

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства»
(ПГУАС)

**МЕТОДЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ
ПРИ ОЦЕНКЕ ПРОЧНОСТИ
КОМПОЗИЦИОННЫХ СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ**

Методические указания
к выполнению самостоятельной работы

Под общей редакцией доктора технических наук,
профессора Ю.П. Скачкова

Пенза 2013

УДК [691:620.17]: 519.2

ББК 38 В6я73

М54

*Методические указания подготовлены в рамках проекта
«ПГУАС – региональный центр повышения качества подготовки
высококвалифицированных кадров для строительной отрасли»
(конкурс Министерства образования и науки Российской Федерации –
«Кадры для регионов»)*

Рекомендовано Редсоветом университета

Рецензент – доктор технических наук, профессор Логанина В.И.

М54 Методы статистической обработки при оценке прочности композиционных строительных материалов: метод. указания к выполнению самостоятельной работы / Р.В. Тарасов, И.Н. Максимова, В.С. Тюриков; под общ. ред. д-ра техн. наук, проф. Ю.П. Скачкова. – Пенза: ПГУАС, 2013. – 12 с.

Изложены методика и порядок выполнения самостоятельной работы по курсу «Композиционные материалы». Даны математико-статистические методы оценки количественных признаков качества.

Методические указания обеспечивают условие овладения технологией, методами доводки и освоения технологических процессов строительного производства и производства строительных материалов, изделий и конструкций; научно-технической информацией, отечественным и зарубежным опытом по профилю деятельности.

Методические указания подготовлены на кафедре «Управление качеством и технология строительного производства» и базовой кафедре ПГУАС при ООО «Стройцентр» и предназначены для слушателей курсов повышения квалификации, обучающихся по программе «Современные композиционные строительные материалы».

© Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, 2013

© В.В.Тарасов, И.Н.Максимова,
Тюриков В.С., 2013

ВВЕДЕНИЕ

При проведении с одинаковой тщательностью и в одинаковых условиях повторных наблюдений одной и той же постоянной величины получаются результаты, отличающиеся друг от друга, что свидетельствует о наличии в них случайных погрешностей. Причем неизвестно, какова вероятность появления того или иного значения погрешности, какое из множества лежащих в этой области значений величины принять за результат измерения и какими показателями охарактеризовать случайную погрешность результата. Для ответа на эти вопросы требуются методы теории вероятностей и математической статистики, которые позволяют установить вероятностные (статистические) закономерности появления случайных погрешностей и на основании этих закономерностей дать количественные оценки результата измерения и его случайной погрешности.

Предварительная обработка результатов измерений необходима для того, чтобы в дальнейшем с наибольшей эффективностью, а главное корректно использовать для построения эмпирических зависимостей статистические методы.

Содержание предварительной обработки в основном состоит в отсеивании грубых погрешностей измерения. Другим важным моментом предварительной обработки данных является проверка соответствия распределения результатов измерения закону нормального распределения. Если эта гипотеза неприемлема, то следует определить, какому закону распределения подчиняются опытные данные, и, если возможно, преобразовать данное распределение к нормальному. Только после вышеперечисленных операций можно перейти к построению эмпирических формул.

Цель работы: изучение методов статистической обработки экспериментальных данных.

Приборы и материалы: образцы строительных материалов, электронный измеритель прочности бетона ИПС-МГ4.

1. МАТЕМАТИКО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ КОЛИЧЕСТВЕННЫХ ПРИЗНАКОВ КАЧЕСТВА

При обследовании совокупности, состоящей из большого количества объектов, как правило, отбирают ограниченное число объектов и их изучают.

Генеральной совокупностью называют совокупность всех мыслимых наблюдений, которые могли бы быть сделаны при данном комплексе условий.

Выборочной совокупностью (выборкой) называют совокупность всех случайно отобранных объектов.

Повторной называют выборку, при которой отобранный объект (перед отбором следующего) возвращается в генеральную совокупность.

Бесповторной называют выборку, при которой отобранный объект в генеральную совокупность не возвращается.

Для того чтобы по данным выборки можно было достаточно уверенно судить об интересующем признаке генеральной совокупности, необходимо, чтобы объекты выборки правильно его представляли. Другими словами, выборка должна правильно представлять пропорции генеральной совокупности, то есть выборка должна быть *репрезентативной (представительной)*.

Наблюдаемые значения x_i называют *вариантами*, а последовательность вариантов, записанных в возрастающем порядке, – *вариационным рядом*. Числа наблюдений называют *частотами*, а их отношение к объему выборки $n_i/n = W_i$ – *относительными частотами*.

Статистическим распределением выборки называют перечень вариантов и соответствующих им частот или относительных частот.

Полигоном частот называют ломаную, отрезки которой соединяют точки $(x_1, n_1), (x_2, n_2), \dots, (x_k, n_k)$. Для построения полигона на оси абсцисс откладывают варианты x_i , а на оси ординат – соответствующие им частоты n_i . Точки (x_i, n_i) соединяют отрезками прямых и получают полигон частот.

Полигоном относительных частот называют ломаную, отрезки которой соединяют точки $(x_1, W_1), (x_2, W_2), \dots, (x_k, W_k)$. Для построения полигона относительных частот на оси абсцисс откладывают варианты x_i , а на оси ординат – соответствующие им относительные частоты W_i . Точки (x_i, W_i) соединяют отрезками прямых и получают полигон частот.

В случае непрерывного признака целесообразно строить гистограмму, для чего интервал, в котором заключены все наблюдаемые значения признака, разбивают на несколько частичных интервалов длиной h и находят для каждого частичного интервала n_i – сумму частот вариант, попавших в i -й интервал.

Гистограммой частот называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длиной h , а высоты равны отношению n_i/h (плотность частоты).

Для построения гистограммы частот на оси абсцисс откладывают частичные интервалы, а над ними проводят отрезки, параллельные оси абсцисс на расстоянии n_i/h .

Площадь i -го частичного прямоугольника равна $h \frac{n_i}{h} = n_i$ – сумме частот вариант i -го интервала. Следовательно, *площадь гистограммы частот равна сумме всех частот, т.е. объему выборки.*

Гистограммой относительных частот называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длиной h , а высоты равны отношению W_i/h (плотность относительной частоты). Для построения гистограммы частот на оси абсцисс откладывают частичные интервалы, а над ними проводят отрезки, параллельные оси абсцисс на расстоянии W_i/h . Площадь i -го частичного прямоугольника равна $h \frac{W_i}{h} = W_i$ – относительной частоте вариант, попавших в i -й интервал. Следовательно, *площадь гистограммы относительных частот равна сумме всех относительных частот, т.е. единице.*

Если полученные экспериментальные данные разделить на классы (интервалы), то можно построить полигон и гистограмму частот. Разбиение на классы можно выполнить по правилу Штюргеса [1].

Число классов (интервалов)

$$k \approx 1 + 3,32 \lg n. \quad (1)$$

Для статистических методов построения эмпирических зависимостей очень важно, чтобы результаты наблюдений подчинялись нормальному закону распределения, поэтому проверка нормальности распределения – основное содержание предварительной обработки результатов наблюдений.

Пусть имеется ограниченный ряд наблюдений x_1, x_2, \dots, x_n случайной величины ξ . Среднее значение наблюдаемого признака можно определить по формуле

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad i = 1, \bar{n}. \quad (2)$$

Таким образом, \bar{x} представляет собой *эмпирическое* или *выборочное среднее*. Если вычислено среднее, то легко найти отклонение каждого наблюдения d_i от среднего:

$$d_i = x_i - \bar{x}. \quad (3)$$

Величину

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (4)$$

называют *дисперсией* или *вторым центральным моментом* эмпирического распределения: $S^2 = m^2$.

Несмещенную оценку для σ^2 (σ^2 – дисперсия теоретического распределения) можно найти по формуле

$$\bar{S}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2. \quad (5)$$

Выборочные *среднеквадратические отклонения* соответственно могут быть найдены по формулам:

$$S = \sqrt{S^2}; \quad (6)$$

$$\bar{S} = \sqrt{\bar{S}^2}. \quad (7)$$

Для не очень больших выборок ($n < 120$) можно найти простые рекомендации по проверке нормальности распределения [1]. Для этого необходимо вычислить среднее абсолютное отклонение (САО) по формуле

$$\text{САО} = \sum |x_i - \bar{x}| / n. \quad (8)$$

Для выборки, имеющей приближенно нормальный закон распределения, должно быть справедливо выражение

$$|\text{САО} / \bar{S} - 0,7979| < 0,4 / \sqrt{n}. \quad (9)$$

Пользуясь средним абсолютным отклонением, можно также с 95%-ной доверительной вероятностью оценить μ (μ – математи-

ческое ожидание) по $\bar{x} : \mu = \bar{x} \pm a \cdot \text{САО}$. Коэффициент a при определенном n и $p - 1 = 0,95$ берется из табл. 1 приложения.

Выборочное значение вариации V , являющееся мерой относительной изменчивости наблюдаемой случайной величины, вычисляют по формуле:

$$V = \frac{\bar{S}}{x} \quad \text{или} \quad V = \frac{\bar{S}}{x} 100\%. \quad (10)$$

1.1. Ход работы и порядок обработки результатов измерений

1. Провести испытание на прочность при помощи электронного измерителя прочности бетона ИПС-МГ4.

2. Полученные результаты представить в виде табл. 1.

3. Вычислить значения выборочного среднего ($\bar{R}_{\text{сж}}$), отклонение каждого наблюдения от среднего d_i и его квадрат d_i^2 .

4. Рассчитать плотность частоты Q_i/h и относительную плотность частоты W_i/h . Построить гистограмму по данному распределению выборки.

5. Построить полигон по двум центральным интервалам распределения.

6. Проверить гипотезу нормальности распределения.

7. Оценить математическое ожидание μ .

8. Вычислить коэффициент вариации V .

1.2. Вычисление характеристик эмпирических распределений (выборочных характеристик)

В результате испытаний прочности бетона на сжатие $R_{\text{сж}}$, МПа, получены следующие числовые значения: 63; 58; 74; 78; 70; 74; 75; 82; 68; 69; 76; 62; 72; 88; 65; 81; 79; 77; 66; 76; 86; 72; 79; 77; 60; 70; 65; 69; 73; 77; 72; 79; 65; 66; 70; 74; 84; 76; 80; 69.

Полученные значения удобнее всего представить в форме табл. 1.

Таблица 1

Данные для расчета

№ опыта	$R_{сж}$, МПа	d_i	d_i^2	№ опыта	$R_{сж}$, МПа	d_i	d_i^2
1	63	-9,9	98,01	21	86	+13,1	171,61
2	58	-14,9	222,01	22	72	-0,9	0,81
3	74	+1,1	1,21	23	79	+6,1	37,21
4	78	+5,1	26,01	24	77	+4,1	16,81
5	70	-2,9	8,41	25	60	-12,9	166,41
6	74	+1,1	1,21	26	70	-2,9	8,41
7	75	+2,1	4,41	27	65	-7,9	62,41
8	82	+9,1	82,81	28	69	-3,9	15,21
9	68	-4,9	24,09	29	73	+0,1	0,01
10	69	-3,9	15,21	30	77	+4,1	16,81
11	76	+3,1	9,61	31	72	-0,9	0,81
12	62	-10,9	118,81	32	79	+6,1	37,21
13	72	-0,9	0,81	33	65	-7,9	62,41
14	88	+15,1	228,01	34	66	-6,9	47,61
15	65	-7,9	62,41	35	70	-2,9	8,41
16	81	+8,1	65,61	36	74	+2,1	4,41
17	79	+6,1	37,21	37	84	+11,1	123,21
18	77	+4,1	16,81	38	76	+3,1	9,61
19	66	-6,9	47,61	39	80	+7,1	50,41
20	76	+3,1	9,61	40	69	-3,9	15,21
				Σ	2916	228,1	1927,67

Подсчитаем выборочное среднее $\bar{R}_{сж}$ по формуле (2):

$$\bar{R}_{сж} = \frac{1}{O} \sum_{i=1}^O x_i = \frac{1}{40} 2916 = 72,9 \text{ МПа.}$$

Построим гистограмму по данному распределению выборки (рис. 1).

Разобьем ряд полученных экспериментальных данных на интервалы по формуле (1):

$$k \approx 1 + 3,32 \lg O \approx 1 + 3,32 \lg 40 \approx 6,32.$$

С другой стороны, разница x_{\max} и x_{\min} (размах варьирования R) составляет $88-58=30$ МПа. Исходя из этого, примем число интервалов равным 6, со ступенями, равными 5 МПа: $5 \times 6=30$ МПа.

Или длину интервала можно рассчитать по формуле

$$h = \frac{R}{k} = \frac{30}{6,32} = 4,74.$$

Примем длину интервала (длину ступени) равной 5.

Все данные для построения гистограммы представим в табл. 2.

Т а б л и ц а 2

Расчетные данные для построения гистограммы

Номер интервала	Частичный интервал $x_i - x_{i+1}$	Сумма частот вариантов интервала Q_i	Плотность частоты Q_i/h	Относительная плотность частоты W_i/h
1	58-63 искл.	3	0,6	0,015
2	63-68 искл.	6	1,2	0,03
3	68-73 искл.	10	2	0,05
4	73-78 искл.	11	2,2	0,055
5	78-83 искл.	7	1,4	0,035
6	83-88 искл.	3	0,6	0,015

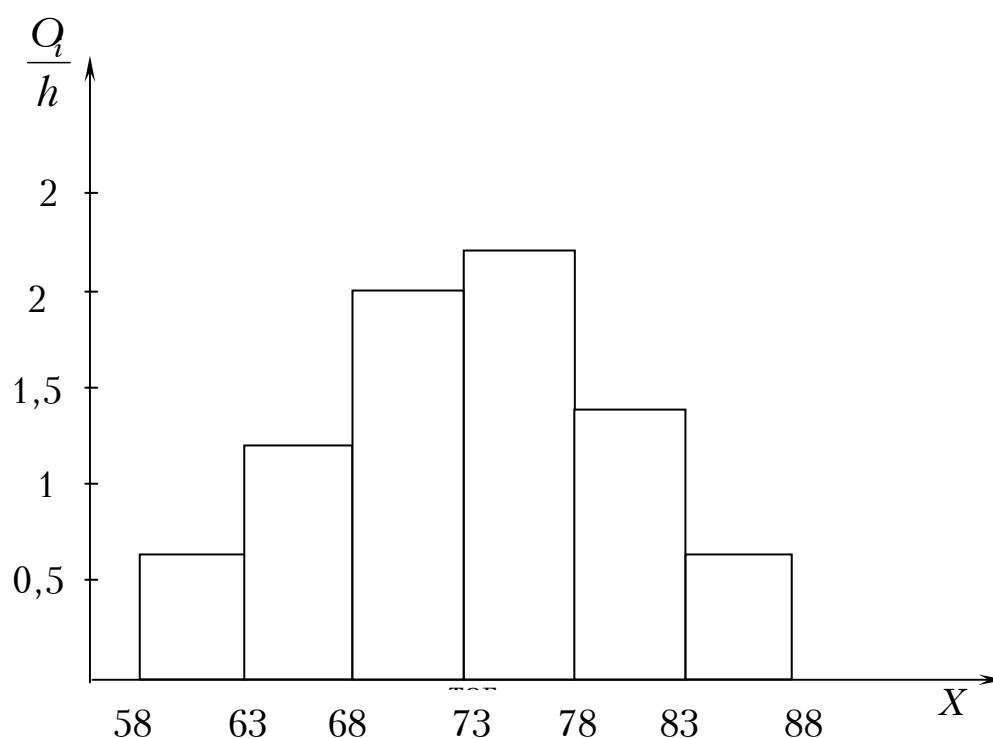


Рис.1. Гистограмма распределения

Построим полигон относительных частот (рис. 2) для части значений выборки (от 68 до 77 МПа), используя данные табл. 3.

Таблица 3

Полигон относительных частот распределения

x_i	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77
Q_i	1	3	2	-	3	1	3	1	3	3
W_i	0,05	0,15	0,1	-	0,15	0,05	0,15	0,05	0,15	0,15

По данным табл. 3 найдем относительные частоты, для чего разделим частоты на объем выборки: $W_1 = 1/20 = 0,05$ и т.д.

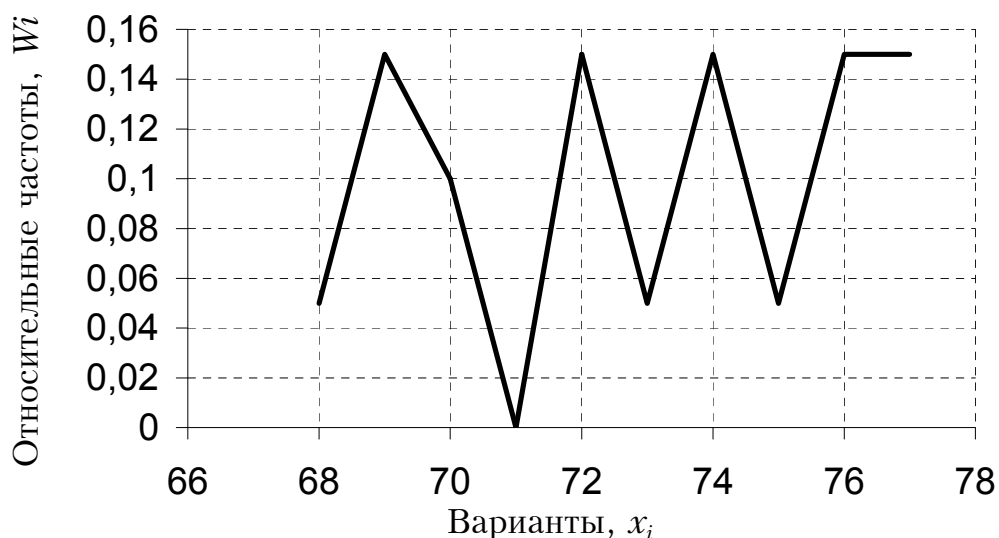


Рис. 2. Полигон относительных частот

Проверим гипотезу нормальности распределения, используя формулы (5), (7), (8), (9) и данные табл. 1.

$$CAO = \sum |x_i - \bar{x}| / O = 228,1 / 40 = 5,7;$$

$$\bar{S}^2 = \frac{1}{1 - O} \sum_{i=1}^O (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{40 - 1} \cdot 1927,67 = 49,42;$$

$$\bar{S} = \sqrt{\bar{S}^2} = \sqrt{49,42} = 7,03.$$

Подставим значение CAO в уравнение (9):

$$|5,7 / 7,03 - 0,7979| < 0,4 / \sqrt{40};$$

$$0,0016 < 0,063.$$

Следовательно, гипотеза нормальности распределения выборки данных, приведенных в табл. 1, подтверждается.

Оценим математическое ожидание μ по отношению $\bar{x} : \mu = \bar{x} \pm a \cdot \text{CAO}$. $a=5,7 \cdot 0,41=2,34$ МПа.

В результате получим $\mu=72,9 \pm 2,34$, т.е. средняя прочность может колебаться в пределах от 70,56 до 75,24 МПа.

Вычислим коэффициент вариации по формуле (10):

$$V = \frac{7,03}{72,9} \cdot 100\% = 9,6\%.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ

Т а б л и ц а 1

Коэффициенты для определения 95%-ных доверительных границ для среднего значения по САО [1]

n	Коэффициент	n	Коэффициент	n	Коэффициент
2	12,71	9	1,00	20	0,60
3	3,45	10	0,93	25	0,53
4	2,16	11	0,87	30	0,48
5	1,66	12	0,82	40	0,41
6	1,40	13	0,78	60	0,33
7	1,21	14	0,75	120	0,23
8	1,09	15	0,71		

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Закс Лотар. Статистическое оценивание. – М.: Статистика, 1976.

2. Львовский Е.Н. Статистические методы построения эмпирических формул: Учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1988. – 239 с.

3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие для вузов. – 6-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 1998.

4. Логанина В.И., Гелашвили В.Р. Руководство к решению задач по статистическим методам оценки качества строительных материалов: Учебное пособие. – Пенза: ПГАСА, 2000. – 96 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. МАТЕМАТИКО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ КОЛИЧЕСТВЕННЫХ ПРИЗНАКОВ КАЧЕСТВА	4
1.1. Ход работы и порядок обработки результатов измерений.....	7
1.2. Вычисление характеристик эмпирических распределений (выборочных характеристик).....	7
ПРИЛОЖЕНИЕ	11
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	11

Учебное издание

Тарасов Роман Викторович
Максимова Ирина Николаевна
Тюриков Вячеслав Сергеевич

МЕТОДЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ПРИ ОЦЕНКЕ ПРОЧНОСТИ КОМПОЗИЦИОННЫХ СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Методические указания
к выполнению самостоятельной работы

Под общ. ред. д-ра техн. наук, проф. Ю.П. Скачкова

Редактор Н.Ю. Шалимова
Верстка Т.Ю. Симутина

Подписано в печать 25.12.2013. Формат 60×84/16.
Бумага офисная «Снегурочка». Печать на ризографе.
Усл.печ.л. 0,7. Уч.-изд.л. 0,75. Тираж 80 экз.
Заказ №344.

Издательство ПГУАС.
440028, г.Пенза, ул. Германа Титова, 28