

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

---

Государственное автономное образовательное учреждение Астраханской области  
высшего профессионального образования  
«Астраханский инженерно-строительный институт»

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Пензенский государственный университет  
архитектуры и строительства»  
(ПГУАС)

О.Б. Завьялова, А.И. Шеин

# **РАСЧЁТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КАРКАСОВ С УЧЁТОМ ИСТОРИИ ВОЗВЕДЕНИЯ И НАГРУЖЕНИЯ**

Пенза 2014

УДК 624.94.012.45:624.04(035.3)

ББК 38.53:38.112

3-13

Рецензенты: доктор технических наук, профессор,  
зав. кафедрой прикладной механики  
ПГУ В.В. Смогунов;  
доктор технических наук, профессор  
кафедры «Механика» С.В. Бакушев  
(ПГУАС)

**Завьялова О.Б.**

3-13

Расчёт железобетонных каркасов с учётом истории возведения и нагружения: моногр. / О.Б. Завьялова, А.И. Шеин. – Пенза: ПГУАС, 2014. – 120 с.  
**ISBN 978-5-9282-1087-8**

Монография посвящена уточнению расчётных схем и методов расчёта железобетонных каркасов рамных и пластинчато-стержневых систем общепринятыми и альтернативными способами поверочного расчёта. Учитываются ползучесть бетона и нелинейность его работы в любой период существования конструкции и на любом этапе её нагружения, а также последовательность возведения здания.

Монография подготовлена на кафедре «Механика» и представляет интерес для инженеров-проектировщиков, преподавателей, аспирантов и студентов вузов, занимающихся вопросами расчета железобетонных каркасов.

**ISBN 978-5-9282-1087-8**

© Астраханский инженерно-строительный институт, 2014

© Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, 2014

© Завьялова О.Б., Шеин А.И., 2014

## ВВЕДЕНИЕ

При определении внутренних усилий в поперечных рамах гражданских и промышленных зданий проектировщик работает с расчётной схемой рамы, имеющей проектную этажность, причём нагружение такой рамы постоянными и временными нагрузками производится одновременно на всех этажах. В реальных же рамных системах большая часть постоянной нагрузки от нижележащих ригелей не вызывает появления внутренних усилий в элементах вышележащих этажей. Учёт истории возведения и нагружения позволит уточнить реальное распределение внутренних усилий в сборных и монолитных конструкциях. Кроме того, в расчетах необходимо учитывать повсеместно встречающиеся нарушения технологической последовательности при монтаже каркасов. Учёт этих факторов даёт более 40 % расхождений значений внутренних усилий в наиболее нагруженных элементах рамы по сравнению со значениями, определяемыми классическим расчётом.

Применительно к железобетонным каркасам решение задачи об определении реального напряжённо-деформированного состояния требует отказа от методов линейной теории, основывающейся на законе Гука, введения в расчет данных о текущем состоянии механических характеристик растущей расчетной схемы. Кроме того, в задачах строительной механики железобетон целесообразно рассматривать как двухкомпонентный материал, состоящий из арматурного каркаса и бетона.

В настоящее время наибольшую популярность приобрёл метод конечных элементов (МКЭ), реализованный в отечественных и зарубежных программных комплексах. Следует отметить, что применительно к

железобетону МКЭ в значительной мере остаётся приближенным методом, так как в нем железобетон обычно представляется в виде сплошной среды: бетона и «размазанной» по площади сечения арматуры.

Объёмы монолитного строительства в последние годы значительно выросли и в России, и за рубежом. Не последнюю роль в монолитном строительстве играет возможность сократить сроки возведения зданий за счёт увеличения скорости выполнения бетонных работ (порой скорость достигает 3...5 дней на этаж). Возникает правомерный вопрос: как влияет на НДС конструкций нагружение бетона в ранние сроки, когда его структура ещё не полностью сформирована, а прочность и жёсткость далеки от нормативных величин? При расчёте систем с растущей расчётной схемой, возводимых из материала, обладающего сложными реологическими свойствами, к которым можно отнести старение, изменение мгновенного модуля упругости, релаксацию напряжений, вызванную деформациями ползучести, целесообразно использовать численный анализ. Применяемые в настоящий момент программные комплексы (ANSYS, NASTRAN и др.), реализующие метод конечных элементов, позволяют вводить в расчёт ползучесть материалов (модель Кельвина – Фойгта, Максвелла), которые больше подходят для полимеров, но не для стареющих материалов, каковым является бетон. В настоящей работе предлагается реализация расчёта по методу сеточной аппроксимации элементов (МСАЭ). Преимущество метода сеток – возможность одновременного учёта полной геометрии армирования сечений элементов, геометрической нелинейности (расчёт по деформированному состоянию), физической нелинейности материала конструкции, трещинообразования и ползучести бетона в железобетонных конструкциях с учётом фактора времени, учёта истории нагружения сборных и монолитных рамных и пластинчато-стержневых систем, а также отсутствие необходимости сведения нагрузок в узлы. Кроме того, всегда желательно иметь альтернативный метод расчёта, основанный на другой концепции, чтобы сравнить полученные результаты для повышения их надёжности.

В данной работе основное внимание сконцентрировано на следующих вопросах:

1. Оценка влияния различных факторов, учитывающих историю возведения многоэтажных рам в сборном исполнении, включая нарушения технологической последовательности при монтаже, на распределение внутренних усилий в элементах каркасов.

2. Разработка эффективного метода расчёта геометрически и физически нелинейных монолитных каркасов с корректировкой данных о текущем состоянии механических характеристик растущей расчетной схемы.

3. Анализ влияния различных факторов деформирования железобетонных рамных и пластинчато-стержневых каркасов с учётом растущей расчётной схемы и реологических свойств материала.

Предметом исследования является растущая расчётная схема многоэтажного каркаса из двухкомпонентного материала, обладающего реологическими свойствами, при действии статических нагрузок. Объектами исследования являются многоэтажная рама с жесткими узлами, как составная часть рамного или рамно-связевого каркаса, и монолитный безригельный каркас.

Исследования основаны на фундаментальных положениях строительной механики, математической теории линейной ползучести бетона, разработанной академиком АН АрмССР Н.Х. Арутюняном. Используются методы математического анализа, теория конечных разностей, теория интегральных уравнений, численные методы решения систем нелинейных уравнений.

Научная новизна работы состоит в следующем.

1. Выявлено, что учёт последовательности монтажа конструкций позволяет получить действительное распределение внутренних усилий в рамах. Наибольший эффект возникает при превышении постоянной нагрузки над временной, т.е. в каркасах гражданских и промышленных зданий, запроектированных под небольшую полезную нагрузку. Причём с увеличением гибкости ригелей эффект учёта последовательности возведения рамы возрастает.

Наиболее уязвимыми являются колонны первого этажа, где возможна потеря прочности и устойчивости (увеличение изгибающих моментов и поперечных сил в крайних стойках до 17 %), а также узлы опирания ригелей на средние колонны, и, в некоторых случаях, пролётные сечения ригелей.

2. Выявлено повсеместно встречающееся нарушение технологической последовательности монтажа ригелей. Расчётом доказано, что при эксплуатации рамных зданий, построенных с нарушением технологии, имеется некоторый запас прочности крайних колонн и опорных сечений ригелей. Несущая способность опорных сечений ригелей завышена примерно на 40 %. Одновременно в этих зданиях существует реальная опасность обрушения ригелей, если они работают на полную полезную нагрузку, так как в них пролётный изгибающий момент от действия вертикальной нагрузки фактически увеличивается до 18 % в ригелях покрытия и до 50 % в ригелях перекрытия. Особенно это касается зданий, запроектированных на небольшую полезную нагрузку на перекрытие.

3. Приведённая методика одновременного учёта растущей расчётной схемы и изменения условий опирания ригелей позволяет выявить реальное распределение внутренних усилий в элементах каркаса, а именно уменьшение на 24...36 % опорных изгибающих моментов в ригелях и увеличение на 42...46 % пролётных моментов.

4. Предложена методика расчёта по МСАЭ монолитных железобетонных каркасов с учетом истории нагружения и изменения во

времени механических характеристик бетона. Данная методика позволяет выявить величину фактических напряжений в наиболее ответственных элементах конструкций. К примеру, увеличение напряжений в арматуре ригелей только от нагрузок, приложенных на этапе возведения, составило 2,5 раза, а в целом по ригелям 1,7 раз. Увеличение напряжений в арматуре колонны 1-го этажа по сравнению с классическим расчётом составило 2,6 раза. Увеличение стрелы прогиба в ригелях монолитной рамы при учёте ползучести бетона достигает 70-95 % по сравнению с классическим расчётом.

5. Доказано, что при ускорении сроков строительства монолитных каркасов учёт изменения мгновенного модуля упругости бетона при твердении даёт дополнительный прирост упруго-мгновенных напряжений в арматуре порядка 20 % по сравнению с вычисленными классическим расчётом, т.е. при нормативной величине  $E_b$ .

Практическое значение работы заключается в следующем.

1. На основе метода сеточной аппроксимации элементов при учёте истории нагружения и связанным с нею фактором времени изменением механических характеристик бетона создана программа для определения внутренних усилий и перемещений в узловых и промежуточных сечениях элементов многоэтажной рамы.

2. Разработан алгоритм учёта ползучести и физической нелинейности работы бетона, позволяющий оценить вклад различных факторов в величину напряжений в бетоне и арматуре колонн и ригелей многоэтажных рам.

3. Учёт последовательности возведения позволит оценить ресурс конструктивной безопасности зданий, в том числе построенных с нарушением технологической последовательности монтажа ригелей.

Достоверность расчёта по программе МСАЭ обеспечивается применением строгого математического аппарата, ожидаемостью и непротиворечивостью результатов, сравнением с тестовыми примерами, посчитанными без учёта дополнительно вводимых факторов – ползучести, нелинейности и т.д. Основные результаты работы опубликованы в рецензируемых журналах и апробированы на международных научно-технических конференциях.

Результаты работы рассмотрены в ОАО Проектный институт «Астрахангражданпроект», принято решение о включении методики расчёта ж/б каркасов с учётом последовательности возведения и изменения механических характеристик бетона в «Методические рекомендации по расчёту монолитных и сборных железобетонных каркасов».

Основные выдвигаемые научные положения:

1. Методика расчёта напряжений в бетоне и арматуре монолитных пластинчато-стержневых систем с учётом твердения и линейной ползучести бетона.

2. Алгоритм расчёта многоэтажных рам с учётом истории нагружения, ползучести, старения и нелинейности работы бетона, реализованный в программе «МСАЭ – возведение и ползучесть».

3. Методика расчёта внутренних усилий при определении реального напряжённо-деформированного состояния элементов многоэтажных каркасов, построенных с нарушением технологической последовательности монтажа ригелей.

Основные положения и результаты работы докладывались на II Международной научно-практической конференции «Астрахань – дом будущего» (Астрахань, 14 ноября 2008 г.); IX Международной научно-технической конференции «Эффективные строительные конструкции: теория и практика» (Пенза, 2009 г.); III Международной научно-практической конференции «Инновационные технологии в науке и образовании – ресурс развития строительной отрасли и жилищно-коммунального хозяйства (Астрахань, 1 октября 2009 г.); V Международной научно-технической конференции «Энергоресурсо-сберегающие технологии: Наука. Образование. Бизнес. Производство» (Астрахань, 24-28 октября 2011 г.); 14-й Международной конференции по компьютеризации в строительстве (Москва, 2012 г.); 4-м Международном симпозиуме «Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений» (Челябинск, 2012 г.); VI Международной научно-практической конференции «Перспективы развития строительного комплекса» (Астрахань, 22-26 октября 2012 г.);

Монография состоит из введения, четырёх разделов, выводов по работе, библиографического списка.

Во введении обоснована актуальность увеличения точности расчёта многоэтажных железобетонных сборных и монолитных каркасов общепринятыми и альтернативными поверочными методами, в свете учёта истории возведения и нагружения, сформулированы цели и задачи научного исследования, изложены основные положения, выносимые на защиту.

В первом разделе рассмотрены исторические предпосылки и современное состояние проблемы учёта ползучести и изменения упруго-мгновенного модуля деформации бетона геометрически и физически нелинейных систем, а также процесса возведения при расчёте внутренних усилий и напряжений в элементах железобетонных рам.

Второй раздел посвящен анализу влияния последовательности монтажа каркаса на напряжённо-деформированное состояние поперечных рам. Рассмотрено несколько вероятных причин отказов многоэтажных каркасных зданий из сборного железобетона, напрямую связанных с историей возведения. Первая из них – недостатки применяемых расчётных схем и методик расчёта, приводящие к снижению ресурса конструктивной безопасности этих зданий. Вторая причина отказа кроется в повсеместно

встречающемся нарушении технологической последовательности монтажа ригелей междуэтажных перекрытий и покрытия.

В третьем разделе на примере реально построенного объекта рассмотрено влияние учёта истории нагружения монолитных пластинчато-стержневых систем. Представлены методика и алгоритм расчёта напряжений в бетоне и арматуре несущих пилонов и сплошных монолитных плит при учёте изменения механических характеристик бетона с течением времени. В основу методики положены теоретические предпосылки теории ползучести Маслова – Арутюняна.

В четвёртом разделе приведен алгоритм расчёта железобетонных рамных каркасов монолитных зданий с учётом ползучести бетона и изменения его модуля мгновенной упругости. Алгоритм базируется на методе сеточной аппроксимации элементов с введённым фактором времени, что позволяет кроме геометрической и физической нелинейности учитывать ползучесть бетона и последовательность возведения монолитного каркаса. Даны примеры реализации алгоритма в программе «МСАЭ – возведение и ползучесть». Сделаны выводы о необходимости учёта выше перечисленных факторов для уточнения реальных напряжений и деформаций в элементах монолитных каркасов, особенно возводимых с ускорением сроков строительства.

Основные выводы по отдельным разделам монографии обобщены в заключении.



# 1. ОБЗОР ОБЩЕПРИНЯТЫХ И АЛЬТЕРНАТИВНЫХ СПОСОБОВ РАСЧЁТА РАМ И РАМНЫХ СИСТЕМ

## 1.1. Совершенствование точных методов расчёта рам и рамных систем

Уточним вначале, что понятие «точный расчёт» относится, скорее, к математическому аппарату, который применяется для решения задач строительной механики и сейчас достаточно развит, чтобы выполнить расчёты с заданной точностью. Решение же конкретной задачи будет точным в той степени, в которой точны принятые в ней предпосылки, которые описывают реальную конструкцию и к которым можно отнести расчётную схему с вероятными величинами нагрузок и идеализированными опорными связями, учёт физической и /или геометрической нелинейности, учёт взаимодействия сборных и монолитных элементов в процессе возведения, возможные отступления от принятой расчётной схемы – перемещения и углы поворота, податливость стыков, наличие в ряде материалов ползучести, являющейся функцией времени, а в бетонах, кроме того, усадки и твердения, влияние температуры и т.д. Многие из перечисленных факторов в определённых условиях могут давать значительные поправки к результатам «точного» расчёта идеализированной рамы.

Само понятие «рамы» как стержневой конструкции с жёсткими сочленениями в узлах сформировалось на рубеже XIX–XX веков, вместе с появлением многоэтажного строительства и подходящих для этого новых прочных конструкционных материалов – стали и железобетона. А вместе с ними появилась и необходимость в точном расчёте, позволяющем уменьшить размеры поперечных сечений и снизить долю нагрузок от веса самих конструкций, что диктовалось соображениями экономии строительных материалов.

К одной из первых работ в русской и иностранной литературе по теории расчета рам можно отнести опубликованную в 1913 году в Киеве книгу В. В. Башинского «Новый метод расчёта балок и жёстких рамных систем». В ней рама разрезалась в узлах на отдельные стержни постоянного сечения, для которых составлялись дифференциальные уравнения равновесия и всех производных от функции прогиба в виде алгебраических полиномов. В результате расчёт был сведён к системе уравнений, где неизвестными являлись коэффициенты полиномов, после чего были вычислены усилия в стержнях рамы, угловые и линейные перемещения. Разумеется, запустить такую задачу в массовое проектирование было невозможно. Чтобы освободить проектировщика от вывода формул, профессор Клейнлогель для наиболее употребительных очертаний однопролётных одно- и двухэтажных, а также многопролётных

одноэтажных рам дал готовые формулы, с помощью которых определялись опорные реакции и моменты в разных сечениях рамы [36]. В 1927 и 1928 годах две книги Клейнлогеля вышли на русском языке. В это же время разработкой методов расчёта рам занимались Б.Н. Жемочкин [37], А.А. Гвоздев.

В 1932 году А.А. Гвоздевым и В. И. Мурашевым в книге «Инструкция по расчёту железобетонных рам и каркасов» были сформулированы указания о допустимых приёмах упрощения расчётов.

К основным методам расчёта стержневых систем, сложившимся на основе энергетического подхода, а также принципа возможных перемещений и интеграла Мора, относятся метод сил, метод перемещений и, впоследствии, метод конечных элементов. Матричная форма расчёта статически и кинематически неопределимых систем разрабатывалась в своё время А.Ф. Смирновым, А.В. Александровым, А.М. Масленниковым, Н.Н. Шапошниковым [101], Дж. Аргирисом, Р. Галлагером [22], О. Зенкевичем [52], А.В. Постновым [72], М. Секуловичем [99], С.Б. Косицыным, Л.А. Розиным, В.А. Смирновым и др.

Параллельно развивался и продолжает развиваться метод решения стержневых (и не только) конструкций с помощью систем дифференциальных уравнений в конечно-разностной форме. В развитие теории метода сеток внесли большой вклад А.В. Канторович и В.И. Крылов [56], К. Морган и др.

В своё время метод сеток для решения задач строительной механики успешно применяли П.М. Варвак и Л.П. Варвак [18], А.П. Филин [107], В.А. Постнов [75], А.Ф. Смирнов [96], В.А. Игнатъев [53], Н.И. Карпенко [60], А.Г. Угодчиков, О. Зенкевич и К. Морган [52], Р.Ф. Габбасов [21], Т.Д. Караманский [58], А.И. Шеин [117].

Известно, что метод конечных элементов исключительно эффективен при квадратичных энергетических функционалах. Однако для получения уравнений равновесия нелинейных задач, особенно при сильной физической нелинейности или при одновременном учете физической и геометрической нелинейностей, необходимо интегрировать степенные или тригонометрические зависимости от, в свою очередь, взаимных произведений сплайн-функций. Это весьма трудоёмкая и не всегда реализуемая в замкнутом виде процедура. Полностью же доверять численному решению задачи в инкрементальном виде, не имея опоры на действительные уравнения равновесия, конечно, нельзя. Некоторые неудобства вносит и необходимость узлового приложения нагрузок в МКЭ. Это относится прежде всего к железобетонным конструкциям, так как зоны растрескиваний (и армирования) зависят и от величины, и от знака кривизны. Кроме того, всегда полезно иметь второй метод расчёта, базирующийся на другой концепции, хотя бы для того, чтобы можно было

выполнить сравнительный анализ результатов для повышения их надёжности.

В качестве альтернативного может быть рассмотрен метод конечно-разностной аппроксимации функций и их производных, описывающих поведение системы в дифференциальных уравнениях равновесия. Метод конечных разностей, или метод сеток, – это такой метод аппроксимации дифференциальных уравнений, при котором нахождение функций сводится к решению системы алгебраических уравнений для отыскания значений функций в узловых точках.

Метод конечных элементов и метод сеток идентичны в том смысле, что сводят решение систем дифференциальных уравнений к решению систем алгебраических уравнений. Основные математические достоинства и недостатки конечно-разностного и вариационного подходов известны. Разностный метод имеет более универсальный характер по сравнению с вариационными, так как не требует предварительного аналитического выражения кинематических функций. Использование его в расчётах систем элементов сдерживалось, по-видимому, наличием так называемых законтурных точек, количество которых тем больше, чем выше порядок производных дифференциальных уравнений. Однако законы классической механики и геометрия деформированных элементов не содержат производных выше второго порядка. А при аппроксимации дифференциальных уравнений второго порядка можно использовать только внутренние и граничные точки.

Чирас А.А. называет два основных преимущества МКЭ над МКР: «Во-первых, это то, что применение матрично-операторной формы позволяет получить удобный алгоритм расчета для реализации его на ЭВМ. Во-вторых, в отличие от метода конечных разностей, более высокая степень однородности заданных функций необходима лишь в пределах элемента, поэтому при решении сложных систем конструкция может быть составлена из различных конечных элементов». Действительно, в настоящее время матричная форма всесторонне проработана для МКЭ. Однако при составлении рабочей расчётной программы более сложным и важным оказывается описание процедур раскрытия нелинейностей, нежели описание поведения элементов. При этом немаловажно, если в уравнениях ясно видна их физическая сущность.

Предельный переход уравнений МКЭ и МКР в дифференциальные уравнения, очевидно, одинаково возможен. Однако важным преимуществом МКР является то, что уравнения равновесия могут составляться для элемента с любым изменением геометрии сечений (так же, как строится эпюра усилий в статически определимой основной системе метода сил).

При решении идеально линейно-упругих задач, когда распределение внутренних усилий по элементам пропорционально параметру внешней нагрузки, жесткостные характеристики неизменны по длине элементов и

необходимо знать перемещения ограниченного числа точек, рассмотренный выше энергетический подход был, конечно, вполне оправдан.

Кроме того, ранее и задачи рационального подбора сечений решались только при помощи одного-двух пересчетов систем со скорректированными параметрами. Развитие теории нелинейного программирования сделало возможным осуществлять направленный поиск оптимальных параметров в области непрерывных функций. Однако эффективная оптимизация элементов возможна лишь при аналитическом, функциональном представлении связей «нагрузка – геометрия – поведение конструкций».

Практика решения таких прикладных задач как расчет железобетонных или стальных рамных каркасов, показывает необходимость учета в первом случае переменной геометрии сечений, а во втором – переменных по высоте зон пластичности. То есть совершенно очевидна необходимость учета в математической модели переменных по длине характеристик сечения. В то же время весьма важно сохранить стержневую модель элементов конструкций, т.к. переход к малым пространственным конечным элементам в условиях трещинообразования и переменного армирования приводит к необходимости учета, при расчёте достаточно сложных сооружений, десятков тысяч неизвестных. Конечно-элементная (в том числе и стержневая) модель имеет еще один серьезный недостаток – для физически и геометрически нелинейных задач практически невозможно представить в аналитическом виде матрицу жёсткости. Численные же шаговые или итерационные построения не гарантируют невозможности отклонения от истинной равновесной кривой.

Суммируя вышеперечисленные требования к современной математической модели гетерогенной стержневой системы, отметим, что основное желательное качество – это базирование конечных уравнений на аналитических зависимостях и возможность учёта переменной (в процессе деформирования) геометрии сечений. Это делает расчетную модель достаточно гибкой и контролируемой на любом этапе. Для проведения оптимизационных расчетов здесь достаточно введения критерия оптимальности и освобождения тех или иных параметров.

Если положить в основу построения модели идею формирования системы дифференциальных уравнений движения механической системы и непосредственного численного дифференцирования, придём к необходимости построения конечно-разностных, или сеточных, схем.

Достоинства метода сеток заключаются в возможности расчёта железобетона как двухкомпонентного материала с одновременным учётом геометрической нелинейности (расчёт по деформированному состоянию), физической нелинейности материала, трещинообразования, ползучести и твердения бетона в железобетонных конструкциях с учётом фактора времени, а также истории нагружения сборных и монолитных рам и отсутствие необходимости сведения нагрузок в узлы.

## 1.2. Учёт геометрической и физической нелинейности при расчёте стержневых конструкций

Основная задача строительной механики в наше время может быть сформулирована следующим образом: дать исчерпывающее представление о напряженно-деформированном состоянии конструкции на всех этапах нагружения и в любой период её существования (включая и этап разрушения) [62]. Эта задача потребует для своего решения отказа от предпосылки расчёта по недеформированному состоянию, предполагающему малость перемещений, а также отказа от методов линейной теории, основывающейся на законе Гука.

Расчётом несущей способности упругопластических конструкций при больших перемещениях занимались Р. Хилл, Н.К. Снитко, П.В. Алявдин, А.В. Геммерлинг [25], В.И. Сливкер [26], Л.М. Беленький, П.А. Лукаш [68], М.И. Ерхов, А.М. Проценко, А.Р. Ржаницын [87], А.Н. Раевский и др.

В диссертации А. Мунига [73] приведена методика расчёта на устойчивость внецентренно сжатых железобетонных стержней с учётом геометрической и физической нелинейности при возможной поперечной нагрузке.

Карабанов Б.В. [57] исследовал верхнюю границу этажности, при которой можно не учитывать геометрическую нелинейность при проектировании железобетонных рам.

Сконников А.В. [100] разработал алгоритм деформационного упругопластического расчёта усиления железобетонных конструкций.

Сапожников М.А. [97] предложил учитывать геометрическую нелинейность в МКЭ с помощью вектора-столбца дополнительных реакций от продольных сил, который прибавляется к вектору внешних нагрузок. Сравнение результатов теоретического расчёта с экспериментальными данными показало близкое совпадение.

Реальные соотношения между напряжениями и деформациями в конструкционных материалах требуют для своего описания другие, более сложные зависимости, нежели закон Гука. Основные несущие элементы рамных каркасов выполняют, как правило, из стального арматурного каркаса и тяжёлого бетона с крупным заполнителем. В задачах строительной механики железобетон целесообразно рассматривать как двухкомпонентный материал. Диаграмма статического нагружения бетона представлена на рис.1.1.

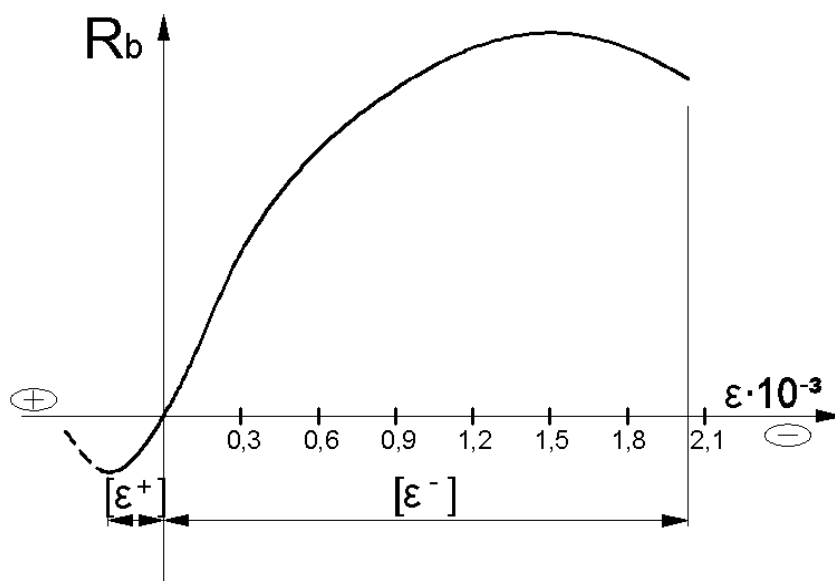


Рис. 1.1. Диаграмма растяжения-сжатия бетона

При выборе и построении аппроксимирующей зависимости для бетона будем учитывать понятия предельной сжимаемости  $[\varepsilon^-]$  и предельной растяжимости  $[\varepsilon^+]$ . Для расчёта при так называемом кратковременном нагружении можно принять предельную сжимаемость  $[\varepsilon^-]=2,0 \cdot 10^{-3}$ , при изгибе и внецентренном сжатии –  $[\varepsilon^-]=3,5 \cdot 10^{-3}$ . Предельная растяжимость при осевом растяжении  $[\varepsilon^+] \approx (1,5-3) \cdot 10^{-4}$ , при изгибе краевые удлинения могут быть вдвое выше [76].

Первую формулу, учитывающую нелинейную связь  $\sigma$ – $\varepsilon$  и приближенно отвечающую реальной диаграмме, предложил Г.Б. Бюльфингер (1729 г.):

$$\sigma = A\varepsilon^k. \quad (1.1)$$

Эту зависимость отличает удобство использования в расчётах и достаточная универсальность: при  $k=1$  формула совпадает с законом Гука, а при  $k=0$  соответствует диаграмме жёсткопластического тела. Недостатки этой зависимости: при  $\varepsilon \rightarrow 0$  модуль упругости  $E \rightarrow 0$ , на графике отсутствует нисходящая ветвь.

Онищик Л.И. для диаграммы деформирования бетона ввёл зависимость вида

$$\sigma = 1,1 \cdot R_{пр} (1 - e^{-0,9\alpha\varepsilon}), \quad (1.2)$$

где  $R_{пр}$  – призмная прочность бетона.

Хофф Н., Рамберг и Осгуд, Г.Е. Бельский предлагали использовать зависимость в виде полинома:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + a \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n. \quad (1.3)$$

В частности, для армированного бетона Г.Е. Бельский получил выражение

$$\frac{\varepsilon}{0,00075} = \frac{\sigma}{180} + 4,27 \left( \frac{\sigma}{180} \right)^{7,94}. \quad (1.4)$$

Герстнер Ф.И. [68] в 1831 году предложил параболическую зависимость второго порядка:

$$\sigma = A_1 \varepsilon - A_2 \varepsilon^2. \quad (1.5)$$

Аналогичную зависимость рекомендует Европейский комитет по бетону:

$$\sigma_b = -1000 \cdot R_b (250 \varepsilon_b^2 - \varepsilon_b). \quad (1.6)$$

Недостатком обеих формул (1.5) и (1.6) является несимметричность кривой относительно растяжения-сжатия; поэтому в конструкциях, испытывающих одновременно деформации разных знаков, использование этой зависимости приведёт к серьёзным ошибкам. С этой точки зрения для аппроксимации зависимости  $\sigma$ – $\varepsilon$  более удобна кубическая парабола [68]:

$$\sigma = E \varepsilon - A_3 \varepsilon^3, \quad (1.7)$$

где  $E$  – начальный модуль упругости материала;

$$A_3 = \frac{4}{24} \frac{E^3}{\sigma_{\text{мц}}^2}. \quad (1.8)$$

Следует отметить, что формулу (1.7) удобно применять как для стали, так и для бетона.

Зависимость  $\sigma$ – $\varepsilon$  в виде полинома 5-го порядка использовали при расчёте конструкций из железобетона В.Н. Байков, В.М. Бондаренко, В.С. Санжаровский [92] и др.

На основе анализа приведённых зависимостей  $\sigma$ – $\varepsilon$  отмечаем, что наиболее наглядной, простой в использовании и при этом достаточно точной является аппроксимация диаграммы бетона, описываемая формулой (1.7). Она и будет принята для аналитического описания напряжений в бетоне.

Вопросами аппроксимации зависимости  $\sigma$ – $\varepsilon$  занимались также Г.А. Гениев, В.М. Митасов, А.В. Яшин, А. Хабель, В.В. Болотин, И.Н. Давиденков и др.

Определению НДС стержней и стержневых систем за пределом упругости посвящены работы М.И. Ерхова, Н.И. Безухова, А.А. Кальницкого, Е.А. Чистякова, А.И. Стрельбицкой, Г.Е. Бельского [9], С.Д. Лейтеса, Г.И. Розенблат [91], Ю.А. Раковщика и др.

Учёту нелинейности в железобетонных конструкциях посвящены работы Н.Н. Карпенко, А.М. Проценко, В. Прагера, Р.Н. Зубова, Г.П. Яковенко, Э.Г. Елагина, А.В. Шевченко, А.Ф. Остапенко и др.

### 1.3. Учёт ползучести и старения бетона в строительной механике наращиваемых тел

Расчёту наращиваемых систем в последнее время уделяется большое внимание. Опция активации и деактивации элемента доступна пользователю в большинстве отечественных и зарубежных программных комплексов (SCAD, ANSYS и др.). Среди недавних работ на эту тему можно назвать исследования А.И. Сапожникова и С.М. Григоршева [95], О.В. Кабанцева и А.В. Карлина [55], выполненные для сборных конструкций с поэтажным формированием расчётной схемы. Однако расчёт монолитного железобетона, особенно возводимого в короткие сроки, требует учёта сложных реологических свойств бетона: старения, ползучести, изменения мгновенно-упругого модуля деформации.

Современная теория ползучести бетона базируется на многочисленных экспериментальных данных и является, по существу, феноменологической теорией. Экспериментальные основы этой теории были заложены Дэвисом, Дютроном, Шенком, Глэнвиллем [128] и др. Теоретические основы были развиты в многочисленных трудах учёных на советском и постсоветском пространстве, начиная со второй половины XX века. Наиболее известные труды в области теории упругости принадлежат Н.Х. Арутюняну, С.В. Александровскому, В.М. Бондаренко, Н.А. Буданову, А.А. Гвоздеву, П.И. Васильеву, И.И. Гольденблату, Я.Д. Лившицу, Г.Н. Маслову, Ю.Н. Работнову, А.Р. Ржаницыну, И.Е. Прокоповичу, И.И. Улицкому, С.В. Бондаренко, А.Д. Беглову, Р.С. Санжаровскому, В.Д. Харлабу и многим другим учёным.

В монографии А.Р. Ржаницына по теории ползучести [87] представлены интегральные уравнения метода сил для системы общего вида и показано, что если элементы системы изготовлены из одного материала, то задача может быть сведена к расчёту упругой системы на дополнительные внешние фиктивные воздействия.



В книге Арутюняна, Зевина [6] приведены методы расчёта сплошных тел различного очертания, а также элементов армированных стержневых систем на примере колонны с учётом линейной ползучести и старения материала. Рассмотрены задачи оптимизации.

Большой практический интерес представляет задача учёта ползучести и старения бетона в наращиваемых стержневых системах, элементы которых имеют разный возраст и вследствие этого разные характеристики материала.

По-видимому, впервые задача определения напряжённо-деформированного состояния растущего тела, а именно непрерывно наращиваемого упругого клина, была поставлена в работе Э.И. Рашбы [85]

Начиная с 80-х годов прошлого столетия всё чаще поднимаются проблемы обеспечения прочности и устойчивости объектов строительства в процессе возведения. В частности, в работе Lew H.S. [131] указывается на необходимость учёта технологии возведения – последовательности монтажа сборной несущей конструкции, бетонирования монолитных блоков – при проектировании многоэтажных зданий. Иными словами, классический расчёт готовых строительных конструкций под действием эксплуатационных нагрузок должен быть дополнен расчётами под действием технологических воздействий на промежуточных стадиях в процессе возведения [5].

Решению задач наращиваемых тел с применением теории вязкоупругости посвящены работы И.И. Воровича, Л.П. Лебедева, М.В. Сергеева, Т.Г. Роджерса, Е.Н. Lee, М. Шинозуки, Ф. Солимана [5] и многих других исследователей в нашей стране и за рубежом.

Харлаб В. Д. получил интегральные уравнения метода сил с учётом ползучести для систем, состоящих из несимметрично армированных железобетонных элементов, а также рассматривал применение линейной теории ползучести к расчёту наращиваемого тела [108, 109].

В работе Бовина [12] для стержневых систем, состоящих из железобетона, на основе метода перемещений и смешанного метода рассмотрена задача расчёта статически неопределимых систем, материал которых обладает свойствами ползучести и старения. Наследственная задача сведена к расчёту некоторой упругой системы, жесткостные характеристики и геометрия расчётной схемы которой учитываются введением параметра  $\lambda$ , зависящего от ползучести основного материала. Рассмотрен случай, когда материал элементов системы имеет различный возраст.

В работе Н.Х. Арутюняна, А.Д. Дроздова и В.Э. Наумова [5] даётся постановка начально-краевой задачи для растущего вязкоупругого тела с учётом возрастной неоднородности и старения материала в наращиваемых стержнях и массивных телах при малых деформациях. Представлены

результаты исследования напряжённо-деформированного состояния в растущем полом цилиндра, диске, шаре и др.

В диссертации Д.В. Пуляевского [81] рассмотрена задача определения напряженно-деформированного состояния наращиваемой конструкции моста с учётом линейной ползучести, усадки и старения бетона. Составлена программа на основе МКЭ. Учёт перечисленных факторов производится пошаговым методом с формированием на каждом этапе расчёта дополнительного вектора псевдонагрузки, добавляемого в разрешающую систему уравнений.

В книге «Эволюционная теория жизненного цикла механических систем» [19] Васильков Г.В., рассматривая вопросы ползучести, отмечает, что в изучаемой им модели вязкопластичности предполагается, что ползучесть материала возникает одновременно с квазистатическим нагружением системы, понимая под этим состояние системы после завершения строительства (при этом  $E=E_0$ ).

Авторы настоящей монографии при проведении исследований учёт ползучести и твердения бетона осуществляли уже на этапе возведения, при поэтажном формировании расчётной схемы, при нагружении элементов в разном возрасте бетона. В основу расчётов монолитных рам и безригельных каркасов с учетом ползучести была заложена теория линейной ползучести стареющего материала Г.Н. Маслова – Н.Х. Арутюняна, обоснование которой дано в работе Н.Х. Арутюняна [3].

Основные предпосылки этой теории таковы:

- 1) материал рассматривается как однородное изотропное тело;
- 2) между напряжениями и деформацией ползучести выполняется линейная зависимость;
- 3) для деформации ползучести применим принцип наложения воздействий.

На основании многочисленных опытов, проведённых в нашей стране и за рубежом, установлено, что с ростом величины напряжений ползучесть бетона возрастает быстрее напряжений. Причём эта нелинейность наблюдается даже при самых низких уровнях напряжений, хотя и не столь существенно. Поэтому принято считать, хотя это и не точно, что до уровня напряжений, не превышающего половины призмочной прочности бетона, связь между напряжениями и деформациями ползучести при сжатии линейна. Также опыты показывают, что в пределах эксплуатационных напряжений применение принципа наложения вполне оправданно [1, с. 137, 158].

Закон изменения меры ползучести, согласно [3], принят в виде

$$C(t, \tau) = \varphi(\tau) [1 - e^{-\gamma(t-\tau)}], \quad (1.9)$$

где

$$\varphi(\tau) = C_0 + \frac{A_1}{\tau} \quad (1.10)$$

дающем удовлетворительное совпадение с опытными кривыми ползучести, полученными как в старом, так и в молодом возрасте бетона, а также отражающем основные свойства бетона – его старение и наследственность.

Для закона изменения модуля мгновенной деформации бетона принята экспоненциальная зависимость:

$$E(\tau) = E_0 [1 - \beta e^{-\alpha \tau}]. \quad (1.11)$$

В выражениях (1.9)-(1.11) приняты обозначения:

$C_0$  – предельное значение меры ползучести;

$\tau$  – возраст бетона, в котором к нему прикладывается нагрузка;

$t$  – возраст бетона к моменту определения деформации ползучести,  $t > \tau$ ;

$A_1, E_0, \alpha, \gamma, \beta$  – некоторые константы, значения которых определяются опытным путём в зависимости от условий твердения и состава данного бетона.

Арутюнян Н.Х. предложил определять напряжения в стержневых элементах с учётом ползучести бетона умножением упругомгновенных напряжений в бетоне и арматуре на поправочные коэффициенты, вычисляемые по приведённым ниже выражениям:

• в сжатых элементах при одновременном учёте ползучести бетона и изменения его модуля мгновенной упругости:

✓ для арматуры

$$Z_a(t) = 1 + \frac{\gamma \cdot E_a \cdot \varphi(\tau_1)}{m(\tau_1) \cdot (1 + \mu \cdot m(\tau_1))} \cdot \int_{\tau_1}^t e^{-\int_{\tau_1}^{\tau} \left[ \gamma \left( 1 + \mu \frac{E_a \varphi(x)}{1 + \mu m(x)} \right) + \frac{\mu \left( \frac{d}{dx} m(x) \right)}{1 + \mu m(x)} \right] dx} d\tau; \quad (1.12)$$

✓ для бетона

$$Z_b(t) = 1 - \frac{\mu \gamma \cdot E_a \cdot \varphi(\tau_1)}{1 + \mu \cdot m(\tau_1)} \cdot \int_{\tau_1}^t e^{-\int_{\tau_1}^{\tau} \left[ \gamma \left( 1 + \mu \frac{E_a \varphi(x)}{1 + \mu m(x)} \right) + \frac{\mu \left( \frac{d}{dx} m(x) \right)}{1 + \mu m(x)} \right] dx} d\tau; \quad (1.13)$$

• в сжатых элементах при учёте ползучести бетона и постоянном модуле упругости бетона по выражениям:

✓ для арматуры

$$Z_a^*(t) = 1 + \frac{\gamma \cdot E_a \cdot \varphi(\tau_1)}{m \cdot (1 + \mu \cdot m)} \cdot \int_{\tau_1}^t e^{-\int_{\tau_1}^{\tau} \gamma \left(1 + \mu \frac{E_a \varphi(x)}{1 + \mu m}\right) dx} d\tau; \quad (1.14)$$

✓ для бетона

$$Z_b^*(t) = 1 - \frac{\mu \gamma \cdot E_a \cdot \varphi(\tau_1)}{1 + \mu \cdot m} \cdot \int_{\tau_1}^t e^{-\int_{\tau_1}^{\tau} \gamma \left(1 + \mu \frac{E_a \varphi(x)}{1 + \mu m}\right) dx} d\tau. \quad (1.15)$$

Здесь  $m$  – отношение  $E_a/E_b$ ;  $m(x) = E_a/E_b(x)$ ;

$\mu$  – коэффициент армирования поперечного сечения.

В изгибаемых элементах, согласно [3], эти коэффициенты определяются следующими соотношениями:

• при одновременном учёте ползучести бетона и изменения его модуля мгновенной упругости:

✓ для арматуры

$$Z_a(t) = 1 + \frac{\gamma \cdot E_a \cdot \varphi(\tau_1)}{m(\tau_1) \cdot [1 + \mu m(\tau_1) n_0]} \cdot \int_{\tau_1}^t e^{-\int_{\tau_1}^{\tau} \left\{ \gamma \left[ 1 + \mu \frac{\mu E_a \varphi(x) n_0}{1 + \mu m(x) n_0} + \frac{\mu m'(x) n_0}{1 + \mu m(x)} \right] \right\} dx} d\tau \quad (1.16)$$

✓ для бетона

$$Z_b(t) = 1 + \frac{\mu \gamma \cdot E_a \cdot \varphi(\tau_1) n_0}{m(\tau_1) \cdot [1 + \mu m(\tau_1) n_0]} \cdot \int_{\tau_1}^t e^{-\int_{\tau_1}^{\tau} \left\{ \gamma \left[ 1 + \mu \frac{\mu E_a \varphi(x) n_0}{1 + \mu m(x) n_0} + \frac{\mu m'(x) n_0}{1 + \mu m(x)} \right] \right\} dx} d\tau; \quad (1.17)$$

• при учёте ползучести бетона и постоянном модуле упругости бетона по выражениям:

✓ для арматуры

$$Z_a^*(t) = 1 + \frac{\gamma \cdot E_a \cdot \varphi(\tau_1)}{m \cdot [1 + \mu \cdot m n_0]} \cdot \int_{\tau_1}^t e^{-\int_{\tau_1}^{\tau} \gamma \left[ 1 + \mu \frac{\mu E_a \varphi(x) n_0}{1 + \mu m n_0} \right] dx} d\tau; \quad (1.18)$$

✓ для бетона

$$Z_b^*(t) = 1 - \frac{\mu \gamma \cdot E_a \cdot \varphi(\tau_1)}{1 + \mu \cdot m n_0} n_0 \cdot \int_{\tau_1}^t e^{-\int_{\tau_1}^{\tau} \gamma \left[ 1 + \mu \frac{\mu E_a \varphi(x) n_0}{1 + \mu m n_0} \right] dx} d\tau; \quad (1.19)$$

где  $F_b$  – площадь бетона в сечении;  $I_0$  – момент инерции бетонной части поперечного сечения относительно главной оси сечения;  $h_a$  – расстояние от центра тяжести арматуры до главной оси сечения;

$$n_0 = 1 + \frac{F_b h_a^2}{I_0}. \quad (1.20)$$

Таким образом, применение формул теории линейной ползучести стареющего материала Г.Н. Маслова – Н.Х.Арутюняна позволит уточнить реальное распределение напряжений в бетоне и арматуре в элементах конструкций, возводимых с ускорением сроков строительства.

## Выводы по первому разделу

1. Учёт последовательности нагружения сборных каркасов является пока малоизученным фактором, требующим пристального внимания, особенно для железобетонных конструкций, имеющих значительный собственный вес.

2. В отличие от сборных конструкций, расчёт здания из монолитного железобетона с учётом последовательности возведения и нагружения, особенно возводимого в короткие сроки, требует учёта сложных реологических свойств бетона: старения, ползучести, изменения мгновенно-упругого модуля деформации.

3. Применение метода сеточной аппроксимации элементов (МСАЭ) позволит учесть ползучесть и старение бетона в рассмотренных наращиваемых монолитных каркасах при различном возрасте материала колонн и ригелей и выявить реальное распределение напряжений в поперечном сечении наиболее ответственных элементов. Использование закона наложения деформаций ползучести делает возможным получение напряженно-деформированного состояния любого элемента конструкции с учётом истории возведения и эксплуатации рассматриваемого объекта.

4. Для учёта нелинейности работы бетона удобно принять аппроксимирующую зависимость, описываемую кубической параболой  $\sigma = E\varepsilon - A_3\varepsilon^3$ , как наиболее наглядную, простую в использовании и при этом достаточно точную.

5. Применение метода сеток позволит учесть отдельно работу бетона и арматуры в поперечном сечении, а также ввести в расчёт любые интегральные и дифференциальные зависимости, описывающие изменение механических характеристик материала с течением времени. Кроме того, всегда желательно иметь альтернативный метод расчёта, основанный на другой концепции, чтобы сравнить полученные результаты для повышения их надёжности.

## 2. УЧЁТ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ВОЗВЕДЕНИЯ ЗДАНИЯ ПРИ РАСЧЁТЕ РАМ НА ВЕРТИКАЛЬНЫЕ НАГРУЗКИ

### 2.1. Влияние последовательности монтажа здания на напряжённо-деформированное состояние поперечных рам

Анализ статистики полных отказов (аварий) построенных до и после 1960 года зданий и сооружений, приведённый в статье Михайлова В.В. [72], показывает, что в среднем за год в России регистрируется 11 аварий многоэтажных зданий с железобетонными сборными конструкциями, что составляет примерно 20 % от общего числа регистрируемых аварий зданий и сооружений. Распределение частот аварий по видам железобетонных конструкций следующее: колонны – 15 %, балки покрытий и перекрытий – 15 %, стыки конструкций и связи – 10 %, массивные конструкции (стены, фундаменты) – 12 %, фермы – 18 %, оболочки – 13 %. Значительный интерес представляет распределение причин аварий железобетонных конструкций по материалу (арматуре или бетону) (табл. 2.1) [72].

Т а б л и ц а 2.1

Статистика аварий зданий с железобетонными конструкциями

Основная техническая причина аварии (полного отказа)	Аварии	
	Количество	% к общему количеству
Здания с железобетонными конструкциями:	62	100
- разрушение по бетону	19	30
- разрушение по арматуре	23	37
- разрушение узлов сооружений	7	11
- местная потеря устойчивости	1	2
- общая потеря устойчивости	12	20

В качестве возможных причин отказов и повреждений перечислены: превышение нагрузок над проектными, отступление от проекта при изготовлении и монтаже (сниженная прочность бетона, несоответствие армирования, недостаточная величина опирания и т.д.), а также указаны причины, обусловленные ненадлежащей эксплуатацией зданий и сооружений. Бондаренко В.М. отмечает также особенности изготовления конструкций и возведения объектов и, что нередко встречается, недостатки проектных решений [15].

Рассмотрим ещё несколько вероятных причин отказов, напрямую связанных с историей возведения многоэтажных каркасных зданий из сборного железобетона. Одна из них – недостатки применяемых расчётных

схем и методик расчёта, приводящих к снижению ресурса конструктивной безопасности этих зданий.

При определении внутренних усилий в поперечных рамах гражданских и промышленных зданий проектировщик работает с расчётной схемой рамы, имеющей проектную этажность, причём нагружение ригелей такой рамы постоянными и временными нагрузками производится одновременно на всех этажах. В реальных же рамных системах монтаж ригелей последующего этажа происходит только после укладки плит перекрытия на предыдущем этаже. Причём, как правило, монтаж сборных перегородок (или складирование мелкоштучных элементов – гипсовых блоков, кирпича) для последующего возведения перегородок производится с помощью подъёмного крана при отсутствии вышележащих конструкций. В многоэтажных промзданиях нередки случаи, когда в процессе возведения на перекрытие сразу устанавливают тяжёлое оборудование, поднимаемое строительным монтажным краном. А это означает, что в отличие от применяемой классической расчётной схемы, где нагрузка от нижележащих ригелей вызывает появление внутренних усилий в стойках и ригелях вышележащих этажей, при реальном нагружении большая часть постоянной нагрузки, а в случае с оборудованием и часть временной, не влияет на усилия в конструкциях верхних этажей. Рассмотрим на примере 2-этажной однопролётной рамы распределение внутренних усилий для двух вариантов расчётных схем:

1 – нагружение ригеля первого этажа при отсутствии вышележащего ригеля (как реально и происходит в процессе монтажа при действии постоянной нагрузки);

2 – нагружение этого же ригеля в обычной (классической) расчётной схеме.

Исходные данные для расчёта: пролёт рамы – 9 м, высота этажа – 6 м, стойки сечением  $0,4 \times 0,4$  м,  $A_k = 0,16 \text{ м}^2$ ,  $I_k = 2,133 \times 10^{-2} \text{ м}^4$ , ригели таврового сечения  $A_p = 0,3275 \text{ м}^2$ ,  $I_p = 1,482 \times 10^{-3} \text{ м}^4$ , равномерно распределённая нагрузка на ригель 100 кН/м. Расчёт выполнен по МКЭ с использованием программы SHAP [102]. Результаты расчёта представлены на рис. 2.1.

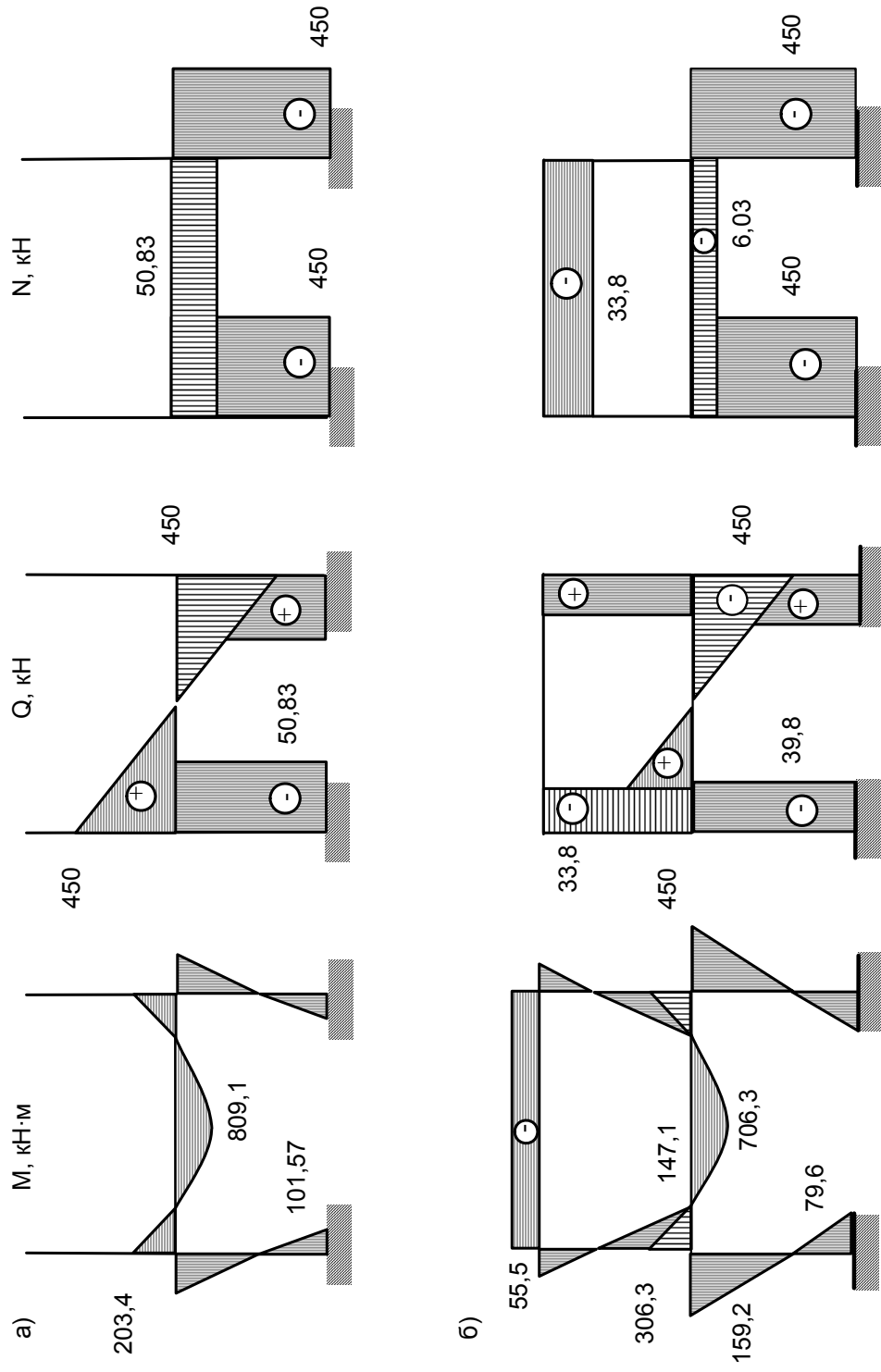


Рис. 2.1. Результаты расчёта рамы при загрузении ригеля 1-го этажа:  
а – при отсутствии вышележащего ригеля; б – с учётом ригеля 2-го этажа



Сравнение изгибающих моментов показывает, что при наличии вышележащего ригеля, как и следовало ожидать, включаются в работу стойки второго этажа, разгружая стойки первого этажа и уменьшая пролётный момент рассматриваемого ригеля. В реальной схеме 1 изгибающие моменты в верхнем и опорном сечениях стоек первого этажа больше полученных по классической схеме на 27-28 %, максимальный момент в пролёте ригеля первого этажа больше на 14,5 %, поперечная сила в стойках 1-го этажа больше на 21,7 %, продольная сжимающая сила в ригеле первого этажа больше в 8,4 раза по сравнению с соответствующими усилиями, полученными по классической схеме. Если учесть, что для гражданских зданий постоянная нагрузка составляет, как правило, бóльшую часть нагрузки на перекрытие, а также что, согласно СНиП «Нагрузки и воздействия», при расчёте колонн многоэтажных зданий с числом этажей  $>2$  допускается значительное уменьшение временной нагрузки, следует ожидать, что учёт последовательности монтажа конструкций позволит получить реальное распределение внутренних усилий в рамах.

Исследуем, как влияет число этажей и соотношение погонных изгибных жёсткостей ригеля и стойки ( $i_p/i_k$ ) на величину внутренних усилий в одно- и двухпролётной раме при учёте последовательности монтажа конструкций.

В расчёте рассматривались рамы, скомпонованные из элементов серии ИИ-20/70 согласно справочнику проектировщика [102]: колонны сечением  $0,4 \times 0,4$  м, высотой 4,8 м и 6,0 м, колонны сечением  $0,6 \times 0,4$  м, высотой 6,0 м, ригели таврового сечения высотой 0,8 м, пролётом 9 м. Расчёт выполнялся для трёх соотношений погонных жёсткостей ригелей и стоек:  $i_p/i_k = 1,37; 3,71$  и  $4,63$ . Расчёт производился следующим образом: для реальной схемы 1 вычислялись усилия в одноэтажной раме, затем отдельно определялись усилия от нагрузки, приложенной к ригелю 2-го этажа в 2-этажной раме, полученные усилия складывались; таким образом были найдены усилия в 2-этажной раме. Затем нагружался только ригель 3-го этажа и полученные усилия суммировались с результатами последовательного нагружения 2-этажной рамы и т.д. Одновременно на каждом этапе вычислялись внутренние усилия по классической расчётной схеме, т.е. при одновременном нагружении всех ригелей. Сравнительный анализ полученных результатов в последовательном (схема 1) и одновременном (схема 2) нагружениях для однопролётной рамы представлен на рис. 2.2.

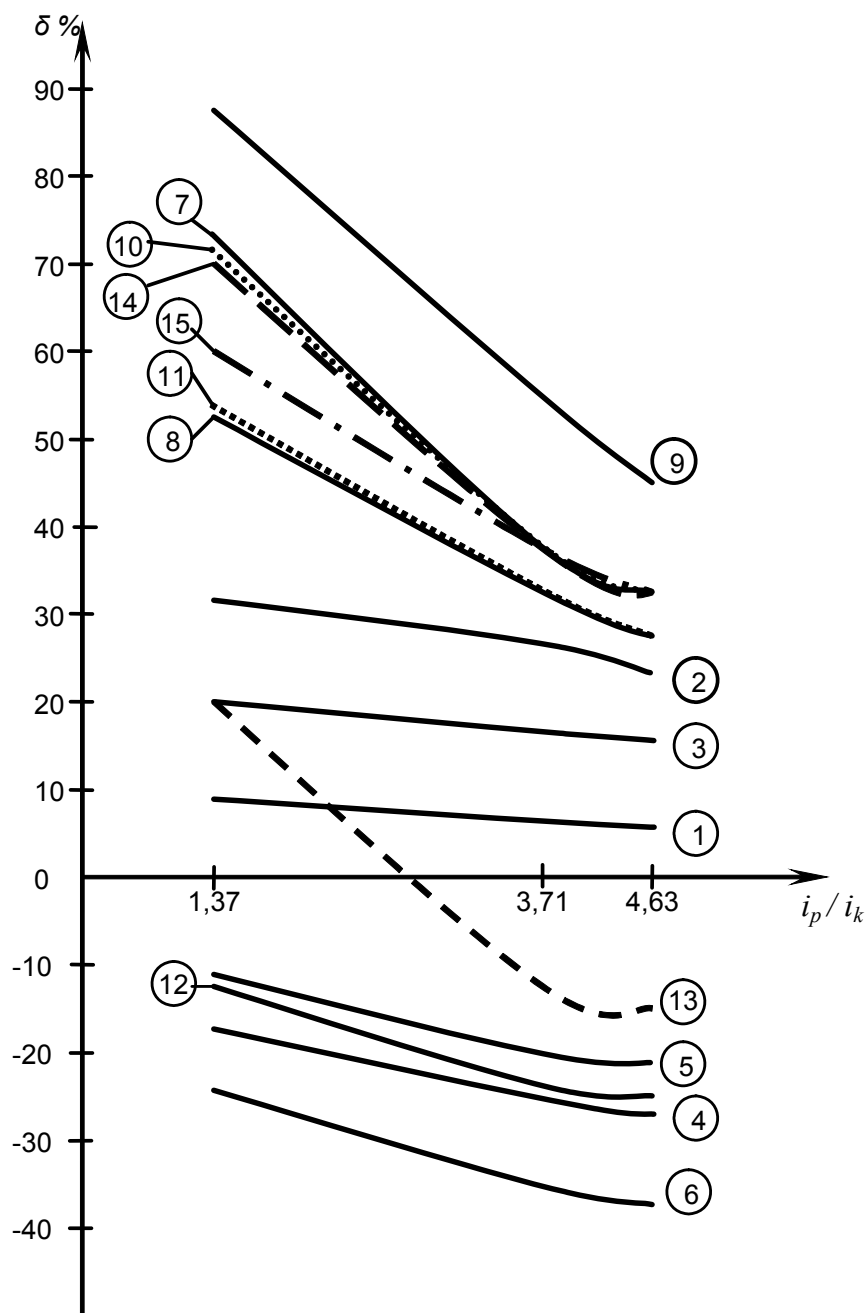


Рис. 2.2. Разница усилий (в %) в элементах однопролётной рамы по результатам последовательного и одновременного нагружения при различных отношениях погонных жёсткостей ригелей и колонн; цифрами в кружках обозначены: 1 – пролётный момент ригеля покрытия; 2 – пролётные моменты ригелей средних этажей; 3 – пролётный момент ригеля первого этажа; 4 – опорный момент ригеля покрытия; 5 – опорный момент ригеля первого этажа; 6 – опорные моменты ригелей средних этажей; 7 – момент в средней трети колонны 1-го этажа для 2-этажной рамы; 8 – момент в средней трети колонны 1-го этажа для 3...5-этажной рамы; 9 – момент в средней трети колонн средних этажей; 10 – момент в колонне 1-го этажа в 2-этажной раме; 11 – момент в колонне 1-го этажа в 3...5-этажной раме; 12 – изгибающий момент в колонне верхнего этажа; 13 – изгибающий момент в колоннах средних этажей; 14 – опорный момент в колонне 1-го этажа в 2-этажной раме; 15 – опорный момент в колонне 1-го этажа в 3...5-этажной раме

По вертикальной оси откладывалась разница усилий  $\delta$  (в %) при учёте и без учёта последовательности монтажа конструкций по отношению к результатам обычно используемой схемы 2. В первой четверти графика представлены усилия, бóльшие по величине, по сравнению с полученными по традиционной схеме. Например, пролётный момент ригелей средних этажей выше на 24...31,5 %, что, несомненно, должно быть учтено при расчёте армирования. Максимальный момент в средней трети колонны (учитываемый при проверке устойчивости колонны) больше на 50...90 %, в зависимости от соотношения погонных жесткостей ригеля и колонны. В рамах, имеющих более жёсткие ригели, учёт последовательности возведения рамы даёт менее значительные поправки к обычному расчёту. Это можно объяснить тем, что более жёсткий ригель получает меньшие прогибы и, как следствие, меньшие углы поворота опорных сечений. При этом жёсткий узел примыкания ригеля к колонне испытывает меньшие угловые деформации, а значит, и в колоннах, и в ригелях возникают меньшие изгибающие моменты и связанные с ними поперечные силы.

Между тем ряд результатов показывает, что расчёт по классической расчётной схеме даёт неоправданно завышенные значения некоторых усилий (в нижней части графика). В частности, опорный момент ригеля средних этажей при учёте последовательности возведения здания меньше полученного по классической схеме на 24...37 %. Расчёт этого сечения ригеля обычно выполняют с учётом образования пластического шарнира, уменьшая расчётный момент на 30 %. Полученные результаты говорят о том, что реально в раме пластический шарнир не образуется, т.е. расчёт идёт в запас прочности. Также максимальный изгибающий момент в колонне верхнего этажа меньше полученного по обычному расчёту на 12...22 %. Сравнение продольных сил в стойках показывает их полное совпадение, как и следовало ожидать в однопролётной раме.

Результаты расчёта двухпролётной рамы представлены на рис. 2.3.

Полученные выше зависимости для однопролётной рамы сохраняются и здесь, но имеются некоторые особенности. Продольные силы в крайних стойках на 5...6 % меньше получаемых в обычном расчёте; в средних стойках – аналогичный прирост сжимающих усилий. Опорный момент в ригелях средних этажей до 42 % меньше при опирании на крайнюю колонну и до 16 % больше при опирании на среднюю колонну (в сравнении с обычным расчётом). Рост этажности свыше 3-х этажей практически не влияет на полученные соотношения, так как изгибающие моменты и поперечные силы в стойках и ригелях нижележащих этажей изменяются незначительно.

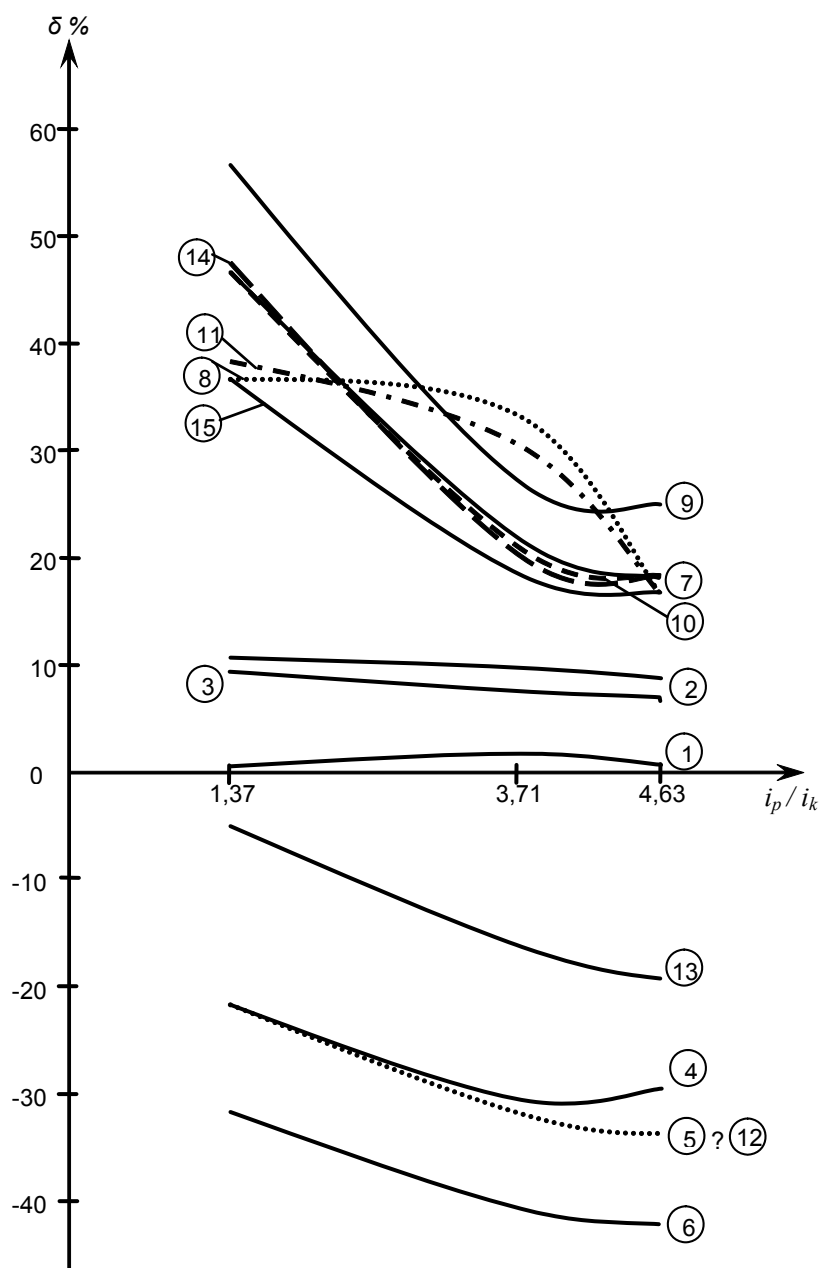


Рис. 2.3. Разница усилий (в %) в элементах двухпролётной рамы; обозначения в кружках те же, что и на рис. 2.2

Рассмотрим, как влияет последовательность монтажа конструкций на величину внутренних усилий в раме производственного многоэтажного здания. Следует ожидать, что в реальном здании, где нагрузки прикладываются в два этапа – сначала монтажные от собственного веса железобетонных конструкций перекрытий и покрытия, затем – остальная часть постоянной нагрузки и полезная временная нагрузка, рассмотренный выше эффект будет не столь значительным. Ведь в этом случае только

нагрузки первого этапа будут прикладываться с учётом последовательности монтажа каркаса.

Расчёт выполним для 2-пролётного 4-этажного промышленного здания при сетке колонн  $9 \times 6$  м, при различных вариантах соотношений погонных жёсткостей ригелей и стоек. Характеристики элементов рамы: колонны в первом варианте сечением  $0,4 \times 0,4$  м, высотой 4,8 м,  $A_k = 0,16$  м<sup>2</sup>,  $I_k = 2,133 \times 10^{-3}$  м<sup>4</sup>, во втором варианте –  $0,4 \times 0,6$  м, высотой 6 м,  $A_k = 0,24$  м<sup>2</sup>,  $I_k = 7,2 \times 10^{-3}$  м<sup>4</sup>, ригель таврового сечения  $A_p = 0,3275$  м<sup>2</sup>,  $I_p = 1,482 \times 10^{-2}$  м<sup>4</sup>. Соотношения погонных жёсткостей ригелей и стоек составят: для первого варианта –  $i_p/i_k = 3,71$ , для второго варианта –  $i_p/i_k = 1,37$ . Вертикальные нагрузки приняты согласно [102, п. 3.3] и сведены в табл. 2.2. Следует отметить, что учёт снеговой нагрузки выполнен по отменённому в настоящий момент СНиП 2.01.07–85, применявшемуся при проектировании конструктивных элементов каркасных зданий серии ИИ-20/70.

Т а б л и ц а 2.2

Значения вертикальных нагрузок

№	Нагрузка	Нормативная, кН/м <sup>2</sup>	$\gamma_f$	Расчётная, кН/м <sup>2</sup>	
				1-е сочетание	2-е сочетание
1	<i>Постоянные</i>				
1.1	Собственный вес ж.б. конструкций перекрытия и покрытия	4,5	1,1	4,95	4,95
1.2	Вес пола	1,5	1,1	1,65	1,65
1.3	Собственный вес перегородок	1	1,1	1,1	1,1
1.4	Собственный вес кровли с сеткой колонн $9 \times 6$ и $6 \times 6$ метров	2,95	1,2	3,55	3,55
2	<i>Временные</i>				
2.1	Эксплуатационная (длительно действующая)*	5	1,2	6	6
		10	1,2	12	12
		15	1,2	18	18
		20	1,2	24	24
		25	1,2	30	30
2.2	Снеговая	1,5	1,4	2,1	1,9
2.3	Эквивалентная от подвешного транспорта (в ригеле покрытия)	4,1	1,2	5	4,5

\* Принимается согласно техническому заданию на проектирование.

На первом этапе к ригелям прикладывались нагрузки (см. табл. 2.2) по п.1.1 и 1.3 общей величиной 36,3 кН/м, во втором этапе – по п. 1.2, 2.1, 2.2 и 2.3. Полная нагрузка (суммарная по двум этапам) для ригеля перекрытия составила 82,2 кН/м, для ригеля покрытия – 62,4 кН/м.

Для сравнения выполнен расчёт этих же рам по классической методике – с одновременным нагружением всех ригелей полной нагрузкой. Сравнение результатов расчёта показывает, что учёт последовательности возведения здания даёт увеличение изгибающих моментов и поперечных сил в крайней стойке 1-го этажа до 17 %, максимального момента в средней трети колонны (учитываемого в проверке устойчивости) до 17 % для стойки первого этажа и до 27 % – для стоек средних этажей. Во всех крайних стойках средних этажей и верхнего этажа отмечается уменьшение поперечных сил до 23 %, значительное (до 37 %) уменьшение моментов в нижних сечениях колонн и до 16 % – в верхних сечениях. По ригелям всех этажей – уменьшение на 9-15 % опорного момента при опирании на крайнюю колонну и увеличение до 7,5 % опорного момента при опирании на среднюю колонну, увеличение пролётного момента до 6 %.

Таким образом, наиболее уязвимыми в рассмотренном здании являются колонны первого этажа, где возможна потеря прочности и устойчивости, а также узлы опирания ригелей на средние колонны.

## 2.2. Учёт нарушений технологической последовательности монтажа ригелей при формировании расчётной схемы рамы

Рассмотрим ещё одну вероятную, на наш взгляд, причину отказа ригелей междуэтажных перекрытий и покрытия, а именно особенности возведения объектов, приводящие к появлению и накоплению дефектов силового сопротивления конструкций зданий.

Технологические карты на монтаж ригелей многоэтажных зданий с железобетонным сборным каркасом предусматривают выполнение ванной сварки выпусков арматуры, обеспечивающей жёсткое сопряжение ригеля с колонной, сразу после установки последнего в проектное положение. Реально же на строительных площадках монтаж выполняется в такой последовательности: устанавливаются ригели монтируемого этажа, прихватываются монтажным швом закладные в консолях колонн и ригелях, производится монтаж плит перекрытия данного этажа, и только потом выполняется сварка выпусков арматуры ригеля. Строители-монтажники мотивируют это тем, что «с подмостей варить неудобно».

Рассмотрим, как указанное нарушение технологической последовательности отражается на расчётной схеме и величине внутренних усилий в ригелях поперечных рам. При выборе расчётной схемы в этом случае следует учесть, что часть постоянной нагрузки, а именно собственный вес междуэтажных перекрытий и покрытия, будет приложена к шарнирно опертому ригелю. Расчёт выполнен на примере рамных конструкций серии ИИ-20/70 для промышленных зданий. Отметим также, что согласно расчётным положениям п. 3.2.2 [102], «...каркасы зданий этой серии проверены на возможность возведения без замоноличивания узлов рам, которое может выполняться после окончания монтажа конструкций всех этажей здания. Замоноличивание сопряжений колонн с фундаментами должно выполняться до начала монтажа ригелей перекрытия первого этажа». Здесь же указывается, что «... расчёт поперечных рам выполнен с учётом повышенной жёсткости стержней в зоне опирания ригелей на консоли колонн».

Расчёт выполним для 2-пролётного 4-этажного промышленного здания при сетке колонн  $9 \times 6$  м. Характеристики элементов рамы: колонны  $0,4 \times 0,4$  м, высотой 4,8 м,  $A_k = 0,16 \text{ м}^2$ ,  $I_k = 2,133 \times 10^{-2} \text{ м}^4$ , ригель таврового сечения  $A_p = 0,3275 \text{ м}^2$ ,  $I_p = 1,482 \times 10^{-3} \text{ м}^4$ , вертикальные нагрузки приняты по табл. 2.2.

*1 вариант расчёта – классический.*

Нагрузка на ригель перекрытия при шаге рам 6 м: постоянная  $(4,95 + 1,65 + 1,1) \times 6 = 46,2$  кН/м, временная длительная  $6 \times 6 = 36$  кН/м, суммарная:  $q = 46,2 + 36 = 82,2$  кН/м (рассмотрим одновременное загрузку обоих пролётов здания временной эксплуатационной нагрузкой). Для определения усилий в ригеле покрытия учтём снеговую нагрузку в обоих пролётах и эквивалентную от подвешенного транспорта в левом пролёте (согласно табл. 2.2).

Расчётная схема 1 варианта представлена на рис. 2.4. Результаты расчёта для ригелей в табл. 2.3.

*2 вариант расчёта – с учётом указанного нарушения технологической последовательности монтажа перекрытий.*

Внутренние усилия в раме с учётом реальной последовательности монтажа перекрытий (в случае нарушения технологической схемы) получим как сумму расчётов по двум схемам:

1-я схема – до сварки выпусков арматуры ригелей с колоннами – по рис. 2.5а, с учётом шарнирного опирания ригелей на консоли колонн. Положение шарниров по отношению к геометрическим осям колонн согласно рис. 2.5б:  $a = 200 + 60 + (350 - 60) / 2 = 405$  мм  $\approx 0,4$  м. Нагрузка на

ригели в этой расчётной схеме только от собственного веса железобетонных перекрытий и покрытия  $q_1 = 4,95 \times 6 = 29,7$  кН/м;

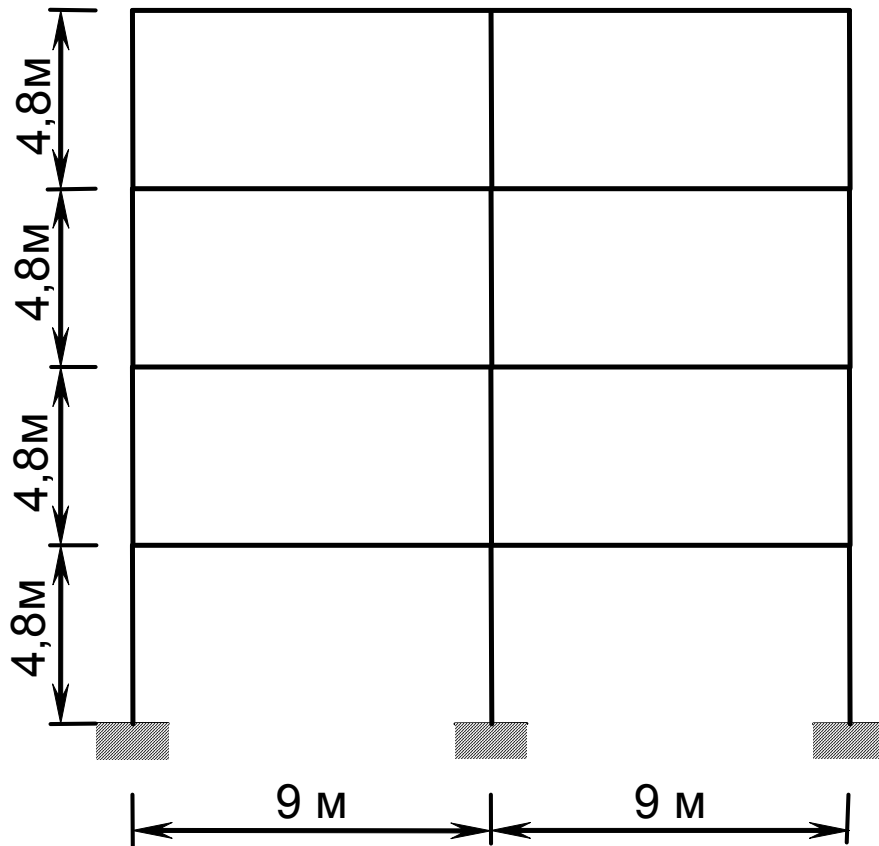


Рис. 2.4. Расчётная схема рамы при жёстком сопряжении ригелей с колоннами

2-я схема – после сварки и замоноличивания узлов рам – по рис. 2.4. Нагрузка на перекрытие  $q_2 = (1,65+1,1+6) \times 6 = 52,5$  кН/м – остальная часть постоянной и временная эксплуатационная нагрузка. Нагрузка на покрытие  $q_3 = 3,55 \times 6 = 21,3$  кН/м – от собственного веса кровли, а также временные нагрузки по второму сочетанию: снеговая в обоих пролётах и эквивалентная нагрузка от подвесного транспорта в левом пролёте (см. табл. 2.2).

Суммарные результаты для ригелей по двум схемам второго варианта приведены в табл. 2.3.



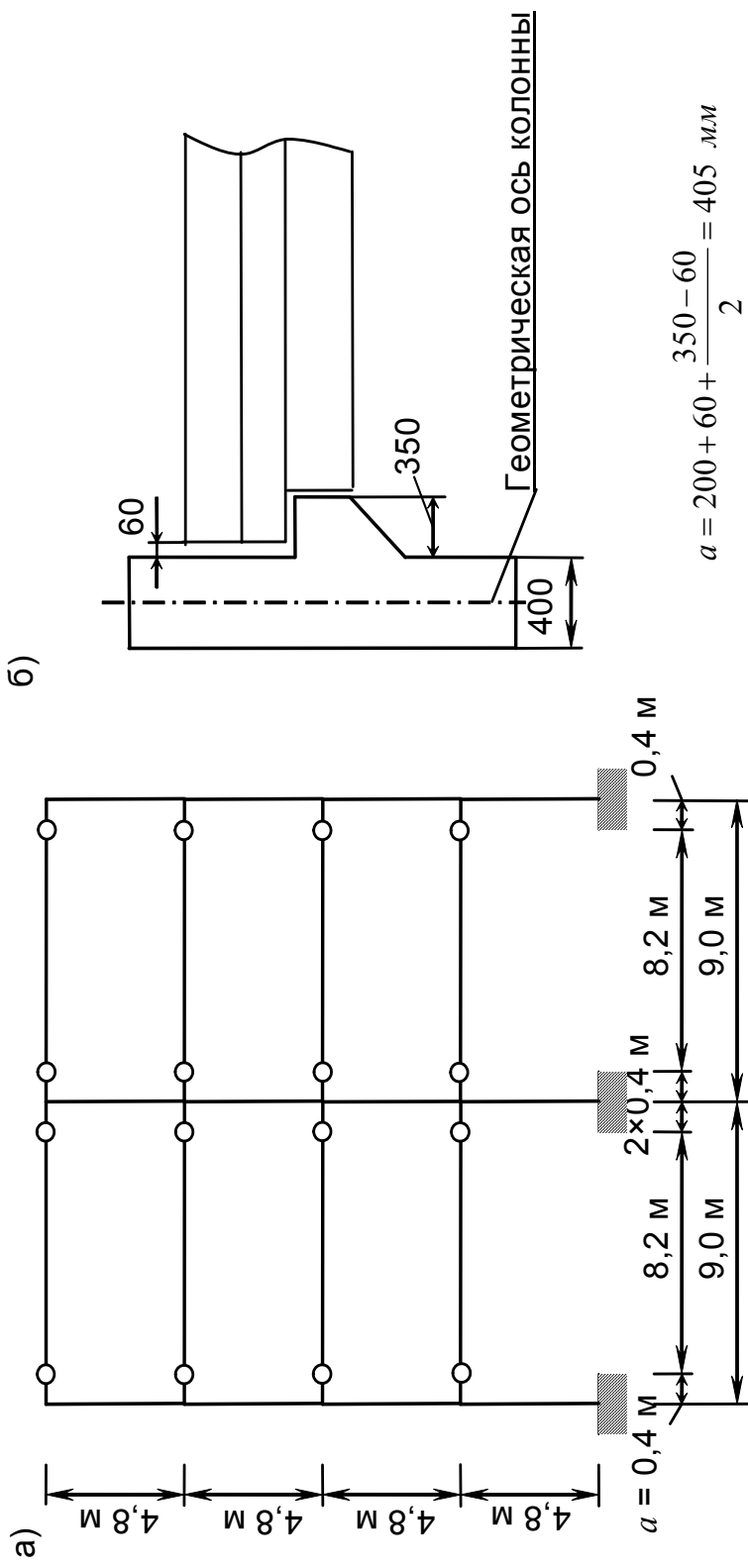


Рис. 2.5. К расчёту рамы с учётом нарушения технологической последовательности монтажа перекрытий:  
 а – расчётная схема рамы до сварки арматуры ригелей с колоннами;  
 б – вычисление положения шарниров по отношению к геометрическим осям колонн

Таблица 2.3

Изгибающие моменты в ригелях по классической и реальной  
(с нарушением технологической последовательности) расчётным схемам,  
кН·м

Усилие в элементе	Значение по 1-му варианту (классическому)	Значение по 2-му варианту (реальному)	Разница результатов в % (по отношению к 1-му варианту)
<i>Ригель первого этажа</i>			
Опорный момент слева*	-246,7	-207,56	-16 %
Опорный момент справа**	-679,6	-486,8	-28,4 %
Пролётный момент ***	369,15	485,1	+31,4 %
<i>Ригель второго этажа</i>			
Опорный момент слева	-295	-237,8	-19,4
Опорный момент справа	-634,6	-459,5	-27,6
Пролётный момент	322,5	483,6	+50 %
<i>Ригель третьего этажа</i>			
Опорный момент слева	-299,4	-233,7	-21,9 %
Опорный момент справа	-619,4	-454,5	-26,6 %
Пролётный момент	372,8	488,2	+30,9 %
<i>Ригель покрытия</i>			
Опорный момент слева	-207,61	-189,5	-8,7 %
Опорный момент справа	-620,3	-434,8	-30 %
Пролётный момент	503	593,1	+17,9 %

\* При опирании на крайнюю колонну.

\*\* При опирании на среднюю колонну.

\*\*\* В середине пролёта ригеля.

Сравнение результатов расчёта по классической и реальной расчётным схемам показало, что выявленное нарушение технологической последовательности монтажа рам приводит к значительному запасу прочности опорных сечений ригеля по нормальным напряжениям, так как изгибающий момент в них на 16...30 % меньше полученного по классической схеме. Из этого следует, что передаваемый ригелями на крайние колонны изгибающий момент при действии вертикальной нагрузки также меньше учитываемого в проектном расчёте. Это значит, что в эксплуатируемых в настоящий момент рамных зданиях, построенных с нарушением технологии, имеется некоторый запас прочности крайних колонн и опорных сечений ригелей. В то же время следует отметить, что в этих зданиях существует реальная опасность обрушения ригелей, если они работают на полную полезную нагрузку, так как нарушение технологии монтажа приводит к значительному увеличению пролётного изгибающего момента от действия вертикальной нагрузки (до 18 % – в ригелях покрытия и до 50 % – в ригелях перекрытия). Особенно это касается зданий, запроектированных на небольшую полезную нагрузку на перекрытие, а именно 5, 10 или 15 кПа. В рассмотренном примере полезная расчётная нагрузка была принята равной 6 кПа, при этом доля нагрузки, передаваемой шарнирно опёртыми ригелями, составляла 36 % от полной нагрузки на перекрытие. При увеличении полезной нагрузки до 12 кПа шарнирно передаваемая нагрузка составит 25 % от полной. Пролётные моменты ригелей перекрытия при этом будут больше полученных по классической схеме на 21...38 %. Меньшее число относится к ригелям 1-го и 3-го этажей, большее – к ригелю 2-го этажа. При величине полезной нагрузки 18 кПа этот интервал составит 16,5...33 %. Зависимость между величиной полезной нагрузки на перекрытие и погрешностью определения изгибающего момента в среднем сечении ригеля представлена на рис. 2.6.

Выполненный расчёт усилий в рамах с учётом нарушения технологической последовательности позволил выявить ещё одну возможную причину отказов ригелей многоэтажных каркасов.

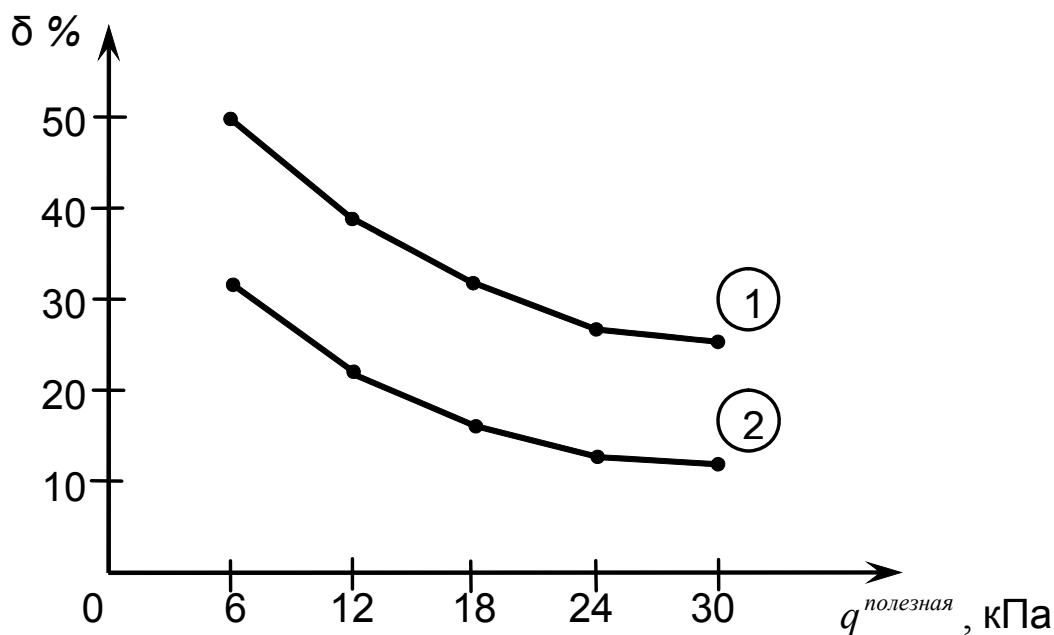


Рис. 2.6. Зависимость погрешности определения изгибающего момента в середине пролёта ригеля от величины полезной нагрузки на перекрытие: 1 – в ригеле 2-го этажа; 2 – в ригелях 1-го и 3-го этажей

### 2.3. Учёт истории нагружения сборных каркасов

Рассмотрим, какой эффект в сборных зданиях с рамным каркасом даёт одновременный учет последовательности нагружения этажей и нарушения технологической последовательности монтажа ригелей.

Расчёт выполним для 2-пролётного 4-этажного промышленного здания при сетке колонн  $9 \times 6$  м, при различных вариантах соотношений погонных жёсткостей ригелей и стоек. Характеристики элементов рамы: колонны в первом варианте  $0,4 \times 0,4$  м, высотой 4,8 м,  $A_k = 0,16 \text{ м}^2$ ,  $I_k = 2,133 \times 10^{-3} \text{ м}^4$ , во втором варианте –  $0,4 \times 0,6$  м, высотой 6 м,  $A_k = 0,24 \text{ м}^2$ ,  $I_k = 7,2 \times 10^{-3} \text{ м}^4$ , ригель таврового сечения  $A_p = 0,3275 \text{ м}^2$ ,  $I_p = 1,482 \times 10^{-2} \text{ м}^4$ . Соотношения погонных жёсткостей ригелей и стоек составят: для первого варианта –  $i_p/i_k = 3,71$ , для второго варианта –  $i_p/i_k = 1,37$ . Вертикальные нагрузки приняты согласно табл. 2.2. На ригели перекрытия суммарная распределённая нагрузка составит 82,2 кН/м, на ригели покрытия – 62,4 кН/м.

Расчёт выполняем последовательно в несколько этапов.

1-й этап. Смонтирована одноэтажная рама с шарнирным опиранием ригелей (до сварки выпусков арматуры) по рис. 2.7. Нагрузка по ригелям равномерно распределённая от собственного веса ригелей и плит перекрытия 29,7 кН/м.

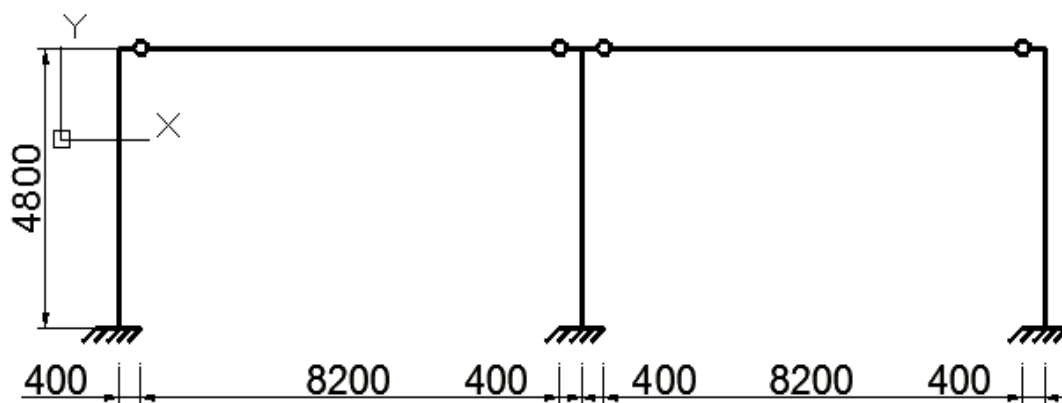


Рис. 2.7. К расчёту 1-го этапа нагружения

2-й этап. Выполнена сварка арматуры ригелей на опорах. Узлы соединения рамы 1-го этажа жёсткие. На ригели прикладываем нагрузку от веса перегородок 6,6 кН/м. Второй этаж пока отсутствует (рис. 2.8).

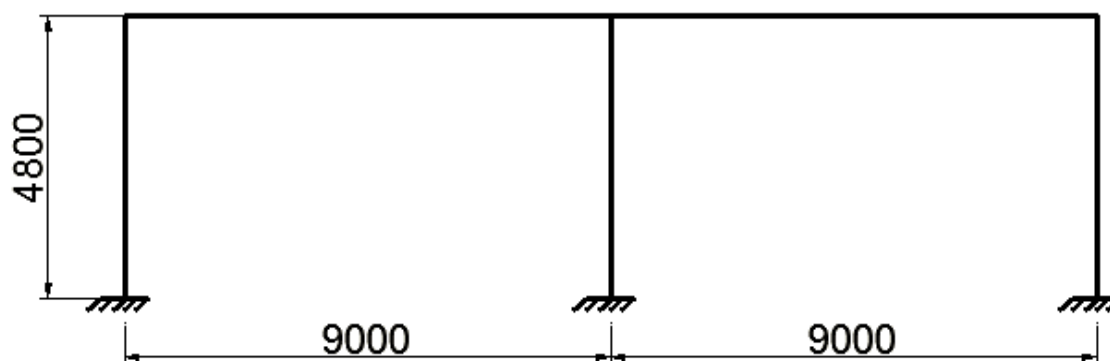


Рис. 2.8. К расчёту 2-го этапа нагружения

3-й этап. Установлены колонны второго этажа. Ригели второго этажа смонтированы шарнирно. К ригелям второго этажа прикладываем вес перекрытия (ригелей и плит) 29,7 кН/м (рис. 2.9).

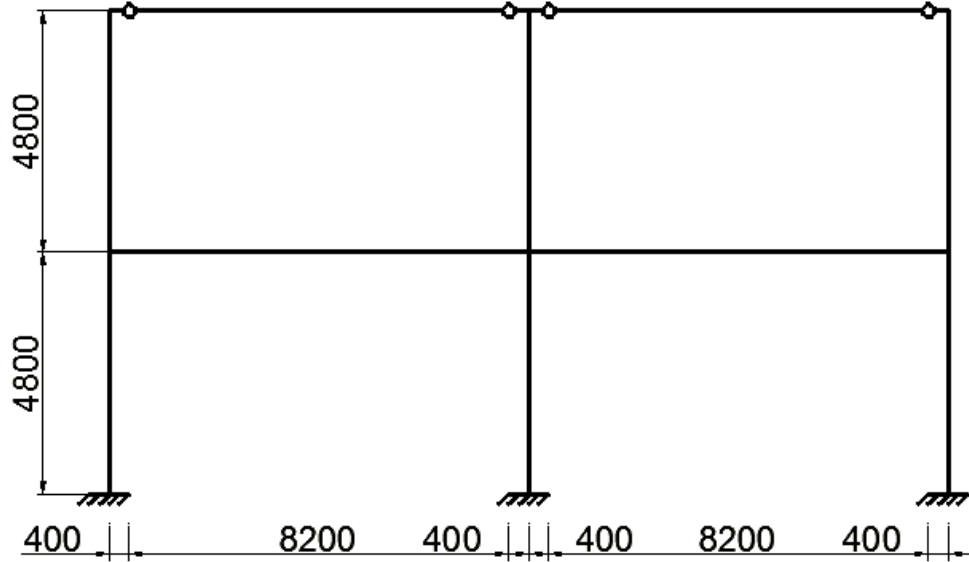


Рис. 2.9. К расчёту 3-го этапа нагружения

4-й этап. Выполнена сварка арматуры ригелей 2-го этажа на опорах. Все узлы рамы жёсткие. На ригели 2-го этажа прикладываем нагрузку от веса перегородок 6,6 кН/м. Третий этаж пока отсутствует (рис. 2.10).

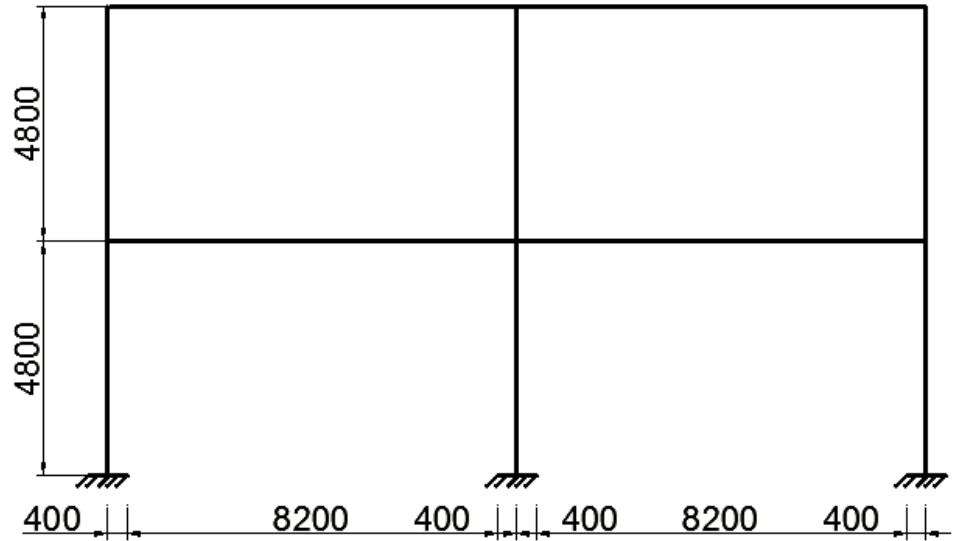


Рис. 2.10. К расчёту 4-го этапа нагружения

5-й этап. Установлены колонны третьего этажа. Ригели третьего этажа смонтированы шарнирно. К ригелям третьего этажа прикладываем вес перекрытия (ригелей и плит) 29,7 кН/м.

6-й этап. Выполнена сварка арматуры ригелей 3-го этажа на опорах. Все узлы рамы жёсткие. На ригели 3-го этажа прикладываем вес перегородок 6,6 кН/м. Третий этаж пока отсутствует.

7-й этап. Установлены колонны четвертого этажа. Ригели четвертого этажа смонтированы шарнирно. К ригелям четвертого этажа прикладываем вес перекрытия (ригелей и плит) 29,7 кН/м.

8-й этап нагружения. Все стыки четырёхэтажной рамы жёсткие. Одновременно прикладываем на всех этажах остальную часть постоянной и всю временную нагрузку. На ригели перекрытия:  $82,2 - 29,7 - 6,6 = 45,9$  кН/м, на ригели покрытия  $62,4 - 29,7 = 32,7$  кН/м.

Суммируем полученные усилия по всем этапам нагружения.

Для сравнения выполним расчёт по классической схеме. Для этого к четырёхэтажной раме с жёсткими узлами приложим одновременно всю постоянную и временные нагрузки: на ригели перекрытия 82,2 кН/м, на ригели покрытия 62,4 кН/м.

Результаты расчёта по реальной и классической схемам для  $i_p / i_k = 1,37$  сведены в табл. 2.4.

Таблица 2.4

Элемент рамы	Усилие	Этапы нагружения рамы								Сумма 1...8	Класси- ческий расчёт	Отклонение в % (более 5%)
		1	2	3	4	5	6	7	8			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Крайняя колонна 1 этажа	<i>N</i>	-133,65	-26,05	-135,67	-26,79	-136,46	-27,19	-137,87	-733,84	-1357,5	-1330,3	
	<i>Q</i>	-15,88	-6,95	2,19	0,97	-0,54	-0,29	-0,17	-30,34	-51,0	-54,36	-6,2
	<i>M<sub>H</sub></i>	25,13	10,99	-3,19	-1,42	0,83	0,05	0,29	49,01	81,7	87,81	-7
	<i>M<sub>B</sub></i>	-51,08	-22,38	7,32	3,24	-1,78	-0,46	0,53	-96,61	-162,6	-173,1	-6
Средняя колонна 1 этажа	<i>N</i>	-267,3	-66,69	-263,27	-65,22	-261,28	-64,42	-258,87	-1599,5	-2847	-2901,4	
	<i>N</i>			-133,65	-25,99	-136,17	-27,11	-137,36	-539,15	-999,4	-981,54	
	<i>Q</i>			-14,48	-6,14	1,38	0,69	-0,89	-55,4	-74,85	-99,39	-24,7
	<i>M<sub>H</sub></i>			18,48	7,76	-0,94	-0,59	1,62	135,74	162,1	243,39	-33,4
Средняя колонна 2 этажа	<i>M<sub>B</sub></i>			-51,08	-21,71	5,70	2,72	-2,65	-130,18	-167,2	-233,68	-15,6
	<i>N</i>			-267,3	-66,82	-262,27	-64,58	-259,88	-1162,7	-2083,6	-2119,32	
	<i>N</i>											
	<i>Q</i>					-133,65	-26,12	-136,60	-339,54	-635,9	-633,95	
Крайняя колонна 3 этажа	<i>Q</i>					-14,59	-6,30	0,93	-53,05	-73,0	-94,66	-22,9
	<i>M<sub>H</sub></i>					18,96	8,07	0,11	127,11	154,3	227,45	-32,2
	<i>M<sub>B</sub></i>					-51,08	-22,18	4,57	-127,53	-196,2	-226,94	-13,5
	<i>N</i>					-267,3	-66,56	-261,4	-735,72	-1331,0	-1354,89	
Средняя колонна 3 этажа	<i>N</i>											
	<i>N</i>											
	<i>Q</i>											
	<i>M<sub>H</sub></i>											



Продолжение табл. 2.4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Крайняя колонна 4 этажа	$N$							-133,65	-138,14	-271,79	-262,63	
	$Q$							-14,72	-6025	-75,0	-111,63	-32,8
	$M_H$							19,58	137,61	157,2	251,3	-37,4
	$M_B$							-51,08	-151,57	-202,7	-284,54	-28,8
	$N$							-267,3	-312,33	-579,63	-597,9	
Средняя колонна 4 этажа	$Q_{лев}$	133,65	<b>26,05</b>	2,02	0,80	0,29	0,08	0,51	194,69	358,1	348,76	
	$Q_{пр}$	-133,65	<b>-33,35</b>	2,02	0,80	0,29	0,08	0,51	-218,41	-381,7	-391,04	
	$M_{лев}$	-51,08	<b>-22,38</b>	-11,16	-4,52	-0,84	-0,18	-2,16	-232,35	-324,7	-416,5	-22,0
	$M_{пр}$	-51,08	<b>-55,19</b>	6,98	2,68	1,79	0,54	2,41	-339,06	<b>-430,9</b>	<b>-606,78</b>	<b>-29,0</b>
	$M_{ср}$ (max)									454,5	320,6	+41,8
Ригель 2 этажа	$Q_{лев}$			133,65	25,99	2,52	0,99	0,76	199,61	363,5	357,59	
	$Q_{пр}$			-133,65	-33,41	2,52	0,99	0,76	-213,49	-376,3	-382,21	
	$M_{лев}$			-51,08	-21,71	-13,26	-5,35	-2,76	-257,29	-351,5	-461,14	-23,8
	$M_{пр}$			-51,08	-55,1	9,42	3,56	4,06	-319,74	<b>-431,6</b>	<b>-571,97</b>	<b>-24,5</b>
	$M_{ср}$ (max)									452,1	315,7	+43,2

Окончание табл. 2.4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Ригель 3 этажа	$Q_{лев}$					133,65	26,12	2,95	201,4	364,1	361,33	
	$Q_{пр}$					-133,65	-33,28	2,95	-211,7	-375,7	-378,47	
	$M_{лев}$					-51,08	-22,18	-15,0	-265,14	-353,4	-478,23	-26,1
	$M_{пр}$					-51,08	-54,41	11,54	-311,47	<b>-405,4</b>	<b>-555,4</b>	<b>-27,0</b>
	$M_{ср}$ (max)									452,9	315,46	+43,6
Ригель 4 этажа	$Q_{лев}$							133,65	138,14	271,8	262,63	
	$Q_{пр}$							-133,65	-156,16	-289,81	-298,97	
	$M_{лев}$							-51,08	-151,57	-202,7	-284,54	-28,8
	$M_{пр}$							-51,08	-232,69	<b>-283,8</b>	<b>-448,1</b>	<b>-36,7</b>
	$M_{ср}$ (max)									388,6	265,5	+46,4

Анализ полученных результатов по обоим вариантам расчёта показывает, что одновременный учет последовательности нагружения этажей и нарушения технологической последовательности монтажа ригелей даёт небольшое уменьшение внутренних усилий в средних колоннах первого этажа (до 5 %), что идёт в запас прочности этих элементов каркаса; небольшое увеличение внутренних усилий в крайних колоннах первого этажа (до 5 % по продольным силам, до 14 % по изгибающим моментам); значительное уменьшение расчётных усилий (моментов) в колоннах последующих этажей до 30 %, что говорит о неоправданном завышении прочности сечений крайних колонн. Из этого следует, что для крайних колонн многоэтажных зданий, построенных с нарушением технологической последовательности монтажа ригелей, последний факт является благом, облегчающим работу этих колонн под нагрузкой. Для них эффект, рассмотренный в подразд. 2.1, значительно уменьшается. Для ригелей всех этажей, с учётом унификации их сечений, наибольший опорный момент (для соотношения  $i_p / i_k = 1,37$ ) реально равен 431,6 кН·м, а по классическому расчёту – 606,8 кН·м. Из этого следует, что в опорных сечениях ригелей планируемый пластический шарнир не образуется, т.к. прочность этих сечений завышена на 40 % (по сравнению с требуемой прочностью по реальным изгибающим моментам). Вместе с тем средние сечения ригелей перекрытия в этом случае перегружены более чем на 40 %, а ригелей покрытия – на 46 %. Отметим, что наибольший эффект создаётся в элементах каркаса зданий, работающих под небольшую временную нагрузку: малонагруженных промышленных зданий и особенно жилых и общественных зданий с рамным каркасом.

Для соотношения  $i_p / i_k = 3,71$  полученные для ригелей зависимости сохраняются, но эффект несколько ниже: увеличение максимальных изгибающих моментов в пролётах ригелей в этом случае составляет 31-32 %, аналогичное уменьшение опорных моментов.

## 2.4. Примеры из современного строительства

Оценим напряжённно-деформированное состояние ригелей недавно возведённого в г. Астрахани торгово-развлекательного комплекса «ALIMPIC».

Характеристики здания: 3-этажное здание со сборным каркасом, высота этажей – 5,6 м, сетка колонн 9×9 м, с поперечными несущими и продольными ненесущими ригелями. Колонны сечением 40×40 см, на уровне примыкания ригеля сквозные (имеется только продольная арматура), бетон класса В30. Ригель несущий длиной 8,5 м, сечением 40×60 см,

бетон В30, имеет выпуски поперечной арматуры на высоту 210 мм. После монтажа ригеля в проектное положение и укладки плит перекрытия, имеющих длину 8,7 м и глубину опирания всего 5 см, производится дополнительное армирование и бетонирование междуплитного пространства над ригелем. Таким образом, высота ригеля в проектном положении достигает 82 см. В опорной части (по 30 см с каждой стороны) ригель имеет корытообразную форму с выпусками арматуры. Средняя (сплошная) часть ригеля предварительно напряжённая. Плиты перекрытия предварительно напряжённые высотой 220 мм, с овальными пустотами. Продольные ригели имеют размеры сечения 40×40 см до обетонирования межплитного пространства и 62 см в проектном состоянии. Опирание ригелей до обетонирования стыка происходит на воротники из стальных уголков, крепящихся к колонне. Глубина опирания ригелей 5 см. Бетонирование стыка продольных и поперечных ригелей с колонной должно обеспечивать жёсткий опорный узел.

Согласно рекомендациям по возведению каркаса, по всей длине несущего ригеля должны быть установлены временные опоры, сохраняющиеся и после набора прочности бетоном омоноличивания стыка ригеля с колонной. Реальная ситуация представлена на фотографиях (рис. 2.11–2.12).



Рис. 2.11. Реальная ситуация с расстановкой промежуточных опор под несущие ригели

Как видно из рис. 2.11, на нижнем этаже под ригелями имеются опоры только слева, примерно на четверти пролёта. Арматура в стыках пока не сварена, стыки работают шарнирно. Согласно проекту производства работ, сварка и замоноличивание стыков производятся после укладки плит перекрытий.



Рис. 2.12. Опорный узел продольного и поперечного ригелей

Выполним расчёт аналогичной 3-этажной рамы для двух вариантов загрузений.

В первом варианте (реальном) последовательно работают две расчётные схемы: вначале на шарнирно опертый ригель действуют нагрузки от веса перекрытия (включая собственный вес ригеля)  $q_1 = 36,3$  кН/м, затем, после омоноличивания узлов, на раму с жёсткими узлами прикладываем остальную часть постоянной и временную нагрузки  $q_2 = 64$  кН/м. Расчёт нагрузок выполнен согласно табл. 2.5.

Т а б л и ц а 2.5

Подсчёт нагрузок на перекрытие в ТРК «ALIMPIK»

№	Нагрузка	Нормативная, кН/м <sup>2</sup>	$\gamma_f$	Расчётная, кН/м <sup>2</sup>
	Постоянная (при шарнирном опирании)			
1	Пустотная ж.б. плита перекрытия	3	1,1	3,3
2	Ж.б. ригель перекрытия сечением 0,4×0,6 м, $\gamma=25$ кН/м <sup>3</sup> , шаг 9 м: $0,4 \times 0,6 \times 25 / 9 = 0,67$	0,67	1,1	0,73
	Итого:			4,03
	$q_1 = 4,03 \times 9 = 36,3$ кН/м			
	Постоянная (при жёстком опирании) и временная			
3	Вес перегородок	1	1,1	1,1
4	Вес полов	1	1,2	1,2
5	Временная для торговых залов согласно СНиП	4	1,2	4,8
	Итого			7,1
	$q_2 = 7,1 \times 9 = 64$ кН/м			

Ограничимся примером расчёта 3-пролётной рамы. От действия  $q_1$  при шарнирном опирании изгибающий момент в середине ригеля составит:

$$M_{\max} = \frac{q_1 l^2}{8} = \frac{36,3 \cdot 8,5^2}{8} = 327,8 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Внутренние усилия в крайнем ригеле первого этажа при жёстком опирании от действия нагрузки  $q_2$  (расчёт выполнен по программе SHAP):

✓ изгибающие моменты

$$M_{\text{лев}} = -251,77 \text{ кН} \cdot \text{м}, M_{\text{прав}} = -485,25 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

✓ поперечные силы

$$Q_{\text{лев}} = 262,06 \text{ кН}, Q_{\text{прав}} = -313,94 \text{ кН};$$

✓ максимальный изгибающий момент в пролёте ригеля

$$M_{\max} = 284,74 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

✓ момент в середине ригеля

$$M_{\text{ср}} = 279,5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Итог по первому варианту:

$$M_{\text{ср}} = 607,3 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Во втором варианте нагружения прикладываем суммарную нагрузку  $q = q_1 + q_2 = 36,3 + 64 = 100,3 \text{ кН/м}$  к раме с жёсткими узлами.

Результаты расчёта для крайнего ригеля первого этажа:

✓ изгибающие моменты

$$M_{\text{лев}} = -394,57 \text{ кН}\cdot\text{м}, M_{\text{прав}} = -760,48 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

✓ поперечные силы

$$Q_{\text{лев}} = 410,7 \text{ кН}, Q_{\text{прав}} = 492,0 \text{ кН};$$

✓ максимальный изгибающий момент в пролёте ригеля

$$M_{\text{max}} = 446,2 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Для среднего ригеля первого этажа максимальные изгибающие моменты в пролёте ригеля составят соответственно 526,5 кН·м по первому и 311,4 кН·м по второму варианту.

Выводы по результатам расчёта: учёт шарнирного опирания ригеля до обетонирования стыков увеличивает максимальный изгибающий момент на: 37 % – в пролёте крайнего ригеля и на 69 % – в пролёте среднего ригеля. Одновременно происходит уменьшение опорных моментов ригелей, а следовательно, и передаваемого ими изгибающего момента на колонны (до 36 %), причём наибольший эффект возникает на крайних колоннах рамы.

## Выводы по второму разделу

1. Составление расчётных схем без учёта последовательности монтажа приводит к искажению реальной картины распределения усилий и перемещений в элементах каркасов.

2. Учёт последовательности монтажа конструкций позволяет получить действительное распределение внутренних усилий в рамах. При реальном нагружении большая часть постоянной нагрузки, а в некоторых случаях и часть временной, не влияет на усилия в конструкциях верхних этажей. Наибольший эффект возникает при превышении постоянной нагрузки над временной, т.е. в каркасах гражданских и промышленных зданий, запроектированных под небольшую полезную нагрузку.

3. С увеличением гибкости ригелей эффект учёта последовательности возведения рамы возрастает.

4. При учёте только постоянной нагрузки: пролётный момент ригелей средних этажей выше на 24–31,5 % , момент в колонне 1-го этажа выше на

30–70 %, максимальный момент в средней трети колонны (учитываемый при проверке устойчивости колонны) больше на 50–90 %, в зависимости этажности рамы и от соотношения погонных жесткостей ригеля и колонны.

Уменьшение опорного момента ригеля средних этажей при опирании на крайнюю колонну составляет 24–37 %.

5. Эффект, возникающий при учёте последовательности нагружения от действия постоянной и временной нагрузок, несколько ниже: увеличение изгибающих моментов и поперечных сил в крайней стойке 1-го этажа до 17 %, максимального момента в средней трети колонны до 17 % для стойки первого этажа и до 27 % – для стоек средних этажей. Во всех крайних стойках средних этажей и верхнего этажа значительное (до 37 %) уменьшение моментов в нижних сечениях колонн и до 16 % – в верхних сечениях. По ригелям всех этажей – уменьшение на 9-15 % опорного момента при опирании на крайнюю колонну и увеличение до 7,5 % опорного момента при опирании на среднюю колонну, увеличение пролётного момента до 6 %.

6. Наиболее уязвимыми являются колонны первого этажа, где возможна потеря прочности и устойчивости, а также узлы опирания ригелей на средние колонны и, в некоторых случаях, пролётные сечения ригелей.

7. Выявлено повсеместно встречающееся нарушение технологической последовательности монтажа ригелей. Расчётом доказано, что в эксплуатируемых в настоящий момент рамных зданиях, построенных с нарушением технологии, имеется некоторый запас прочности крайних колонн и опорных сечений ригелей. В опорных сечениях ригелей планируемый пластический шарнир не образуется, т.к. прочность этих сечений завышена примерно на 40 %. Одновременно в этих зданиях существует реальная опасность обрушения ригелей, если они работают на полную полезную нагрузку, так как в них значительно увеличен пролётный изгибающий момент от действия вертикальной нагрузки (до 18 % – в ригелях покрытия и до 50 % – в ригелях перекрытия). Особенно это касается зданий, запроектированных на небольшую полезную нагрузку на перекрытие.



### 3. УЧЁТ ИСТОРИИ НАГРУЖЕНИЯ МОНОЛИТНЫХ ПЛАСТИНЧАТО-СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ

#### 3.1. Учёт ползучести и изменения упругомгновенного модуля деформации бетона при расчёте центрально-сжатых элементов каркаса

Объёмы монолитного строительства в последние годы значительно выросли и в России, и за рубежом. Преимущества такого строительства очевидны: независимость от заводов и поставщиков сборной ж/б продукции, возможность разнообразить объёмно-планировочные и конструктивные решения, не связанные модульной сеткой и ограниченной номенклатурой типовых элементов, удешевление строительства, в т.ч. и за счёт наличия дешёвой рабочей силы. Не последнюю роль в монолитном строительстве играет возможность сократить сроки возведения зданий за счёт увеличения скорости выполнения бетонных работ с учётом применения легко монтируемых инвентарных опалубок, дающих хорошее качество получаемой поверхности, как на вертикальных, так и на горизонтальных плоскостях, не требующей выполнения штукатурных работ. Возникает закономерный вопрос: как влияет на НДС конструкций нагружение бетона в ранние сроки, когда его структура ещё не полностью сформирована, а прочность и жёсткость далеки от нормативных величин?

Рассмотрим изменение напряжённо-деформированного состояния вертикального железобетонного элемента несущего остова строящегося в городе Астрахани 14-этажного здания гостиницы на Привокзальной площади. Поскольку объект реальный, этапы нагружения взяты согласно журналу производства работ. Возведение несущих конструкций здания было выполнено в соответствии с календарным графиком строительства. Конструктивная схема здания пластинчато-стержневая, безригельная. Стойки в виде пилонов размерами 250×1400...1800 мм, армированы продольными стержнями и поперечными хомутами, монолитные плиты толщиной 200 мм. Рассмотрим расчёт рядовой стойки – пилона цокольного этажа. Размеры поперечного сечения 250×1800 мм, продольная арматура 2×10 диаметра 16 АШ,  $A_s=40,19\text{см}^2$ ,  $E_s=2\cdot 10^5$  МПа, бетон класса В30,  $E_b=3,24\cdot 10^4$  МПа,  $A_b=4460\text{см}^2$ .

Предварительно вычислим упругомгновенные напряжения в бетоне и арматуре от действия единичной центральной сжимающей силы  $N=1$ , приложенной в возрасте бетона «х». Эти напряжения должны удовлетворять следующему условию:

$$N=\sigma_s A_s+\sigma_b A_b. \quad (3.1)$$

С учётом равенства относительных продольных деформаций арматуры и бетона в упругой стадии работы имеем:

$$N = \varepsilon E_s A_s + \varepsilon E_b A_b = \varepsilon (E_s A_s + E_b A_b), \quad (3.2)$$

откуда

$$\varepsilon = N / (E_s A_s + E_b A_b). \quad (3.3)$$

Тогда напряжения в бетоне и арматуре

$$\begin{aligned} \sigma_b &= \varepsilon E_b = N E_b / (E_s A_s + E_b A_b), \\ \sigma_s &= \varepsilon E_s = N E_s / (E_s A_s + E_b A_b). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Для модуля мгновенной деформации бетона воспользуемся экспоненциальной зависимостью вида [3]:

$$E(x) = E_0 (1 - e^{-\alpha x}), \quad (3.5)$$

где  $E_0 = E_b = 3,24 \cdot 10^5$  кГ/см<sup>2</sup>,  $\alpha = 0,03$  (обозначения и единицы измерения соответствуют [3]).

Согласно календарному плану производства работ, нагрузка от веса выше лежащих перекрытий была приложена к рассматриваемому пилону в возрасте бетона 23 дня и затем прикладывалась равными порциями каждые 9 дней. Согласно правилам выполнения монолитных перекрытий, требуется, чтобы под вновь возводимым перекрытием было не менее двух перекрытий, воспринимающих его вес через телескопические стойки. Таким образом, при укладке бетона в перекрытие над цокольным этажом его вес передавался непосредственно на грунт. Затем были возведены пилоны 1-го этажа, и установлены опоры для устройства монолитного перекрытия над 1-м этажом. Его нагрузка при этом также передавалась на грунт через систему опорных стоек. Затем для подготовки к бетонированию следующего перекрытия около 80 % стоек из цокольного этажа были демонтированы и переданы наверх для устройства подмостей перекрытия над 2-м этажом. Таким образом, пилон цокольного этажа в возрасте бетона 23 дня фактически стал воспринимать нагрузку от веса двух перекрытий, что с приходящейся на него расчётной площади составило 20 тонн =  $2 \cdot 10^4$  кГ.

Определим начальные напряжения в бетоне и арматуре. Модуль мгновенной деформации бетона на 23-й день составил  $E(x=23) = 1,62 \cdot 10^5$  кГ/см<sup>2</sup>, начальные напряжения в бетоне 4,036 кГ/см<sup>2</sup>, в арматуре 49,82 кГ/см<sup>2</sup>. В табл. 3.1 приведены результаты расчёта модуля упругомгновенной деформации бетона, напряжения в бетоне и арматуре пилона от единичной сжимающей силы, приложенной в возрасте бетона 23, 32, 41...140 сут, т.е. с учётом периодичности возведения перекрытий – через 9 дней. Расчёт выполнен с использованием программы MATHCAD.

Произведем расчёт напряжений в бетоне и арматуре с учётом ползучести бетона и изменения его модуля упругомгновенной деформации по формулам, полученным Н.Х. Арутюняном [3, с.179].

Таблица 3.1

Изменение модуля упругомгновенной деформации бетона и соответствующих ему напряжений в бетоне и арматуре от единичной сжимающей силы

Возраст бетона, сут	$E(x)$ , кГ/см <sup>2</sup>	$\sigma_b(x)$ , кГ/см <sup>2</sup>	$\sigma_s(x)$ , кГ/см <sup>2</sup>
23	$1,62 \cdot 10^5$	$2,018 \cdot 10^{-4}$	$2,491 \cdot 10^{-3}$
32	$2,006 \cdot 10^5$	$2,057 \cdot 10^{-4}$	$2,052 \cdot 10^{-3}$
41	$2,3 \cdot 10^5$	$2,079 \cdot 10^{-4}$	$1,808 \cdot 10^{-3}$
50	$2,525 \cdot 10^5$	$2,093 \cdot 10^{-4}$	$1,658 \cdot 10^{-3}$
59	$2,696 \cdot 10^5$	$2,102 \cdot 10^{-4}$	$1,559 \cdot 10^{-3}$
68	$2,827 \cdot 10^5$	$2,108 \cdot 10^{-4}$	$1,491 \cdot 10^{-3}$
77	$2,927 \cdot 10^5$	$2,112 \cdot 10^{-4}$	$1,443 \cdot 10^{-3}$
86	$3,004 \cdot 10^5$	$2,115 \cdot 10^{-4}$	$1,408 \cdot 10^{-3}$
95	$3,062 \cdot 10^5$	$2,118 \cdot 10^{-4}$	$1,383 \cdot 10^{-3}$
104	$3,106 \cdot 10^5$	$2,119 \cdot 10^{-4}$	$1,364 \cdot 10^{-3}$
113	$3,14 \cdot 10^5$	$2,120 \cdot 10^{-4}$	$1,35 \cdot 10^{-3}$
122	$3,166 \cdot 10^5$	$2,121 \cdot 10^{-4}$	$1,34 \cdot 10^{-3}$
131	$3,186 \cdot 10^5$	$2,122 \cdot 10^{-4}$	$1,332 \cdot 10^{-3}$
140	$3,201 \cdot 10^5$	$2,123 \cdot 10^{-4}$	$1,326 \cdot 10^{-3}$

Если мера ползучести бетона задана уравнением:

$$C(t, \tau) = \varphi(\tau)(1 - e^{-\gamma(t-\tau)}), \quad (3.6)$$

где

$$\varphi(\tau) = \frac{A_1}{\tau} + C_0, \quad (3.7)$$

то поправочный коэффициент к напряжению в арматуре в любой момент времени  $t > \tau$  определится выражением

$$z_1(t) = 1 + \frac{\gamma \cdot E_a \cdot \phi(\tau_1)}{m(\tau_1) \cdot (1 + \mu \cdot m(\tau_1))} \cdot \int_{\tau_1}^t e^{-\int_{\tau_1}^{\tau} \left[ \gamma \left( 1 + \mu \frac{E_a \phi(x)}{1 + \mu m(x)} \right) + \frac{\mu \left( \frac{d}{dx} m(x) \right)}{1 + \mu m(x)} \right] dx} d\tau, \quad (3.8)$$

где  $C_0$  – предельное значение меры ползучести для материала;  $A_1$ ,  $\gamma$  – постоянные параметры меры ползучести;  $\tau_1$  – возраст бетона, в котором к нему прикладывается нагрузка;  $m(x) = E_s/E_x$  – отношение модулей упругости

арматуры и бетона (в возрасте бетона  $x$ -дней);  $\mu$  – коэффициент армирования.

Примем значения:  $C_0 = 0,09 \cdot 10^{-5} \text{ [кГ/см}^2\text{]}^{-1}$ ;  $\gamma = 0,026$ ;  $A_1 = 4,83 \cdot 10^{-5} \text{ сут[кГ/см}^2\text{]}^{-1}$ ;  $\tau_1 = 23, 32, 41, \dots 140 \text{ сут}$ ;  $\mu = 8,93 \cdot 10^{-4}$ ;  $\alpha = 0,03$ .

На 23-й день к пилону прикладывается нагрузка 20 тонн. Начальные напряжения в арматуре  $49,82 \text{ кГ/см}^2$ . Так как бетон является «стареющим» материалом, наибольший прирост напряжений в арматуре за счёт ползучести и изменения модуля упругости бетона происходит в молодом его возрасте, а именно в первые 180 дней с момента зарождения бетона. Реальные напряжения в любой момент времени получим, умножив мгновенные напряжения в арматуре на коэффициент  $Z_1(t)$ . График изменения напряжений в арматуре  $A_1(t) = \sigma_s \cdot Z_1(t)$  с учётом формулы (3.8) для первого этапа нагружения представлен на рис. 3.1.

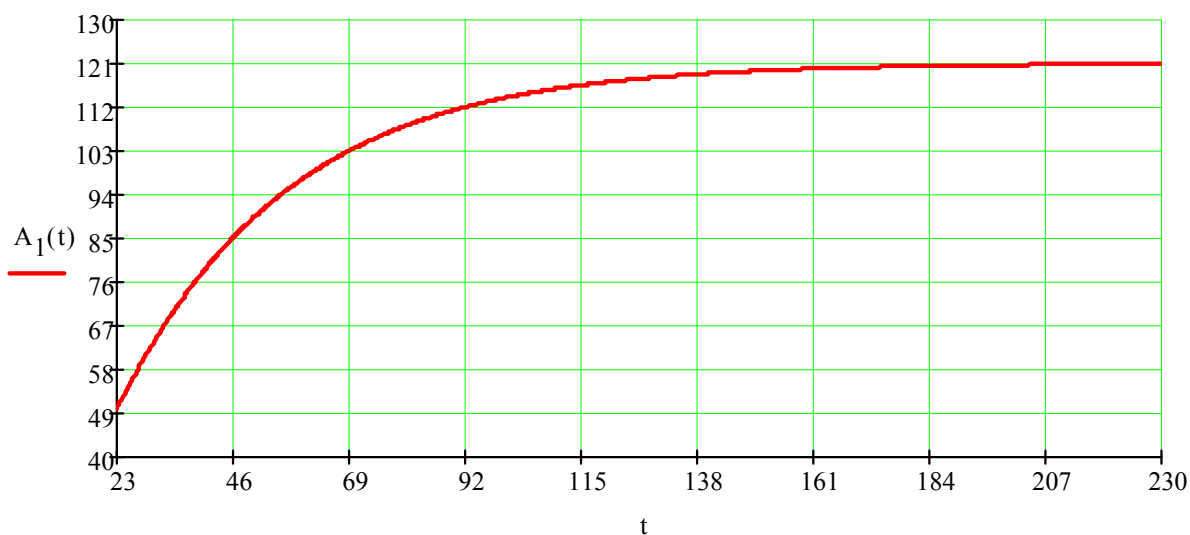


Рис. 3.1. График изменения напряжений (вертикальная ось,  $\text{кГ/см}^2$ ) в арматуре пилона от нагрузки первого этапа с течением времени (горизонтальная ось, сутки)

Наибольший уровень напряжений, достигнутый арматурой в возрасте бетона 180 дней, равен  $120,45 \text{ кГ/см}^2$ , что превышает начальные напряжения в 2,4 раза.

На 32-й день прикладывается нагрузка 10 тонн. Дополнительные начальные напряжения в арматуре  $20,52 \text{ кГ/см}^2$ . График для второго этапа нагружения  $A_2(t)$  представлен на рис. 3.2. На участке от первого до 31-го дня горизонтальная нулевая линия – напряжения второго этапа – пока отсутствует. Первоначальные значения напряжений ( $20,52 \text{ кГ/см}^2$ ) вырастают к 180-м суткам до  $54,82 \text{ кГ/см}^2$ .

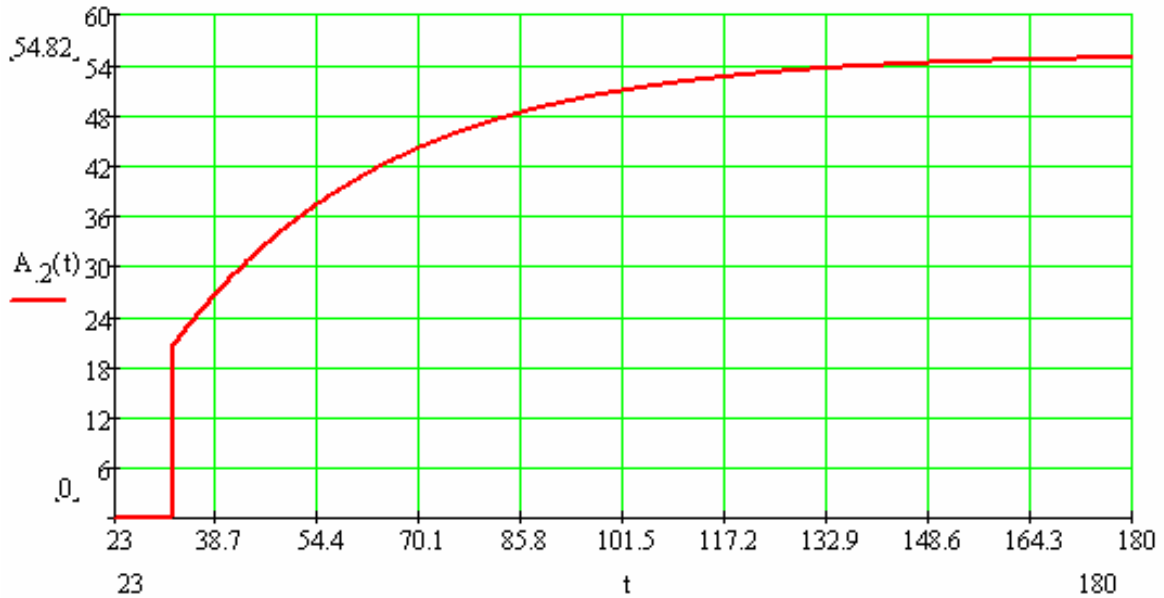


Рис. 3.2. График изменения напряжений в арматуре пилона (вертикальная ось, кГ/см<sup>2</sup>) от нагрузки второго этапа с течением времени (горизонтальная ось, сутки)

Сумма двух этапов нагружения представлена на рис. 3.3.

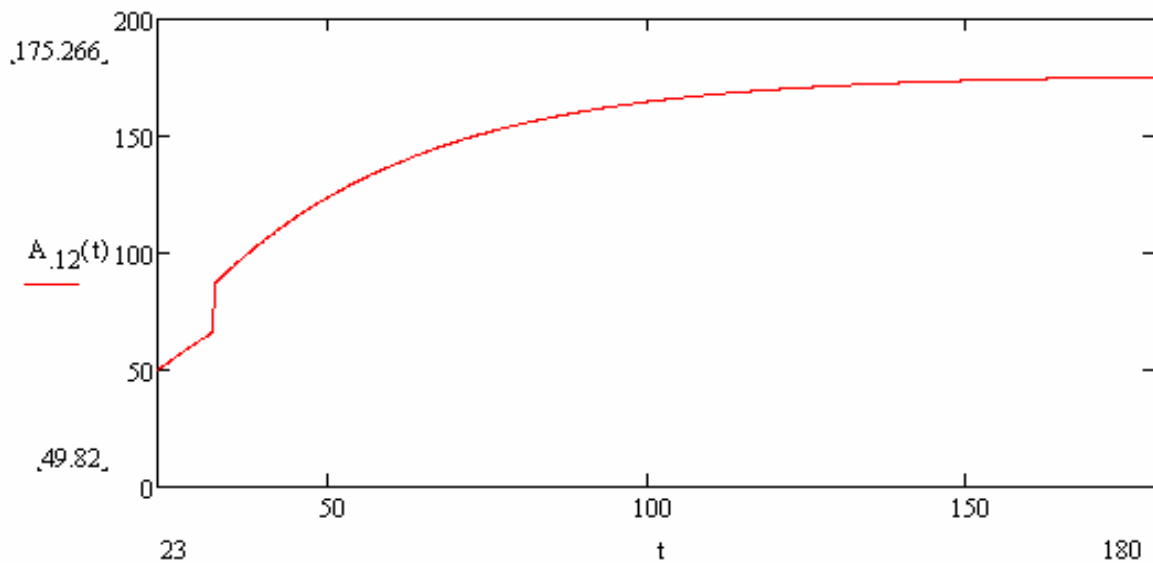


Рис. 3.3. График изменения напряжений в арматуре пилона (кГ/см<sup>2</sup>) от нагрузок первого и второго этапов с течением времени (сутки)

Таким образом, получаем функции (а при необходимости наглядного отображения результатов – и графики) напряжений в арматуре пилона. С учётом всех этапов нагружения рассматриваемого пилона в процессе возведения монолитного несущего остова, окончательный график напряжений в его арматуре представлен на рис. 3.4.

Как видим, наибольшие напряжения в арматуре достигают значений  $706,9 \text{ кг/см}^2$  ( $70,7 \text{ МПа}$ ). Для сравнения, без учета ползучести бетона и изменения его модуля упругомгновенной деформации, напряжения в арматуре при заданной нагрузке достигли бы значения  $196,1 \text{ кг/см}^2$  ( $19,6 \text{ МПа}$ ). Разумеется, вся приложенная здесь нагрузка составляет лишь часть постоянных нагрузок, которые будут воздействовать на рассматриваемый пилон, и совсем не учитываются временные нагрузки. Однако произведённый расчёт показывает, что реальные сжимающие напряжения в арматуре этого элемента будут на  $50 \text{ МПа}$  больше, чем полученные при обычном прочностном расчёте. А при расширении временной границы до 360 дней прирост напряжений составит уже  $55 \text{ МПа}$ .

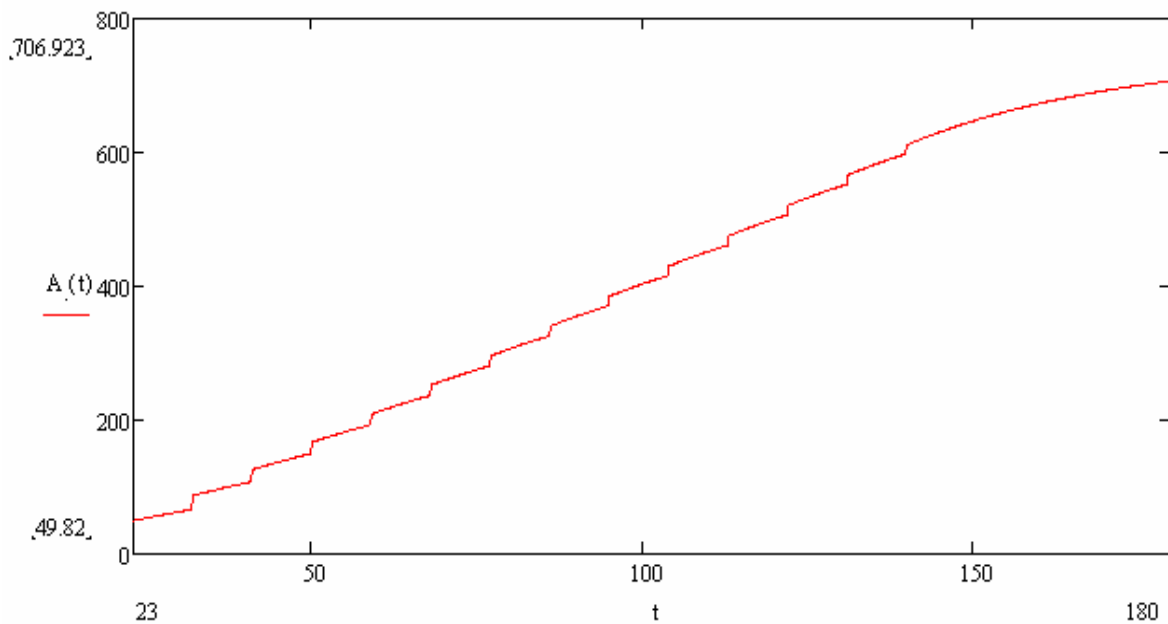


Рис. 3.4. График изменения напряжений в арматуре пилона ( $\text{кг/см}^2$ ) от поэтапного (через 9 дней) приложения нагрузки в первые 180 суток

Обратная ситуация наблюдается в бетоне. Здесь с течением времени за счёт ползучести бетона напряжения падают. Проследим на тех же этапах нагружения пилона цокольного этажа изменение напряжённого состояния в бетоне.

Ползучесть и изменение модуля упругости бетона учитываем, умножая мгновенные начальные напряжения в бетоне на коэффициент  $B_1(t)$  [3, с.179].

$$B_1(t) = 1 - \frac{\mu \cdot \gamma \cdot E_a \cdot \phi(\tau_1)}{1 + \mu \cdot m(\tau_1)} \cdot \int_{\tau_1}^t e^{-\int_{\tau_1}^{\tau} \left[ \gamma \left( \frac{E_a \phi(x)}{1 + \mu m(x)} \right) + \frac{\mu \left( \frac{d}{dx} m(x) \right)}{1 + \mu m(x)} \right] dx} d\tau. \quad (3.9)$$

На 23-й день прикладывается нагрузка 20 тонн.

График изменения напряжений в бетоне после приложения нагрузок первого этапа показан на рис. 3.5. Мгновенные начальные напряжения в бетоне составляют  $4,036 \text{ кГ/см}^2$ .

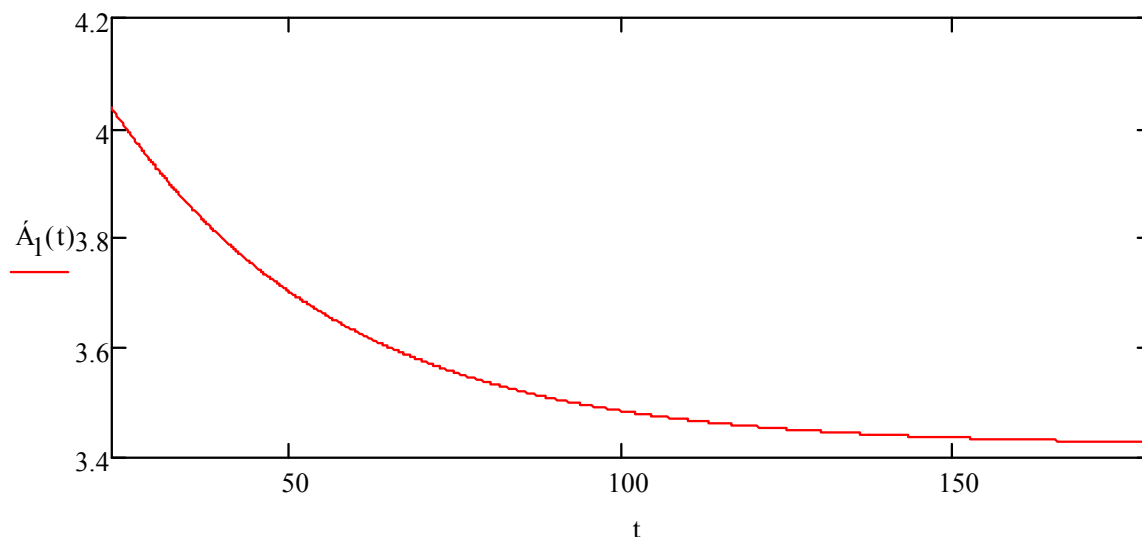


Рис. 3.5. Изменение напряжений в бетоне пилона ( $\text{кГ/см}^2$ ) от нагрузок первого этапа

На 32-й день прикладывается нагрузка 10 тонн. Дополнительные начальные мгновенные напряжения в бетоне  $2,057 \text{ кГ/см}^2$ . График для бетона изображен на рис. 3.6.

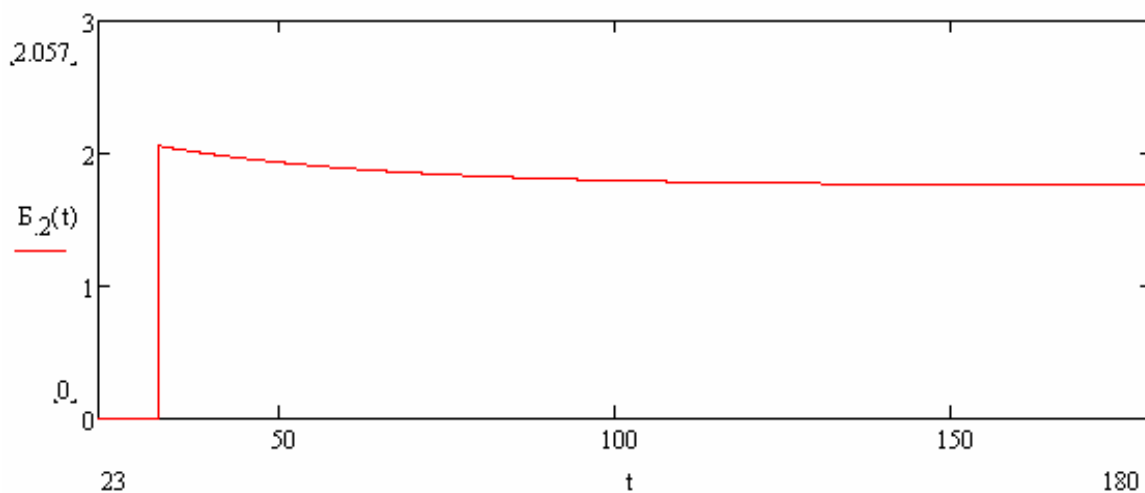


Рис. 3.6. Изменение напряжений ( $\text{кГ/см}^2$ ) в бетоне пилона от нагрузок второго этапа

Суммарные напряжения по первым двум этапам представлены на рис. 3.7.

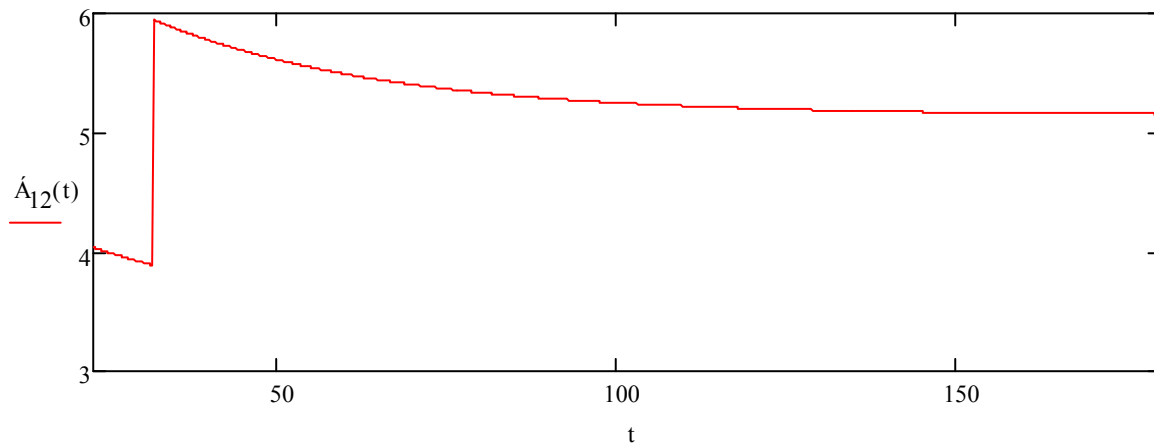


Рис. 3.7. Напряжения ( $\text{кГ/см}^2$ ) в бетоне пилона от нагрузок первого и второго этапов

Результирующий график напряжений в бетоне рассматриваемого пилона этапам нагружения приведён на рис.3.8. «Установившиеся» по истечении 180 суток напряжения в бетоне меньше полученных при обычном расчёте на 14,5 %.

Разумеется, для бетона это положительный результат, но его работу пришлось на себя взять арматуре, что и было показано выше.

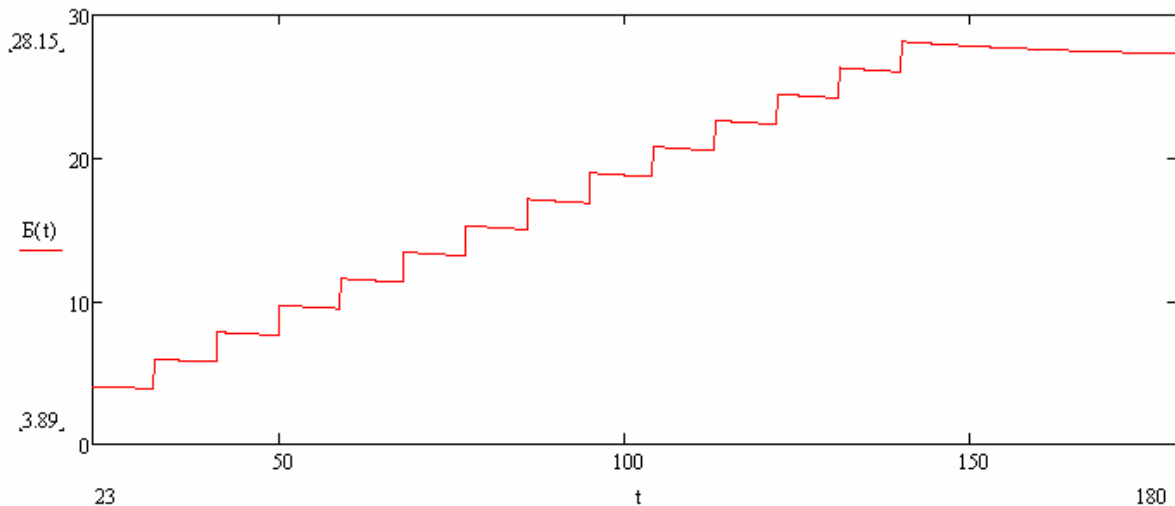


Рис. 3.8. Результирующий график напряжений ( $\text{кГ/см}^2$ ) в бетоне пилона 1-го этажа по истечении 180 суток



В рассмотренном примере периодичность возведения этажей была принята равной 9 суткам, что определялось объёмом работы на захватке и численностью задействованных рабочих – бетонщиков и арматурщиков. Известны примеры и в России, и за рубежом, когда скорость возведения монолитных зданий составляла 3 дня на этаж. Для ускорения твердения бетона и для удобоукладываемости бетонной смеси применяются различные добавки. В рассмотренном примере это был КРЕАПЛАСТ – противоморозный пластификатор. Различные авторы [59], исследующие проблему ползучести, в своих работах отмечают влияние химических и минеральных добавок на относительную деформацию бетона. В частности, Brooks J.J. [123, 124] протестировал различные виды химических добавок, сравнив деформацию ползучести бетона с добавками с деформацией ползучести контрольного состава бетона (без добавок). Выявлено, что больших различий по влиянию на ползучесть бетона между различными типами пластификаторов и суперпластификаторов нет. Однако, по сравнению с контрольным бетоном, было отмечено увеличение деформаций ползучести на 20 %. Другой автор, Ramashandran V.S. [137], в своей книге сделал вывод по ускорителям твердения бетона. Добавки на базе хлорида кальция увеличивают ползучесть бетона, загруженного в 7-суточном возрасте, на 36 %, а в 28-суточном – на 22 %. Ползучесть бетона с добавкой триэтаноламина увеличивалась на раннем сроке загрузки (7 суток).

Рассмотрим тот же пример с пилоном цокольного этажа, но увеличим скорость нагружения до 3 суток на 1 этаж.

Результаты расчёта напряжений в арматуре представлены на рис. 3.9.

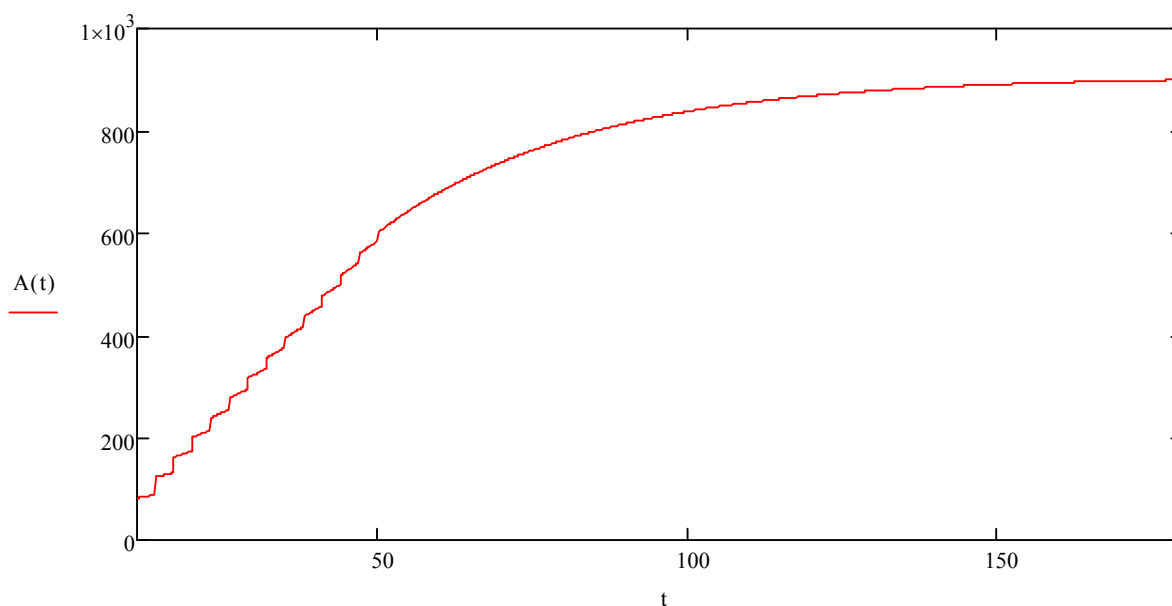


Рис. 3.9. Рост напряжений в арматуре пилон первого этажа от нагрузок на стадии возведения несущего каркаса

Напряжения в арматуре пилона в возрасте бетона 180 суток в этом случае составляют  $899,4 \text{ кГ/см}^2$ , что больше получаемых обычным расчетом ( $196 \text{ кГ/см}^2$ ) на 70 МПа. И это с учётом, что все монолитные работы пройдут за 2 месяца и остальные постоянные нагрузки (самые значительные из них – вес ограждающих конструкций и перегородок) также будут прикладываться в молодом возрасте бетона, что также создаст дополнительный эффект от ползучести бетона.

### 3.2. Учёт ползучести бетона при нормативном модуле упругости в процессе строительства

Согласимся на время с нашими оппонентами, утверждающими, что применение ускорителей твердения бетонной смеси позволяет бетону в короткий срок набрать нормативный модуль упругости. Рассмотрим, как повлияет на НДС сжатого бетонного элемента учёт только явления ползучести. Будем считать, что бетон в том же примере с пилоном цокольного этажа гостиницы в возрасте 23 дня уже набрал проектный модуль упругости. Согласно выводам Арутюняна Н.Х. [3, с. 180], выражения поправочного коэффициента для напряжений и в бетоне, и в арматуре несколько упростятся. Имеем для арматуры:

$$V_1(t) = 1 + \frac{\gamma \cdot E_a \cdot \phi(\tau_1)}{m(1 + \mu \cdot m)} \cdot \int_{\tau_1}^t e^{-\int_{\tau_1}^{\tau} \gamma \left( 1 + \mu \frac{E_a \phi(x)}{1 + \mu m} \right) dx} d\tau. \quad (3.10)$$

С учётом постоянного значения отношения модулей упругости арматуры и бетона для  $m = E_s/E_b = 6,154$ , выполняем расчёт напряжений в арматуре пилона на каждом этапе нагружения. Прирост мгновенных напряжений сейчас постоянный и составляет  $2,124 \text{ кГ/см}^2$  для бетона и  $13,073 \text{ кГ/см}^2$  для арматуры при нагружении по 10 тонн. За исключением первого этапа, где прикладывается нагрузка от веса двух перекрытий, т.е. 20 тонн.

Как и следовало ожидать, учёт только явления ползучести, без изменения модуля упругости бетона, несколько уменьшает эффект, полученный ранее. Но тем не менее в возрасте бетона 180 дней дополнительный прирост напряжений в арматуре составляет, по сравнению с обычным расчётом, 47 МПа, ( $668 \text{ кГ/см}^2$  против  $196 \text{ кГ/см}^2$ ), а в возрасте 360 дней – уже 51,3 МПа.

Ускорение сроков монолитных работ до 3 дней на этаж при учёте, что первая нагрузка будет приложена в возрасте материала пилона 11 суток, создаёт прирост напряжений в арматуре 57,4 МПа. Причём в этом случае и все остальные нагрузки будут приложены в более ранние сроки, что ещё

больше увеличит эффект, вызванный ползучестью бетона. Напомним, что выполненный нами расчёт не учитывал экспериментально подтверждённый факт увеличения ползучести бетона при использовании ускорителей твердения [123].

### 3.3. Учёт ползучести бетона в изгибаемых элементах

Выполним расчёт монолитного перекрытия с учётом ползучести и твердения бетона в том же примере с монолитной гостиницей. На реальном объекте скорость монолитных работ составляла 9 дней на один этаж. Вновь возводимое перекрытие, имеющее первоначально нулевую жёсткость, весь свой вес передавало через щиты опалубки и расположенные под ними телескопические стойки на нижележащее перекрытие, имеющее к этому времени возраст 9 суток. Это перекрытие, а также расположенное под ним были укреплены такими же стойками, но более редко установленными – в один ряд в каждом шаге сетки осей. Таким образом, в расчёт принимаем три работающих на изгиб перекрытия:

1) в возрасте 9 суток: воспринимает нагрузку от своего веса – 5 КПа, веса возводимого перекрытия – 5 КПа, веса опалубки – 1 КПа. Учитывая большое количество стоек, передающих нагрузку с вновь возводимого перекрытия, эту нагрузку принимаем равномерно распределённой;

2) в возрасте 18 суток: воспринимает нагрузку от собственного веса и часть нагрузки от двух вышележащих перекрытий, передаваемую через установленные в один ряд в каждом шаге сетки колонн монтажные стойки;

3) перекрытие в возрасте 27 суток: кроме собственного веса, воспринимает вес трёх перекрытий также через монтажные стойки. Это перекрытие не имеет дополнительных опор, т.к. под ним монтажные стойки уже убраны. Все нижележащие перекрытия работают только на свой собственный вес.

Расчёт пластинчато-стержневой системы, представляющей собой несущий остов гостиницы, выполнен в программе MONOMAN. Результаты расчёта представлены на рис. 3.10–3.14.

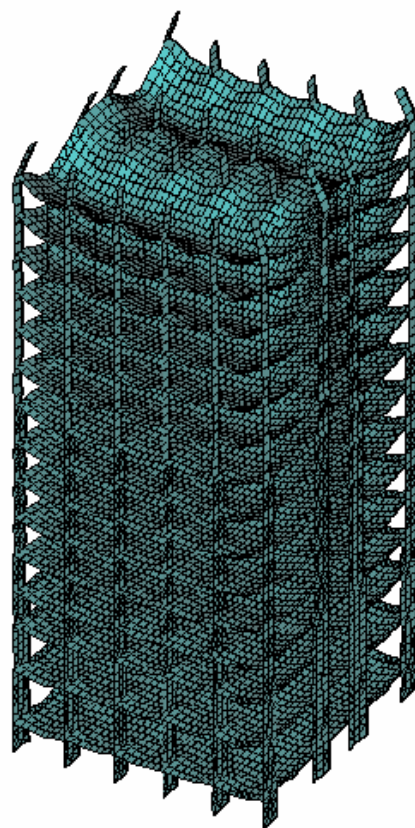


Рис. 3.10. Деформированная схема фрагмента несущего остова гостиницы (вновь возводимое перекрытие условно не показано)

На рис. 3.11 показаны изополя перемещений перекрытия в возрасте 9 суток.

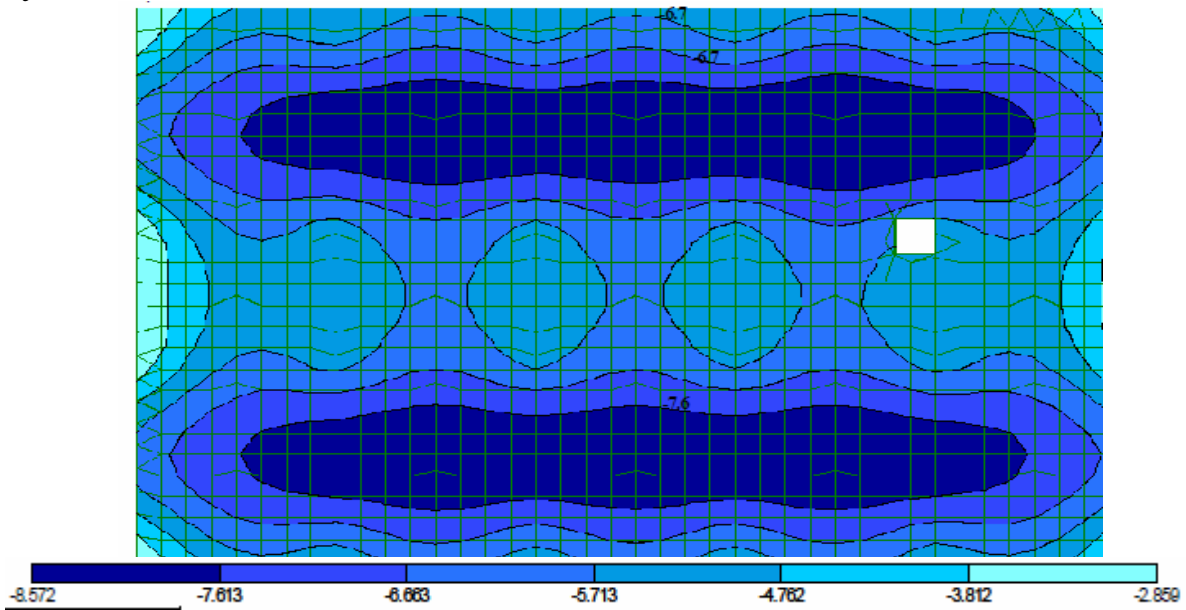


Рис. 3.11. Вертикальные перемещения (в мм) плиты перекрытия в возрасте 9 суток

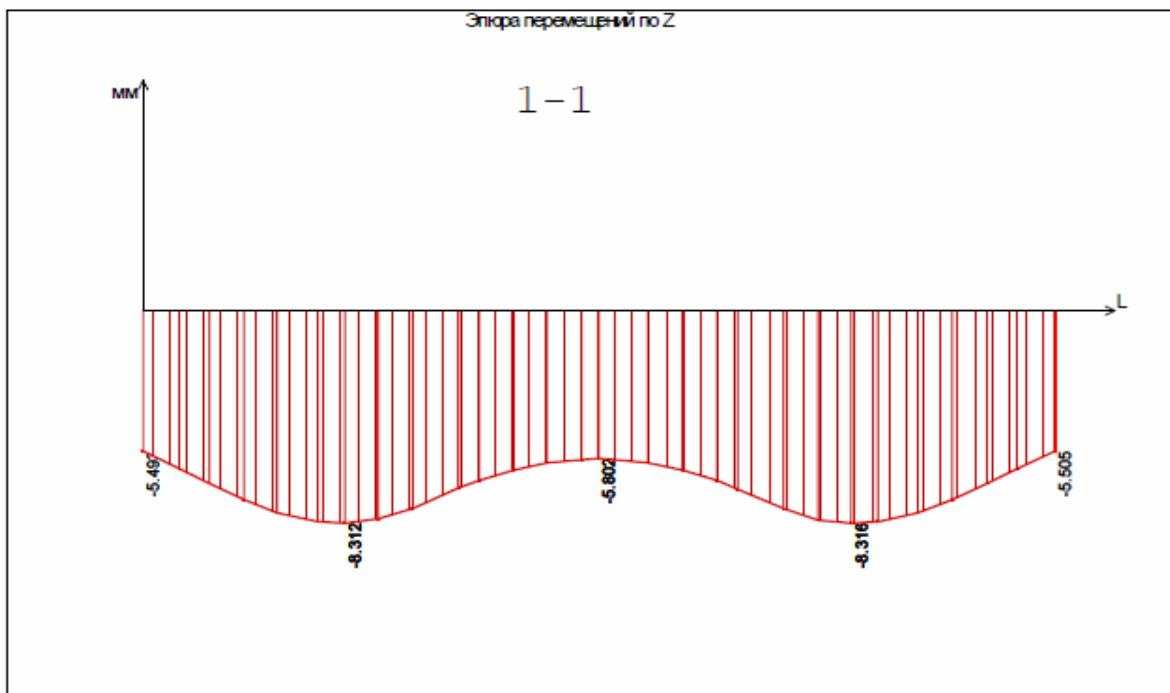


Рис. 3.12. Эпюра прогибов перекрытия. Разрез проведён между опорными пилонами по оси симметрии плиты (на рис. 3.11 вертикально)

Для всех учитываемых перекрытий вычислены изгибающие моменты  $M_x$  и  $M_y$ . Их значения изменяются в пределах от  $-24,7$  до  $+19,11$  кН·м/м – для  $M_y$  и от  $-19,17$  до  $+10,4$  кН·м/м – для  $M_x$ . Различный возраст бетона в перекрытиях (9, 18, 27 суток) был учтён при задании модуля упругости  $E_b$ . Модуль упругости вычислялся по выражению (3.5).

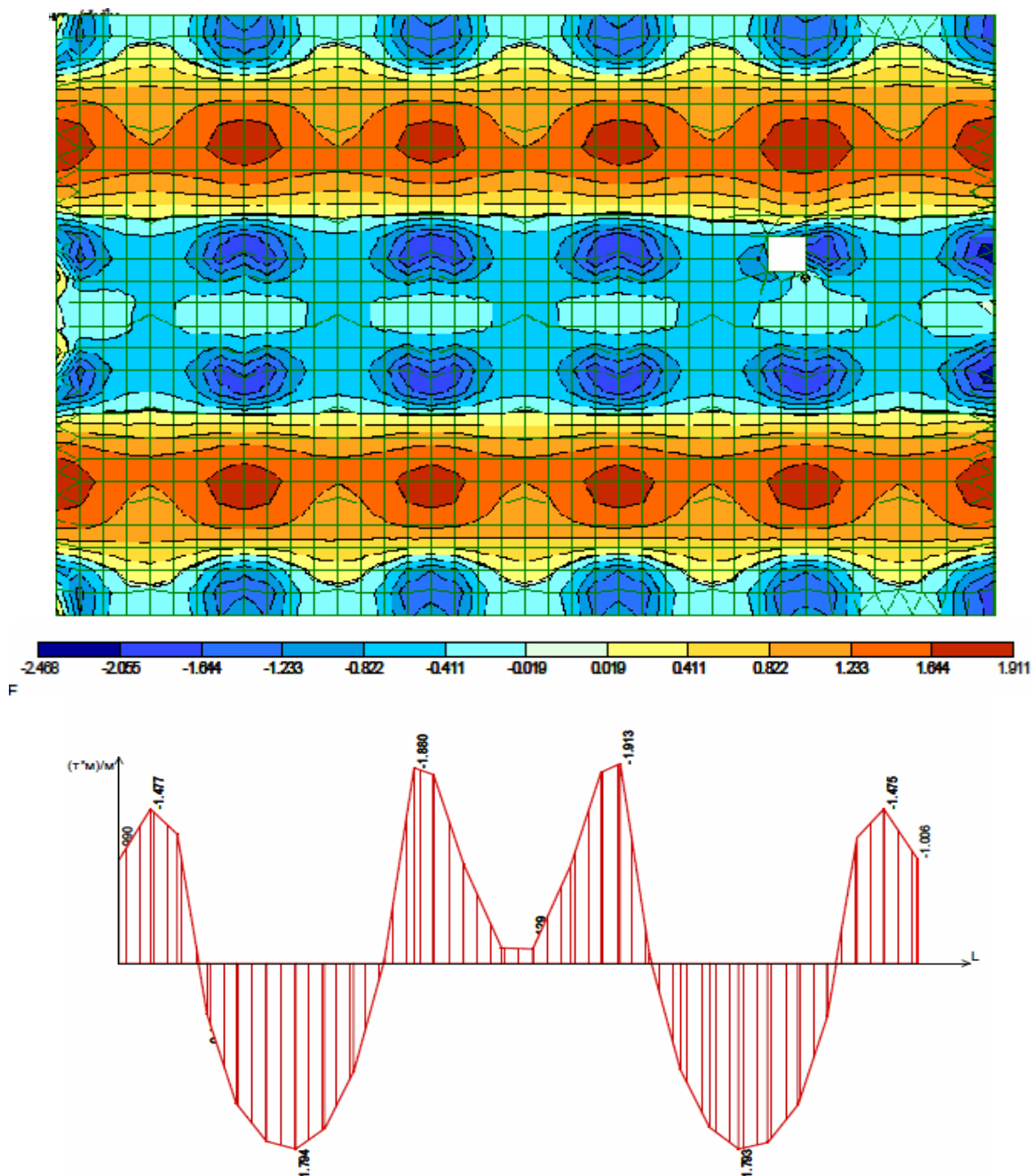
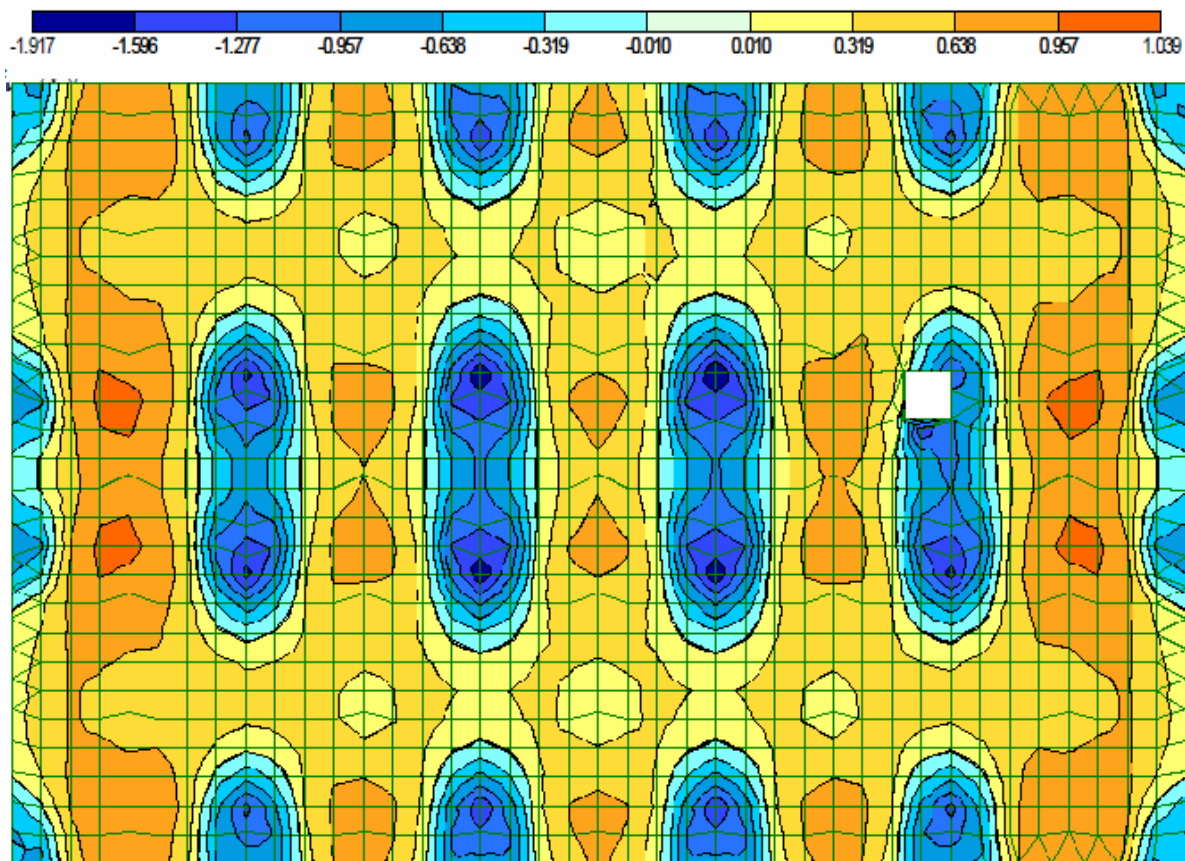


Рис. 3.13. Изополя и эпюра  $M_y$  в плите в возрасте 9 суток, единица измерения – т·м/м. Поперечный разрез 4-4 выполнен по ряду пилонов



5-5

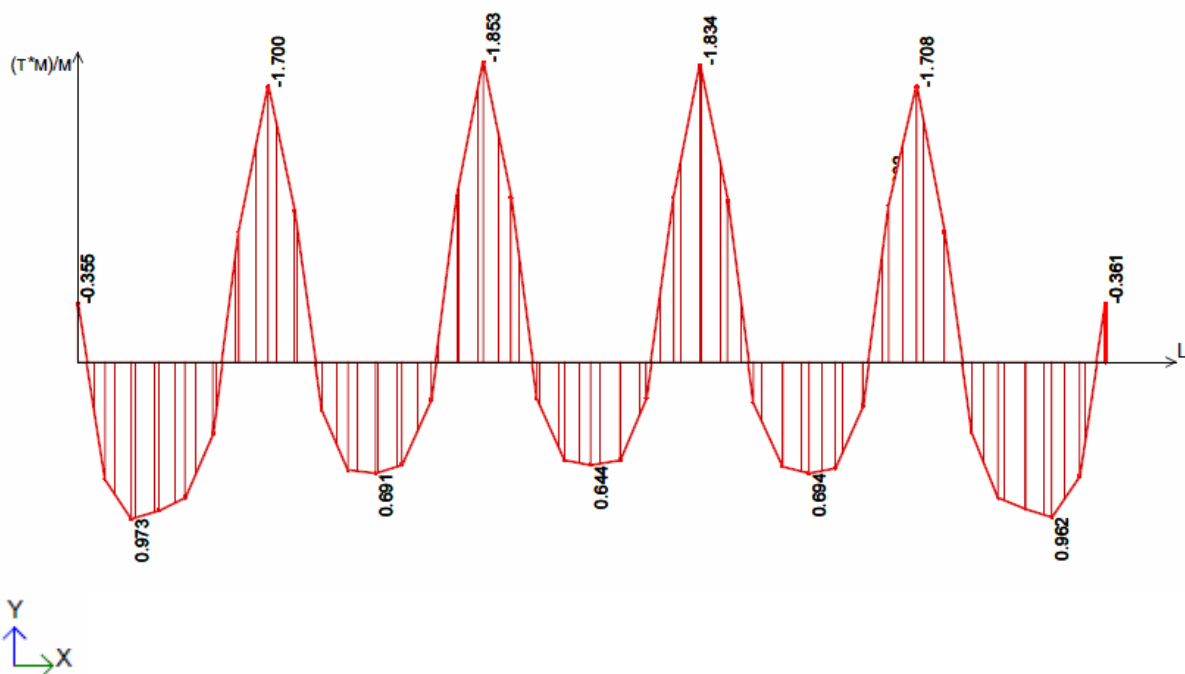


Рис.3.14. Изополя и эпюра  $M_x$  в плите в возрасте 9 суток, единица измерения –  $\Gamma \cdot \text{м} / \text{м}^2$ . Продольный разрез 5-5 выполнен по среднему ряду пилонов

Следует отметить, что вычислить напряжения в арматуре плиты перекрытия обычным расчётом по СНиП оказалось невозможным из-за большой толщины (20 см) и переармированности перекрытия, т.к. в этом расчёте высота сжатой зоны вышла отрицательной. Расчёт напряжений в арматуре выполнен методами строительной механики через перемещения, а именно с использованием закона Гука и выражения упругой линии:

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s = E_s \cdot y_s \cdot y'', \quad (3.11)$$

где  $y_s$  – координата центра тяжести арматуры в рассматриваемом сечении относительно горизонтальной оси сечения;  $y''$  – вторая производная прогиба в рассматриваемом сечении.

С достаточной степенью точности  $y''$  можно определить по методу конечных разностей, зная прогибы в рассматриваемом сечении и в двух равноотстоящих от него на расстоянии  $\Delta$ :

$$y''_z = \frac{y_{z-1} - 2y_z + y_{z+1}}{\Delta^2}. \quad (3.12)$$

Для исследования влияния ползучести был выбран участок плиты между пилонами, работающий в направлении оси «у». Эпюра вертикальных перемещений представлена на рис. 3.12. В месте наибольшего прогиба значение перемещения составило 8,312 мм, в точках, расположенных на 1,9 м влево и вправо, – точках перегиба кривой прогиба – 7,057 мм. Тогда

$$y'' = \frac{(-7,057 - 2(-8,312) - 7,057) \cdot 10^{-3}}{1,9^2} = 0,695 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1}.$$

Напряжения в арматуре при  $y_s = 8 \text{ см} = 0,08 \text{ м}$ ,  $E_s = 200 \text{ ГПа}$  составят:

$$\sigma_s = 11,2 \text{ МПа} = 112 \text{ кг/см}^2.$$

Анализ изгибающих моментов в перекрытиях показывает, что напряжения в перекрытии в возрасте 18 дней вырастают на 11 %, в возрасте 27 дней – на 4,5 %. В возрасте 36 дней, когда снимают временные опоры, догружающие рассматриваемое перекрытие весом вышележащих этажей, оно начинает работать на свою собственную нагрузку нормативной величиной 5,0 кПа, расчётной – 5,5 кПа. Изгибающие моменты, а следовательно, и напряжения уменьшатся. Дальнейшее изменение нагрузки на перекрытие началось при устройстве перегородок, полов, а также при действии полезной нагрузки. Для расчёта упругомгновенных напряжений в растянутой арматуре рассматриваемого участка плиты была предварительно определена эпюра прогибов по всем узлам конечно-элементной сетки вдоль линии 1-1 от действия равномерно распределённой нагрузки интенсивностью 10 кПа (полная проектная нагрузка с учётом собственного веса). Затем по выражению (3.11) с

использованием (3.12) были получены напряжения в арматуре, которые от указанной нагрузки составили 16,66 МПа, или 166,6 кг/см<sup>2</sup>. В дальнейшем на каждом этапе нагружения начальные упругомгновенные напряжения вычислялись пропорционально прикладываемой нагрузке в предположении упругой работы арматурной стали.

Согласно календарному графику производства работ, были приняты сроки нагружения (начиная не от начала строительства, а от момента зарождения рассматриваемого перекрытия), представленные в табл. 3.2.

Т а б л и ц а 3.2

Принятые этапы нагружения монолитной ж/б плиты перекрытия

Возраст бетона плиты, дней	Добавочное напряжение, кгс/см <sup>2</sup>	Суммарное напряжение без учета ползучести и твердения бетона, кгс/см <sup>2</sup>
9	+112	112
18	+12,32	124,32
27	+5	129,32
36	-37,7	91,62
68	+16,66	108,28
98	+25	133,28
150	+33,32	166,6

Влияние ползучести и твердения бетона в изгибаемом элементе учитываем по выражению (1.21), умножая упругомгновенные напряжения в арматуре на коэффициент:

$$Z_a(t) = 1 + \frac{\gamma \cdot E_a \cdot \varphi(\tau_1)}{m(\tau_1)[1 + \mu \cdot m(\tau_1)n_0]} \cdot \int_{\tau_1}^t e^{-\int_{\tau_1}^{\tau} \left\{ \gamma \left[ 1 + \frac{\mu E_a \varphi(x)n_0}{1 + \mu m(x)n_0} \right] + \frac{\mu m'(x)n_0}{1 + \mu m(x)} \right\} dx} d\tau.$$

Методика расчёта аналогична методике, приведенной в подразд.4.1 для сжатых элементов. Расчёт выполнен в программном комплексе MathCad. Суммарный график напряжений в арматуре плиты с учётом всех этапов нагружения изображен на рис. 3.15. Уменьшение напряжений в возрасте бетона 36 суток объясняется тем, что в это время снимаются опоры, передающие нагрузку с вышележащих перекрытий на рассматриваемое, и оно начинает работать только на собственный вес.

Согласно графику, представленному на рис. 3.15, напряжения в арматуре стабилизируются в возрасте бетона 300 дней, достигая к этому времени значения 460 кгс/см<sup>2</sup>, проектные напряжения – на уровне 167 кг/см<sup>2</sup>, прирост составил 176 %. С учётом сильной переармированности плиты, реальный прирост напряжений в её арматуре составил около 30 МПа.



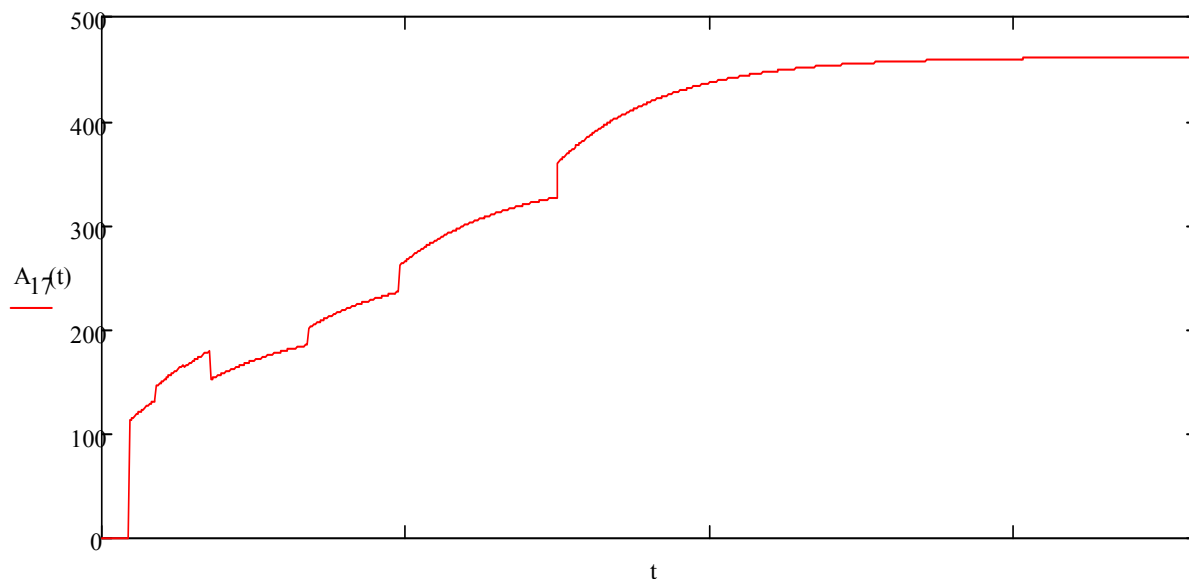


Рис. 3.15. Суммарные напряжения в растянутой арматуре плиты перекрытия (кгс/см<sup>2</sup>) в зависимости от возраста бетона к моменту нагружения. Засечки на горизонтальной оси отмечены через 100 суток. Весь расчётный период – 360 суток

### Выводы по третьему разделу

1. Учёт истории нагружения монолитных железобетонных сооружений, особенно возводимых в короткие сроки, показывает снижение ресурса конструктивной безопасности этих зданий.

2. Приведённая методика учёта поэтапного нагружения позволяет выявить величину дополнительных напряжений в арматуре наиболее ответственных элементов конструкций.

3. Увеличение напряжений в рассматриваемых примерах только от учтённой части постоянной нагрузки составило от 50 до 70 МПа, что для арматуры класса АIII соответствует 15–20 % её расчётного сопротивления.

4. Активный рост напряжений в арматуре, вызванный ползучестью бетона, рассчитываемый по формулам [3], проявляется до возраста бетона 270-290 суток, что особенно следует учитывать при определении НДС многоэтажных монолитных конструкций.

## 4. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СЕТОЧНОЙ АППРОКСИМАЦИИ ЭЛЕМЕНТОВ (МСАЭ) ДЛЯ РАСЧЁТА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КАРКАСОВ С УЧЁТОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ВОЗВЕДЕНИЯ И НАГРУЖЕНИЯ

### 4.1. Применение МСАЭ для расчёта сжатоизогнутых железобетонных стержневых элементов и конструкций

#### 4.1.1. Основные уравнения

Рассмотрим стержневой железобетонный элемент с односторонним армированием, находящийся под действием плоской системы сил, в результате чего в элементе возникают нормальная сила и изгибающий момент (рис. 4.1).

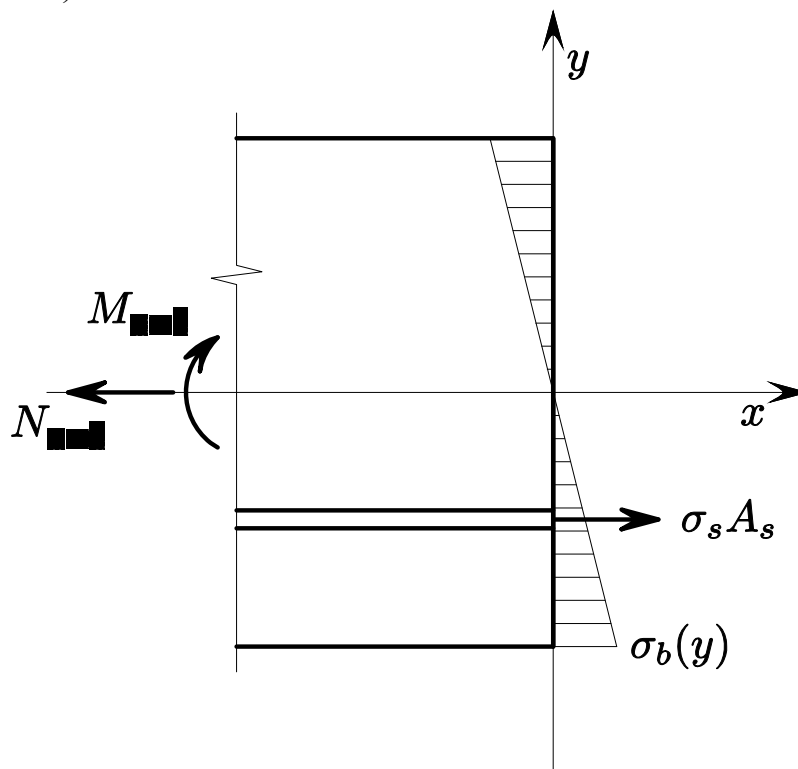


Рис. 4.1. К расчёту стержневого ж/б элемента

Составим уравнения моментов и продольных сил:

$$M_{\text{внеш}} = M_{\text{внутр}}, \quad (4.1)$$

$$M_{\text{внеш}} = - \int_A y \sigma_b dA - \sum \sigma_s A_s y_s, \quad (4.2)$$

$$N_{\text{внеш}} = N_{\text{внутр}}, \quad (4.3)$$

$$N_{\text{внеш}} = - \int_A \sigma_b dA + \sum \sigma_s A_s. \quad (4.4)$$

Из закона Гука имеем:

$$\sigma_b = E_b \varepsilon, \quad (4.5)$$

$$\sigma_s = E_s \varepsilon. \quad (4.6)$$

Из гипотезы плоских сечений с учётом продольной деформации:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \frac{y}{\rho}. \quad (4.7)$$

Продольная деформация:

$$\varepsilon_0 = \frac{du}{dx} = u'. \quad (4.8)$$

Кривизну будем считать равной:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2v}{dx^2} = v''. \quad (4.9)$$

Подставляя (4.7) – (4.9) в (4.2), получаем:

$$M_{\text{внеш}} = - \int_A y E_b (u' - yv'') dA - E_s (u' - y_s v'') y_s A_s, \quad (4.10)$$

$$M_{\text{внеш}} = -E_b u' \int_A y dA + E_b v'' \int_A y^2 dA - E_s A_s y_s u' + E_s A_s y_s^2 v''. \quad (4.11)$$

Если оси  $O_y$  и  $O_z$  – центральные оси сечения, то

$$\int_A y dA = 0, \quad (4.12)$$

$$M_{\text{внеш}} = E_b I_b v'' - E_s A_s y_s u' + E_s A_s y_s^2 v''. \quad (4.13)$$

Подставляя (4.7) – (4.9) в (4.4), имеем:

$$N_{\text{внеш}} = \int_A E_b (u' - yv'') dA + E_s (u' - y_s v'') A_s, \quad (4.14)$$

$$N_{\text{внеш}} = (E_b A_b + E_s A_s) u' - E_s A_s y_s v''. \quad (4.15)$$

Введём обозначения:

$$a = -E_s A_s y_s, \quad (4.16)$$

$$b = E_b A_b + E_s A_s y_s^2, \quad (4.17)$$

$$c = E_b A_b + E_s A_s. \quad (4.18)$$

Тогда получим:

$$\begin{cases} au'(x) + bv''(x) = M(x), \\ cu'(x) + av''(x) = N(x). \end{cases} \quad (4.19)-(4.20)$$

При расчёте симметричных сечений (с двойной симметричной арматурой) второе слагаемое в уравнении моментов (4.13) обратится в нуль, т.к. от действия нормальной силы возникают равные усилия в растянутой и сжатой арматуре; таким образом, результирующий момент этих сил будет равен нулю, т.е. членов, содержащих  $u$ , здесь не будет. В сечении, работающем только на изгиб (продольная сила отсутствует), второе слагаемое также равно нулю ( $\varepsilon_0=0$ ).

Выражение (4.13) примет вид:

$$M_{\text{внеш}} = E_b I_b v'' + E_s A_s y_s^2 v'' = v'' (E_b I_b + E_s (I_s + I'_s)) = v'' (E_b I_b + 2E_s I_s). \quad (4.21)$$

тогда кривизна будет равна:

$$\rho = v'' = M_{\text{внеш}} / (E_b I_b + 2E_s I_s). \quad (4.22)$$

В уравнении продольных сил (4.14) будет равно нулю слагаемое от изгиба бетона, т.к. нейтральная плоскость не удлиняется, и, в случае сечений с двухсторонним симметричным армированием, равно нулю слагаемое от усилий в арматуре, вызванных изгибающим моментом; т.е. членов, содержащих  $v$ , в нём не будет.

Уравнение продольных сил примет вид:

$$N_{\text{внеш}} = (E_b A_b + E_s A_s) u'. \quad (4.23)$$

Значения производных будем определять по значениям перемещений соседних узловых точек:

$$u'_i = \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta}, \quad (4.24)$$

$$v''_i = \frac{v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1}}{\Delta^2}, \quad (4.25)$$

где  $\Delta$  – расстояние между соседними точками (шаг разбиения).

#### 4.1.2. Расчёт консольной балки, загруженной на конце продольной и поперечной нагрузками

Рассмотрим консольный стержень с односторонним армированием в растянутой зоне. Разобьём длину стержня на 2 участка ( $n=2$ ). Начало координат примем на левом конце балки.

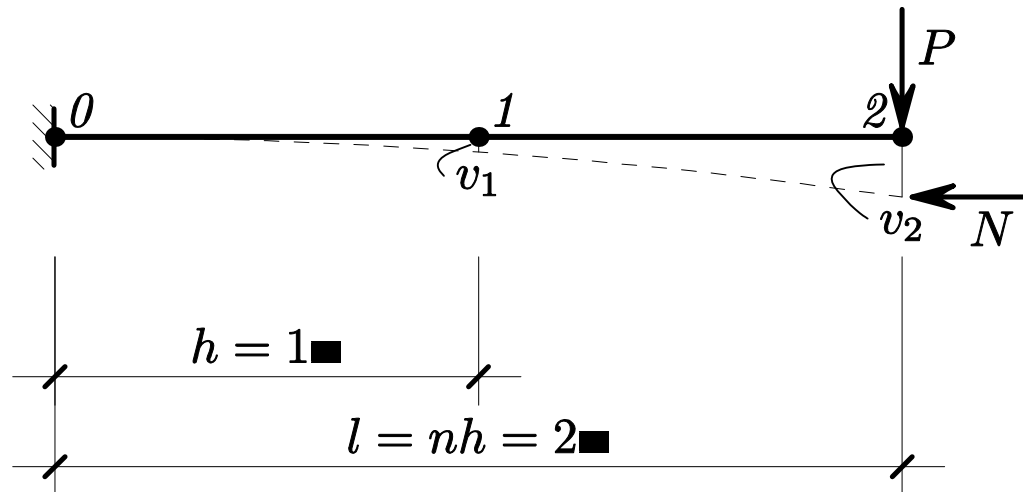


Рис. 4.2. Расчётная схема консольного стержня

Внутренние усилия в сечениях при  $x=0$ ,  $x= l/2$  равны:

$$\begin{aligned} N(0) &= -N, \\ M(0) &= -Pl + Nv_2, \\ N(l/2) &= -N, \\ M(l/2) &= -Pl + N(v_2 - v_1). \end{aligned}$$

Уравнения (4.19)–(4.20) примут вид:

$$\begin{cases} au'_0 + bv''_0 - Nv_2 = -Pl, \\ au'_1 + bv''_1 - Nv_2 - Nv_1 = -Pl/2, \\ cu'_0 + av''_0 = -N, \\ cu'_1 + av''_1 = -N. \end{cases}$$

Значения производных определяем по значениям перемещений соседних узловых точек:

$$\begin{aligned} u'_i &= \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta}, \\ v''_i &= \frac{v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1}}{\Delta^2}, \end{aligned}$$

Учитывая, что  $u_0=0$ ,  $v_0=0$ ,  $v_{-1}=v_1$  и  $h=1$ , получаем:

$$\begin{cases} u'_0 = u_1 \\ u'_1 = -u_1 + u_2 \\ v''_0 = 2v_1 \\ v''_1 = -2v_1 + v_2 \end{cases}$$

Подставив в (4.21) и (4.23), получим систему линейных уравнений:

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 2b & -N \\ -a & a & N-2b & b-N \\ c & 0 & 2a & 0 \\ -c & c & -2a & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Pl \\ -Pl/2 \\ -N \\ -N \end{bmatrix}$$

Найдём решение системы при следующих исходных данных: число узловых точек  $n=2$ ,  $E_b=27 \cdot 10^3$  МПа,  $A_b=bh=30 \cdot 60=1800$  см<sup>2</sup>,  $I_b=540000$  см<sup>4</sup>,  $E_s=2 \cdot 10^5$  МПа,  $A_s=12,56$  см<sup>2</sup>,  $y_s=-27$  см,  $P=40$  кН,  $N=1$  МН.

Перемещения узловых точек будут равны:

✓ горизонтальные  $u_1 = -0,190$  мм,  $u_2 = -0,384$  мм;

✓ вертикальные  $v_1 = -0,206$  мм,  $v_2 = -0,587$  мм.

При разбиении расчётной схемы на четыре участка ( $n=4$ ) имеем:

$$\begin{bmatrix} a' & 0 & 0 & 0 & 2b'' & 0 & 0 & -N \\ -a' & a' & 0 & 0 & N-2b'' & b'' & 0 & -N \\ 0 & -a' & a' & 0 & b'' & N-2b'' & b'' & -N \\ 0 & 0 & -a' & a' & 0 & b'' & N-2b'' & b''-N \\ c' & 0 & 0 & 0 & 2a'' & 0 & 0 & 0 \\ -c' & c' & 0 & 0 & -2a'' & a'' & 0 & 0 \\ 0 & -c' & c' & 0 & a'' & -2a'' & a'' & 0 \\ 0 & 0 & -c' & c' & 0 & a'' & -2a'' & a'' \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4Ph \\ -3Ph \\ -2Ph \\ -Ph \\ -N \\ -N \\ -N \\ -N \end{bmatrix}$$

где

$$\begin{cases} a' = a/h = -\frac{E_s A_s y_s}{h} \\ a'' = a/h^2 = -\frac{E_s A_s y_s}{h^2} \\ b'' = \frac{E_b I_b + E_s A_s y_s^2}{h^2} \\ c' = c/h = \frac{E_b A_b + E_s A_s}{h} \end{cases}$$

Перемещения узловых точек будут равны:

✓ горизонтальные  $u(l/2) = -0,191$  мм,  $u(l) = -0,385$  мм;

✓ вертикальные  $v(l/2) = -0,175$  мм,  $v(l) = -0,516$  мм.

С увеличением числа узловых точек точность расчёта растёт. Сравнение результатов расчёта при  $n=4, 8, 16, 32, 64, 128, \dots, 1024$  показывает, что удовлетворительная точность достигается уже при 8 узловых точках.

Так, перемещения концевого сечения при 8-ми точках будут равны:

✓ горизонтальные  $u(l) = -0,386$  мм (точное  $-0,387$  мм, погрешность 0,2 %);

✓ вертикальные  $v(l/2) = -0,167$  мм,  $v(l) = -0,500$  мм (точное  $-0,496$  мм, погрешность 0,8 %).

#### 4.1.3. Применение МСАЭ к расчёту плоских стержневых конструкций по деформированной схеме с учётом армирования

В качестве примера применения метода конечных разностей, реализованного затем в программе для ЭВМ, рассмотрим расчёт одноэтажной однопролётной рамы (рис. 4.3) на статическое воздействие внешней нагрузки.

Исходные данные: пролёт рамы – 6 м, высота 6 м. Бетон класса В40,  $E_b = 27 \times 10^6$  кПа,  $E_a = 2 \times 10^8$  кПа. Нагрузки:  $P = 40$  кН,  $q = 4$  кН/м.

Характеристики колонн (тип сечения 1): размеры поперечного сечения  $0,4 \times 0,4$  м, симметричное армирование 4 стержнями  $d = 30$  мм.  $F_{b1} = 0,1572$  м<sup>2</sup>,  $F_{a1} = 28,26 \times 10^{-4}$  м<sup>2</sup>,  $h_{a1} = 0,165$  м,  $I_{b1} = 2,133 \times 10^{-3}$  м<sup>4</sup>,  $I_{a1} = 7,69 \times 10^{-5}$  м<sup>4</sup>.

Характеристики ригелей (тип сечения 2): размеры поперечного сечения  $0,3 \times 0,6$  м, симметричное армирование 6 стержнями  $d = 30$  мм.

$F_{b2} = 0,1785$  м<sup>2</sup>,  $F_{a1} = 42,39 \times 10^{-4}$  м<sup>2</sup>,  $h_{a1} = 0,265$  м,  $I_{b1} = 5,4 \times 10^{-3}$  м<sup>4</sup>,  $I_{a1} = 2,98 \times 10^{-5}$  м<sup>4</sup>.

Все стержни делим на участки равной длины  $\Delta = 1$  м, нумеруем сечения (рис. 4.4). За неизвестные принимаем продольные и поперечные смещения сечений, угловые перемещения концов стержней, не включая опорные (всего 46 кинематических неизвестных), и по 3 внутренних усилия на концах стержней (18 силовых неизвестных). Положительные направления кинематических и силовых неизвестных указаны на рис. 4.5, 4.6.

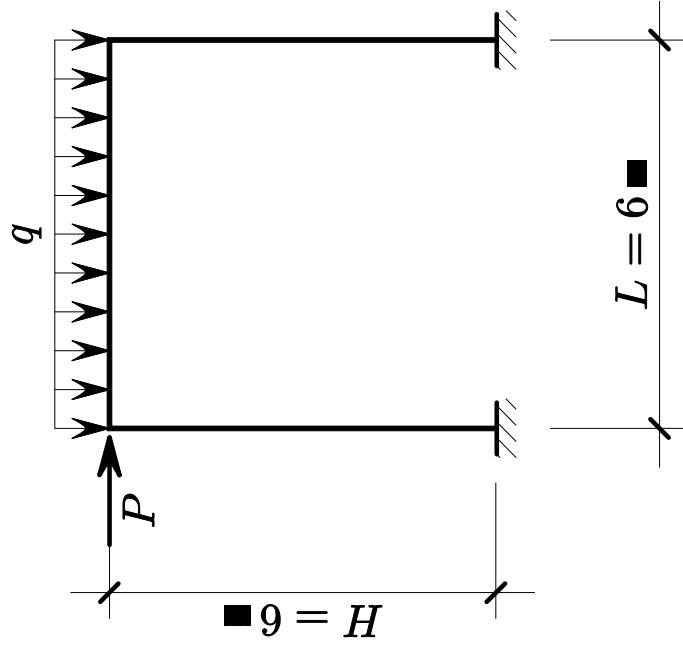


Рис. 4.3. Расчётная схема рамы

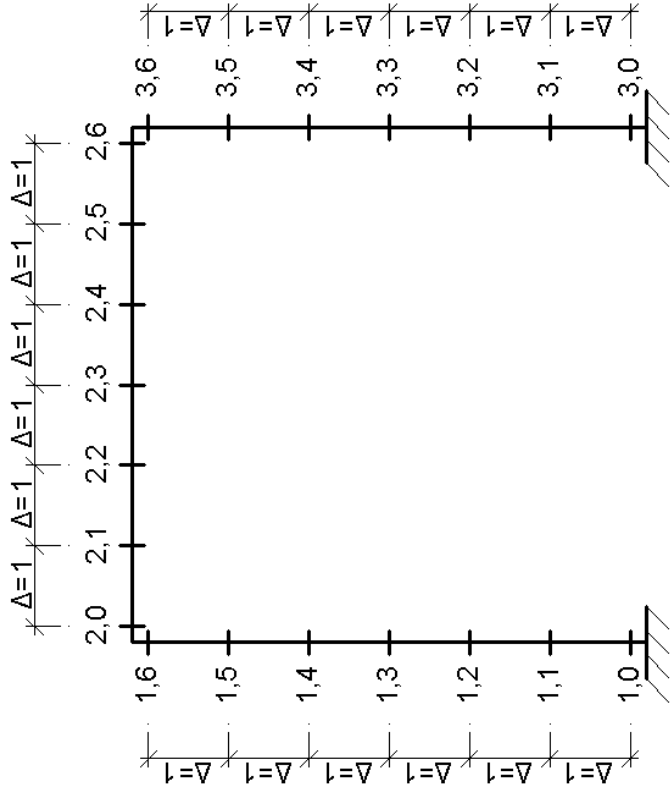


Рис. 4.4. Нумерация сечений



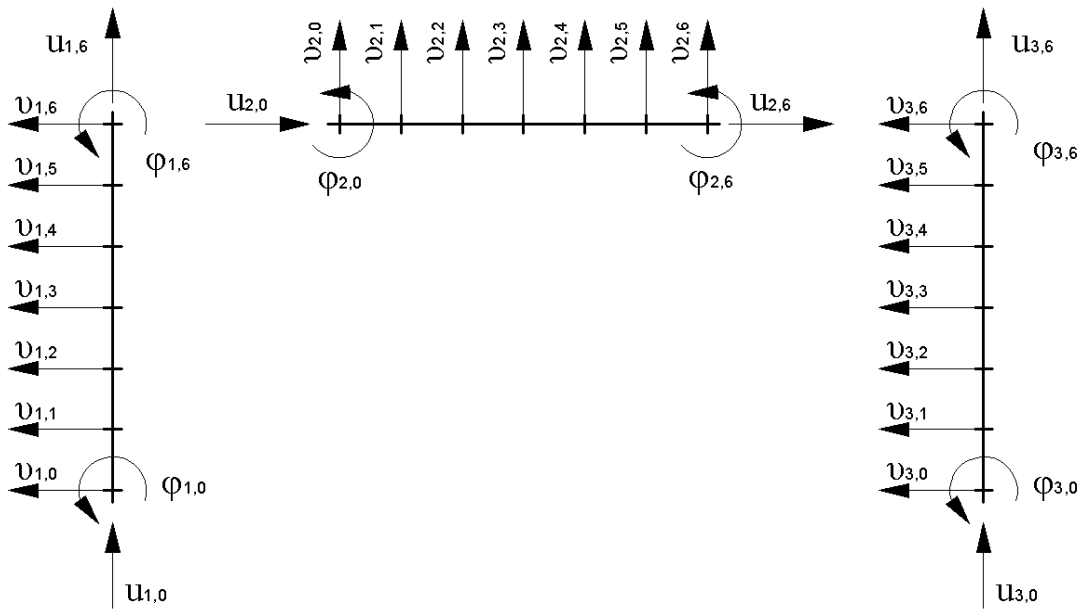


Рис. 4.5. Положительные направления кинематических неизвестных

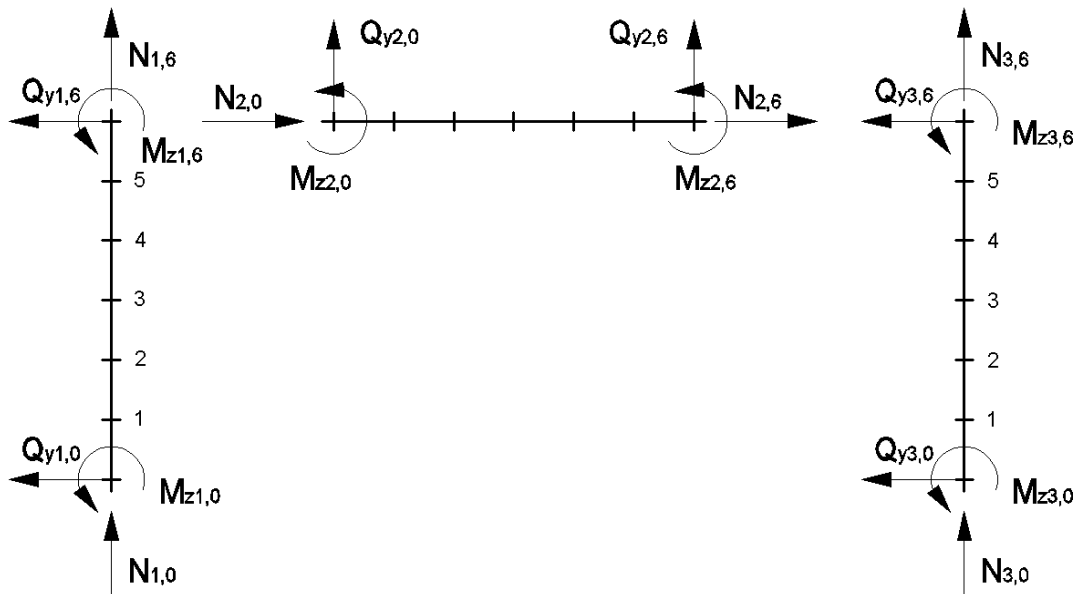


Рис. 4.6. Положительные направления силовых неизвестных

Дифференциальное уравнение равновесия в любом сечении имеет вид:

$$-EIv''_x = \Sigma M_{z(\text{внеш})}.$$

Для сечения с координатой  $x$  имеем:

$$EIv''_x + M_{z0} - Q_{y0} \cdot x = 0.$$

Запишем уравнения равновесия для стержней.

• Первый стержень (колонна)

Уравнения статики:

$$1) M_{1,0} + M_{1,6} - Q_{1,0} \cdot 6 + N_{1,0} \cdot v_{1,6} = 0;$$

$$2) Q_{1,0} + Q_{1,6} - 40 = 0;$$

$$3) N_{1,0} \cdot N_{1,6} = 0/$$

Равновесие внутренних и внешних сил:  $M_{\text{внеш}} = M_{\text{внутр}}$ .

Для сечения с номером  $i$ :

$$M_{1,0} + N_{1,0} \cdot v_{1,i} + (EI_{b1} + EI_{a1}) \frac{v_{1,i-1} - 2v_{1,i} + v_{1,i+1}}{\Delta^2} = 0,$$

с учётом  $v_{1,0} = 0$ ,  $v_{1,-1} = v_{1,1}$ ,  $\Delta = 1$ , и замены  $(EI_{b1} + EI_{a1}) = H_1$  получим:

$$4) M_{1,0} + H_1 \cdot 2v_{1,1} = 0 \text{ – в сечении } 1,0;$$

$$5) M_{1,0} - Q_{1,0} \cdot 1 + N_{1,0} \cdot v_{1,1} + H_1 \cdot (v_{1,0} - 2v_{1,1} + v_{1,2}) = 0 \text{ – в сечении } 1,1;$$

$$6) M_{1,0} - Q_{1,0} \cdot 2 + N_{1,0} \cdot v_{1,2} + H_1 \cdot (v_{1,1} - 2v_{1,2} + v_{1,3}) = 0 \text{ – в сечении } 1,2;$$

$$7) M_{1,0} - Q_{1,0} \cdot 3 + N_{1,0} \cdot v_{1,3} + H_1 \cdot (v_{1,2} - 2v_{1,3} + v_{1,4}) = 0 \text{ – в сечении } 1,3;$$

$$8) M_{1,0} - Q_{1,0} \cdot 4 + N_{1,0} \cdot v_{1,4} + H_1 \cdot (v_{1,3} - 2v_{1,4} + v_{1,5}) = 0 \text{ – в сечении } 1,4;$$

$$9) M_{1,0} - Q_{1,0} \cdot 5 + N_{1,0} \cdot v_{1,5} + H_1 \cdot (v_{1,4} - 2v_{1,5} + v_{1,6}) = 0 \text{ – в сечении } 1,5;$$

Равновесие внутренних и внешних сил:  $N_{\text{внеш}} = N_{\text{внутр}}$ .

Для сечения с номером  $i$ :

$$N_{1,0} + (EF_{b1} + EF_{a1}) \frac{u_{1,i+1} - u_{1,i}}{\Delta} = 0,$$

с учётом  $(EF_{b1} + EF_{a1}) = H_2$

$$10) N_{1,0} + H_2 \cdot (u_{1,1} - u_{1,0}) = 0;$$

$$11) N_{1,0} + H_2 \cdot (u_{1,2} - u_{1,1}) = 0;$$

$$12) N_{1,0} + H_2 \cdot (u_{1,3} - u_{1,2}) = 0;$$

$$13) N_{1,0} + H_2 \cdot (u_{1,4} - u_{1,3}) = 0;$$

$$14) N_{1,0} + H_2 \cdot (u_{1,5} - u_{1,4}) = 0;$$

$$15) N_{1,0} + H_2 \cdot (u_{1,6} - u_{1,5}) = 0.$$

• Второй стержень (ригель).

Уравнения статики:

$$16) M_{2,0} + M_{2,6} - Q_{2,0} \cdot 6 + q \cdot 6 \cdot 3 + N_{2,0} \cdot v_{2,6} = 0;$$

$$17) Q_{2,0} + Q_{2,6} - q \cdot 6 = 0;$$

$$18) N_{2,0} + N_{2,6} = 0.$$

Равновесие внутренних и внешних сил:  $M_{\text{внеш}} = M_{\text{внутр}}$ .

С учётом замены  $(EI_{b2} + EI_{a2}) = H_3$  получим:

$$19) M_{2,0} - Q_{2,0} \cdot 1 + q \cdot 1^2 \cdot 0,5 + N_{2,0} \cdot v_{2,1} + H_3 \cdot (v_{2,0} - 2v_{2,1} + v_{2,2}) = 0;$$

$$20) M_{2,0} - Q_{2,0} \cdot 2 + q \cdot 2^2 \cdot 0,5 + N_{2,0} \cdot v_{2,2} + H_3 \cdot (v_{2,1} - 2v_{2,2} + v_{2,3}) = 0;$$

$$21) M_{2,0} - Q_{2,0} \cdot 3 + q \cdot 3^2 \cdot 0,5 + N_{2,0} \cdot v_{2,3} + H_3 \cdot (v_{2,2} - 2v_{2,3} + v_{2,4}) = 0;$$

$$22) M_{2,0} - Q_{2,0} \cdot 4 + q \cdot 4^2 \cdot 0,5 + N_{2,0} \cdot v_{2,4} + H_3 \cdot (v_{2,3} - 2v_{2,4} + v_{2,5}) = 0;$$

$$23) M_{2,0} - Q_{2,0} \cdot 5 + q \cdot 5^2 \cdot 0,5 + N_{2,0} \cdot v_{2,5} + H_3 \cdot (v_{2,4} - 2v_{2,5} + v_{2,6}) = 0;$$

$N_{\text{внеш}} = N_{\text{внутр}}$ .

С учётом замены  $(EF_{b2} + EF_{a2}) = H_4$

$$24) N_{2,0} + H_4 \cdot (u_{2,1} - u_{2,0}) = 0;$$

$$25) N_{2,0} + H_4 \cdot (u_{2,2} - u_{2,1}) = 0;$$

$$26) N_{2,0} + H_4 \cdot (u_{2,3} - u_{2,2}) = 0;$$

$$27) N_{2,0} + H_4 \cdot (u_{2,4} - u_{2,3}) = 0;$$

$$28) N_{2,0} + H_4 \cdot (u_{2,5} - u_{2,4}) = 0;$$

$$29) N_{2,0} + H_4 \cdot (u_{2,6} - u_{2,5}) = 0;$$

• Третий стержень (колонна)

Уравнения статики:

$$30) M_{3,0} + M_{3,6} - Q_{3,0} \cdot 6 + N_{3,0} \cdot v_{3,6} = 0;$$

$$31) Q_{3,0} + Q_{3,6} = 0;$$

$$32) N_{3,0} + N_{3,6} = 0.$$

Равновесие внутренних и внешних сил:

$$33) M_{3,0} + H_1 \cdot 2v_{3,1} = 0;$$

$$34) M_{3,0} - Q_{3,0} \cdot 1 + N_{3,0} \cdot v_{3,1} + H_1 \cdot (v_{3,0} - 2v_{3,1} + v_{3,2}) = 0;$$

$$35) M_{3,0} - Q_{3,0} \cdot 2 + N_{3,0} \cdot v_{3,2} + H_1 \cdot (v_{3,1} - 2v_{3,2} + v_{3,3}) = 0;$$

$$36) M_{3,0} - Q_{3,0} \cdot 3 + N_{3,0} \cdot v_{3,3} + H_1 \cdot (v_{3,2} - 2v_{3,3} + v_{3,4}) = 0;$$

$$37) M_{3,0} - Q_{3,0} \cdot 4 + N_{3,0} \cdot v_{3,4} + H_1 \cdot (v_{3,3} - 2v_{3,4} + v_{3,5}) = 0;$$

$$38) M_{3,0} - Q_{3,0} \cdot 5 + N_{3,0} \cdot v_{3,5} + H_1 \cdot (v_{3,4} - 2v_{3,5} + v_{3,6}) = 0;$$

- 39)  $N_{3,0} + H_1 \cdot (u_{3,1} - u_{3,0}) = 0$  ;  
 40)  $N_{3,0} + H_1 \cdot (u_{3,2} - u_{3,1}) = 0$  ;  
 41)  $N_{3,0} + H_1 \cdot (u_{3,3} - u_{3,2}) = 0$  ;  
 42)  $N_{3,0} + H_1 \cdot (u_{3,4} - u_{3,3}) = 0$  ;  
 43)  $N_{3,0} + H_1 \cdot (u_{3,5} - u_{3,4}) = 0$  ;  
 44)  $N_{3,0} + H_1 \cdot (u_{3,6} - u_{3,5}) = 0$  .

Условия кинематической совместности узлов рамы

Матрицы направляющих косинусов и обратные к ним:

$$L_1 = L_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad L_1^{-1} = L_3^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad L_2^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Векторы перемещений:

$$\{\mathbf{g}\}_{1,6} = \begin{Bmatrix} u_{1,6} \\ v_{1,6} \\ \varphi_{1,6} \end{Bmatrix}; \quad \{\mathbf{g}\}_{2,0} = \begin{Bmatrix} u_{2,0} \\ v_{2,0} \\ \varphi_{2,0} \end{Bmatrix}.$$

Тогда

$$\{\bar{\mathbf{g}}\}_{1,6} = L_1^{-1} \cdot \{\mathbf{g}\}_{1,6} = \begin{Bmatrix} -v_{1,6} \\ u_{1,6} \\ \varphi_{1,6} \end{Bmatrix}; \quad \{\bar{\mathbf{g}}\}_{2,0} = \{\mathbf{g}\}_{2,0}$$

Кинематическая совместность левого узла:

$$\{\bar{\mathbf{g}}\}_{2,0} = \{\bar{\mathbf{g}}\}_{1,6}, \text{ или } \{\bar{\mathbf{g}}\}_{2,0} - \{\bar{\mathbf{g}}\}_{1,6} = 0, \text{ тогда}$$

$$45) -v_{1,6} - u_{2,0} = 0;$$

$$46) u_{1,6} - v_{2,0} = 0;$$

$$47) \varphi_{1,6} - \varphi_{2,0} = 0.$$

$$\text{Правый узел: } \{\mathbf{g}\}_{3,6} = \begin{Bmatrix} u_{3,6} \\ v_{3,6} \\ \varphi_{3,6} \end{Bmatrix}; \quad \{\mathbf{g}\}_{2,6} = \begin{Bmatrix} u_{2,6} \\ v_{2,6} \\ \varphi_{2,6} \end{Bmatrix}.$$

$$\text{Тогда } \{\bar{g}\}_{1,6} = \begin{Bmatrix} -v_{3,6} \\ u_{3,6} \\ \varphi_{3,6} \end{Bmatrix}; \quad \{\bar{g}\}_{2,6} = \{g\}_{2,6}$$

Кинематическая совместность:  $\{\bar{g}\}_{2,6} = \{\bar{g}\}_{3,6}$ , или  $\{\bar{g}\}_{2,6} - \{\bar{g}\}_{3,6} = 0$ ,  
имеем:

$$48) -v_{3,6} - u_{2,6} = 0;$$

$$49) u_{3,6} - v_{2,6} = 0;$$

$$50) \varphi_{3,6} - \varphi_{2,6} = 0.$$

В уравнениях 47 и 50 углы поворота концов стержней записываем через функции изгиба и левую разность для параболы четвёртой степени:

$$51) \varphi_{1,6} = \frac{1}{12\Delta} (3v_{1,2} - 16v_{1,3} + 36v_{1,4} - 48v_{1,5} + 25v_{1,6});$$

$$52) \varphi_{2,0} = \frac{1}{12\Delta} (-25v_{2,0} + 48v_{2,1} - 36v_{2,2} + 16v_{2,3} - 3v_{2,4});$$

$$53) \varphi_{2,6} = \frac{1}{12\Delta} (3v_{2,2} - 16v_{2,3} + 36v_{2,4} - 48v_{2,5} + 25v_{2,6});$$

$$54) \varphi_{3,6} = \frac{1}{12\Delta} (3v_{3,2} - 16v_{3,3} + 36v_{3,4} - 48v_{3,5} + 25v_{3,6}).$$

Условия статической совместности для левого узла:

$$\{f\}_{1,6} = \begin{Bmatrix} N_{1,6} \\ Q_{1,6} \\ M_{1,6} \end{Bmatrix}; \quad \{\bar{f}\}_{1,6} = L_1^{-1} \cdot \{f\}_{1,6} = \begin{Bmatrix} -Q_{1,6} \\ N_{1,6} \\ M_{1,6} \end{Bmatrix} = \{\bar{f}\}_{2,0} = \{f\}_{2,0} = \begin{Bmatrix} N_{2,0} \\ Q_{2,0} \\ M_{2,0} \end{Bmatrix}.$$

Из условия равновесия узла  $\Sigma\{f\} = 0$ ; следовательно,  $\{f\}_{1,6} + \{f\}_{2,0} = 0$ ;  
имеем:

$$55) Q_{1,6} + N_{2,0} = 0;$$

$$56) N_{1,6} + Q_{2,0} = 0;$$

$$57) M_{1,6} + M_{2,0} = 0.$$

Для правого узла:

$$\{\bar{f}\}_{3,6} = L_3^{-1} \cdot \{f\}_{3,6} = \begin{Bmatrix} -Q_{3,6} \\ N_{3,6} \\ M_{3,6} \end{Bmatrix} = \{\bar{f}\}_{2,6} = \{f\}_{2,6} = \begin{Bmatrix} N_{2,6} \\ Q_{2,6} \\ M_{2,6} \end{Bmatrix}.$$

Тогда:

$$58) Q_{3,6} + N_{2,6} = 0;$$

$$59) N_{3,6} + Q_{2,6} = 0;$$

$$60) M_{3,6} + M_{2,6} = 0.$$

Условия закрепления рамы:

$$61)...64) v_{1,0} = 0; \quad u_{1,0} = 0; \quad v_{3,0} = 0; \quad u_{3,0} = 0.$$

Равенство нулю углов поворота опорных сечений описано уравнениями 4 и 33, так как в них учтено, что  $v_{1,-1} = v_{1,1}$  и  $v_{3,-1} = v_{3,1}$  (симметрия прогиба консольного стержня и его условного продолжения по другую сторону от точки защемления в заделке).

#### **Анализ результатов расчёта.**

Для определения достоверности результатов выполним расчет по приведенным уравнениям, но без учёта армирования ригеля и стоек, задав  $E_a=0$ , а также исключим уравнения, учитывающие продольные деформации по длине стержней, и слагаемые от нормальных сил в уравнениях моментов. Получим схему для обычного расчёта. Результаты этого расчёта показывают, что в сравнении, например, с результатами программы SCAD внутренние усилия различаются на 0,8 %, перемещения узлов – на 1,9 %, что практически говорит о совпадении результатов. Из этого делаем вывод, что 6 участков разбиения в методе конечных разностей обеспечивают достаточную точность расчёта.

Убедившись, таким образом, в достоверности результатов, выполним расчёт по деформированной схеме с учётом армирования.

Результаты расчёта представлены на рис. 4.7.

Сравнение с расчётом той же рамы по программе SCAD показывает, что расчёт по деформированной схеме с учётом армирования и влияния продольных сил даёт близкие результаты по величине изгибающих моментов (разница в пределах 2 %), а также для продольных и поперечных сил (до 4 %). Однако с учётом армирования горизонтальные перемещения узлов в сравнении с расчётами SCAD уменьшились на 20%! И это в одноэтажной раме!

Следует отметить, что величина горизонтальных перемещений определяет податливость рамы, что влияет на величину частот собственных колебаний, и в конечном счёте приводит к увеличению воспринимаемой этой рамой нагрузки в статическом и динамическом расчётах. Ведь более жёсткая рама «возьмёт на себя» бóльшую величину горизонтальных воздействий. Это значит, что в рамно-связевом здании реально будет иное распределение усилий между элементами конструктивной системы. Величина внутренних усилий (в том числе и изгибающих моментов) в раме будет гораздо большей, что необходимо учитывать в конструктивном расчёте, т.е. в подборе сечений колонн и ригелей.

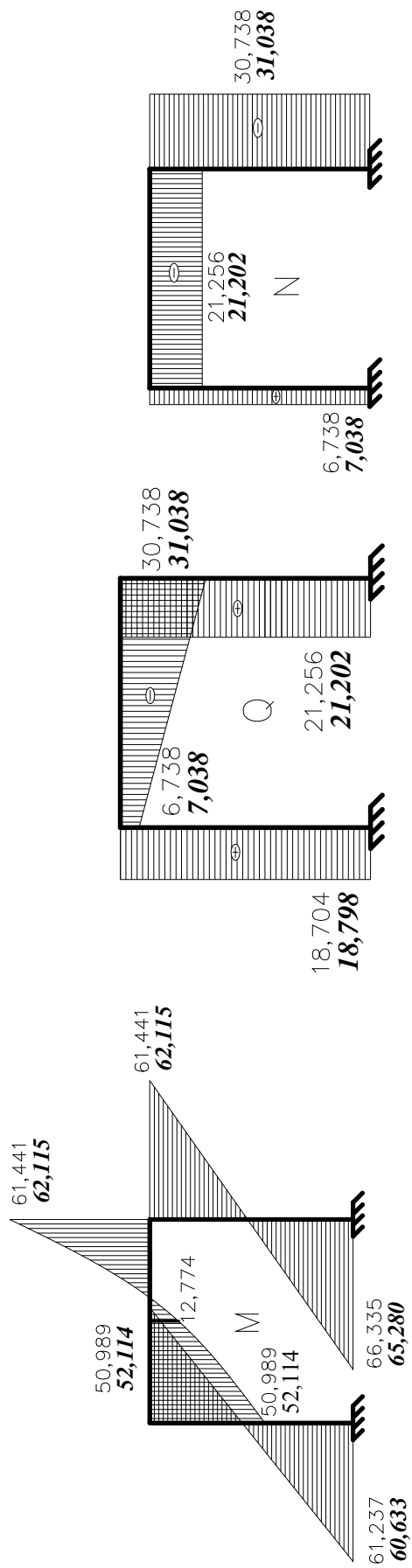


Рис. 4.7. Эпюры внутренних усилий в раме, вычисленные классическим расчётом (тонкий шрифт) и в программе МСАЭ по деформированной схеме с учётом армирования (жирный шрифт).  
 Результаты поперечных и продольных сил – в кН, изгибающих моментов – в кН·м

## 4.2. Применение МСАЭ для расчёта стержневых конструкций с учётом физической нелинейности работы бетона

В рассмотренных выше примерах расчёта стержневых систем с применением МСАЭ учитывалась работа бетона в упругой стадии, т.е. использовался закон Гука.

Пусть материал арматуры по-прежнему подчиняется линейной зависимости

$$\sigma_s = E_s \varepsilon. \quad (4.26)$$

Для учёта реальной диаграммы работы бетона  $\sigma(\varepsilon)$  выберем аппроксимацию зависимости, выражаемую кубической параболой [Лукаш]:

$$\sigma_b = E_b \varepsilon - A_3 \varepsilon^3, \quad (4.27)$$

где  $E$  – начальный модуль упругости материала

$$A_3 = \frac{4}{27} \frac{E_b^3}{R_b^2}. \quad (4.28)$$

Воспользуемся выражениями (4.8) – (4.11) для моментов и продольных сил.

Значение продольной деформации определим через перемещения внутренних точек [113, с.33]:

$$\varepsilon = \frac{du}{dx} - y \frac{d^2v}{dx^2} - z \frac{d^2w}{dx^2} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{dv}{dx} \right)^2 + \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 \right]. \quad (4.29)$$

Для плоской задачи ( $w = 0$ ):

$$\varepsilon = u' - yv'' + \frac{1}{2}(v')^2. \quad (4.30)$$

Подставив (4.30) в (4.27), получим:

$$\sigma_b = \frac{1}{8} E_b \sum_{p=0}^3 K_p y^p \quad (4.31)$$

$$K_0 = 8u' - a(v')^6 - 6au'(v')^4 + (4 - 12a(u')^2)(v')^2 - 8a(u')^3 \quad (4.32)$$

$$K_1 = (6a(v')^4 + 24au'(v')^2 + 24a(u')^2 - 8)v'' \quad (4.33)$$

$$K_2 = (-12a(v')^2 - 24au')(v'')^2 \quad (4.34)$$

$$K_3 = 8a(v'')^3 \quad (4.35)$$



$$a = A_3/E_b = \frac{4}{27}(E_b/R_b)^2. \quad (4.36)$$

Поставив (4.30) в (4.25), получим:

$$\sigma_s = E_s(T_0 + T_1 y), \quad (4.37)$$

где

$$T_0 = u' + \frac{1}{2}(v'')^2; \quad (4.38)$$

$$T_1 = -v''. \quad (4.39)$$

Поставляем (4.31) и (4.37) в (4.2):

$$\begin{aligned} M_{\text{внеш}} &= -\frac{1}{8}E_b \sum_{p=0}^3 (K_p \int y^{p+1} dA) - E_s [T_0 \cdot \sum y_s A_s + T_1 \cdot \sum y_s^2 A_s] = \\ &= -\frac{1}{8} \sum_{p=0}^3 (K_p \cdot Q_{p+1}^{(b)}) - \sum_{p=0}^1 (T_p \cdot Q_{p+1}^{(s)}) \end{aligned} \quad (4.40)$$

Жесткостные характеристики бетона и арматуры определяются по формулам:

$$Q_p^{(b)} = E_b \int y^p dA, \quad (4.41)$$

$$Q_p^{(s)} = E_s \sum y_s^p A_s. \quad (4.42)$$

Причём  $Q_0 = EA$ ,  $Q_2 = EI$ . При симметричном армировании  $Q_1^{(s)} = 0$ .

Подставляем (4.31) и (4.37) в (4.11):

$$\begin{aligned} N_{\text{внеш}} &= \frac{1}{8}E_b \sum_{p=0}^3 (K_p \int y^p dA) - E_s [T_0 \cdot \sum A_s + T_1 \cdot \sum y_s A_s] = \\ &= \frac{1}{8} \sum_{p=0}^3 (K_p \cdot Q_p^{(b)}) - \sum_{p=0}^1 (T_p \cdot Q_p^{(s)}) \end{aligned} \quad (4.43)$$

В (4.40), (4.43) введём координату сечения ( $x$ ):

$$M_{\text{внеш}}(x) = -\frac{1}{8} \sum_{p=0}^3 (K_p(x) \cdot Q_{p+1}^{(b)}(x)) - \sum_{p=0}^1 (T_p(x) \cdot Q_{p+1}^{(s)}(x)) \quad (4.44)$$

$$N_{\text{внеш}}(x) = \frac{1}{8} \sum_{p=0}^3 (K_p(x) \cdot Q_p^{(b)}(x)) - \sum_{p=0}^1 (T_p(x) \cdot Q_p^{(s)}(x)) \quad (4.45)$$

Итак, имеем следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} M_{\text{внеш}}(x) = -\frac{1}{8} \sum_{p=0}^3 (K_p(x) \cdot Q_{p+1}^{(b)}(x)) - \sum_{p=0}^1 (T_p(x) \cdot Q_{p+1}^{(s)}(x)) \\ N_{\text{внеш}}(x) = \frac{1}{8} \sum_{p=0}^3 (K_p(x) \cdot Q_p^{(b)}(x)) - \sum_{p=0}^1 (T_p(x) \cdot Q_p^{(s)}(x)) \end{cases} \quad (4.46)$$

Получим жесткостные характеристики армированного сечения.  
Для симметрично армированного прямоугольного сечения:

$$Q_0^{(s)} = E_s \sum A_s = E_s A_s; \quad (4.47)$$

$$Q_1^{(s)} = E_s \sum y_s A_s = 0; \quad (4.48)$$

$$Q_2^{(s)} = E_s \sum y_s^2 A_s = E_s A_s h_s^2; \quad (4.49)$$

$$Q_0^{(b)} = E_b \int dA = E_b b \int y dy = E_b b h; \quad (4.50)$$

$$Q_1^{(b)} = E_b \int y dA = 0; \quad (4.51)$$

$$Q_2^{(b)} = E_b \int y^2 dA = E_b b \int_{-h/2}^{h/2} y^2 dy = E_b \frac{bh^3}{12}; \quad (4.52)$$

$$Q_3^{(b)} = E_b \int y^3 dA = 0; \quad (4.53)$$

$$Q_4^{(b)} = E_b \int y^4 dA = E_b b \int_{-h/2}^{h/2} y^4 dy = E_b \frac{bh^5}{80}. \quad (4.54)$$

Значения производных будем определять по значениям перемещений соседних узловых точек:

$$u'_i = \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta}, \quad (4.55)$$

$$v'_i = \frac{v_{i+1} - v_i}{\Delta}, \quad (4.56)$$

$$v''_i = \frac{v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1}}{\Delta^2}, \quad (4.57)$$

где  $\Delta = l/N$  – шаг сетки.

Подставляя (4.55) – (4.57) в (4.32) – (4.35), (4.38), (4.39), а затем полученные на их основе выражения (4.31), (4.37) в (4.46), имеем систему нелинейных уравнений, порядок которой зависит от числа участков разбиения длины элемента.

Для решения полученной системы уравнений используем метод касательных Ньютона.

Пусть имеется система нелинейных уравнений  $F(x) = 0$ :

$$\begin{cases} f_1(x) = 0, \\ f_2(x) = 0, \\ \dots\dots\dots \\ f_n(x) = 0; \end{cases} \quad (4.58)$$

где  $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$  – вектор неизвестных.

Тогда её решение может быть найдено с помощью итераций вида:

$$x_{z+1} = x_z - \left[ \frac{dF(x_z)}{dx} \right]^{-1} \cdot F(x_z), \quad (4.59)$$

что обычно реализуется методом Гаусса.

Матрица Якоби для этой задачи имеет вид:

$$\left[ \frac{dF(x_z)}{dx} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_{1(z)}} & \frac{\partial f_1}{\partial x_{2(z)}} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{p(z)}} \\ \frac{\partial f_p}{\partial x_{1(z)}} & \frac{\partial f_p}{\partial x_{2(z)}} & \dots & \frac{\partial f_p}{\partial x_{p(z)}} \end{bmatrix}. \quad (4.60)$$

Её можно записать с применением конечных разностей, учитывая, что

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_j} = \frac{f(x_z + \Delta x_j) - f(x_z)}{\Delta x_j}, \quad (4.61)$$

где  $\Delta x_j$  – малое приращение неизвестной  $x_j$ .

В качестве критерия сходимости расчёта принята заданная норма расхождения перемещений в последовательных итерациях, равная  $10^{-14}$ .

### 4.3. Применение МСАЭ к расчёту монолитной железобетонной рамы с учётом истории возведения и нагружения

#### 4.3.1. Постановка задачи и методы, применяемые в расчёте

Выполним расчёт плоской 6-этажной однопролётной монолитной рамы:

- с учётом последовательности возведения;
- с учётом изменения модуля мгновенной упругости бетона по экспоненциальной зависимости Арутюняна Н. Х. [3].;
- с учётом ползучести бетона по выражениям, представленным в [3], для сжатых и изгибаемых элементов;

- с учётом физической нелинейности бетона.

Поставим цель – определить, насколько действующие напряжения далеки от предельных значений в текущем возрасте бетона.

Для расчёта принята рама со следующими характеристиками: пролёт рамы – 6 м, число пролётов – 1, высота этажа – 6 м, колонны сечением 40×40 см, армирование симметричное:  $A_s=28,26 \text{ см}^2$ ,  $h_s=17 \text{ см}$ ; ригели 30×60 см, армирование симметричное,  $A_s=42,39 \text{ см}^2$ ,  $h_s=27 \text{ см}$ . Бетон класса В-20, нормативный модуль упругости бетона  $E_0=27 \text{ ГПа}$ , модуль упругости арматуры  $E_s=200 \text{ ГПа}$ , равномерно распределённая нагрузка по ригелям  $q=30 \text{ кН/м}$ .

Во всех случаях расчёт производился по деформированной схеме методом сеточной аппроксимации элементов (МСАЭ). Метод позволяет вводить в уравнения любые интегральные и дифференциальные зависимости для описания свойств материалов, а также учитывать геометрическую нелинейность при деформировании элементов конструкции. В программе имеется возможность задавать число учитываемых в расчёте промежуточных сечений (8; 16; 32; 64 и т.д.) стержневого элемента. В рассмотренном примере задано разбиение каждого элемента на 8 участков. Система нелинейных уравнений включает в себя: уравнения граничных условий (опоры); уравнения равновесия узлов; уравнения совместности деформаций в узлах; уравнения равновесия внешних и внутренних сил в заданных поперечных сечениях, учитывающие продольные и поперечные деформации элементов и представляющие собой дифференциальные уравнения первого и второго порядков. Для приведения системы дифференциальных уравнений к алгебраическому виду использована конечно-разностная аппроксимация. Система нелинейных уравнений решалась методом касательных Ньютона с использованием невырожденной матрицы Якоби и организацией пошаговых итераций. В качестве критерия сходимости расчёта принята норма расхождения перемещений в последовательных итерациях  $10^{-8} \text{ м}$ . Для сравнения выполнен классический расчёт этой же рамы по методу конечных элементов без учёта вышеперечисленных факторов.

#### 4.3.2. Учёт последовательности возведения

Расчёт рамы произведём с формированием растущей расчётной схемы и с учётом изменения физических характеристик бетона во времени. Следует отметить, что в последнее время скорость монолитного домостроения может достигать 3-5 дней на этаж. В нашем примере принята периодичность возведения этажей рамы с интервалом в 9 суток. За нулевую точку отсчёта времени приняты сутки, в которые были возведены колонны первого этажа, соответственно колонны 2-го этажа возведены на 9-е сутки, 3-го этажа – на 18-е и т.д. Время возведения ригелей: 5-е, 14-е,

23-и сутки и т.д. Время начала работы ригелей под нагрузкой соответствует моменту снятия временных опор под соответствующим перекрытием также с периодичностью 9 суток.

Учитывая, что к моменту снятия опалубки с монолитного перекрытия и ригеля первого этажа (т.е. к фактическому началу его работы под нагрузкой) над ним уже установлены два вышележащих ригеля с перекрытиями, принимаем время загрузки очередного ригеля в возрасте 18 суток, т.е. для ригеля и колонны первого этажа от начала отсчёта это будут 23-и сутки, для ригеля и колонны второго этажа – 32-е сутки и так далее, с периодичностью в 9 дней. Ригель последнего, 6-го этажа, будет возведён на 50-е сутки, работать начнёт на 68-е.

#### 4.3.3. Учёт ползучести бетона и изменения его модуля мгновенной упругости

Изменение модуля упругости бетона в процессе твердения принято по экспоненциальной зависимости [3]:

$$E_b(t) = E_0 \cdot (1 - e^{-\alpha t}). \quad (4.62)$$

Учёт ползучести бетона осуществляется с помощью коэффициентов  $B_z(t_1, t)$ , полученных на основе зависимостей для сжатия и для изгиба [3]. Следует отметить, что в методике [3] подобные коэффициенты используются для уточнения величины напряжений в бетоне и арматуре, для чего упругомгновенные напряжения, вычисленные обычным образом, умножаются на эти коэффициенты. В данной работе, на основании формулы

$$B_z \sigma_b = B_z (E_b \cdot \varepsilon) = (B_z E_b) \cdot \varepsilon, \quad (4.63)$$

учёт ползучести и твердения бетона можно производить на каждом этапе нагружения путём умножения модуля упругости бетона в соответствующем возрасте  $E_b(t)$  на коэффициент  $B_z(t_1; t)$ :

$$B_z(t_1, t) = 1 - \frac{\gamma \mu \cdot E_s n_0 \varphi(t_1)}{1 + \mu n_0 m(t_1)} \cdot \int_{t_1}^t e^{-\int_{t_1}^{\tau} \left( \gamma + \frac{\gamma \mu E_s n_0 \varphi(u)}{1 + \mu n_0 m(u)} + \frac{\mu n_0 m'(u)}{1 + \mu m(u)} \right) du} d\tau. \quad (4.64)$$

В выражениях (4.62)–(4.64):

$t_1$  – возраст бетона в момент нагружения;  $t$  – возраст к моменту наблюдения;  $\mu$  – коэффициент армирования поперечного сечения;  $\varphi(t) = C_0 + A_1/t$  – функция для учёта меры ползучести;  $C_0$  – предельное значение меры ползучести для материала;  $A_1$ ,  $\gamma$ ,  $\alpha$  – постоянные параметры меры ползучести;  $m(t) = E_s/E_b(t)$  – отношение модулей упругости арма-

туры и бетона (в возрасте бетона  $t$ -дней);  $n_0$  – коэффициент, учитываемый при изгибе ( $z=1$ ) и при растяжении-сжатии ( $z=2$ ):

$$n_0 = \begin{cases} 1 + h_s^2 \cdot A_b / I_b, & \text{при } z = 1; \\ 1, & \text{при } z = 2. \end{cases}$$

Коэффициент  $B_1$  учитывает изгиб,  $B_2$  – растяжение и сжатие.

Графики для  $B_1$  и  $B_2$  в зависимости от возраста бетона при нагружении (9, 14, 23...100 сут) показаны на рис. 4.8.

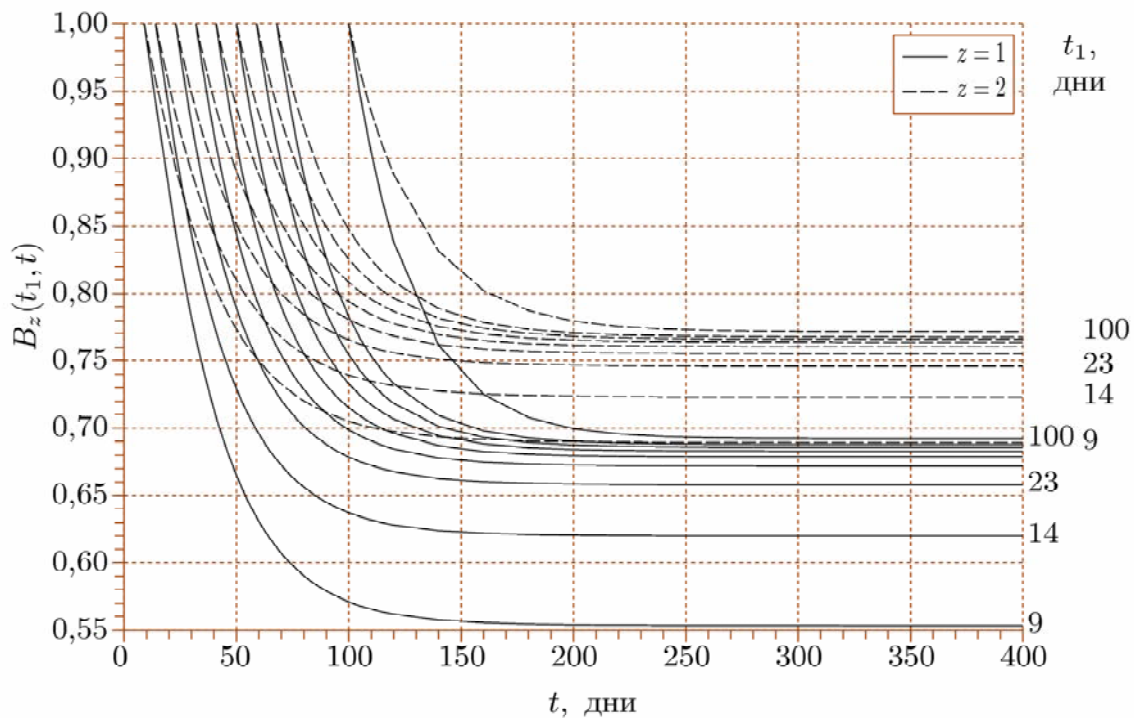


Рис. 4.8. Коэффициенты ползучести (сплошная линия –  $B_1$ , штриховая –  $B_2$ )

Графики модуля упругости бетона в зависимости от возраста бетона к моменту нагружения и с учётом коэффициентов ползучести приведены на рис. 4.9.

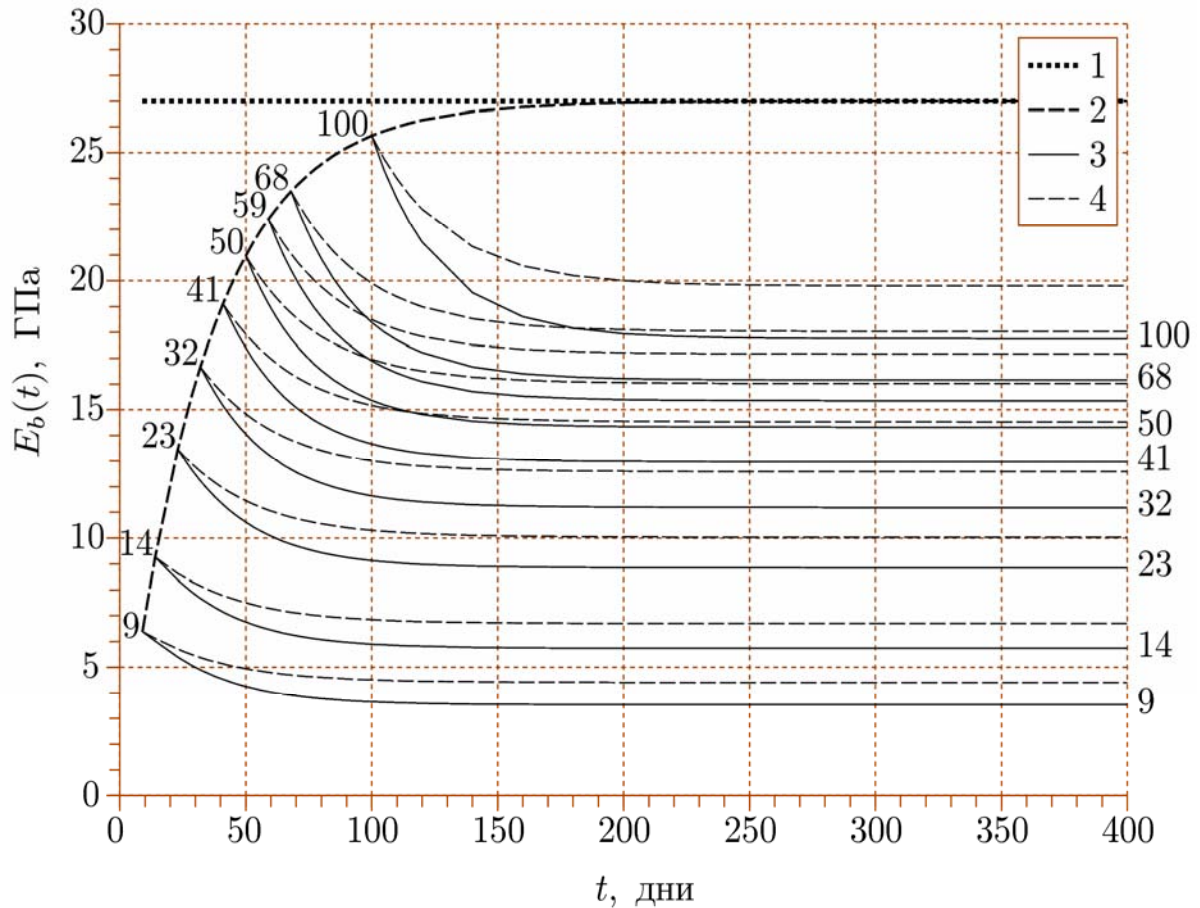


Рис. 4.9. Модуль упругости бетона  $E_b$  :

1 – нормативное значение; 2 – с учётом твердения:  $E_b(t) = E_0 \cdot (1 - e^{-\alpha t})$ ;

3 – при изгибе с учётом ползучести:  $E_{b1}(t_1; t) = E_{b0}(t_1) \cdot B_1(t_1; t)$ ;

4 – при растяжении-сжатии учётом ползучести:  $E_{b2}(t_1; t) = E_{b0}(t_1) \cdot B_2(t_1; t)$

Расчётную жёсткость элементов рамы определим по формулам:

$$EI(t_1; t) = E_{b1}(t_1; t) \cdot I_b + E_s I_s;$$

$$EA(t_1; t) = E_{b2}(t_1; t) \cdot A_b + E_s A_s,$$

где  $I_s = A_s \cdot h_s^2$ ;  $A_b = bh - A_s$ ;  $I_b = bh^3/12 - I_s$ .

На рис. 4.10 и 4.11 представлены графики зависимости жёсткости колонны при изгибе и растяжении-сжатии при линейной работе бетона в зависимости от текущего времени и времени загрузки.

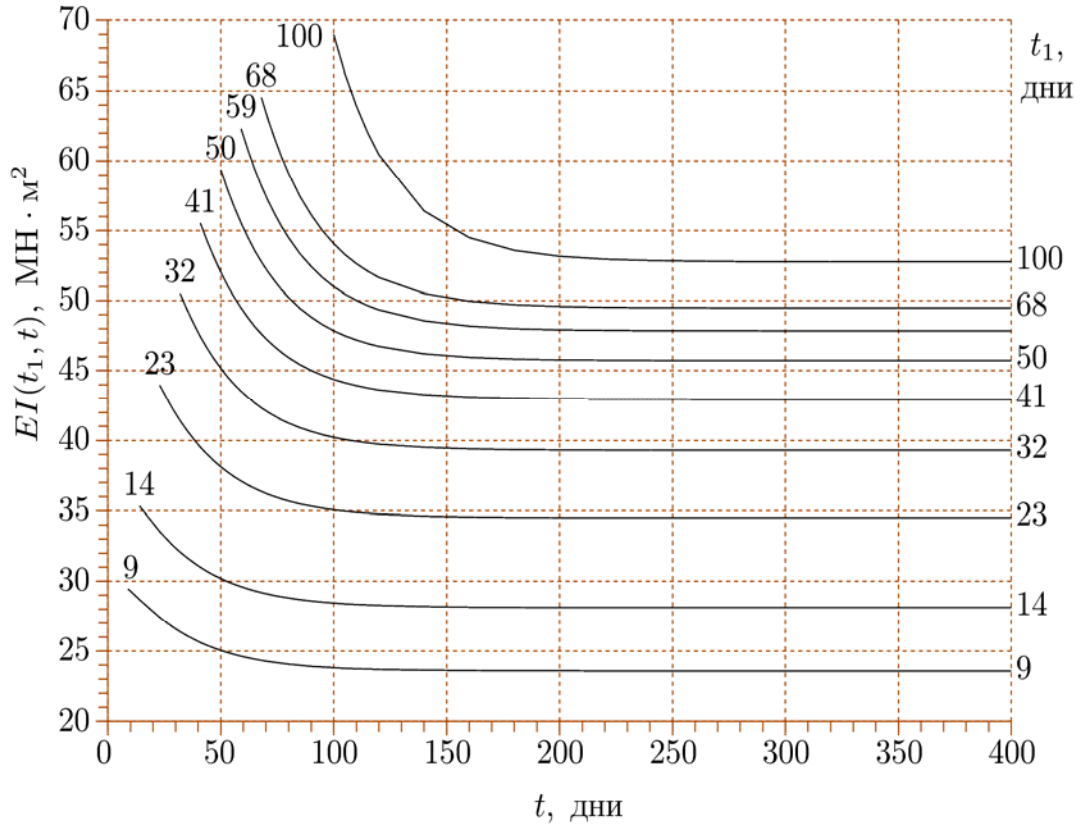


Рис. 4.10. Зависимость изгибной жёсткости колонны  $EI(t_1; t)$  от текущего времени и времени загрузки



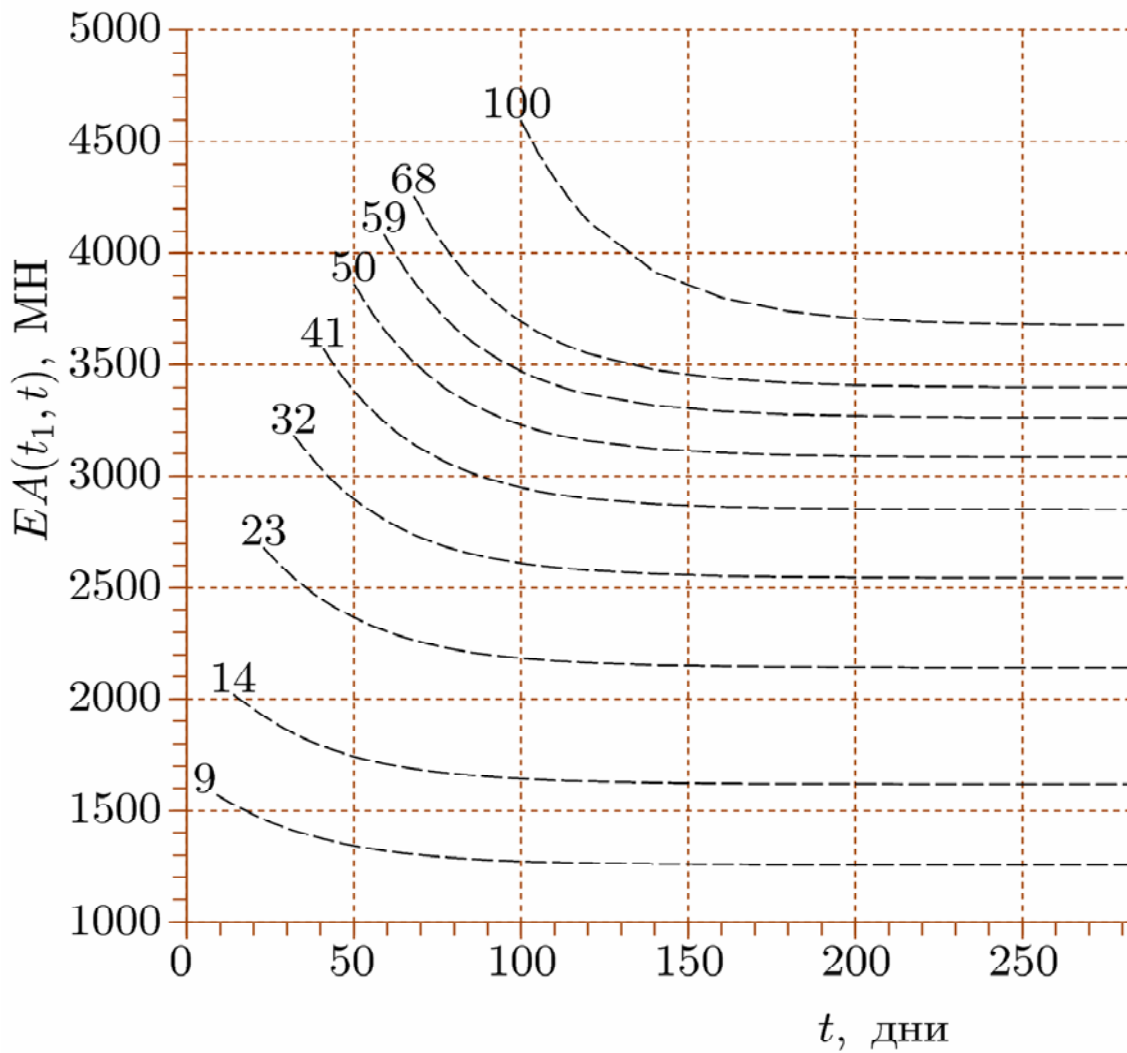


Рис. 4.11. Зависимость продольной жёсткости колонны  $EA(t_1; t)$  от текущего времени и времени загрузки

#### 4.3.4. Учёт нелинейности работы бетона

Для аппроксимации диаграммы работы бетона  $\sigma$ – $\varepsilon$  выражение (4.27)

$$\sigma_b = E_b \varepsilon - A_3 \varepsilon^3$$

модернизируем для учёта фактора времени к виду:

$$\sigma_b(t) = E_b(t) \varepsilon - A_3(t) \varepsilon^3; \quad (4.65)$$

$$A_3(t) = \frac{4}{27} \frac{E_b^3(t)}{R_b^2(t)}. \quad (4.66)$$

Здесь  $E_b(t)$  – текущий начальный модуль упругости материала, вычисляемый по формуле (4.62);  $R_b(t)$  – временное сопротивление бетона текущего возраста, определяемое по известной логарифмической зависимости  $R_b(t) = 0,7R_b \lg t$ .

Одновременный учёт физической нелинейности работы бетона и явления ползучести приводит к тому, что модуль упругости бетона является функцией двух переменных – возраста бетона при нагружении ( $t_1$ ) и текущего момента времени  $t$ , т.е.  $E_b = E_b(t_1; t)$ . Кроме того, в этом случае  $A_3$ , участвующее в уравнении моментов, и  $A_3$ , используемое в уравнении продольных сил, будут различаться. Так же, как и в подразд.4.3.3, будем применять коэффициент  $B_1$  для изгибной жёсткости,  $B_2$  – для жёсткости при растяжении и сжатии.

Жёсткость поперечного сечения при изгибе с учётом деформаций, возникающих в арматуре от изгибающего момента и продольной силы, вычисляется по выражению

$$EI(t_1; t) = E_{b_1}(t_1; t) \cdot I_b - A_3(t_1) \cdot (v'')^2 \frac{bh^5}{80} + E_s I_s + \sum E_s A_{sj} y_{sj} \frac{u'}{v''}. \quad (4.67)$$

Жёсткость при растяжении-сжатии с учётом деформаций, возникающих в арматуре от продольной силы и изгибающего момента, определяется по формуле

$$EA(t_1; t) = E_{b_2}(t_1; t) \cdot A_b - A_b A_3(t_1) \cdot (u')^2 + E_s A_s + \sum E_s A_{sj} y_{sj} \frac{v''}{u'}. \quad (4.68)$$

#### 4.3.5. Алгоритм расчёта по МСАЭ, реализуемый в программе для расчёта плоских рам на статические воздействия с учётом истории возведения и нагружения

Алгоритм расчёта по программе «МСАЭ – возведение и ползучесть» приведён на рис. 4.12.

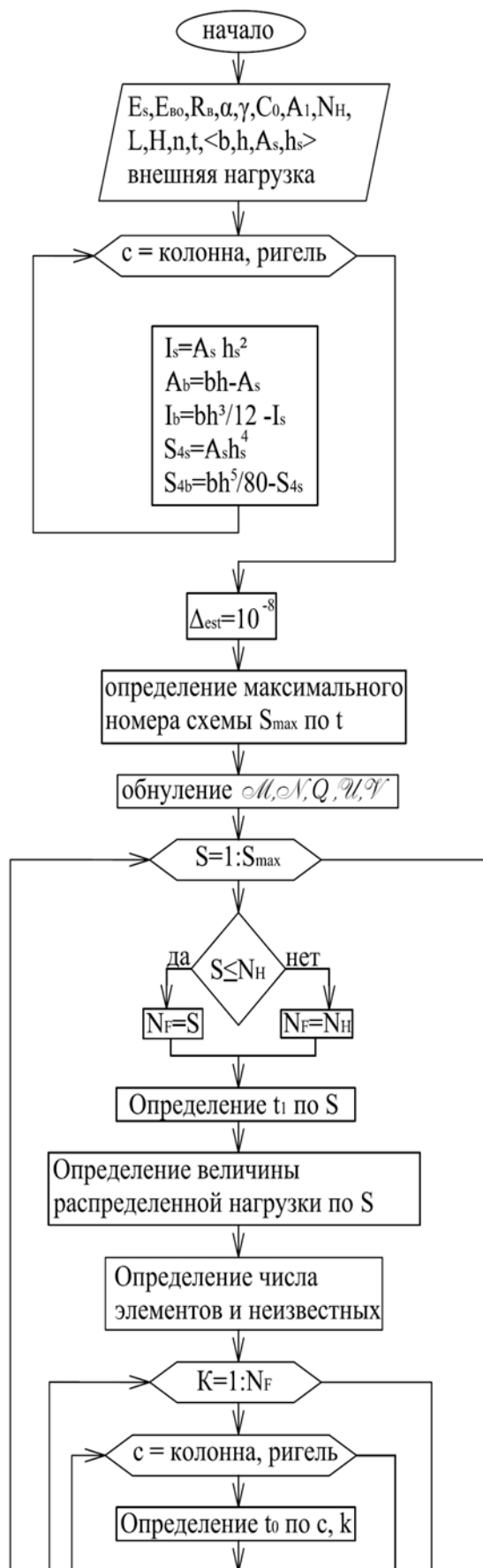


Рис. 4.12. Алгоритм «МСАЭ – возведение и ползучесть» (начало)

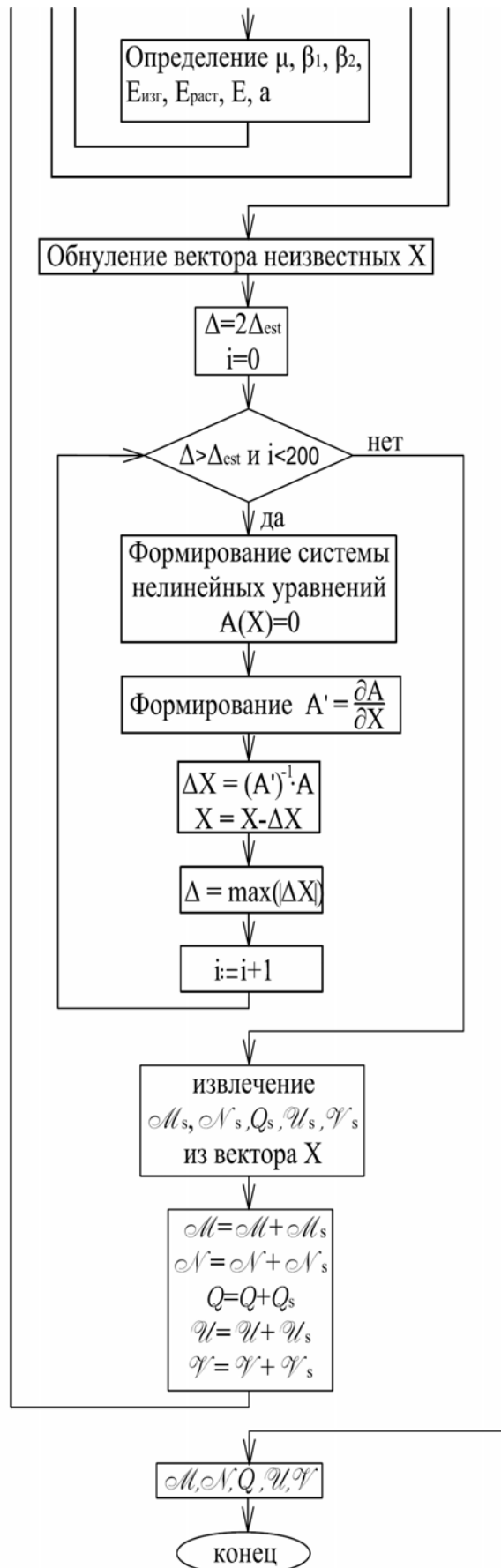


Рис. 4.12. Алгоритм расчёта по программе «МСАЭ – возведение и ползучесть» (окончание)

#### 4.3.6. Формирование разрешающей системы уравнений для 6-этажной рамы

##### Определение числа неизвестных в МСАЭ

В каждом элементе (колонна, ригель) имеем 2 группы неизвестных:

- внешние – усилия и перемещения концов элемента  $6+6=12$  неизвестных;
- внутренние – поперечные и продольные перемещения во внутренних точках разбиения –  $2 \cdot (n-1)$  неизвестных, где  $n$  – число участков разбиения элемента.

$$X_{\text{внеш.}} = \{M_0, M_n, Q_0, Q_n, u_0, u_n, v_0, v_n, \varphi_0, \varphi_n\}$$

$$X_{\text{внутр.}} = \{u_1, u_2, \dots, u_{n-1}, v_1, v_2, \dots, v_{n-1}\}$$

Например, задано 8 участков на каждом стержневом элементе.

Внутренних точек семь. Число неизвестных в каждом элементе:

$$12 + 2 \times 7 = 26.$$

В однопролётной шестиэтажной раме 18 стержневых элементов: 12 стоек и 6 ригелей.

Общее число неизвестных:

$$26 \times 18 = 468.$$

##### Формирование системы разрешающих уравнений МСАЭ

###### 1. Уравнения для элемента

3 уравнения равновесия для каждого стержневого элемента:

$$M_0 + M_n - Q_0 \cdot l + N_0 \cdot e = \frac{ql^2}{2};$$

$$Q_0 + Q_n = -ql;$$

$$N_0 + N_n = 0.$$

Уравнения  $EI \cdot v'' = M(x)$  изогнутой оси для внутренних точек элемента:

$$M_0 - Q_0 \cdot h + bv_0 - 2bv_1 + bv_2 + N_0(v_1 - v_0) = \frac{qh^2}{2}$$

$$M_0 - Q_0 \cdot 2h + bv_1 - 2bv_2 + bv_3 + N_0(v_2 - v_1) = \frac{q(2h)^2}{2}$$

.....

$$M_0 - Q_0 \cdot ih + bv_{i-1} - 2bv_i + bv_{i+1} + N_0(v_i - v_0) = \frac{q(ih)^2}{2}$$

.....

$$M_0 - Q_0 \cdot (n-1)h + bv_{n-2} - 2bv_{n-1} + bv_n + N_0(v_{n-1} - v_0) = \frac{q(n-1)^2 h^2}{2}$$

(Семь уравнений моментов для каждого элемента.)

Уравнения  $EI \cdot u' = N(x)$  для внутренних точек элемента:

$$N_0 - cu_0 + cu_1 = 0$$

$$N_0 - cu_1 + cu_2 = 0$$

.....

$$N_0 - cu_{i-1} + cu_i = 0$$

.....

$$N_0 - cu_{n-1} + cu_n = 0$$

(Восемь уравнений нормальных сил для каждого элемента.)

Два уравнения углов поворота для концевых сечений (через левую и правую конечные разности, аппроксимация по 5-ти точкам):

$$\varphi_0 = \frac{1}{12h} (-25v_0 + 48v_1 - 36v_2 + 16v_3 - 3v_4)$$

$$\varphi_n = \frac{1}{12h} (3v_{n-4} - 16v_{n-3} + 36v_{n-2} - 48v_{n-1} + 25v_n)$$

Итого для каждого элемента  $3+7+8+2=20$  уравнений.

Всего для рамы  $20 \times 18 = 360$  уравнений.

## 2. Уравнения равновесия узлов

$$\begin{aligned}\sum_k \left( -Q_{ns_k}^{(e_k)} \sin \alpha_k + N_{ns_k}^{(e_k)} \cos \alpha_k \right) + F_x &= 0; \\ \sum_k \left( -Q_{ns_k}^{(e_k)} \cos \alpha_k + N_{ns_k}^{(e_k)} \sin \alpha_k \right) + F_y &= 0; \\ \sum_k M_{ns_k}^{(e_k)} + M &= 0,\end{aligned}$$

где приняты обозначения:

$k$  – индекс суммирования по элементам, входящим в рассматриваемый узел;

$e_k$  – номер элемента;

$s_k$  – номер закрепления ( $s=0$  – начало элемента;  $s=1$  – конец);

$\alpha_k$  – угол между осью элемента и осью абсцисс;

$F_x, F_y, M$  – внешняя нагрузка на узел.

(Три уравнения равновесия для каждого узла: всего  $3 \times 12 = 36$  уравнений.)

## 3. Уравнения совместности деформаций

$$\begin{aligned}\left( u_{ns_1}^{(e_1)} \cos \alpha_1 - v_{ns_1}^{(e_1)} \sin \alpha_1 \right) - \left( u_{ns_2}^{(e_2)} \cos \alpha_2 - v_{ns_2}^{(e_2)} \sin \alpha_2 \right) &= 0 \\ \left( u_{ns_1}^{(e_1)} \sin \alpha_1 - v_{ns_1}^{(e_1)} \cos \alpha_1 \right) - \left( u_{ns_2}^{(e_2)} \sin \alpha_2 - v_{ns_2}^{(e_2)} \cos \alpha_2 \right) &= 0 \\ \varphi_{ns_1}^{(e_1)} - \varphi_{ns_2}^{(e_2)} &= 0\end{aligned}$$

(10 узлов по 6 уравнений и 2 узла по 3 уравнения: всего 66 уравнений.)

## 4. Уравнения граничных условий

В опорных сечениях при жёстких заделках:  $u = 0, v = 0, \varphi = 0$ .

С учётом двух жёстких заделок – 6 уравнений.

Общее число уравнений:

$$360 + 36 + 66 + 6 = 468.$$

#### 4.3.7. Анализ результатов расчёта монолитной рамы с использованием программы «МСАЭ – возведение и ползучесть»

Предварительно был выполнен тестовый расчёт рассматриваемой рамы без учёта последовательности нагружения, вычисленного с использованием классического расчёта (программа SCAD) и по МСАЭ (рис. 4.13). Практическое совпадение результатов свидетельствует о правильности расчёта по предлагаемой программе. Увеличение изгибающих моментов в колоннах объясняется тем, что расчёт выполняется по деформированной схеме: продольные силы с учётом возникающих эксцентриситетов создают дополнительный изгиб.

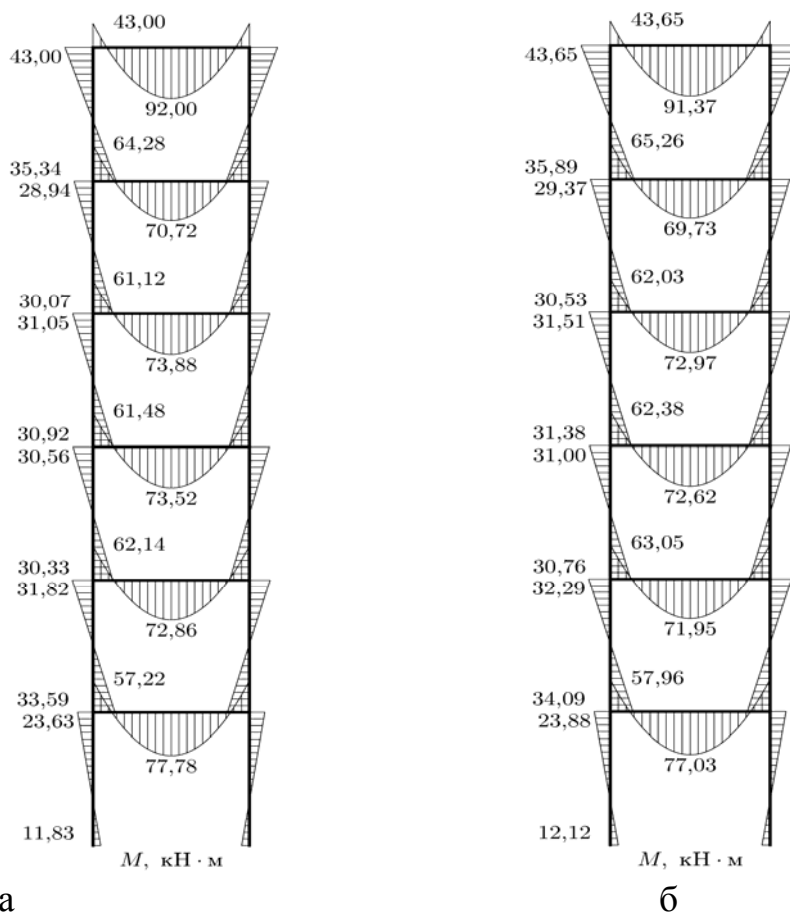


Рис. 4.13. Эпюры изгибающих моментов в классическом расчёте с одновременным нагружением ригелей всех этажей распределённой нагрузкой:  
а – вычисленная по МКЭ; б – вычисленная по МСАЭ  
с учётом деформации расчётной схемы



Результаты расчёта для всех рассмотренных вариантов, учитывающих историю нагружения рамы, представлены на рис. 4.14 и 4.15.

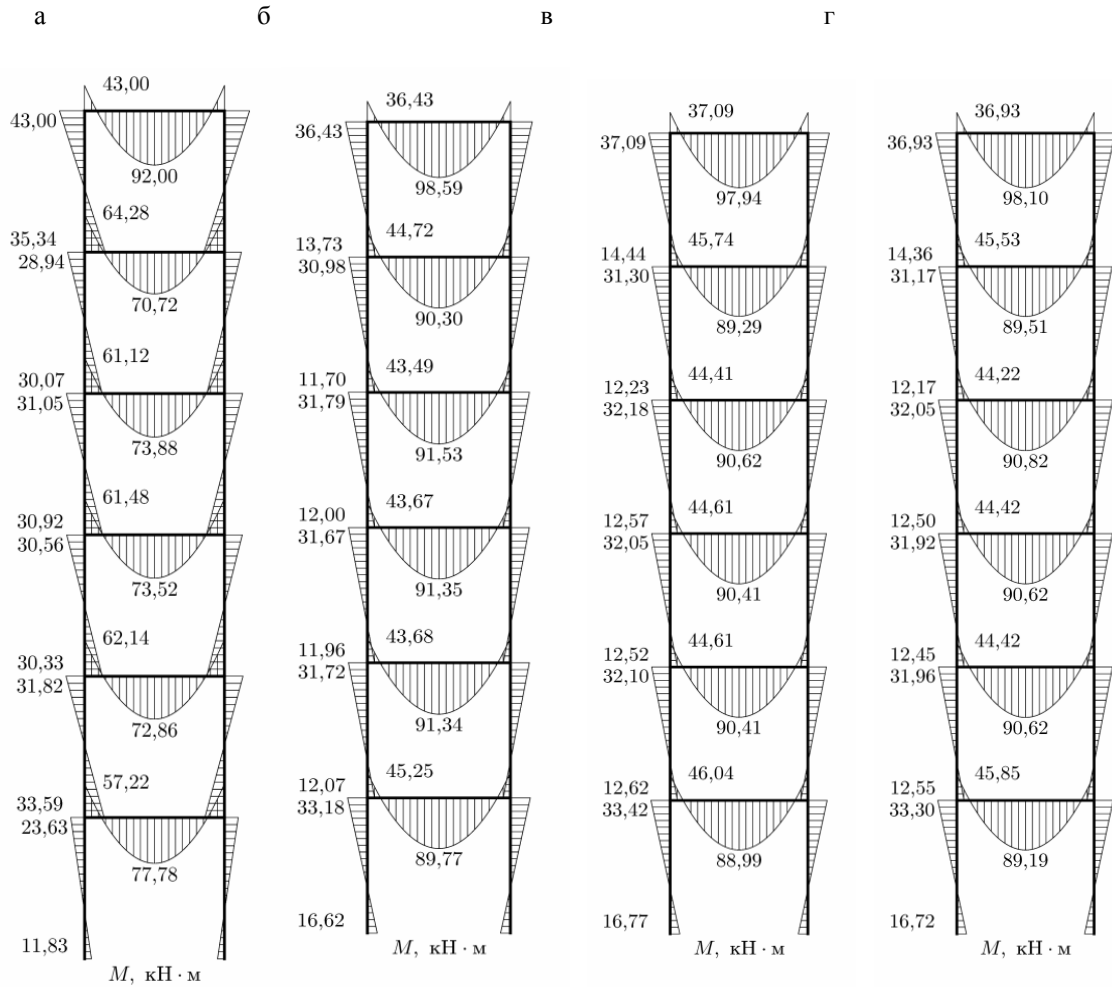


Рис. 4.14. Эпюры изгибающих моментов:  
 а – построенная классическим расчётом; б, в, г – по МСАЭ с учётом последовательности возведения: б – с постоянным  $E_b = E_0$ ; в – с учётом твердения и ползучести бетона; г – с учётом физической нелинейности, твердения и ползучести бетона

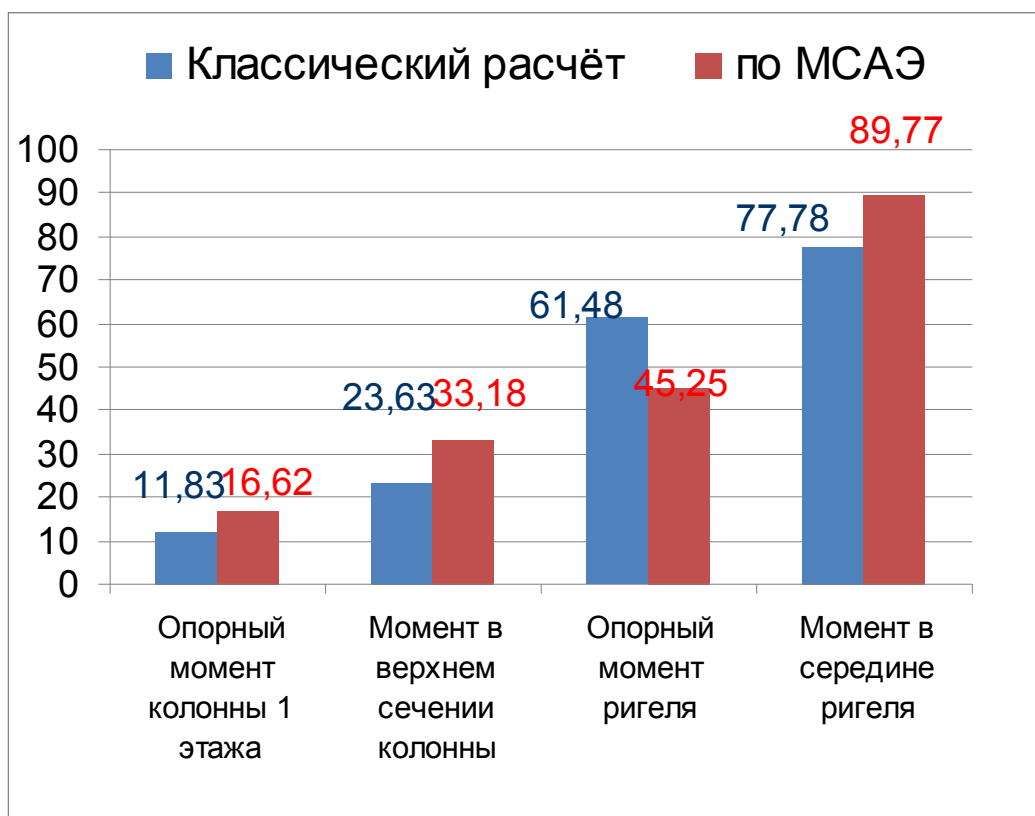


Рис. 4.15. Значения изгибающих моментов (кНм) в зависимости от нагрузок на этапе возведения ( $q_1=30$  кН/м): синие столбцы – значения, полученные классическим расчётом, красные – по МСАЭ с учётом последовательности возведения и нагружения

Как видно из рис. 4.14 и 4.15, наибольшее изменение величины изгибающего момента по сравнению с классическим расчётом произошло в стойках первого этажа – рост опорного момента на 41,7 %, момента в верхнем сечении на 40,4 %, уменьшение опорных моментов ригелей на 20–28 %, одновременный прирост моментов в середине ригелей на 16–24 %.

Учёт твердения и ползучести бетона не даёт видимого прироста в величине изгибающих моментов, но приводит к существенным перераспределениям напряжений между бетоном и арматурой. Кроме того, происходит значительный рост перемещений (рис. 4.16).

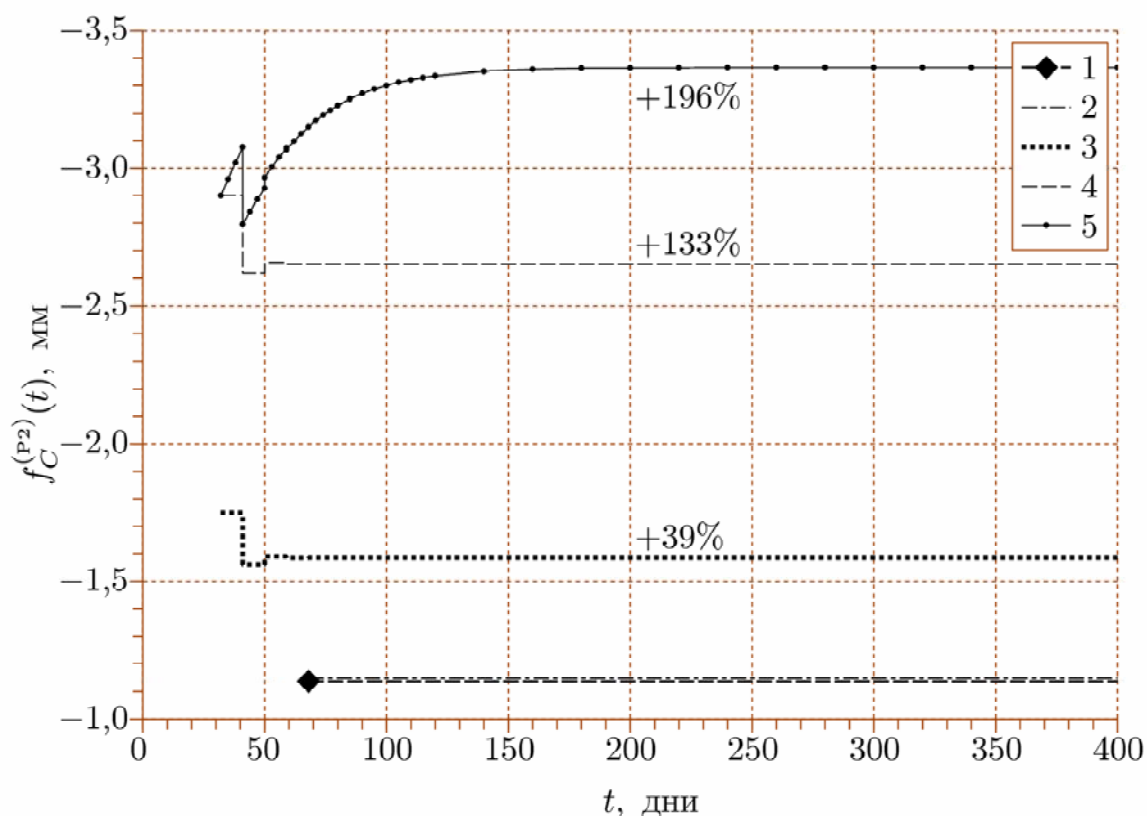


Рис. 4.16. Стрела прогиба ригеля второго этажа (от нагрузок на этапе возведения) полученная:

- 1 – классическим расчётом по МКЭ; 2 – классическим расчётом по МСАЭ;
- 3 – с учётом последовательности возведения; 4 – с учётом твердения бетона;
- 5 – с учётом ползучести бетона

На рис. 4.16 графики 1 и 2, которые практически совпадают, получены при нагружении 6-этажной рамы одновременно на всех этажах равномерно распределённой нагрузкой  $q_1=30$  кН/м. Графики 3-5 учитывают последовательность нагружения. Этим объясняются скачки прогиба в первые дни. Например, ригель второго этажа включился в работу на 32-й день, когда с него была снята опалубка, его прогиб получил определённое значение, на 41-й день включился в работу ригель третьего этажа, при этом рассматриваемый ригель получил небольшой выгиб вверх, т.е. его прогиб уменьшился; очередной ригель вновь несколько догрузил рассматриваемый.

Для оценки изменения напряжённо-деформированного состояния конструкций рамы в процессе возведения и последующего нагружения рассмотрим пример поэтапного нагружения рамы с выводом результатов расчёта на каждом этапе.

Выполним расчёт рамы многоэтажного промышленного здания, приняв соответствующие характеристики элементов и величины нагрузок на перекрытие. Максимальную нагрузку на ригели перекрытия зададим равной 120 кН/м, на ригели покрытия – 60 кН/м. Колонны сечением 600×400 мм,  $A_s=42,39 \text{ см}^2$ , ригели 600×300 мм,  $A_s=42,39 \text{ см}^2$ , армирование сечений колонн и ригелей принято симметричным. Бетон В-20. Этапы проведения монолитных работ приняты такими же, как в предыдущем примере, т.е. 9 суток на один этаж. Нагружение дополнительными нагрузками – остальной частью постоянной и всей временной нагрузкой – на каждом ригеле принято четырьмя этапами с интервалами в 1 месяц.

Анализ напряжённого состояния от полной нагрузки в наиболее нагруженных элементах рамы, выполненный с учётом истории нагружения и ползучести бетона (на 400-е сутки от начала строительства), показал значительный прирост напряжений в арматуре колонн и средних сечений ригелей (рис. 4.17).

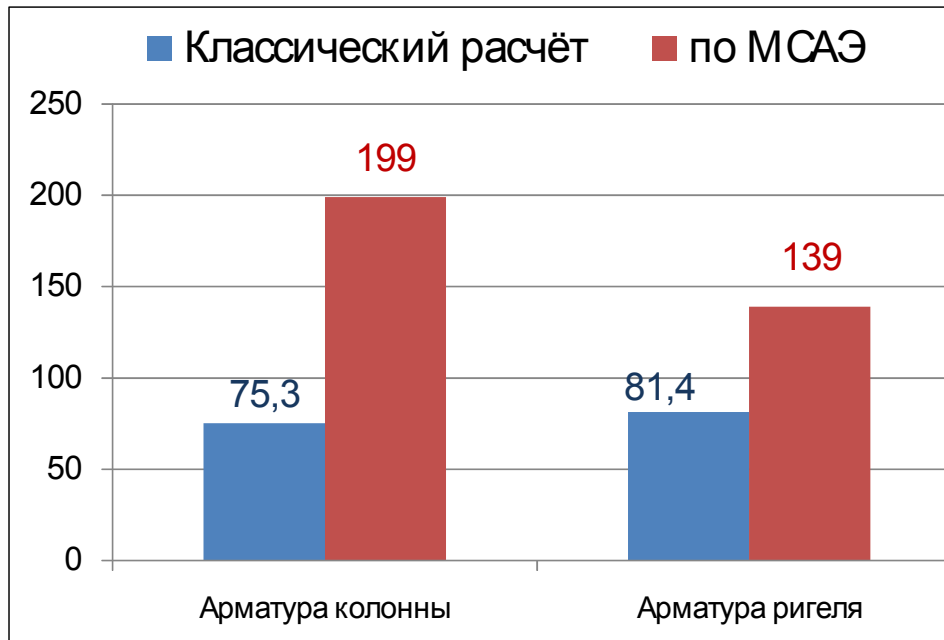


Рис. 4.17. Напряжения в арматуре опорного сечения колонны и среднего сечения ригеля, МПа

Анализ перемещений расчётных сечений от полной нагрузки, полученный с учётом истории нагружения и ползучести бетона, показывает, что в сравнении с классическим расчётом происходит значительный рост прогибов. Например, для ригеля первого этажа увеличение прогибов по сравнению с классическим расчётом составляет более 40 %. Наибольший вклад дают учёт реального модуля упругости бетона на каждом этапе нагружения и ползучесть бетона. Физическая нелинейность бетона в большей степени начинает проявляться при нагрузках, дающих значительные напряжения в бетоне. Например, в рассматриваемой раме дополнительное нагружение рассматриваемого ригеля двумя этапами по 30 кН/м также с интервалами в один месяц за счёт учёта физической нелинейности увеличивает прогиб на 9,4 %. Сравнительная диаграмма прогибов для классического расчета и с учётом всех рассматриваемых факторов представлена на рис. 4.18.

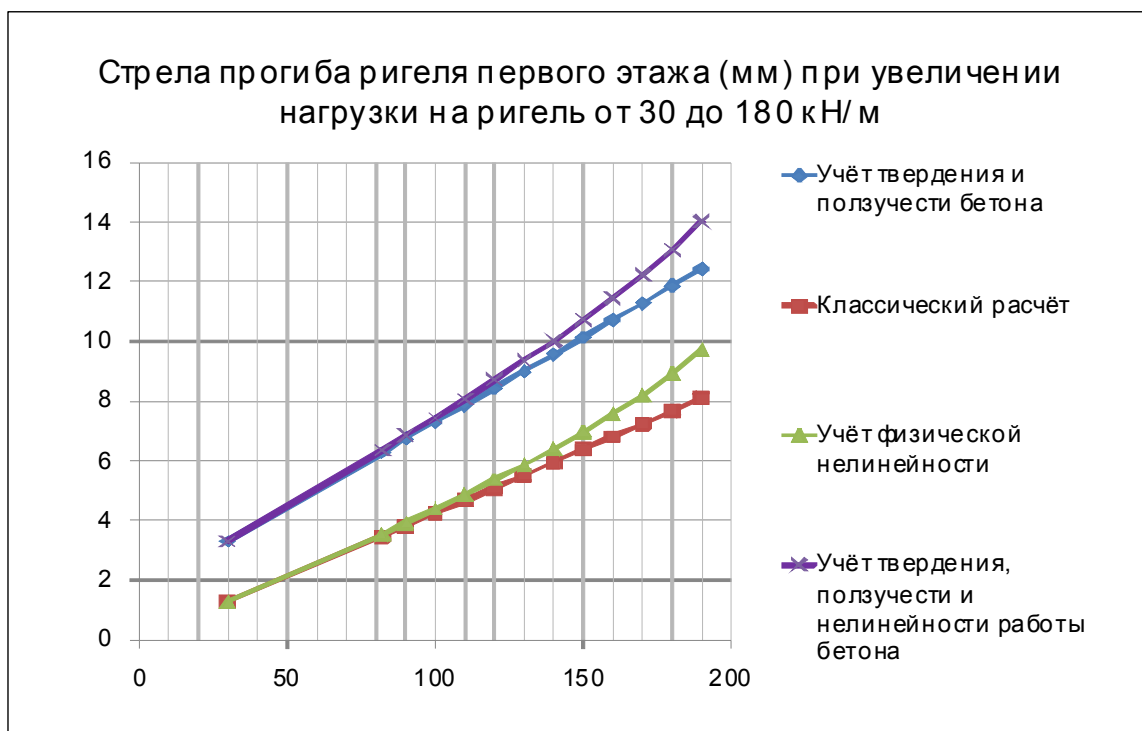


Рис. 4.18. Изменение стрелы прогибов ригеля первого этажа (мм) в зависимости от нагрузки при учёте различных факторов деформирования рамы

Вклад различных факторов (в %) в величину стрелы прогиба ригеля первого этажа показан на рис.4.19.

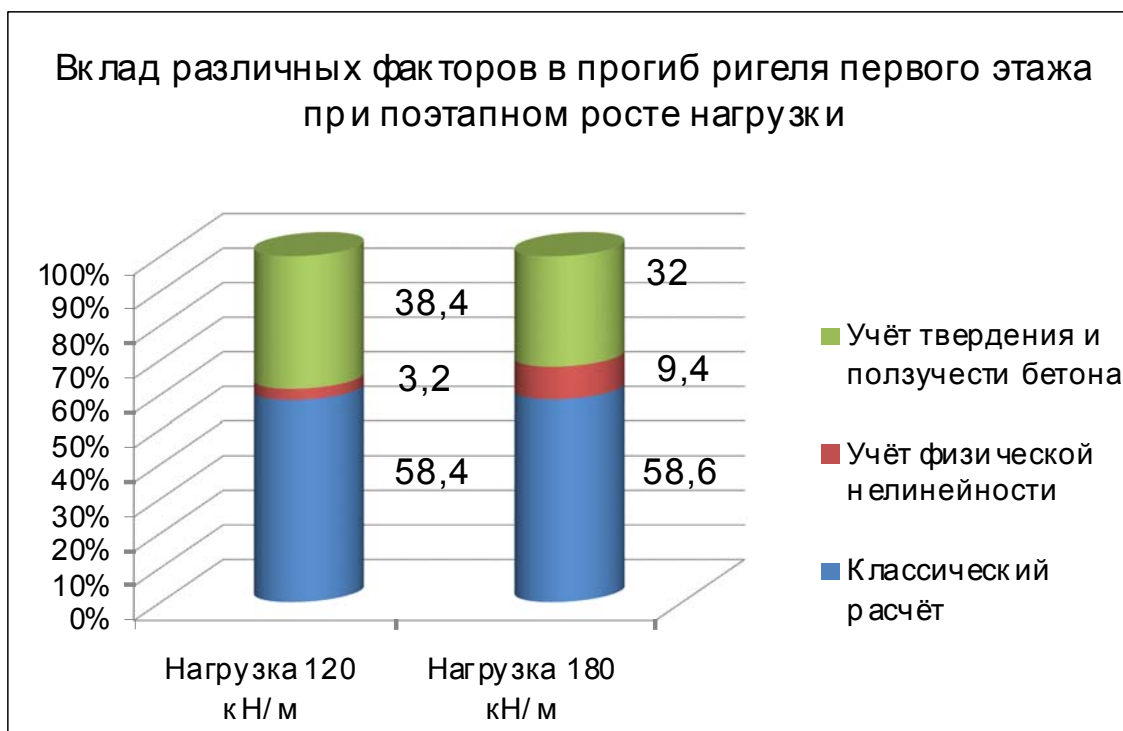


Рис. 4.19. Вклад различных факторов (в %) в величину стрелы прогиба ригеля первого этажа

Оценим изменение напряжённо-деформированного состояния колонны и ригеля первого этажа с учётом истории нагружения. Нагружение ригеля первого этажа было принято следующими этапами (с интервалами в один месяц):

- ✓ в возрасте 23 дня нагрузка  $q_1 = 30$  кН/м – собственный вес перекрытия первого этажа;
- ✓ в возрасте 53 дня добавлено  $q_2 = 30$  кН/м;
- ✓ в возрасте 83 дня приложено  $q_3 = 30$  кН/м;
- ✓ в возрасте 113 дней добавлено  $q_4 = 30$  кН/м.

На каждом этапе были вычислены упруго-мгновенные напряжения в бетоне сжатой зоны с учётом действительного значения модуля упругости бетона. Затем использованы зависимости Н.Х. Арутюняна для учёта твердения и ползучести бетона. На рис. 4.20 показано изменение напряжений в бетоне сжатой зоны в среднем сечении ригеля первого этажа.

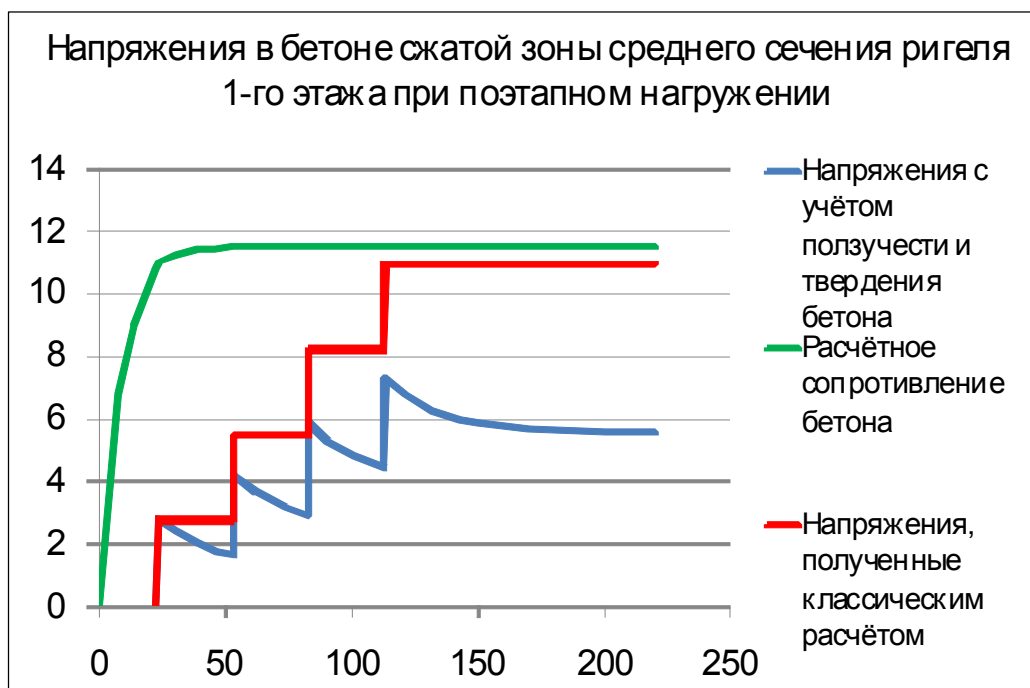


Рис. 4.20. Диаграмма напряжений в бетоне сжатой зоны среднего сечения ригеля 1-го этажа при поэтапном нагружении (МПа)

Из рис. 4.20 видно, что напряжения, полученные классическим расчётом, на четвёртом этапе нагружения приближаются к расчётному сопротивлению бетона при сжатии. Расчёт с учётом твердения и ползучести бетона показывает, что действительные напряжения в бетоне сжатой зоны на всех этапах нагружения намного ниже. Быстронатекающая ползучесть и связанная с ней релаксация напряжений в бетоне проявляются примерно в течение 30 суток от момента приложения нагрузок очередного этапа. Постепенное приложение нагрузки малыми порциями, как это обычно и происходит в процессе строительства, позволит избежать «пиков» на эпюре  $\sigma(t)$ . В рассмотренной раме установившиеся по истечении 200 суток нормальные напряжения в бетоне ригеля первого этажа составляют 50 % от его расчётного сопротивления. Очевидно, что ускорение сроков строительства монолитных железобетонных каркасов при учёте действительной работы бетона существенно не изменяет напряжений в бетоне, но при этом следует иметь в виду значительный рост неучтённых напряжений в арматуре элементов каркаса (рис. 4.21, 4.22).

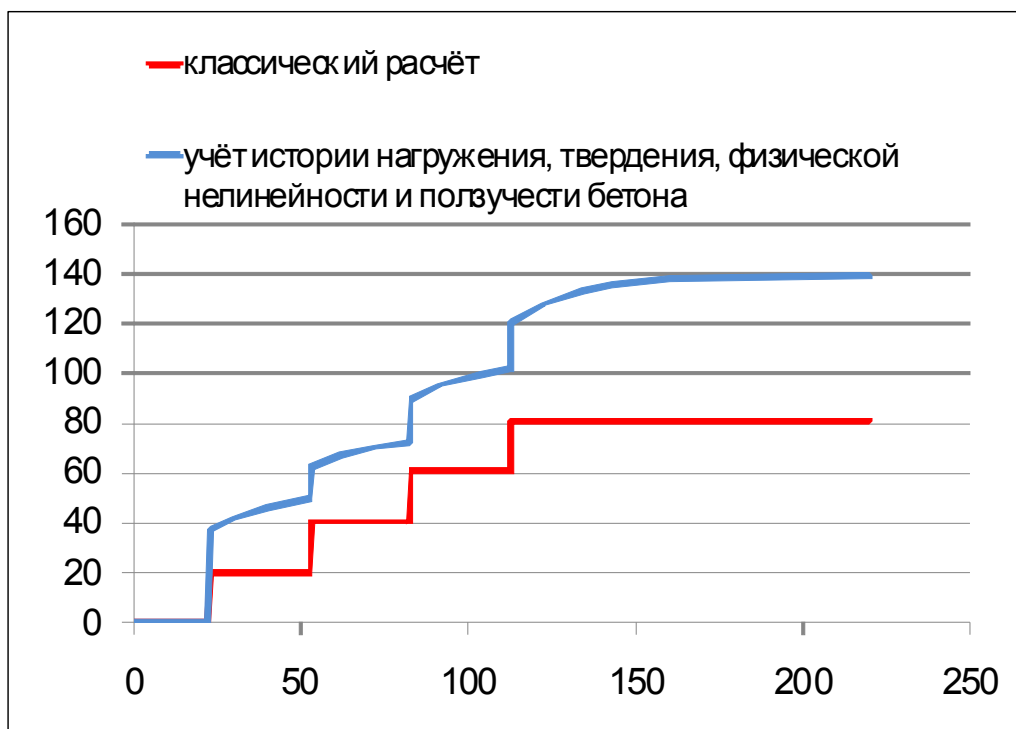


Рис.4.21. Напряжения (МПа) в арматуре среднего сечения ригеля 1-го этажа при поэтапном нагружении с учётом действительной работы бетона

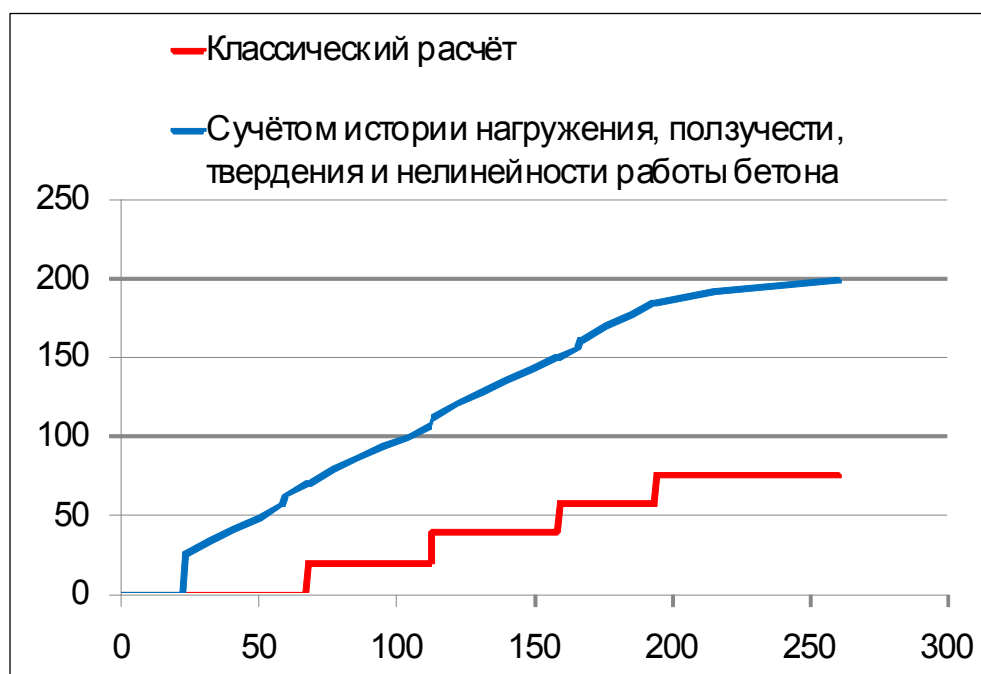


Рис. 4.22. Напряжения (МПа) в сжатой арматуре колонны 1-го этажа (верхнее сечение) при поэтапном нагружении с учётом действительной работы бетона



В рассматриваемом примере превышение действительных напряжений в арматуре ригеля составило 1,7 раза, в арматуре колонны – 2,6 раза. При этом следует отметить, что только за счёт использования формулы (4.61) для учёта реального модуля упругости бетона дополнительный прирост упруго-мгновенных напряжений в арматуре составил порядка 20 % по сравнению с вычисленными классическим расчётом, т.е. при нормативной величине  $E_b$ . Выявить реальное распределение напряжений в материале конструкций в соответствии с календарным планом производства работ и, возможно, скорректировать этот план поможет предлагаемая методика расчёта, реализованная в методе сеточной аппроксимации элементов.

### Выводы по четвертому разделу

1. Предложена методика приближённого расчёта на устойчивость рам, заменяемых условными сдвигоизгибными стержнями переменного сечения, базирующаяся на методе конечных разностей в матричной форме.

2. На основе метода сеточной аппроксимации элементов при учёте истории нагружения и связанного с нею фактором времени изменения механических характеристик бетона создана программа для определения внутренних усилий и перемещений в узловых и промежуточных сечениях элементов многоэтажной рамы.

3. Разработан алгоритм учёта ползучести и физической нелинейности работы бетона, позволяющий оценить вклад различных факторов в величину напряжений в бетоне и арматуре колонн и ригелей многоэтажных рам.

4. Предложенная методика расчёта по МСАЭ позволяет выявить величину дополнительных напряжений в наиболее ответственных элементах конструкций. К примеру, увеличение напряжений в арматуре ригелей только от нагрузок, приложенных на этапе возведения, составило 2,5 раза, а в целом по ригелям – 1,7 раза.

Увеличение напряжений в арматуре колонны 1-го этажа по сравнению с классическим расчётом составило 2,6 раза.

5. Дополнительный прирост упругомгновенных напряжений в арматуре монолитных каркасов только за счёт учёта реального модуля упругости бетона в зависимости от возраста бетона на каждом этапе приложения нагрузки составил порядка 20 % по сравнению с вычисленными классическим расчётом, т.е. при нормативной величине  $E_b$ .

6. Активный рост напряжений в арматуре, вызванный ползучестью бетона, нагруженного в ранние сроки, проявляется в течение 150-180 суток от момента нагружения и стабилизируется в возрасте бетона 220-270

суток, что особенно следует учитывать при определении напряжённо-деформируемого состояния многоэтажных монолитных конструкций.

7. Увеличение стрелы прогиба в ригелях монолитной рамы при учёте ползучести бетона достигает 70-95 % по сравнению с классическим расчётом.

8. Учёт последовательности возведения монолитной рамы даёт до 40 % расхождения внутренних усилий от нагрузок, учитываемых на этапе возведения, в наиболее нагруженных элементах по сравнению с определяемыми классическим расчётом. Особую озабоченность вызывают колонны 1-го этажа и средние сечения ригелей.

9. Предложенная методика позволяет точнее оценить напряжённое состояние в элементах монолитных каркасов, возводимых в короткие сроки, и выявить, насколько близки напряжения в бетоне и арматуре к пределу прочности на каждом этапе приложения нагрузки.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан алгоритм расчёта реальных усилий несущих каркасов многоэтажных зданий с учётом изменённой расчётной схемы и одновременным учётом последовательности возведения и нагружения. Выявлены причины многочисленных отказов, связанных с неправильной технологической последовательностью монтажа ригелей.

Разработан алгоритм учёта ползучести и физической нелинейности работы бетона растущей расчётной схемы, позволяющий оценить их влияние на величину напряжений в бетоне и арматуре колонн и ригелей многоэтажных каркасов в период строительства и начала эксплуатации.

Предложена методика расчёта и создана программа для определения внутренних усилий и перемещений в сечениях многоэтажных рам, базирующаяся на методе сеточной аппроксимации элементов, учитывающая историю возведения и нагружения и связанное с ними фактором времени изменение механических характеристик бетона.

Расчёт по программе «МСАЭ – возведение и ползучесть» позволяет оценить ресурс конструктивной безопасности уже построенных монолитных зданий с железобетонным каркасом и вновь возводимых, в том числе с ускорением темпов строительства.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Александровский, С.В. Расчёт бетонных и железобетонных конструкций на изменения температуры и влажности с учётом ползучести [Текст] / С.В. Александровский. – М.: Стройиздат, 1973. – 432 с.
2. Александровский, С.В. Экспериментальные исследования ползучести бетона [Текст] / С.В. Александровский, П.И. Васильев // Ползучесть и усадка бетона и железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1976. – С. 97–152.
3. Арутюнян, Н.Х. Некоторые вопросы теории ползучести [Текст] / Н.Х. Арутюнян. – М.: Гостехиздат, 1952. – 323 с.
4. Арутюнян, Н.Х. Теория ползучести неоднородных тел [Текст] / Н.Х. Арутюнян, В.В. Колмановский. – М.: Наука, 1983. – 336 с.
5. Арутюнян, Н.Х. Механика растущих вязкоупругопластических тел [Текст] / Н.Х. Арутюнян, А.Д. Дроздов, В.Э. Наумов. – М.: Наука, 1987. – 471 с.
6. Арутюнян, Н.Х. Расчёт строительных конструкций с учётом ползучести [Текст] / Н.Х. Арутюнян, А.А. Зевин. – М.: Стройиздат, 1988. – 256 с.
7. Байков, В.Н. Железобетонные конструкции [Текст] / В.Н. Байков, Э.Е. Сигалов. – М.: Стройиздат, 1985. – 728 с.
8. Башинский, В.В. Новый метод расчёта балок и жёстких рамных систем [Текст] / В.В. Башинский. – М.: Гостехиздат, 1930. – 230 с.
9. Бельский, Г.Е. О расчёте стержневых систем за пределами упругости [Текст] / Г.Е. Бельский // СМиРС. – 1966. – №2. – С.1–6.
10. Беглов, А.Д. Теория расчёта железобетонных конструкций на прочность и устойчивость. Современные нормы и Евростандарты [Текст] / А.Д. Беглов, Р.С. Санжаровский. – М.: Изд-во АСВ; СПб.: СПбГАСУ, 2006. – 221 с.
11. Берг, О.Я. Исследование неупругих деформаций и структурных изменений высокопрочного бетона при длительном воздействии сжимающих напряжений [Текст] / О.Я. Берг, А.И. Рожков // Тр. ЦНИИС. – М.: Транспорт, 1969. – Вып. 70.
12. Бовин, В.А. Расчёт железобетонных статически неопределимых стержневых систем с учётом ползучести [Текст] / В.А. Бовин, Е.А. Яценко // Ползучесть и усадка бетона. – Киев, 1969. – С.27–37.
13. Болотин, В.В. Динамическая устойчивость упругих систем [Текст] / В.В. Болотин. – М.: Гостехтеориздат, 1956. – 600 с.
14. Бондаренко, В.М. О методе расчёта железобетонных колонн [Текст] / В.М. Бондаренко, Р.С. Санжаровский // СМиРС. – 1984. – №3. С. 74–76.

15. Бондаренко, В.М. Предыстория и конструктивная безопасность зданий и сооружений [Текст] / В.М. Бондаренко // Изв. вузов. Строительство. – 2000. – №2. – С. 8–13.
16. Бондаренко, С.В. Теория сопротивления строительных конструкций режимным нагрузениям [Текст] / С.В. Бондаренко. – М.: Стройиздат, 1984. – 392 с.
17. Бондаренко, С.В. Усиление железобетонных конструкций при реконструкции зданий [Текст] / С.В. Бондаренко, Р.С. Санжаровский. – М.: Стройиздат, 1990. – 352 с.
18. Варвак, П.М. Метод сеток в задачах расчёта строительных конструкций [Текст] / П.М. Варвак, Л. П. Варвак. – М.: Стройиздат, 1977. – 155 с.
19. Васильков, Г.В. Эволюционная теория жизненного цикла механических систем: теория сооружений [Текст] / Г.В. Васильков. – Изд-во ЛКИ, 2008. – 320 с.
20. Вольмир, А.М. Устойчивость упругих систем [Текст] / А.М. Вольмир. – М.: Физматгиз, 1963. – 879 с.
21. Габбасов, Р.Ф. Численное решение некоторых динамических задач строительной механики [Текст] / Р. Ф. Габбасов, Д.Н. Низонов // СМиРС. – 1985. – №6. – С. 51–55.
22. Галлагер, Р. Метод конечных элементов. Основы [Текст] / Р. Галлагер. – М.: Мир, 1984. – 428 с.
23. Гвоздев, А.А. Расчёт несущей способности конструкции по методу предельного равновесия. Сущность метода и его обоснование [Текст] / А.А. Гвоздев. – М.: Стройиздат, 1949. – Вып. 1. – 280 с.
24. Гвоздев, А.А. Некоторые вопросы деформирования бетона и теория ползучести [Текст] / А.А. Гвоздев // Ползучесть строительных материалов и конструкций. – М.: Стройиздат, 1964.
25. Геммерлинг, А.В. Несущая способность рам в упруго-пластической стадии [Текст] / А.В. Геммерлинг, Г.Е. Бельский // Расчёт конструкций, работающих в упругопластической стадии: сб. тр. – Госстройиздат, 1961.
26. Геммерлинг, А.В. Матрица мгновенных реакций нелинейно-упругого стержня [Текст] / А.В. Геммерлинг, В.И. Сливкер // СМиРС. – 1973. – №3. – С.26–31.
27. Гениев, Г.А. Некоторые задачи расчёта стержней при общей нелинейной зависимости напряжений от деформации [Текст]: сб. ст. ЦНИИП / Г.А. Гениев. – М., 1956.
28. Гоши, Б. Статика и динамика зданий с листовым каркасом [Текст] / Б. Гоши; пер. с венг. – М.: Стройиздат, 1984. – 124 с.
29. Давыдова, Э.Г. Устойчивость двухветвенного стержня из нелинейно-упругого материала [Текст] / Э.Г. Давыдова // Строительная механика и расчёт сооружений, 1970, № 3, с. 7–10.

30. Динамический расчёт зданий и сооружений: Справочник проектировщика [Текст] / под ред. Б.Г. Коренева, И.М. Рабиновича. – М.: Стройиздат, 1984. – 303 с.

31. Додонов, М.И. Расчёт стержневых железобетонных элементов по деформационной схеме [Текст] / М.И. Додонов, Т.А. Мухамедиев, В.Х. Кунижиев, Г.Д. Адыркаева // СМиРС. – 1987. – №4. – С. 13–16.

32. Дроздов, П.Ф. Расчёт крупнопанельных зданий на горизонтальные и вертикальные нагрузки [Текст] / П.Ф. Дроздов // СМиРС. – 1966. – №6. – С. 1–6.

33. Дроздов, П.Ф. Конструирование и расчёт несущих систем многоэтажных зданий и их элементов [Текст] / П.Ф. Дроздов. – М.: Стройиздат, 1977. – 224 с.

34. Егупов, Е.К. Расчёт зданий на прочность, устойчивость и колебания [Текст] / Е.К. Егупов. – Киев: Будівельник, 1965. – 256 с.

35. Ендеде, М. Высотные здания с диафрагмами и стволами жёсткости [Текст] / М. Ендеде, И. Шейнога; пер. с чешск. – М.: Стройиздат, 1980. – 336 с.

36. Жемочкин, Б.Н. Расчёт рам [Текст] / Б.Н. Жемочкин. – М.: Стройиздат, 1965.

37. Жарский, А. Рамные конструкции. Ч. I [Текст] / А. Жарский. – М.: Стройиздат, 270 с.

38. Завьялова, О.Б. Исследование работы рам на горизонтальные нагрузки [Текст] / О.Б. Завьялова // Изв. вузов. Строительство. – 2004. – № 3. – С. 93–99.

39. Завьялова, О.Б. Уточнение расчётных усилий в монолитных фундаментных плитах при действии сосредоточенных нагрузок [Текст] / О.Б. Завьялова // ПГС. – 2007. – № 9. – С. 24–25.

40. Завьялова, О.Б. Влияние нарушений технологической последовательности монтажа ригелей на напряжённо-деформированное состояние каркасных зданий [Текст] / О.Б. Завьялова // Тезисы II междунар. науч.-практ. конф. «Астрахань – дом будущего». – Астрахань: АИСИ, 2008

41. Завьялова, О.Б. Учёт пространственной работы сил в многоэтажных зданиях при расчёте на вертикальную нагрузку при образовании карстового провала [Текст] / О.Б. Завьялова // III Междунар. науч.-практ. конф. – Астрахань: АИСИ, 2009.

42. Завьялова, О.Б. Учёт последовательности монтажа конструкций при расчёте усилий в рамных системах [Текст] / О.Б. Завьялова // Изв. вузов. Строительство. – 2009. – №2. – С. 115–122.

43. Завьялова, О.Б. Применение метода конечных разностей при расчёте устойчивости многоэтажных рам [Текст] / О.Б. Завьялова, А.И. Шеин // IX Междунар. науч.-техн. конф. «Эффективные строительные конструкции: Теория и практика». – Пенза: ПГУАС, 2009. – С. 142–147.

44. Завьялова, О.Б. Применение условного сдвигоизгибного стержня при расчёте рам на устойчивость [Текст] / О.Б. Завьялова, А.И. Шеин // Изв. вузов. Строительство. – 2010. – №1. – С. 99–105.

45. Завьялова, О.Б. Применение метода конечных разностей к расчёту плоских железобетонных рам по деформированной схеме с учётом армирования [Текст] / О.Б. Завьялова // V Междунар. науч.-практ. конф. – Астрахань: АИСИ, 2011.

46. Завьялова, О.Б. Применение метода сеточной аппроксимации элементов для расчёта монолитных железобетонных каркасов с учётом последовательности возведения, физической нелинейности и ползучести бетона [Текст] / О.Б. Завьялова, А.И. Шеин // Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений: тезисы докл. 4-го Междунар. симпозиума. – Челябинск: Изд-во Южно-Уральского ун-та (НИУ), 2012. – С. 212–214.

47. Завьялова, О.Б. Расчёт монолитных железобетонных каркасов с учётом последовательности возведения, физической нелинейности и ползучести бетона [Текст] / О.Б. Завьялова, А.И. Шеин // Строительная механика и расчёт сооружений. – 2012. – № 5. – С. 64–69.

48. Завьялова, О.Б. Учёт истории нагружения монолитных железобетонных плитно-стержневых систем при определении напряженного состояния их элементов [Текст] / О.Б. Завьялова // ПГС. – 2012. – № 7. – С. 58-61.

49. Завьялова, О.Б. Влияние физической нелинейности бетона на напряжённо-деформированное состояние элементов монолитных железобетонных рам, рассчитываемых с учётом истории нагружения [Текст] / А.И. Шеин, О.Б. Завьялова // ПГС. – 2012. – № 8. – С. 29-31.

50. Завьялова, О.Б. Приближённый расчёт многоэтажных зданий на вертикальную нагрузку при образовании карстового провала [Текст] / О.Б. Завьялова // Вестник ЮУрГУ. – 2012. – Вып. 15, №38 (297). – С. 4–8.

51. Завьялова, О.Б. Учёт истории нагружения рамных систем для повышения достоверности результатов расчёта [Текст] / О.Б. Завьялова, А.И. Шеин // VI Междунар. науч.-техн. конф. «Перспективы развития строительного комплекса». – Астрахань: АИСИ, 2012. – С. 57–66.

52. Зенкевич, О. Конечные элементы и аппроксимация [Текст] / О. Зенкевич, Е. Морган. – М.: Мир, 1986. – 318 с.

53. Игнатьев, В.А. Расчёт тонкостенных пространственных конструкций пластинчатой и пластинчато-стержневой структуры [Текст] / В.А. Игнатьев, О.Л. Соколов, И. Альтенбах, В. Киссинг. – М.: Стройиздат, 1996. – 560 с.

54. Игнатьев, В.А. Расчёт регулярных статически неопределимых стержневых систем [Текст] / В.А. Игнатьев. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1979. – 296 с.

55. Кабанцев, О.В. Расчёт несущих конструкций зданий с учётом истории возведения и поэтапного изменения основных параметров расчётной модели [Текст] / О.В. Кабанцев, А.В. Карлин // ПГС. – 2012. – № 7. – С.33–35.

56. Канторович, Л.В. Приближённые методы высшего анализа [Текст] / Л.В. Канторович, В.И. Крылов. – М.: Наука, 1968. – 398 с.

57. Карабанов, Б.В. Учёт геометрической нелинейности при проектировании железобетонных рам [Текст] / Б.В. Карабанов // Бетон и железобетон. – 1993. – №1. – С.17 – 19.

58. Караманский, Т.Д. Численные методы строительной механики [Текст] / Т.Д. Караманский. – М.: Стройиздат, 1981. – 434 с.

59. Каримов, И.Ш. Механизм ползучести бетона и факторы, влияющие на неё (обзор) [Текст] / И.Ш. Каримов // Технологии бетонов. – 2011. – №3–4.

60. Карпенко, Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами [Текст] / Н.И. Карпенко. – М.: Стройиздат, 1976. – 208 с.

61. Карпенко, Н.И. Общая теория механики железобетона [Текст] / Н.И. Карпенко. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.

62. Киселёв, В.А. Строительная механика. Общий курс [Текст]: учеб. для вузов / В.А. Киселёв. – М.: Стройиздат, 1986. – 520 с.

63. Киселёв, В.А. Строительная механика. Спец. курс. Динамика и устойчивость сооружений [Текст] / В.А. Киселёв. – М.: Стройиздат, 1980. – С. 480 – 498.

64. Клейн, Г.К. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики [Текст] / Г.К. Клейн, В.Г. Рекач, Г.И. Розенблат. – М.: Высшая школа, 1972. – С. 35.

65. Клованич, С.Ф. Метод конечных элементов в механике железобетона [Текст] / С.Ф. Клованич, И.Н. Мироненко. – Одесса, 2007.

66. Корноухов, Н.В. Прочность и устойчивость стержневых систем [Текст] / Н.В. Корноухов. – М.: Госстройиздат, 1949. – 375 с.

67. Куликов, Н.Г. Устойчивость стержневых систем методом построения огибающей эпюры критических сил [Текст] / Н.Г. Куликов. – Пенза: ПГУАС, 1995.

68. Лукаш П.А. Основы нелинейной строительной механики. – М.: Стройиздат, 1978. – 208 с.

69. Маслов, Г.Н. Термическое напряжённое состояние бетонных массивов при учёте ползучести бетона [Текст] / Г.Н. Маслов // Изв. НИИГ. – М.: Госэнергоиздат, 1941. – Т. 28. – С. 175–188.

70. Милейковский, И.Е. Расчёт составных стержней методами строительной механики оболочек // Экспериментальные и теоретические исследования тонкостенных пространственных конструкций [Текст] / И.Е. Милейковский. – М.: ЦНИПС, 1952. – С.30–34.



71. Митасов, В.М. Аналитическое представление диаграмм работы материалов за пределами упругости [Текст] / В.М. Митасов, Д.А. Фёдоров // СМиРС. – 1987. – № 4. – С. 19–21.
72. Михайлов, В.В. Отказы и состояние железобетонных конструкций производственных зданий [Текст] / В.В. Михайлов // Изв. вузов. Строительство. – 2003. – №1. – С. 107–110.
73. Муниг, А. Расчёт железобетонных стержневых систем с учётом геометрической и физической нелинейности [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук / А. Муниг. – СПб., 1992. – 24 с.
74. Николаи, Е.Л. Труды по механике [Текст] / Е.Л. Николаи. – М., 1955. – 584 с.
75. Панышин, Л.Л. Продольный изгиб несущих конструкций многоэтажных зданий [Текст] / Л.Л. Панышин // Строительная механика и расчёт сооружений. – 1973. – №1. – С. 30–34.
76. Петров, А.Н. Деформационная модель нелинейной ползучести железобетона и её приложения к расчёту плосконапряжённых элементов и систем из них [Текст]: автореф. дис. ... д-ра наук / А.Н. Петров. – М., 2001. – 36 с.
77. Писчиков, В.Г. Продольный изгиб деревянных составных стержней [Текст] / В.Г. Писчиков. – Проект и стандарт. – 1936. – № 6.
78. Подольский, Д.М. Пространственный расчёт зданий повышенной этажности [Текст] / Д.М. Подольский. – М.: Стройиздат, 1975. – 158 с.
79. Постнов, В.А. Численные методы расчёта судовых конструкций [Текст] / В.А. Постнов. – Л.: Судостроение, 1977. – 280 с.
80. Прокопович, И.Е. Влияние длительных процессов на напряжённое и деформированное состояние сооружений [Текст] / И.Е. Прокопович. – М.: Госстройиздат, 1963. – 260 с.
81. Пуляевский, Д.В. Исследование напряжённо-деформированного состояния наращиваемых систем с учётом нелинейной ползучести материала [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук / Д.В. Пуляевский. – М., 2007. – 23 с.
82. Пшеничкин, А.П. К расчёту крупнопанельных зданий как составных стержней с учётом фактора времени // Надёжность и долговечность строительных конструкций [Текст] / А.П. Пшеничкин, Б.А. Гагааш. – Волгоград, 1976. – С. 43–53.
83. Раевский, А.Н. Основы расчёта сооружений на устойчивость [Текст] / А.Н. Раевский. – М.: Высш. шк., 1962. – 224 с.
84. Работнов, Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел [Текст] / Ю.Н. Работнов. – М., 1977. – 384 с.
85. Рашба, Э.И. Определение напряжений в массивах от действия собственного веса с учётом порядка их возведения [Текст] / Э.И. Рашба // Сб. тр. ин-та строит. механики АН УССР. – 1953. – № 18. – С. 23–27.

86. Ржаницын А.Р. Составные стержни и пластинки [Текст] / А.Р. Ржаницын. – М.: Стройиздат, 1986. – 316 с.
87. Ржаницын, А.Р. Теория ползучести [Текст] / А.Р. Ржаницын. – М.: Стройиздат, 1968. – 416 с.
88. Ржаницын, А.Р. Теория составных стержней строительных конструкций [Текст] / А.Р. Ржаницын. – М.: Стройиздат, 1948.
89. Ржаницын, А.Р. Строительная механика [Текст]: учеб. пособие для строит. спец. вузов / А.Р. Ржаницын. – М.: Высшая школа, 1991. – С. 258.
90. Ржаницын, А.Р. Расчёт оболочки каркаса высотной части дворца культуры и науки в Варшаве на ветровую нагрузку [Текст] / А.Р. Ржаницын, И.Е. Милейковский // Строительная промышленность. – 1954. – № 2. – С.24–28.
91. Розенблат, Г.И. Применение метода деформаций к расчёту рам за пределом упругости [Текст] / Г.И. Розенблат // Исследования по теории сооружений: сб. ст. – М.: Госстройиздат, 1957. – Вып.7 – 224 с.
92. Санжаровский, Р.С. Усиление железобетонных конструкций при реконструкции зданий [Текст] / С.В. Бондаренко, Р.С. Санжаровский. – М.: Стройиздат, 1990. – 352 с.
93. Сапожников, А.И. Особенности работы и методика пространственного расчёта многоэтажных рамно-связевых систем. Ч.1. Прочность [Текст] / А.И. Сапожников, Е.А. Денисова. – Астрахань: АТИРПиХ, 1988. – 23 с.
94. Сапожников, А.И. Определение характера изменения жёсткости параметров стен и перекрытий по данным экспериментов на моделях путём поэтапного решения обратных задач [Текст] / А.И. Сапожников // Изв. вузов. Строительство, 1996. – №2. – 5 с.
95. Сапожников, А.И. Учёт последовательности возведения зданий методом конечных элементов с поэтажным формированием расчётной модели [Текст] / А.И. Сапожников, С.М. Григоршев // Строительная механика и расчёт сооружений, 2010. – № 1. – С.19-26.
96. Сапожников, А.И. Учёт последовательности возведения каркасных зданий различной конструктивной схемы [Текст] / А.И. Сапожников, С.М. Григоршев // Изв. вузов. Строительство, 2010. – № 2. – С. 96-105.
97. Сапожников, М.А. Учёт геометрической нелинейности при работе стержневых конструкций методом конечных элементов [Текст] / М.А. Сапожников // Бетон и железобетон. – 1990. – №6. – С.33-35.
98. Свод правил СП 53-102-2004. п.11.3.6. Расчетные длины колонн (стоек) [Текст].
99. Секулович М. Метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1993. – 665 с.
100. Сконников, А.В. Расчёт усилий стержневых железобетонных конструкций с учётом физической и геометрической нелинейности и с использованием ЭВМ [Текст] / А.В. Сконников. – Л., 1989. – 16 с.

101. Смирнов, А.Ф. Строительная механика стержневых систем [Текст] / А.Ф. Смирнов, А.В. Александров, В.Я. Лащенко, Н.Н. Шапошников. – М.: Стройиздат, 1981. – 512 с.
102. Справочник проектировщика. Типовые железобетонные конструкции зданий и сооружений для промышленного строительства [Текст] / под ред. Г.И. Бердичевского. – М.: Стройиздат, 1974. – 398 с.
103. Тер-Эммануилян, Т.Н. Применение метода полной дискретизации к расчёту пластин и стержней при ползучести [Текст]: дис. ... канд. техн. наук / Т.Н. Тер-Эммануилян. – ЛИСИ, 1989. – 149 с.
104. Тимошенко, С.П. Устойчивость упругих систем [Текст] / С.П. Тимошенко. – М., 1955. – 568 с.
105. Улицкий, И.И. Определение величин деформации ползучести и усадки бетона [Текст] / И.И. Улицкий. – Киев: Будівельник, 1967. – 348 с.
106. Улицкий, И.И. Теория и расчёт железобетонных стержневых конструкций с учётом длительных процессов [Текст] / И.И. Улицкий. – Киев: Госстройиздат УССР, 1961.
107. Филин, А.П. Дискретные расчётные схемы в строительной механике [Текст] / А.П. Филин // Изд. АН СССР, 1964. – №5.
108. Харлаб, В.Д. Линейная теория ползучести наращиваемого тела [Текст] / В.Д. Харлаб. – Л.: ЛИСИ, 1966. – Вып.1. – С. 93–119.
109. Харлаб, В.Д. Меры ползучести железобетона [Текст] / В.Д. Харлаб. – Л.: ЛИСИ, 1966. – Вып. 49. – С. 84 – 92.
110. Хечумов, Р.А. Применение метода конечных элементов к расчёту конструкций [Текст] / Р.А. Хечумов, Х. Кепплер, В.И. Прокофьев. – М.: АСВ, 1994. – 352 с.
111. Хечумов, Р.А. Вариационный метод расчёта составных стержней переменного сечения [Текст] / Р.А. Хечумов. – М.: МИСИ, 1962. – 28с.
112. Чернов, Н.Л. Расчёт элементов стальных стержневых систем за пределом упругости по деформированной схеме [Текст] / Н.Л. Чернов, И.А. Артюшин, Ю.В. Кунченко, В.С. Шебанин // Изв. вузов. Строительство, 1991. – №7. – С. 18–21.
113. Чернов, Н.Л. Расчёт плоских стальных стержневых систем с учётом физической и геометрической нелинейности [Текст] / Н.Л. Чернов, А.А. Мещанинов, В.С. Шебанин // Изв. вузов. Строительство, 1993. – №5.
114. Шапошников, Н.Н. Программа для расчёта плоских стержневых систем методом конечных элементов «SHAP» [Текст] / Н.Н. Шапошников. – М.:МИИТ, 1988.
115. Шапошников, Н.Н. Расчёт машиностроительных конструкций на прочность и жёсткость [Текст] / Н.Н. Шапошников, Н.Д. Тарабасов, Б. Петров, В.И. Мяченков. – М.: Машиностроение, 1981. – 333 с.
116. Шеин, А.И. Метод сеточной аппроксимации элементов в задачах строительной механики нелинейных стержневых систем [Текст] / А.И. Шеин. – Пенза: ПГУАС, 2005. – 248 с.

117. Шеин, А.И. Потеря устойчивости напряжённо-деформированного состояния физически нелинейных стержневых систем [Текст] / А.И. Шеин // Материалы XXX науч.-техн. конф. – Пенза: ПГАСА, 1999. – С. 133-134.

118. Шеин, А.И. Метод сеточной аппроксимации элементов при расчёте рамных каркасов [Текст] / А.И. Шеин // Изв. вузов. Строительство. – 2002. – №3. – С. 9–13.

119. Шеин, А.И. Уточнённая теория стержневых систем применительно к методу сеточной аппроксимации элементов [Текст] / А.И. Шеин // Изв. вузов. Строительство. – 2003. – №2. – С. 11–16.

120. Шеин, А.И. Приближённый метод оценки устойчивости по диаграмме равновесных состояний [Текст] / А.И. Шеин, А.В. Дукарт // Актуальные проблемы современного строительства: Материалы XXXII Всерос. науч.-техн. конф. – Пенза: ПГАСА, 2003. – С. 38–39.

121. Aronievici J. Zurkraftverteilung in genieten Stäben. – Österr. Wochenschrift f.d. öffentlich Baudienst. – Wien, 1908.

122. Bazant Z.P., Panula L. Creep and Shrinkage Characterization for Analyzing Prestressed Concrete Structures. Характеристики ползучести и усадки для анализа преднапряженных бетонных структур. // PCI Journal, May/ June 1980, Vol. 15, No.3, pp.87–122.

123. Brooks J. J. How Admixtures Affect Shrinkage and Creep. Как добавки влияют на усадку и ползучесть. // Concrete International. April 1999.

124. Brooks J.J., Neville A. M. Estimating Long-term Creep and Shrinkage from Short-term Tests. Оценка длительной ползучести и усадки ранними испытаниями. // Magazine of Concrete Research, March 1975, Vol.27, No.90, pp.3–12.

125. Collins T.M. Proportioning High-Strength Concrete to Control Creep and Shrinkage. Пропорции смеси в высокопрочном бетоне для контроля ползучести и усадки. // ACI Materials Journal. 1989. № 6, pp.576–580.

126. Dilger W.H., Wang C. Creep and Shrinkage of High Performance Concrete. Ползучесть и усадка высококачественного бетона. ACI Special Publication 194. 2000, pp.361–371.

127. Engesser F. Zentralblatt der Bauverwaltung, 1891, s. 481, 1907, s. 609.

128. Glanwill W.H. Creep of concrete under Load. The Structural Engineering, London, 1933, № 2.

129. Grüning L. Die Statik des eben Tragwerkes. – Berlin, 1925.

130. Lee E.H.

131. Lew H.S. Construction loads and effects in concrete building construction // Concr. Int. Des. And Constr. – 1985. – V.7, № 4. – P. 20 – 23.

132. Lewicki B. Budynki mieszkalne z prefabrykatow wielkowy miarowych. – Warszawa, 1964. – 602 s.

133. Mises R.V., Ratzendorfer J. – Zeitschr. f. angewandte Mathem und Mechanik, 1925, s. 388, u. 415.

134. Müller–Breslau H. Neuere Methoden des Festigkeitslehre. – Leipzig, 1913, s. 388, u. 415.

135. Neville A.M., Dilger W.H., Brooks J.□J. Creep of Plain and Structural Concrete. Ползучесть обычного и структурного бетона. Longman Group, New York, 1983.

136. Ngab A.S., Nilson A.H., Slate F.□O. Shrinkage and Creep of High Strength Concrete. Усадка и ползучесть высокопрочного бетона. //ACI Journal, July/August 1981, Vol.78, No.4, pp.255–261.

137. Ramachandran V. S. Concrete Admixtures Handbook. Руководство по бетонным добавкам. 2<sup>nd</sup> Edition; Noyes Publications; Park Ridge, New Jersey, USA, 1995.

138. Rosman R. Statics of Non-symmetric Shearwall Structures. – Proc. Inst. Of Civil Eng., 1971, p.p. 211–244.

139. Rossi P. Une nouvelle approche concernant le fluage et la relaxation propres du beton. Новый подход к рассмотрению явлений ползучести и релаксации бетона. //Bull. Liais. Lab. ponts et chaussees. 1988, № 153, pp.73–76.

140. Yamamoto T. Creep and Shrinkage of High-Strength Reinforced Concrete Columns. Ползучесть и усадка высокопрочных армированных бетонных колонн. //Transactions of the Japan Concrete Institute. 1990, Vol.12, pp.101–106.

141. Zavyalova, O.B. Methods for taking into account constructing and stressing histories of framed structures for improving reliability of computations // 14th International Conference on Computing in Civil and Building Engineering in Moscow, Russia, 2012. – С.162-163.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
1. ОБЗОР ОБЩЕПРИНЯТЫХ И АЛЬТЕРНАТИВНЫХ СПОСОБОВ РАСЧЁТА РАМ И РАМНЫХ СИСТЕМ.....	9
1.1. Совершенствование точных методов расчёта рам и рамных систем .....	9
1.2. Учёт геометрической и физической нелинейности при расчёте стержневых конструкций .....	13
1.3. Учёт ползучести и старения бетона в строительной механике наращиваемых тел .....	16
2. УЧЁТ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ВОЗВЕДЕНИЯ ЗДАНИЯ ПРИ РАСЧЁТЕ РАМ НА ВЕРТИКАЛЬНЫЕ НАГРУЗКИ .....	22
2.1. Влияние последовательности монтажа здания на напряжённо-деформированное состояние поперечных рам.....	22
2.2. Учёт нарушений технологической последовательности монтажа ригелей при формировании расчётной схемы рамы.....	30
2.3. Учёт истории нагружения сборных каркасов.....	36
2.4. Примеры из современного строительства.....	43
3. УЧЁТ ИСТОРИИ НАГРУЖЕНИЯ МОНОЛИТНЫХ ПЛАСТИНЧАТО-СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ .....	49
3.1. Учёт ползучести и изменения упругомгновенного модуля деформации бетона при расчёте центрально-сжатых элементов каркаса .....	49
3.2. Учёт ползучести бетона при нормативном модуле упругости в процессе строительства.....	58
3.3. Учёт ползучести бетона в изгибаемых элементах .....	59
4. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СЕТОЧНОЙ АППРОКСИМАЦИИ ЭЛЕМЕНТОВ (МСАЭ) ДЛЯ РАСЧЁТА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КАРКАСОВ С УЧЁТОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ВОЗВЕДЕНИЯ И НАГРУЖЕНИЯ .....	66
4.1. Применение МСАЭ для расчёта сжатоизогнутых железобетонных стержневых элементов и конструкций.....	66
4.1.1. Основные уравнения .....	66
4.1.2. Расчёт консольной балки, загруженной на конце продольной и поперечной нагрузками .....	69
4.1.3. Применение МСАЭ к расчёту плоских стержневых конструкций по деформированной схеме с учётом армирования .....	71
4.2. Применение МСАЭ для расчёта стержневых конструкций с учётом физической нелинейности работы бетона .....	80

4.3. Применение МСАЭ к расчёту монолитной железобетонной рамы с учётом истории возведения и нагружения.....	83
4.3.1. Постановка задачи и методы, применяемые в расчёте.....	83
4.3.2. Учёт последовательности возведения.....	84
4.3.3. Учёт ползучести бетона и изменения его модуля мгновенной упругости.....	85
4.3.4. Учёт нелинейности работы бетона.....	89
4.3.5. Алгоритм расчёта по МСАЭ, реализуемый в программе для расчёта плоских рам на статические воздействия с учётом истории возведения и нагружения.....	90
4.3.6. Формирование разрешающей системы уравнений для 6-этажной рамы.....	93
4.3.7. Анализ результатов расчёта монолитной рамы с использованием программы «МСАЭ – возведение и ползучесть».....	96
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	107
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	108

Научное издание

Завьялова Ольга Борисовна  
Шеин Александр Иванович

РАСЧЁТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КАРКАСОВ  
С УЧЁТОМ ИСТОРИИ ВОЗВЕДЕНИЯ  
И НАГРУЖЕНИЯ

Монография

Редактор      М.А. Сухова  
Верстка        Н.В. Кучина

---

Подписано в печать 04.06.14. Формат 60×84/16.  
Бумага офисная «Снегурочка». Печать на ризографе.  
Усл. печ. л. 7,0. Уч.-изд.л. 7,5. Тираж 500 экз. 1-й завод 100 экз.  
Заказ № 175.

---

Издательство ПГУАС.  
440028, г.Пенза, ул. Германа Титова, 28.