МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства"

М.Б. Зайцев

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА
Сборник олимпиадных задач
Часть I. Статика

Рекомендовано Учебно-методическим объединением
вузов РФ по образованию в области строительства
в качестве учебного пособия для студентов,
обучающихся по программе бакалавриата
по направлению 270800 «Строительство»

Пенза 2013

УДК 531.8 (075.8)
ББК 2.21я73
З17

Рецензенты: кафедра теоретической и прикладной механики Пензенского государственного университета (зав. кафедрой доктор технических наук, профессор В.В. Смогунов);
доктор технических наук, профессор В.А. Мачнев (ПГСХА)

Зайцев М.Б.
З17 Теоретическая механика. Сборник олимпиадных задач. Ч.1. Статика: учеб. пособие / М.Б. Зайцев. – Пенза: ПГУАС, 2013. – 96 с.
ISBN 978-5-9282-0874-5

Содержится более 200 задач по теоретической механике по разделу «Статика». Приводятся ответы к их решению.

Учебное пособие подготовлено на кафедре механики ПГУАС и предназначено для студентов, обучающихся по программе бакалавриата по направлению 270800 «Строительство», углубленно изучающих теоретическую механику. Данное пособие можно использовать при подготовке к олимпиадам по теоретической механике различного уровня.

ISBN 978-5-9282-0874-5

ПРЕДИСЛОВИЕ

На кафедре «Механика» Пензенского государственного университета архитектуры и строительства из года в год ведется работа по подготовке студенческих команд для участия в предметных олимпиадах различного уровня. На внутривузовских олимпиадах выявляются наиболее способные и талантливые студенты, обычно призеры университетских конкурсов, с которыми в дальнейшем проводятся дополнительные занятия по решению задач повышенной трудности. Участникам олимпиад предлагаются обычно нестандартные задачи, для решения которых требуются не только твердые знания, но и оригинальность мышления.

Олимпиадное движение в деле организации научно-исследовательской работы студентов, несомненно, является одним из ключевых компонентов. Участие студентов в предметных олимпиадах способствует более глубокому усвоению дисциплин и формирует способность их к творческому освоению.

В пособии содержится более 200 задач по теоретической механике по разделу «Статика». Многие из этих задач выдавались студентам в качестве конкурсных на различных университетских и региональных олимпиадах. Отдельные задачи заимствованы из работ, приведенных в списке литературы, часть из них составлена автором.

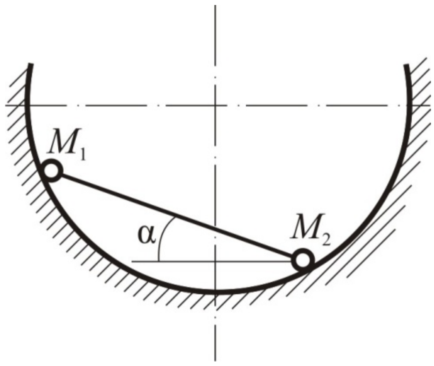
Настоящее пособие предназначено для студентов, углубленно изучающих теоретическую механику. Эти задачи являются тренировочным материалом для подготовки к олимпиадам по теоретической механике различного уровня.

Автор признателен ведущему инженеру-программисту Компьютерного центра ИСИ Раевской Г.А. за помощь в оформлении данного пособия.

1.ОБЩИЕ ТЕОРЕМЫ СТАТИКИ

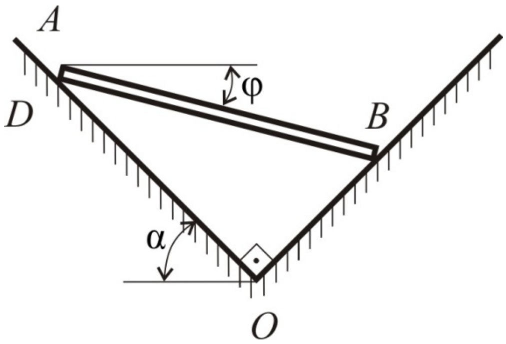
1.1. Система сходящихся сил

Задача С1



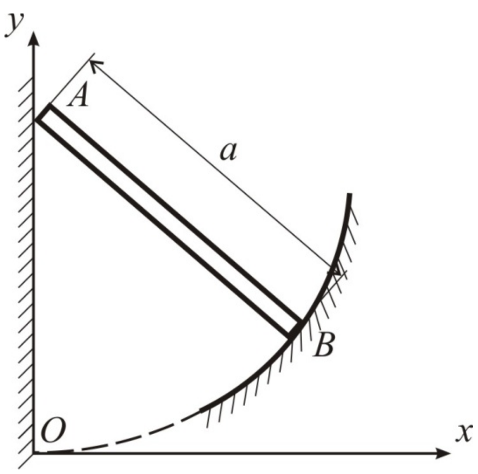
Две тяжелые точки M_1 и M_2 соединены между собой невесомым жестким стержнем, находящимся внутри гладкой сферы. Длина стержня и радиус сферы равны. Определить при равновесии угол α между стержнем и горизонтом, если масса точки M_2 в два раза больше массы точки M_1.

Задача С2



Концы расположенного в вертикальной плоскости тяжелого однородного стержня могут скользить в прорезях взаимно перпендикулярных плоскостей *OD* и *OE*. Плоскость *OD* составляет с горизонтом угол α. Пренебрегая трением, определить значение угла φ при равновесии стержня. Будет ли положение равновесия стержня устойчивым?

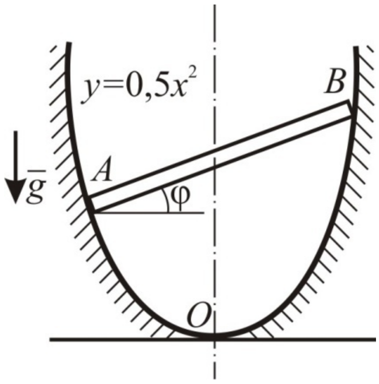
Задача С3



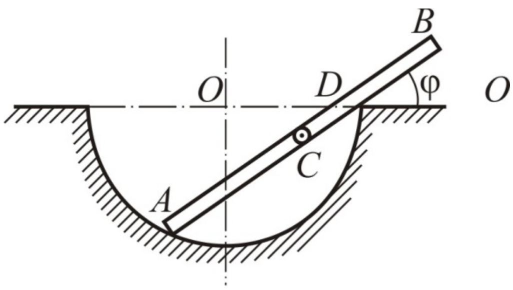
Однородный стержень длины *a* опирается одним концом *A* на гладкую вертикальную стенку, другим *B* – на гладкий профиль, расположенный в вертикальной плоскости. Какова должна быть форма профиля, чтобы стержень мог оставаться в покое в любом положении?

Задача С4

Концы тонкого тяжелого однородного стержня AB длины l=4м могут скользить по гладкой параболе y=0,5x^2. Определить значения угла φ при равновесии.



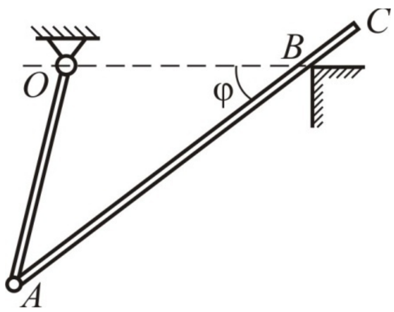
Задача С5



Однородный стержень AB длины $2l$ опирается на полуокружность радиуса R. Определить, пренебрегая трением, угол φ в положении равновесия стержня.

Задача С6

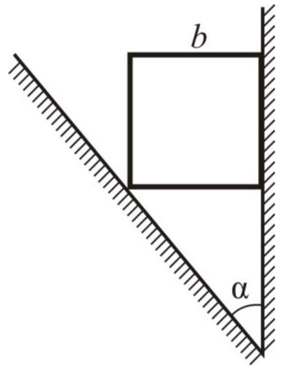
Два однородных стержня: OA длиной l, весом P и AC длиной $2l$, весом $2P$, соединены шарниром A. Стержень OA укреплен шарнирно, а стержень AC опирается на острие B. Определить, при каком угле φ система находится в равновесии в вертикальной плоскости, если расстояние OB=l (отрезок OB – горизонтальный).



Задача С7

Дана система n материальных точек с массами m_1 и координатами x_A, y_A, z_A, k=1...n. На каждую точку действует сила притяжения к некоторому центру Q: $\overline{F}_k = f\, m_1 \overline{M}_k \overline{Q}$, где f – одно и то же для всех точек. Определить координаты точки Q, если известно, что система находится в равновесии.

Задача С8



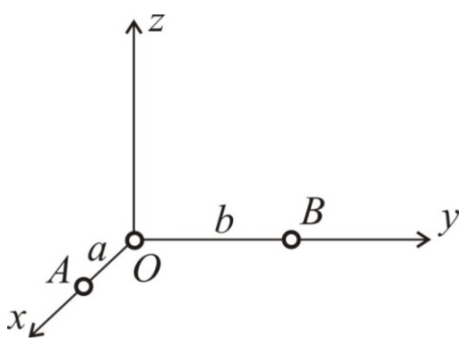
Однородный куб с ребром b и весом P одной гранью опирается на гладкую вертикальную стену, а одним из своих ребер – на гладкую наклонную плоскость, образующую с вертикалью угол α. Найти реакцию вертикальной плоскости и точку K ее приложения, а также равнодействующую реакции наклонной плоскости.

1.2. Применение основных теорем к решению задач

Задача С9

К твердому телу приложены две пары сил с моментами m_1 и m_2, расположенными в плоскостях $A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ и A_2x+B_2y+ $+C_2z+D_2=0$ соответственно. Определить проекции момента m результирующей пары на координатные оси.

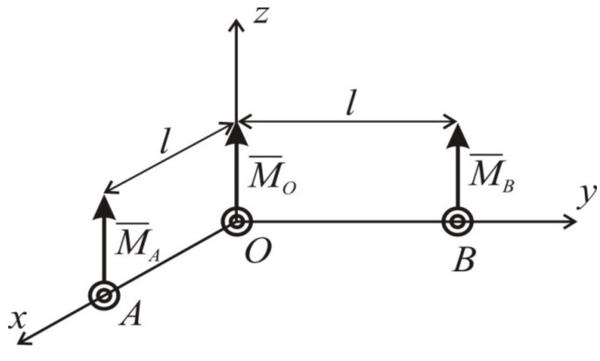
Задача С10



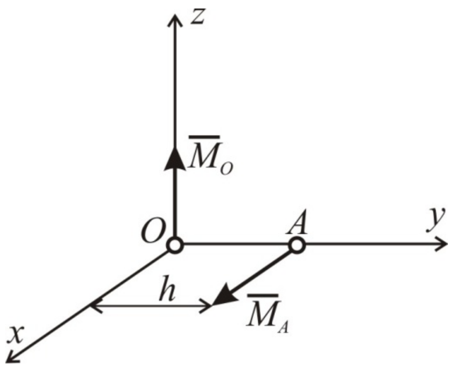
Главные моменты некоторой системы сил относительно центров O, A и B одинаковы по величине $M_O=M_A=M_B=m$. Главный вектор этой системы сил по величине равен R и параллелен оси z; $OA=a$, $OB=b$. Определить углы, составляемые главными моментами M_O, M_A, M_B с плоскостью XOY.

Задача С11

Главные моменты системы сил относительно центров O, A, B направлены, как указано на чертеже, и равны по величине: $M_O=M$, $M_A=4M$, $M_B=5M$. Доказать, что система сил приводится к равнодействующей, определите модуль равнодействующей.



Задача С12

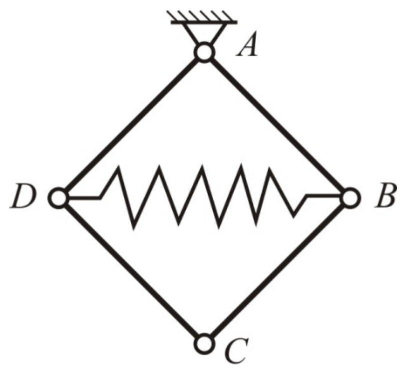


Главные моменты системы сил относительно центров O и A равны M_0 и M_A и направлены, как указано на чертеже. Докажите, что система сил не имеет равнодействующей. Определите проекцию главного вектора системы на плоскость XOZ.

Задача С13

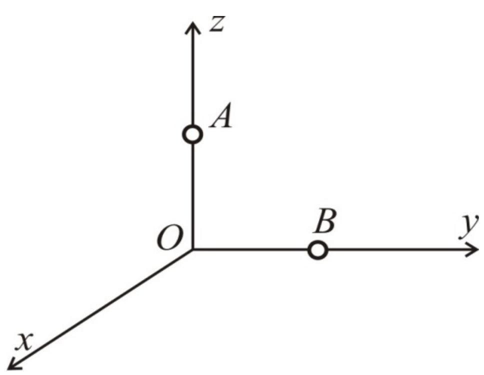
Сформулировать в аналитической форме условие, при котором две силы $P_1(P_{1X}, P_{1Y}, P_{1Z})$ и $P_2(P_{2X}, P_{2Y}, P_{2Z})$, приложенные соответственно в точках $A_1(a_1, b_1, c_1)$, $A_2(a_2, b_2, c_2)$, лежат в одной плоскости.

Задача С14



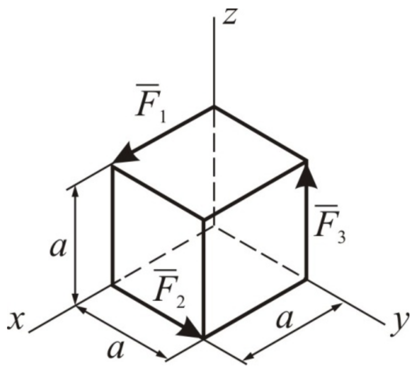
Конструкция, изображенная на рисунке, состоит из четырех одинаковых стержней массы M и длины l каждый, соединенных шарнирами и расположенных в вертикальной плоскости. Шарниры D и B соединены пружиной. В состоянии равновесия стержни образуют квадрат. Определить жесткость пружины C, если в ненапряженном состоянии она имеет длину $2l\sqrt{2}$.

Задача С15



M_O, M_A и M_B – главные моменты пространственной системы сил относительно центров O, A, B соответственно; $\overline{M}_O = Fh\overline{k}$; $\overline{M}_A = 3Fh\overline{k}$; $\overline{M}_B = 5Fh$; $OA = OB = h$. Определить модуль главного вектора этой системы сил.

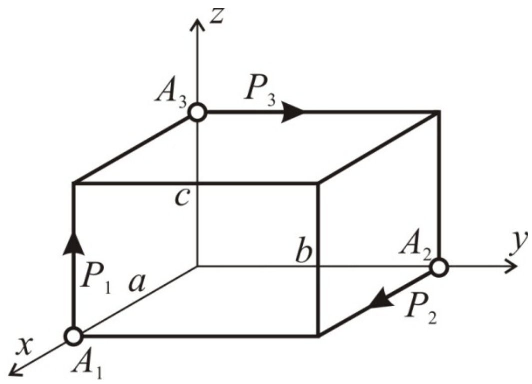
Задача С16



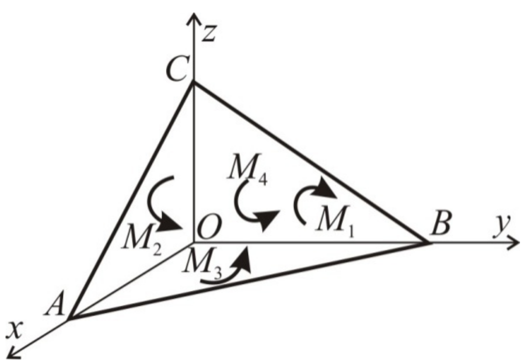
Какую наименьшую по величине и параллельную оси OX силу Q надо приложить к кубу, чтобы система из четырех сил F_1, F_2, F_3, Q имела равнодействующую? Считать F_1=F_2=F_3=F.

Задача С17

На тело действуют три силы: $\overline{P}_1 = P\overline{k}$, $\overline{P}_2 = P\overline{l}$, $\overline{P}_3 = \overline{j}$, приложенные в точках $A_1(a, 0, 0)$, A_2 $(0, b, 0)$, A_3 $(0, 0, c)$, соответственно. Какой должна быть зависимость между a, b и c, чтобы система сил приводилась к равнодействующей?



Задача С18



К тетраэдру $OABC$ приложены пары сил с моментами M_1, M_2, M_3, M_4, расположенные в плоскостях YOZ, ZOX, XOY и ABC, соответственно. Определить момент результирующей пары, если M_1=4 Н·м; M_2=3 Н·м; M_3=1 Н·м; M_4=3 Н·м; OA=OB=OC.

1.3. Примеры решения задач к гл.1

Решение задачи С3

По теореме о трех силах линии их действия пересекаются в точке D.

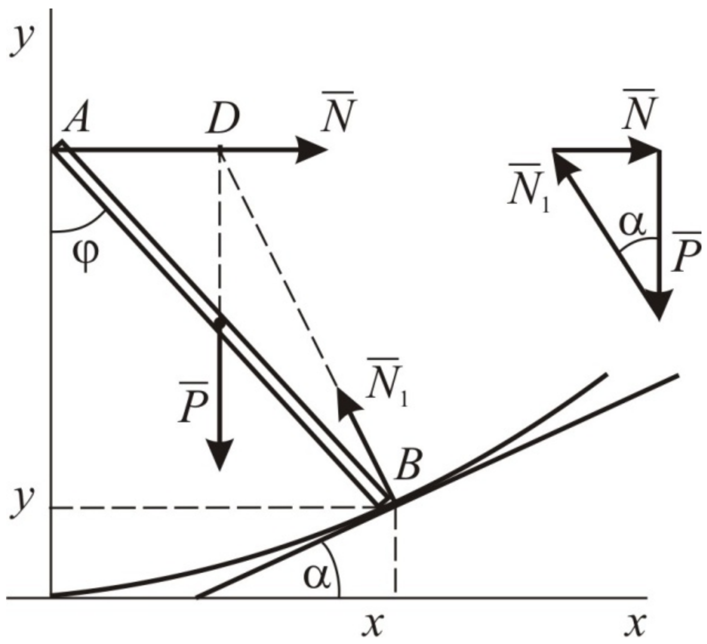
Тогда $N = P\,\mathrm{tg}\,\alpha$, $\sum\limits_k M_B\left(\overline{F}_k\right) = -Na\cos\varphi + P\dfrac{a}{2}\sin\varphi = 0$, $N = \dfrac{P}{2}\mathrm{tg}\,\varphi$.

Отсюда получаем: $\mathrm{tg}\,\alpha = \dfrac{\mathrm{tg}\,\varphi}{2}$.

Пусть $(x,\ y)$ – координаты точки B. Тогда $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}$, $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{dx}{dy}$.

Получаем дифференциальное уравнение кривой:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{2\sqrt{a^2 - x^2}}.$$



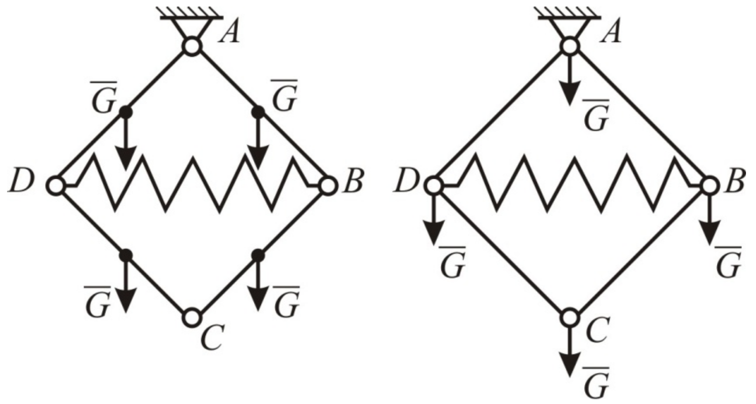
Интегрируя уравнение с учетом граничного условия $y = 0$ при $x = 0$, получим $y = \dfrac{a}{2} - \dfrac{\sqrt{a^2 - x^2}}{2}$, где $x \le a, y \le \dfrac{a}{2}$.

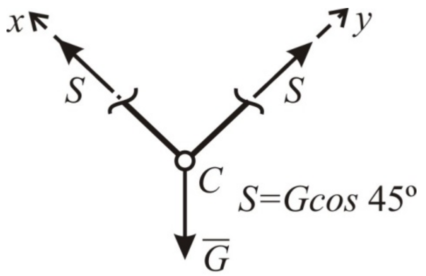
После преобразования получим уравнение четверти эллипса:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{\left(y - \dfrac{a}{2}\right)^2}{\dfrac{a^2}{4}} = 1, \quad x \le a, \quad y \le \frac{a}{2}.$$

Решение задачи С14

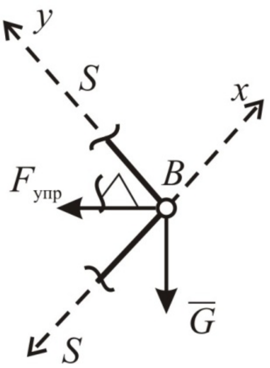
Жесткость пружины $C = \dfrac{F_{\text{упр}}}{\Delta l}$





$$\sum F_{kx} = 0;$$

$$-S - F_{\text{упр}}\cos 45^\circ \ - G\cos 45^\circ \ = \ 0;$$



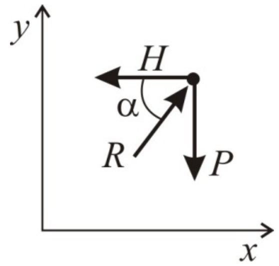
$$F_{\text{упр}} = -\ 2G;$$

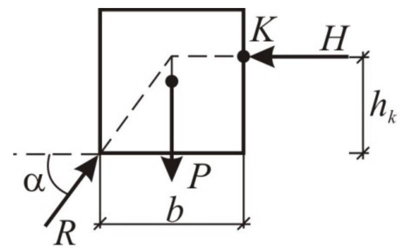
$$\Delta l = 2l\sqrt{2} - l\sqrt{2} = l\sqrt{2};$$

$$C = \frac{Mg\sqrt{2}}{l}.$$

Решение задачи С8

Рассмотрим равновесие куба.





По теореме о трех непараллельных силах найдем точку пересечения.

Уравнение равновесия системы сходящихся сил

$$\sum F_{ky} = 0\,;$$

$$R \cdot \sin\alpha - P = 0\,;$$

$$R = \frac{P}{\sin\alpha}\,;$$

$$\sum F_{kx} = 0\,;\ R \cdot \cos\alpha - H = 0\,;$$

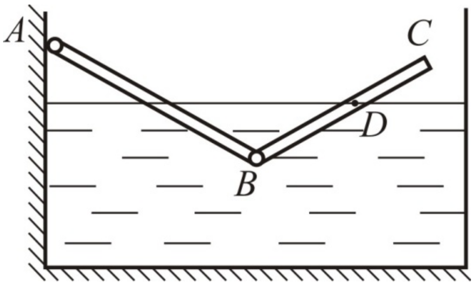
$$H = R \cdot \cos\alpha = P \cdot \operatorname{ctg}\alpha\,.$$

Точка приложения реакции вертикальной плоскости: $h_k = \frac{b}{2} = \operatorname{tg}\alpha$.

2. ПРОИЗВОЛЬНАЯ СИСТЕМА СИЛ

2.1. Плоская система сил

Задача С19

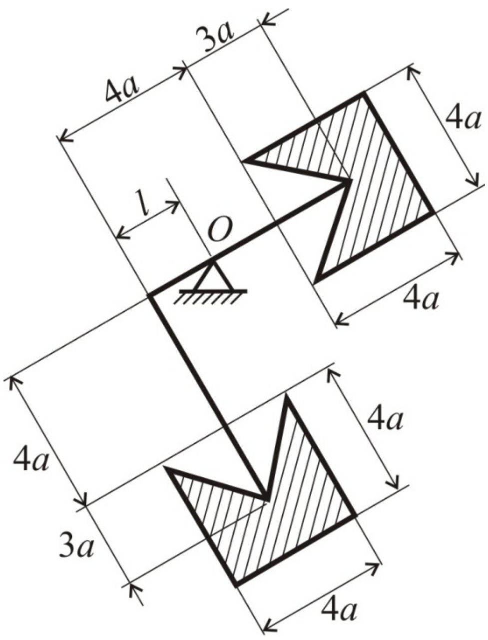


Два соединенных между собой с помощью шарнира одинаковых однородных стержня длины l шарнирно прикрепили к точке A стенки сосуда, заполненного жидкостью. При этом в положении равновесия стержень AB оказался погруженным в жидкость ровно до середины. Определить длину участка CD стержня CB, находящуюся над поверхностью жидкости при равновесии системы.

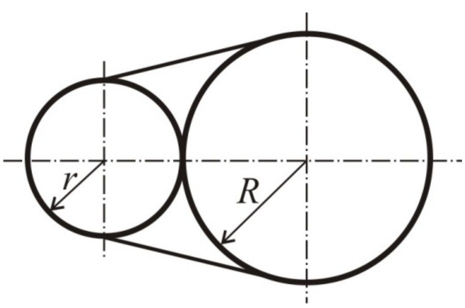
Задача С20

Жесткая конструкция, состоящая из двух одинаковых тяжелых однородных пластин, соединенных тонким изогнутым под прямым углом стержнем пренебрежимо малого веса, удерживается в равновесии на опоре O.

Считая коэффициент трения стержня об опору равным f, найти максимальное значение l, при котором тело будет удерживаться на опоре в равновесии. Размеры и форма пластин показаны на рисунке.



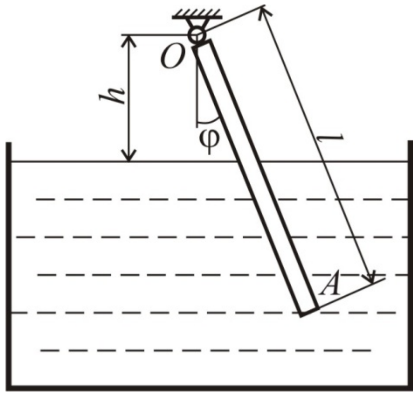
Задача С21



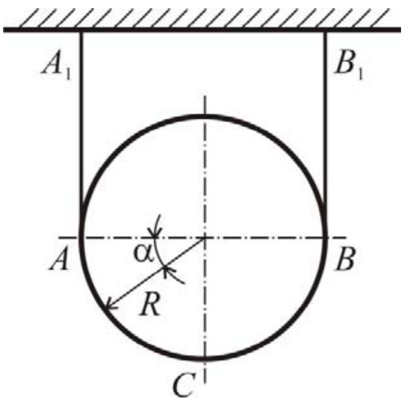
Два диска радиусами R и r, расположенные на горизонтальной плоскости, стянуты упругой нитью жесткостью C. Диски давят друг на друга с силами, равными Q. Как изменится длина нити, если ее перерезать?

Задача С22

Тонкий однородный стержень OA длины l концом O закреплен шарнирно на высоте h над горизонтальной поверхностью жидкости, в которую опущен второй его конец. Плотность жидкости равна ρ, плотность стержня $k\rho$ (k и ρ – постоянные). Определить значения угла φ при равновесии стержня. Исследовать устойчивость положений равновесия.



Задача С23

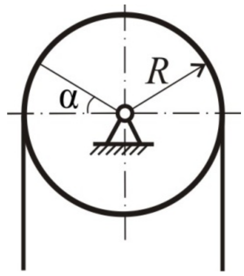


Однородный диск весом P и радиусом R удерживается в равновесии с помощью невесомой нити, концы которой прикреплены к потолку. Найти натяжение нити и удельное давление (давление на единицу длины нити) на нить в функции угла α на участке ACB. Ветви нерастяжимой нити AA_1 и BB_1 вертикальны, трение не учитывать.

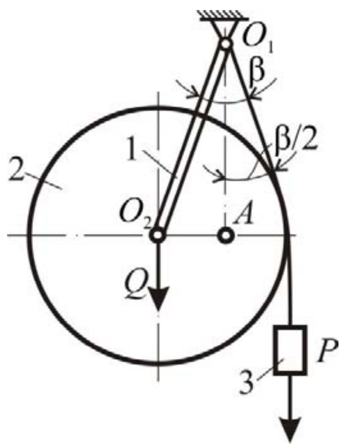
Задача С24

Однородная цепь веса P и длины $2\pi R$ перекинута через гладкий блок, имеющий горизонтальную ось.

Определить в случае равновесия силу натяжения цепи в ее произвольном поперечном сечении.

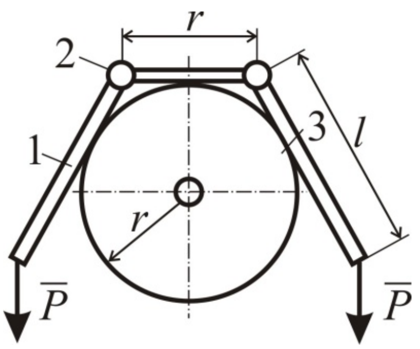


Задача С25



Цилиндр 2 веса Q и радиуса r соединен шарнирным невесомым стержнем O_1O_2 длиной $2r$ с опорой O_1; к оси O_1 прикреплен на нити груз 3. Механическая система находится в равновесии; при этом вертикальная прямая O_1A делит угол β пополам. Определить вес P груза 3.

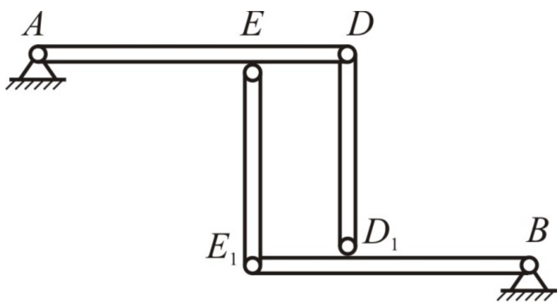
Задача С26



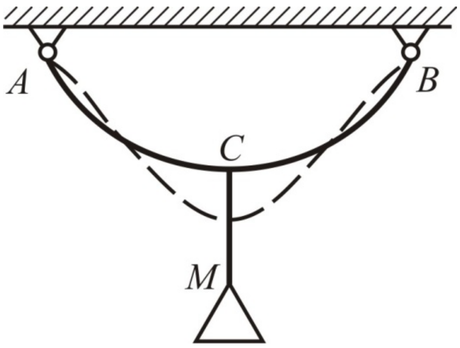
Три невесомых стержня, расположенных в вертикальной плоскости, опираются на цилиндр радиуса r. Средний стержень длиной r – горизонтален, боковые стержни имеют одинаковую длину l. Определить давление среднего стержня на цилиндр в зависимости от длины l боковых стержней, если к их концам приложены одинаковые силы P, направленнные вертикально вниз.

Задача С27

Конструкция состоит из двух балок AD и BE_1 одинаковой длины, соединенных между собой посредством двух шарнирных стержней EE_1 и DD_1. Масса балки BE_1 в два раза больше массы балки AD, расстояние $ED=E_1D_1=1/3E_1B$. Определить усилия в стержнях и реакции опор A и B при равновесии системы.



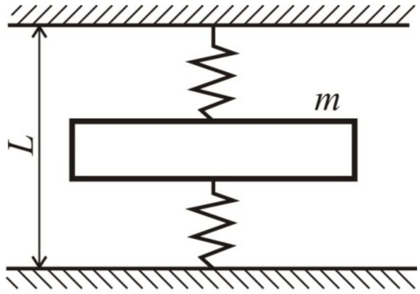
Задача С28



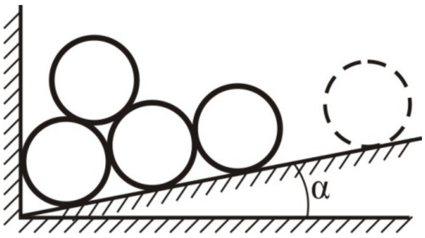
Тяжелая гибкая нить ACB, закрепленная в точках A и B, как показано на рисунке, находится в равновесии. В некоторый момент подвешивают груз M, переводящий нить в новое положение равновесия, обозначенное на рисунке пунктиром. Где находится при этом центр тяжести нити? Дайте обоснование ответа.

Задача С29

Тонкая пластинка массы m зажата вертикальными пружинами. Длина каждой пружины в свободном состоянии равна L. Под действием силы P верхняя пружина сжимается на Δ_1, нижняя – на Δ_2. Определить положение пластинки при равновесии.



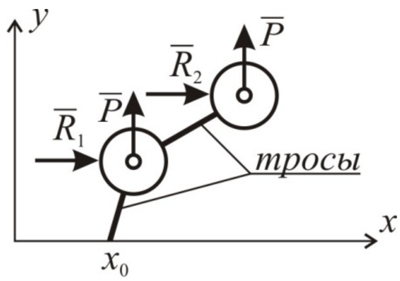
Задача С30



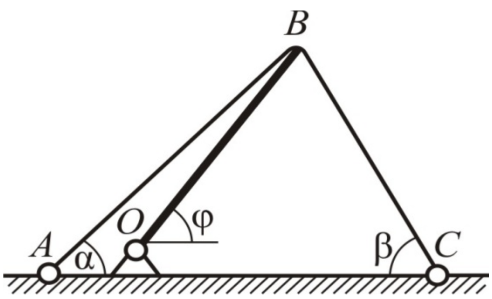
При каком минимальном количестве одинаковых труб нижнего ряда система не раскатится, если не учитывать трение? Угол $\alpha = 2°$.

Задача С31

Написать зависимости, определяющие положение равновесия системы двух одинаковых воздушных шаров, показанных на рисунке. P – подъемная сила каждого шара, R_1 и R_2 – силы давления ветра на шары, зависящие от высоты y_i, $R_i = R_0 + k_0 y_i$, где R_0 и k_0 – постоянные. Расстояния от точки x_0 до центра первого шара и между центрами шаров равны l_0. Весами тросов и силами давления ветра на них пренебречь.



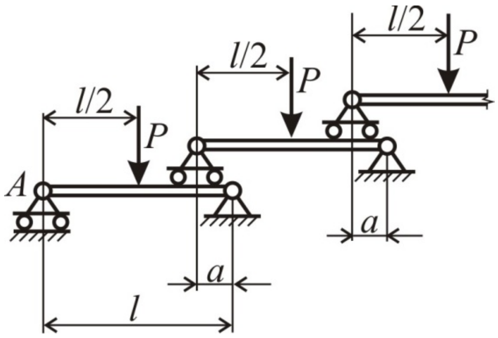
Задача С32



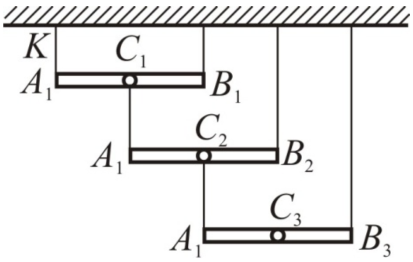
Однородный тяжелый стержень OB шарнирно закреплен в точке O и удерживается в равновесии в вертикальной плоскости невесомым тросом ABC. Считая угол φ известным, найти условие, которому должны удовлетворять углы α и β, если трение между тросом и стержнем в точке отсутствует.

Задача С33

В системе, состоящей из n балок, каждая из последующих опирается левым концом на предыдущую балку, а правым – на шарнирно-неподвижную опору. К каждой балке приложена сила P в середине пролета l. Определить реакцию опоры A.



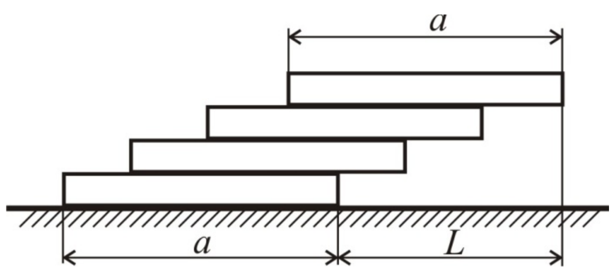
Задача С34



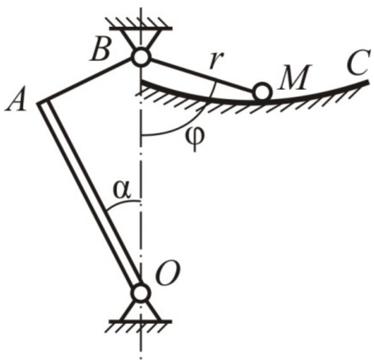
Система состоит из n одинаковых стержней весом P каждый, укрепленных при помощи тросов. Найти натяжение троса A_1K, если $C_1B_1/A_1B_1=C_2B_2/\ A_2B_2=...=\ C_nB_n\ /\ A_nB_n=$ $=1/4$.

Задача С35

Гладкие однородные бруски одинакового веса и длины уложены один на другой так, как показано на рисунке. Найти такую максимальную длину L (как функцию из числа n брусков), чтобы система n брусков оставалась в состоянии покоя.

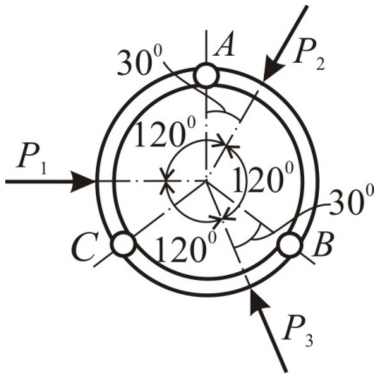


Задача С36



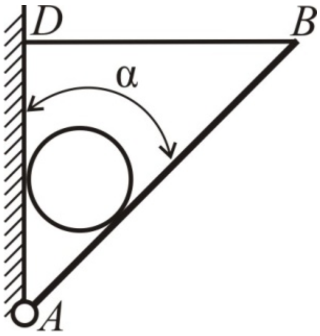
Плоская система состоит из однородного стержня OA длиной a и весом Q и груза M весом P, соединенных нитью ABM длиной l. Найти уравнение кривой BMC в координатах r и $\varphi\,(r=BM)$, чтобы при любом угле $\alpha<\pi$ система находилась в равновесии; $OA=OB$; $l=a\sqrt{2}$. Трением пренебречь.

Задача С37



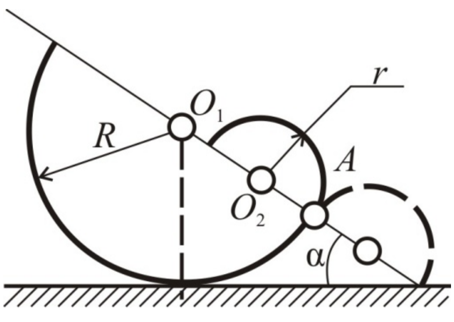
Кольцо радиуса R состоит из трех одинаковых дуг AB, BC и CA, соединенных между собой шарнирами. К каждой из дуг на равных расстояниях от шарниров в плоскости кольца приложены силы P_i, линии действия которых проходят через центр O; кольцо расположено в горизонтальной плоскости. Определить реакции в шарнирах A, B и C. Принять P_1=P_2=P_3=P.

Задача С38



Круглое бревно весом $2Q$ и радиусом r касается вертикальной стены и удерживается в горизонтальном положении двумя одинаковыми балками AB длиной l и горизонтальными тросами BD. При каком угле α натяжение тросов будет наименьшим? Найти также наименьшее натяжение тросов. Весом балок и трением пренебречь; в точке A – шарнир.

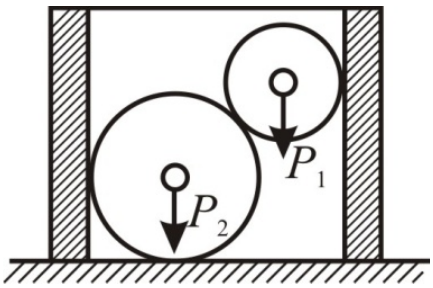
Задача С39



Два однородных полудиска радиусов R и r жестко связаны между собой, как показано на рисунке. Исследовать положение равновесия системы. Найти интервал для α при устойчивом положении системы, если $0 < r < \infty$. То же найти и для случая, когда верхний полудиск располагается справа от точки A (показано пунктиром).

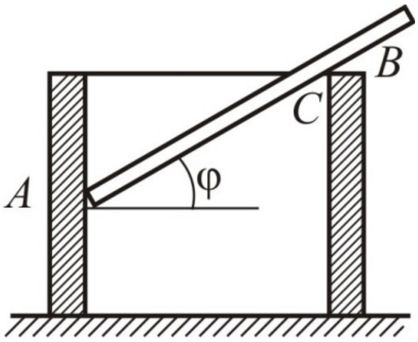
Указание: найти тангенс угла α, который образует общая прямая этих тел с горизонтом.

Задача С40



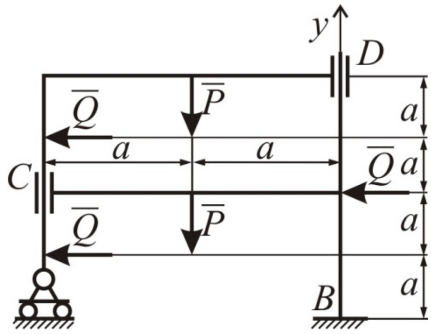
На горизонтальной гладкой поверхности стоит прямой полый цилиндр радиуса *a*. Внутри цилиндра находятся два шара весами P_1 и P_2 и радиусами r_1 и r_2 соответственно. Нижний шар лежит на горизонтальной плоскости. Определить наименьший вес цилиндра, при котором шары его не опрокинут. Толщиной стенок цилиндра и трением пренебречь.

Задача С41



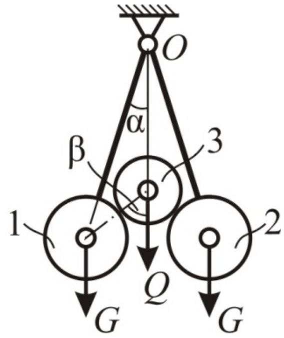
На горизонтальной плоскости стоит абсолютно гладкий цилиндр диаметром *a* и весом *P*. В него опускают однородный стержень *AB* длиной $2l$ и весом *Q*, который занимает положение равновесия под углом φ к горизонту. Найти угол φ и наименьший вес Q_0 стержня, при котором он в состоянии опрокинуть цилиндр, а также реакции в точках *A* и *C* в начальный момент опрокидывания. Указать соотношение между *a* и *l*, при котором возможно равновесие стержня. Толщиной стенок цилиндра пренебречь.

Задача С42



Конструкция состоит из двух частей, соединенных с помощью втулок *C* и *D*. Внутренние поверхности втулок гладкие. Определить реакции опор конструкции в точках *A* и *B*.

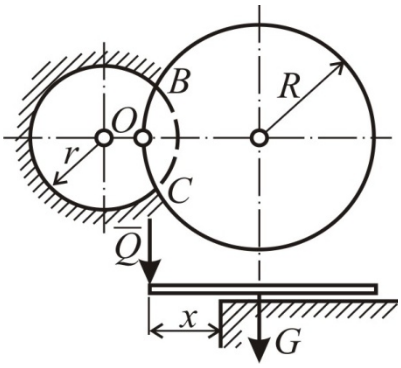
Задача C43



К концам двух невесомых стержней, подвешенных на шарнире O, прикреплены цилиндры 1 и 2 весом G каждый. Третий цилиндр весом Q опирается на два первые так, что вся система находится в равновесии.

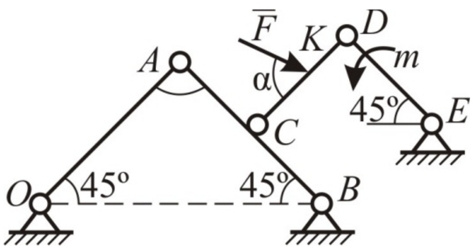
Найти зависимость между углами α и β.

Задача C44



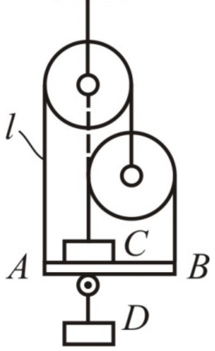
Над круглым отверстием в полу радиусом r положена тонкая круглая пластинка весом G и радиусом R; к ее краю приложена сила Q так, что пластинка может поворачиваться около прямой BC. При каком расстоянии x сила Q будет минимальной?

Задача C45



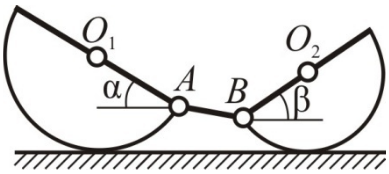
В стержневой системе точки O, A, B, C, D, E – шарниры. Все стержни невесомые. На стержень DE действует пара сил с моментом m. Определить реакцию в точке O, если $DE=a$, $AC=CB$. Под каким углом α надо приложить в некоторой точке K звена CD любую силу F, чтобы она не изменила реакцию в точке O?

Задача C46



Два груза C и D весом P каждый с помощью невесомых блоков одинакового радиуса, веревок и балки AB приведены в состояние равновесия, причем балка горизонтальна. Определить усилие ветви l веревки, если все ветви вертикальны, а ось блока с неподвижным центром и точка подвеса груза D лежат на одной вертикали.

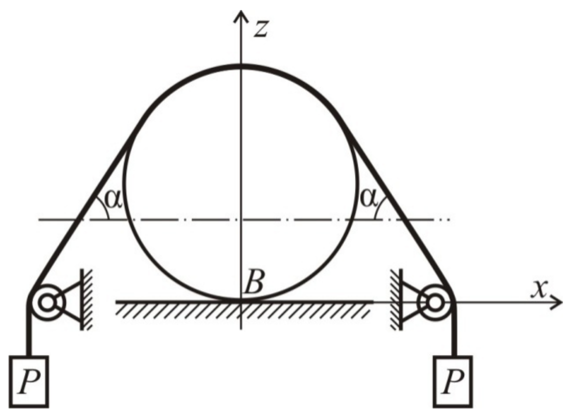
Задача С47



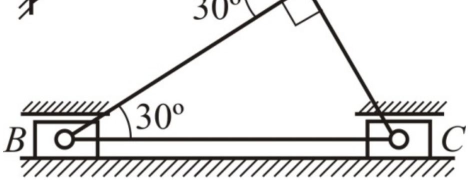
Два однородных полудиска O_1A и O_2B радиусами R и r соединены шарнирно однородным стержнем AB. Веса дисков – P, Q, вес стержня p. Система расположена в вертикальной плоскости, полудиски опираются о горизонтальный гладкий пол. Определить углы α и β при равновесии системы.

Задача С48

На горизонтальную гладкую опору положен круглый цилиндр весом $2q$ и радиусом r, разрезанный вертикальной плоскостью, проходящей через его ось. Чтобы части цилиндра не распадались, на середине его длины на него накинута нить, несущая на концах грузы весом P каждый. Участки нити, непосредственно сходящие с цилиндра, образуют с горизонтом равные углы α. Определить наименьшую величину P, при которой части цилиндра будут в покое. Найти также силу взаимодействия частей цилиндра и реакцию опоры при минимальном весе грузов.

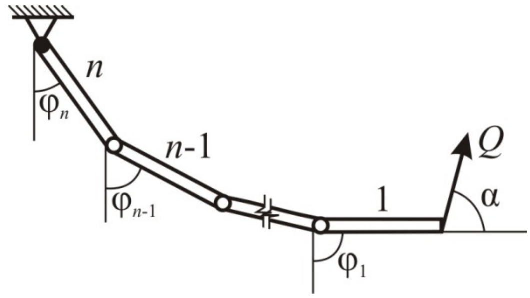


Задача С49



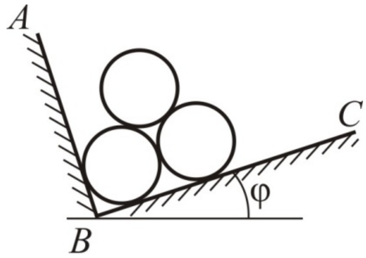
Конструкция состоит из трех однородных стержней одинакового веса P, соединенных шарнирно в точке A, и невесомых ползунов B и C, связанных нерастяжимой нитью. Конструкция расположена в вертикальной плоскости. Трение в направляющих отсутствует. Углы между стержнями указаны на чертеже. Определить силы, действующие на каждый стержень в точке A.

Задача С50



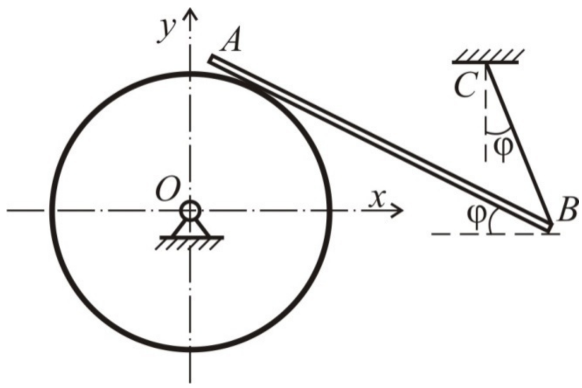
Система, состоящая из n одинаковых однородных стержней весом P каждый, подвешена в вертикальной плоскости. Один конец этой системы шарнирно закреплен, а на второй действует сила Q, образующая угол α с горизонтом. $(P > Q\sin\alpha)$. Определить углы, которые образуют стержни с вертикалью в положении равновесия. Трением в шарнирах пренебречь.

Задача С51



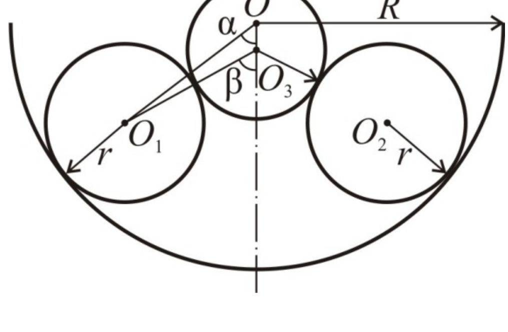
Три гладких однородных цилиндра опираются на две взаимно перпендикулярные плоскости AB и BC. Каков наименьший угол наклона φ плоскости BC, при котором система сохраняет равновесие?

Задача С52



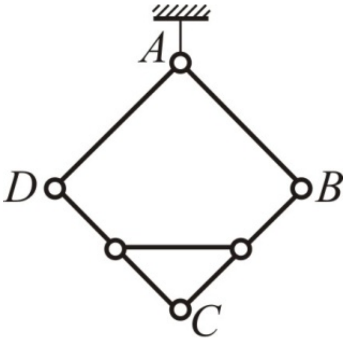
Тонкий однородный стержень длиной $2r$ опирается на шероховатый диск радиусом r и удерживается в равновесии невесомой нитью длины r. Определить координаты точки C прикрепления нити, если угол наклона стержня с горизонталью равен φ и нить составляет с вертикалью также угол φ. Трением в шарнире O пренебречь.

Задача С53



Два однородных цилиндра, каждый массой m, положены на внутреннюю поверхность полого цилиндра. Они удерживают третий цилиндр массы M. Определить зависимость между углами α и β в положении равновесия.

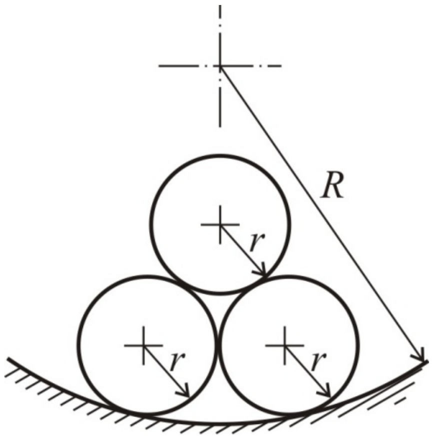
Задача С54



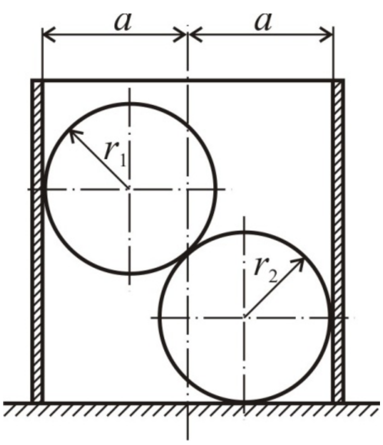
Стороны ромба $ABCD$, подвешенного в точке A, сделаны из тяжелых однородных стержней, соединенных шарнирно. Середины сторон BC и CB соединены невесомым стержнем-распоркой, который фиксирует ромб. Зная вес P ромба и длины его диагоналей $AC=a$ и $BD=b$, определить усилие в распорке.

Задача С55

Три одинаковые трубы радиусом r находятся в равновесии в неподвижно закрепленной трубе радиусом R, располагаясь в два ряда. Все трубы малого радиуса касаются друг друга, при этом трубы нижнего ряда касаются также трубы большего радиуса. Найти наибольшее значение R, при котором равновесие системы еще возможно.

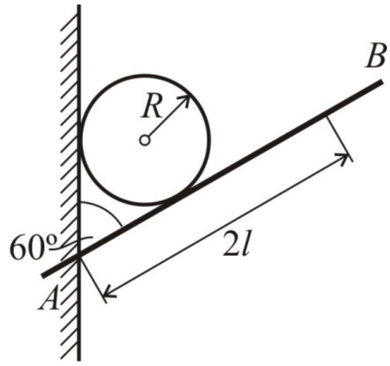


Задача С56



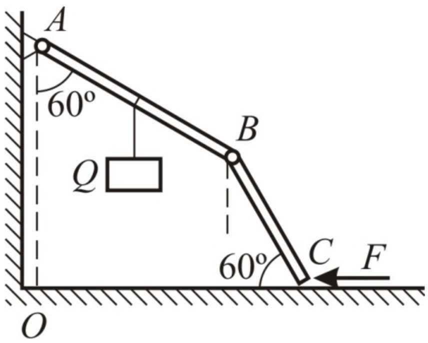
На гладкой горизонтальной плоскости стоит открытый с обеих сторон полый прямой цилиндр с радиусом a. Внутри цилиндра находятся два шара весом P_1 и P_2 с радиусами, соответственно равными r_1 и r_1. При этом нижний шар лежит на плоскости. Пренебрегая трением, определить минимальный вес Q цилиндра, при котором цилиндр не опрокинется.

Задача С57



Шар весом P и радиусом R опирается на гладкую стену и на однородный гладкий стержень AB, заделанный в стену. Вес стержня $Q = 4P$, его длина $2l = 3R\sqrt{3}$. Определить силу давления и момент в заделке стержня.

Задача С58



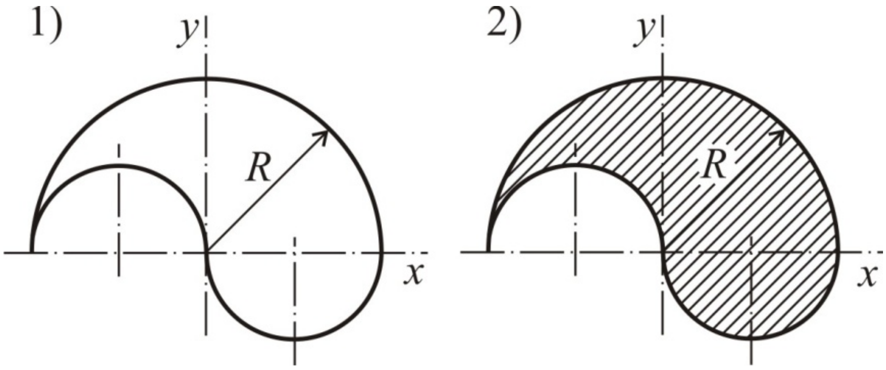
Система состоит из двух одинаковых однородных шарнирно скрепленных стержней AB и BC весом P каждый. Стержень AB шарнирно закреплен в точке A, и к середине его подвешен груз весом Q. Стержень BC опирается на гладкий горизонтальный пол. Какую горизонтальную силу F следует приложить в точке C, чтобы система находилась в равновесии, если $\angle OAB = \angle OCB = 60°$? Трением следует пренебречь.

Задача С59

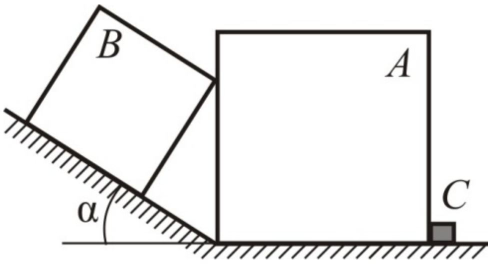
Найти координаты центра тяжести:

1) однородной кривой линии и

2) однородной плоской фигуры, если радиус R задан.



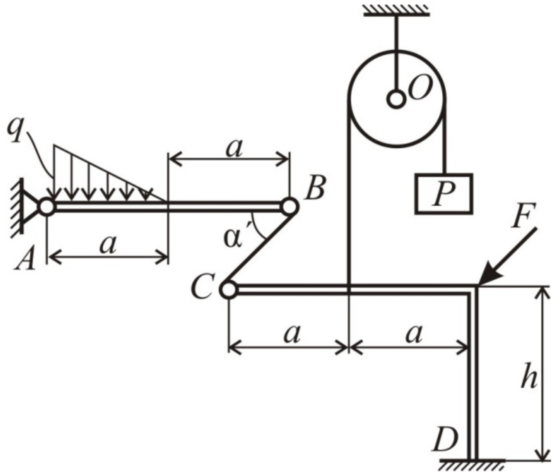
Задача С60



Однородный куб A с ребром a и весом P_A установлен на горизонтальной плоскости, имеющей упор C. Куб B с ребром b и весом P_b положен на гладкую наклонную плоскость, образующую угол α с горизонтом. Ребро куба B упирается в грань куба A. Плоскость рисунка является плоскостью симметрии кубов. Определить, при каком весе куба B произойдет опрокидывание куба A. Размерами упора C пренебречь.

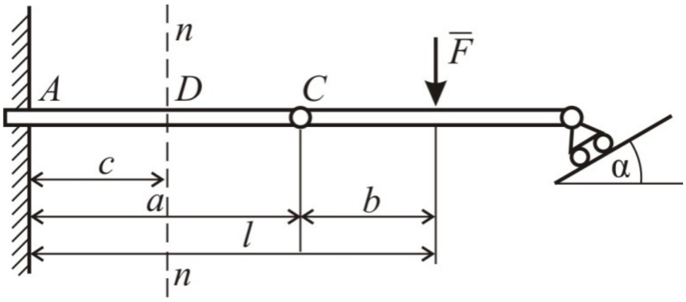
Задача С61

Две невесомые балки AB и CD соединены невесомым стержнем BC. Силы, размеры и углы указаны на рисунке. Найти усилие в стержне BC и реакцию оси O блока.



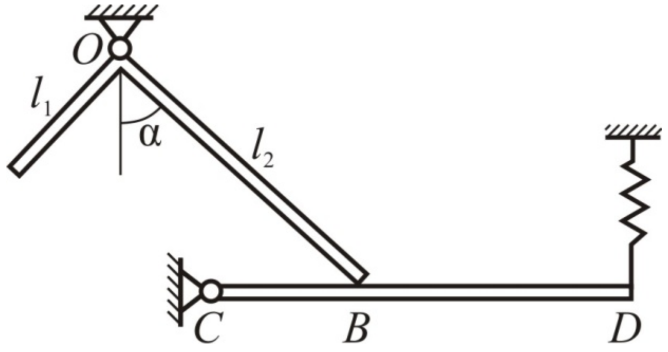
Задача С62

Найти внутренние усилия в поперечном сечении n-n составной балки, отстоящем от конца A на расстоянии AD=c=1 м, если сила F=2 кН, размеры: a=2 м, b=1 м, l=4 м, α=45°. Весом балки пренебречь.



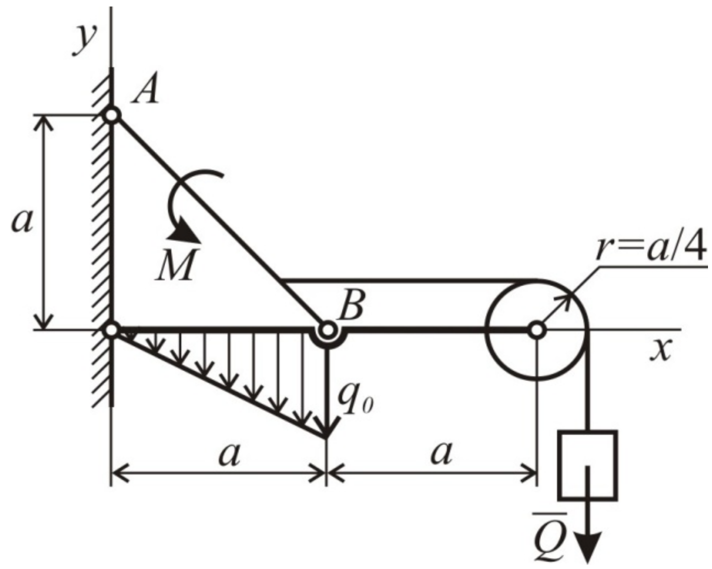
Задача С63

Однородный стержень AOB весом P изогнут под прямым углом так, что $OA = l_1$, $OB = l_2$. Стержень подвешен в точке сгиба O и может вращаться около нее в вертикальной плоскости, опираясь концом B на горизонтальный однородный стержень CD, шарнирно закрепленный в точке C и удерживаемый пружиной в точке D. Найти силу натяжения F пружины, если вес CD равен Q, $CB = 1/3CD$, $\alpha = 45°$. Трением пренебречь.

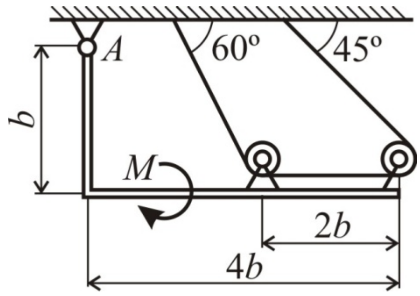


Задача С64

Груз весом Q подвешен на тросе, огибающем блок и прикрепленном к стержню AB. Определить реакцию шарнира A, если $M=4Q\cdot a$, $q_0=3Q/a$.



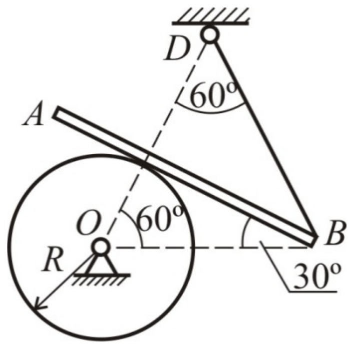
Задача С65



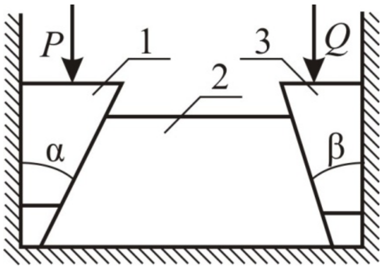
Однородный угольник весом G=1000 Н закреплён шарнирно в точке A и поддерживается тросом, перекинутым через идеальные невесомые блоки. На угольник действует пара сил с моментом M = 400 Н·м. Размер b=0,5 м. Размеры блоков пренебрежимо малы. Определить реакцию опоры A.

Задача С66

Тяжёлый тонкий однородный стержень AB опирается на диск радиуса R и удерживается невесомой нитью BD. Диск может свободно поворачиваться на оси O. Определить длину l стержня AB, при которой стержень будет сохранять равновесие в указанном на рисунке положении.



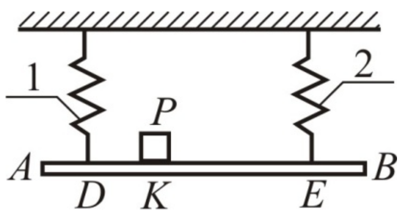
Задача С67



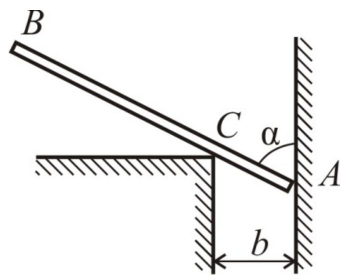
В клиновом механизме углы $\alpha = 30°$, $\beta = 15°$, трение отсутствует. Сила P=3Н. Определить величину силы Q при равновесии механизма.

Задача С68

Однородная балка длиной 200 см и весом 400 Н подвешена на пружинах. Пружины имеют в ненапряжённом состоянии одинаковую длину, но жёсткость пружины 1 в два раза больше жёсткости пружины 2 (жёсткость пружины равна силе, необходимой для растяжения пружины на 1 см). AD=BE=30 см; DK=20 см. Определить вес P груза, который надо положить на балку в точке K, чтобы балка заняла горизонтальное положение.

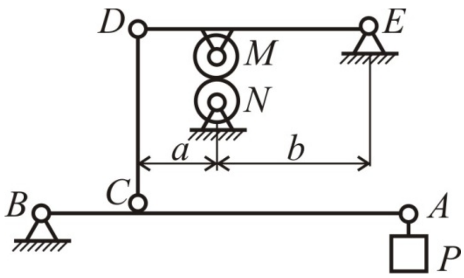


Задача С69



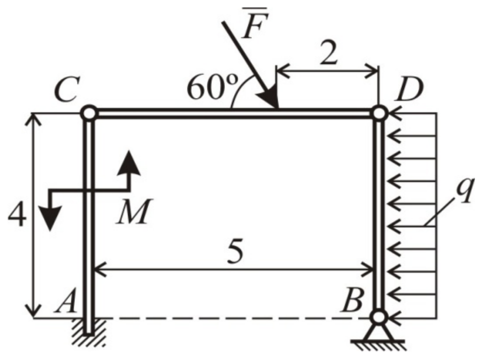
Однородный стержень AB, $AB=2l$, весом P в точке A опирается на идеально гладкую вертикальную стену, а в точке C на уступ. Расстояние между уступом и стеной равно b, $b = l/8$. Определить при равновесии угол α и реакции опор.

Задача С70



Определить, с какой силой Q барабан M давит на неподвижный барабан N, если к концу A рычага BA подвешен груз P=250 Н. Принять AC=74 см, BC=6 см, a=6 см, b=12 см. Весом стержней пренебречь.

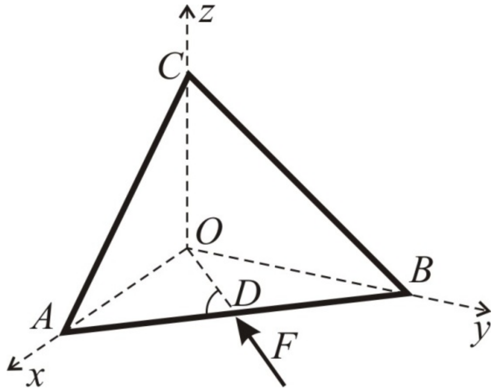
Задача С71



Конструкция состоит из трёх балок, соединённых между собой шарнирами. Опорами конструкции служат: заделка в точке A и цилиндрический шарнир в точке B. На конструкцию действуют: сила F=10 кН, распределённая нагрузка интенсивностью q=2 кН/м и пара сил M с моментом 20 кН·м. Размеры даны в метрах. Определить момент в заделке.

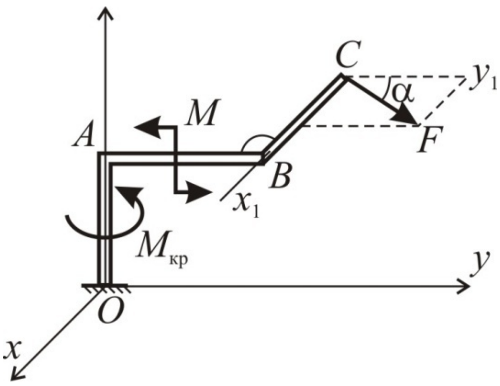
2.2. Пространственная система сил

Задача С72



Однородная равносторонняя пластинка весом P стороной $AB=l$ опирается на горизонтальный пол XOY, ее стороны AC и BC касаются стен XOZ и YOZ. Пренебрегая трением, определить силу F, удерживавшую пластинку в равновесии.

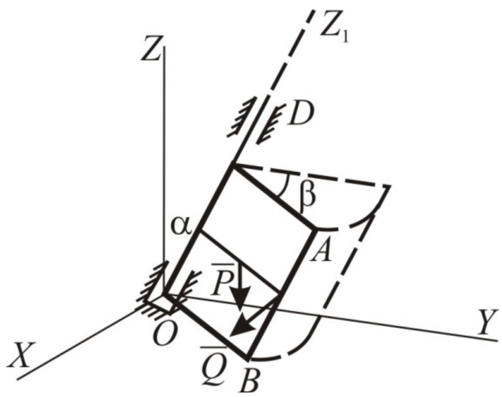
Задача С73



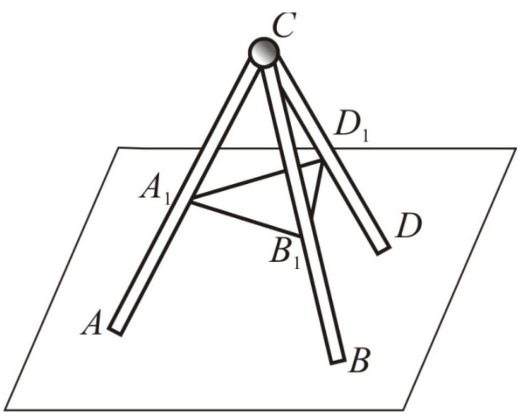
Конец O ломаного стержня $OABC$ жестко защемлен. Стержень нагружен крутящим моментом $M_{кр}$, парой сил с моментом M, расположенной в плоскости YOZ, и силой F. Сила F расположена в плоскости X_1CY_1 ($X_1 \| X$, $Y_1 \| Y$) и составляет с осью Y_1 угол $\alpha = 60°$. Определить модуль реактивного момента заделки, если $OA=a$, $AB=b$, $BC=c$. Проведите вычисления при a=1 м, b=2 м, c=0,5 м, F=2 Н, $M_{кр}$=0,5 Н·м, M=1 Н·м.

Задача С74

Дверь $OBAD$ может вращаться вокруг оси OZ_1 при пренебрежительно малом трении в подшипниках O и D. Ось OZ_1 образует с вертикалью угол α. Под действием только своего веса дверь остается в вертикальной плоскости ZOZ_1. Найти положение равновесия двери, если к середине ребра AB приложена сила Q, перпендикулярная плоскости ее полотна. Считая дверь однородной прямоугольной пластиной с размерами $2a$ и $2b$ ($AD=2a$, $OD=2b$) и весом P, определить реакции опор O и D.



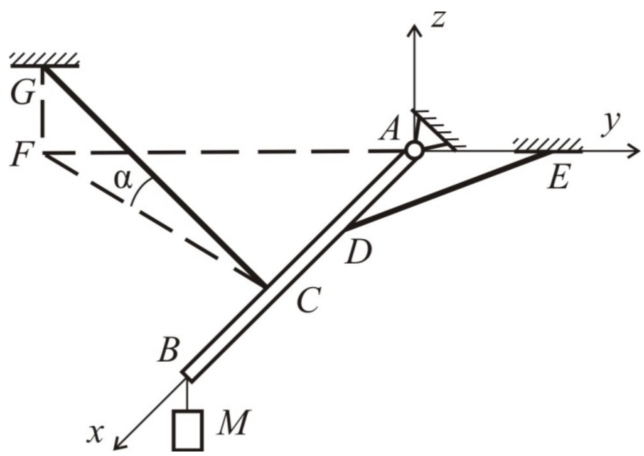
Задача С75



Стержни CA, CB и CD одинаковой длины соединены в точке C сферическим шарниром, концами A, B, D опираются на гладкую горизонтальную плоскость. Середины стержней A_1, B_1, D_1 соединены нитями, длины которых в два раза меньше длин стержней. Определить натяжение нитей, если стержни однородные и масса каждого равна M.

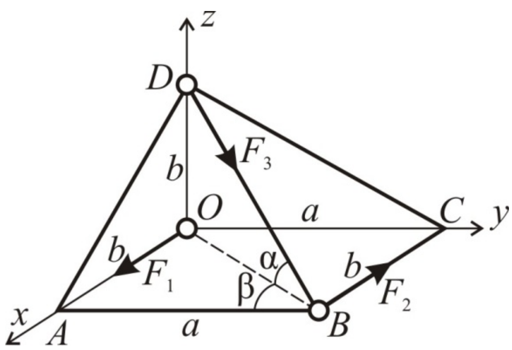
Задача С76

Однородная балка AB весом P и длиной $4a$ прикреплена к вертикальной стене сферическим шарниром A и удерживается перпендикулярно стене невесомыми растяжками DE и GC, причем DE лежит в горизонтальной плоскости, а GC составляет с этой плоскостью угол α. К концу B балки подвешен груз M весом G. Определить реакцию шарнира A и натяжение растяжек, если $AE=AD=DC=a$, $AF=2a$.

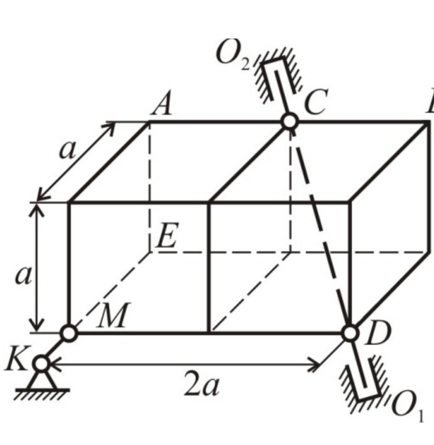


Задача С77

Система состоит из трех сил: F_1, F_2, F_3, приложенных к вершинам O, B, D пирамиды. При каком значении $OA=BC=b$ угол между главным вектором и главным моментом данной системы будет равен 120°? $F_1=F_2=F_3=P$, $AB=OC=OD=a$.

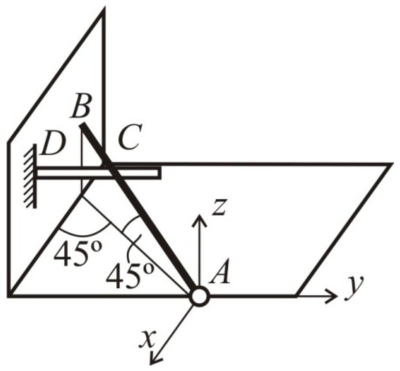


Задача С78



Однородный прямоугольный брус размерами $a{\times}a{\times}2a$, имеющий возможность вращаться вокруг оси O_1O_2, удерживается в равновесии нитью MK. Ось O_1O_2 проходит через вершину D и среднюю точку C ребра AB, точка K лежит на продолжении прямой ME, ребро EA вертикально. Определить натяжение нити MK, если вес бруса P. Трением в опорах пренебречь.

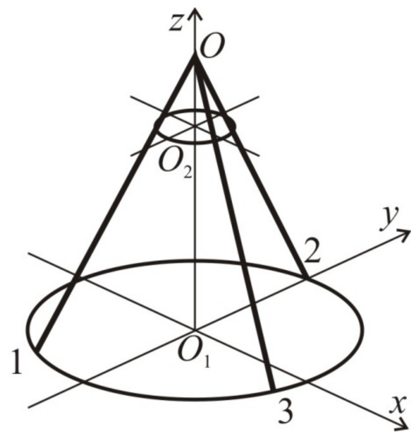
Задача С79



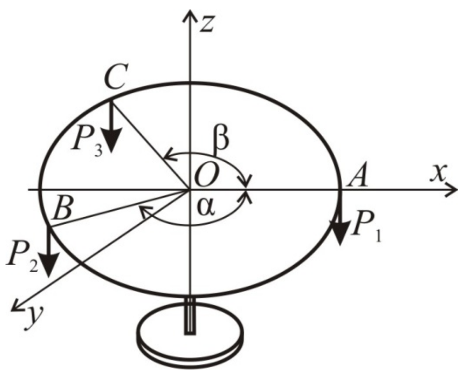
Однородная балка AB весом P, прикрепленная к полу шарниром A, опирается концом B на гладкую вертикальную стену, а промежуточной точкой C на гладкий стержень DC, заделанный в стену перпендикулярно к ее плоскости. Балка с плоскостью пола и ее горизонтальная проекция с плоскостью стены составляет равные углы по 45°. Определить реакцию шарнира A и реакции опор в точках B и C, если AB=4BC.

Задача С80

Круглое кольцо радиуса R посредством трех нитей одинаковой длины, прикрепленных к кольцу в равноотстоящих друг от друга точках, подвешено к неподвижной точке O. На образовавшийся таким образом конус надето меньшее кольцо радиусом r, равным с первым весом. Кольцо это при равновесии системы делит нити пополам. Найти отношение расстояний колец от точки O.

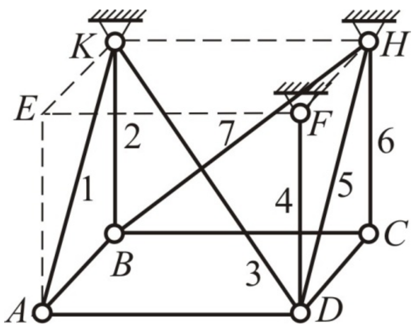


Задача С81



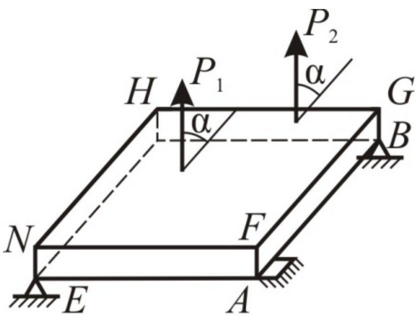
Круглая невесомая пластинка покоится в горизонтальном положении, опираясь центром на острие O. Разместить по окружности пластинки, не нарушая равновесия, грузы P_1=1,5 кН; P_2=1 кН; P_3=2 кН в точках A, B, C, то есть найти углы α и β.

Задача С82



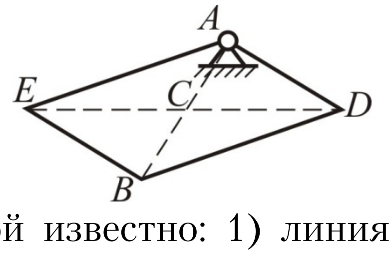
Для крепления прямоугольной плиты $ABCD$ можно использовать любые из семи заданных шарнирных стержней. Указать все возможные комбинации стержней, обеспечивающие жесткое и статически определенное крепление плиты при любом ее нагружении.

Задача С83



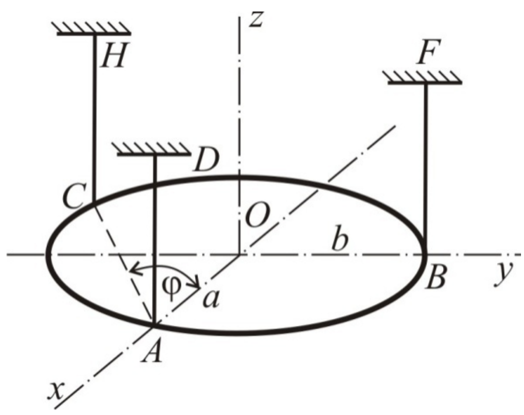
Прямоугольная однородная плита весом Q соединена с неподвижной опорой цилиндрическим шарниром A и сферическим шарниром B. Плита удерживается в горизонтальном положении острием E, опирающимся в гладкую поверхность нижней грани плиты. К верхней грани плиты $FGHN$ приложены две параллельные силы, равные P_1 и P_2, лежащие в плоскости этой грани. Линии действия сил образуют острый угол α со стороной NH, а центр тяжести плиты находится от них на равных расстояниях. Определить реакции опор, если известно, что $AF=AB/5=AE/10$.

Задача С84



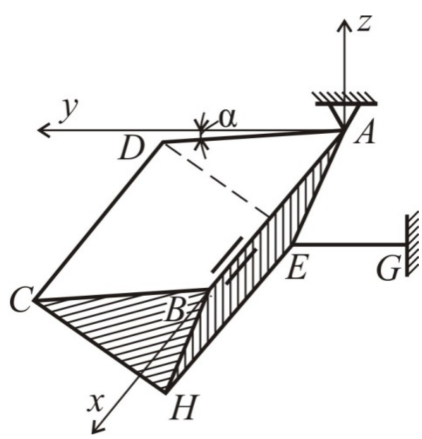
Однородный горизонтально расположенный квадрат $ADBE$ весом P с диагоналями $AB=DE=2l$ прикреплен в точке A к неподвижной опоре сферическим шарниром. Квадрат уравновешен некоторой дополнительной системой активных сил, о которой известно: 1) линия действия равнодействующей этой системы проходит через точку B; 2) если к этой системе добавить вес квадрата, то при приведении новой системы сил к точке D ее главный момент равен $Pl\sqrt{5}/2$. Определить реакцию шарнира A, пренебрегая толщиной квадрата.

Задача С85



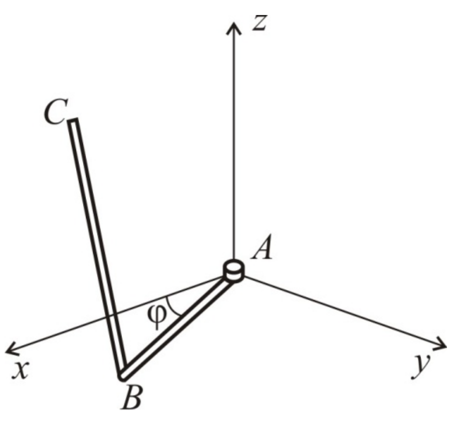
Однородная пластина весом P в виде эллипса с полуосями a и b удерживается в горизонтальном положении тремя вертикальными нитями AD, BF, CH. Точки A, B, и C лежат на пресечении эллипса соответственно с осями x, y и линией, проходящей через точку A и составляющей угол с осью x. Определить силу натяжения нитей, если $\operatorname{tg}\varphi = b/2a$.

Задача С86



Невесомый симметричный треугольный короб $ABCDEH$ длиной $AB=CD=4l$ со сторонами $AE=DE=l$ и углом $AED=\pi/2$ удерживается в равновесии сферическим и цилиндрическими шарнирами в точках A и B соответственно и невесомым стержнем EG. Ось шарниров A и B горизонтальна, а стержень EG расположен горизонтально в перпендикулярной ей плоскости. В короб наливается максимально возможное количество жидкости с массовой плотностью ρ. Определить величину реакции в шарнире A, если край короба AD составляет угол $\varphi=15°$.

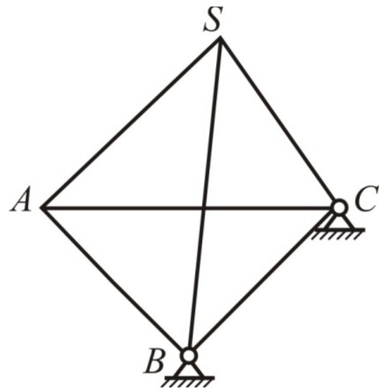
Задача С87



Два одинаковых тонких однородных стержня AB и BC жестко скреплены в точке B под прямым углом. Стержень AB расположен на шероховатой горизонтальной плоскости xAy с коэффициентом трения f, его крепление в точке A допускает поворот вокруг оси стержня AB и перемещение в положительном направлении оси z. Стержень BC в точке C опирается на вертикальную гладкую стену xAz. При каком значении f

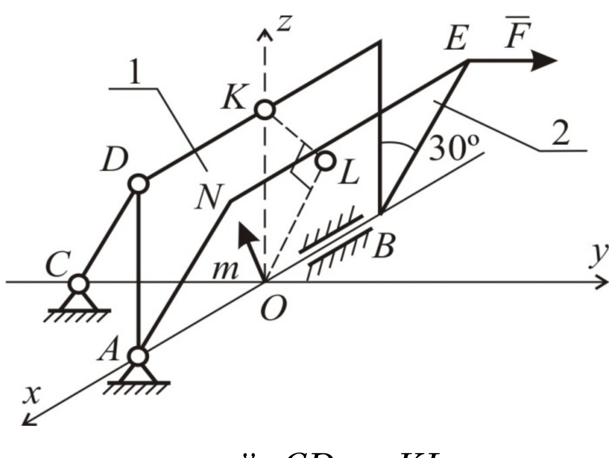
предельное значение угла φ при равновесии составляет 30°? Считать, что равнодействующие сил трения и нормальных реакций шероховатой плоскости приложены в одной точке, вертикальной составляющей реакции опоры A пренебречь.

Задача С88



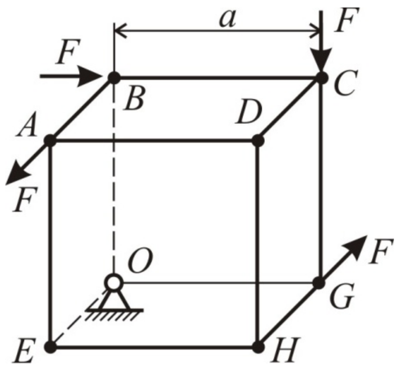
Треугольная пирамида $SABC$ с равными ребрами и весом P расположена так, что ее основание ABC горизонтально, а вершины B и C закреплены с помощью неподвижных шарниров. В центре тяжести каждой боковой грани приложены силы, равные по модулю P и направленные перпендикулярно к граням вовнутрь пирамиды. Какую надо приложить в вершине S силу F, параллельную вектору $\overline{AB}$, чтобы пирамида находилась в данном положении в равновесии? Трение в шарнирах не учитывать.

Задача С89



Две прямоугольные однородные плиты P=4кН соединены так, что могут вращаться вокруг неподвижной оси AB независимо друг от друга, при этом в точке A – неподвижный пространственный шарнир, в точке B – подшипник. Плиты находятся в равновесии с помощью невесомых стержней CD и KL с шарнирами на концах. Плита 1 расположена в плоскости xOz, а плита 2 составляет с ней угол 30°. На плиту 2 действует сила F=2 кН, приложенная в точке E и направленная параллельно оси Oy, и вектор-момент m некоторой пары, направленной по $\overline{ON}$ и численно равный $m=\sqrt{2}a$ кН·м, a – в метрах. $OA=OB=AN=BE=AD=OK=OC=a$(м), KL – в плоскости yOz и $KL \perp OL$, $OL \parallel AN$. Определить величину и характер (растяжение-сжатие) усилий в стержнях CD и KL.

Задача С90



Куб с ребром a шарнирно соединён с основанием в точке O. На него действуют силы, равные по модулю F, как показано на рисунке. Какую силу нужно приложить в точке D, чтобы уравновесить куб?

2.3. Примеры решения задач к гл.2

Решение задачи С19

Рассмотрим равновесие правого стержня:

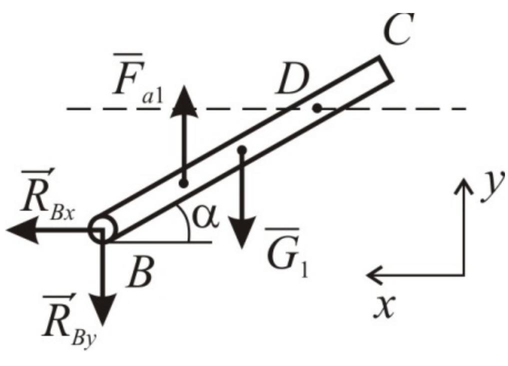
$$\sum F_{ix} = 0; \quad R_{Bx} = 0;$$
$$\sum F_{iy} = 0; \quad F_{a1} - R_{By} - G = 0; \tag{1}$$

$$\sum M_{iB} = 0; \quad -G_1 \frac{1}{2}\cos\alpha + F_{a1}\frac{x}{2}\cos\alpha = 0, \tag{2}$$

где $l = BC$; $x = BD$; $F_{a1} = \rho\, Axg$;

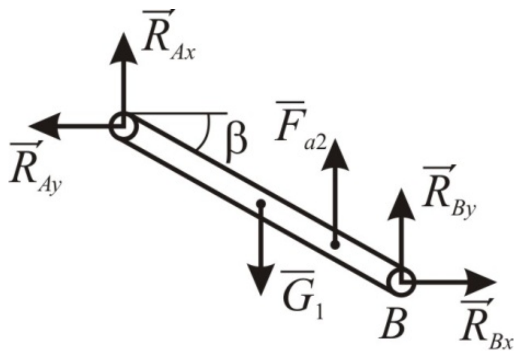
$\rho_ж$ – плотность жидкости;

A – площадь поперечного сечения.



Для левого стержня с учетом $R'_{Bx} = 0$ имеем:

$$\sum M_{iA} = 0;$$
$$-G_2\cos\beta + F_{a2}\frac{3l}{4}\cos\beta + R'_{By}\cos\beta = 0. \tag{3}$$



Поскольку $F_{a2} = \frac{1}{2}\rho_ж Alg$; $G_2 = G_1 = G$, то из (2) имеем

$$Gl = \rho_ж Ax^2 g; \quad G = \frac{\rho_ж x^2 g}{l}.$$

Из (1) $R_{By} = F_{a1} - G_1 = \rho_ж Ax - \frac{\rho_ж Ax^2 g}{l}.$

Из (3) $R_{By} = \frac{G_2}{2} - F_{a2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{\rho_ж Ax^2 g}{2l} - \frac{3}{8}\rho_ж Alg.$

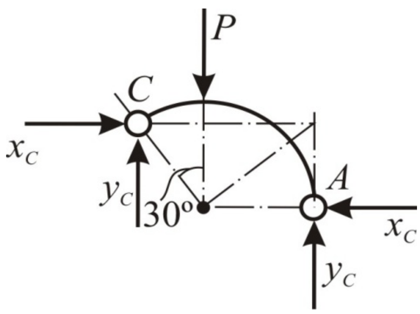
Следовательно, $\rho_ж Alg - \frac{\rho_ж Ax^2 g}{l} = \frac{\rho_ж Ax^2 g}{2l} - \frac{3}{8}\rho_ж Alg;$

$$8xl - 8x^2 = 4x^2 - 3xl^2 = 0; \quad 12x^2 - 8xl - 3l^2 = 0;$$

$$x = \frac{8l \pm \sqrt{64l^2 + 144l^2}}{24} = \frac{2l \pm \sqrt{13}l}{6}.$$

Так как $x>0$, то $x = \frac{2+\sqrt{13}}{6}l$; $CD = l - x = \frac{4-\sqrt{13}}{6}l.$

Решение задачи С37



Реакции в шарнирах равные, так как схема нагружения для каждой дуги одинаковая. Рассмотрим равновесие одной из дуг. Каждую реакцию разложим на две составляющие: x_C и y_C.

Составим уравнение равновесия $\sum F_{xy} = 0$:

$$2y_C = P; \; y_C = \frac{P}{2}.$$

$$\sum M_A(F) = 0\,.$$

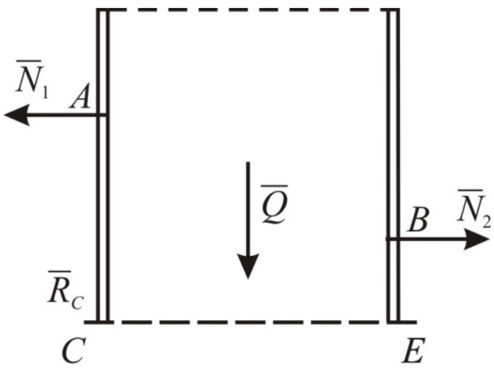
$$-x_C \cdot R \cdot \cos 30° - y_C(R + R \cdot \sin 30°) + P \cdot R = 0\,;$$

$$-x_C \cos 30° - \frac{P}{2} \cdot \frac{3}{2} + P = 0; \quad y_C = \frac{P}{\sqrt{3}}.$$

Реакция в шарнирах:

$$R_C = \sqrt{x_C^2 + y_C^2} = \sqrt{\frac{P^2}{12} + \frac{P^2}{4}} = \frac{P}{\sqrt{3}}\,.$$

Решение задачи С56



Рассмотрим равновесие цилиндра (без шаров) в критический момент, когда $Q = Q_{\min}$ ($R_E = 0$):

$$\sum M_C = N_1 \cdot AC - N_2 r_2 - Q_{\min} a = 0\,.$$

Отсюда

$$Q_{\min} = \frac{N_1 \cdot AC - N_2 r_2}{a}\,.$$

Рассмотрим равновесие системы из двух шаров:

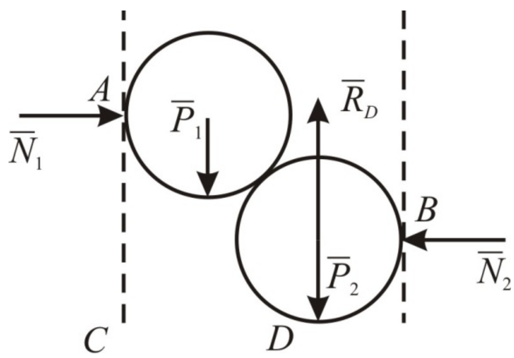
$$\sum M_D = -N_1 \cdot AC + N_2 r_2 + P_1(2a - r_1 - r_2) = 0.$$

Отсюда

$$N_1 \cdot AC - N_2 r_2 = P_1(2a - r_1 - r_2).$$

Тогда

$$Q_{\min} = \left(2 - \frac{r_1 + r_2}{a}\right) P_1.$$



Решение задачи С63

а) Равновесие стержня AOB:

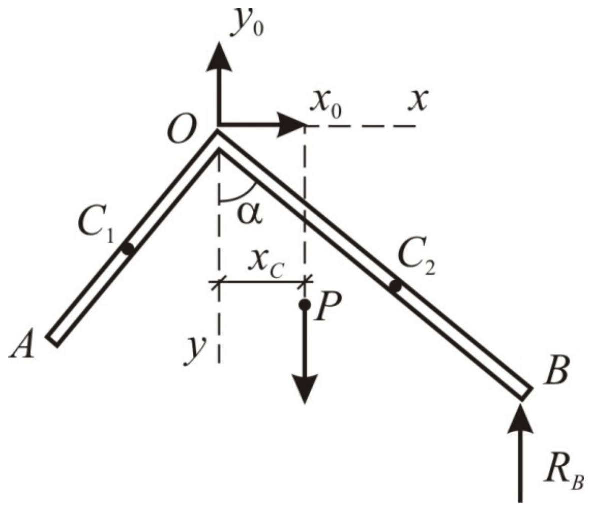
Вес стрежня приложен в его центре тяжести, координата x которого:

$$x_C = \frac{l_1 \cdot x_1 + l_2 \cdot x_2}{l_1 + l_2};$$

$$x_C = \frac{l_1 \cdot \left(-l_1 \cdot \sin 45^\circ\right)/2 + l_2 \cdot \left(l_2 \cdot \sin 45^\circ\right)/2}{l_1 + l_2} = \frac{\left(l_2 - l_1\right) \cdot \sin 45^\circ}{2}.$$

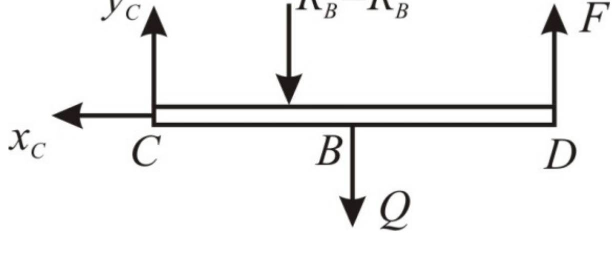
$$\sum M_0(\overline{F}_K) = 0: \quad -Px_C + R_B \cdot l_2 \cdot \sin 45^\circ = 0.$$

$$R_B = \frac{P \cdot x_C}{l_2 \cdot \sin 45^\circ} = \frac{P\left(l_2 - l_1\right) \cdot \sin 45^\circ}{2 \cdot l_2 \cdot \sin 45^\circ} = \frac{P\left(l_2 - l_1\right)}{2l_2};$$



б) Равновесие стержня CD:

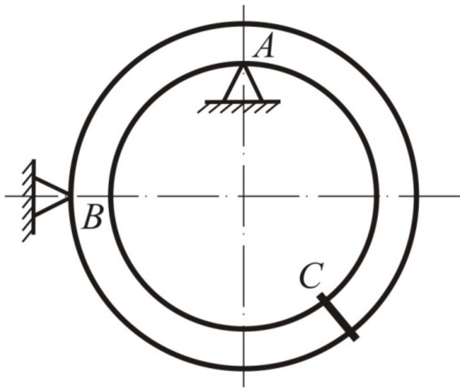
$$\sum M_C^{CD}(\overline{F}_K) = 0: F \cdot CD - Q \cdot \frac{CD}{2} - R_B \cdot \frac{1}{3} \cdot CD = 0; \;\; F = \frac{Q}{2} + \frac{P \cdot \left(l_2 - l_1\right)}{6 \cdot l_2}.$$



3. ТРЕНИЕ

3.1. Задачи с трением

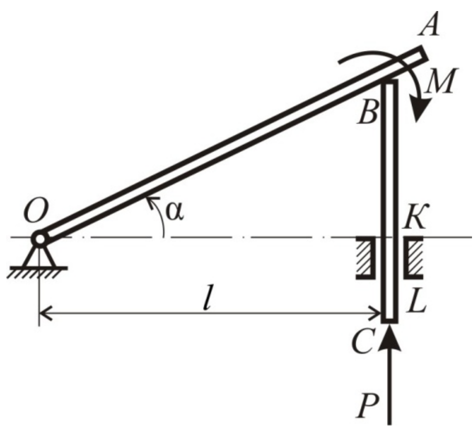
Задача С91



Однородное кольцо весом P свободно опирается в точках A и B на неподвижные призмы, которые расположены соответственно на вертикальном и горизонтальном диаметрах кольца. Считая коэффициенты трения кольца о призмы одинаковыми, определить такое их значение, при котором точечный груз C весом Q, закрепленный в любом месте правой половины кольца, будет оставлять последнее в покое. Поперечными размерами кольца пренебречь.

Задача С92

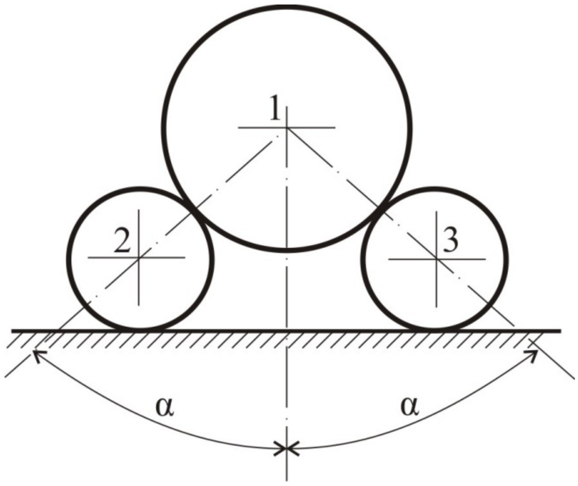
В плоском механизме стержень OA может вращаться вокруг шарнира O, перемещая шток BC в идеально гладких направляющих KL. Расстояние между шарниром и направляющими – l. Поверхность контакта между стержнем и штоком в точке B – шероховатая, коэффициент трения скольжения – f.



Найти минимальное значение момента M пары сил, действующей на стержень OA и обеспечивающей равновесие механизма при заданных значениях угла α и силы P. Весом стержней пренебречь.

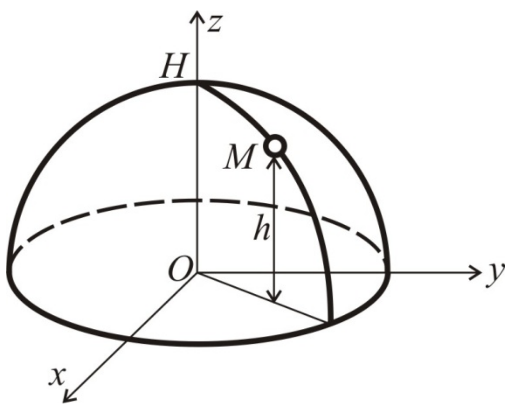
Задача С93

Цилиндр 1 весом Q_1 опирается на два одинаковых цилиндра весом Q_2, как показано на рисунке. Коэффициент трения скольжения между цилиндрами равен f. Определить максимальный угол α и минимальный коэффициент трения f_0 между цилиндрами 2 и 3 и опорной поверхностью.

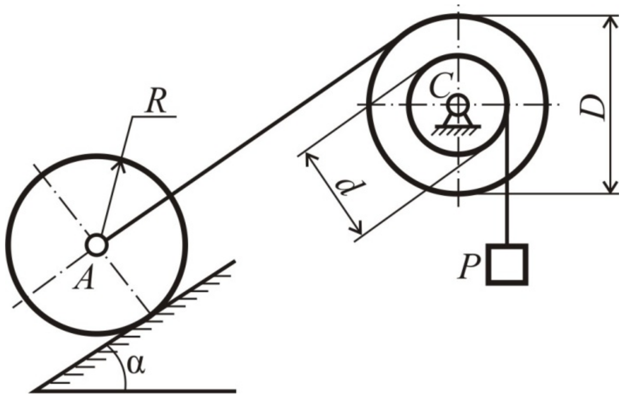


Задача С94

Поверхность параболического купола описывается уравнением $z = H - \left(x^2 + y^2\right) / H$. На высоте h на купол был положен груз. При каких значениях h возможно равновесие груза, если коэффициент трения между грузом и куполом равен f?

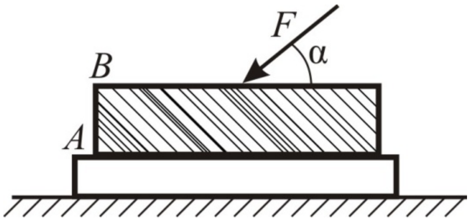


Задача С95



Цилиндр весом Q и радиусом R лежит на шероховатой плоскости, наклоненной к горизонту под углом α, и удерживается тросом, намотанным на барабан ступенчатого вала диаметром D. На барабан диаметром d намотан трос, к концу которого подвешен груз весом P. Коэффициент трения качения цилиндра A о плоскость равен δ, коэффициент трения скольжения равен f, при этом $\operatorname{tg}\alpha > \delta / R$, $f > \delta / R$. При каких значениях P система будет находиться в равновесии?

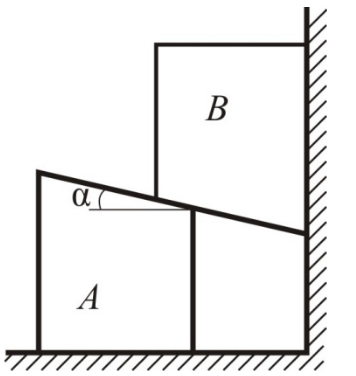
Задача С96



На верхней грани прямоугольного бруса A весом P_1 находится прямоугольный брус B весом P_2. Брус A опирается нижней гранью на горизонтальную плоскость, причем коэффициент трения между ними равен f_1. Коэффициент трения между брусками A и B равен f_2. К брусу B приложили силу под углом α к горизонту. При каких значениях силы F система будет оставаться в равновесии?

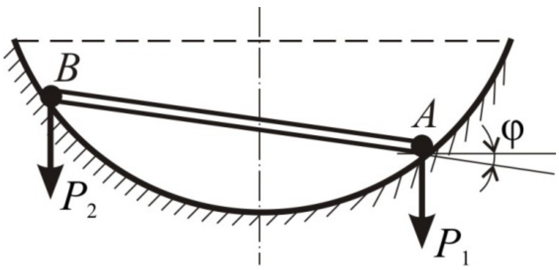
Задача С97

Призма B опирается на клин A и вертикальную стену. Массы призмы и клина одинаковы. Трение между клином и призмой пренебрежимо мало. Коэффициенты трения между клином и полом, призмой и стеной одинаковы и равны f. Наклонная плоскость клина составляет с горизонтом угол α. При каких значениях f призма и клин будут оставаться в покое?



Задача С98

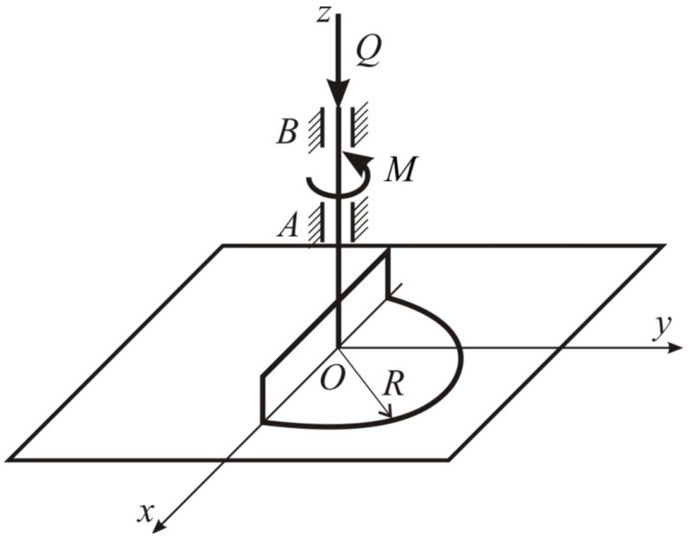
Система, состоящая из двух шаров A и B с весами P_1 и P_2 ($P_1 > P_2$) и соединяющего их невесомого стержня длиной l, помещена в сферическую чашу радиуса $r = 0{,}5\sqrt{2}l$, коэффициент трения скольжения шаров о поверхность чаши равен f.



Найти наименьшее значение угла φ между стержнем и горизонтом, при котором система может находиться в покое внутри чаши. Размерами шаров пренебречь.

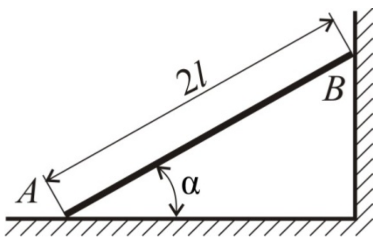
Задача С99

Жесткая стержневая фигура опирается равномерно полуокружностью на негладкую горизонтальную плоскость. Пренебрегая весом фигуры и трением в подшипниках A и B, определить для случая покоя наибольший движущий момент M и соответствующие реакции опор, если даны: радиус R, вертикальная сила Q и коэффициент сцепления f, ($OA=AB=R$).

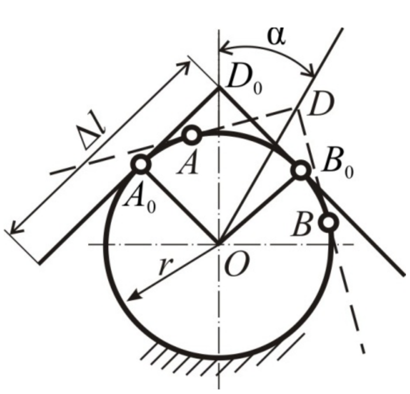


Задача С100

Однородный стержень AB весом G опирается на шероховатые горизонтальную и вертикальную плоскости. Угол α и коэффициент f трения таковы, что стержень не находится в равновесии. Определить величину и положение наименьшей силы $P_{\min}$, которая должна быть приложена в центре тяжести стержня для того, чтобы стержень в данном положении был неподвижным.



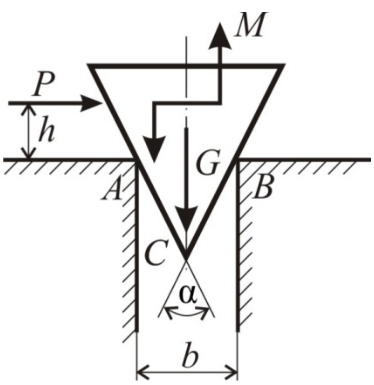
Задача С101



Плоский угольник состоит из двух одинаковых тонких однородных стержней. Стержни жестко соединены между собой в вершине D под углом 90°. Угольник установлен на неподвижную горизонтальную шероховатую цилиндрическую опору радиусом r, коэффициент трения скольжения f_0=0,268. Угольник поворачивают по часовой стрелке на угол α из начального положения A_0B_0, останавливают и затем освобождают без толчка. После освобождения угольника возможны два случая: 1) в точке B стержень соприкасается с опорой, 2) в точке B между стержнем и опорой имеется небольшой зазор $\Delta l << r$.

Опишите качественно дальнейшее движение угольника после его освобождения и определите предельные значения угла α, при которых угольник будет иметь различные состояния равновесия – безразличное, устойчивое, неустойчивое. Сопротивлением перекатывания пренебречь.

Задача С102

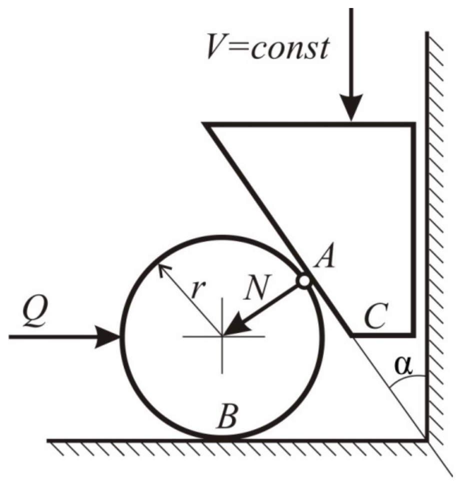


В паз шириной b помещена негладкая призма весом G, сечение которой – равнобедренный треугольник с углом α при вершине C. К призме приложена пара сил с моментом M и наименьшая уравновешивающая сила P, перпендикулярная силе G и параллельная оси x, при которой призма будет находиться в покое. Определить реакцию связи и силу P.

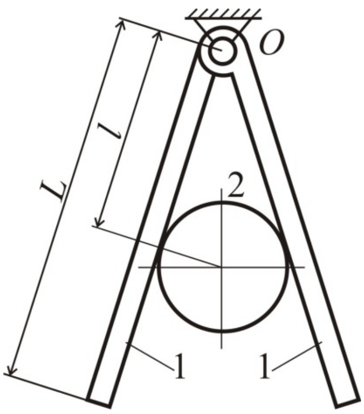
Дано: коэффициент трения f, $\alpha=4\varphi$, $\mathrm{tg}\,\varphi=f$, $M=bG$, $h=3/2\,f\,b$.

Задача С103

Клин равномерно перемещается вертикально вниз, касаясь гладкой стены и шероховатой поверхности катка. Каток при этом может перемещаться по негладкой горизонтальной плоскости. Исследовать влияние угла α клина и коэффициента трения скольжения f связях A и B на характер движения цилиндрического катка. Силу N_A, перпендикулярную к стороне AC клина, считать постоянной, каток невесомым.

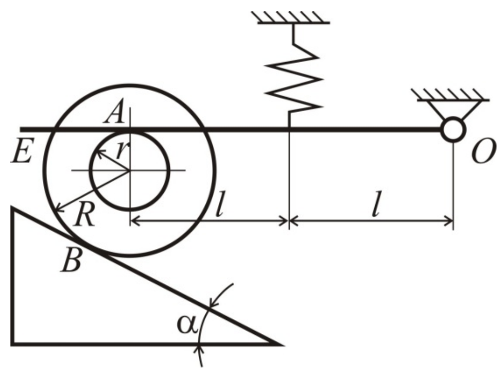


Задача С104



Шар 2 весом G_2 и радиусом r удерживается силами трения между одинаковыми пластинками 1 весом G_1 каждая, шарнирно подвешенными на горизонтальной оси O. Поперечными размерами пластин пренебречь. Длина пластины равна L, расстояние от оси O до точки касания пластины с шаром – l, коэффициент трения между шаром и пластиной – f. Считая заданными указанные геометрические размеры, найти условия, которым должны удовлетворять величины f, G_1, G_2 при равновесии системы.

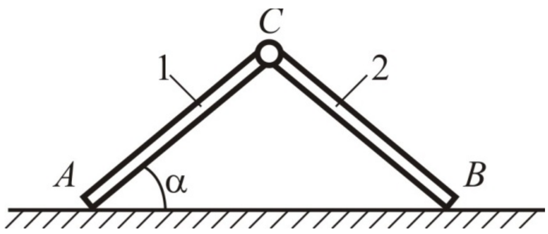
Задача С105



Определить деформацию λ пружины жесткостью C для системы, изображенной на рисунке в положении предельного состояния равновесия.

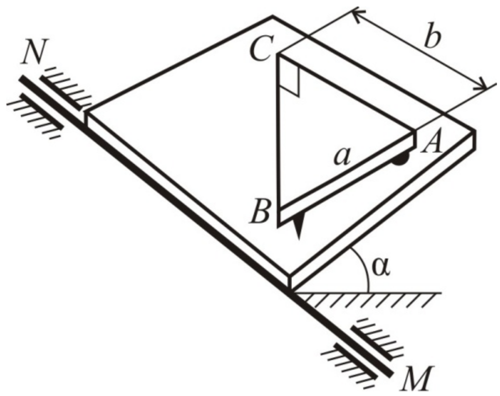
Исходные данные: отношения радиусов двухступенчатого катка $r/R = 0{,}2$; коэффициент сцепления в точках A и B контакта катка с горизонтально расположенным невесомым стержнем OE и наклоненной к горизонту под углом α=30° плоскостью f=0,577. Отношение коэффициента трения качения катка в точке B к большему радиусу катка $k/R = 0{,}5$; вес катка равен Q, в точке O – шарнир.

Задача С106



Однородные стержни 1 и 2 одинаковой длины с массами m_1 и m_2, расположенные в вертикальной плоскости, соединены идеальным шарниром C, а концами A и B опираются на шероховатую плоскость. Коэффициент трения между стержнями и полом равен f. Определить наименьший угол α наклона стержней к горизонту в состоянии равновесия.

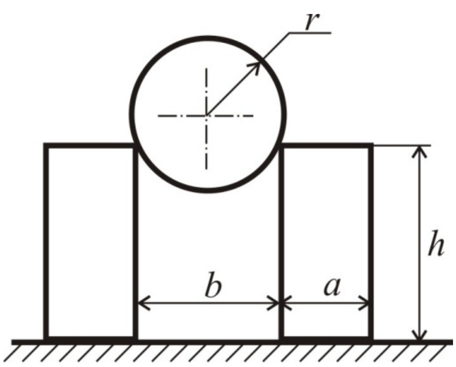
Задача С107



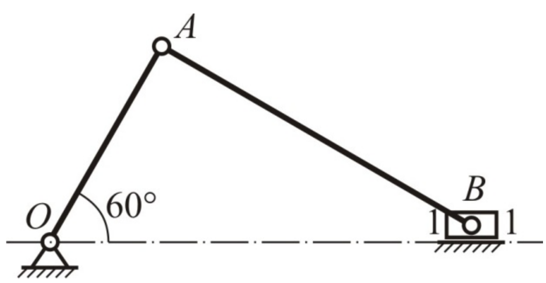
Треугольная пластина весом P лежит на наклонной плоскости и опирается на нее шаровой катковой опорой A и двумя штырями B и C. Коэффициенты трения скольжения штырей B и C о плоскость соответственно f_1 и f_2 ($f_1 < f_2$). Определить угол α, при котором пластина потеряет равновесие, $CA \parallel MN$.

Задача С108

Цилиндр веса P опирается на два одинаковых параллелепипеда того же веса. Радиус цилиндра r и размеры параллелепипедов a и h заданы. Коэффициент трения между параллелепипедами и горизонтальной плоскостью равен f. Каким условиям должно удовлетворять расстояние b между параллелепипедами для того, чтобы система находилась в равновесии? Трением между цилиндром и параллелепипедами можно пренебречь.



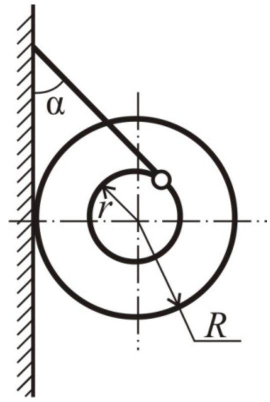
Задача С109



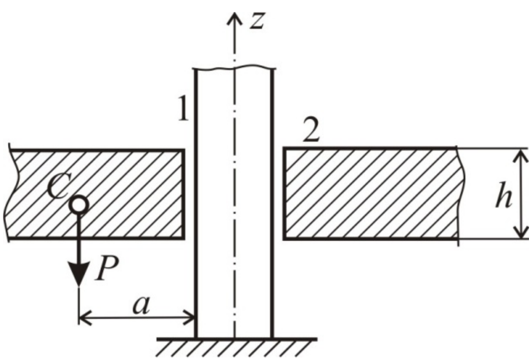
Кривошипно-шатунный механизм, расположенный в вертикальной плоскости, находится в равновесии в указанном на рисунке положении. Вес стержней OA и AB одинаков, ползун B – невесомый, опирается на шероховатую поверхность 1-1. Определить коэффициент трения скольжения между ползуном и поверхностью 1-1, пренебрегая трением в шарнирах.

Задача С110

Катушка весом G, радиусами r и R удерживается в равновесии при помощи нити и негладкой вертикальной стены. Определить наименьший коэффициент трения f между катушкой и стеной, если угол α=30° и r/R=0,2.



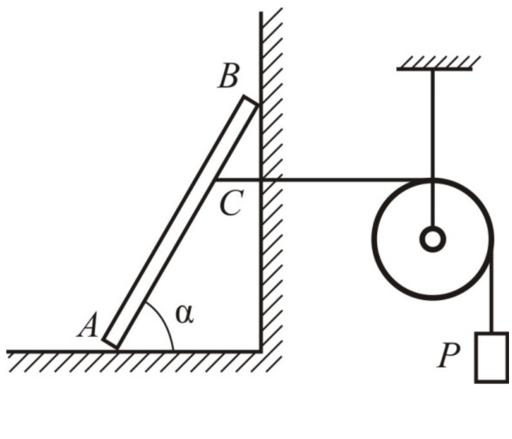
Задача С111



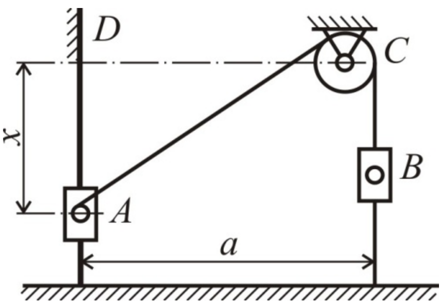
По вертикальному столбу 1 скользит пластина 2 толщиной h с круглым отверстием. Определить наименьшую силу тяжести P и наименьшее расстояние a между центром тяжести C пластины и осью столба при условии равновесия пластины за счет сил трения. Коэффициент трения между столбом и пластиной равен f.

Задача С112

Однородный стержень AB весом G опирается одним концом на гладкий пол, другим на шероховатую вертикальную стену; коэффициент трения стержня о стену равен f. Определить наибольший и наименьший вес груза P, чтобы стержень оставался в равновесии, если AC=BC, угол наклона стержня к горизонту равен α.



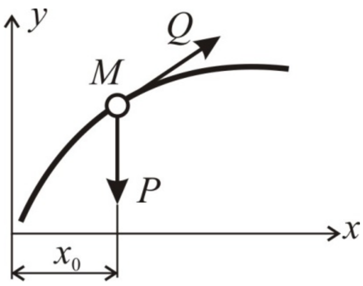
Задача С113



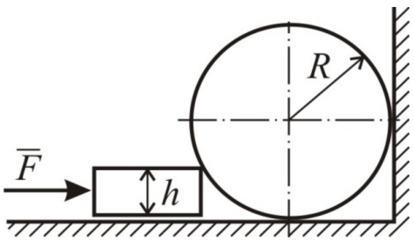
Два груза A и B, связанные нерастяжимой нитью ACB, могут двигаться по вертикальным направляющим, расстояние между которыми равно a. Коэффициент трения в направляющей груза A равен f, а трением в направляющей груза B можно пренебречь. Каковы пределы изменения расстояния x=DA, в которых возможно равновесие системы, если груз B в n раз тяжелее груза A? Размерами идеального блока C можно пренебречь.

Задача С114

К точке M весом P, находящейся в равновесном положении x=x_0 на шероховатой кривой y=sin(x) приложена сила Q, направленная по касательной к кривой вверх. Определить модуль этой силы, если коэффициент трения f<(dy/dx) (x_0).



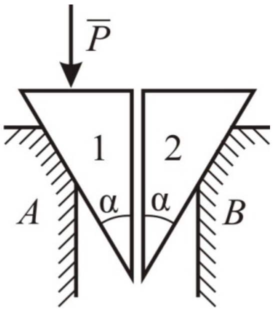
Задача С115



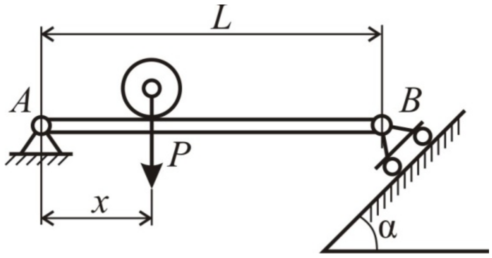
Гладкий шар радиусом R и весом P, касаясь вертикальной стены, покоится на шероховатом горизонтальном полу (коэффициент трения скольжения равен f). С какой минимальной по величине силой F следует прижать к шару брусок высотой h, чтобы шар оторвался от пола?

Задача С116

Между неподвижными телами A и B установлены два клина 1 и 2. Грани клина 1 и поверхность тела гладкие. Вертикальная грань клина 2 гладкая, а наклонная грань и поверхность тела B шероховатые. При каком значении коэффициента трения f между поверхностями контакта клина 2 и тела B наступает момент предельного равновесия, если давить на клин 1 силой P? Считать, что силы давления клина 2 на тело B распределяются по поверхности тела равномерно.

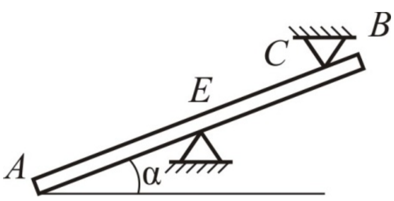


Задача С117



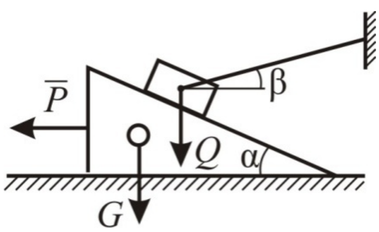
Шарнирная опора A балки не закреплена, а установлена на шероховатую плоскость с коэффициентом трения f. Шарнирно-подвижная опора B расположена на наклонной плоскости под углом 45° к горизонтали. Определить точку приложения силы P (абсциссу x), при которой возможно смещение опоры A. Вес балки $2P$. Чему должны равняться f и x для того, чтобы в предельном равновесии балки вертикальные составляющие реакций опор A и B были одинаковыми?

Задача С118



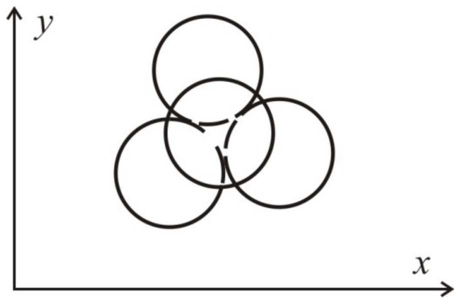
Тонкий однородный стержень AB весом P, который наклонен к горизонту под углом α, опирается на неподвижные призмы. Коэффициент трения стержня о призмы f. Какова должна быть длина стержня l, чтобы он находился в равновесии, если $CE=a$, $BC=b$?

Задача С119



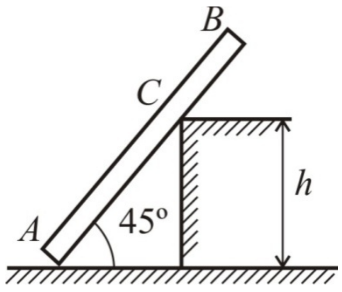
Груз весом Q привязан к неподвижной опоре тросом, составляющим с горизонтом угол β, и помещен на призму весом G, наклонная грань которой составляет угол α с горизонтом. Определить минимальную силу P, приводящую систему в движение, если угол трения груза о призму и призмы о плоскость равен φ.

Задача С120



На трех однородных соприкасающихся друг с другом шарах одного радиуса лежит сверху такой же четвертый шар. Какими должны быть коэффициенты трения скольжения между двумя шарами и между шаром и горизонтальной опорной плоскостью, чтобы система была в равновесии?

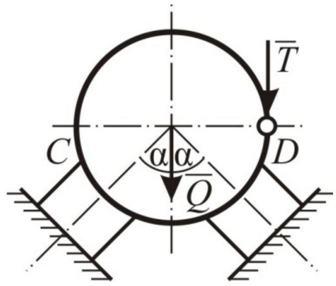
Задача С121



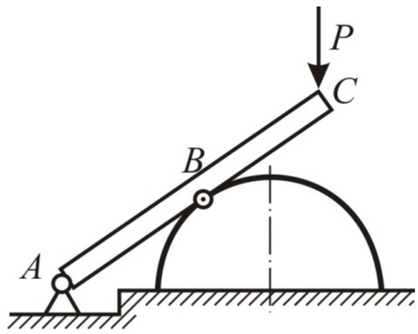
Однородный тяжелый стержень AB длиной $2h$ расположен в вертикальной плоскости. Концом A он опирается на шероховатый пол, а промежуточной точкой C – на выступ высотой h. В точке A коэффициент трения f равен 0,6. Будет ли стержень находиться в равновесии? Трением в точке C пренебречь.

Задача С122

Цилиндр весом Q лежит на двух опорах C и D, расположенных симметрично относительно вертикали, проходящей через центр цилиндра. Коэффициент трения между цилиндром и опорами равен f. При какой величине тангенциальной силы T цилиндр начнет вращаться?



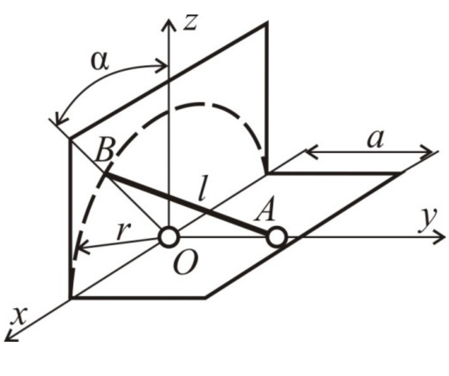
Задача С123



Стержень AC шарнирно закреплен на опоре в точке A и касается полудиска радиусом R и весом Q в точке B. Коэффициент трения скольжения между полудиском и опорной горизонтальной плоскостью f=0,5. Какую вертикальную силу P надо приложить к стержню в точке C, чтобы сдвинуть вправо полудиск, если AC=2AB=2R? Весом стержня и трением в контактной точке B пренебречь.

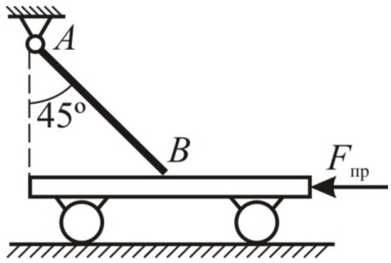
Задача С124

Однородный тонкий стержень AB длиной l и весом Q шарнирно укреплен в точке A и опирается на вертикальную стену другим концом B. Вертикальная стена находится на расстоянии a от шарнира A. В момент возможного возникновения движения стержня определить значение угла α, который образует с вертикальной



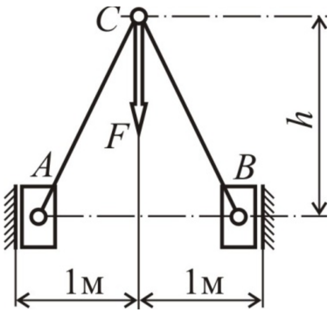
плоскостью YOZ плоскость OAB. Коэффициент трения между концом B стержня и стеной равен f. Трением в шарнире пренебречь.

Задача С125



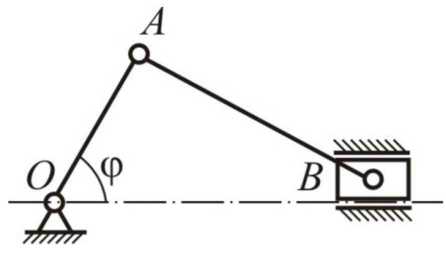
Однородный стержень AB шарнирно укреплен в точке A и опирается в точке B на неподвижную тележку. Коэффициент трения в точке B равен 0,3. Сила давления стержня на тележку равна N. Сдвинется ли тележка влево, если приложить к ней горизонтальную силу, равную $0{,}25N$?

Задача С126



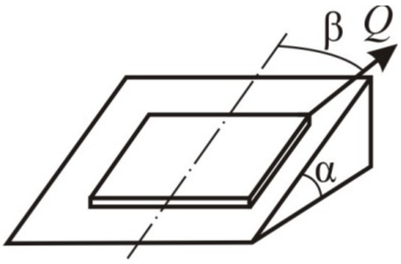
Какому условию должен удовлетворять размер h самотормозящего механизма, чтобы приложенная к узлу C сила P не могла вызвать скольжения ползунов A и B по вертикальным направляющим? Коэффициент трения f=0,2; расстояние между направляющими 2 м.

Задача С127



Определить наименьшее значение угла φ наклона кривошипа к горизонту, при котором шатунно-кривошипный механизм OAB будет находиться в равновесии. Кривошип OA, шатун AB и ползун B имеют одинаковый вес, равный P. Шатун и кривошип считать однородными стержнями, трением в шарнирах пренебречь. Коэффициент трения между ползуном и горизонтальной поверхностью f, $OA=AB=a$.

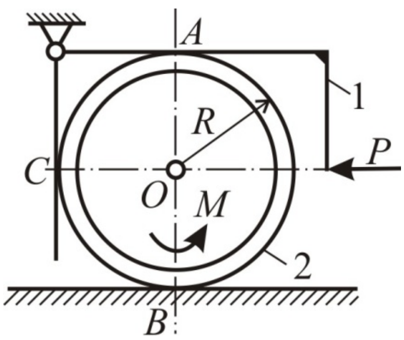
Задача С128



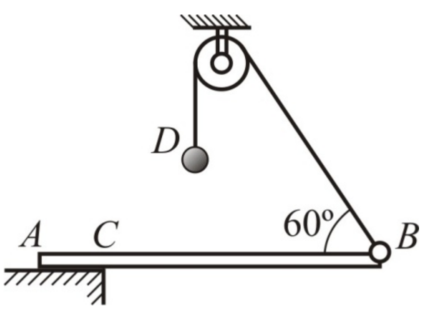
Тело весом P покоится на шероховатой наклонной плоскости с углом наклона α. Коэффициент трения тела о плоскость равен f. Какому условию подчиняются величины α и f ? К телу прикладывают силу Q, лежащую в наклонной плоскости и направленную под углом β к линии наибольшего ската. При каком минимальном значении силы Q равновесие нарушится?

Задача С129

Определить условия, которым должны удовлетворять сила P, приложенная к жесткому рычагу 1, момент пары M, приложенный к твердому кольцу 2 радиусом R, и коэффициенты сцепления (трения покоя) f_A и f_B в точках A и B, для того, чтобы кольцо вращалось вокруг неподвижной оси O. Трением в точке C, весом кольца и рычага пренебречь.

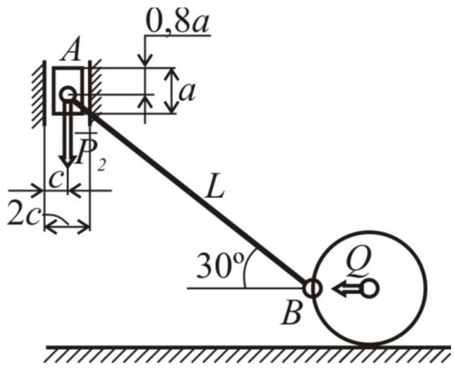


Задача С130



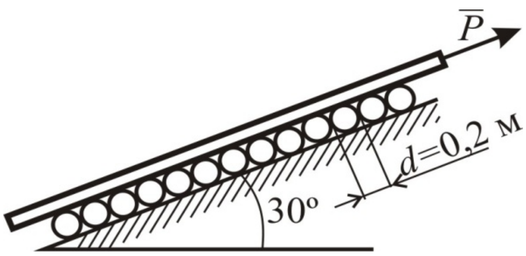
Однородная балка AB весом P, опирающаяся концом A на горизонтальную шероховатую поверхность, удерживается в горизонтальном положении нитью, образующей с ней угол 60° и переброшенной через блок. К концу нити подвешен груз D весом Q. Определить вес Q, при котором балка в указанном горизонтальном положении остается в равновесии, если коэффициент трения на опоре равен f. Исследовать решение.

Задача С131



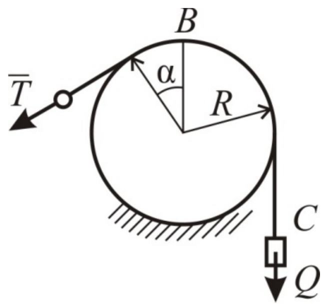
Система состоит из ползуна A, который может скользить по вертикальным направляющим стержня AB длиной l=2r, однородного диска весом P_1 и радиусом r, в точках A и B шарниры. На ползун действует вертикальная сила P_2. Определить минимальную горизонтальную силу Q, которую надо приложить в центре диска при равновесии системы; b=r, коэффициенты трения скольжения и качения – f и δ соответственно; ширина ползуна 2 c; трение в шарнирах не учитывать.

Задача С132



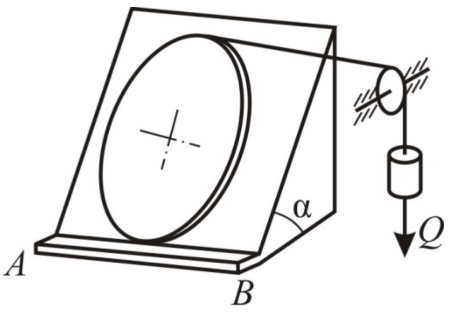
Бетонный блок массой m=500 кг равномерно поднимают вверх по наклонной шероховатой поверхности на невесомых катках. Коэффициенты трения качения в парах: каток-наклонная плоскость δ_1=0,01 см, каток-поверхность блока δ_2=0,05 см. Коэффициент трения скольжения в паре блок-наклонная плоскость – f=0,1. Определить тяговое усилие, приложенное к блоку параллельно плоскости, при вкатывании и при втягивании волоком.

Задача С133



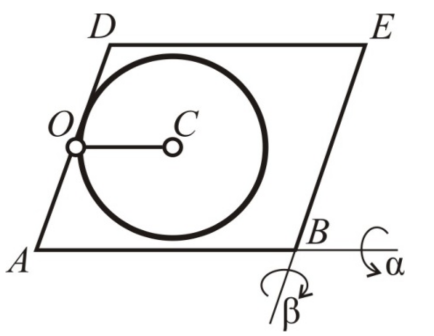
Какую силу T надо приложить к нити, перекинутой через неподвижный блок, чтобы удержать в равновесии груз весом Q, закрепленный на другом ее конце? Коэффициент трения (нити о блок) f, α и R даны.

Задача С134



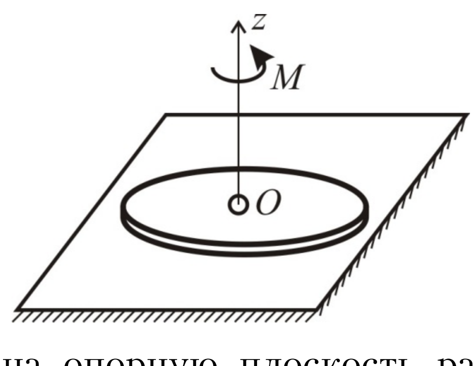
На наклонной плоскости с углом наклона α к горизонту лежит однородный диск весом P и радиусом R. На диск намотана нить. К свободному концу нити, перекинутой через неподвижный блок, подвешен груз весом Q. При каком значении Q диск будет равномерно скользить по плоскости, совершая одновременно качение без скольжения по бортику AB? Коэффициент трения скольжения равен f, трение качения и трение на блоке не учитывать.

Задача С135



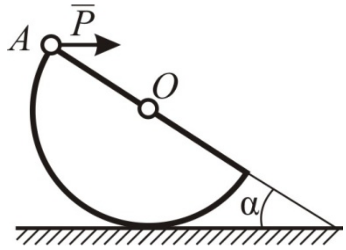
На горизонтальной прямоугольной платформе $ABED$ в некоторой точке O стороны AD шарнирно прикреплен точкой обода однородный диск весом P и радиусом R. Платформу последовательно поворачивают в указанных на рисунке направлениях на угол $\alpha=60°$ вокруг AB, а затем на угол $\beta=30°$ вокруг стороны BE. Первоначально точка O и центр диска C лежали на прямой, параллельной стороне AB. Определить минимальные значения коэффициентов трения f_1 и f_2, при которых диск будет оставаться в равновесии после первого и второго поворота платформы. Давление диска на опору равномерно распределено по площади.

Задача С136



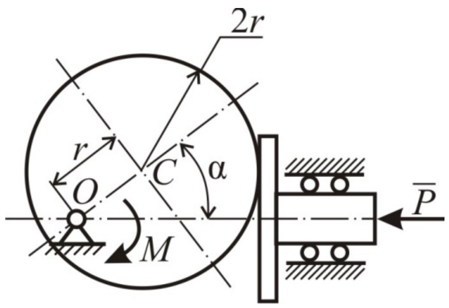
Однородный сплошной диск радиусом R и весом P лежит на шероховатой горизонтальной плоскости. Какой по модулю момент M способен вызвать вращение диска вокруг оси OZ, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через центр O, если давление диска на опорную плоскость распределено равномерно, а коэффициент трения скольжения о плоскость равен f ?

Задача С137



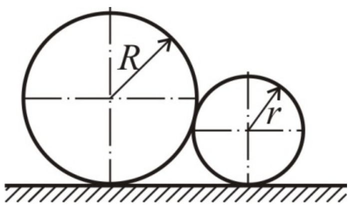
На шероховатой горизонтальной плоскости лежит полушар весом Q и радиусом r. В точке A на него действует горизонтальная сила P. Найти угол α в предельном состоянии равновесия шара, если P=1/8Q. Под каким углом β надо приложить в точке A минимальную силу P, чтобы она обеспечила предельное состояние равновесия при некотором угле $\alpha_{\min}$? Найти $P_{\min}$ и $\alpha_{\min}$.

Задача С138



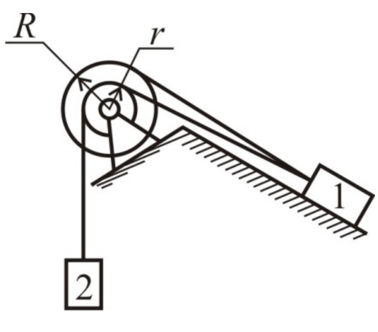
При каких условиях система будет в равновесии, если $\alpha=30°$ и коэффициент трения покоя f=0,15? Трением в подшипниках пренебречь. Каково условие самоторможения при M=0?

Задача С139



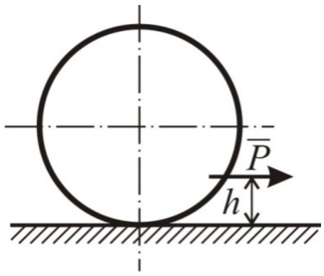
При каком условии автомобильное колесо радиусом R сможет медленно переехать через свободно лежащий на дороге цилиндр радиусом r? Коэффициент трения цилиндра с колесом и дорогой равен f. Весом цилиндра пренебречь.

Задача С140



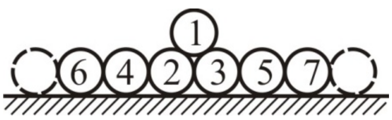
Груз 1 весом P_1 лежит на шероховатой плоскости, наклоненной к горизонту на угол α, и удерживается нитью, намотанной на ступень блока радиусом R. Коэффициент трения груза о плоскость равен f, $r=R/2$. При каком весе P_2 груза 2 система будет находиться в равновесии?

Задача С141



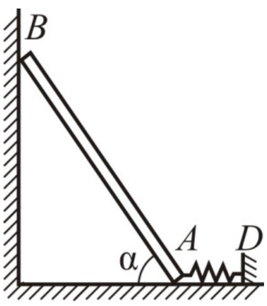
На какой высоте h следует приложить горизонтальную силу P, чтобы каток, вес которого $10P$, равномерно скользил по горизонтальной поверхности без качения? Принять: f – коэффициент трения скольжения, δ – коэффициент трения качения.

Задача С142



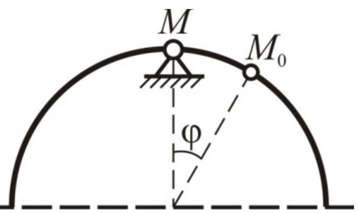
Раскатятся ли трубы на горизонтальном полу, если коэффициент трения скольжения между поверхностями труб f=0,2? Трубы и пол считать абсолютно твердыми. При каком минимальном количестве труб нижнего ряда система не будет раскатываться? Зависит ли результат от количества труб, если учитывать трение качения?

Задача С143



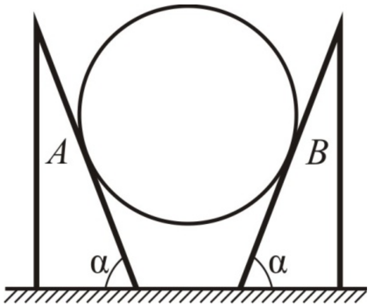
Однородный тонкий стержень длиной $AB=l$ и весом P опирается в точке B на шероховатую поверхность с коэффициентом трения $f<1$, а в точке A на гладкую горизонтальную поверхность. В точке A к стержню прикреплена пружина жесткостью C, второй конец которой закреплен в точке D. Пружина не деформирована, когда стержень вертикален. Определить, при каких значениях угла α стержень будет находиться в равновесии, если $P=2Cl$.

Задача С144



Тонкая проволока, изогнутая в виде полуокружности, свободно висит на уголке, опираясь на него в точке M_0. Определить: 1) при каких значениях коэффициента трения f возможно равновесие полуокружности, если точку контакта перенести в положение M, определяемое углом φ; 2) при каком угле φ минимальное значение коэффициента трения, обеспечивающее равновесие, является наибольшим. Найти этот максимум.

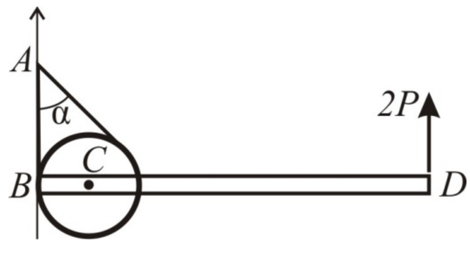
Задача С145



Две однородные треугольные призмы одинаковых размеров, сделанные из разных материалов, находятся на неподвижном основании, ребра их параллельны, и призмы удерживают в равновесии невесомый полый цилиндр, в который медленно наливают жидкость. Веса призм A и B соответственно равны P_1=1 кН, P_2=2 кН. Коэффициент трения между призмой A и цилиндром, а также неподвижной поверхностью f_1=0,2, для призмы B соответственно f_2=0,15. Угол при основании призм α=60°.

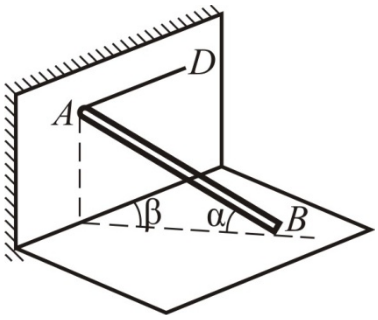
Определить, какая из призм начнет скольжение первой, а также силу трения между другой призмой и горизонтальной поверхностью в этот момент, если положение цилиндра обеспечивает неопрокидывание призм.

Задача С146



Однородный диск весом P и радиусом r находится в вертикальной плоскости. В точке B он касается неподвижной вертикальной стенки с коэффициентом трения $f=\sqrt{3}/15$. Невесомая нить намотана на диск и образует со стенкой угол α=60°. К диску жестко прикреплен однородный стержень BD длиной $8r$, расположенный горизонтально. На конце стержня действует вертикальная сила F=2P. При каком значении веса стержня конструкция будет находиться в равновесии? Какой вес стержня обеспечивает равновесие при любом коэффициенте трения?

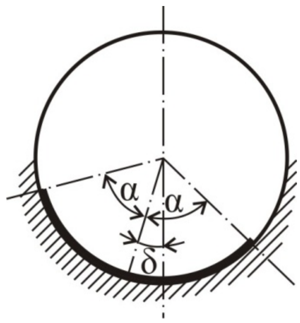
Задача С147



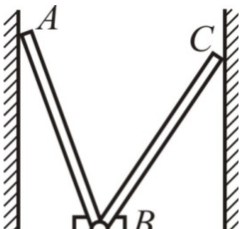
Тяжелый однородный стержень AB одним концом A опирается на гладкую вертикальную стену, а другим концом B – на шероховатый горизонтальный пол. Конец A стержня удерживается горизонтальной нитью AD. Указать область значений для углов α и β, при которых стержень AB будет находиться в покое в указанном на рисунке положении, если коэффициент трения скольжения между концом B стержня и полом равен f.

Задача С148

Гибкая однородная лента расположена внутри полого шероховатого цилиндра, ось которого горизонтальна. Лента образует дугу окружности с центральным углом 2α. Каково наибольшее значение угла δ с вертикалью, при котором лента не соскальзывает, если коэффициент трения скольжения равен f?

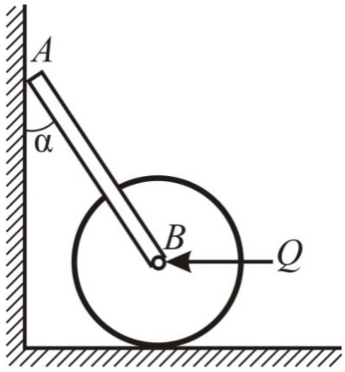


Задача С149



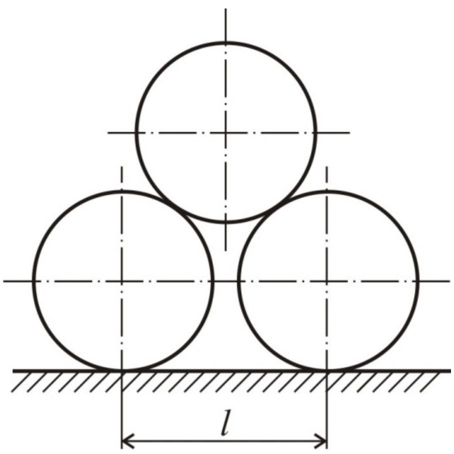
Одинаковые однородные стержни AB и BC длиной l соединены цилиндрическим шарниром, на оси которого укреплен невесомый ползун B. Стержни опираются в точках A и C на вертикальные гладкие стенки, расположенные на расстоянии a друг от друга ($a<l$). Ползун может скользить по шероховатому горизонтальному полу с коэффициентом трения f. При каком соотношении между a и l эта система будет находиться в равновесии в любом положении ползуна на плоскости?

Задача С150



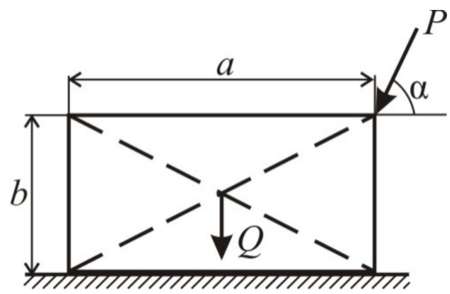
Рукоятка катка, шарнирно соединенная с его осью, опирается своим концом A на вертикальную гладкую стенку. Вес рукоятки равен P, ее длина l, вес катка также равен P, его радиус r. В точке B к катку приложена горизонтальная сила $Q=2P$. При каком угле α возможно равновесие системы, если коэффициент трения скольжения между катком и горизонтальной плоскостью равен f, а его коэффициент трения качения равен δ.

Задача С151



Три одинаковых однородных диска радиусом R расположены в вертикальной плоскости, как указано на рисунке. Коэффициент трения между дисками, а также опорной поверхностью и дисками одинаков и равен f ($f<1$). Определить максимальное расстояние между центрами нижних дисков и область допустимых значений коэффициента трения при равновесии системы.

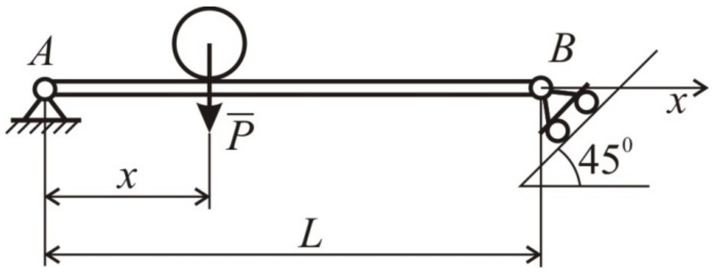
Задача С152



Однородный прямоугольник с основанием a, высотой b и весом Q лежит на шероховатой горизонтальной плоскости с коэффициентом трения f. Каким условиям удовлетворяет величина силы P, для которой прямоугольник находится в равновесии при любом значении угла α ($0 \le \alpha \le \pi/2$)? Сила P расположена в плоскости прямоугольника.

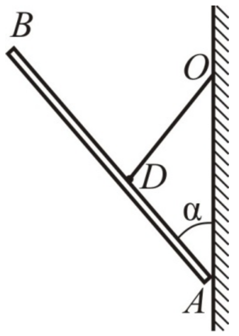
Задача С153

Балка AB имеет шарнирную опору в точке A, не закрепленную, а установленную на шероховатую плоскость. Коэффициент трения между плоскостью и опорой равен f. Шарнирно-подвижная опора B расположена на наклонной плоскости, образующей угол 45° с горизонтом.



Определить точку приложения силы P (абсциссу x), при которой нарушается равновесие, а также чему должны равняться f и x для того, чтобы в предельном положении равновесия балки вертикальные составляющие реакции опор A и B были одинаковы?

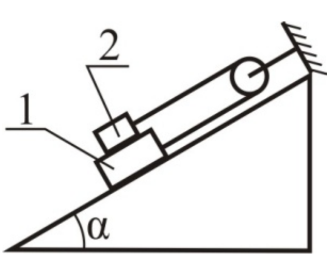
Задача С154



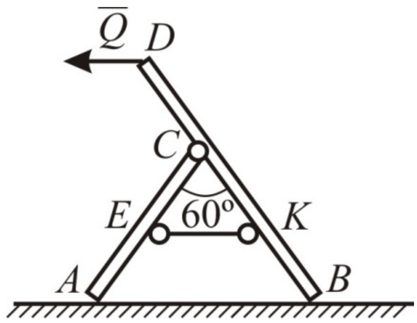
Картина AB подвешена к вертикальной стене с помощью нити, прикрепленной к гвоздю в стене (O) и к картине в точке D. Определить длину нити OD и расстояние DA, для которых в положении равновесия сила трения обращается в нуль при любом значении угла α. Длина $AB=2l$.

Задача С155

На гладкой наклонной плоскости с углом наклона α находятся два груза 1 и 2 друг на друге, коэффициент трения скольжения между ними равен f. Грузы соединены нитью, перекинутой через неподвижный блок. Вес верхнего тела P_2. Найти вес P_1 нижнего тела при равновесии системы.



Задача С156

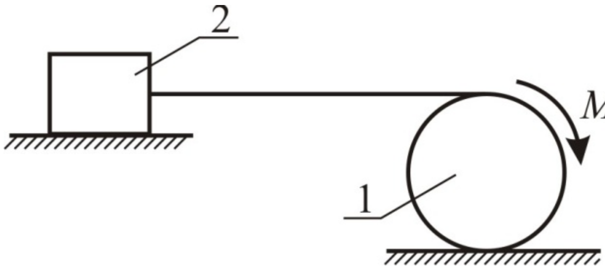


Две однородные балки AC и BD с весами P_1 и P_2 соответственно соединены шарниром C и невесомым стержнем EK с шарнирами на концах, при этом $AC=l$, $BD=1{,}5l$; $AE=EC=CK=KB$ и $ACB=60°$.

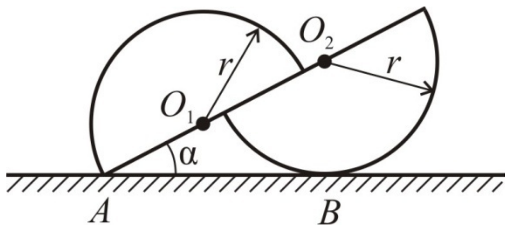
Система находится в вертикальной плоскости и опирается в точках A и B на шероховатую горизонтальную плоскость с коэффициентом трения скольжения f. Какую горизонтальную силу Q надо приложить в точке D, чтобы система начала опрокидываться вокруг точки A, а опора A оставалась неподвижной? Найти также усилие S в стержне EK в момент начала опрокидывания системы.

Задача С157

На однородный каток l радиусом R и весом Q, связанный с телом 2 нерастяжимой нитью, действует момент M. Коэффициент трения качения равен δ, коэффициент трения скольжения для тела 2 равен f. Каким должен быть наибольший вес P тела 2, чтобы он начал скользить, и чему должен при этом быть равен коэффициент трения скольжения для тела l?



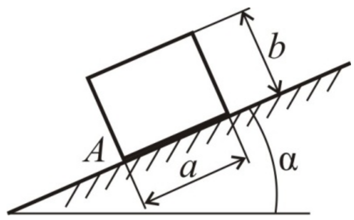
Задача С158



Цилиндр радиусом r и весом $2Q$ разрезан по диаметральной плоскости на две части, которые опираются на гладкую плоскость. Угол α известен.

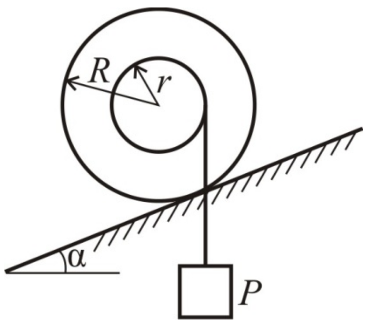
Найти при равновесии: 1) коэффициент трения; 2) реакции в точках A и B; 3) давление между цилиндрами.

Задача С159



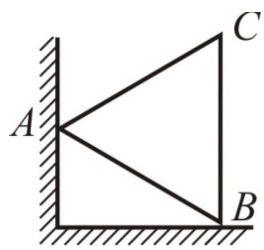
Прямоугольный однородный параллелепипед весом P опирается на шероховатую наклонную плоскость, угол которой с горизонтом постепенно возрастает; коэффициент трения равен f. При каком угле α параллелепипед начнет скользить вдоль плоскости или опрокидываться вокруг ребра A?

Задача С160



Однородный круглый цилиндр радиусом R и весом Q имеет цилиндрический выступ, радиус которого r, и удерживается в равновесии на шероховатой наклонной плоскости силой трения и весом P груза, привязанного к свободному концу нити, намотанной на выступ. Найти условия, при которых возможно равновесие, а также вес P уравновешивающего груза и давление цилиндра на плоскость при равновесии.

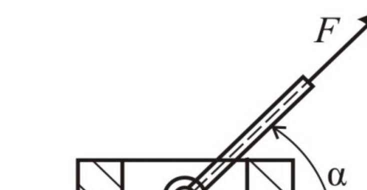
Задача С161



Однородная призма с основанием в форме равностороннего треугольника ABC опирается ребром A на гладкую вертикальную стену, а ребром B – на шероховатую горизонтальную плоскость. Каким должно быть минимальное значение коэффициента трения скольжения $f_{\min}$ между ребром B и плоскостью, чтобы при равновесии призмы её грань BC была вертикальна?

Задача С162

Тяжёлую отливку необходимо передвинуть по горизонтальному полу цеха. Вес отливки G, коэффициент трения между отливкой и полом f; трос наклонён к горизонту под углом α.

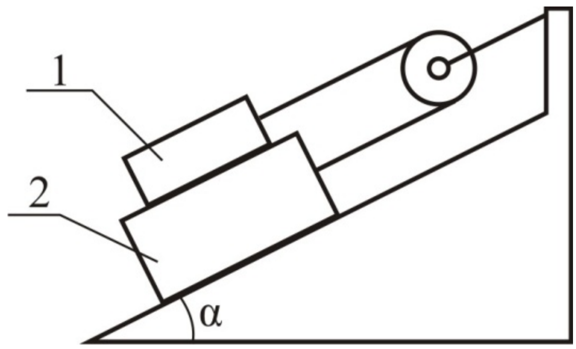


1. Определить силу F, приложенную к концу троса, выразив её через G, f, α.

2. При каком значении α сила F, приложенная к тросу, будет минимальной?

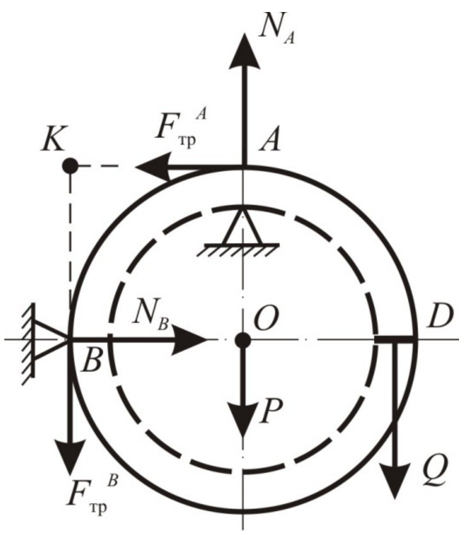
Задача С163

На гладкой наклонной плоскости с углом наклона α находятся два бруска, соединённые нитью, перекинутой через идеальный блок. Коэффициент трения скольжения между брусками равен f. Вес верхнего бруска P_1. Найти вес P_2 нижнего бруска при равновесии системы.



3.2. Примеры решения задач к гл.3

Решение задачи С91



R – радиус кольца.

$$\sum \overline{M}_0(F_k) = 0;$$

$$-Q \cdot R + F_{\text{тр}}^A \cdot R + F_{\text{тр}}^B \cdot R = 0; \quad (1)$$

$$\sum \overline{M}_k(F_k) = 0;$$

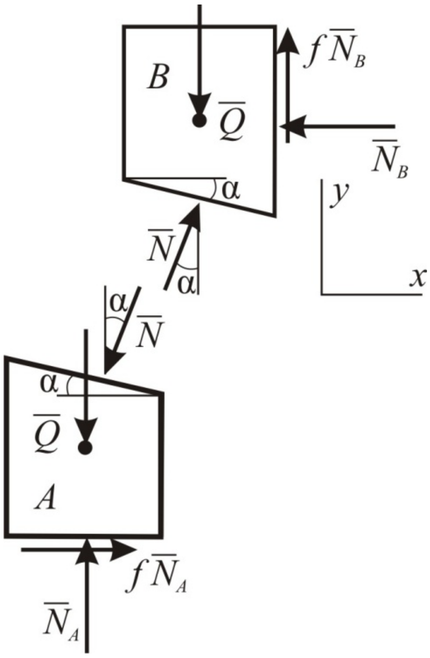
$$N_A \cdot R + N_B \cdot R - P \cdot R - Q \cdot 2R = 0; \quad (2)$$

$$F_{\text{тр}}^A = f \cdot N_A; \quad F_{\text{тр}}^B = f \cdot N_B.$$

Из уравнения (1) $f\,(N_A + N_B) \geq Q$.
Из уравнения (2) $(N_A + N_B) = 2Q + P$.

Ответ: $f \geq \dfrac{Q}{2Q+P}$.

Решение задачи С97



Равновесие призмы B при минимальном коэффициенте трения f:

$$\sum F_{kx}=0,\quad N_B=N\sin\alpha;$$

$$\sum F_{ky}=0,\quad N\cos\alpha+fN_B=Q.$$

Отсюда $\quad N=\dfrac{Q}{\cos\alpha+f\sin\alpha}.\qquad(1)$

Равновесие клина A:

$$\sum F_{kx}=0,\quad N_A=\frac{N\sin\alpha}{f};$$

$$\sum F_{ky}=0,\quad N_A-N\cos\alpha=Q.$$

Отсюда $\quad N=\dfrac{Qf}{\sin\alpha-f\cos\alpha}.\qquad(2)$

Приравниваем выражения (1) и (2):

$$\frac{f}{\sin\alpha-f\cos\alpha}=\frac{1}{\cos\alpha+f\sin\alpha}\ \rightarrow\ f^2+2f\,\mathrm{ctg}\,\alpha-1=0.$$

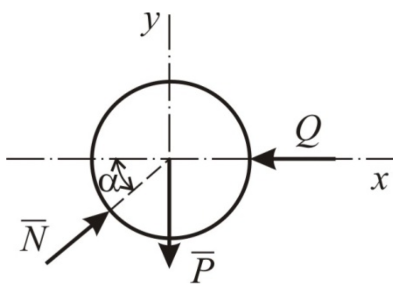
Минимальное положительное значение коэффициента:

$$f_{\min}=-\mathrm{ctg}\,\alpha+\sqrt{\mathrm{ctg}^2\alpha+1}=-\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}+\frac{1}{\sin\alpha}=\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}=\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}.$$

Ответ: $f\ge\mathrm{tg}\,\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}.$

Решение задачи С115

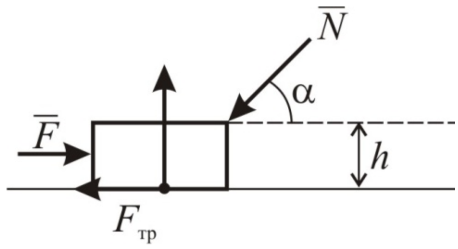
Рассмотрим равновесие шара в момент, когда он оторвался от пола:



$$\sum Y=N\sin\alpha-P=0;$$

$$N=\frac{P}{\sin\alpha}.$$

Рассмотрим равновесие бруска (весом бруска пренебрегаем):



$$\sum X = F - F_{тр} - N\cos\alpha = 0;$$
$$\sum Y = N_1 - N\sin\alpha = 0.$$

Отсюда $F_{тр} = fN_1 = fN\sin\alpha$;

$$F = F_{тр} + N\cos\alpha = P(f + \mathrm{ctg}\,\alpha).$$

Учитывая, что $\sin\alpha = \dfrac{(R-h)}{R}$, $\cos\alpha = \dfrac{1}{R}\sqrt{R^2 - (R-h)^2}$,

найдем $\mathrm{ctg}\,\alpha = \sqrt{\dfrac{R^2}{(R-h)^2} - 1}$.

Ответ: $F = P\left(f + \sqrt{\dfrac{R^2}{(R-h)^2} - 1}\right)$.

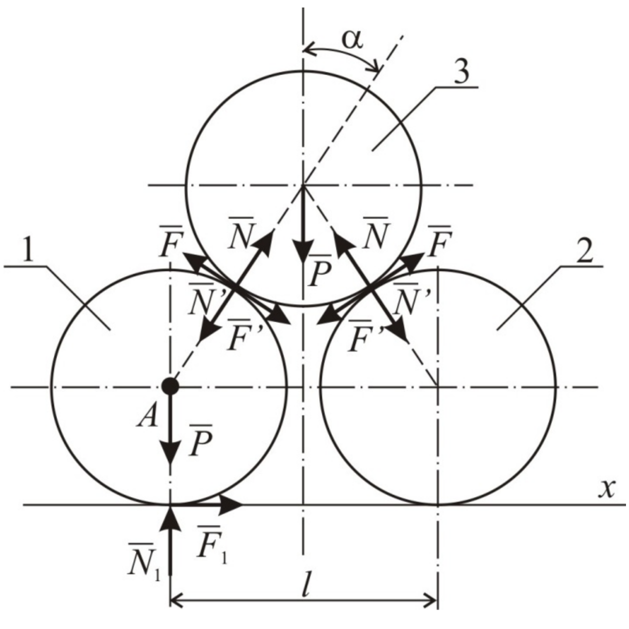
Решение задачи С151

Условие равновесия диска 1:

$$\sum m_A(\overline{F}_k) = 0,\ F_1R - FR = 0,$$

отсюда $F_1 = F$.

$$\sum F_{kx} = 0,\quad F_1 + F\cos\alpha - N\sin\alpha = 0. \qquad (1)$$



Для диска 3:

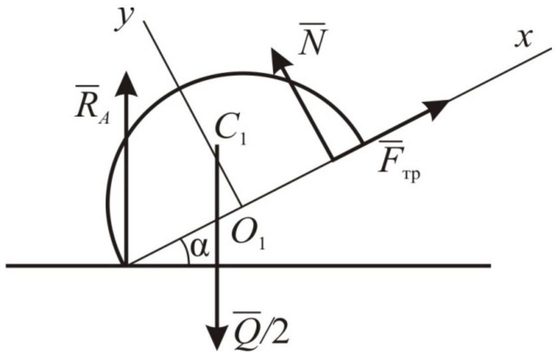
$$\sum F_{ky} = 0,2N\cos\alpha + 2F\sin\alpha - P = 0\,. \qquad (2)$$

Решая систему (1)–(2), выразим из нее реакции в точках контакта объектов равновесия: $F = N\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$, $N = 0,5P$.

Из неравенства $F \le fN$ с учетом l=4$R\sin\alpha$ находим искомое расстояние $l_{\max} = \dfrac{8Rf}{1+f^2}$. Очевидно, что $l_{\max} \ge 2R$, откуда получим область изменения коэффициента трения $f \ge 2-\sqrt{3}$.

Решение задачи С158

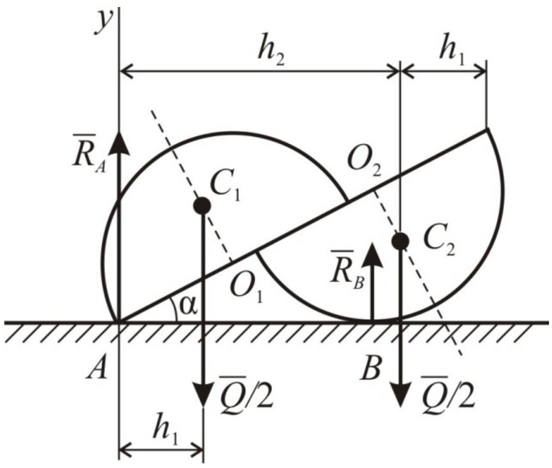
Рассмотрим равновесие левой части цилиндра. От отброшенной правой части действует сила давления N и сила трения $F_{\text{тр}} = fN$.



Уравнения равновесия:

$$\sum X = F_{\text{тр}} - \frac{Q}{2}\sin\alpha + R_A\sin\alpha = 0\,, \qquad (1)$$

$$\sum Y = N - \frac{Q}{2}\cos\alpha + R_A\cos\alpha = 0\,. \qquad (2)$$



На конструкцию из двух частей цилиндра действует система параллельных сил $R_A, R_B, \dfrac{Q}{2}$ и $\dfrac{Q}{2}$.

Уравнения равновесия:

$$\sum Y = R_A + R_B - Q = 0\,, \qquad (3)$$

$$\sum M_A = R_B(AB) - \frac{Q}{2}h_1 - \frac{Q}{2}h_2 = 0. \qquad (4)$$

Учитывая, что $O_1C_1 = O_2C_2 = \dfrac{4r}{3\pi}$, найдем:

$$AB = \frac{BO_2}{\text{tg}\alpha} = \frac{r}{\text{tg}\alpha}, \quad h_1 = r\cos\alpha - \frac{4r}{3\pi}\sin\alpha, \quad h_2 = AB + \frac{4r}{3\pi}\sin\alpha.$$

Из уравнений (4), (3), (1) найдем:

$$R_B = \frac{Q}{2}\left(1+\sin\alpha\right),\ R_A = \frac{Q}{2}\left(1-\sin\alpha\right),\ N = \frac{Q}{2}\sin\alpha\cos\alpha,\ f = \frac{F_{\text{тр}}}{N} = \text{tg}\alpha.$$

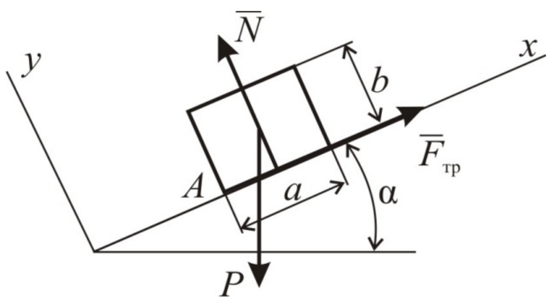
Решение задачи С159

Условия равновесия параллелепипеда:

$$\sum M_A = -P\cos\alpha\frac{a}{2} + P\sin\alpha\frac{b}{2} + N\frac{a}{2} = 0. \qquad (1)$$

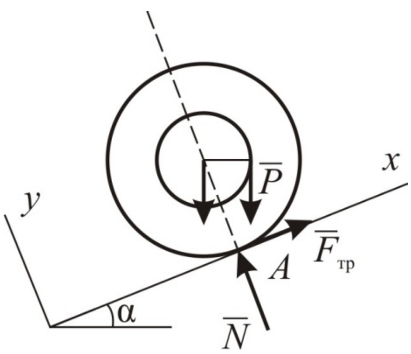
$$\sum X = F_{\text{тр}} - P\sin\alpha = 0. \qquad (2)$$

$$\sum Y = N - P\cos\alpha = 0. \qquad (3)$$



Параллелепипед начнет скользить при P=sin α=$F_{\text{тр}}$ или tg α=f. При опрокидывании контакт его с плоскостью возможен только в точке A. Положив в уравнении (1) N=0, найдем $\text{tg}\,\alpha = \dfrac{a}{b}$.

Решение задачи С160



К цилиндру приложена уравновешенная система сил $(\overline{Q}, \overline{N}, \overline{P}, \overline{F}_{\text{тр}})$, причем

$$F_{\text{тр}} = f\,N. \qquad (1)$$

Уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0;\ -(P + Q)\sin\alpha + F_{\text{тр}} = 0, \qquad (2)$$

$$\sum F_{ky} = 0;\ -(P+Q)\cos\alpha + N = 0, \qquad (3)$$

$$\sum m_A(\overline{F}_k) = 0;\ QR\sin\alpha - P(r - R\sin\alpha) = 0. \qquad (4)$$

В уравнении (4) следует потребовать, чтобы выполнялось условие

$$r - R\sin\alpha > 0 \text{ или } R\sin\alpha < r. \qquad (5)$$

Из уравнения (4) $P = \dfrac{Q\,R\sin\alpha}{r - R\sin\alpha}$.

Неравенство (1) с учетом (2), (3):

$$(P + Q)\sin\alpha \le f\,(P+Q)\cos\alpha. \qquad (6)$$

Из уравнения (3) с учетом найденного P:

$$N = (P + Q)\cos\alpha = \left(\frac{Q\,R\sin\alpha}{r - R\sin\alpha} + Q\right)\cos\alpha = \frac{Q\,r\cos\alpha}{r - R\sin\alpha}.$$

Ответ:

1) Условия возможности равновесия $\operatorname{tg}\alpha \le r\ R\sin\alpha < r.$

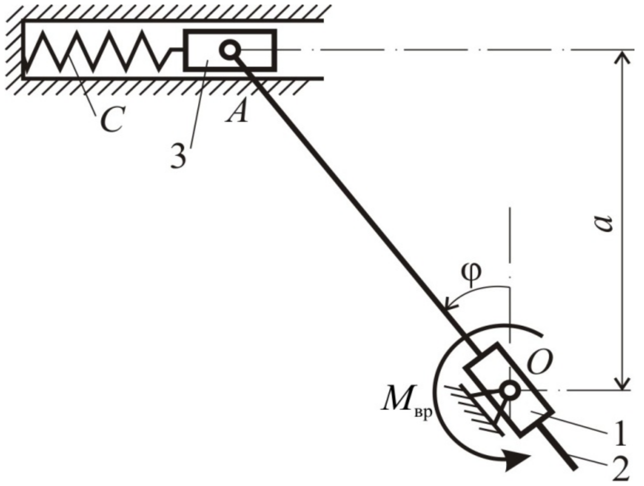
2) $P = \dfrac{Q\,R\sin\alpha}{r - R\sin\alpha}$, $N = \dfrac{Q\,r\cos\alpha}{r - R\sin\alpha}$.

4. ПРИНЦИП ВОЗМОЖНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ. ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ

4.1. Применение принципа возможных перемещений к решению задач

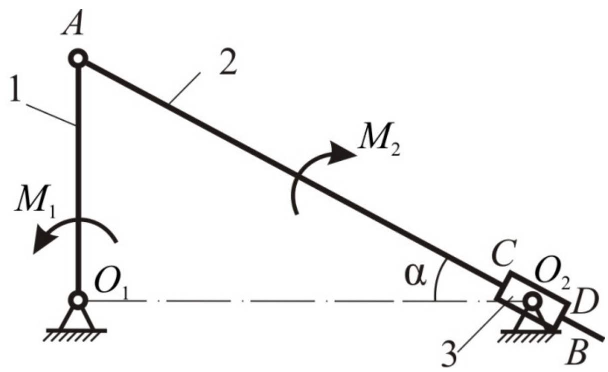
Задача С164

В плоском механизме звенья невесомы, связи идеальные. К цилиндру 1 приложен известный момент $M_{вр}$ пары сил. Найти величину деформации пружины, если жесткость пружины равна C, и механизм в указанном на рисунке положении, определенном углом φ, находится в покое. Стержень 2 может свободно скользить в цилиндре 1.



Задача С165

В плоском механизме на кривошип O_1A действует пара сил с известным моментом M_1. Найти минимальное значение момента M_2 пары сил, приложенной к звену 3 и обеспечивающей равновесие механизма в указанном на рисунке положении, если

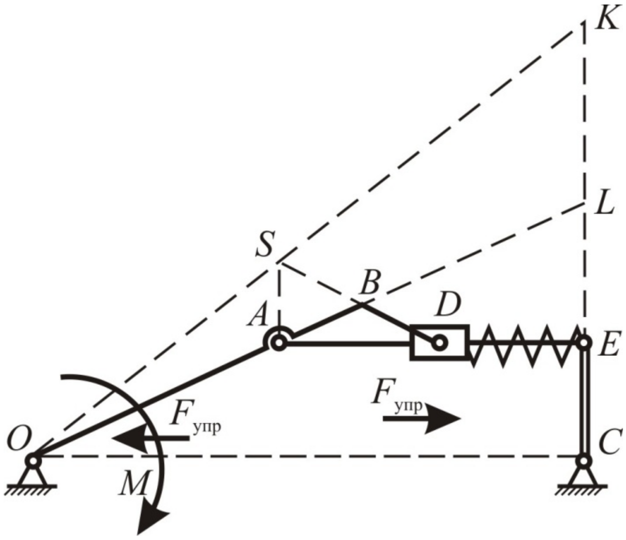


AO_1O_2=90°, O_1O_2A=α, $O_1A=r$, $CO_2=O_2D=a$, коэффициент трения между стержнем 2 и втулкой 3 равен f, трение в шарнирах O_1, A, O_2 пренебрежимо мало, все звенья механизма невесомые, контакт стержня 2 с втулкой 3 имеет место только в точках C и D.

Задача С166

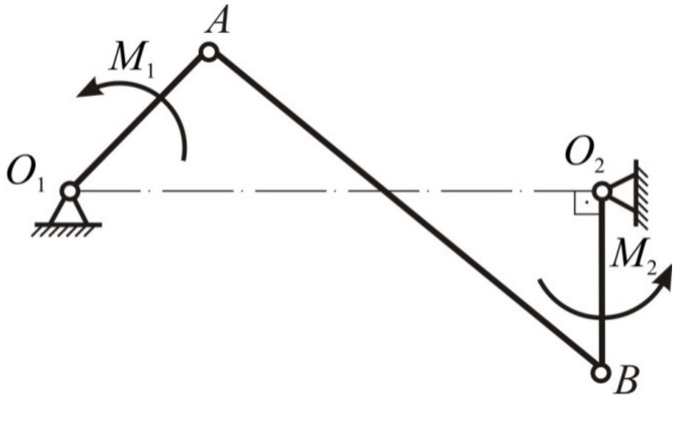
Плоский механизм с невесомыми звеньями находится в равновесии. Момент M пары сил, приложенной к звену OAB, уравновешен силой упругости пружины. Показать, что абсолютная величина силы упругости пружины при данном положении механизма может определяться равенством:

$$F_{\text{упр}} = M \cdot SK / (LK \cdot OS), \; AS \perp AE, \; ES \perp OS, \; AE \parallel OC.$$



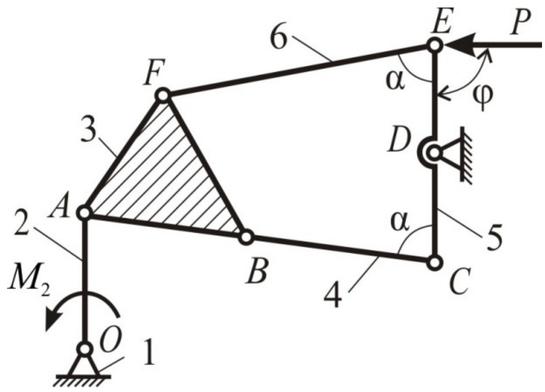
Задача С167

В антипараллелограмме O_1ABO_2 длины звеньев равны соответственно $O_1A=O_2B=a$, $AB=O_1O_2=b$ ($b>a$). Механизм находится в равновесии под действием вращающихся моментов M_1 и M_2, приложенных к звеньям O_1A и O_2B. Определить отношение M_2/M_1, если $O_2B \perp O_1O_2$.

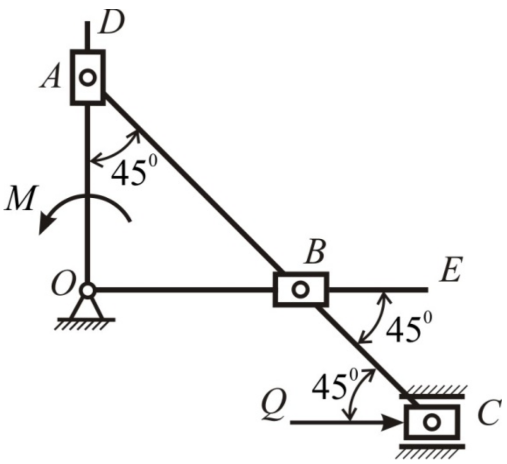


Задача С168

Определить момент пары M_2, уравновешивающий механизм в данном его положении, и реакции в шарнирах C, D и E рычага 5. Шарнир B находится на прямой AC. Дано: $OA=CE=l$, $CD=0{,}5l$, $\alpha=60°, \varphi=90°$; внешняя сила P.



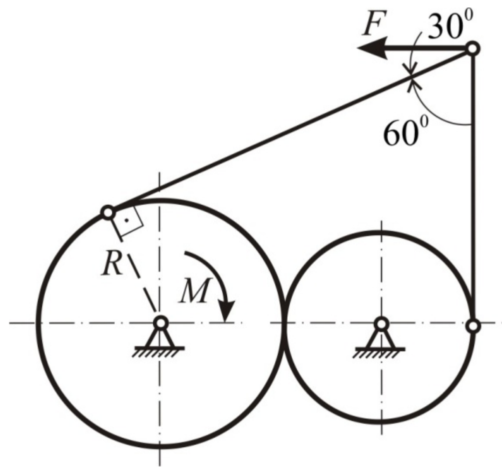
Задача С169



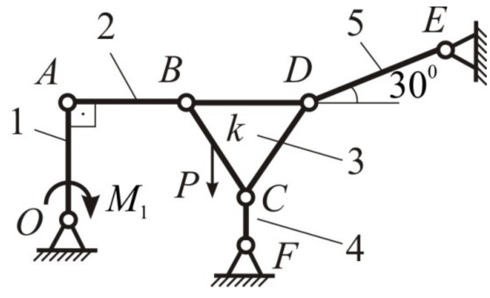
В плоском кулисном механизме ползуны A и B могут перемещаться вдоль стержней кривошипа DOE. Пренебрегая трением и весом звеньев механизма, определить силу Q, уравновешивающую действие момента M, $AB=BC=l$.

Задача С170

Механизм, расположенный в горизонтальной плоскости, состоит из двух зубчатых колес и стержней, связанных шарнирами. Считая связи идеальными, определить силу F, уравновешивающую действие момента M. Радиус левого колеса R.



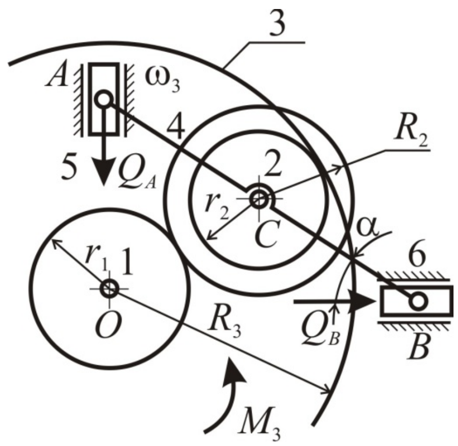
Задача С171



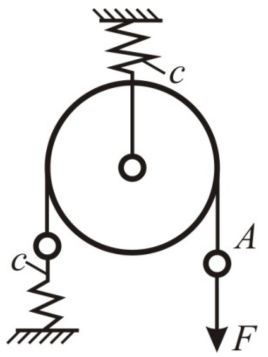
К равностороннему трехшарнирному звену BCD приложена сила P. Определить уравновешивающий момент M_1 механизма. Размеры стержней одинаковы и равны l, $KB = KC = 0{,}5l$; OA, CF, $\overline{P}$ перпендикулярны BD.

Задача С172

Определить момент M_3, при котором зубчато-рычажный механизм в данном положении будет находиться в равновесии. Массами тел и трением в связях пренебречь. Дано: $AC=BC=l$, $r_1=R_2=0{,}5l$, $r_2=0{,}25l$, угол $\alpha=30°$, угол $AOB=90°$, угловая скорость $\omega_3=0$, сила $Q_A=Q_B=Q$.



Задача С173

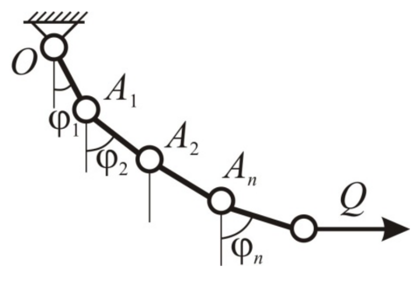


На сколько переместится конец перекинутой через подвижной блок нити (точка A), если к нему приложить силу F? Жесткость пружины c.

Задача С174

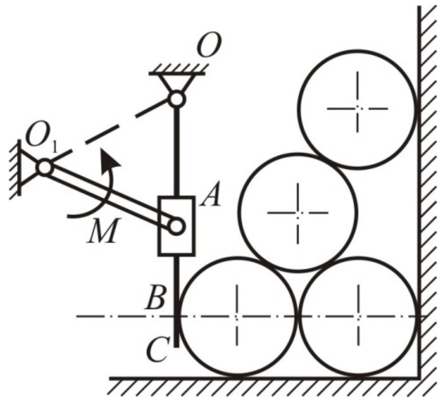
Цепь, состоящая из n одинаковых стержней, подвешена в вертикальной плоскости. P – вес одного стержня; Q – заданная горизонтальная сила; O, A_1, A_2,...A_n – шарниры.

Найти углы φ_k (k =1,2,..., n) стержней с вертикалью в положении равновесия.

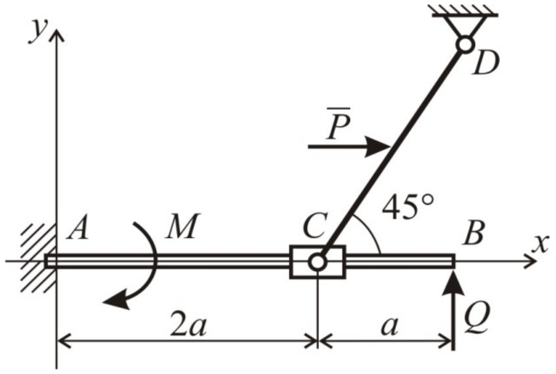


Задача С175

Вертикальная плита OC удерживает в равновесии четыре одинаковые горизонтально лежащие трубы весом P каждая. Найти минимальный момент M, приложенный к рычагу O_1A длиной r при условии, что $\angle AO_1O=\pi/2$, $AOO_1=\pi/6$, $OB=2\sqrt{3}r$.



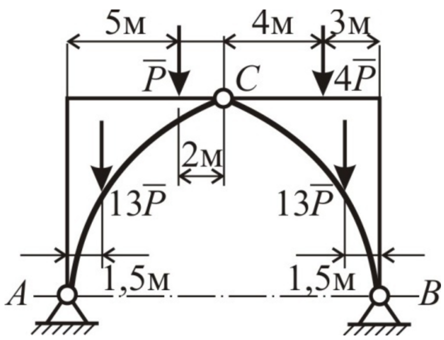
Задача С176



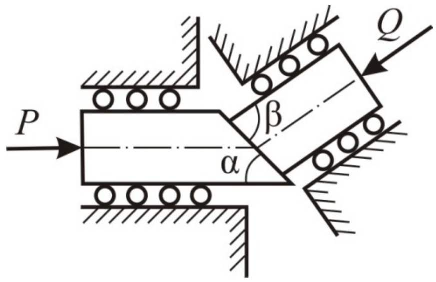
Заделанный в стену горизонтальный стержень AB соединен со стержнем CD скользящим шарниром C. К середине CD приложена горизонтальная сила P, на стержень AB действует пара сил с моментом M и вертикальная сила Q. Определить реакции в заделке и шарнире C, если P=4 Н; M=12 Н·м; Q=16 Н; a =1 м.

Задача С177

С помощью принципа возможных перемещений определить горизонтальную составляющую реакции в шарнире C.

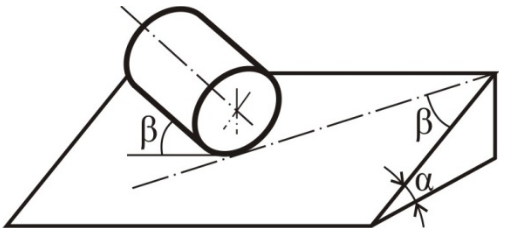


Задача С178



Два клина A и B, коэффициент трения между которыми равен f, могут двигаться без трения в своих направляющих. К клину A приложена сила P. Какую силу Q нужно приложить к клину B, чтобы клин A двигался равномерно в сторону действия силы P?

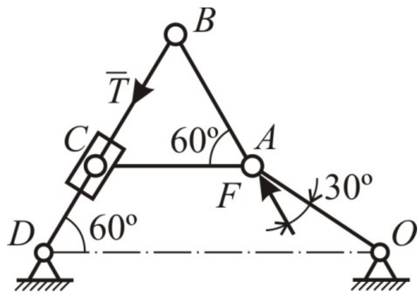
Задача С179



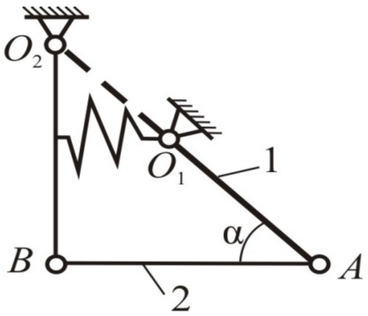
Однородный цилиндр помещен на наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом так, что его образующие составляют угол β с горизонтальной линией, проведенной на плоскости. Определить условия, при которых цилиндр будет в покое, если f – коэффициент трения скольжения, δ – коэффициент трения качения, r – радиус цилиндра.

Задача С180

В стержневой системе $AB=AC$, $BD=2AB$, сила T приложена к ползуну C, который может двигаться вдоль стержня BD. Пренебрегая трением и весом стержней, определить, при каком соотношении между силами T и F система остается в равновесном положении, показанном на рисунке.



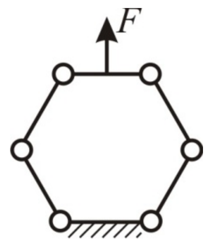
Задача С181



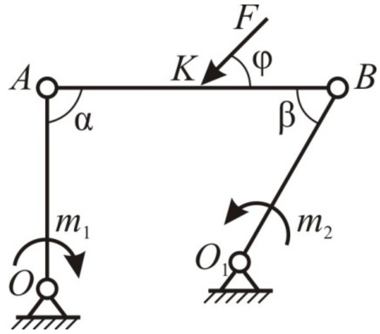
В стержневой системе, расположенной в вертикальной плоскости, $O_1A=O_1O_2$ стержни 1 и 2 однородны и имеют веса P_1 и P_2 соответственно. Определить силу натяжения пружины, если в положении равновесия системы, изображенном на рисунке, угол $O_1AB=\alpha$, угол $ABO_2=90°$, точки A, O_1 и O_2 лежат на одной прямой.

Задача С182

Шесть одинаковых однородных стержней весом P, связанных шарнирно своими концами, образуют правильный шестиугольник, расположенный в вертикальной плоскости. Нижний стержень закреплен в горизонтальном положении. Какую направленную вертикально вверх силу нужно приложить к середине верхнего горизонтального стержня, чтобы система находилась в равновесии?

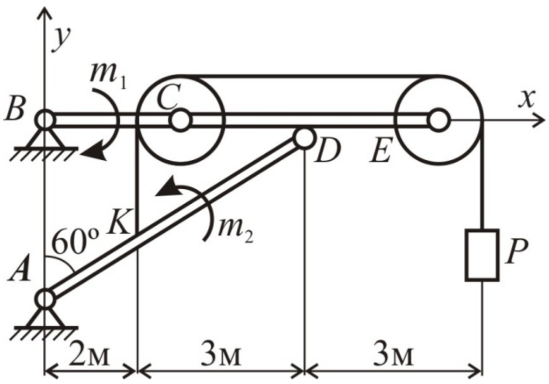


Задача С183



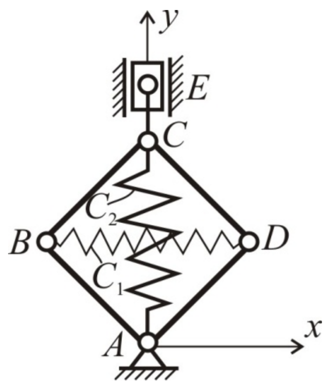
На звено OA шарнирного четырехзвенника действует пара сил с моментом m_1. Определить момент пары m_2, которую надо приложить к звену O_1B для того, чтобы механизм находился в равновесии, если $\alpha = 90°$, $\beta = 30°$, $OA = O_1B = l$. Весом звеньев пренебречь. Под каким углом φ надо приложить в точке K звена AB произвольную силу F, чтобы она не нарушила равновесие системы? Дано: $AB = l\sqrt{2}$, $AK = l$. Трением пренебречь.

Задача С184



Два стержня BE и AD шарнирно соединены между собой и с опорами. В точках C и E стержня BE шарнирно укреплены два одинаковых блока, через которые перекинута нить, закрепленная в точке K на стержне AD и несущая на свободном конце груз весом P. Методом возможных перемещений определить составляющие реакции шарниров y_A, x_B; P=20 Н; $m_1 = m_2$=120 Н·м. Массой стержней, блоков и нити пренебречь, трение не учитывать.

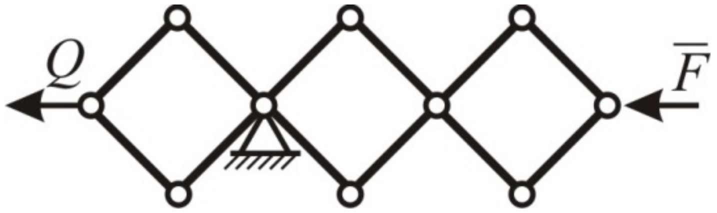
Задача С185



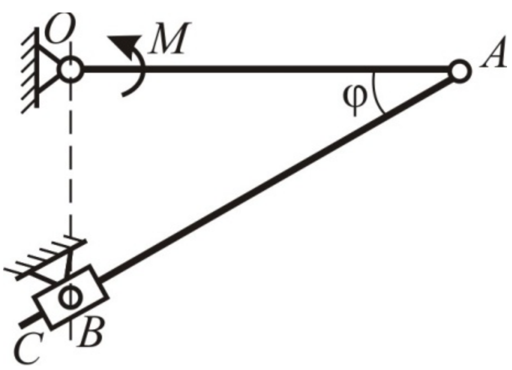
Четыре однородных стержня массой m и длиной l каждый с помощью шарниров образуют квадрат $ABCD$, противоположные вершины которого соединены пружинами жесткостью C_1 и C_2; длины пружин в недеформированном состоянии одинаковы. К вершине C квадрата с помощью невесомого стержня CE прикреплен ползун массой M, который может скользить в вертикальных направляющих. Пренебрегая трением, найти деформации пружин при равновесии.

Задача С186

Шарнирный трехкратный параллелограмм находится под действием горизонтальных сил F и Q. Сила F задана. Определить силу Q, которая обеспечивает равновесие параллелограмма.



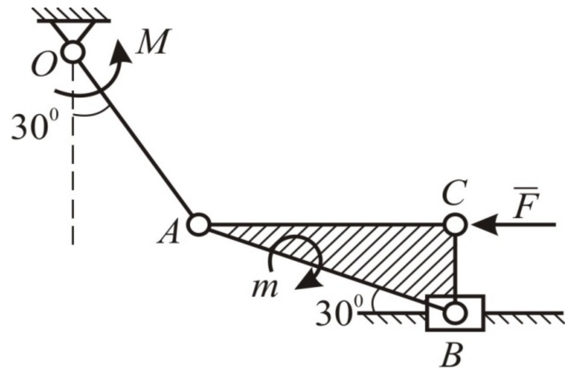
Задача С187



Два однородных стержня OA длиной a, весом P и AC длиной b, весом Q соединены шарниром A и находятся в вертикальной плоскости. Стержень OA укреплен шарнирно, а стержень AC проходит через гладкую муфту B. Определить уравновешивающий момент M, удерживающий стержень OA в горизонтальном положении под углом φ к стержню AC.

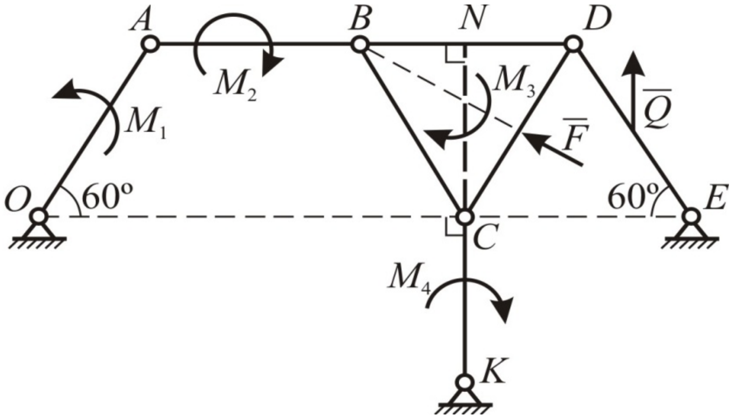
Задача С188

В кривошипно-шатунном механизме шатун выполнен в виде прямоугольного треугольника ABC (с горизонтальным катетом AC в данном положении), при этом $OA=AB=r$. Зная моменты пар сил M и $m = M\sqrt{3}$, приложенных к кривошипу и шатуну, определить силу F, направленную вдоль AC и уравновешивающую механизм.



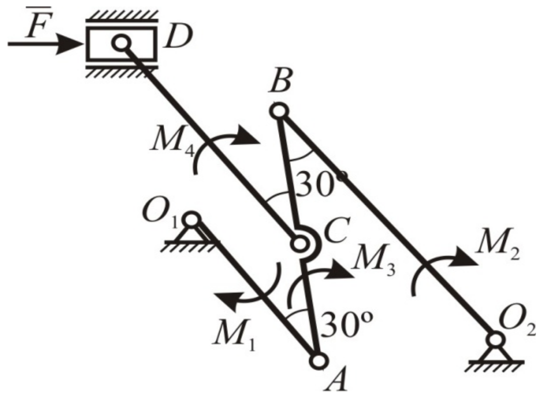
Задача С189

Механизм находится в равновесии под действием моментов M_1, M_2, M_3, M_4 и сил F, Q. Сила F приложена в середине отрезка CD перпендикулярно к нему, а сила Q приложена в середине отрезка DE параллельно CK; $BD = DC = BC = a$; $CK = CN$. Выразить силу Q через другие силовые факторы. Трение в шарнирах не учитывать.

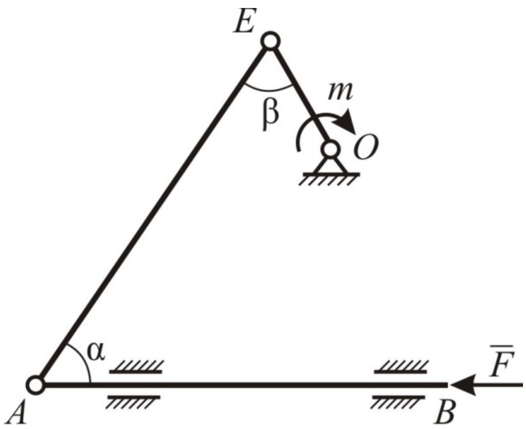


Задача С190

Плоский механизм находится в горизонтальной плоскости в равновесии под действием силы F и системы пар сил с моментами M_1, M_2, M_3, M_4. Углы указаны на рисунке, размеры звеньев $O_1A = l$, $O_2B = 2l$, $CB = 1{,}5l$. Выразить момент M_4 через остальные данные.



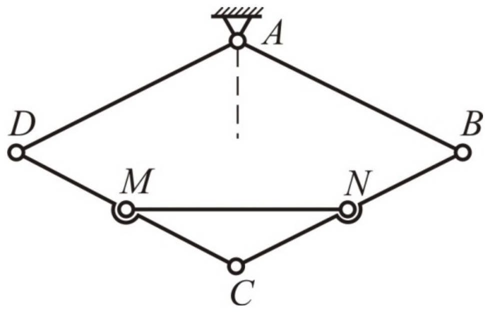
Задача С191



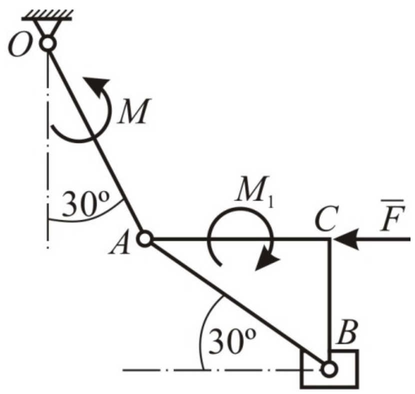
На штангу AB шатунно-балансировочного механизма действует сила $\overline{F}$. Определить момент m пары сил, который следует приложить к балансиру OE, чтобы уравновесить механизм в положении, когда $\angle OEA = \beta$, $\angle EAB = \alpha$. Длина балансира OE равна l. Весом звеньев и трением пренебречь.

Задача С192

Четыре одинаковых тяжёлых однородных стержня, соединённых шарнирно, образуют ромб с диагоналями $AC=2a$ и $BD=2b$. Середины сторон BC и CD соединены невесомой распоркой MN. Ромб расположен в вертикальной плоскости, и его вес равен P. Определить усилие в распорке.



Задача С193

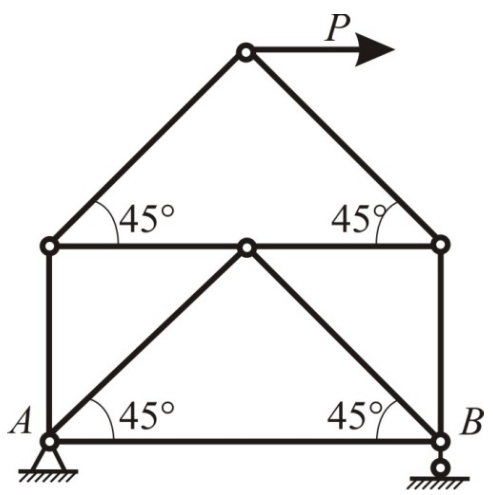


В кривошипно-шатунном механизме шатун выполнен в виде прямоугольного треугольника ABC (катет AC в данном положении горизонтален), при этом $OA=AB=r$. Зная моменты пар сил M и $M_1=M\sqrt{3}$, приложенных к кривошипу и шатуну, определить силу F, направленную вдоль AC и уравновешивающую механизм.

4.2. Некоторые прикладные задачи

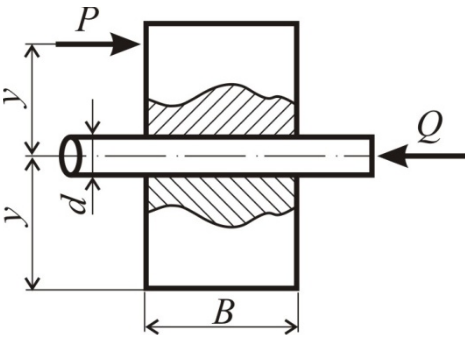
Задача С194

Определить усилие S в стержне AB плоской фермы, закрепленной и нагруженной, как указано на рисунке.



Задача С195

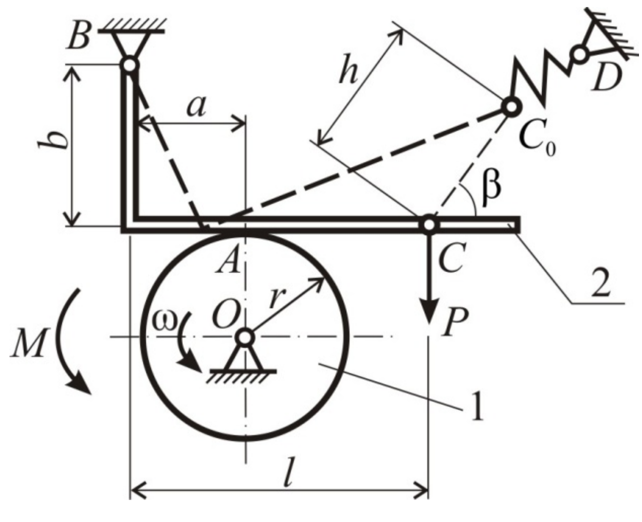
Шестерня напрессована на вал и сила трения между ними, вызванная напрессовкой, равна Q, коэффициент трения сцепления равен f_0. Определить закон изменения силы $P=f\ (y)$, которую нужно приложить для снятия шестерни с вала.



Задача С196

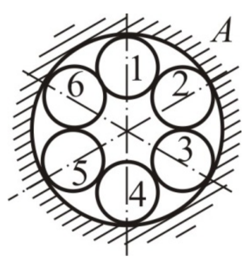
При какой минимальной тормозной силе P и жесткости пружины C будет тормозиться и растормаживаться диск 1, на который действует постоянный момент внешних сил M = 600 Н·см? Для соприкосновения тормозной колодки 2 с диском пружину нужно растянуть на величину h=1 см.

Коэффициент трения в паре A и BC f = 0,3, трение в шарнирах не учитывать. Размеры механизма: r=10 см, a =4 см, b = l =20 см, $\beta = 45°$.

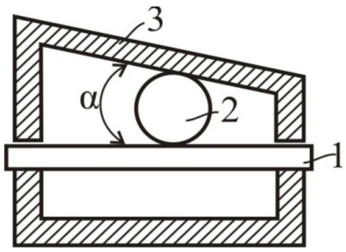


Задача С197

В цилиндрическое отверстие тела A радиусом R=3r вставлены без натяга шесть цилиндров радиусом r и весом Q каждый. Определить давление цилиндра 4 на стенку отверстия в точке их контакта. Система расположена в вертикальной плоскости.



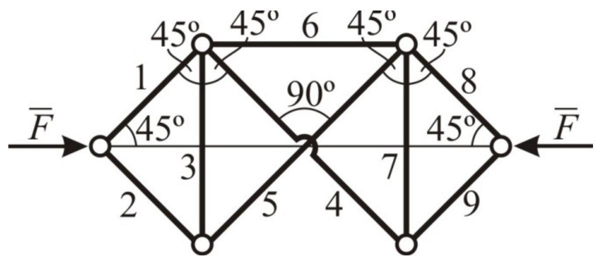
Задача С198



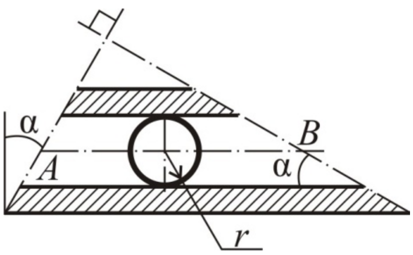
Храповое устройство позволяет двигаться вдоль направляющей 1 только влево. Считая, что коэффициент трения скольжения между шариком 2 и корпусом 3 значительно больше коэффициента трения скольжения f между шариком и направляющей, определить, при каком угле α храповое устройство работоспособно.

Задача С199

Определить усилие в стержне 6 стержневой конструкции, нагруженной одинаковыми по модулю силами F, которые направлены по одной прямой.



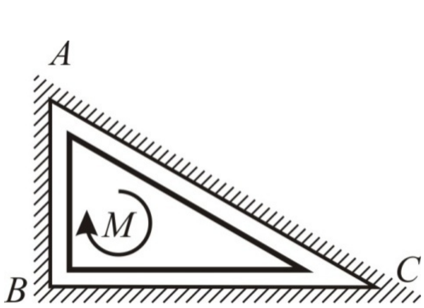
Задача С200



Из цилиндрической трубы радиусом r двумя взаимно перпендикулярными сечениями вырезан патрубок. На его внутреннюю поверхность действует равномерное давление P. Определить величину и линию действия равнодействующей R.

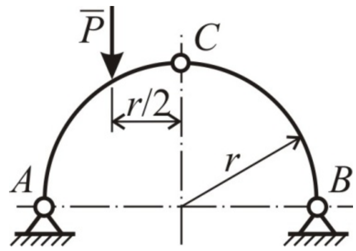
Задача С201

К треугольному ключу с сечением в виде прямоугольного треугольника с катетами $AB=a$ и $BC=b$ приложена пара сил с моментом M. Определить давления, производимые вершинами A, B и C на грани гнезда замка. Трением пренебречь. Зазор между ключом и гнездом считать малым.

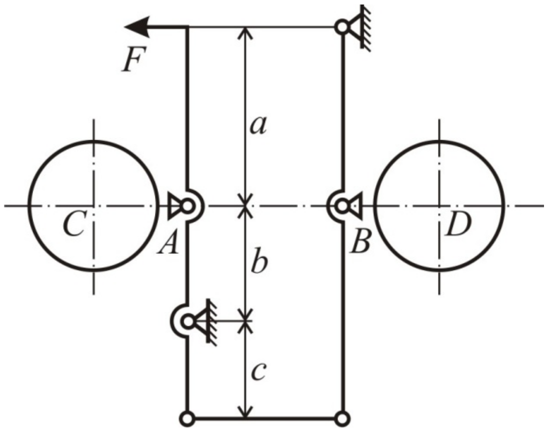


Задача С202

Симметричная трехшарнирная арка нагружена вертикальной силой P, как показано на рисунке. Определить реакции шарниров A и B.



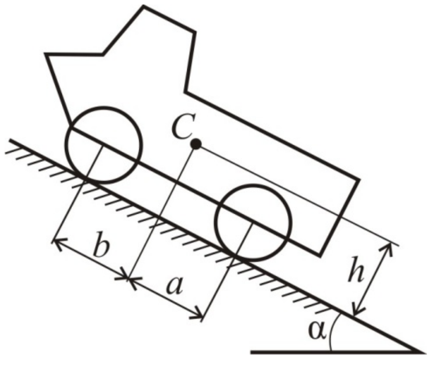
Задача С203



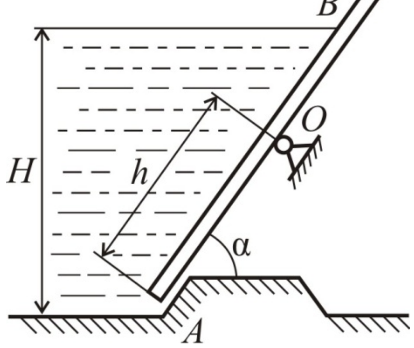
На чертеже изображена схема колодочно-бандажного тормоза вагона трамвая. Определить зависимость между a, b и c, при наличии которой колодки A и B под действием силы F прижимаются с одинаковыми по модулю силами к бандажам колес C и D. Найти также значение этой силы. Колеса считать неподвижными.

Задача С204

Коэффициент трения между дорогой и колесами автомобиля равен f. Определить максимальный угол, составляемый дорогой и горизонтом, при котором возможно равномерное движение автомобиля вверх по дороге. Размеры указаны на рисунке. Разобрать два случая: 1) все четыре колеса – ведущие; 2) ведущие – только два задних колеса.



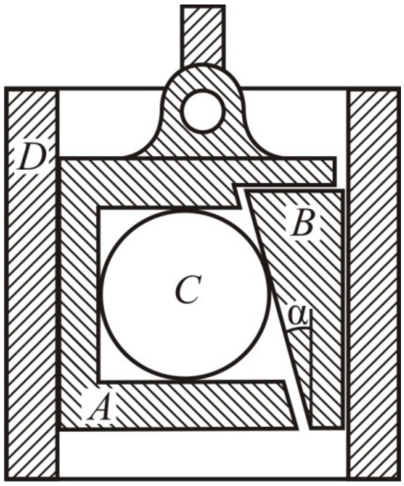
Задача С205



Прямоугольный щит AB ирригационного канала может вращаться относительно оси O. Если уровень воды невысок, щит закрыт; когда вода достигает некоторого уровня H, щит поворачивается вокруг оси и открывает канал. Пренебрегая трением и весом щита, определить высоту H, при которой открывается щит. Размер h и угол α известны.

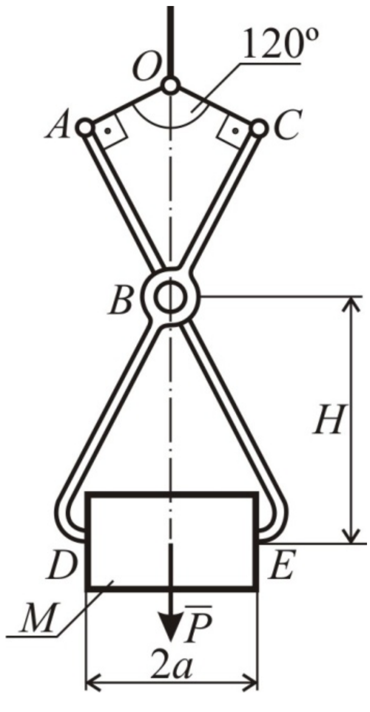
Задача С206

Клиновой захват состоит из двух клиньев *A* и *B*, распираемых цилиндром *C*. Каким должен быть коэффициент трения клиньев о поднимаемую деталь *D*, чтобы при заданном угле $\alpha = 5°$ скоса клиньев можно было ее поднять? Весом клиньев и цилиндра, а также трением внутри захвата пренебречь.



Задача С207

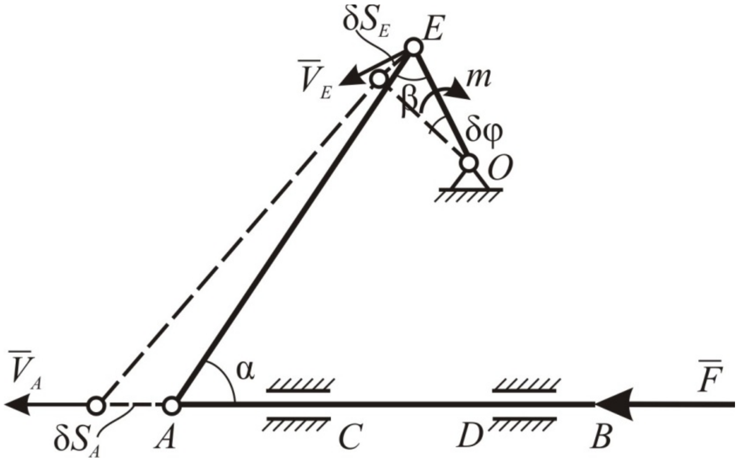
Ящик *M* весом *P* удерживается клещевым захватом с помощью сил трения. Определить наименьший коэффициент трения скольжения при указанном на рисунке положении. Весом деталей захвата пренебречь. $AB=BC=2\,a$; $DE=2\,a$; $H=4\,a$.



4.3. Примеры решения задач к гл.4

Решение задачи С191

Применим принцип возможных перемещений: $F\delta S_A - m\delta\varphi = 0$, отсюда $m = F\dfrac{\delta S_A}{\delta\varphi}$. Причем $\delta S_A = V_A \delta t$, $\delta\varphi = \delta S_E / l = V_E \delta t / l$.



По теореме о проекциях скоростей точек A и E на прямую AE $V_A \cos\alpha = V_E \sin\beta$, следовательно, $\dfrac{\delta S_A}{\delta\varphi} = \dfrac{V_A\, l}{V_E} = \dfrac{\sin b}{\cos a} l$, $m = Fl\dfrac{\sin b}{\cos a}$.

Ответ: $m = Fl\dfrac{\sin b}{\cos a}$.

Решение задачи С203

Применим принцип возможных перемещений.

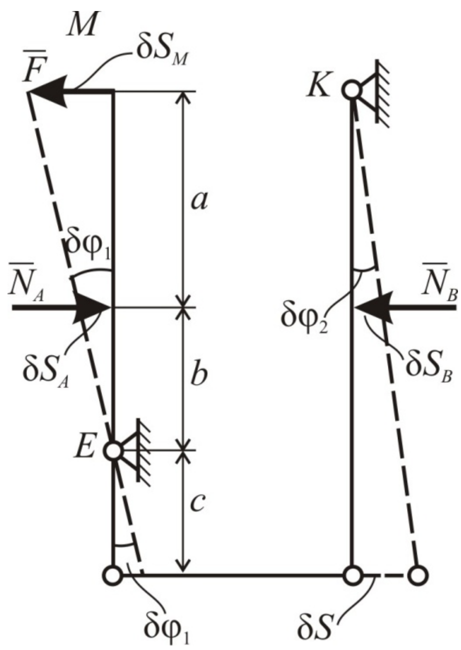
$$F\delta S_M - N_A \delta S_A - N_B \delta S_B = 0. \qquad (1)$$

Из рисунка $\delta S_A = b\delta\varphi_1$, $\delta S_B = a\delta\varphi_2$, $\delta S_M = (a+b)\delta\varphi_1$. По условию $N_A = N_B$, следовательно $\delta S_A = \delta S_B$.

Тогда из уравнения (1)

$$N_A = N_B = F\frac{a+b+c}{b+c}.$$

Из условий $\delta S_A = \delta S_B$, $\delta S = c\delta\varphi_1 = (a+b+c)\delta\varphi_2$ имеем $\dfrac{a}{b} = \dfrac{a+b+c}{c}$.



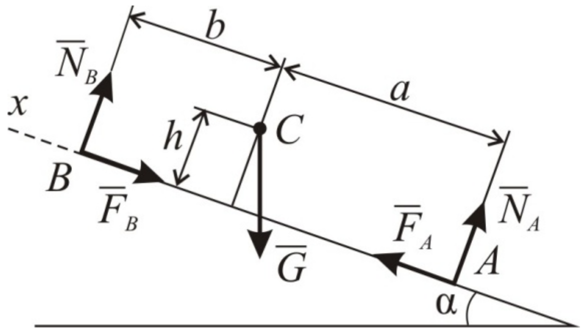
Решение задачи С204

Для случая, когда задние колеса ведущие, составим уравнения равновесия автомобиля, обозначив F_A и F_B – силы трения.

$$\sum X = F_A - F_B - G\sin\alpha = 0, \tag{1}$$

$$\sum M_A = G\cos\alpha\, a - G\sin\alpha\, h - N_B\left(a+b\right) = 0, \tag{2}$$

$$\sum M_B = N_A\left(a+b\right) - G\cos\alpha\, b - G\sin\alpha\, h = 0, \tag{3}$$



Находим из уравнения (3) $N_A = G\dfrac{b\cos\alpha + h\sin\alpha}{a+b}$, из уравнения (2) $N_B = G\dfrac{a\cos\alpha - h\sin\alpha}{a+b}$.

Учитывая, что $F_A = fN_A, F_B = fN_B$, из уравнения (1) найдем $\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{\left(a-b\right)f}{2hf - a - b}$.

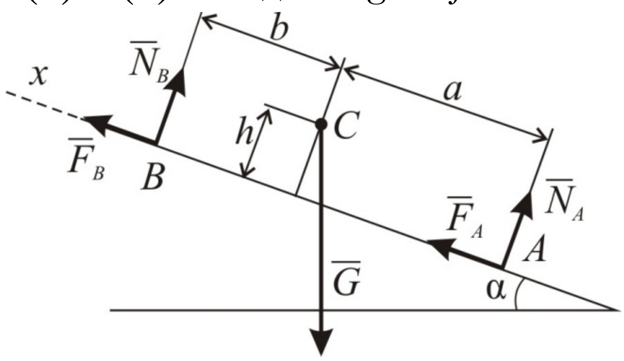
Для случая, когда все колеса ведущие:

$$\sum X = F_A + F_B - G\sin\alpha = 0, \tag{4}$$

$$\sum M_A = G\cos\alpha\cdot a - G8\alpha\cdot h - N_B\left(a+b\right) = 0, \tag{5}$$

$$\sum M_B = N_A\left(a+b\right) - G\cos\alpha\cdot b - G\sin\alpha\cdot h = 0, \tag{6}$$

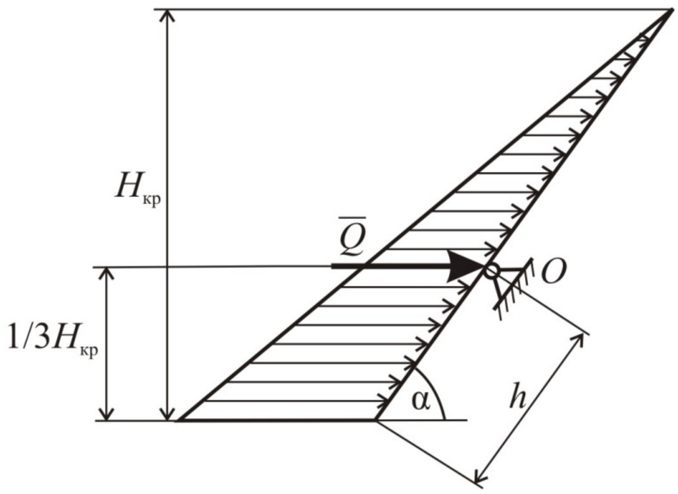
Из уравнений (4) – (6) находим: $\mathrm{tg}\alpha = f$.



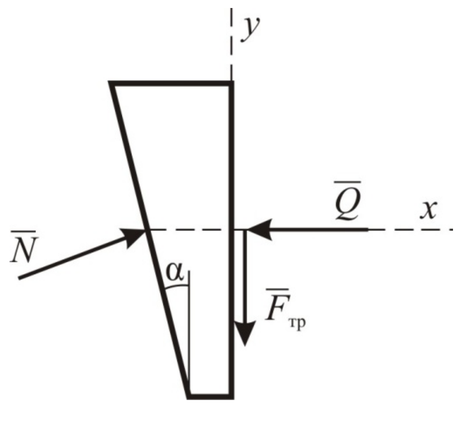
Решение задачи С205

Давление воды на щит можно представить как нагрузку, распределенную по закону треугольника. Равнодействующая сил давления проходит через центр тяжести треугольника, расположенный на высоте $1/3\,H$.

Условие равновесия щита в критический момент, когда равнодействующая сил давления $\bar{Q}$ проходит через точку O, запишется так: $\sum_{k=1}^{n} m_0\left(\bar{F}_k\right)=0$. Для этого состояния $1/3\,H_{\text{кр}}=h\sin\alpha$ или $H_{\text{кр}}=3h\sin\alpha$. После того как вода достигнет уровня $H_{\text{кр}}=3h\sin\alpha$, щит откроется.



Решение задачи С206



Рассмотрим равновесие клина B под действием сил: Q – давление детали, $\bar{F}_{\text{тр}}$ – сила трения между клином и деталью, $\bar{N}$ – давление цилиндра. Уравнения равновесия:

$$\sum X=0,\quad N\cos\alpha-Q=0,$$

$$\sum Y=0,\quad N\sin\alpha-F_{\text{тр}}=0.$$

Учитывая, что $F_{\text{тр}}=f\,Q$, из уравнений находим: $Nf\cos\alpha=N\sin\alpha$, следовательно, $f=\operatorname{tg}\alpha$.

Ответ: $f=\operatorname{tg}\alpha$.

Ответы

Ответы к гл. 1

С1. $\alpha = \mathrm{arctg}(\sqrt{3}\,/\,9)$.

С2. $\varphi = 2\alpha - 90°$ равновесие неустойчивое.

С3. Часть эллипса $x^2/a^2+(y\text{-}a/2)^2=1$, $0\le x \le a$, $0\le x \le a$, $0\le y \le a/2$.

С4. $\varphi_1=45°$, $\varphi_2=135°$.

С5. $\cos\varphi = (l+\sqrt{l^2+32R^2}\,)\,/\,8R$.

С6. $\varphi = \arccos((1+\sqrt{51}\,)/10)$.

С7. Система сходящихся сил. Из формул равновесия получаются формулы для координаты центра масс.

С8. Точка приложения реакции вертикальной плоскости: $h_k = \dfrac{b}{2} = \mathrm{tg}\,\alpha$.

С9. $m_X = m_1A_1/R_1 + m_2A_2/R_2$; $m_Y = m_1B_1/R_1 + m_2B_2/R_2$; $m_Z = m_1C_1/R_1 + {}$ $+ m_2C_2/R_2$, где $R_1 = \sqrt{A_1^{\,2} + B_1^{\,2} + C_1^2}$; $R_2 = \sqrt{A_2^{\,2} + B_2^{\,2} + C_2^2}$. Здесь принято, что векторы m_1 и m_2 направлены в сторону нормалей соответствующих плоскостей (вверх).

С10. Векторы M_0, M_A, M_B составляют с плоскостью XOY одинаковые углы $\alpha = \arccos(V\sqrt{a^2+b^2}\,/\,2m)$.

С11. $R=5M/l$.

С12. $\bar{M}_0\bar{R} \ne 0$ – система не приводится к равнодействующей, $R_{XZ} = \sqrt{M_A^2 + M_0^2}\,/\,h$.

С13. $(P_{1X}+P_{2X})(b_1P_{1Z}\text{-}c_1P_{1Z}+b_2P_{2Z} - c_2P_{2Y})+(P_{1Y}+P_{2Y})(c_1P_{1X} - a_1P_{1Z} + {}$ $+c_2P_{2X} - a_2P_{2Z}) + (P_{1Z}+P_{2Z})(a_1P_{1Y} - b_{1Z})=0$.

С14. $C = \dfrac{Mg\sqrt{2}}{l}$.

С15. $R=4F$.

С16. $Q_X = -1{,}5F$.

С17. $a+b+c=0$.

С18. $M = \sqrt{29}$ Н$\cdot$м.

С19. $x = \dfrac{2+\sqrt{13}}{6} l; \quad CD = l - x = \dfrac{4-\sqrt{13}}{6} l.$

С20. $l_{\max}=3{,}3\, a(1+f)$.

С21. $\Delta l = Q\,(R+r)/(4c\,(\sqrt{Rr}\,)$.

С22. $\varphi = \varphi_1 = 0 \quad \varphi = \varphi_2 = \arccos\,(h/l\sqrt{1-k})$, (при $k<1$); положение равновесия $\varphi=\varphi_1$ устойчиво в случае, когда оно единственно (при $k \geq 1 - h^2/l^2$), при $k<1 - h^2/l^2$ устойчиво только положение равновесия $\varphi=\varphi_2$.

С23. $T=P/2$, $q=P/2R$.

С24. $T\alpha=P/4+P\sin\alpha/2\pi$.

С25. $P=Q2\sin 15°/(1 - 2\sin 15°) \approx 1{,}073Q$.

С26. $N_2=2P - 36Pl/25r$.

С27. $S_E=2{,}4P$, $S_D=2{,}1P$, $y_A=1{,}3P$, $y_B=1.2P$, где P – вес балки AD.

С28. Центр тяжести нити переместился вверх (если груз M снять, то нить вернется в исходное положение, значит, под действием груза M центр тяжести нити был поднят вверх).

С29. Расстояние пластины от верхней опоры $x=(Pl - mg\Delta_2) \times \times \Delta_1/P(\Delta_1+\Delta_2)$.

С30. $N_{\min}=9$.

С31. $y_1(2R_0 + k_0(y_1+y_2)) = 2P\sqrt{l_0^2 - y_1^2}$,

$(R_0 + k_0 y_2)(y_2 - y_1)) = P\sqrt{l_0^2 - (y_2 - y_1)^2}$.

С32. $\sin(\varphi - \alpha) - \sin(\varphi+\alpha) > 0$.

С33. $Y_A=0{,}5P(1 - (a/l)^n/(1 - a/l)$.

С34. $T=2P(1 - 1/4^n)/3$.

С35. $L = a/2\sum\limits_{i=1}^{n}(1/i)$.

С36. $r = 2a\sqrt{2} - 4aP\cos\varphi/Q$.

С37. $R_A=R_B=R_C=P/\sqrt{3}$.

С38. $\sin\alpha=0.5$, $T_{\min}=4Q\,r/l$.

С39. **1)** $r>1$, $\operatorname{tg}\alpha=3\pi r^2/4(R^2+rR+r^2)$, ($r\ R$, $\alpha\ 38,\ 1°$; r , $\alpha\ 67°$; $r=2R$, $\alpha=53{,}6°$; $r=0.5R$, $\alpha=18{,}6°$); **2)** $r<0$, $\operatorname{tg}\alpha=3\pi r^2(R+r)/4(R^3-r^3)$; ($r\ R$, $\alpha\ \pi/2$; r , $\alpha=113°$).

С40. $Q_{\min}=P_2(2a-r_1-r_2)/a$.

С41. $\cos\varphi=\sqrt[3]{a/l}$, $N_A=Q\,\mathrm{tg}\,\varphi$, $N_C=Q/\cos\varphi$, $a\le l$, $Q_0=P/2\,\mathrm{tg}^2\varphi$.

С42. $y_A=P$.

С43. $\mathrm{tg}\,\varphi=(2G+Q)\mathrm{tg}\,\alpha/Q$.

С44. $(GR+(G+Q)r-\sqrt{r^2(G+Q)^2-R^2G(G+2Q)})/(G+Q)$.

С45. $R_0=m/2a$, $\alpha=90°$.

С46. T_1-P.

С47. $\mathrm{tg}\,\alpha=3\pi p/8P$; $\mathrm{tg}\,\beta=3\pi p/8Q$.

С48. $P_{\min}=4Q/3\pi(1-\cos\alpha))$, $x_B=4Q/3\pi$, $y_B=2(Q+4Q/3\pi(1-\cos\alpha))$.

С49. $x_{A1}=-3\sqrt{3}\,P/8$, $y_{A1}=P/8$, $x_{A2}=3\sqrt{3}\,P/8$, $y_{A2}=-5P/8$, $x_{A3}=0$, $y_{A3}=P/2$.

С50. $\mathrm{tg}\,\varphi_k=\dfrac{2Q\cos\alpha}{P(2k-1)-2Q\sin\alpha}$.

С51. $\varphi=\mathrm{arctg}\dfrac{\sqrt{3}}{9}$.

С52. $x_C=2r\cos^3\varphi$, $y_C=r\cos\varphi(2-\sin 2\varphi)$.

С53. $\mathrm{tg}\alpha\, M\,\mathrm{tg}\beta/(2m+M)$.

С54. $T=Pb/a$.

С55. Трубы не раскатятся при $R<6{,}3r$.

С56. $Q_{\min}=\left(2-\dfrac{r_1+r_2}{a}\right)P_1$.

С57. Реакция стены $R_{\text{ст}}=P/\sqrt{3}$, момент в заделке $M_A=11\,PR$.

С58. $F=(2P+Q)\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

С59. 1) $x_C=0$, $y_C=\dfrac{R}{\pi}$; 2) $x_C=\dfrac{R}{4}$, $y_C=\dfrac{R}{\pi}$.

С60. $P_B=P_A\dfrac{a}{2b\sin\alpha}$.

С61. $R_B=\dfrac{ga}{12\sin\alpha}$, $N_0=2P$.

С62. $X_D=-1$ кН, $Y_D=-1$ кН, $M_D=-2$ кН·м; ось x идет вправо, ось y – вверх.

С63. $F=\dfrac{Q}{2}+\dfrac{P\cdot(l_2-l_1)}{6\cdot l_2}$.

С64. $R_A=3Q$.

C65. X_A=720 Н; Y_A=62 Н.

C66. $l = \dfrac{4R}{\sqrt{3}}$.

C67. Q=1,393 Н.

C68. P=1750 Н.

C69. $\alpha = 30°,\ N_C = 2P,\ N_A = 2P\sqrt{3}$.

C70. Q=5 кН. Q=5 кН.

C71. M_A=24 кН·м.

C72. $F_{\min}=P/3\sqrt{2}$.

C73. $M_0=\sqrt{15}$ Н·м.

C74. $\sin\beta=2Q/P\sin\alpha$, $x_0=(2aPQ\cos\alpha - bmQ)/n$,
$y_0=(2bQ^2 - bP^2\sin^2\alpha+Pam\cos\alpha)/n$, $z_0=P\cos\alpha$,
$x_D=-(2aPQ\cos\alpha\text{-}bmQ)/n$, $y_D=(2bQ^2 - P^2b\sin^2\alpha+Pam\cos\alpha)/n$,
$m=\sqrt{P^2\sin^2\alpha-4Q^2}$, n= $2bP\sin\alpha$.

C75. $T=Mg/\sqrt{6}$.

C76. $x_A=3\sqrt{2}\,(P+2Q)\text{ctg}\alpha/2$, $y_A=-\sqrt{2}\,(P+2Q)\text{ctg}\alpha/2$, z_A=-Q,
$T_{CG}=(P+2Q)\ /\sin\alpha$, $T_{DE}=2(P+2Q)\ /\ \text{ctg}\,\alpha$.

C77. $b=a\sqrt{2}\,/2$.

C78. $T=P/4$.

C79. x_A=-$2P\sqrt{2}\,/9$, y_A=-$P\sqrt{2}\,/6$, $z_A=7P/9$, $R_C=2P\sqrt{3}\,/9$, $N_B=P\sqrt{2}\,/6$.

C80. $OO_1/\ OO_2$=1,5.

C81. cos (AOB)=1/4, cos (AOC)=–7/8.

C82. (123456), (123457), (124567), (234567), (234567).

C83. $x_B = 2P\cos\alpha$; $R_E = \dfrac{Q}{2}+\dfrac{P}{5}\sin\alpha$; $z_B = \dfrac{Q}{2}+\dfrac{2}{5}P\cos\alpha$;
$y_B=P(\sin\alpha - 2\cos\alpha)$; $y_A=P(\sin\alpha+2\cos\alpha)$; $z_A=-P/5(\sin\alpha+2\cos\alpha)$.

C84. $R_A=P$, $\alpha=30°$.

C85. $T_A=1/4P$, $T_B=1/3P$, $T_C=5/12P$.

C86. $R_A=1{,}09g\rho l^3$.

C87. $f=\sqrt{2}\,/5$.

C88. $F=\dfrac{P\sqrt{6}}{3}$.

C89. S_1=2кН.

C90. $\overline{R}\,\|\,OZY$; $R_y=-F$; $R_z=F$.

C91. $f \geq Q/(P+2Q)$.

C92. $M=(Pl)/((\cos\alpha + f\sin\alpha)\cos\alpha)$.

C93. $\alpha_{max}=2\mathrm{arctg}\, f$. $F_{0min}=f(Q_1+Q_2)$.

C94. $h \geq H(1 - f^2/4)$.

C95. $DQ(\sin\alpha - \delta\cos\delta/R)/d < P < DQ(\sin\alpha + \cos\alpha/R)/d$.

C96. $F \leq \min[f_2P_2/(\cos\alpha - f_2\sin\alpha), f_1(P_1+P_2)/(\cos\alpha - f_1\sin\alpha)]$.

C97. $f \geq \mathrm{tg}(\alpha/2)$.

C98. $\mathrm{tg}\,\varphi = (P_1 - P_2)[(P_1+P_2)(1-f^2)] - 2f/(1-f^2)$.

C99. $M_{max}=QfR$, $x_A= -4fQ/\pi$, $x_B= 2fQ/\pi$, $y_A= -2Q/\pi$, $y_B= 2Q/\pi$.

C100. $P_{min}=G\cos(\alpha+2\mathrm{arctg}\, f)$.

C101. **1 случай:** а) при $0 \leq \alpha \leq 45°$ – безразличное равновесие;

б) при $0 \leq \beta \leq \varphi_0$, $\beta > \varphi_0$ – равновесия нет.

2 случай: а) при $\alpha < 45° - \varphi_0$ – безразличное равновесие; б) при $-\varphi_0 \leq \beta \leq \varphi_0$ – устойчивое равновесие; в) при $\beta > \varphi_0$ – равновесия нет.

C102. $P=G/f$, $R_A=0$.

C103. $\cos\alpha = 2f/(1+f^2)$ – при поступательном движении катка: $\cos\alpha > 2f/(1+f^2)$ – при качении без проскальзывания.

C104. $f \geq r/l$, $G_2 \leq G_1(Lr/l)(fl - r)/(l^2+r^2)$.

C105. $\lambda=4{,}5G/c$.

C106. $\mathrm{tg}\,\alpha_{min}=(m_1+m_2)/(f(3m_1+m_2))$.

C107. $\mathrm{tg}\,\alpha > (af_1+bf_2)/b$.

C108. $b \leq 6Rf/\sqrt{1+9f^2}$, $b \leq 4Ra/\sqrt{4a^2+h^2}$.

C109. $f \geq \sqrt{3}/3$.

C110. $F_{min}=0{,}4$.

C111. $a_{min}=h/2f$, P_{min} 0.

C112. $P_{min}=G\cos\alpha/(\sin\alpha+2f\cos\alpha)$, $P_{max}=G\cos\alpha/(\sin\alpha-2f\cos\alpha)$.

С113. $(-fan^2+b)/(n^2-1) \leq x \leq (fan^2+b)/(n^2-1)$, $n>1$,

$b = a\sqrt{f^2n^2+n^2-1}$.

С114. $\sin\alpha+f\cos\alpha \leq Q/P \leq \sin\alpha+f\cos\alpha$, $\mathrm{tg}\alpha = x_0$.

С115. $F \geq P(f+\sqrt{h(2R-h)}/(R-h))$.

С116. $f=\mathrm{tg}\alpha$.

С117. 1) $x>(2f-1)l/(1+f)$. 2) $f=1$, $x=l/2$.

С118. $l \geq (\mathrm{tg}\alpha/f+1)a+2b$, $\mathrm{tg}\alpha > f$.

С119. $P_{\min} = G\,\mathrm{tg}\alpha + Q\cos\beta\sin(2\varphi-\alpha)/(\cos\varphi\cos(\alpha+\beta-\varphi)$.

С120. $f=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ (коэффициент трения между шарами),

$f_2=(\sqrt{3}-\sqrt{2})/4$ (коэффициент трения между шаром и опорной плоскостью).

С121. Стержень будет находиться в равновесии.

С122. $T=Qf/((1-f^2)\cos\alpha+f)$.

С123. $P=fQ/(1-f)$.

С124. $\mathrm{tg}\,\alpha = af/\sqrt{l^2-a^2}$.

С125. Не сдвинется. Тележка сдвинется при $F_{гор} \geq 0{,}43N$.

С126. $h \leq 0{,}2$.

С127. $\varphi = \mathrm{arctg}(1/4f)$.

С128. $\mathrm{tg}\alpha \leq f$, $Q_{\min}=P(\sin\alpha\cos\beta+\sqrt{f^2\cos\alpha-\sin^2\alpha\sin^2\beta})$.

С129. $f_A \leq f_B < f_A+1$, $M>(PR(f_A+f_B))/(1+f_A-f_B)$.

С130. Если $f<1/2\sqrt{3}$, то равновесие невозможно при любом Q;

если $1/2\sqrt{3}<f<1/\sqrt{3}$, то равновесие будет

при $2P/3\sqrt{3} \leq Q \leq 2fP/(1+f\sqrt{3})$;

если $f \geq 1/\sqrt{3}$, то равновесие возможно

при $2P/3\sqrt{3} \leq Q \leq P\sqrt{3}$.

С131. $Q=(R(r(\cos 30°-\sin 30°)-\delta\sin 30°)-P_1\delta)/r$,

$R=P_2r/(f(0{,}6r+2cf)\cos 30°-0{,}5r)$.

С132. 1) При вкатывании P=2453 Н;

2) При втягивании P=2874 Н.

С133. $Qe^{-f(\pi/2+a)} \le T \le Qe^{f(\pi/2+a)}$.

С134. $Q=Pf\cos\alpha/2$.

С135. f_1=0,576, f_2=0,812.

С136. $M>2PR/3$.

С137. 1) α=30°, 2) $P_{\min}=Q/\sqrt{65}$, $\operatorname{tg}\beta=1/8$, $\alpha\approx 32{,}7°$.

С138. $0{,}17 \le M/Pr \le 0.83$, $f \ge 0{,}175$.

С139. $r \le f^2 R$.

С140. $\sin\alpha - f\cos\alpha \le P_2 r/(P_1 R) \le \sin\alpha + f\cos\alpha$.

С141. $h<10\delta$ при $f<0{,}1$ (при $f<0{,}1$ возможно качение и скольжение одновременно).

С142. 1) Раскатятся. 2) При абсолютно твердых трубах и поверхности пола количество труб теоретически неограниченно велико. 3) Зависит, так как необходимо преодолеть трение качения и трение скольжения в местах контакта труб, вызванное сопротивлением труб перекатыванию.

С143. $\sin\alpha_2 = \dfrac{1-f^2}{1=f^2}$; $\alpha_2 \le \alpha \le \dfrac{\pi}{2}$.

С144. $f \ge 2\sin\varphi/(\pi - 2\cos\varphi)$; $\varphi_1=\arccos(2/\pi)$ $(f_{\min})_{\max}=2/\sqrt{\pi^2-4}$.

С145. $F_A = f_1 P_1\left[1+\dfrac{f_1(1+f_2\operatorname{tg}\alpha)}{(1-f_1 f_2)\operatorname{tg}\alpha - f_1 - f_2}\right] = 0{,}238$ кН.

С146. $Q_3=12P$.

С147. $\operatorname{arctg}\dfrac{1}{2f} \le \alpha \le \dfrac{\pi}{2}$; $0 \le \alpha \le \dfrac{\pi}{2}$.

С148. $\operatorname{tg}\delta = \dfrac{\left(f^2-1\right)\left(e^{-fa}-e^{fa}\right)-2f\operatorname{tg}\alpha\left(e^{-fa}+e^{fa}\right)}{\left(f^2-1\right)\operatorname{tg}\alpha\left(e^{-fa}+e^{fa}\right)+2f\left(e^{-fa}-e^{fa}\right)}$.

С149. $a/l \le 4f/\sqrt{1+16f^2}$.

C150. При $f>\delta/r$ $4(1-\delta/r)\le \mathrm{tg}\alpha\le 4(1+\delta/r)$.

При $f\le\delta/r$ $4(1\text{-}f)\le \mathrm{tg}\alpha\le 4(1+f)$.

C151. $P\le Qa/2h$, $P\le Q/2$, $P\le Qf/\sqrt{1+f^2}$.

C152. $l_{\max}=8Rf/(1+f)^2$, $f\ge 2-\sqrt{3}$.

C153. $x=l/2$.

C154. $l=L/2$.

C155. $P_2(1-2f\,\mathrm{ctg}\,\alpha)\le P_1\le P_2(1+2f\,\mathrm{ctg}\,\alpha)$.

C156. $\dfrac{2P_1+5P_2}{6\sqrt{3}}\le Q\le (P_1+P_2)f,\quad S=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\left(\dfrac{P_1}{2}+P_2-Q\sqrt{3}\right).$

C157. $P=(M-Q\delta)/2fR$, $f_1\ge Pf/Q$.

C158. $R_B=\dfrac{Q}{2}\left(1+\sin\alpha\right),\ R_A=\dfrac{Q}{2}\left(1-\sin\alpha\right), N=\dfrac{Q}{2}\sin\alpha\cos\alpha,$

$f=\dfrac{F_{\text{тр}}}{N}=\mathrm{tg}\alpha.$

C159. $\mathrm{tg}\alpha=\dfrac{a}{b}.$

C160. 1) Условия возможности равновесия $\mathrm{tg}\,\alpha\le r\,R\sin\alpha<r$.

2) $P=\dfrac{QR\sin\alpha}{r-R\sin\alpha},\ N=\dfrac{Q\,r\cos\alpha}{r-R\sin\alpha}.$

C161. $f=\dfrac{\sqrt{3}}{3}.$

C162. $F>\dfrac{fG}{\cos\alpha+\sin a};\ \alpha=45°.$

C163. $P_2=P_1(1-2f\mathrm{ctg}\,\alpha)$.

С164. $\lambda = (M_{BP}\cos^2\varphi)/(ca)$.

С165. $M_{2\min}=(aM_1)/(a\sin^2\alpha+fr\cos\alpha)$.

С166. Учесть, что точка L – МЦС звена AE, точка S – МЦС ползуна в его относительном движении по отношению к звену OAB, K – МЦС ползуна в абсолютном движении.

С167. $M_2 / M_1=(b^2-a^2)/(b^2+a^2)$.

С168. $M_2=Pl$, $R_C=2P/\sqrt{3}$, $R_D=P/\sqrt{13}/\sqrt{3}$, $R_E=0$.

С169. $Q=M\sqrt{2}/3l$.

С170. $F=M\sqrt{3}/R$.

С171. $M_1=Pl\sqrt{3}/2$.

С172. $M_3=5(\sqrt{3}+1)lQ/6$.

С173. $S_A=5F/c$.

С174. $\mathrm{tg}\varphi_k=2Q/P/(2(n\text{-}k)+1)$.

С175. $M_{\min}=0{,}75Pr$.

С176. $x_A=0$, $y_A=-14$Н, $M_A=-32$ Н·м, $R_C=2$ Н.

С177. $x_C=7P$.

С178. $Q=P(\sin\beta+f\cos\beta)/(\sin\alpha+f\cos\alpha)$.

С179. $\mathrm{tg}\alpha\le f$, $\mathrm{tg}\,\alpha\le\delta/r\cos\beta$.

С180. $F=3T$.

С181. $F=(P_1+P_2)\mathrm{ctg}\,\alpha$.

С182. $F=3P$.

С183. $m_2=0{,}5\ m_1$, линия действия силы F должна пройти через МЦС звена AB, при $AB=l\sqrt{2}$, $AK=l$, $\cos\varphi=\sqrt{0{,}6}$.

С184. $Y_A=44$Н, $X_D=32\sqrt{3}$ Н.

С185. $\lambda=(2m+M)g/(c_1+c_2)$.

С186. $Q=2F$.

С187. $M=Pa/2+Q(a-b\cos^3\varphi/2)$.

С188. $F=\dfrac{4M}{r\sqrt{3}}$.

С189. $Q=4(M_1+M_3-2M_4+Fa)/a$.

С190. $M_4=3/4(M_2-2M_1)$.

С191. $m=Fl\dfrac{\sin\beta}{\cos\alpha}$.

С192. $S = P \cdot \dfrac{b}{a}$.

С193. $F = \dfrac{4M}{r\sqrt{3}}$.

С194. $S = P/2$.

С195. $P = bQ/(b - 2f_0 y)$.

С196. $C_{\min} = 10\sqrt{2}$ Н·см^2, $P_{\min} = 20$ Н.

С197. $N = 4Q$.

С198. $\alpha < 2\operatorname{arctg} f$.

С199. $S_6 = 0$.

С200. $R = \pi r^2 P/\sin\alpha\cos\alpha$, R проходит через точку C на прямой AB ($R \perp AB$), причем $BC = AC\,\mathrm{tg}^2\alpha$.

С201. $N_A = M/\sqrt{a^2 + b^2}$, $N_B = Ma/(a^2+b^2)$, $N_C = Mb/(a^2+b^2)$.

С202. Рассмотрите равновесие правой части арки, затем левой, синусы и косинусы углов наклона сил найдите из геометрических соотношений.

С203. $N_A = N_B = F\dfrac{a+b+c}{b+c}$, $\dfrac{a}{b} = \dfrac{a+b+c}{c}$.

С204. При всех ведущих колесах $\mathrm{tg}\alpha = f$; $\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{(a-b)f}{2hf - a - b}$.

С205. Давление воды на щит растет пропорционально глубине. Равнодействующая сил давления должна проходить выше точки O опоры щита, тогда щит начнет поворачиваться.

С206. $f = \mathrm{tg}\alpha$.

С207. $f \geq \dfrac{4}{5}$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Мещерский, И.В. Сборник задач по теоретической механике [Текст] / И.В. Мещерский. – М.: Наука, 1986. – 448 с.

2. Сборник задач по теоретической механике [Текст] / под ред. К.С.Колесникова. – М.: Наука, 1983. – 320 с.

3. Попов, А.И. Олимпиадные задачи по теоретической механике [Текст]: учеб. пособие / А.И. Попов, В.И. Галаев. – Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2001. – 84 с.

4. Попов, В.И. Сборник олимпиадных задач по теоретической механике [Текст]: учеб. пособие / В.И. Попов, В.А. Тышкевич, М.П. Шумский, А.И. Попов. – Тамбов: ТГТУ, 2002. – 80 с.

5. Крамаренко, Н.В. Теоретическая механика. Сборник олимпиадных задач для студентов технических специальностей [Текст]: учеб. пособие / Н.В. Крамаренко, А.И. Родионов, А.А. Рыков. – Новосибирск: НГТУ, 2007. – 100 с.

6. Сборник конкурсных задач олимпиад по теоретической механике 1987-1998 г. с анализом их решений [Текст]/ под ред. А.В.Чигарева. – Минск: Тэхналогія, 2000. – 280 с.

7. Методические материалы и конкурсные задачи Всероссийской олимпиады «Студент и научно-технический прогресс» по теоретической механике 1994 г. [Текст]. – Пермь: Изд-во ПГТУ, 1995. – 32 с.

8. Финальный отчет по Всероссийской олимпиаде студентов вузов по теоретической механике [Текст]. – Екатеринбург: Изд-во УрГСХА, 1996. – 56 с.

9. Финальный отчет по Всероссийской олимпиаде студентов вузов по теоретической механике [Текст]. – Екатеринбург: Изд-во Комитета по делам молодежи при правительстве Свердловской области, 1999. – 90 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

Зайцев Михаил Борисович

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА
Сборник олимпиадных задач
Часть I. Статика

Учебное пособие

Р е д а к т о р С.В. Сватковская
В е р с т к а Н.А. Сазонова

Подписано в печать 19.06.13. Формат 60×84/16.
Бумага офисная «Снегурочка». Печать на ризографе.
Усл. печ. л. 5,58. Уч.-изд. л. 6,0. Тираж 100 экз.
Заказ №123.

Издательство ПГУАС.
440028, г.Пенза, ул. Германа Титова, 28.