воду массой 0,5 кг при 20°C , и включили в сеть напряжением 220 В. Какая масса воды выкипит за 20 мин, если КПД кипятильника 80%?

78. Элемент с внутренним сопротивлением 4 Ом и ЭДС 12 В замкнут проводником с сопротивлением 8 Ом. Какое количество теплоты за одну секунду будет выделяться во внешней части цепи?

79. Сила тока в резисторе линейно нарастает от $I = 0$ до $I_1 = 8$ А за время $t_1 = 4$ с. Сопротивление резистора $R = 10$ Ом. Определите количество теплоты, выделившееся в резисторе за первые $t_2 = 3$ с.

80. Маленьким электрокипятильником можно вскипятить в автомобиле стакан воды для чая или кофе. Напряжение аккумулятора 12 В. Он за 5 мин нагревает 200 мл воды от 10 до 100°C . Чему равна сила тока, потребляемого от аккумулятора? (Удельная теплоемкость воды равна 4200 Дж/кг·К).

81. Виток площадью 2 см² расположен перпендикулярно к линиям индукции однородного магнитного поля. Чему равна индуцированная в витке ЭДС, если за время 0,05 с магнитная индукция равномерно убывает с 0,5 до 0,1 Тл?

82. Проволочная рамка, имеющая форму равностороннего треугольника, помещена в однородное магнитное поле с индукцией 0,06 Тл, направление линий которой составляет угол 30° с перпендикуляром к плоскости рамки. При равномерном уменьшении индукции до нуля за время 0,03 с в рамке индуцируется ЭДС 30 мВ. Определите длину стороны рамки

83. В магнитном поле, индукция которого изменяется по закону $B = 0,2(1 - 0,01t)$ Тл (t измеряется в секундах), находится круговой виток радиусом 4 см. Определите силу тока, текущего по витку, и заряд, проходящий за время, в течение которого магнитная индукция уменьшается до нуля. Сопротивление витка 1 Ом.

84. Замкнутый проводник в виде квадрата общей длиной L , сопротивлением R расположен в горизонтальной плоскости. Проводник находится в вертикальном магнитном поле с индукцией \vec{B} . Какой заряд пройдет по проводнику, если, потянув за противоположные углы квадрата, сложить проводник вдвое?

85. Медное кольцо, диаметр которого 20 см, а диаметр провода кольца 2 мм, расположено в магнитном поле. Плоскость кольца перпендикулярна вектору магнитной индукции. Определите модуль скорости изменения магнитной индукции поля со временем, если при этом в кольце возникает индукционный ток 10 А. Удельное сопротивление меди $1,72 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

86. Проводящий плоский контур площадью $S = 100$ см² расположен в магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Магнитная индукция изменяется по закону $B = (2 - 3t^2) \cdot 10^{-3}$ Тл. Чему равна ЭДС индукции, возникающая в контуре в момент времени $t = 2$ с?

87. В магнитное поле, изменяющееся по закону $B = 0,1 \cos 4\pi t$, помещена квадратная рамка со стороной $a = 10$ см. Нормаль к рамке совпадает с направлением магнитного поля. Чему равна ЭДС индукции, возникающая в рамке, в момент времени $t = 0,25$ с?

88. Плоская рамка из провода сопротивлением 5 Ом находится в однородном магнитном поле. Проекция магнитной индукции поля на ось Ox , перпендикулярную плоскости рамки, меняется от $B_{1x} = 3$ Тл до $B_{2x} = -1$ Тл. Площадь рамки 2 м². Какой заряд пройдет по рамке за время изменения поля?

89. Проволочное кольцо радиусом $r = 10$ см лежит на столе. Какое количество электричества q протечет по кольцу, если его повернуть с одной стороны на другую? Сопротивление R кольца равно 1 Ом. Вертикальная составляющая индукции B магнитного поля Земли равна 50 мкТл.

90. Медное кольцо из провода диаметром 2 мм расположено в однородном магнитном поле, магнитная индукция которого меняется по моду-

лю со скоростью 1,09 Тл/с. Плоскость кольца перпендикулярна вектору магнитной индукции. Каков диаметр кольца, если возникающий в нём индукционный ток равен 10 А? Удельное сопротивление меди $1,72 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

2.3. КВАНТОВО-ПОЛЕВАЯ КАРТИНА МИРА

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Найдите отношение скоростей нейтрона и альфа-частицы, длины волн де Бройля которых одинаковы.

Дано:	Решение
$m_n = 1$ а.е.м.	Согласно формуле де Бройля
$m_\alpha = 4$ а.е.м.	
$\lambda_n = \lambda_\alpha$	
$\frac{v_n}{v_\alpha} = ?$	$\lambda = \frac{h}{p}$,
	где $p = mv$ – импульс частицы.

Тогда длина волны де Бройля будет равна

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

Из последнего соотношения выразим скорость частицы $v = \frac{h}{\lambda m}$.

Следовательно, скорости нейтрона и альфа-частицы будут соответственно равны:

$$v_n = \frac{h}{\lambda_n m_n} \quad \text{и} \quad v_\alpha = \frac{h}{\lambda_\alpha m_\alpha}$$

Найдем отношение скоростей частиц:

$$\frac{v_n}{v_\alpha} = \frac{\lambda_\alpha m_\alpha}{\lambda_n m_n}$$

По условию $\lambda_n = \lambda_\alpha$, поэтому $\frac{v_n}{v_\alpha} = \frac{m_\alpha}{m_n}$.

$$\frac{v_n}{v_\alpha} = \frac{4}{1} = 4.$$

Ответ: $\frac{v_n}{v_\alpha} = \frac{4}{1} = 4.$

Пример 2. Масса движущегося электрона в три раза больше его массы покоя. Чему равна минимальная неопределенность координаты электрона?

Дано:
 $m = 3m_0$
 $m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг

$\Delta x_{\min} = ?$

Учитывая, что

Решение

Согласно соотношению неопределенности Гейзенберга

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar,$$

где Δx и Δp_x – неопределенности координаты и импульса частицы; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – приведенная постоянная Планка.

$$p = m\upsilon,$$

где m – масса; υ – скорость частицы, соотношение неопределенности можно представить в виде:

$$\Delta x \geq \frac{h}{2\pi m \Delta \upsilon_x}.$$

Поскольку неопределенность скорости $\Delta \upsilon_x$, как и сама скорость, не может превышать скорость света c в вакууме, то

$$\Delta x_{\min} = \frac{h}{2\pi m c}.$$

Подставив условие $m = 3m_0$, получим:

$$\Delta x_{\min} = \frac{h}{6\pi m_0 c}.$$

$$\Delta x_{\min} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{6 \cdot 3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} = 1,29 \cdot 10^{-13} \text{ м.}$$

Ответ: $1,29 \cdot 10^{-13}$ м.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Средняя кинетическая энергия электрона в невозбужденном атоме водорода равна 13,6 эВ. Исходя из соотношения неопределенностей, оцените наименьшую неточность определения координаты электрона в атоме.

2. Определите длину волны де Бройля, характеризующую волновые свойства электрона, если его скорость равна 1 Мм/с. Сделайте такой же подсчет для протона.

3. Найдите длину волны де Бройля для электрона, движущегося по круговой орбите атома водорода, находящегося в основном состоянии.

4. Сравните длину волны де Бройля для электрона и шарика массой 0,1 г, имеющих одинаковые скорости.

5. Вычислите и сравните длины волн де Бройля для электрона и протона, прошедших ускоряющую разность потенциалов в 1000В.

6. Вычислите длину волны де Бройля для протона с кинетической энергией 100 эВ.

7. Какую энергию необходимо дополнительно сообщить электрону, чтобы его дебройлевская длина волны уменьшилась от 0,1 нм до 0,05 нм?

8. Пучок альфа-частиц диаметром 1 см прошёл разность потенциалов 100В. надо ли учитывать волновые свойства альфа-частиц при распространении этого пучка?

9. Вычислить длину волны де Бройля для пучка протонов, имеющих скорость 10^3 м/с. Надо ли учитывать волновые свойства, если диаметр пучка 1 мм?

10. Определить неопределенность координаты электрона, движущегося в атоме водорода со скоростью $1,5 \cdot 10^6$ м/с, если допускаемая неточность в определении скорости составляет 10% от ее величины. Сравнить полученную неточность с диаметром атома водорода, вычисленным по теории Бора для основного состояния, и указать, применимо ли понятие траектории в данном случае.

11. Пользуясь соотношением неопределенностей, оцените неопределенность скорости электрона атома водорода. Сравните эту неопределенность с величиной скорости электрона на первой боровской орбите. Указать, применимо ли в данном случае понятие траектории.

12. Во сколько раз дебройлевская длина волны частицы меньше неопределенности ее координаты, которая соответствует относительной неопределенности импульса в 1%?

13. Если допустить, что неопределенность координаты движущейся частицы равна дебройлевской длине волны, то какова будет относительная неопределенность импульса этой частицы?

14. Диаметр пузырька в жидкостно-водородной пузырьковой камере составляет величину порядка 0,1 мкм. Оцените неопределенность скорости электрона и альфа-частицы, если неопределенность координаты равна диаметру пузырька.

15. Электрон движется со скоростью 10^6 м/с. Допустим, что мы можем измерить его положение с точностью до 10^{-12} м. Сравнить неопределенность импульса электрона с самим значением его импульса.

16. Определите отношение неопределенностей скорости электрона, если его координата установлена с точностью до 10^{-5} м, и пылинки массой 10^{-12} кг, если её координата установлена с такой же точностью.

ЗАДАЧИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

91. Пучок электронов, пройдя через узкую щель, создает такую же дифракционную картину, как и монохроматическое излучение с длиной волны 55 нм. Чему равна скорость электронов в пучке?

92. Определите длину волны де Бройля, соответствующей средней квадратичной скорости молекул водорода при комнатной температуре (20°C).

93. Нейтрон и альфа-частица имеют одинаковые скорости. Найдите отношение длины волны де Бройля нейтрона к длине волны альфа-частицы.

94. Молекула водорода, позитрон, протон и альфа-частица имеют одинаковую длину волны де Бройля. Какая частица имеет наименьшую скорость?

95. Чему равно отношение скоростей протона и нейтрона, если их длины волн де Бройля одинаковы?

96. Найдите отношение длин волн де Бройля протона и альфа-частицы, если они движутся с одинаковыми скоростями.

97. Отношение скоростей двух микрочастиц $\frac{v_1}{v_2} = 8$. Чему равно отношение масс этих частиц $\frac{m_1}{m_2}$, если их длины волн де Бройля удовлетворяют соотношению $\lambda_2 = 2\lambda_1$?

98. Отношение скоростей двух микрочастиц $\frac{v_1}{v_2} = 4$. Чему равно отношение масс этих частиц $\frac{m_1}{m_2}$, если их длины волн де Бройля удовлетворяют соотношению $\lambda_2 = 4\lambda_1$?

99. Позитрон, протон, нейтрон и альфа-частица имеют одинаковую длину волны де Бройля. Какая частица обладает наименьшей скоростью?

100. Электрон, протон, нейтрон и альфа-частица движутся с одинаковой скоростью. Сравните их длины волн де Бройля.

101. Среднее расстояние электрона от ядра в невозбужденном атоме водорода равно 52,9 пм. Вычислите минимальную неопределенность скорости электрона в атоме.

102. Электрон локализован в пространстве в пределах $\Delta x = 2,5$ мкм. Найдите наименьшее значение неопределенности скорости Δv_x (в м/с).

103. Координату объекта массой $2 \cdot 10^{-9}$ кг можно установить с неопределенностью 0,15 мкм. Найдите наименьшее значение неопределенности скорости (в м/с).

104. Найдите отношение неопределенностей проекций скоростей нейтрона и дейтрона на некоторое направление при условии, что соответствующие координаты частиц определены с одинаковой точностью.

105. Положение бусинки массой 1 г и протона ($m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг) определены с одинаковой погрешностью 10^{-7} м. Квантово-механическая неопределенность x -компоненты скорости бусинки составляет примерно 10^{-24} м/с. Какова неопределенность x -компоненты скорости электрона?

106. Высокая монохроматичность лазерного излучения обусловлена относительно большим временем жизни электронов в метастабильном состоянии $\approx 10^{-3}$ с. Учитывая, что постоянная Планка $\hbar = 6,6 \cdot 10^{-16}$ эВ·с, найдите ширину метастабильного уровня (в эВ).

107. Время жизни атома в возбужденном состоянии 10 нс. Найдите минимальную ширину энергетического уровня в эВ, учитывая, что постоянная Планка $\hbar = 6,6 \cdot 10^{-16}$ эВ·с.

108. Ширина следа электрона на фотографии, полученной с использованием камеры Вильсона, составляет 1 мм. Какова минимальная неопределенность скорости электрона?

109. Электрон локализован в пространстве в пределах $\Delta x = 1,0$ мкм. Учитывая, что постоянная Планка $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, а масса электрона $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, найдите наименьшее значение неопределенности скорости Δv_x (в м/с).

110. Положение пылинки массой $m = 10^{-9}$ кг можно установить с неопределенностью $\Delta x = 0,1$ мкм. Учитывая, что постоянная Планка $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, найдите наименьшее значение неопределенности скорости Δv_x (в м/с).

2.4. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ КАРТИНА МИРА

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Кислород занимает объем $V_1 = 1 \text{ м}^3$ и находится под давлением $p_1 = 200 \text{ кПа}$. Газ нагрели сначала при постоянном давлении до объема $V_2 = 3 \text{ м}^3$, а затем при постоянном объеме до давления $p_2 = 500 \text{ кПа}$. Постройте график процесса и найдите: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершенную им работу A ; 3) количество теплоты Q , переданное газу.

Дано:

$$V_1 = 1 \text{ м}^3$$

$$p_1 = 200 \text{ кПа}$$

$$V_2 = 3 \text{ м}^3$$

$$p_2 = 500 \text{ кПа}$$

$$1) \Delta U - ?; 2) A = ?;$$

$$3) Q = ?$$

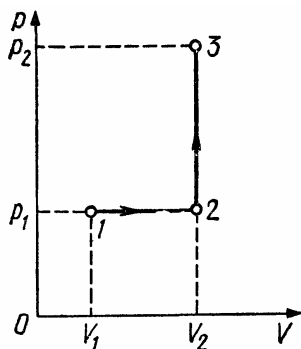
Решение:

Построим график процесса (см. рисунок). На графике точками 1, 2, 3 обозначены состояния газа, характеризуемые параметрами (p_1, V_1, T_1) , (p_1, V_2, T_2) , (p_2, V_2, T_3) .

1. Изменение внутренней энергии газа при переходе его из состояния 1 в состояние 3 выражается формулой

$$\Delta U = c_v m \Delta T,$$

где c_v – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; m – масса газа; ΔT – разность температур, соответствующих конечному 3 и начальному 1 состояниям, т.е. $\Delta T = T_3 - T_1$.



Так как $c_v = \frac{i R}{2 M}$; где M – молярная масса газа,

$$\text{то } \Delta U = \frac{i m}{2 M} R(T_3 - T_1). \quad (1)$$

Температуры T_1 и T_3 выразим из уравнения

Клапейрона-Менделеева ($pV = \frac{m}{M} RT$):

$$T_1 = \frac{Mp_1V_1}{mR}; \quad T_3 = \frac{Mp_2V_2}{mR}.$$

С учетом этого равенство (1) перепишем в виде

$$\Delta U = (i/2)(p_2V_2 - p_1V_1).$$

Подставив в эту формулу значения величин (учтем, что для кислорода, как двухатомного газа, $i = 5$) и выполнив вычисления, получим $\Delta U = 3,25 \text{ МДж}$.

2. Полная работа, совершаемая газом, равна $A = A_1 + A_2$, где A_1 – работа на участке 1 – 2; A_2 – работа на участке 2 – 3.

На участке 1 – 2 давление постоянно ($p = \text{const}$). Работа в этом случае выражается по формуле $A_1 = p_1 \Delta V = p_1(V_2 - V_1)$. На участке 2 – 3 объем газа не изменяется и, следовательно, работа газа на этом участке равна нулю ($A_2 = 0$). Таким образом,

$$A = A_1 = p_1(V_2 - V_1).$$

Подставив в эту формулу значения физических величин, получим $A = 0,4 \text{ МДж}$.

3. Согласно первому началу термодинамики, количество теплоты Q , переданное газу, равно сумме работы A , совершенной газом, и изменению ΔU внутренней энергии:

$$Q = \Delta U + A, \quad \text{или} \quad Q = 3,65 \text{ МДж}.$$

Ответ: 1) $\Delta U = 2080 \text{ Дж}$; 2) $A = 830 \text{ Дж}$; 3) $Q = 2910 \text{ Дж}$.

Пример 2. Кислород нагревают от $t_1 = 50^\circ \text{C}$ до $t_2 = 60^\circ \text{C}$. Масса кислорода $m = 160 \text{ г}$. Найти количество поглощённой теплоты и изменение внутренней энергии при изохорном и изобарном процессах. Начальное давление близко к атмосферному.

Дано:

$$t_1 = 50^\circ \text{C}$$

$$t_2 = 60^\circ \text{C}$$

$$m = 160 \text{ г}$$

$$\Delta U_V = ? \quad \Delta U_P = ?$$

$$Q_V = ? \quad Q_P = ?$$

Решение:

При давлении, близком к атмосферному, газ можно считать идеальным. Графики изохорного I и изобарного II процессов (см. рисунок) лежат между одними и теми же изотермами, следовательно, изменение внутренней энергии газа должно быть одинаковым:

$$\Delta U_V = \Delta U_P = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R(T_2 - T_1), \quad (1)$$

где $i = 5$ – число степеней свободы (молекула кислорода двухатомна).

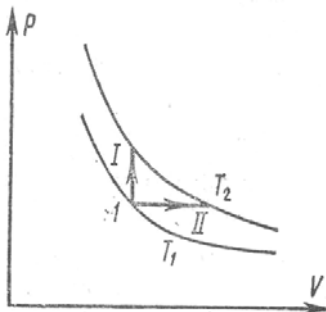
Поскольку оба процесса характеризуются постоянными теплоемкостями, искомое количество теплоты может быть найдено по формуле

$$Q = \frac{m}{M} C(T_2 - T_1), \quad (2)$$

где C – молярная теплоемкость, зависящая от характера процесса.

При изохорном процессе газ не совершает работы, поэтому количество поглощенной теплоты будет меньше: $Q_V < Q_P$.

Исходя из молекулярно-кинетической теории, это можно объяснить тем, что при изобарном нагревании газ расширяется и молекулы его, ударяясь о движущийся поршень, отскакивают от него с меньшей, чем до удара,



скоростью, отдавая часть своей кинетической энергии поршню. На восстановление энергии молекул и требуется дополнительное количество теплоты.

Согласно выражению (1), $\Delta U_V = \Delta U_P = 1040$ Дж.

При изохорном процессе

$$Q_V = \Delta U_V = 1040 \text{ Дж.}$$

При изобарном процессе, учитывая, что молярная теплоёмкость $C_p = (i + 2)R / 2$, из равенства (2) получаем

$$Q_P = \frac{m}{M} \frac{i + 2}{2} R(T_2 - T_1) = 1450 \text{ Дж.}$$

Очевидно, что разность $Q_P - \Delta U_P$ равна работе, совершённой газом при изобарном нагревании.

Ответ: $\Delta U_V = \Delta U_P = 1040$ Дж; $Q_V = 1040$ Дж; $Q_P = 1450$ Дж.

Пример 3. Во сколько раз необходимо увеличить объем $\nu = 5$ моль идеального газа при изотермическом расширении, чтобы его энтропия увеличилась на $\Delta S = 57,6$ Дж/К ?

<p>Дано:</p> <p>$\nu = 5$ моль</p> <p>$\Delta S = 57,6$ Дж/К</p> <hr/> <p>$n = ?$</p>	<p>Решение:</p> <p>Изменение энтропии идеального газа</p> $\Delta S = \int \frac{dQ}{T}, \quad (1)$ <p>где dQ – бесконечно малое количество теплоты, подводимое к газу, T – температура.</p>
--	--

В изотермическом процессе температура T постоянна, внутренняя энергия газа не изменяется, поэтому подводимая к газу теплота полностью расходуется на совершение газом работы:

$$dQ = dA = p dV$$

С учетом этого формула (1) принимает вид

$$\Delta S = \frac{1}{T} \int_{V_1}^{V_2} p dV,$$

где V_1 – начальный объем; V_2 – конечный объем после расширения.

Из уравнения Клайперона-Менделеева найдем давление p :

$$pV = \nu RT, \quad p = \frac{\nu RT}{V}.$$

Тогда

$$\Delta S = \frac{\nu RT}{T} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu R \ln V \Big|_{V_1}^{V_2} = \nu R (\ln V_2 - \ln V_1) = \nu R \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu R \ln n, \quad (2)$$

где $n = \frac{V_2}{V_1}$ – величина, показывающая, во сколько раз увеличивается объем газа. Из (2) находим n :

$$\ln n = \frac{\Delta S}{\nu R}, \quad n = e^{\Delta S/\nu R}$$

$$n = e^{\frac{57,6}{58,31}} = e^{1,386} = 4,00.$$

Ответ: объем газа необходимо увеличить в 4,00 раза.

Пример 4. Горячая вода некоторой массы отдает теплоту холодной воде такой же массы, и температуры их становятся одинаковыми. Покажите, что энтропия при этом увеличивается.

Решение:

Пусть температура горячей воды T_1 , холодной T_2 , а температура смеси θ . Определим температуру смеси, исходя из уравнения теплового баланса

$$mc(T_1 - \theta) = mc(\theta - T_2) \quad \text{или} \quad T_1 - \theta = \theta - T_2,$$

Откуда

$$\theta = (T_1 + T_2) / 2. \quad (1)$$

Изменение энтропии, происходящее при охлаждении горячей воды,

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{\theta} \frac{cm dT}{T} = cm \ln \frac{\theta}{T_1}.$$

Изменение энтропии, происходящее при нагревании холодной воды,

$$\Delta S_2 = \int_{T_2}^{\theta} \frac{cm dT}{T} = cm \ln \frac{\theta}{T_2}.$$

Изменение энтропии системы

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = cm \ln(\theta / T_1) + cm \ln(\theta / T_2) = cm \ln \frac{\theta^2}{T_1 T_2}$$

или с учетом соотношения (1) получим

$$\Delta S = cm \ln \frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2}.$$

Так как $T_1 > T_2$, то $(T_1 + T_2)^2 > 4T_1 T_2$, следовательно $\frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2} > 1$ и

$$\ln \frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2} > 0.$$

Тогда $\Delta S > 0$ т.е. энтропия возрастает.

Ответ: энтропия смеси возрастает.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Газ получил количество теплоты, равное 1 кДж, и его сжали, совершив при этом работу 600 Дж. Как при этом изменилась внутренняя энергия газа?
2. При изобарном расширении двухатомного газа была совершена работа 156,8 Дж. Какое количество теплоты было сообщено газу?
3. Двухатомному газу сообщено количество теплоты 2,093 кДж. Газ расширяется при постоянном давлении. Определите работу расширения газа.
4. Одноатомному газу передано количество теплоты 1,5 кДж, при этом газ совершил работу 700 Дж. На сколько изменилась температура газа, если кол-во вещества этого газа равно 2 моль?
5. Кислород массой 160 г нагревают при постоянном давлении от 320 до 340 К. Определите количество теплоты, полученное газом, изменение внутренней энергии и работу расширенного газа.
6. При конденсации 1 кг водяного пара, имеющего температуру 100°C, при $p_0 = 10^5$ Па выделяется количество теплоты $2,3 \cdot 10^6$ Дж, а его внутренняя энергия уменьшается на $2,1 \cdot 10^6$ Дж. Какую работу совершают в процессе конденсации силы атмосферного давления над газом?
7. В цилиндре под поршнем находится одноатомный идеальный газ. Какое количество теплоты получил газ, если при давлении $1,2 \cdot 10^5$ Па он изобарно расширился от 0,12 до 0,14 м³?
8. Пять моль одноатомного идеального газа сначала изобарно нагревают, сообщая газу количество теплоты $Q_1 = 100$ Дж. Затем газ изохорно охлаждают до первоначальной температуры. Какое количество теплоты Q_2 отдает газ при изохорном процессе?
9. В результате изотермического расширения объем 8 г кислорода увеличился в 2 раза. Определите изменение энтропии газа.
10. Определите изменение энтропии при превращении 10 г льда с температурой -10°C в стоградусный пар.
11. Определите изменение энтропии при превращении 1 г воды с температурой 0°C в стоградусный пар.
12. Углекислый газ массой 1 кг сжимается от давления 0,2 МПа при температуре 40°C до давления 4,5 МПа при температуре 253°C . Определите приращение энтропии в процессе сжатия.
13. Струя водяного пара при температуре 100°C , направленная на глыбу льда, масса которой 5 кг и температура 0°C , растопила ее и нагрела получившуюся воду до температуры 50°C . Найти массу израсходованного пара и изменение энтропии при описанных процессах.
14. Два тела, имеющие массы m_1 и m_2 , и температуры T_1 и T_2 ($T_2 < T_1$) И одинаковую удельную теплоёмкость c , помещены в теплоизолирующую

оболочку. Определите равновесную температуру тел и изменение суммарной энергии системы при установлении равновесия.

ЗАДАЧИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

111. Одноатомному идеальному газу в результате изобарного процесса сообщено количество теплоты ΔQ . Определите, какая часть этого количества теплоты расходуется на увеличение внутренней энергии газа.

112. Какое количество теплоты Q потребовалось бы подвести к молю одноатомного газа при его изобарном обратимом нагревании, если в процессе этого нагревания газ совершил внешнюю работу $A = 10$ Дж.

113. Какое количество теплоты Q отдает одноатомный газ при его изобарическом обратимом охлаждении при температуре от T_1 до T_2 , если на сжатие газа в ходе этого процесса затрачена работа $A = 12$ Дж.

114. Многоатомному идеальному газу в результате изобарного процесса сообщено количество теплоты ΔQ . Определите, какая часть этого количества теплоты расходуется на работу, совершаемую при расширении газа.

115. При изобарном сжатии азота была совершена работа, равная 12 кДж. Определить затраченное количество теплоты и изменение внутренней энергии газа.

116. При изотермическом сжатии 2,8 кг окиси углерода объем его уменьшается в четыре раза. Определите работу сжатия, если температура газа 7°C .

117. Определите количество теплоты, сообщенное газу, если в процессе изохорного нагревания кислорода объемом $V = 20$ л его давление изменилось на $\Delta p = 100$ кПа.

118. Два моля идеального газа при начальной температуре 300 К охладили изохорно, вследствие чего его давление уменьшилось в два раза; затем газ изобарно расширили так, что в конечном состоянии его температура стала равна начальной. Найдите количество тепла Q , поглощенное газом в данном процессе.

119. Кислород объемом 1 л находится под давлением 1 МПа. Определите, какое количество теплоты необходимо сообщить газу, чтобы: 1) уве-

личить его объем вдвое в результате изобарного процесса; 2) увеличить его давление вдвое в результате изохорного процесса.

120. Двухатомный идеальный газ ($\nu = 2$ моль) нагревают при постоянном объеме до температуры 289 К. Определите количество теплоты, которое необходимо сообщить газу, чтобы увеличить его давление в 3 раза.

121. При изотермическом расширении одного киломоля идеального газа его энтропия изменяется на 5,75 кДж/К. Определите отношение начального и конечного давлений газа ($\frac{p_1}{p_2}$).

122. Один киломоль гелия (He), изобарно расширяясь, увеличил свой объем в 4 раза. Определите изменение $\Delta S(\text{He})$ энтропии гелия при расширении.

123. Определите приращение энтропии при нагревании воды массой 2 кг от 0°C до 100°C. Удельная теплоёмкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К).

124. Определите приращение энтропии при превращении 200 г льда, находившегося при температуре -10°C , в воду при температуре 0°C . Удельная теплоемкость льда 2100 Дж/(кг·К), удельная теплота плавления льда $3,35 \cdot 10^5$ Дж/кг.

125. Автомобиль массой $m = 10^3$ кг движется со скоростью $v = 15$ м/с, затем тормозит и останавливается. Определите полное изменение энтропии Вселенной. Считайте температуру равной 300 К.

126. Чтобы расплавить некоторую массу меди, требуется большее количество теплоты, чем для плавления такой же массы цинка, так как удельная теплота плавления меди в 1,5 раза больше, чем цинка ($\lambda_{\text{Cu}} = 1,8 \cdot 10^5$ Дж/кг, $\lambda_{\text{Zn}} = 1,2 \cdot 10^5$ Дж/кг). Температура плавления меди примерно в 2 раза выше температуры плавления цинка ($T_{\text{Cu}} = 1356$ К, $T_{\text{Zn}} = 693$ К). Разрушение кристаллической решетки металла при плавлении приводит к возрастанию энтропии. Во сколько раз отличается величина изменения энтропии цинка от величины изменения энтропии меди?

127. В двух одинаковых закрытых сосудах находится по 1 киломоль гелия (He) и кислорода (O_2). Сосуды нагревают от температуры T_1 до температуры T_2 . Каково соотношение между изменениями энтропии газов при этом процессе?

128. Найдите приращение энтропии 1 кг льда при его плавлении.

129. Идеальный газ ($\nu = 2$ моль) сначала изобарно нагрели, так что объем газа увеличился в 2 раза, а затем изохорно охладили, так что давление его уменьшилось в 2 раза. Определите приращение энтропии газа в ходе указанных процессов.

130. Определить изменение энтропии при изотермическом расширении водорода массой 1 г, если объем газа увеличился в 3 раза.

3. ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ

Студент должен решить тринадцать задач того варианта, номер которого совпадает с последней цифрой номера его зачетной книжки. Например, студент, у которого номер зачетной книжки 1893723 должен решить задачи 3, 13, 23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93, 103, 113, 123. Если последняя цифра нуль, то номера задач выбираются для 10-го варианта.

Вариант	Номера задач												
1	1	11	21	31	41	51	61	71	81	91	101	111	121
2	2	12	22	32	42	52	62	72	82	92	102	112	122
3	3	13	23	33	43	53	63	73	83	93	103	113	123
4	4	14	24	34	44	54	64	74	84	94	104	114	124
5	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115	125
6	6	16	26	36	46	56	66	76	86	96	106	116	126
7	7	17	27	37	47	57	67	77	87	97	107	117	127
8	8	18	28	38	48	58	68	78	88	98	108	118	128
9	9	19	29	39	49	59	69	79	89	99	109	119	129
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Карпенков, С.Х. Концепции современного естествознания [Текст] / С.Х. Карпенков. – М.: Директ-Медиа, 2014. – 447 с.
2. Разумов, В.А. Концепции современного естествознания [Текст] / В.А. Разумов. – М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. – 352 с.
3. Брызгалина, Е. В. Концепции современного естествознания [Текст] / Е. В. Брызгалина. – М.: Проспект, – 2015. – 496 с.
4. Михайлов, Л.А. Концепции современного естествознания [Текст] / Л.А. Михайлов. – СПб.: Питер, 2012. – 336 с.
5. Исаков, А.Я. Основы современного естествознания [Текст] / А.Я. Исаков. – Петропавловск-Камчатский: КамчатГТУ, 2012. – 274 с.
6. Л.А. Романов. Концепции современного естествознания. Практикум [Текст]. – М : Вузовский учебник: НИЦ ИНФРА-М, 2015. – 128 с.
7. Стрельник, О.Н. Концепции современного естествознания [Текст] / О.Н. Стрельник. – М.: Юрайт, 2011. – 223 с.
8. Трофимова, Т.И. Курс физики [Текст] / Т.И. Трофимова. – М.: Академия, 2010. – 560 с.

О Г Л А В Л Е Н И Е

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ВВЕДЕНИЕ	4
1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.....	5
2. УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО РАЗДЕЛАМ КУРСА	7
2.1. МЕХАНИЧЕСКАЯ КАРТИНА МИРА.....	7
2.2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ КАРТИНА МИРА.....	20
2.3. КВАНТОВО-ПОЛЕВАЯ КАРТИНА МИРА.....	32
2.4. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ КАРТИНА МИРА.....	37
3. ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ.....	45
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	46

Учебное издание

Очкина Наталья Александровна

КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ
Методические указания для контрольных работ
по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика»

Под общ. ред. Г.И. Грейсуха

Р е д а к т о р Н.Ю. Шалимова
В е р с т к а Н.А. Сазонова

Подписано в печать 12.1.16. Формат 60×84/16.
Бумага офисная «Снегурочка». Печать на ризографе.
Усл. печ. л. 2,79. Уч.-изд. л. 3,0. Тираж 80 экз.
Заказ №82.

Издательство ПГУАС.
440028, г.Пенза, ул. Германа Титова, 28.