МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства»
(ПГУАС)

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОСТРОЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

ПРОПЕДЕВТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРО-ГРАФИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА

Рекомендовано Редсоветом университета
в качестве учебного пособия для студентов
всех строительных специальностей очной и заочной формы обучения

Пенза 2014

УДК 514.18+76(075.8)
ББК 22.151.3+85.15я 73
О-75

Рецензенты: кандидат технических наук, доцент В.В. Бурлов (ПГТА);
кандидат технических наук, доцент О.Л. Викторова (ПГУАС)

О-75 **Основы** теории построения изображений: учеб. пособие / Л.А. Найниш, Г.С. Слюсар, Л.Е. Гаврилюк, Е.М. Тишина. – Пенза: ПГУАС, 2014. – 115 с.

Дан необходимый объем базовых геометрических знаний на основании синтетического подхода, который необходим для освоения многомерной проективной геометрии, которая является теоретической базой геометро-графических дисциплин. Рассмотрены алгоритмы базовых геометрических построений. Представлена система основных стандартов, регламентирующих выполнение технических изображений в той или иной области техники или строительства.

Учебное пособие подготовлено на кафедре «Начертательная геометрия» и предназначено для студентов всех строительных специальностей очной и заочной формы обучения, а также профильных учебных классов и других учебных заведений, занимающихся пропедевтической подготовкой.

© Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, 2014
© Найниш Л.А., Слюсар Г.С., Гаврилюк Л.Е., Тишина Е.М., 2014

ВВЕДЕНИЕ

Наблюдая различные объекты реальности, мы видим, что они имеют какую-то форму, размеры и каким-то образом расположены в пространстве. Перечисленные сведения называются геометрической информацией. Геометрической информацией обладают почти все окружающие нас объекты, поэтому процесс получения и переработки геометрической информации является широко распространенной процедурой. Получение, фиксация и работа с геометрической информацией различных объектов является важной составляющей любой профессиональной деятельности в области техники и строительства.

Получить геометрическую информацию можно, непосредственно наблюдая объект. Но, к сожалению, это не всегда возможно. Наблюдаемый объект может быть недосягаем или вообще отсутствовать. Например, возникла необходимость восстановить разрушенное здание. Как определить его размеры, форму, взаимное расположение деталей? Или как будет выглядеть проектируемый объект, которого пока еще нет? Каковы его размеры и форма? На все эти вопросы можно получить ответ, если есть что-то, что может предоставить необходимую геометрическую информацию, заменив собой интересующий объект. Таким заменителем обычно оказываются макеты, фотографии, чертежи, рисунки и т.п., которые дают наблюдателю необходимую геометрическую информацию об исходном объекте.

При этом, интересующие трехмерные объекты на указанных заменителях должны быть узнаны. Узнавание обеспечивается сохранением на плоском изображении всей геометрической информации исходного объекта. Особенно это важно в строительстве или технике, где чертежи являются основными носителями геометрической информации об исходном объекте. Утрата или ее искажение может привести к печальным последствиям. В результате, в процессе создания таких заменителей возникает важный вопрос: при каких условиях они сохраняют всю геометрическую информацию исходного объекта?

Ответ на этот вопрос дается в работах профессора Валькова К.И. Он дает наиболее общее определение процессу замены одного объекта другим, определяя его процесс моделирования. Выявляет основание для такой замены – это наличие одинаковой информации у двух различных объектов. Объект, которым заменяют, предлагается называть м о д е л ь ю , объект, который заменяют, – и с х о д н ы м .

Если основанием для замены является геометрическая информация, то такой процесс называется процессом **геометрического моделирования**. А плоские изображения, в которых сохранена вся геометрическая информа-

ция исходного трехмерного объекта, – предложил называть геометрическими моделями. Это позволяет их отличать от тех изображений, в которых геометрическая информация исходного объекта искажена или хотя бы частично утрачена. Но тут возникает вопрос: «что необходимо предпринять для сохранения все геометрической информации трехмерного объекта на плоском изображении?». Ответом на этот вопрос явилась теория, которая была разработана К.И. Вальковым. В ней были раскрыты основные закономерности, позволяющие сохранять всю геометрическую информацию трехмерного объекта на его плоском изображении. Выявить указанные закономерности позволило описание процесса возникновения плоских изображений с позиций многомерной проективной геометрии. Это позволило разработать доказательную базу, которая ранее отсутствовала в таком математическом курсе, как начертательная геометрия. Предложенные К.И. Вальковым идеи позволили пересмотреть традиционные геометро-графические дисциплины, связанные с обучением процессу создания технических изображений (чертежей), объединив их в систему. В результате, комплекс геометро-графических дисциплин обрел новое качество и, как следствие, обрел новое название – **теория построения изображений.**

Для ее освоения необходимы соответствующие школьные знания геометрии, которая должна рассматриваться с позиций синтетического подхода. Но, к сожалению, в настоящее время геометрия фактически исключена из школьного учебного плана. А то, что от нее осталось, рассматривается в большей степени с аналитических позиций. В результате вузовские педагоги должны включать в свои учебные планы изучение необходимых разделов школьной геометрии, рассматривая их с позиций синтетического подхода. Иначе, изложение основных разделов теории построения изображений окажется за пределами понимания студентов. Но для этого необходимо дополнительное учебное время.

А ситуация сложилась так, что в вузовских учебных планах существует тенденция сокращения учебного времени, отпущенного на освоение теории построения изображений. Нехватка учебного времени обостряется еще и тем, что из процесса школьного обучения полностью исключено черчение, которое давало необходимую пропедевтическую подготовку, связанную с формированием базовых знаний об основных стандартах оформления технических изображений.

Эти причины приводят к невозможности качественной подготовки в области геометро-графических дисциплин, которые формируют важные профессиональные умения и без которых невозможно ни проектирование, ни создание, ни эксплуатация ни одного строительного или технического объекта. А перед преподавателями вузов и студентами возникает слож-

нейшая проблема, связанная с поддержанием эффективности процесса освоения комплекса геометро-графических дисциплин.

Указанные разделы в предлагаемом учебном пособии представляют собой систему взаимосвязанных знаний, которые составляют базовую часть теории построения изображений, являющейся основой геометро-графического комплекса учебных дисциплин.

Учебное пособие предназначено для факультетов повышения квалификации учителей профильных учебных классов и других учебных заведений, занимающихся пропедевтической подготовкой, необходимой для профессиональной и творческой самореализации по направлениям «Архитектура», «Дизайн», «Строительство», а также «Машиностроение» и «Технология». Учебное пособие составлено в соответствии с программами учебных курсов геометро-графических дисциплин, утвержденными Министерством высшего и среднего специального образования РФ.

При написании настоящего учебного пособия использован многолетний опыт пропедевтической работы авторов в Муниципальном бюджетном общеобразовательном учреждении лицее архитектуры и дизайна №3 г. Пензы.

БАЗОВЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ЗНАНИЯ

> Ни тридцать лет, ни тридцать столетий не оказывают никакого влияния на ясность и красоту **геометрических истин**.
>
> *Льюис Кэрролл*

1.1. Немного о геометрии

Знания, связанные с землемерием и расчетом площадей фигур, легшие в основу геометрии, были еще известны в Древнем Египте. Но родоначальниками науки традиционно считают греков, которые переняли их, систематизировали и создали доказательную базу к ним.

Известный труд Евклида «Начала», увидевший свет еще в III веке до н.э., почти 2 тысячи лет считался образцом изложения аксиоматического метода. Он вобрал в себя известные на тот момент доказательства всех геометрических положений, основанных на логике и небольшом числе аксиом.

Геометрия греков (или евклидова, или элементарная) сводилась к изучению простейших плоских геометрических форм: прямых, отрезков, плоскостей, конических сечений, правильных многоугольников и многогранников. Изучались и пространственные образования: шары, цилиндры, призмы, пирамиды и конусы. Изыскания сводились к определению их объемов и площадей.

В средние века произошло открытие Р. Декартом координатного метода. Это привело к созданию аналитической геометрии, которая задает преобразования и фигуры алгебраическими уравнениями и ее же методами их изучает.

Дальнейшее развитие науки шло по введению в сферу ее исследований различных видов преобразований геометрических фигур, появлявшихся в связи с развитием математики и физики.

Говоря о математике, выдающийся российский математик В.И. Арнольд заметил, что «…математика – часть физики». Другой Российский математик И.Ф. Шарыгин «продолжает: …а физика – часть геометрии». Великий французский архитектор Ле Карбюзье как-то заявил: «Все вокруг геометрия!!!», подтверждая тем самым, что геометрической информацией обладают все без исключения объекты реальности. Осознаем мы это или нет, но наша цивилизация – это цивилизация геометрии. Огромное количество профессий связано с оперированием геометрической информацией. Кроме этого, геометрия является той базой, которая формирует у людей

понимание прекрасного. Она развивает образное мышление обучающихся и приемы конструктивной деятельности. [1]. Академик В.И. Арнольд утверждает, что только геометрия обучает искусству доказательств. «Тот, кто не научился искусству доказательства в школе, не способен отличить правильное рассуждение от неправильного». Другой выдающийся российский математик И.Ф. Шарыгин говорит, что история геометрии не только отражает историю развития человеческой мысли. Геометрия издавна является одним из самых мощных моторов, двигающих эту мысль.

К XIX веку геометрия, как наука, стала настолько многогранна. Классическая геометрия сегодня включает девять отдельных предметов, каждый из которых является самостоятельной научной дисциплиной.

Среди них:

1) евклидова геометрия;
2) проективная геометрия;
3) аффинная геометрия;
4) начертательная геометрия;
5) многомерная геометрия;
6) неевклидова геометрия;
7) топология;
8) аналитическая геометрия;
9) дифференциальная геометрия.

Евклидова геометрия (или элементарная) – этот тот раздел, который изучают в школе. В основе ее предположение, что при любом перемещении фигур, их повороте или отражении, все углы и отрезки сохраняют свои размеры. В ней различают два самостоятельных раздела: планиметрию, которая изучает плоские фигуры и стереометрию, изучающую их трехмерные виды.

Евклидова геометрия является основой для изучения многомерной проективной геометрии, которая по традиции называется начертательной геометрией. Однако, преподавание этой дисциплины в школе носит формальный характер, так как с введением ЕГЭ и сдачей единого экзамена по математике знания по геометрии не проверяются. А те знания геометрии, которые даются в школе, имеют ярко выраженный аналитический уклон. В результате, первокурсники не обладают элементарными геометрическими знаниями, которые крайне необходимы для изучения комплекса геометрографических дисциплин.

1.2. Геометрическое пространство и его элементы

Основу любых геометрических представлений составляют понятия о геометрических элементах и геометрическом пространстве.

Геометрическим пространством принято считать бесконечное множество геометрических элементов. Например, прямую можно считать пространством, если она представляется как множество точек. Плоскость, как пространство, является множеством точек или прямых. Этот ряд примеров можно продолжать достаточно долго, что обеспечивается универсальностью определения пространства.

Распространенным способом образования пространства является кинематический. Суть его заключается в том, что некоторый элемент, например точка, прямая или плоскость, перемещаясь по какому-либо закону, образует это пространство. Например, результатом перемещения точки является линия. Прямолинейное перемещение образует прямую, криволинейное – кривую линию. Перемещение прямой или кривой линии образует плоскость или поверхность, которые, согласно данному определению, можно также считать пространствами.

В зависимости от характера перемещаемого элемента, полученные пространства могут быть **линейными** или **нелинейными**. В линейном пространстве можно выделить прямую, в нелинейном – нельзя.

Геометрическое пространство отличают следующие свойства, которые необходимо учитывать при работе с ним:

1) относительность;
2) абстрактность;
3) размерность;
4) проективность.

Относительность геометрического пространства. Любой геометрический элемент может являться одновременно пространством, и наоборот, любое пространство может оказаться элементом. Здесь важно понять, что принцип относительности действует и в геометрии. Любое определение не является жестко фиксированным по отношению к определяемому объекту.

Абстрактность геометрического пространства. Геометрическое пространство является математическим объектом, и, как любой математический объект, оно не существует в реальной действительности.

Размерность геометрического пространства. Одной из распространенных операций над геометрическими пространствами является выделение элемента этого пространства. Для этого в пространстве фиксируется система координат. Она позволяет сопоставить положение элемента в пространстве с некоторым набором чисел.

Рассмотрим несколько примеров применительно к линейным пространствам. Положению произвольных точек A и B на прямой l (рис. 1) ставится в соответствие набор из одного числа – это расстояние от точек до некоторой фиксированной точки O, играющей роль координатной системы. В результате прямая, как множество точек, представляет собой одномерное пространство.

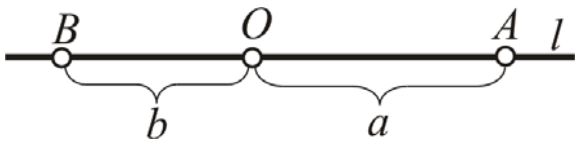


Рис. 1. Выделение точки
из множества точек прямой

Положению точки A в плоскости ставится в соответствие набор из двух чисел (рис. 2), которые считываются на координатных осях x и y. Множество точек плоскости – двухмерное пространство.

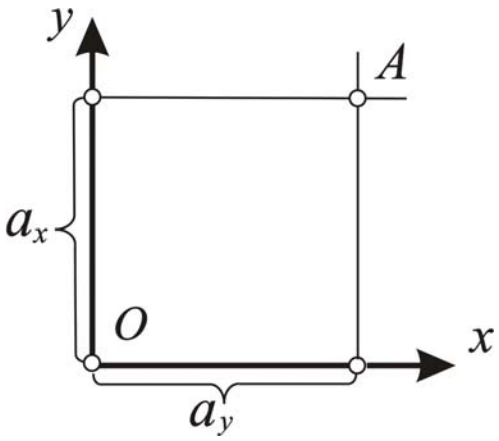


Рис. 2. Выделение точки
из множества точек в плоскости

Положению точки A в трехмерном пространстве соответствует набор из трех чисел (рис. 3). Для того чтобы ее выделить, необходимо выполнить известную процедуру. Через заданную точку провести три плоскости α, β, γ. Каждая из этих плоскостей пересечет ось координат, которой перпендикулярна, и выделит на ней точку. Расстояние от этой точки до начала координат измеряется конкретным числом ax, ay, az. В результате получим три числа, которые позволяют выделить в трехмерном пространстве одну точку из бесконечного множества ей подобных.

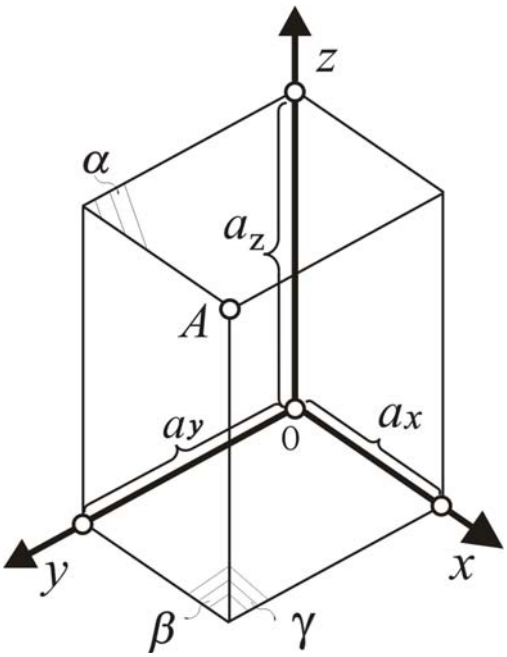


Рис. 3. Выделение одной точки из множества точек
в трехмерном пространстве

Исходя из требования рациональности, набор чисел должен быть минимальным. Это требование является непременным условием при выделении геометрического элемента из множества ему подобных. Поэтому, выделяя одну прямую из множества прямых плоскости, достаточно набора из двух чисел, поскольку положение прямой определяется двумя точками, но взять их нужно на координатных осях (рис. 4). В результате плоскость, как множество прямых, оказывается двухмерным пространством.

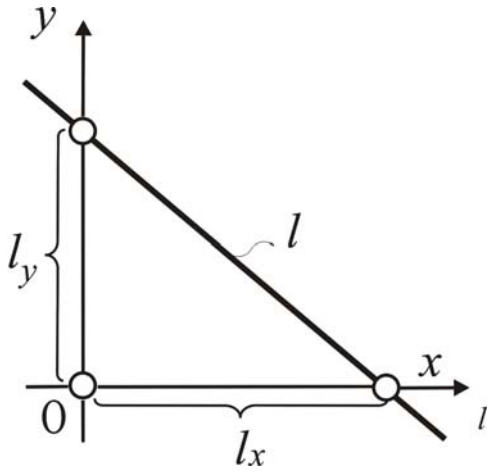


Рис. 4. Выделение одной прямой из множества прямых в плоскости

Положение прямой в трехмерном пространстве соответствует набору из четырех чисел, так как две ее точки целесообразно взять в координатных плоскостях (рис. 5). Следовательно, множество прямых трехмерного

пространства образует четырехмерное пространство. Возникающая здесь риторическая тавтология связана с традицией в наименовании пространств, но она не искажает существо рассматриваемой ситуации.

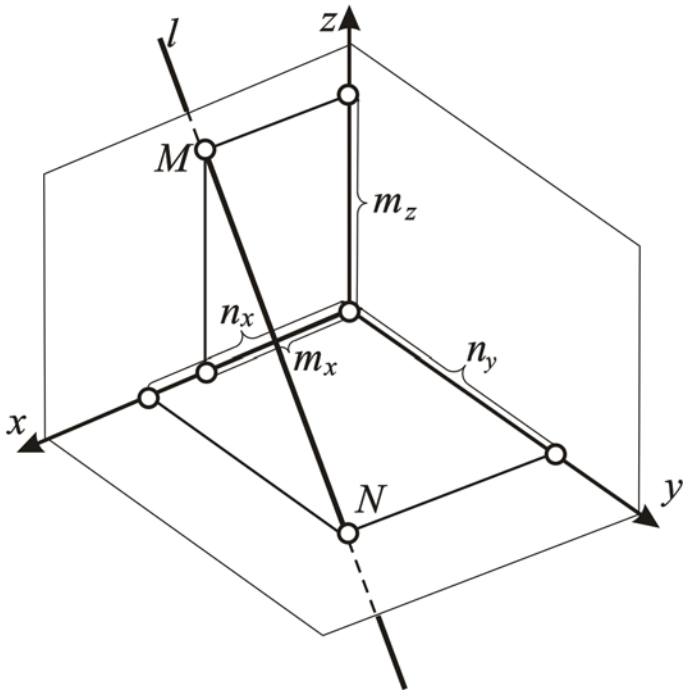


Рис. 5. Выделение одной прямой
из множества прямых трехмерного пространства

Три точки, определяющие положение плоскости в трехмерном пространстве, лучше всего выбрать на координатных осях. Таким образом, положению плоскости в пространстве соответствуют три числа (рис. 6).

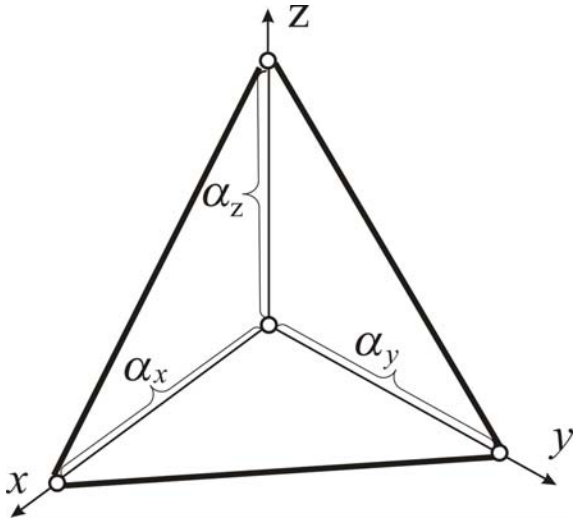


Рис. 6. Выделение одной плоскости
из множества плоскостей трехмерного пространства

Очевидно, что этот ряд примеров можно продолжать достаточно долго, и в каждом случае положению элемента в пространстве соответствует набору чисел. С этим соответствием связано понятие о размерности пространства. Сколько чисел входит в набор, такова и размерность пространства. Таким образом, прямолинейный ряд точек имеет размерность, равную единице (R^1), плоское поле точек и прямых двумерно (R^2), трехмерное пространство (R^3), как множество точек, имеет размерность равную трем, но как множество прямых, оно уже четырехмерно (R^4).

Обобщая сказанное, можно сделать определение: *размерность – это минимальный набор чисел, который определяет положение элемента в пространстве.*

Проективность геометрического пространства. Основная цель, которая определяла необходимость создания геометрии как науки – описание реальности. В свое время возникла необходимость описать процесс возникновения изображений различных объектов, таких, какими их видит глаз человека. Поэтому для описания процесса возникновения изображений, аналогичных тем, которые видит глаз человека, целесообразно использовать проективную геометрию. Она, как и глаз человека, не видит различия между параллельными и непараллельными объектами. Геометрическое пространство в этой геометрии обладает свойством проективности. Его обеспечивает наличие бесконечно удаленных элементов. Чтобы понять, что это такое, рассмотрим пример на рис. 7.

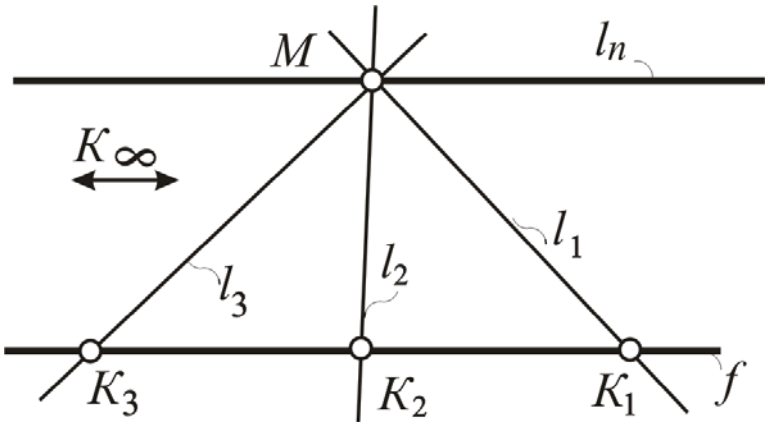


Рис. 7. Выявление бесконечно удаленной точки прямой

В плоскости зафиксированы точка *M* и прямая *f*. Через точку *M* проведем прямую *l*, которая пересечет прямую *f* в точке *K*. Вращая прямую *l* вокруг точки *M* по часовой стрелке (можно и против часовой стрелки), будем следить за движением точки *K*. Она пробежит по всем точкам прямой *f*. В случае, когда прямая *l* окажется параллельной прямой *f*, мы увидим точку К в бесконечности, если посмотрим влево. Если посмотрим направо, то

также увидим общую точку этих прямых. Но здесь возникает парадоксальная ситуация: известно, что две не совпавшие прямые имеют только одну общую точку. А у нас их две. Это противоречит одному из базовых положений геометрии Евклида. Чтобы ликвидировать этот противоречие, объединим эти точки в одну. В результате получим проективную прямую, которая оказывается замкнутой на бесконечности одной точкой. В этой точке с ней будут пересекаться все, параллельные ей прямые. Таким образом, все прямые, которые лежат в одной плоскости, пересекаются друг с другом. Только точки пересечения параллельных прямых находятся в бесконечности.

Повысим размерность всех элементов на единицу. В результате получим конструкцию, которая состоит из двух плоскостей $\acute{\alpha}$, β и двух прямых m, k (рис. 8). Плоскость β будем вращать вокруг прямой m и следить за перемещением прямой k. В случае, когда плоскости $\acute{\alpha}$ и β станут параллельными друг другу, прямая k уйдет в бесконечность. Плоскость $\acute{\alpha}$ (как и плоскость β) окажется замкнутой на бесконечности одной прямой. По этой прямой будут пересекаться все плоскости параллельные $\acute{\alpha}$ и β. Таким образом, все плоскости, которые принадлежат одному трехмерному пространству, пересекаются друг с другом. Только линии пересечения параллельных плоскостей находятся в бесконечности.

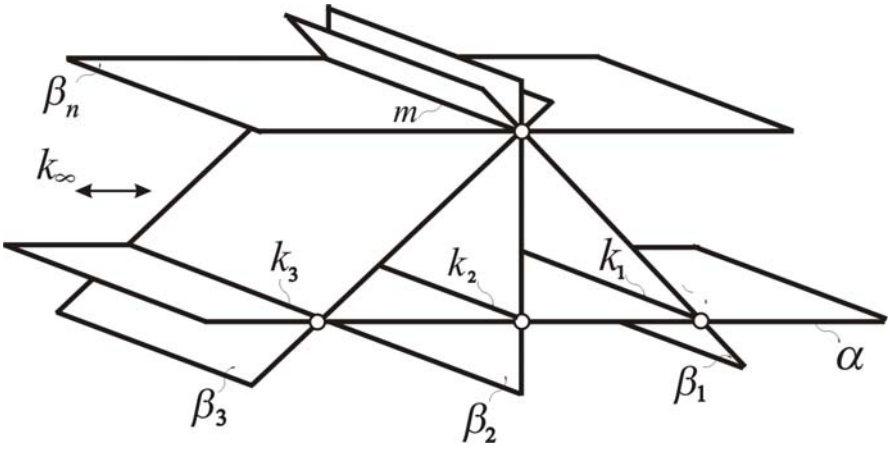


Рис. 8. Выявление бесконечно удаленной прямой плоскости

Символическая запись выявленной ситуации выглядит следующим образом:

$$R^1 \supset \text{одна } R^0,$$
$$R^2 \supset \text{одна } R^1,$$
$$R^3 \supset \text{одна } R^2,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$R^n \supset \text{одно } R^{n-1}.$$

Она позволяет логически обобщить принадлежность бесконечно удаленных элементов их пространствам. Словесное описание этой символической записи выглядит так:

- прямая, как проективное пространство, содержит одну бесконечно удаленную точку;
- плоскость, как проективное пространство, содержит одну бесконечно удаленную прямую;
- трехмерное проективное пространство содержит одну бесконечно удаленную плоскость.

Обобщая сказанное, дадим определение проективному пространству.

Проективное геометрическое пространство содержит одно бесконечно удаленное подпространство, размерность которого на единицу меньше размерности самого пространства.

В существующей литературе бесконечно удаленные элементы еще называют **несобственными.**

Между пространствами или их элементами существует два типа отношений: позиционные и метрические.

Позиционные отношения геометрических элементов возникают тогда, когда они характеризуются без применения чисел, а только с использованием таких терминов, как «принадлежит», «пересекается», «объединяется» и т.п. Выявление позиционных характеристик связано с решением позиционных задач, таких, как установление принадлежности элементов пространству или выявление третьего элемента (пространства), который является результатом расположения двух данных элементов (пространств).

Метрические отношения геометрических элементов возникают тогда, когда к оценке их взаимного расположения элементов пространства привлекаются числа. Для их выявления решаются такие метрические задачи, как определение расстояния от одного элемента до другого, угла между двумя элементами и натуральной величины плоской фигуры.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение геометрическому пространству.
2. Перечислите основные свойства геометрического пространства.
3. Дайте характеристику каждому из свойств геометрического пространства.
4. Назовите основные характеристики взаимного положения элементов геометрического пространства.

1.3. Позиционные отношения геометрических элементов

1.3.1. Аксиомы и признаки

Самые распространенные базовые позиционные отношения сформулированы в аксиомах. (Аксиома – не требующие доказательств утверждения). Традиционно основанием для классификации аксиом является их принадлежность к плоскости или трехмерному пространству.

В результате выделяют следующие виды аксиом:

1) аксиомы планиметрии, где рассматриваются позиционные взаимоотношения элементов на плоскости, которые являются очевидными;

2) аксиомы стереометрии, рассматривающие очевидные взаимоотношения элементов в трехмерном пространстве.

На эти аксиомы опираются все дальнейшие рассуждения в геометрии, поэтому их знание является обязательным при освоении геометрии.

Рассмотрим их более подробно.

Аксиомы планиметрии следующие**:**

1. Через любые две не совпавшие точки можно провести прямую, и притом, только одну.

2. Из трех точек на прямой одна и только одна лежит между двумя другими.

3. Каждый отрезок имеет определенную длину, большую нуля. Длина отрезка равна сумме длин частей, на которые он разбивается любой его точкой.

4. Каждый угол имеет определенную градусную меру (градус равен 1/360 части окружности), большую нуля.

5. Градусная мера угла равна сумме градусных мер углов, на которые он разбивается любым лучом, проходящим между его сторонами.

6. Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести на плоскости не более одной прямой, параллельной данной.

К основным **аксиомам стереометрии** относят следующие:

1. Существуют точки, не лежащие на одной прямой, через которые можно провести плоскость, и притом, только одну.

2. Если две различные плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой, проходящей через эту точку.

3. Через точку и прямую, которая не содержит эту точку, можно провести плоскость, и притом, только одну.

4. Если две различные прямые имеют общую точку, то через них можно провести плоскость, и притом, только одну.

Позиционные отношения геометрических элементов можно также определять по следующим признакам:

1. Признаки принадлежности:

- какова бы ни была прямая, существуют точки, принадлежащие этой прямой и точки, не принадлежащие ей;
- какова бы ни была плоскость, существуют точки в пространстве, принадлежащие этой плоскости, и точки, не принадлежащие ей;
- если две точки прямой принадлежат плоскости, то вся прямая принадлежит этой плоскости.

2. Признаки параллельности:

- если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости;
- если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

3. Признаки перпендикулярности:

- прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна к двум пересекающимся прямым этой плоскости;
- две плоскости перпендикулярны друг другу, если одна из них содержит перпендикуляр к другой.

1.3.2. Геометрические конструкции

В процессе развития геометрии выявлялись различные позиционные соотношение простых геометрических элементов. В результате возникли различные геометрические конструкции, которые достаточно хорошо изучены и имеют большое значение в области геометрических знаний. Их можно разделить на две части. Основанием к такому делению является их относительная сложность.

К наиболее простым конструкциям относятся прямолинейные и криволинейные ряды точек, лучи, отрезки прямой, различные углы, окружности и их элементы, многоугольники. Более сложные составляют пучки прямых и плоскостей, плоские поля точек и прямых, связки прямых и плоскостей.

Дадим определения этим конструкциям.

Прямолинейным рядом точек называется бесконечное множество точек прямой, **криволинейным рядом точек** называют бесконечное множество точек кривой.

Лучом или полупрямой называется часть прямой, состоящая из всех точек этой прямой, лежащих по одну сторону от фиксированной точки этой прямой, и самой этой точки, называемой началом луча или начальной точкой полупрямой.

Отрезком называется часть прямой, расположенная между двумя данными ее точками. На рис. 9 изображен отрезок *AB*.

Рис. 9. Отрезок *AB*

Окружностью называется фигура, которая состоит из точек плоскости, равноудалённых от данной точки *O* (рис. 10). Эта точка (*O*) называется центром окружности.

Расстояние (*R* = *OA*) от точки окружности до ее центра называется **радиусом** окружности.

Хорда — отрезок *MN*, соединяющий две точки окружности.

Хорда, проходящая через центр окружности, называется **диаметром** (*d=2R*).

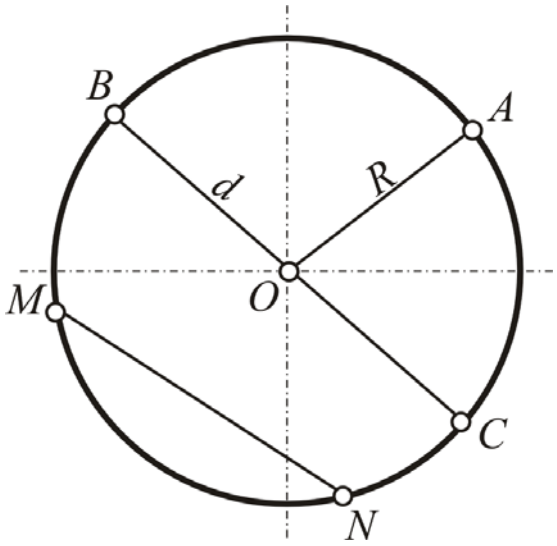


Рис.10. Окружность и ее элементы

Взаимное положение двух геометрических элементов порождает различные геометрические конструкции. Рассмотрим наиболее распространенные.

Две пересекающиеся прямые *m* и *n* образуют **плоский (**линейный**) угол** (рис. 11). Их общая точка *O* называется вершиной угла, а сами прямые – сторонами угла. Две прямые образуют четыре угла, которые имеют назва-

ния. Смежными называются углы, имеющие общую сторону, накрест лежащими – те, которые не имеют общей стороны.

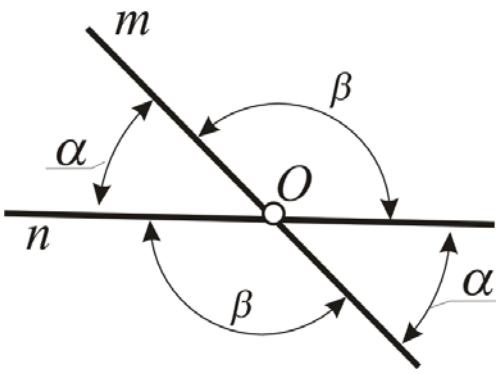


Рис.11. Линейный угол

Две пересекающиеся плоскости образуют **двугранный угол** (рис.12)**.** Их общая прямая *l* называется осью двугранного угла.

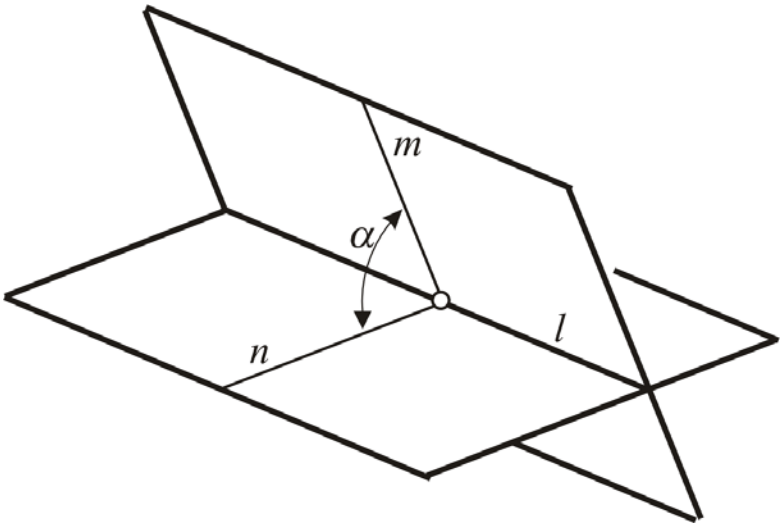


Рис. 12. Двугранный угол

Замкнутая последовательность отрезков, которые лежат в одной плоскости образуют **многоугольник** (рис.13). Общие точки отрезков называются вершинами, а сами отрезки сторонами многоугольника. Если количество сторон многоугольника равно трем, то такой многоугольник называют **треугольником,** если четыре **– четырехугольником**, пять – **пятиугольником** и т.д. Четырехугольник с параллельными противоположными сторонами называется **параллелограммом**. Прямая *AC*, соединяющая две

вершины, которые не являются соседними, называется диагональю многогранника.

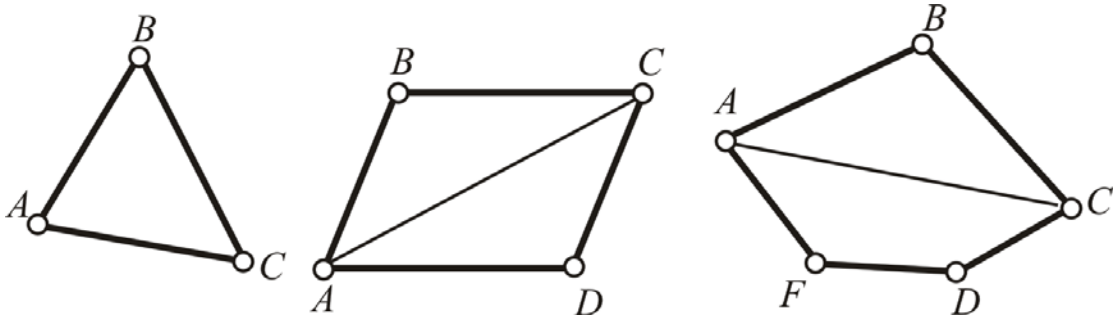


Рис. 13. Многоугольники

Пучком прямых называют бесконечное множество прямых плоскости, которые проходят через одну точку *M***.** На рис.14 изображен пучок прямых с вершиной на конечном расстоянии. Пучок с вершиной в бесконечно удаленной точке представлен на рис. 15.

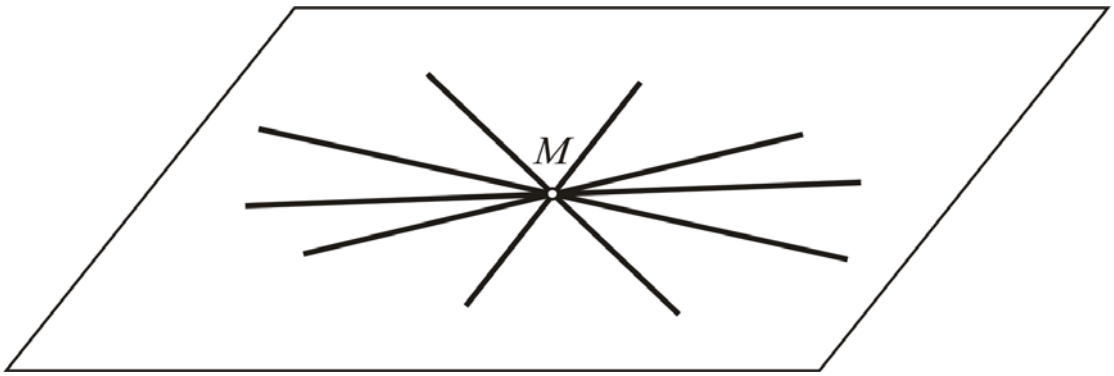


Рис. 14. Пучок прямых с вершиной на конечном расстоянии

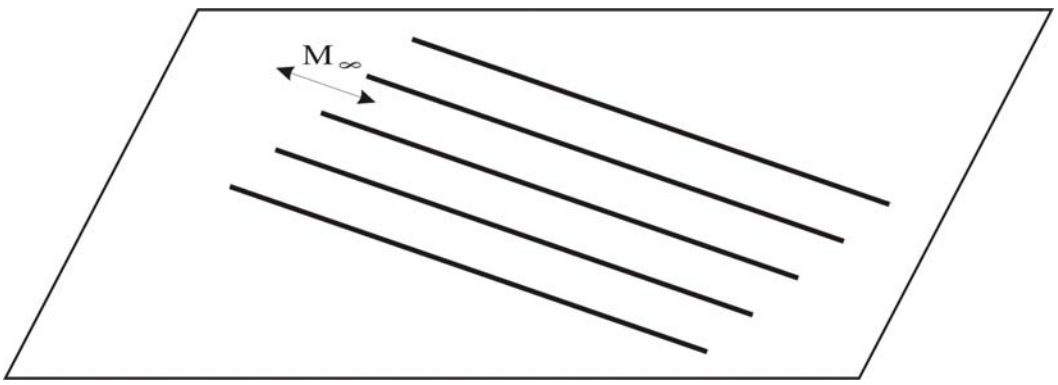


Рис.15. Пучок прямых с бесконечно удаленной вершиной

Пучок плоскостей (рис. 16**)** образует бесконечное множество плоскостей, которые содержат одну прямую *m*. Эта прямая называется осью пучка. Если ось пучка располагается в бесконечности, то имеем пучок параллельных плоскостей (рис.17).

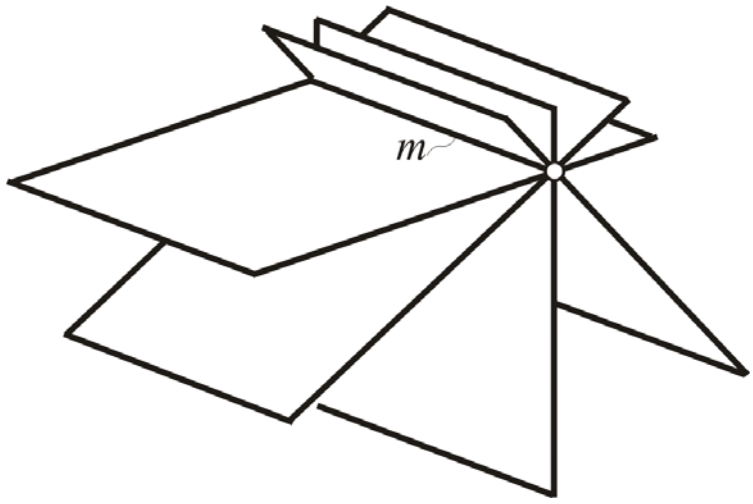


Рис.16. Пучок плоскостей с осью на конечном расстоянии

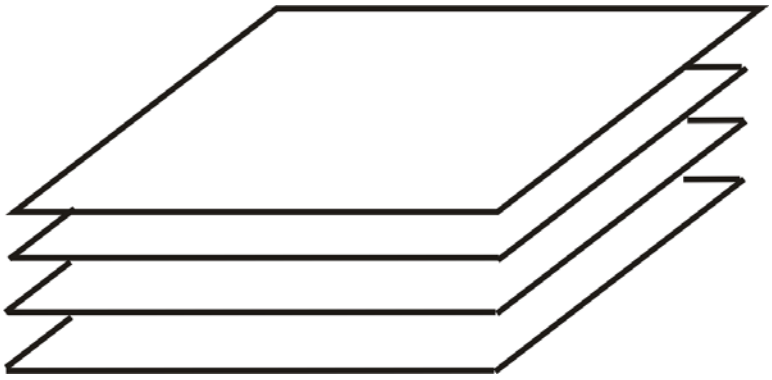


Рис. 17. Пучок плоскостей с бесконечно удаленной осью

Связка прямых образована бесконечным множеством прямых трехмерного пространства, которые проходят через одну точку *M*, называемой вершиной связки. На рис.18. изображена связка прямых с вершиной *M* на конечном расстоянии. Рис.19. представляет связку прямых с бесконечно удаленной вершиной.

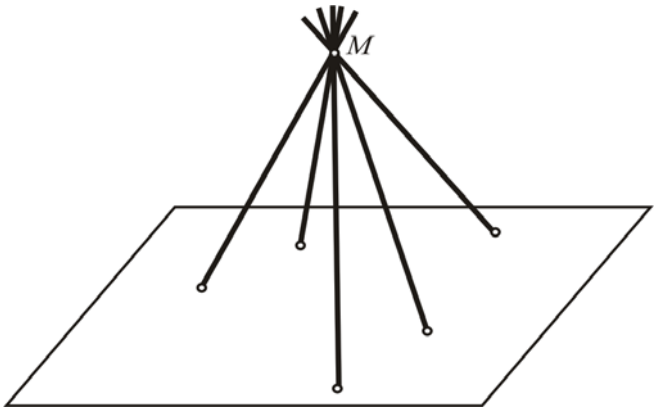


Рис. 18. Связка прямых с вершиной M на конечном расстоянии.

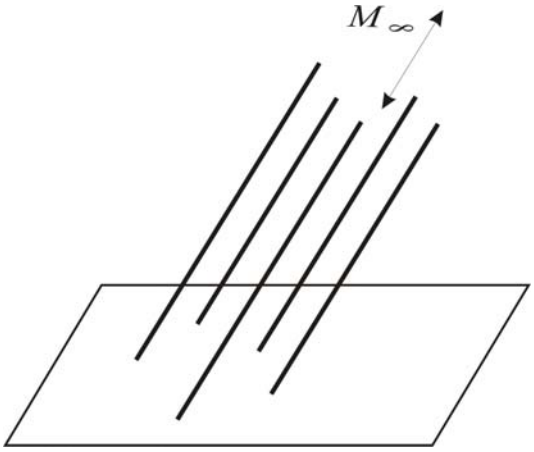


Рис. 19. Связка прямых с бесконечно удаленной вершиной.

Связка плоскостей образована бесконечным множеством плоскостей, которые содержат одну общую точку M (вершину связки). На рис. 20 представлены изображения связок соответственно с вершиной на конечном расстоянии и с бесконечно удаленной вершиной (рис. 21).

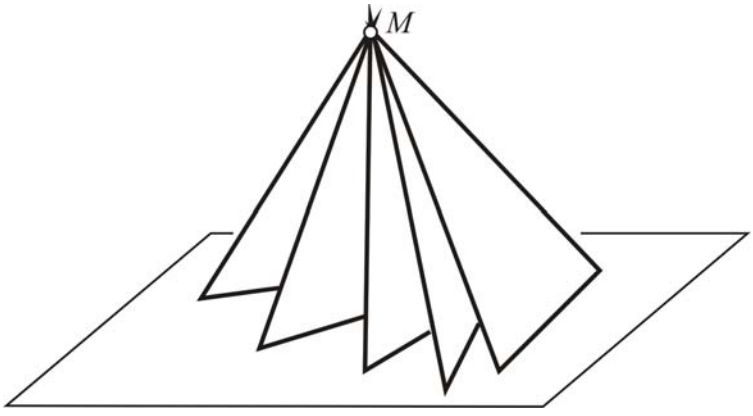


Рис. 20. Связка плоскостей с вершиной на конечном расстоянии

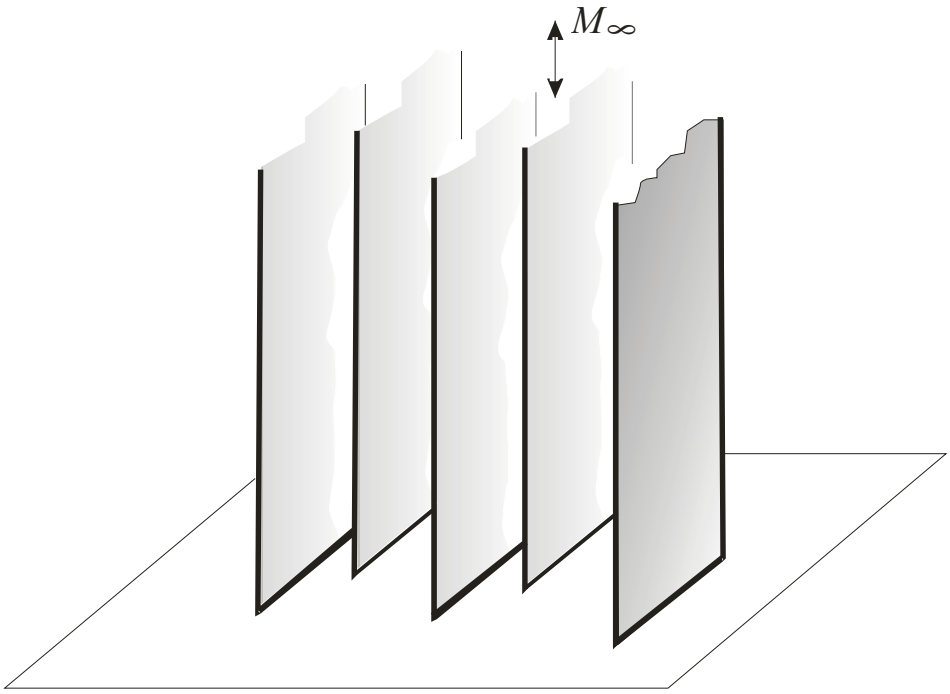


Рис. 21. Связка плоскостей с бесконечно удаленной вершиной

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте основные аксиомы планиметрии.
2. Сформулируйте основные аксиомы стереометрии.
3. Назовите основные признаки принадлежности геометрических элементов друг другу.
4. Назовите основные признаки параллельности геометрических элементов друг другу.
5. Назовите основные признаки перпендикулярности геометрических элементов друг другу.
6. Перечислите основные геометрические конструкции и их особенности.

1.4. Метрические отношения геометрических элементов

Как указывалось выше, метрические отношения геометрических элементов обуславливаются использованием чисел для оценки их взаимного положения. Чаще всего оценивается взаимное положение двух прямых, двух плоскостей, прямой и точки, прямой и плоскости, плоскости и точки. Оценочное суждение выражается в числах.

1.4.1. Метрические характеристики прямых и плоскостей

Взаимное положение двух прямых и двух плоскостей может оцениваться в градусах**. Один градус** составляет 1/360 часть окружности. Для определения величины плоского угла используют прибор, который называется **транспортиром**. Он представляет собой криволинейную шкалу. Она получается, если нанести пометки на полуокружность с фиксированным центром. Один из радиусов транспортира совмещают с одной из сторон угла, а центр – с его вершиной. Другая сторона угла пройдет через одну из отметок криволинейной шкалы. Величина полученной таким образом отметки соответствует величине измеряемого угла в градусах.

По традиции, угол, величина которого составляет 90°, называется **прямым.** Прямые, которые являются сторонами такого угла, называют взаимно перпендикулярными. Если же величина угла составляет 180°, то такой угол называют **развернутым**. В случае, когда размер угла меньше 90°, он называется **острым**, если больше – **тупым**.

Измерение двугранного угла сводится к измерению его линейного угла (рис. 12).Чтобы построить линейный угол двугранного угла, нужно к любой точке на его оси восстановить два перпендикуляра *m* и *n*, каждый из которых лежит в плоскостях этого угла. Затем измеряется полученный линейный угол α.

Взаимное положение прямой и точки или точки и плоскости измеряется величиной отрезка, который является перпендикуляром, опущенным из этой точки на данную прямую или плоскость. Таким образом, чтобы определить расстояние от точки до прямой, необходимо построить прямую, перпендикулярную заданной и проходящую через данную точку.

Задача 1. Через точку *O* провести прямую, перпендикулярную к данной прямой *a (*рис. 22).

Для решения этой задачи выполним следующую последовательность действий (алгоритм):

1. Из точки О проводим дугу окружности некоторым радиусом *R*. Радиус окружности должен быть настолько велик, чтобы можно было пересечь прямую *a*. Получим точки *A* и *B*.

2. Радиусом R_1, величина которого больше половины отрезка *AB*, проведем дуги окружностей с центрами в точках *A* и *B*.

3. Точка пересечения этих дуг и точка *O* определят положение искомого перпендикуляра.

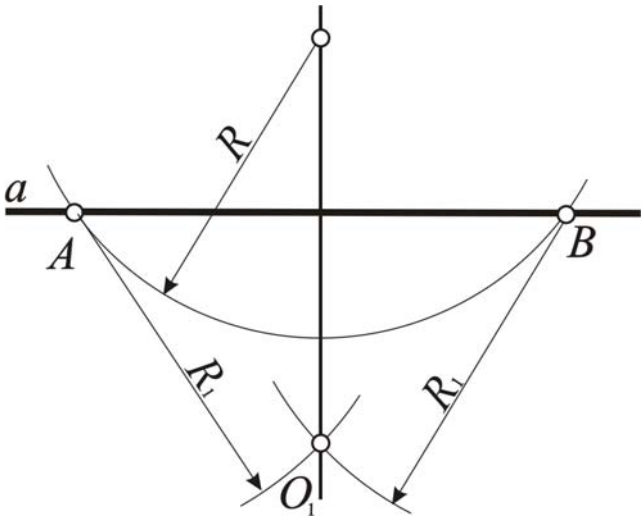


Рис. 22. Построение прямой, перпендикулярной данной

Определение взаимного положения прямой *l* и плоскости α зависит от того, где находится их общая точка *A* (рис. 23). Если она находится на конечном расстоянии, взаимное положение определяется величиной линейного угла β. Он образован заданной прямой и линией пересечения двух плоскостей, одна из которых дана, а другая (*ABC*) ей перпендикулярна и содержит заданную прямую *l*. Если общая точка *A* прямой и плоскости находится в бесконечности, то между ними можно определить только расстояние, которое измеряется величиной отрезка *BC* прямой, перпендикулярной к данной плоскости.

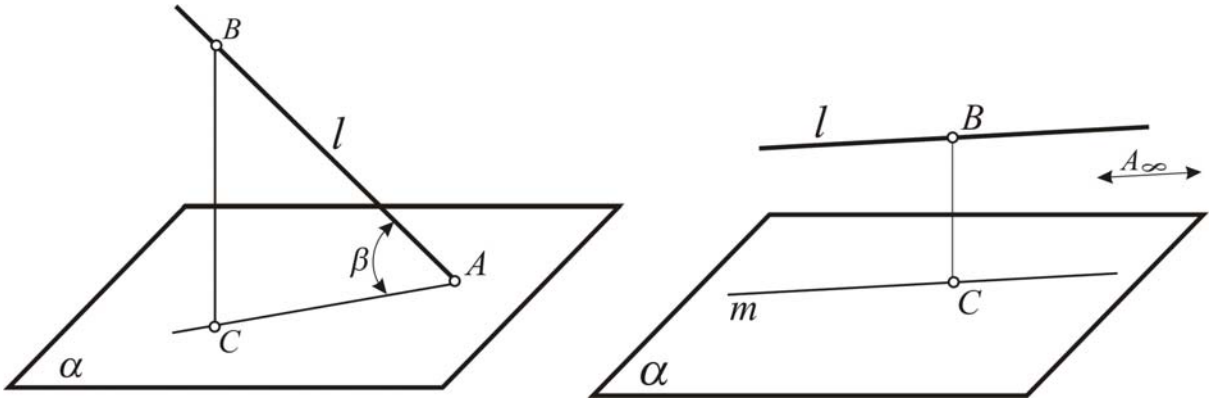


Рис. 23. Определение взаимного положения прямой *l* и плоскости α

Выявление метрических характеристик сопряжено с решением целого комплекса задач. Рассмотрим самые востребованные из них.

Задача 2. Дан некоторый угол с вершиной в точке *A*. Построить угол, равный данному.

Для решения этой задачи, необходимо реализовать следующий алгоритм:

1. Проведем дугу окружности с произвольным радиусом R_1 и центром в вершине *A* данного угла. Пусть *B* и *C* – точки пересечения дуги окружности со сторонами угла. Соединим их и получим отрезок *BC* (рис. 24).

2. Проведем окружность радиусом R_1 с центром в произвольной точке A_1.Через точку A_1 проведем произвольный луч, который, пересекаясь с окружностью выделит точку B_1.

3. Опишем дугу окружности с центром в точке B_1 радиусом равным отрезку *BC*. Получим точку C_1, как результат пересечения двух дуг. Одна из которых имеет радиус R_1, другая – R_2.

4. Соединим точку C_1 с точкой A_1. Получим другую сторону угла, который равен данному углу (рис. 25).

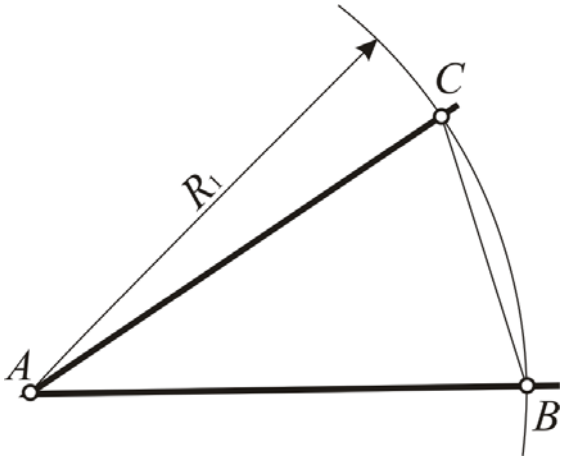


Рис. 24. Заданный угол с вершиной в точке *A*

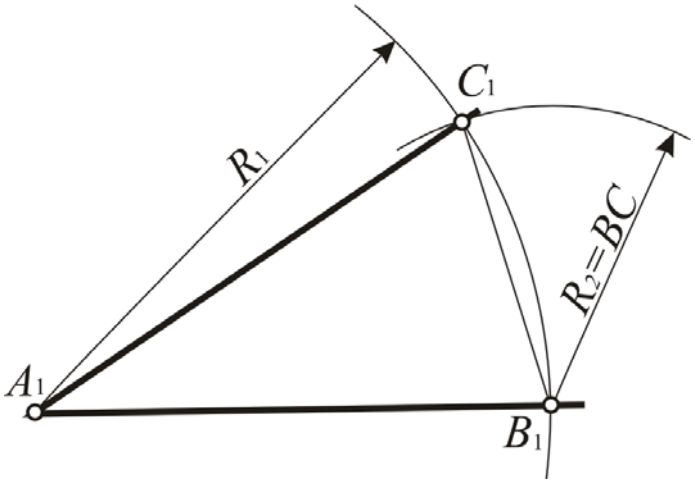


Рис. 25. Построение угла, равного данному с вершиной в точке A_1

Другой распространенной задачей, связанной с метрической оценкой углов, является его деление на равные части. Решение задачи может осуществляться двумя путями. Первый путь основан на использовании транспортира. Для этого необходимо определить величину заданного угла в градусах, а затем отложить от одной из его сторон величину, равную его половине или одной трети, или одной четверти и т.д. В случаях, когда требуется более высокая точность построений, необходимо прибегнуть к чертежным инструментам. Рассмотрим эти варианты более подробно.

Деление угла на две равные части является также задачей на проведение его биссектрисы. **Биссектрисой угла** называется прямая, которая проходит через его середину.

Задача 3. Дан угол, который образован прямыми *m* и *n*. Разделить его на две равные части (рис. 26).

Для решения этой задачи выполним следующие операции алгоритма:

1. Произвольным радиусом R_1 из точки *A* проводим дугу, которая пересечет стороны угла в точках *B* и *C*.

2. Далее радиусом $R_2 > 1/2\ BC$ из точек *B* и *C* проводим дуги, которые пересекутся в точке *F*.

3. Соединяют точки *F* и *A* – эта прямая (биссектриса угла) *FA* делит данный угол пополам.

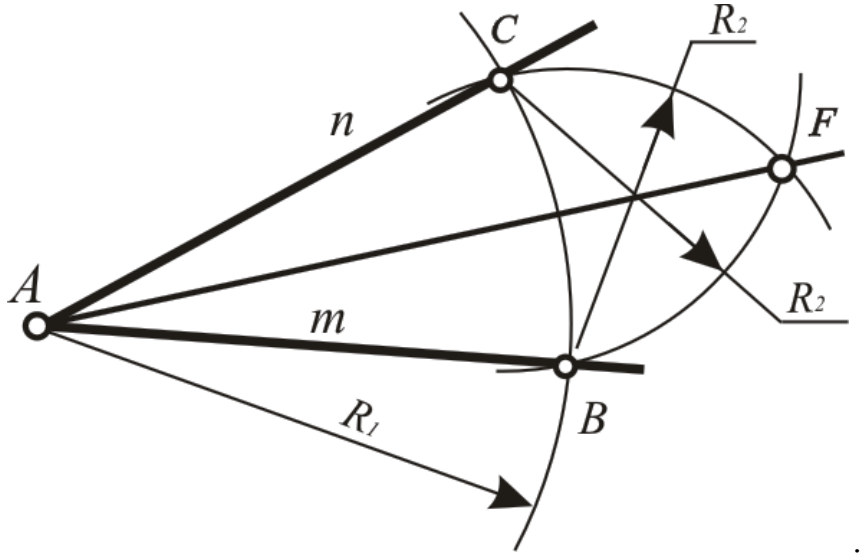


Рис. 26. Деление угла на две равные части
(построение биссектрисы угла)

Задача 4. Построить треугольник по заданными трем сторонами *a, b, c*. (рис. 27).

Для решения этой задачи выполним следующие операции алгоритма:

1. С помощью линейки проводим произвольную прямую и отмечаем на ней точку *B*.

2. Раствором циркуля, равным *a*, описываем окружность с центром *B*. Пусть *C* – точка пересечения окружности с прямой.

3. Теперь раствором циркуля, равным *c*, описываем окружность из центра *B*.

4. Далее раствором циркуля, равным *b*, описываем окружность из центра *C*. Пусть *A* – точка пересечения этих окружностей.

5.Проводим отрезки *CA* и *BA*. Полученный Δ *ABC* имеет стороны, равные *a, b* и *c* .

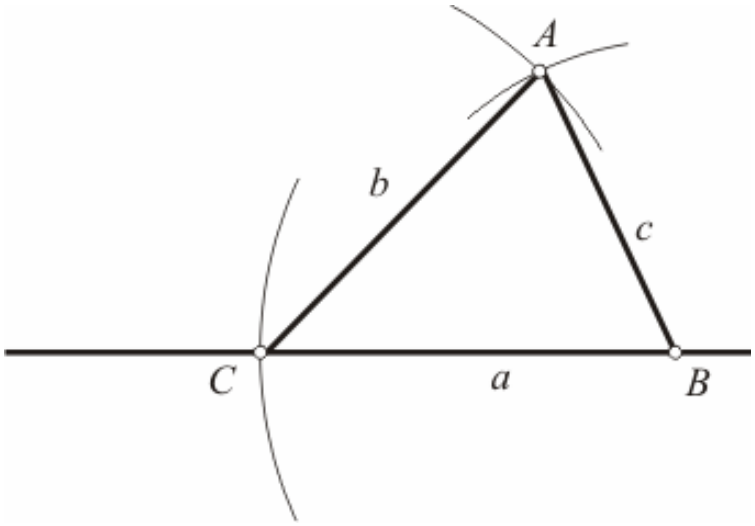


Рис. 27. Построение треугольника с заданными сторонами

Задача 5. Прямой **у**гол между прямыми *m* и *n* разделить на 3 равные части с помощью циркуля и линейки (рис. 28).

Для решения этой задачи выполним следующую последовательность действий (алгоритм):

1. Произвольным радиусом *R* из точки *A* проводим дугу, которая пересечет прямую *m* в точке *C*, а прямую *n* – в точке *B*.

2. Из этих точек тем же радиусом *R* проводим дуги, которые пересекут дугу *BC* в точках *M* и *N*.

3. Точки *M* и *N* соединяем с вершиной угла *A*. Прямые *MA* и *NA* делят угол *BAC* на 3 равные части.

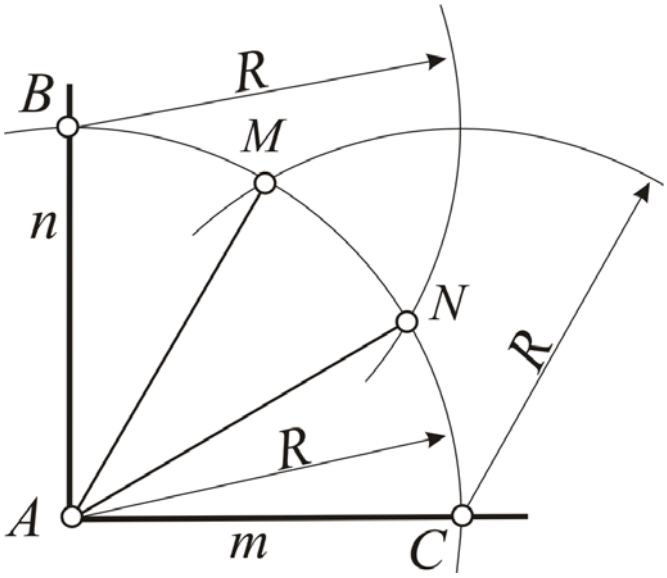


Рис. 28. Деление прямого угла на 3 равные части

Контрольные вопросы

1. Что такое метрические характеристики взаимного положения геометрических элементов?
2. Что принимается за величину градуса?
3. Чем измеряется величина линейного и двугранного углов?
4. Какой угол называется прямым?
5. Как измеряется расстояние между точкой и прямой?
6. Каким способом дается метрическая характеристика взаимного положения прямой и плоскости?
7. Как построить угол, равный данному?
8. Что такое биссектриса угла и как ее построить?
9. Как построить треугольник по трем данным сторонам?

1.4.2. Метрические характеристики многоугольников и окружности

Использование метрических характеристик для оценки многоугольников выделяет в них **правильные** и **неправильные многоугольники**. К правильным относятся такие, у которых все стороны и все углы равны. Правильный четырехугольник, у которого все углы прямые, называется **квадратом**. Параллелограмм с равными сторонами называется **ромбом** (рис. 29).

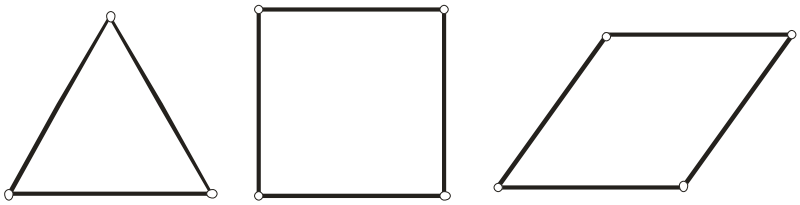


Рис. 29. Правильные многоугольники

Если треугольник при одной из вершин имеет прямой (90°) угол, то он называется **прямоугольным**. Две стороны такого треугольника, которые примыкают к этому углу называются **катетами**, а третья сторона – **гипотенузой**. Если катеты равны друг другу, углы между ними и гипотенузой равны 45°. Такой треугольник, как и любой другой, у которого две стороны равны, называется **равнобедренным** (рис. 30).

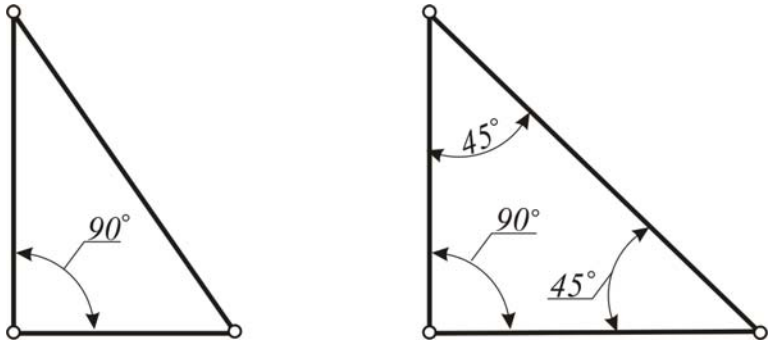


Рис. 30. Прямоугольные треугольники

Другой распространенной группой геометрических задач, связанной с метрическими характеристиками, является деление окружности на равные части. Существует два способа деления. С помощью транспортира, который состоит в том, что точка, обозначающая центр его криволинейной шкалы, совмещается с центром окружности. Затем на данной окружности откладываются дуги, величина которых соответствует одной трети окружности или одной четверти, или другой величине. Но этот способ не дает часто необходимой точности, поэтому используется другой, основанный на геометрических построениях с помощью чертежных инструментов. Рассмотрим наиболее практически востребованные задачи, обеспечивающие реализацию этого способа.

Задача 6. Разделить заданную окружность радиуса R на три равные части.

Для решения этой задачи выполним следующую последовательность действий (алгоритм):

1. Из точки M, которая принадлежит одному из концов диаметра заданной окружности, проводим дугу радиусом, равным радиусу окружности R.

2. Эта дуга пересечет заданную окружность в точках *1* и *2*.

3. Третьей точкой, находящейся на равных расстояниях от точек *1* и *2*, окажется точка *3*, которая принадлежит другому концу диаметра (рис. 31).

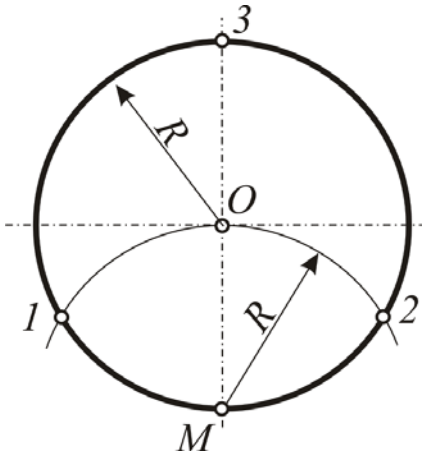


Рис. 31. Деление окружности на 3 равные части

Задача 7. Разделить заданную окружность радиуса *R* на шесть равных частей (рис. 32).

Решение этой задачи является продолжением предыдущей. К выполненным трем операциям алгоритма предыдущей задачи добавляются еще одна. Из точки *3* проводим дугу, радиусом равным радиусу окружности. Получаем еще две точки: 5, 4. В результате на окружности получаем шесть точек (M, 1, 2, 3, 4, 5), расположенных на равном расстоянии друг от друга.

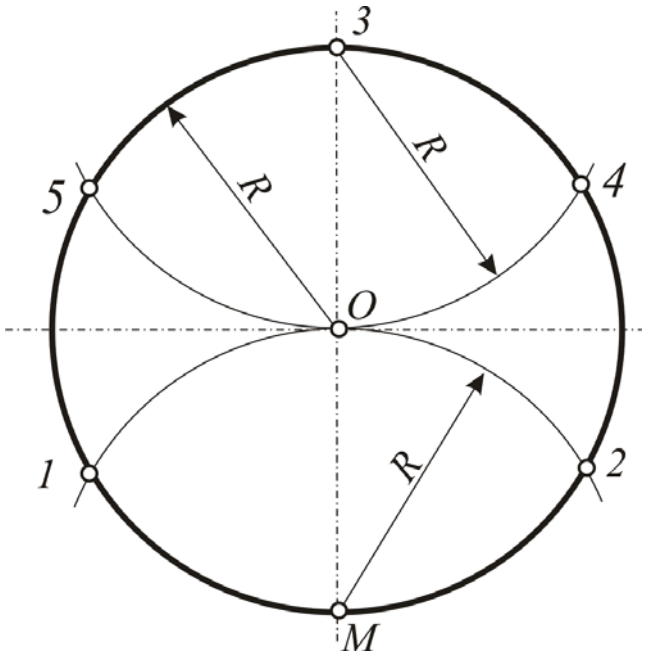


Рис. 32. Деление окружности на 6 равных частей

Задача 8. Дана окружность радиуса *R*. Разделить ее на четыре и восемь равных частей.

Для решения этой задачи выполним следующую последовательность действий (алгоритм):

1. На окружности отметим точки *A, B, C, D*, которые являются концами двух взаимно перпендикулярных диаметров. Они находятся на равных расстояниях по отношению друг к другу и делят окружность на четыре равные части.

2. Чтобы разделить окружность на восемь равных частей, прямые углы *BOC* и *AOC* делим пополам. Получаем точки *F* и *E*, через которые пройдут биссектрисы этих углов.

3. Каждая из построенных биссектрис выделяют на окружности еще четыре точки, которые вместе с точками *A, B, C, D* разделяют окружность на восемь равных частей (рис. 33).

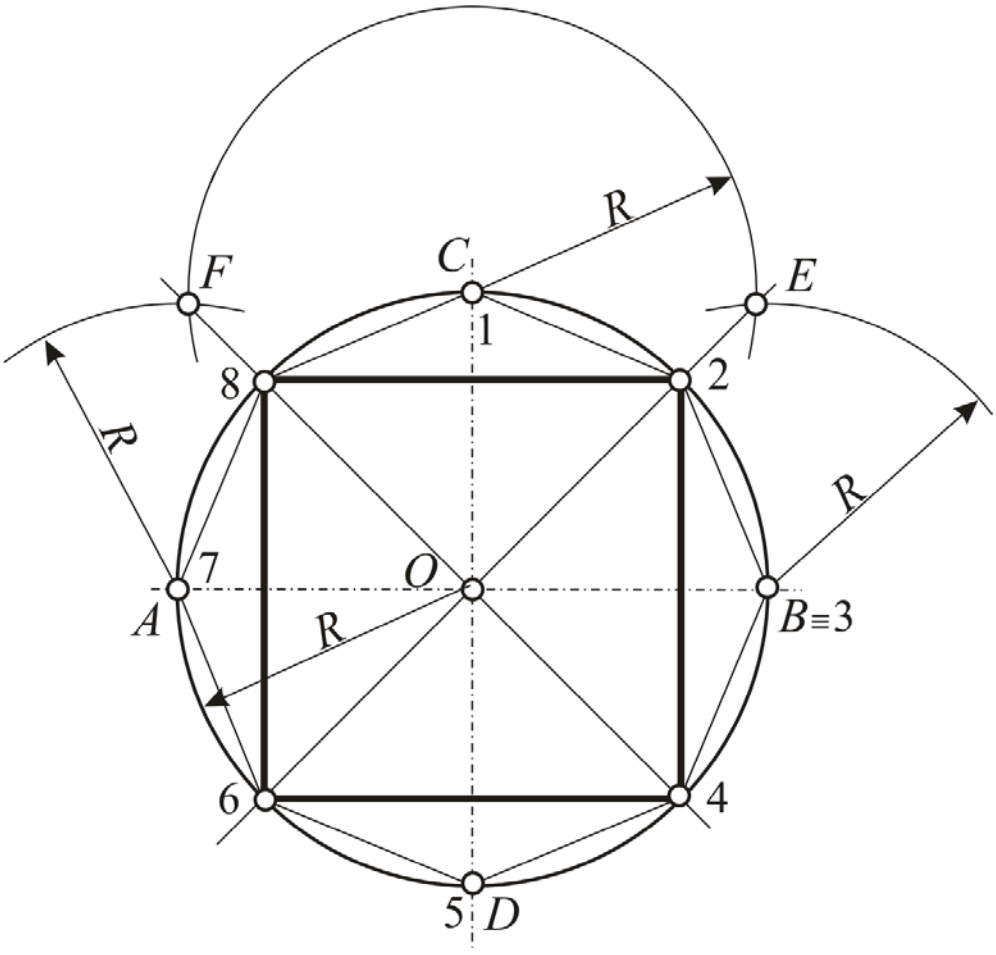


Рис. 33. Деление окружности на 4 и 8 частей

Задача 9. Разделить окружность радиуса *R* на пять равных частей.

Для решения этой задачи выполним следующую последовательность действий (алгоритм):

1. Из точки *B* радиусом, равным радиусу данной окружности, проводим дугу, которая пересечет окружность в точках *M* и *N*.

2. Соединяем *M* и *N*. Отрезок *MN* пересечет радиус *OB* в точке *L*.

3. Из точки *L* радиусом $R_1 = CL$ проводим дугу до пересечения с *AB* в точке *K*. Прямая *CK* =1/5 части окружности.

4. Из точки *C* радиусом $R_2 = CK$ делаем засечки на окружности и получаем точки *4* и *1*.

5. Из точек *4* и *1* тем же радиусом делаем засечки на окружности и получаем точки *2* и *3* (рис. 34).

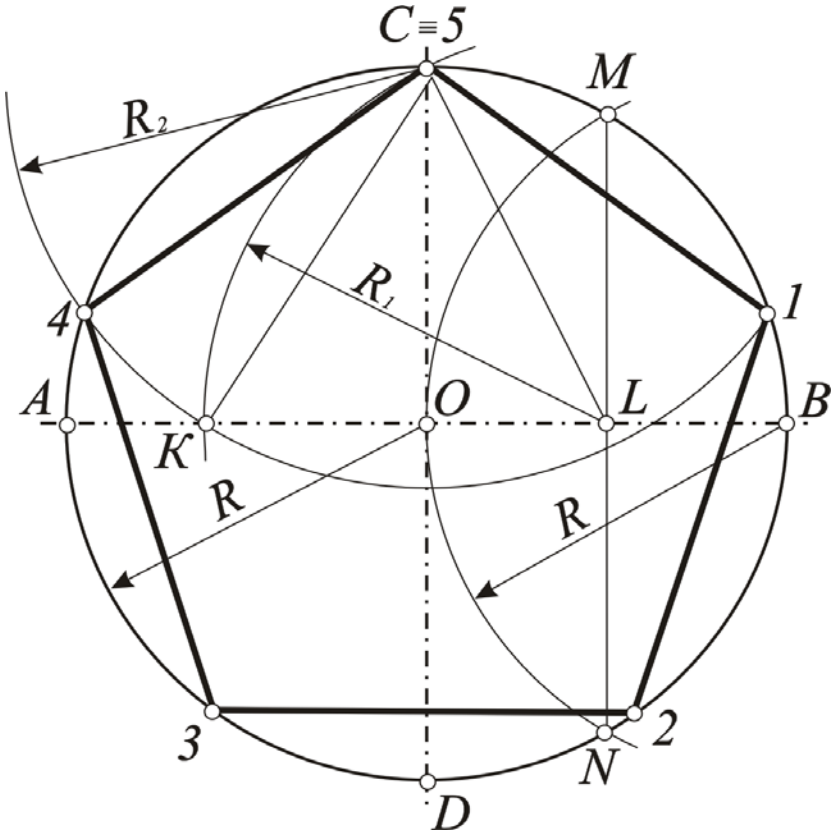


Рис. 34. Деление окружности на 5 частей

Задача 10. Дана окружность радиуса *R*. Разделить ее на семь равных частей.

Для решения этой задачи выполним следующую последовательность действий (алгоритм):

1. Из точки *C* радиусом *R*=*OC* проводим дугу, которая пересечет окружность в точках *L* и *K*.

2. Прямая *OC* разделит хорду *LK* в точке *M*.

3. Отрезок *LM=MK* равен стороне семиугольника.

4. Из точки *L* радиусом $R_1 = LM$ проводим дугу до пересечения с окружностью в точках *2* и *7*, далее последовательно отмечаем точки *3-4-5-6* (рис. 35).

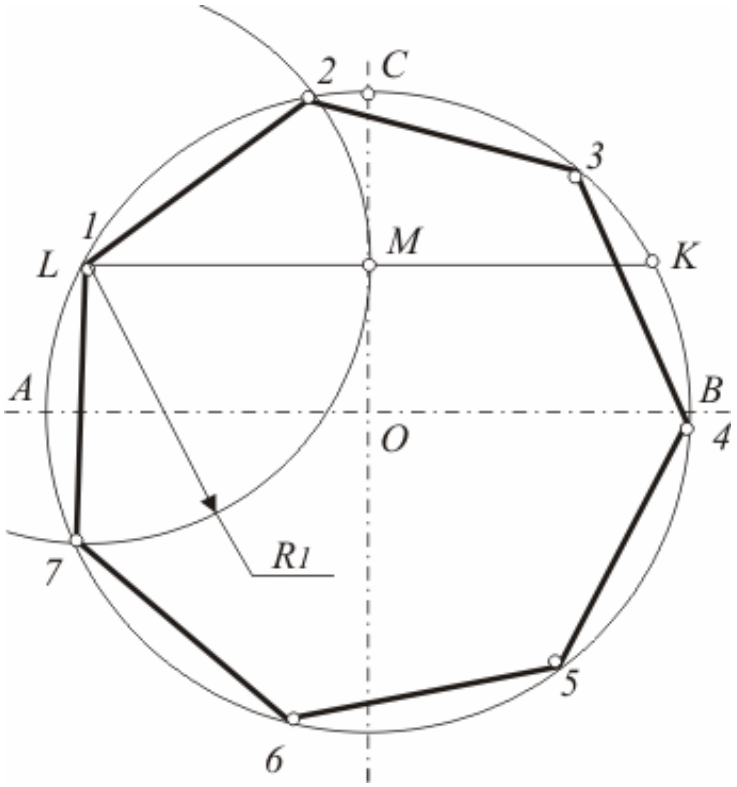


Рис. 35. Деление окружности на 7 частей

Задача 11. Разделить данную окружность радиуса *R* на девять равных частей.

Для решения этой задачи выполним следующую последовательность действий (алгоритм):

1. Разделим радиус *OB* на *8* равных частей.

2. Из точки *B* радиусом *R*, равным 7 частям, проводим дугу до пересечения с окружностью в точке *L*.

3. Соединяем хордой точки *C* и *L*. Этот отрезок является стороной правильного девятиугольника.

4. Радиусом, равным хорде *CL,* делаем на окружности последовательно 9 засечек.

5. Соединяем хордами полученные точки (рис. 36).

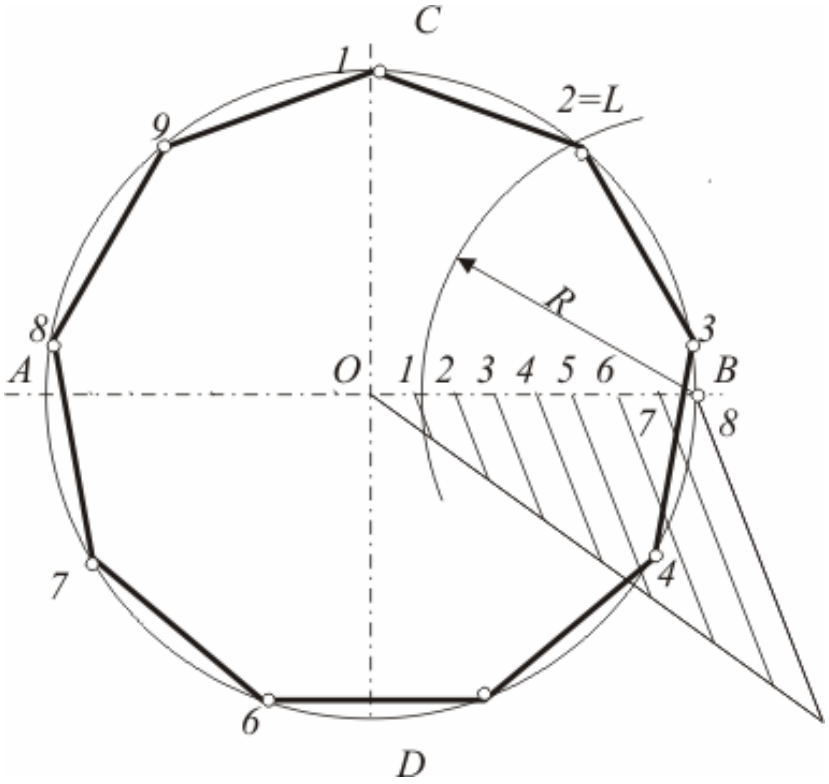


Рис. 36. Деление окружности на 9 частей

Контрольные вопросы

1. Какие многоугольники называются правильными?
2. Как разделить окружность на три равные части?
3. Как разделить окружность на шесть частей?
4. Как разделить окружность на двенадцать равных частей?
5. Как разделить окружность на четыре равные части?
6. Как разделить окружность на восемь равных частей?
7. Как разделить окружность на пять равных частей?
8. Как разделить окружность на девять равных частей?

1.4.3. Метрические характеристики окружности и прямой

Позиционные характеристики взаимного положения геометрических элементов могут характеризоваться таким понятием, как касание.

Касательными геометрическими объектами считаются такие, которые имеют один общий элемент. В рамках данного учебного пособия, рассматриваются такие касательные геометрические объекты, которые имеют одну общую точку. К ним относятся прямые и окружности. По-

строение касательных прямых и окружностей является одной из самых востребованной, с практической точки зрения, задачей. Чаще всего приходится строить касательные друг к другу окружность и прямую или две касательные окружности. Рассмотрим решения этих задач.

Прямая и окружность касаются друг друга, если имеют только одну общую точку; при этом радиус окружности, проведенный в точку касания, перпендикулярен касательной прямой.

Задача 12. Дана окружность с центром в точке *O* и точка касания *A* (рис. 37). Построить прямую, касательную к заданной окружности в точке *A*.

Для решения этой задачи выполним следующую последовательность действий (алгоритм):

1. Соединим точку *A* с центром окружности *O,* получим радиус *AO*.

2. Из точки *A* восстановим перпендикуляр к радиусу *AO*, получим прямую *MN*. Эта прямая окажется касательной к окружности.

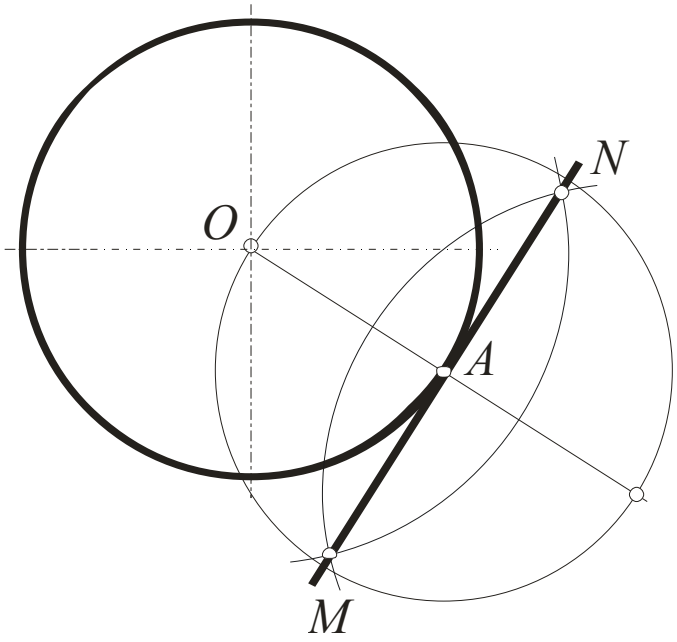


Рис. 37. Построение касательной к окружности в заданной на ней точке, принадлежащей этой окружности

Задача 13. Дана окружность и точка *A,* не лежащая на этой окружности. Построить касательную к окружности, которая проходит через точку *A* (рис. 38). Имеется два варианта решения. Рассмотрим оба.

Для решения этой задачи выполним следующую последовательность действий (алгоритм):

1. Центр окружности *O* и точку *A* соединяем прямой.

2. Отрезок *OA* принимаем за диаметр вспомогательной окружности. Разделив *OA* пополам, получаем точку O_1;

3. Из O_1, как из центра, описываем вспомогательную окружность радиусом O_1A, которая пересекает заданную в точках *B* и *C*.

4. Прямые, проведенные через точки *A* и *B*, *A* и *C* будет касательными к окружности, т.к. углы *ABO* и *ACO* прямые, как вписанные в окружность и опирающиеся на ее диаметр.

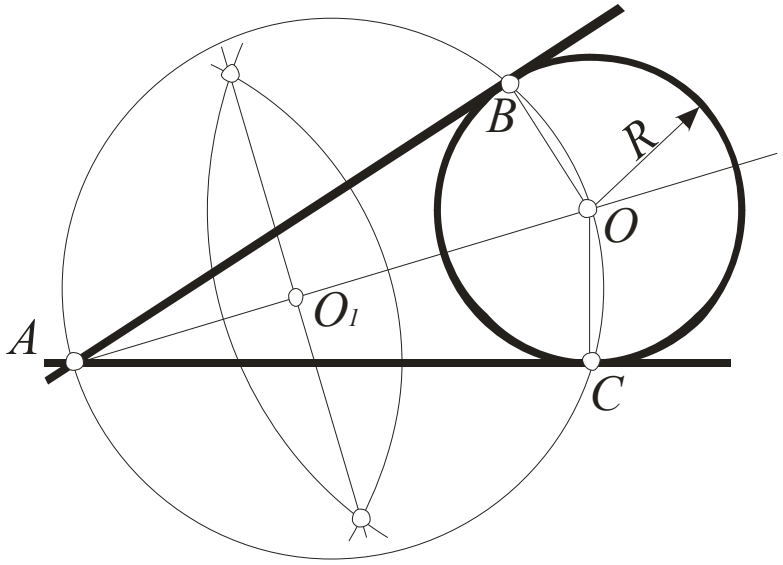


Рис.38. Построение касательной к окружности,
при заданной точке *A* вне окружности

Две окружности считаются касательными, если они имеют одну общую точку. При этом прямая, соединяющая их центры, проходит через точку касания. Различают два вида касания окружностей: внешнее и внутреннее.

При внешнем касании окружностей радиусов R_1 и R_2 (рис. 39), центры O_1 и O_2 располагаются по разные стороны от общей касательной *l*, проведенной через точку *A*, а расстояние между ними равно $R_1 + R_2$ (точка *A* лежит на прямой, соединяющей центры касающихся окружностей).

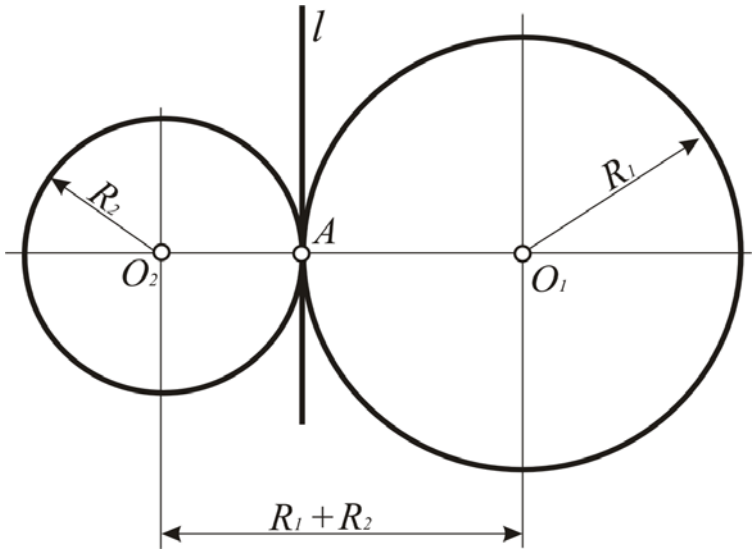


Рис. 39. Внешнее касание окружностей

При внутреннем касании окружностей (рис. 40), центры касающихся окружностей O_1 и O_2 расположены по одну сторону от общей касательной l, проведенной через точку касания A, а расстояние между центрами касающихся окружностей равно разности радиусов $R_1 - R_2$. Точка A лежит на продолжении прямой, соединяющей их центры.

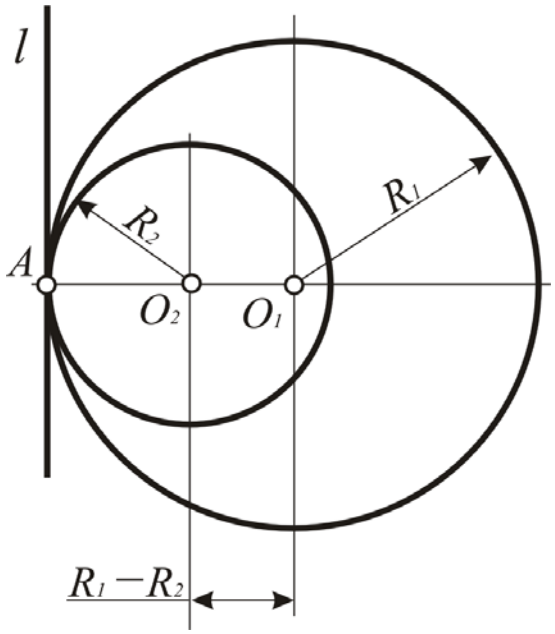


Рис. 40. Внутреннее касание окружностей

Построение прямой, касательной к окружности – задача, которая имеет большое практическое значение, которое будет показано ниже.

Задача 14. Построить окружность радиуса R_2, касающуюся окружности радиуса R_1 в данной на ней точке A (рис. 41).

Для решения этой задачи выполним следующую последовательность действий (алгоритм):

1. Точку A и центр O_1 заданной окружности соединяем прямой.

2. Радиусом $R_1 - R_2$ из центра O_1 проводим дугу до пересечения ее с прямой $O_1 A$ в точке O_2. Точка O_2 является искомым центром окружности радиуса R_2.

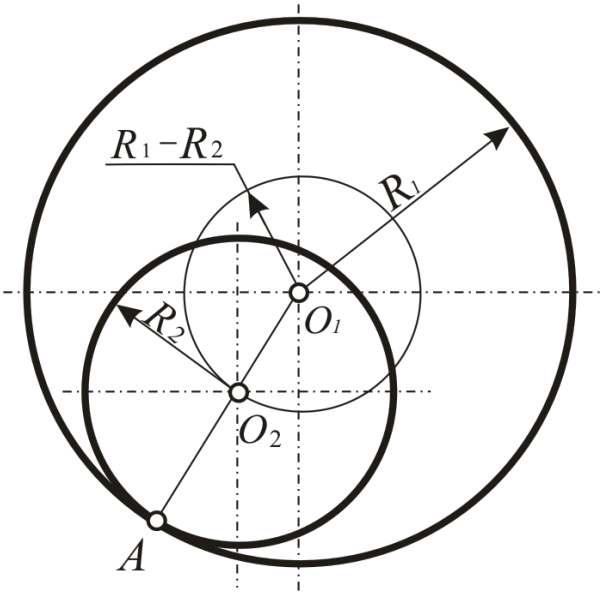


Рис. 41. Построение двух окружностей, касающихся в заданной точке А, которая принадлежит одной из них

При вычерчивании контуров предметов часто приходится строить общую касательную прямую к двум окружностям, которая может быть внешней, если окружности расположены с одной стороны от нее и внутренней, если окружности расположены с разных сторон касательной. Для этого необходимо освоить решение следующих задач.

Задача 15. Построить общую внешнюю касательную к двум окружностям радиусов R_1 и R_2 (рис. 42).

Для решения этой задачи выполним следующую последовательность действий (алгоритм):

1. Из центра O_1 большой окружности описываем вспомогательную окружность радиусом $R_1 - R_2$.

2. Находим середину отрезка $O_1\ O_2$ – точку O_3 .

3. Из O_3 проводим вторую вспомогательную окружность радиусом $O_3O_1=O_2O_3$.

4. Обе проведенные окружности пересекаются в точках A и B.

5. Точки O_1 и B соединяем прямой и в пересечении её с окружностью радиуса R_1 определяем точку касания D.

6. Из точки O_2, параллельно прямой O_1D, проводим линию до пересечения с окружностью радиуса R_2 и получаем вторую точку касания C. Прямая CD является искомой касательной.

7. Так же строим и вторую общую касательную EF.

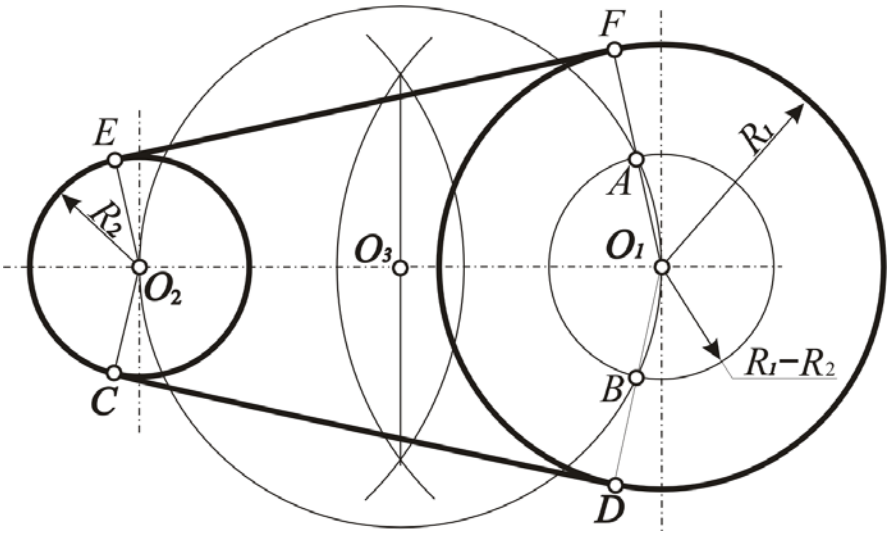


Рис. 42. Построение общих внешних касательных к двум окружностям

Задача 16. Построить общую внутреннюю касательную к двум окружностям радиусов R_1 и R_2 (рис. 43).

Для решения этой задачи выполним следующие операции алгоритма:

1. Из центра любой окружности, например точки O_1, описываем окружность радиусом $R_1+ R_2$.

2. Отрезок O_2O_1 делим пополам, получаем точку O_3.

3. Из нее, как из центра, описываем вторую вспомогательную окружность радиусом $O_3O_2 = O_3O_1$ и отмечаем точки A и B в пересечении вспомогательных окружностей.

4. Соединив прямой точки A и O_1, в пересечении её с окружностью радиуса R_1, получаем точку касания D.

5. Через центр окружности радиуса R_2 проводим прямую, параллельную прямой O_1D, и в пересечении её с заданной окружностью радиуса R_2, определяем вторую точку касания C.

6. Прямая *CD* – внутренняя касательная к заданным окружностям.
7. Аналогично строим и вторую касательную *EF*.

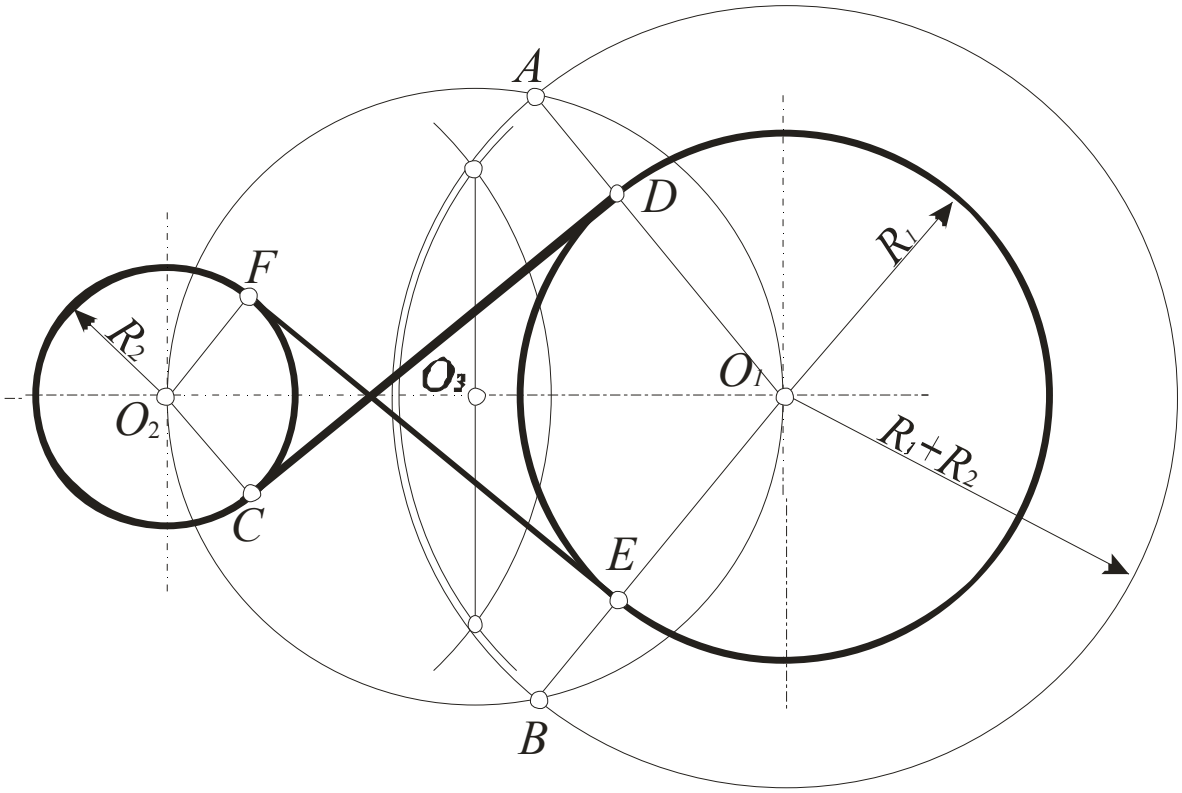


Рис. 43. Построение общей внутренней касательной
к двум окружностям

1.4.4. Построение вписанных и описанных многоугольников

Рассмотренные группы задач на деление окружности на равное число частей и построение касательных являются основой для выявления таких позиционных характеристик, которые характеризуются как вписанные в окружность и описанные вокруг окружности многоугольники.

Вписанными в окружность многоугольниками называются такие, у которых все вершины принадлежат одной окружности.

Описанными вокруг окружности многоугольниками называют такие многоугольники, у которых все стороны касаются одной окружности.

Чаще всего приходится строить правильные описанные и вписанные многоугольники. Рассмотрим примеры решения таких задач.

Задача 17. Дана окружность. Описать вокруг нее правильный шестиугольник (рис. 44).

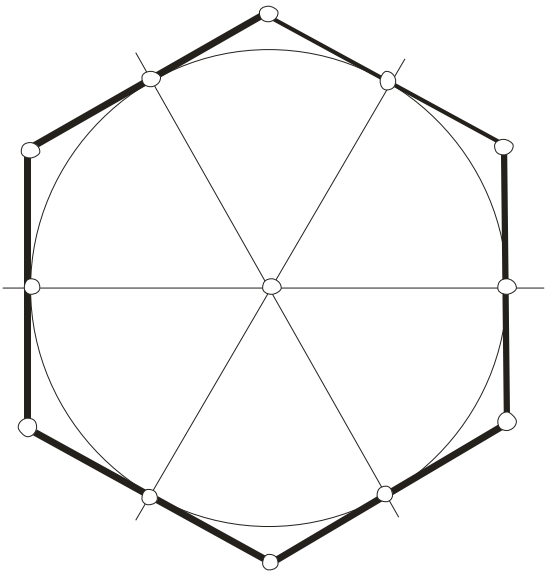


Рис. 44. Шестиугольник, описанный вокруг окружности

Для решения этой задачи, необходимо реализовать следующий алгоритм:

1. Делим окружность на 6 равных частей .
2. Через точки деления проводим касательные к окружности.
3. Точки пересечения касательных являются искомыми точками шестиугольника.

Задача 18. Вписать в данную окружность правильный *n*-угольник (*n=7).*

Для решения этой задачи выполним следующие операции алгоритма:

1. Диаметр *CD* делим на семь частей с помощью вспомогательной прямой.
2. Из точки *D*, как из центра, проводим дугу *R=CD* до пересечения с горизонтальной линией в точках *A* и *B.*
3. Из точек *A* и *B* проводим лучи через четные или нечетные деления *CD.*
4. В точках пересечения лучей с окружностью получаем искомые вершины сторон семиугольника (рис. 45).

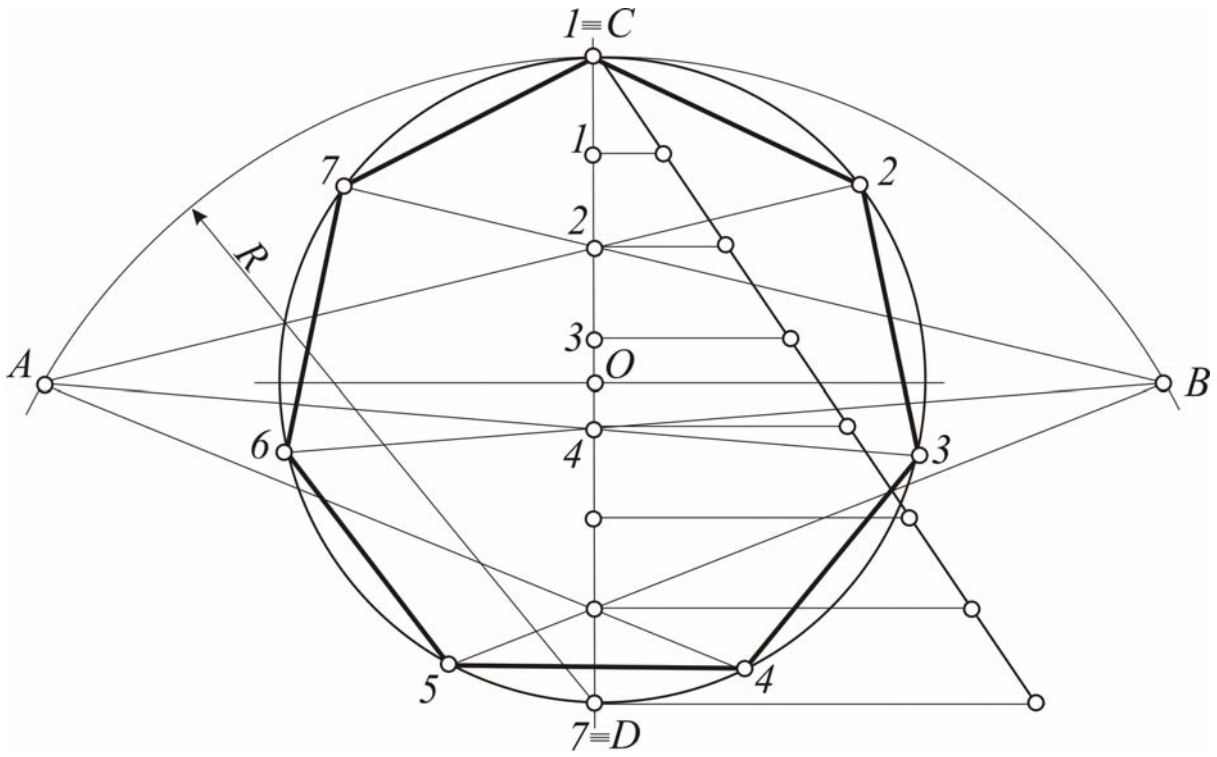


Рис. 45. Построение правильного *n* угольника (*n*=7)

Вместо семиугольника можно таким образом вписать многоугольник с любым числом вершин.

Контрольные вопросы

1. Какие геометрические элементы называются касательными?
2. Как располагаются друг относительно друга радиус окружности и касательная к ней прямая?
3. Как построить прямую, касательную к окружности?
4. Назвать особенности касательных друг другу окружностей.
5. Чем отличается внутреннее и внешнее касания двух окружностей?
6. Как построить окружность заданного радиуса, касающуюся окружности в данной на ней точке?
7. Как построить общую внешнюю касательную к двум окружностям различных радиусов?
8. Какие многоугольники называются вписанными и описанными?

9. Как построить описанный вокруг окружности правильный многоугольник?

10. Как построить вписанный в окружность правильный многоугольник?

1.4.5. Построение сопряжений

Изображения большого количества объектов состоят из различного вида линий, плавно переходящих одна в другую. Если такое изображение рисуют художники, то они чаще не задумываются о геометрических характеристиках этих линий. Они просто копируют их. Но если изображения предназначены для технических нужд, то линии приходится вычерчивать с большой точностью. Плавные переходы от одной линии к другой необходимо выполнить с большой аккуратностью.

Такие переходы выполняются с помощью дуги окружности, которая касается дуги другой окружности или прямой линии. Они называются **сопряжениями**. Все построения сопряжений основаны на построении прямой, касательной к окружности и окружности, касательной к другой окружности.

Дуги, при помощи которых осуществляется плавный переход от одной линии к другой, называется **дугами сопряжения**. Радиусы, которыми проводят дуги сопряжения, называются **радиусами дуг сопряжения**. Центры, из которых проводятся дуги сопряжения, называются **центрами дуг сопряжения**. Те точки, где при сопряжении одна линия переходит в другую, называются **точками сопряжения**.

Задача 19. Даны две прямые. Построить сопряжение этих прямых радиусом R (рис. 46).

Алгоритм этого построения составляют следующие операции:

1. На расстоянии R от каждой из заданных прямых проводим две прямые, которые им параллельны.

2. Определяем точку пересечения построенных прямых. Получаем точку O, которая является центром сопряжения.

Опустим перпендикуляры из центра сопряжения на прямые. Точки пересечения этих перпендикуляров с прямыми являются точками сопряжения.

3. Построим сопрягающую дугу заданным радиусом от одной точки сопряжения до другой.

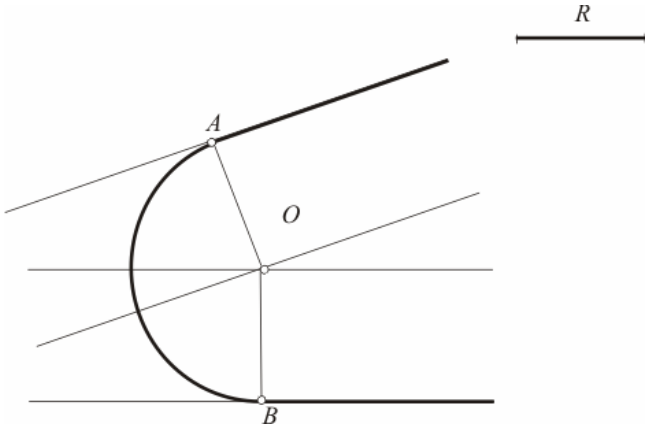


Рис. 46. Сопряжение двух прямых дугой заданного радиуса

Задача 20. Построить сопряжение окружности радиуса R_1 и прямой, если известен радиус сопрягающей дуги R (рис. 47).

Алгоритм этого построения составляют следующие операции:

1. Из центра данной окружности, проводим окружность радиусом, равным $R_1 + R$.

2. Параллельно заданной прямой на расстоянии, равном R, проводим вспомогательную прямую.

3. Окружность и прямая пересекаются в точке – центре сопряжения.

4. Из центра сопряжения опускаем перпендикуляр на прямую, получаем первую точку сопряжения.

5. Соединяем центры данной окружности и сопряжения. Полученная прямая пересечет заданную окружность во второй точке сопряжения.

6. Через точки сопряжения проводим дугу радиуса R.

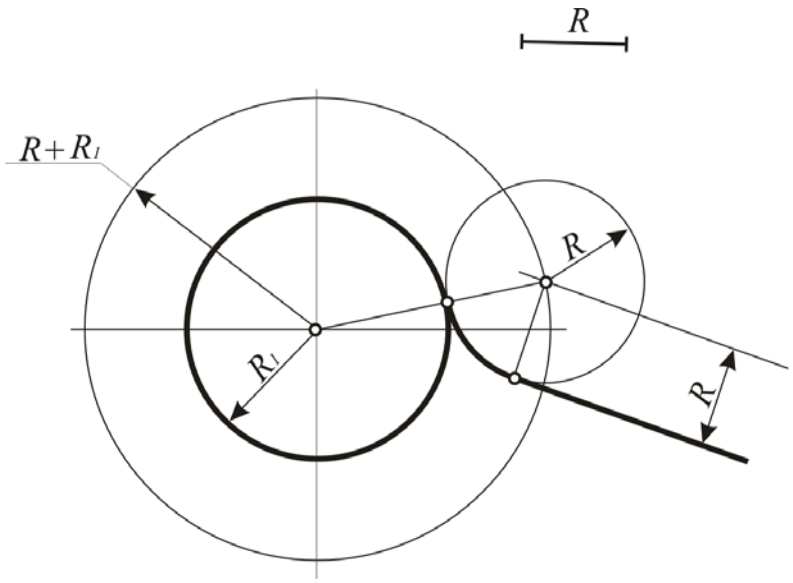


Рис. 47. Сопряжение окружности и прямой
при заданном радиусесопрягающей дуги

Задача 21. Заданы две окружности с центрами O_1 и O_2 радиусами R_1 и R_2 и радиус сопряжения R ($R > O_1O_2$). Построить сопряжение окружностей радиусом R при внутреннем касании обеих окружностей к окружности сопряжения (рис. 48).

Алгоритм этого построения составляют следующие операции:

1. Из центра O_1 проводим вспомогательную окружность радиусом, равным $R - R_1$.

2. Из центра O_2 проводим вспомогательную окружность радиусом, равным $R - R_2$.

3. Находим точку пересечения дуг этих окружностей. В рассматриваемом примере это точка O.

4. Точку O соединяем с центрами O_1 и O_2.

5. Прямые OO_1 и OO_2 пересекут заданные окружности в точках A и B. Это точки сопряжения.

6. Из центра сопряжения O проводим дугу сопряжения радиусом R от точки A до точки B.

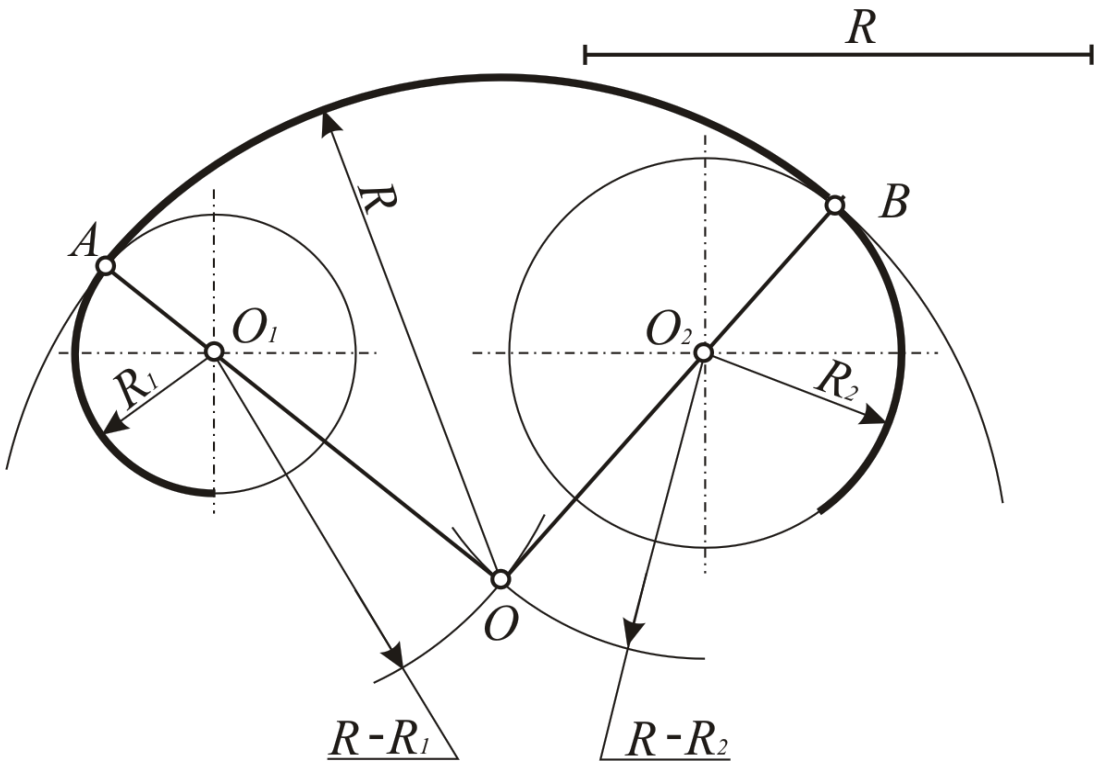


Рис. 48. Внутреннее сопряжение окружностей
при заданном радиусе сопрягающей окружности

Задача 22. Заданы две окружности с центрами O_1 и O_2 радиусами R_1 и R_2 и радиус сопрягающей окружности R. Построить сопряжение окружностей радиусом R при внешнем касании обеих окружностей к окружности сопряжения (рис. 49).

Алгоритм этого построения составляют следующие операции:

1. Из центра O_1, проводим дугу вспомогательной окружности радиусом $R + R_1$.

2. Из центра O_2 проводим дугу другой вспомогательной окружности радиусом $R + R_2$.

3. Эти дуги пересекутся в точке O, которая окажется центром сопряжения.

4. Соединяем полученную точку O с точками O_1 и O_2 .

5. Прямые OO_1 и OO_2 пересекут заданные окружности в точках A и B. Это точки сопряжения.

6. Из центра сопряжения O проводим дугу сопряжения радиусом R от точки A до точки B.

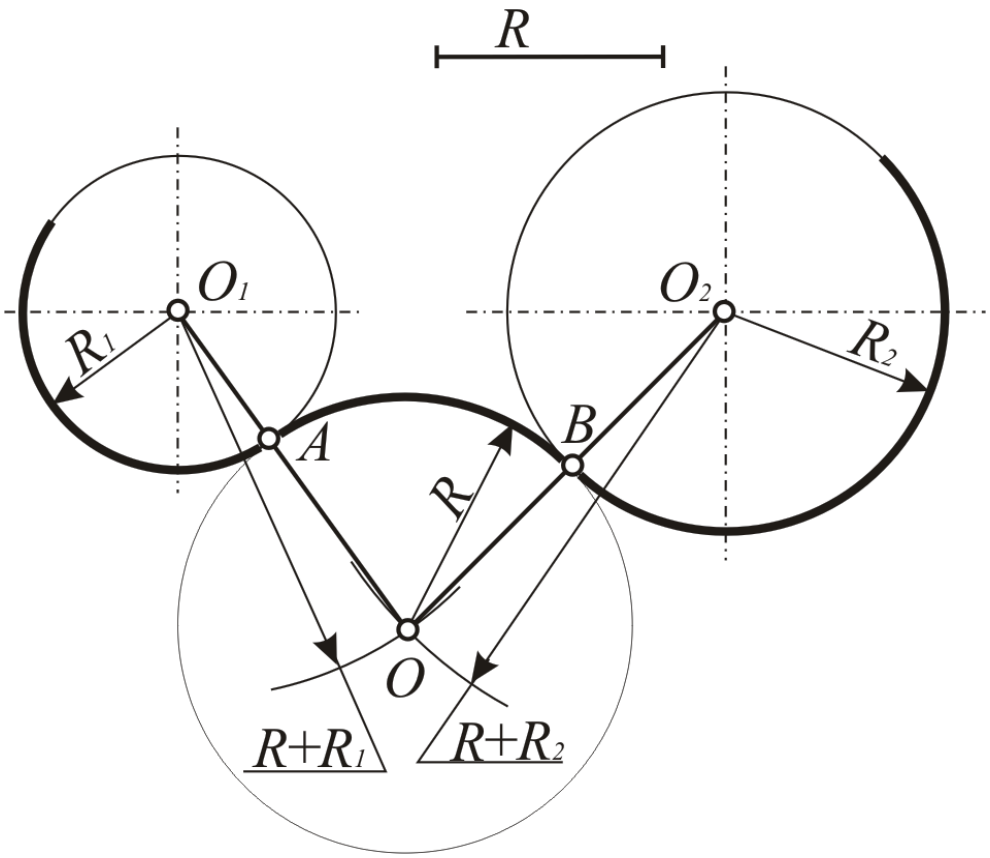


Рис. 49. Внешнее сопряжение окружностей
при заданном радиусе дуги сопрягающей окружности

Задача 23. Построить сопряжение двух окружностей радиусов R_1 и R_2 с центрами O_1 и O_2 дугой окружности сопряжения, имеющей радиус R (рис. 50).

Алгоритм этого построения составляют следующие операции:

1. Из центра O_1 проводим вспомогательную дугу радиусом $R + R_1$.
2. Из центра O_2 проводим вспомогательную дугу радиусом $R – R_2$.
3. Эти дуги пересекаются в точке O – центре сопряжения.
4. Соединяем полученную точку O с O_1 и O_2.
5. Прямые OO_1 и OO_2 пересекут заданные окружности в точках A и B – точках сопряжения.
6. Из центра сопряжения O проводим дугу сопряжения радиусом R от точки A до точки B.

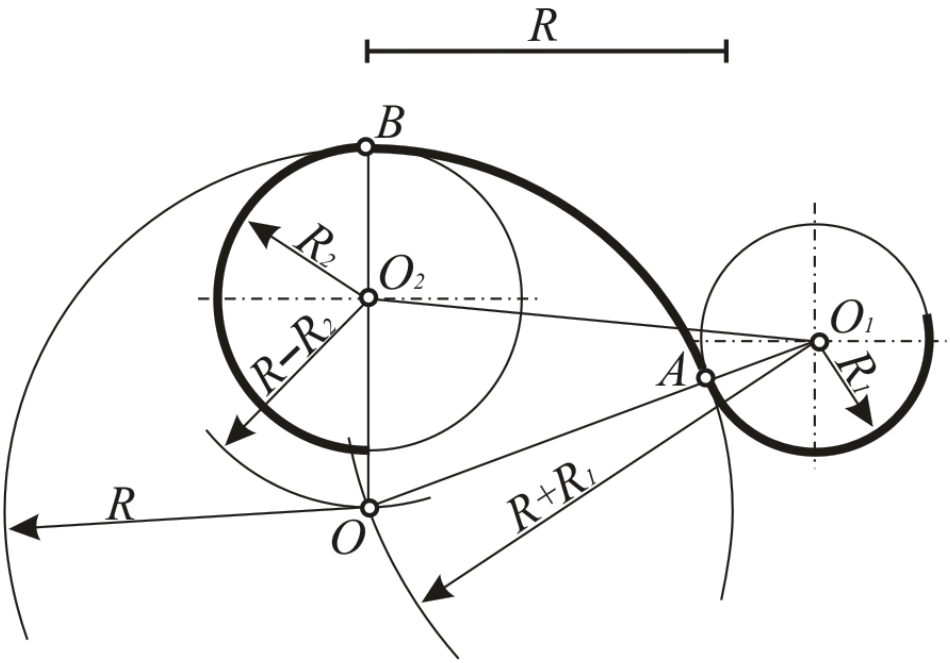


Рис. 50. Смешанное сопряжение окружностей
при заданном радиусе сопрягающей дуги

Задача 24. Даны прямые m и n, а также точка сопряжения M. Построить сопряжение этих прямых дугами двух окружностей, радиусы которых R_1 и R_2 (рис. 51).

Алгоритм этого построения составляют следующие операции:

1. Проводим 2 прямые, параллельные прямым m и n на расстояниях равных радиусам R_1 и R_2.
2. Из точки сопряжения M восстанавливаем перпендикуляр к построенной прямой. Получаем центр окружности сопряжения O_1.

3. Из центра O_1 радиусом $R_3=R_1+R_2$ описываем дугу, которая пересекает прямую, параллельную прямой *n*. Получаем точку, которая оказывается центром O_2 другой окружности сопряжения.

4. Из точки O_2 восстанавливаем перпендикуляр к прямой *n*. Точка *N* пересечения этого перпендикуляра с прямой *n,* является второй точкой сопряжения.

5. Соединим прямой оба центра сопряжения.

6. Построим дугу окружности сопряжения либо радиусом R_1, либо R_2 и пересечем ее прямой, построенной в п.5. Получим третью точку сопряжения *A*, которая ограничит эту дугу.

7. Достроим оставшуюся дугу сопряжения.

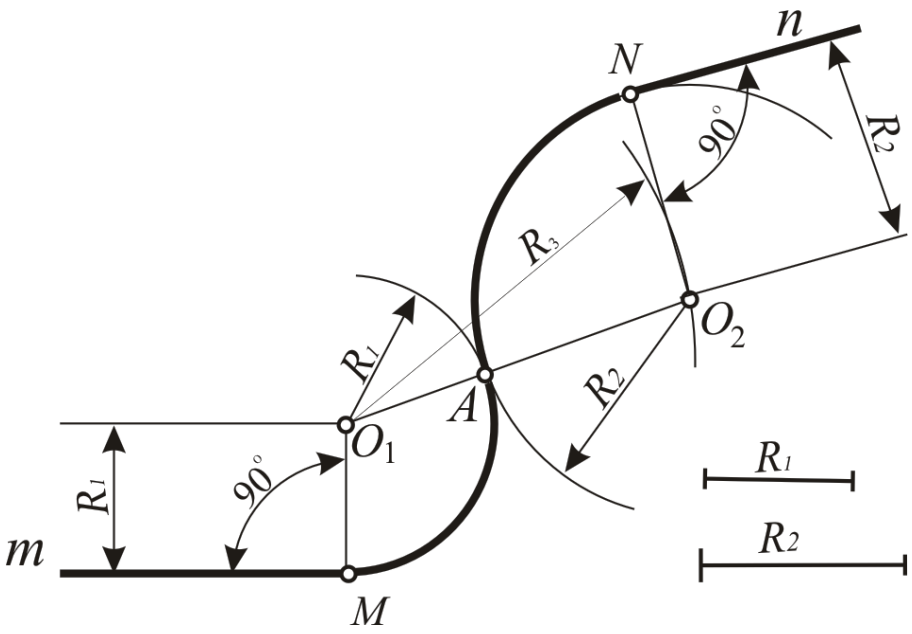


Рис. 51. Сопряжение прямых *m* и *n*
при заданных радиусах и одной точки сопряжения

Задача 25. Даны две параллельные прямые *m* и *n.* Выполнить сопряжение этих прямых при помощи двух дуг одинакового радиуса (рис. 52).

Алгоритм этого построения составляют следующие операции:

1. Соединяем точки *B* и *C,* принадлежащие соответственно прямым *m* и *n*. Получим отрезок прямой *BC*, который делим пополам. Получаем точку сопряжения *O.*

2. Отрезки *BO* и *OC* также делим пополам и восстанавливаем из полученных точек перпендикуляры к прямой *BC*.

3. Из точки B восстанавливаем перпендикуляр к прямой *n* и находим O_2 – точку пересечения с ближайшим перпендикуляром к прямой *BC.* Эта точка окажется центром сопряжения.

4. Из точки *C* восстанавливаем перпендикуляр к прямой *m* и находим O_1 – точку пересечения с ближайшим перпендикуляром к прямой *BC*. Эта точка окажется другим центром сопряжения.

5. Соединяем точки *B,O* и *O,C* радиусами сопрягающих окружностей.

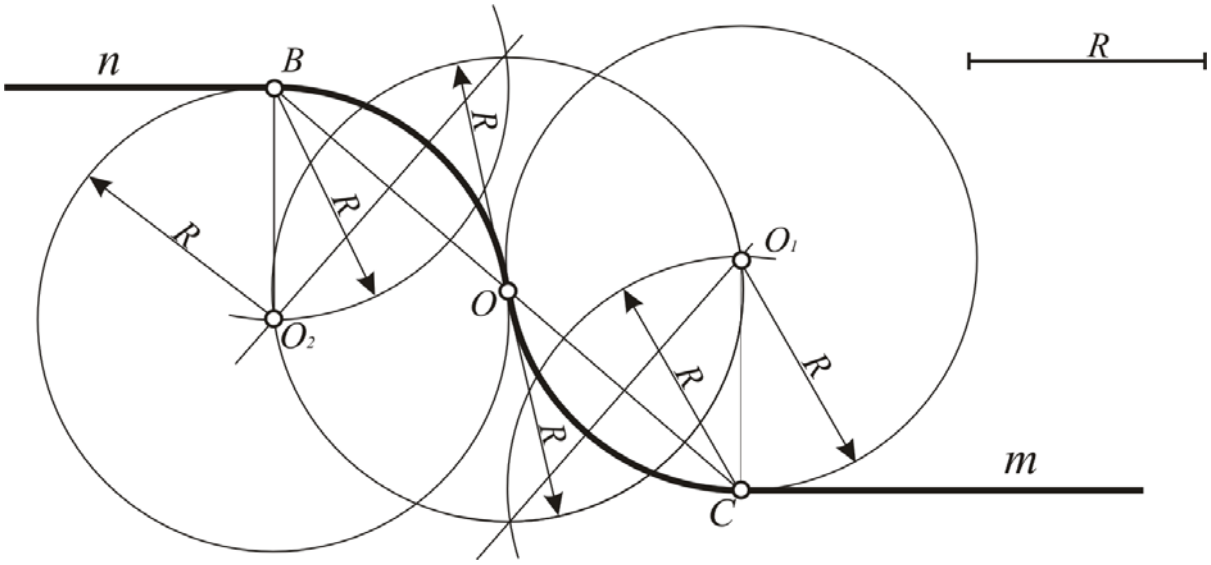


Рис. 52. Сопряжение параллельных прямых дугами одинакового радиуса

Задача 26. Даны две параллельные прямые *m* и *n*. Выполнить сопряжение этих прямых при помощи двух дуг разного радиуса сопряжения (рис. 53).

Алгоритм этого построения составляют следующие операции:

1. Соединяем точки *C* и *B,* принадлежащие соответственно прямым *m* и *n*. Получим отрезок прямой *BC*, который делим произвольным образом точкой сопряжения *O*.

2. Отрезки *BO* и *OC* также делим пополам и восстанавливаем из полученных точек перпендикуляры к прямой *BC*.

3. Из точки B восстанавливаем перпендикуляр к прямой *n* и находим O_2 – точку пересечения с ближайшим перпендикуляром к прямой *BC*. Эта точка окажется центром сопряжения.

4. Из точки *C* восстанавливаем перпендикуляр к прямой *m* и находим O_1 – точку пересечения с ближайшим перпендикуляром к прямой *BC*. Эта точка окажется другим центром сопряжения.

5. Соединяем точки *B,O* и *O,C* радиусами сопрягающих окружностей. Величины радиусов соответственно BO_2 и CO_1.

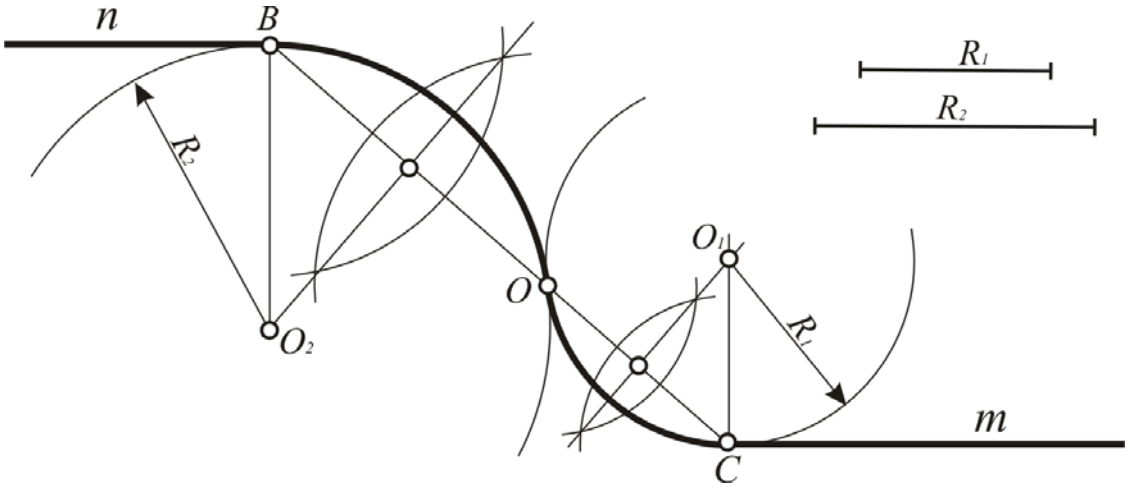


Рис. 53. Сопряжение параллельных прямых дугами разных радиусов

Задача 27. Построить сопряжение окружности с прямой *l*, если задана точка сопряжения на окружности (т. *A*) (рис. 54).

Алгоритм этого построения составляют следующие операции:

1. В точке *A*, принадлежащей окружности, восстанавливаем перпендикуляр к радиусу *OA* (иначе говоря, проводим касательную к окружности в точке *A*).

2. Угол между касательной и прямой *l* делим пополам. Получаем биссектрису этого угла, которая проходит через точку *E*. Эта биссектриса окажется геометрическим местом точек, которые можно принимать за центры окружностей, касающихся данной окружности и прямой.

3. На пересечении прямой *OA* с биссектрисой угла находим точку O_x – центр сопрягающей дуги.

4. Опуская перпендикуляр из O_x на прямую *l,* находим вторую точку сопряжения – *B*.

5. Радиусом $R = O_xA = O_xB$ проводим сопрягающую дугу.

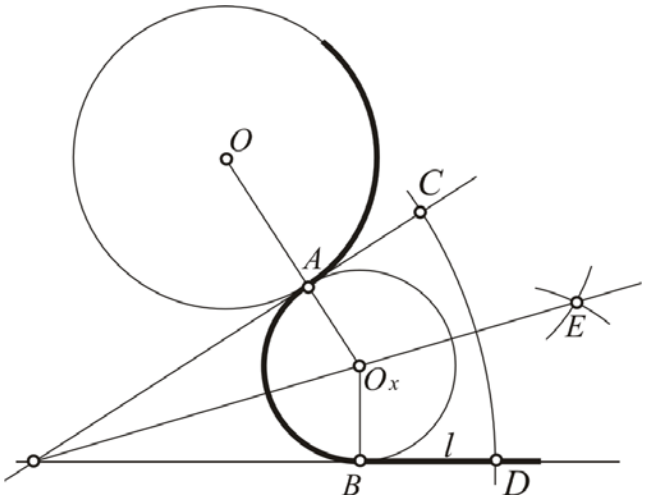


Рис. 54. Сопряжение окружности и прямой при заданной точке *A* на окружности

Задача 28. Построить сопряжение прямой *l* с окружностью радиуса *R* при заданной точке сопряжения *T* на прямой *l* (рис. 55).

Алгоритм решения этой задачи составляют следующие операции:

1. Проводим через точку *T* перпендикуляр к прямой *l*.
2. Откладываем на нем расстояние от точки *T*, равное радиусу окружности *R* и получаем точку *C (TC = R*).
3. Соединяем точку *C* с центром окружности *O* и делим отрезок *CO* пополам. Получаем точку *F*.
4. Через точку *F* проводим перпендикуляр к прямой *CO* до пересечения с прямой *TC*, получаем точку O_x – центр сопрягающей дуги.
5. Соединяем O_x с центром *O* и получаем на окружности вторую точку сопряжения *K*.
6. Радиусом $R=O_xK=O_xT$ проводим сопрягающую дугу, которая соединит точки сопряжения.

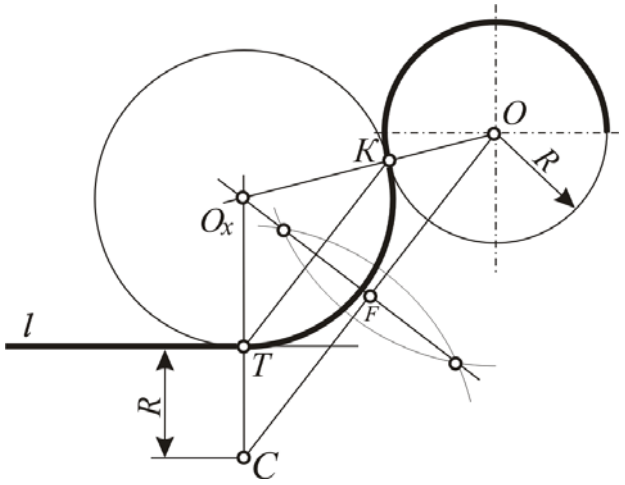


Рис. 55. Сопряжение окружности радиуса *R* и прямой *l* при заданной точке *T* на прямой *l* (внешнее касание)

П р и м е ч а н и е . При построении внутреннего касания отрезок *TC = R* откладываем вверх относительно прямой *l*. Дальнейшее построение аналогично предыдущему (рис. 56).

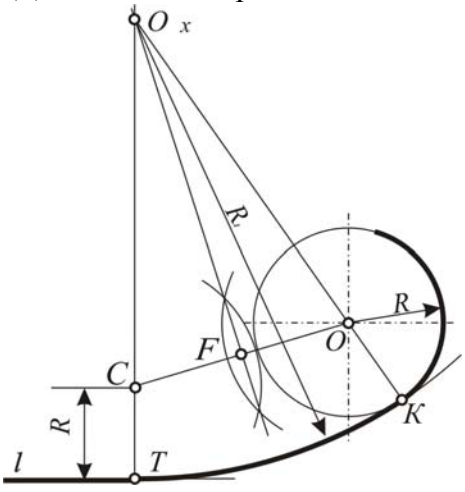


Рис. 56. Сопряжение окружности и прямой при заданной точке *T* на прямой *l* при внутреннем касании

Задача 29 . Построить сопряжение двух окружностей радиусов R_1 и R_2 при заданной точке сопряжения M на одной из окружностей (рис. 57).

Алгоритм этого построения составляют следующие операции:

1. Соединяем точку сопряжения M с центром первой окружности O_1.
2. Откладываем расстояние, равное радиусу второй окружности R_2, от точки M на прямой O_1M ($MC=R_2$).
3. Соединяем точку C с центром второй окружности O_2 и делим CO_2 пополам.
4. Через середину отрезка CO_2 проводим перпендикуляр до пересечения с продолжением прямой O_1M в точке O_x.
5. Находим вторую точку сопряжения B, соединяя точки O_x и O_2.
6. Радиусом $R=O_xM=O_xB$ проводим сопрягающую дугу.

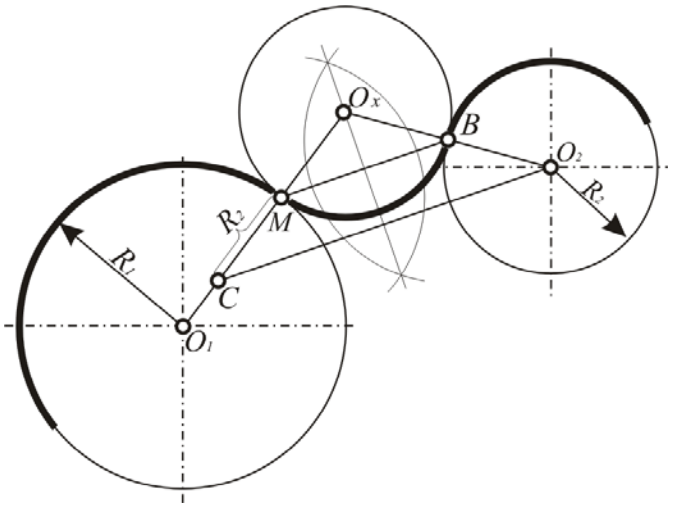


Рис. 57. Сопряжение двух окружностей радиусов R_1и $R2$ при заданной точке сопряжения M на одной из окружностей

Контрольные вопросы

1. Что называется сопряжением?
2. Что принято считать точками сопряжения?
3. Какая геометрическая задача лежит в основе построения сопряжения двух прямых?
4. Какая геометрическая задача лежит в основе построения сопряжения двух окружностей?
5. Как построить сопряжение двух прямых заданным радиусом?
6. Как построить сопряжение окружности и прямой заданным радиусом?
7. Как построить сопряжение двух окружностей заданным радиусом?

1.4.6. Линии

Как указывалось выше, точка своим движением образует линию. Существует огромное многообразие линий. Общепринятая классификация линий дана в схеме на рис. 58.

Рис. 58. Схема классификации линий

Основаниями для классификации линий являются следующие положения:

1. Линии делятся в зависимости от способа перемещения точки на прямые и кривые. Прямолинейное перемещение точки образует прямую линию, криволинейное – кривую.

2. В зависимости от того, как точки кривой линии относятся к плоскости, все кривые делятся на плоские и пространственные. Все точки плоских кривых принадлежат одной плоскости. Пространственные кривые имеют с плоскостью только несколько общих точек.

3. Способы изображения разделяют линии на лекальные и коробовы. Лекальные кривые вычерчиваются по точкам с помощью кривой линейки (лекало). Коробовы кривые являются результатом сопряжения дуг окружностей.

Одной из характеристик кривой линии является ее порядок. Геометрически *порядок кривой определяется максимальным количеством точек пе-*

ресечения с прямой, если кривая плоская, или с плоскостью, если кривая пространственная. Аналитически порядок кривой соответствует порядку уравнения, которым она описывается.

Плоские лекальные кривые. Самыми распространенными плоскими кривыми являются: окружность, эллипс, парабола и гипербола, которые называются лекальными кривыми. Учитывая их проективные характеристики, необходимо знать, как эти линии расположены по отношению к несобственной прямой плоскости. Окружность и эллипс не пересекают эту прямую, парабола касается ее, а гипербола пересекает ее в двух точках. Если к несобственной прямой плоскости относиться как к любой другой прямой, то названные выше кривые линии принципиально не отличаются друг от друга.

Эллипс. *Сумма расстояний от любой точки эллипса до двух фиксированных точек (фокусов F_1, F_2) есть величина постоянная и равная большой оси эллипса.* Наименьшее расстояние между двумя противоположными точками эллипса принято считать малой осью, наибольшее – большой осью. Малая и большая оси взаимно перпендикулярны и, пересекаясь, делят друг друга пополам. На рис. 59 это отрезки *AB* и *CD*. В тех случаях, когда дано изображение эллипса, но нет изображения фокусов, их можно определить $R = CO$. Если даны фокусы эллипса, то построение его точек (*M, K*) понятно из рис. 59, т.е. $MF_1 + MF_2 = KF_1 + KF_2 = CD$. Множество полученных таким образом точек соединяются лекалом.

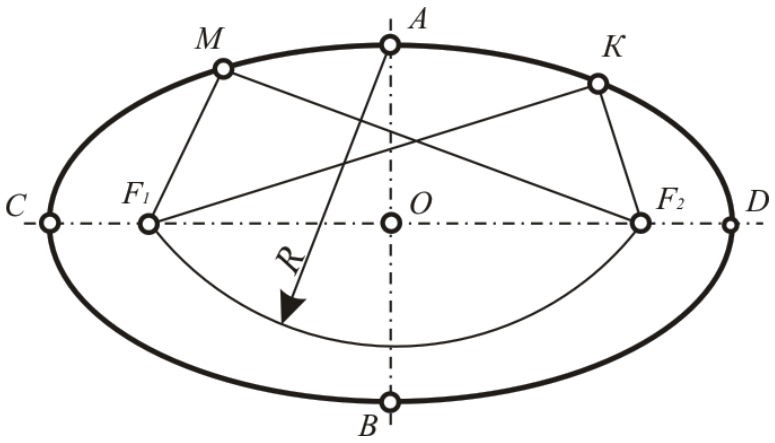


Рис. 59. Построение эллипса с заданными фокусами

Задача 30. Построить эллипс, если заданы его малая и большая оси (рис. 60).

Алгоритм этого построения составляют следующие операции:

1. Проводим две концентрические окружности. Диаметр одной равен малой оси эллипса, диаметр другой – большой оси.

2. Делим окружности на равные части. В рассмотренном примере – на двенадцать. Через точки деления на малой окружности проводим горизонтальные прямые, через аналогичные точки на большой окружности – вертикальные. Точки пересечения этих прямых принадлежат эллипсу, которые соединяем лекалом.

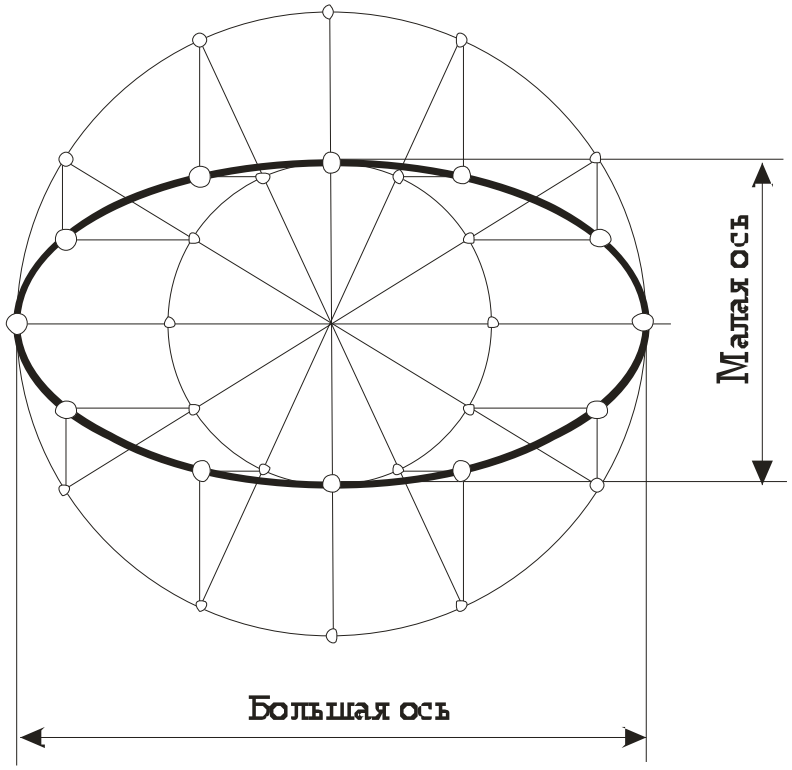


Рис. 60. Построение эллипса по большой и малой осям

Парабола. *Каждая точка параболы расположена на одинаковом расстоянии от фиксированной прямой (директрисы) и от фиксированной точки F (фокуса)* (рис. 61). Ось симметрии параболы проходит через ее фокус и перпендикулярна ее директрисе. Вершина параболы (точка *A*) делит отрезок *FE* на две равные части.

Задача 31. Построить параболу, если заданы ее вершина *A,* фокус *F* и директриса (рис. 61).

Алгоритм этого построения составляют следующие операции:

1. От вершины параболы на ее оси откладываем несколько отрезков.

2. Через них проводим прямые, параллельные директрисе. На каждой из этих прямых располагаются по две точки параболы. Их расстояния от директрисы до фокуса равны.

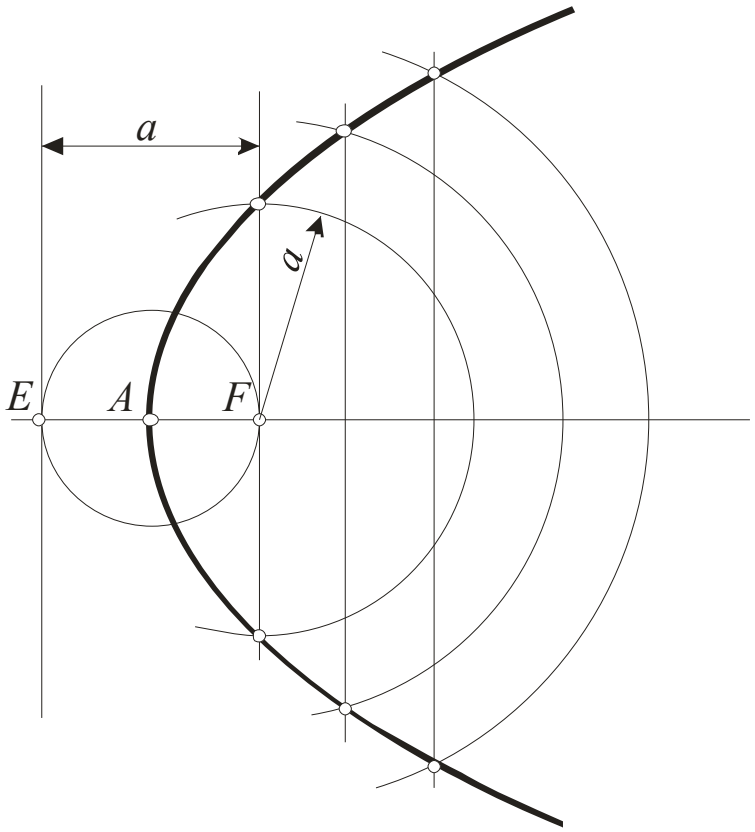


Рис. 61. Построение параболы, основанное на свойствах ее точек

Задача 32. Построить параболу, если заданы вершина параболы *A*, некоторая ее точка *M* и направление оси (рис. 62).

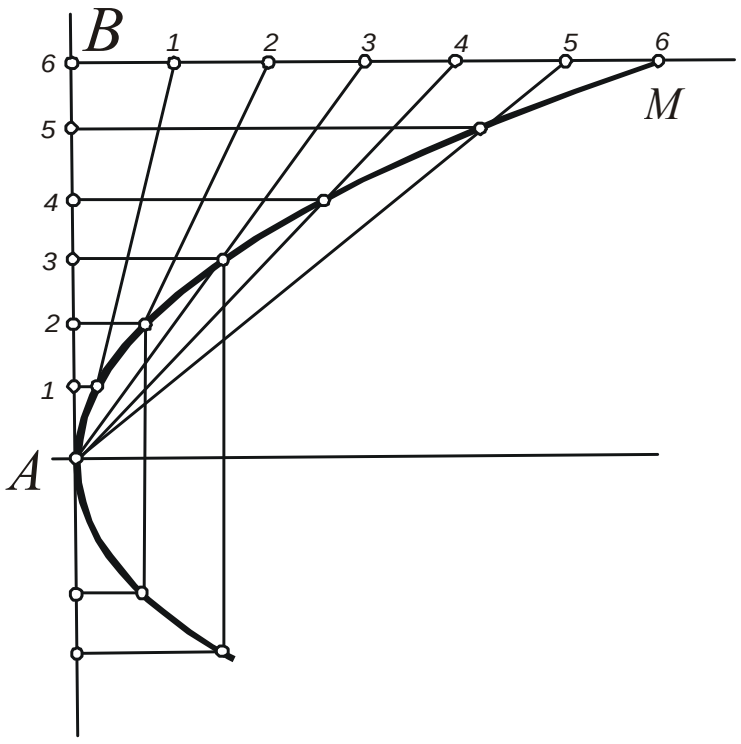


Рис. 62. Построение параболы по ее вершине и произвольной точке

Алгоритм этого построения составляют следующие операции:

1. Из точки M проводим прямую, параллельную оси, а из точки A – прямую, перпендикулярную оси. Эти прямые пересекаются в некоторой точке B.

2. Отрезки AB и BM делим на равное число частей, которые на каждом отрезке равны между собой. Дальнейшее построение видно из рис. 62.

Гипербола. *Гиперболой называется плоская кривая линия, у которой разность расстояний от каждой точки до двух фиксированных точек F_1, F_2 (фокусов) есть величина постоянная и равная расстоянию между вершинами гиперболы* (рис. 63).

Гипербола симметрична относительно двух взаимно перпендикулярных осей. Ось, которая содержит фокусы, называется действительной, другая ось – мнимой. Точка пересечения осей называется центром гиперболы. Прямые, проходящие через центр гиперболы и касающиеся ее в бесконечно удаленных точках, называются асимптотами.

Задача 33. Построить гиперболу, если заданы действительная ось, фокусное расстояние и вершины M_1, M_2 (рис. 63).

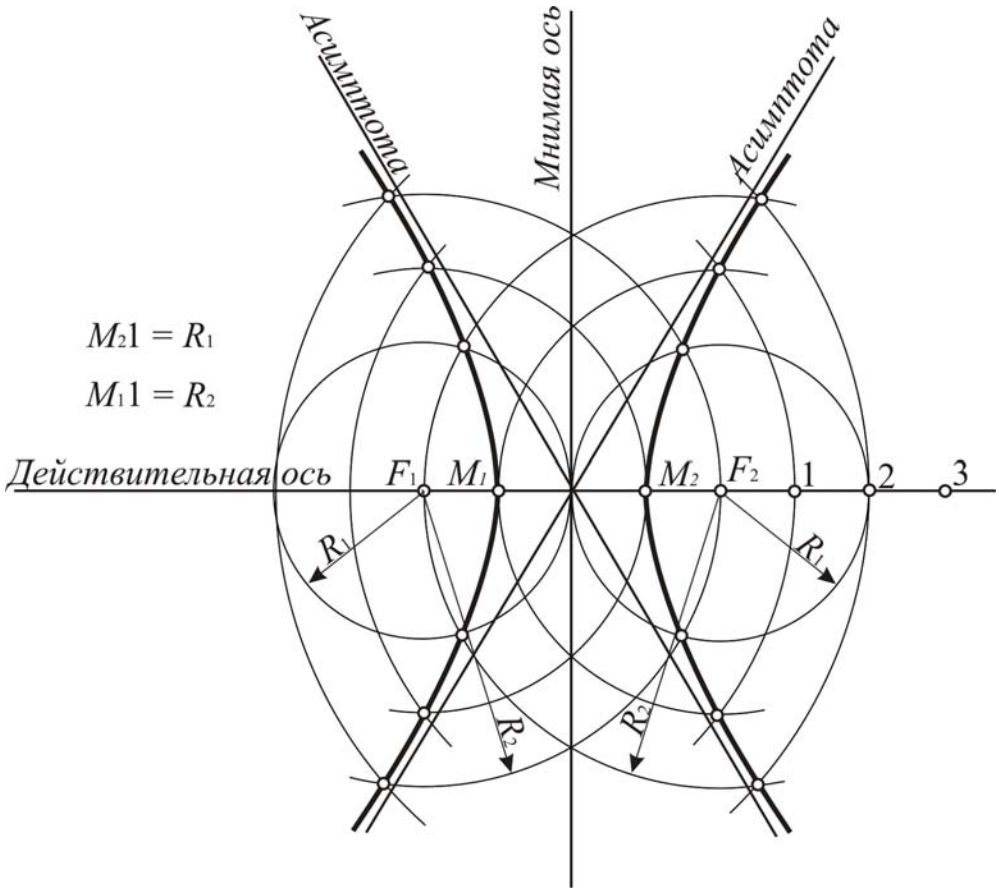


Рис. 63. Построение гиперболы, основанное на свойствах ее точек

Алгоритм этого построения составляют следующие операции:

1. На действительной оси наносим точки, расстояние между которыми увеличивается по мере удаления от фокуса.

2. Из фокусов проводим дуги радиусом, равным расстоянию от точки *1* до вершины M_1 или M_2. Точки пересечения этих дуг принадлежат гиперболе.

Если асимптоты гиперболы взаимно перпендикулярны и являются биссектрисами углов, образованных осями, то для ее построения достаточно иметь эти асимптоты и одну произвольную точку гиперболы. На рис. 64 через произвольную точку *M* проведены две взаимно перпендикулярные прямые, которые параллельны асимптотам *a* и *b*. На вертикальную прямую нанесены произвольные точки: *1, 2, 3, 4, 5*... Дальнейшее построение ясно из рис. 64.

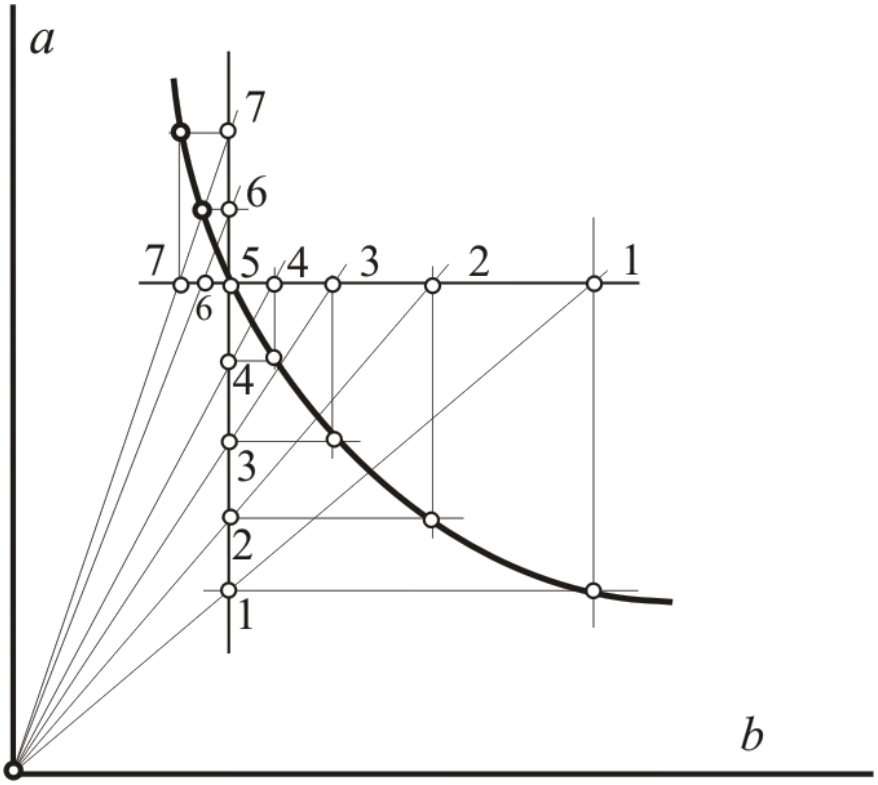


Рис. 64. Построение гиперболы по произвольной точке
и двум взаимно перпендикулярным асимптотам

Если плоская кривая второго порядка задана двумя касательными и тремя точками, что на практике бывает достаточно часто, точки этой кривой строят по алгоритму, рассмотренному на рис. 65. Исходными являются точки *A*, *B* и *C*, касательные прямые *m* и *n*, пересекающиеся в точке *D* и прямые *a* и *b,* которые соединяют точки *A* и *B* с точкой *C*. Последователь-

ность графических построений отмечена цифрами. Первую прямую можно провести через точку *A* или точку *B* под любым углом. Последующие операции видны на рис. 65.

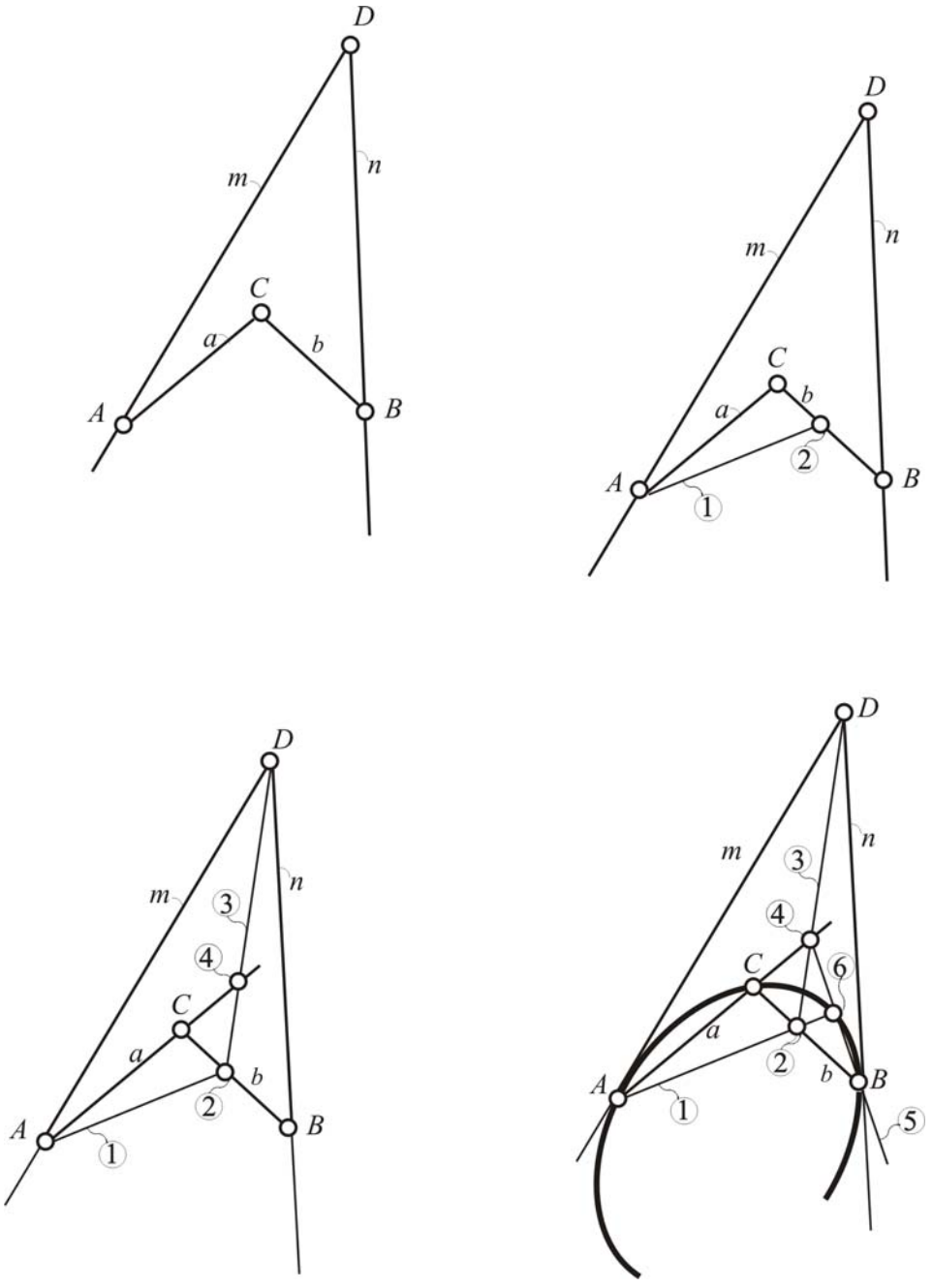


Рис. 65. Построение кривой второго порядка по трем точкам и двум касательным

Эвольвента. *Эвольвентой называется развертка окружности.* От латинского слова *evolventis* – разворачивающийся. Эвольвенту можно представить как конец нити, который наматывается на окружность или разматывается с нее.

Задача 34. Построить эвольвенту на заданной окружности (рис. 66).

Алгоритм этого построения составляют следующие операции:

1. Для построения эвольвенты окружность делим на несколько равных частей (например, на 12).

2. В точках деления проводим касательные к окружности.

3. На двенадцатой касательной от точки 12 откладываем длину окружности, равную πD, которую делим также на двенадцать равных частей.

4. На каждой касательной от точки касания откладываем такое количество частей, которое соответствует номеру касательной. Например, на касательной, проходящей через точку 10, откладываем 10 частей, на касательной 9 – 9 частей и т.п. Соединив полученные точки с помощью лекала, получим эвольвенту.

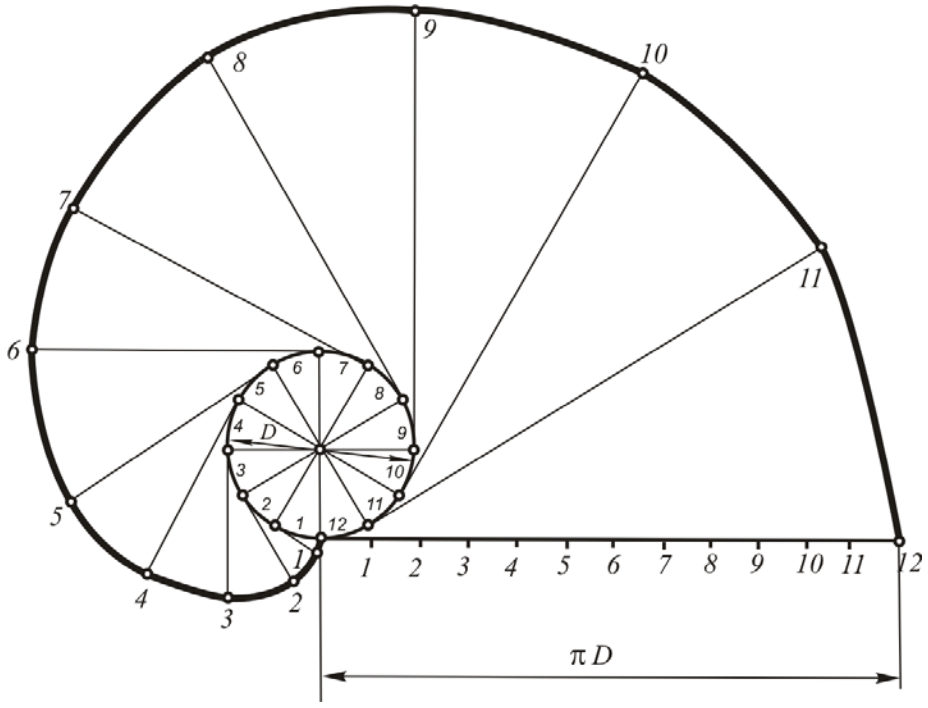


Рис. 66. Построение эвольвенты

Синусоида. *Синусоидой называется плоская кривая, показывающая изменение тригонометрической функции в зависимости от изменения величины угла* α. Графическое построение синусоиды показано на рис. 67. Изображают окружность произвольного радиуса и делят ее на равное количество частей (например на 12).

Через полученные точки проводят горизонтальные прямые. На прямой, проходящей через центр от произвольной точки откладывают отрезок, равный длине изображенной окружности. Этот отрезок делят тоже на 12 равных частей. Через полученные точки проводят вертикальные пря-

мые. Последовательно соединяя точки пересечения горизонтальных и вертикальных прямых плавной линией, получим изображение синусоиды.

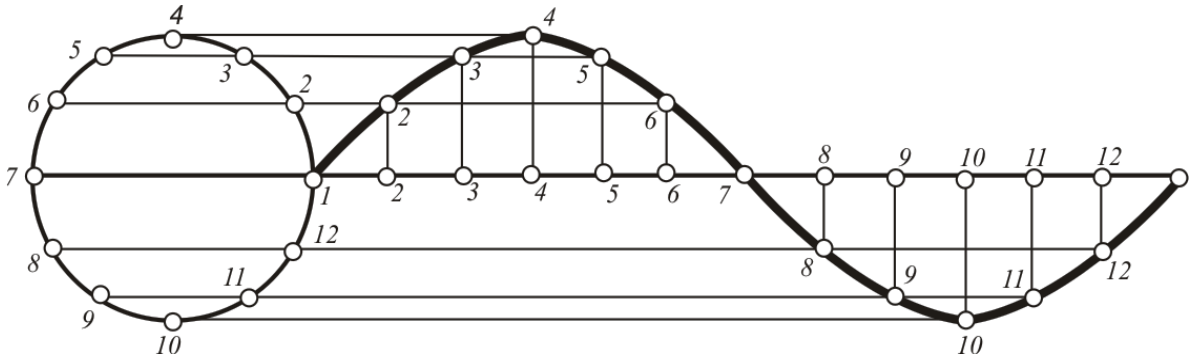


Рис. 67. Построение синусоиды

Спираль Архимеда. *Спиралью Архимеда называется плоская кривая линия, которую описывает точка, вращающаяся и одновременно удаляющаяся от заданного фиксированного центра* (рис. 68).

Для построения спирали Архимеда проводят окружность произвольного радиуса и делят ее на равное количество частей. В рассматриваемом примере окружность поделена на 8 частей. Полученные на окружности точки соединяют с центром прямыми. На такое же количество частей делится радиус окружности. Через каждую точку на радиусе проводят концентрические окружности. Последовательно пересекая прямые с окружностями, получаем точки спирали, которые соединяем по лекалу плавной линией.

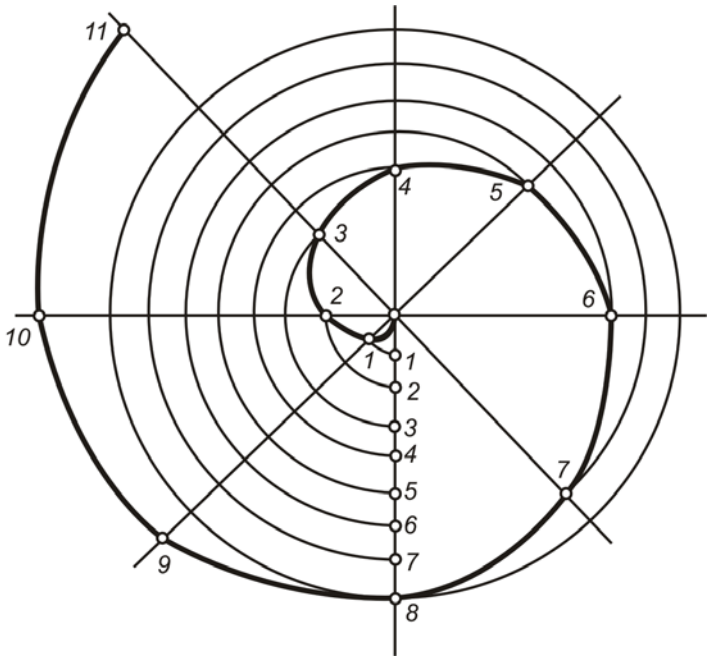


Рис. 68. Построение спирали Архимеда

Циклоидальные кривые. *Циклоидальными кривыми линиями называются плоские кривые – траектории некоторой точки окружности, которая катится по прямой или по окружности без скольжения.*

На рис. 69, 70 и 71 показано построение различных циклоидальных кривых. При перемещении окружности по прямой направляющей линии получится циклоида (рис. 69). Если направляющая является дугой окружности, то траекторией перемещения точки является эпициклоида (рис. 70) или гипоциклоида (рис. 71), в зависимости от того, как катится окружность: по внешней стороне направляющей дуги или по внутренней.

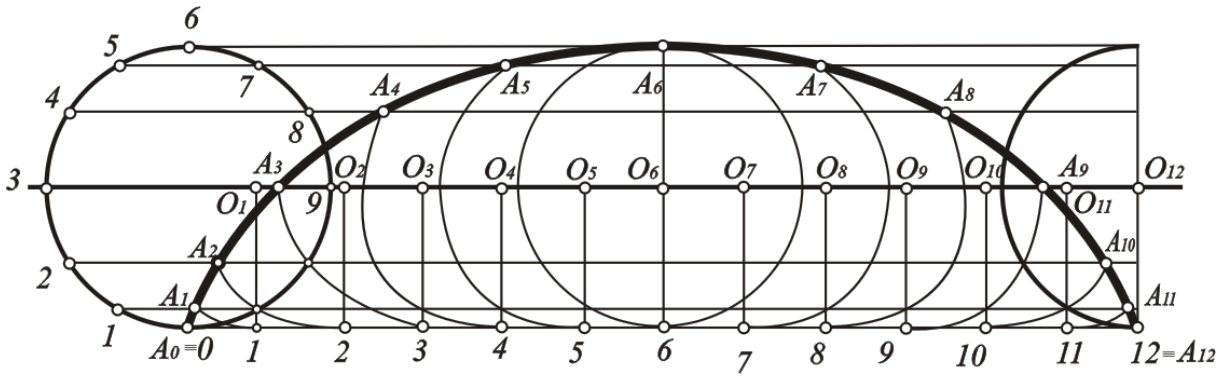


Рис. 69. Построение циклоиды

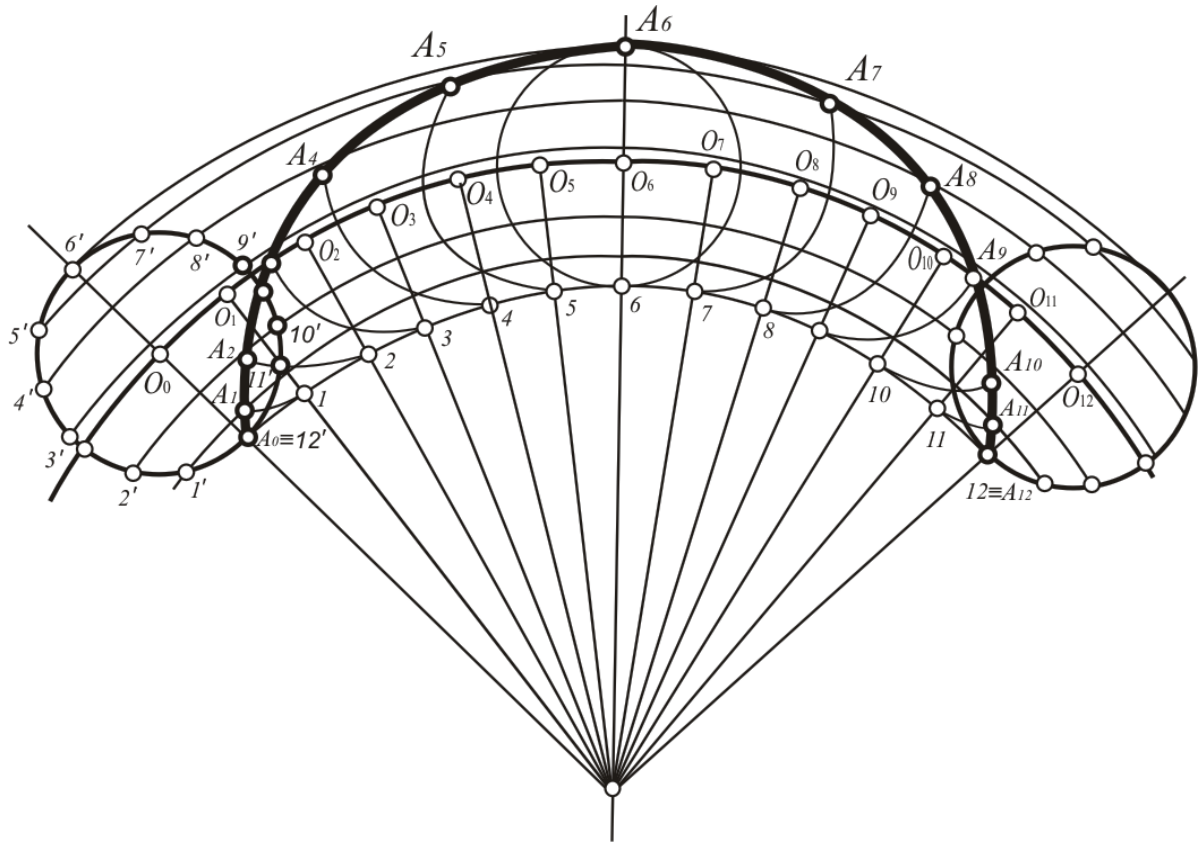


Рис. 70. Построение эпициклоиды

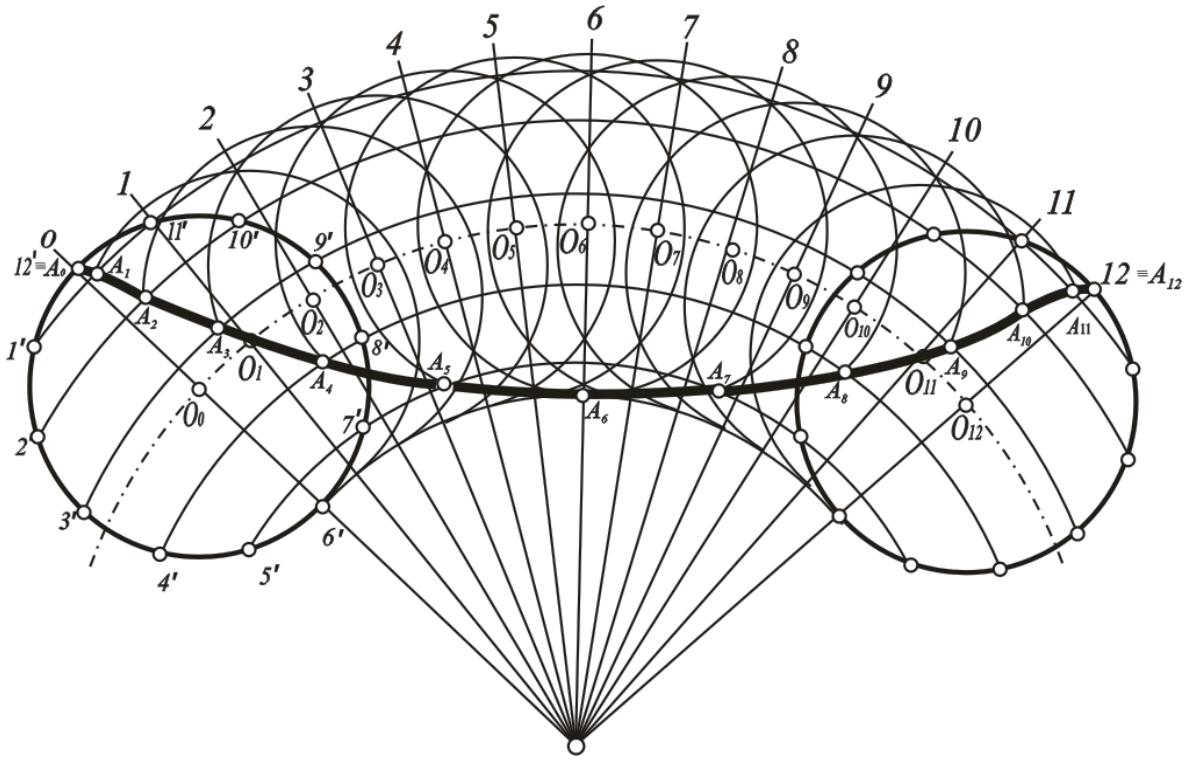


Рис. 71. Построение гипоциклоиды

Для построения точек циклоидальных кривых образующую окружность делят на равное число частей, удобнее – на 12. На направляющей линии откладывают величину, равную длине этой окружности, и делят полученный отрезок или дугу на такое же число равных между собой частей. Через точки на образующей окружности проводят прямые, параллельные направляющей линии (если же направляющая является окружностью, то – концентрические ей окружности). Параллельно этим линиям проводят такую же линию через центр образующей окружности и наносят на нее 12 точек, которые являются центрами ее последовательного перемещения. На рис. 69, 70, 71 – это точки O_1, O_2, O_3... С центрами в этих точках проводят окружности, радиус которых равен радиусу направляющей окружности, и пересекают их с соответствующими линиями, проходящими через точки деления направляющей окружности. Полученные точки соединяют по лекалу плавной линией.

Коробовы кривые. Кроме лекальных кривых в архитектурной и дизайнерской практике широкое распространение получили *коробовы кривые, которые состоят из сопряженных дуг окружностей различного радиуса.*

Рассмотрим некоторые из них. На рис. 72 изображены четырехцентровые овалы с двумя осями симметрии (рис. 72,а) и с одной осью симметрии (рис. 72,б). Овал на рис. 72,а состоит из дуг двух окружностей радиуса R_1, сопряженного с дугами окружностей радиуса R_2 . Овал на рис. 72,б представляет собой сопряжение дуг трех окружностей радиусов R_1, R_2, R_3. Построение этих линий ясно из рисунков.

С помощью коробовых кривых строят архитектурные обломы. В настоящем курсе рассматриваются только те из них, которые встречаются чаще других. На рис. 73 показано построение архитектурного облома – каннелюры, которую образуют три дуги сопрягающихся окружностей различных радиусов. Исходными являются точки *A* и *B* на стволе колонны. Отрезок *AB* делится пополам и на каждой половинке, как на диаметре, описываются окружности. Левая и правая части этих окружностей рисуют форму каннелюры. Построение центра окружности O_2 и дальнейшее выполнение средней части каннелюры ясно из рисунка.

а б

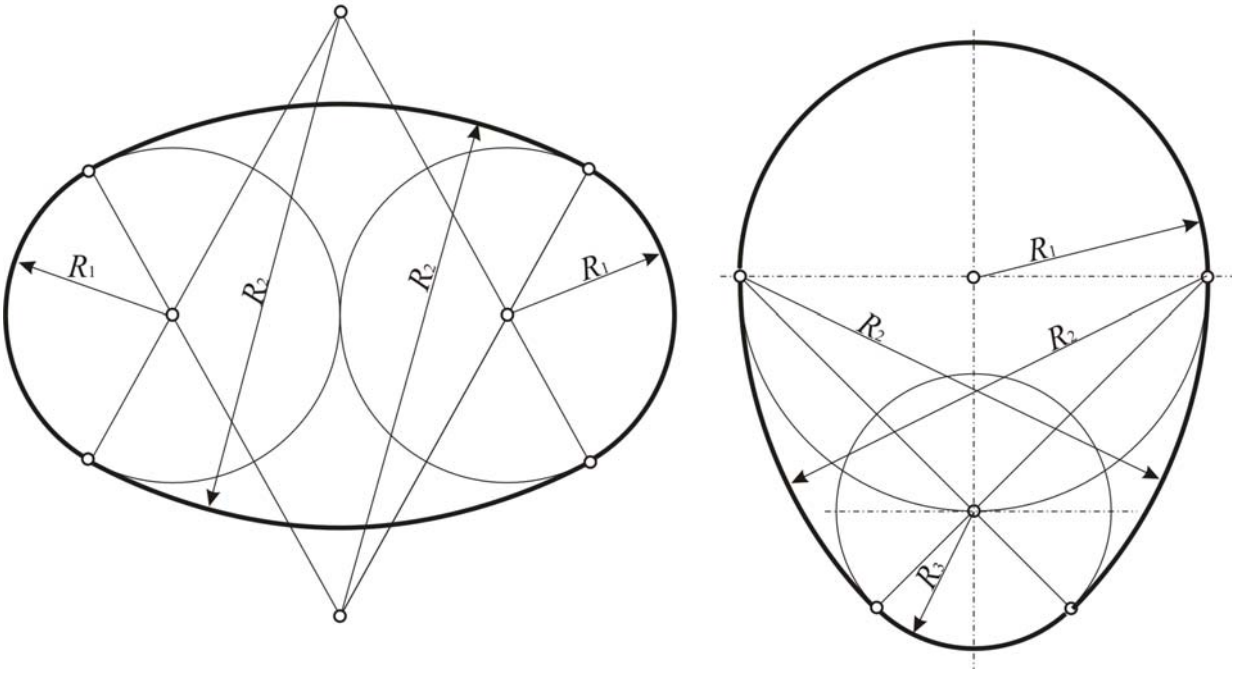


Рис. 72. Построение овалов

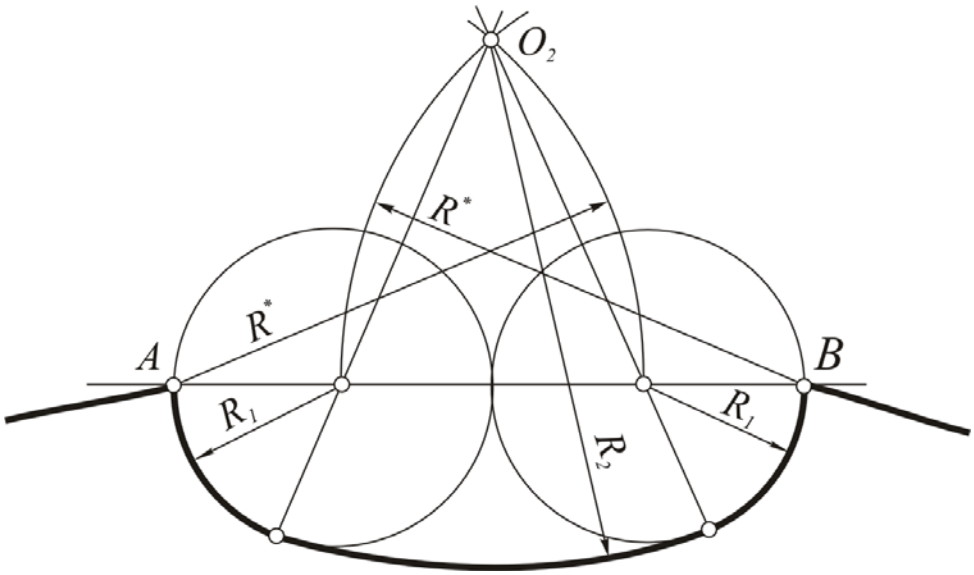


Рис. 73. Построение каннелюры

Приемы построения других архитектурных обломов – каблучка и гуська – представлены на рис 74, 75. В обоих случаях радиусы сопряжения R_1 и R_2 равны друг другу.

Построения двух скоций, образованных двумя и тремя радиусами сопряженных окружностей, показаны на рис. 76 и 77. В одном случае исходными являются точки *A, B, C*, в другом – *A, B, C, D*. Порядок построения ясен из рис. 76 и 77. Он основан на теоремах школьного курса геометрии.

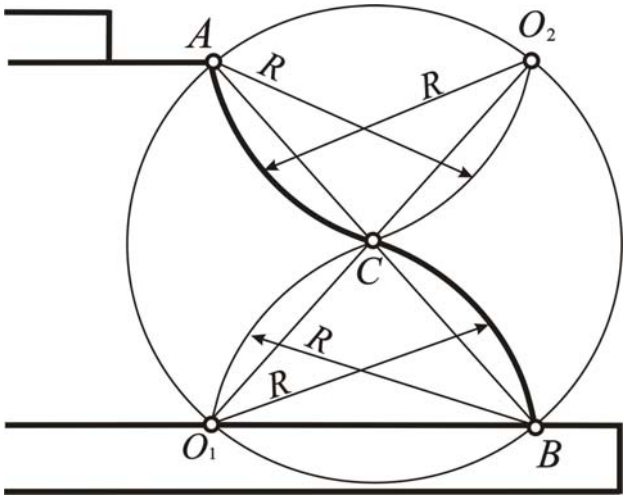


Рис. 74. Построение каблучка

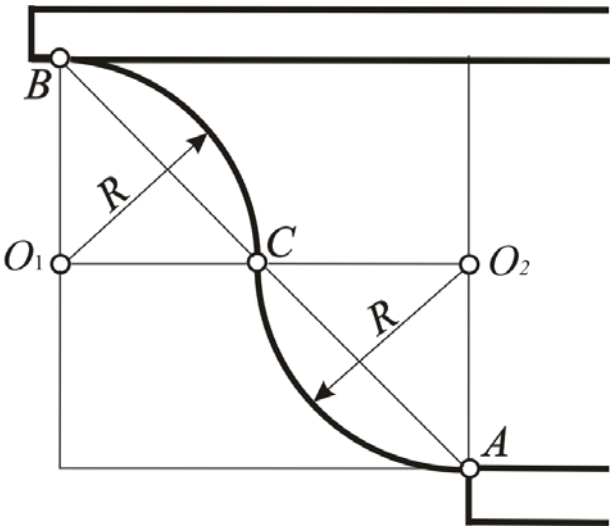


Рис. 75. Построение гуська

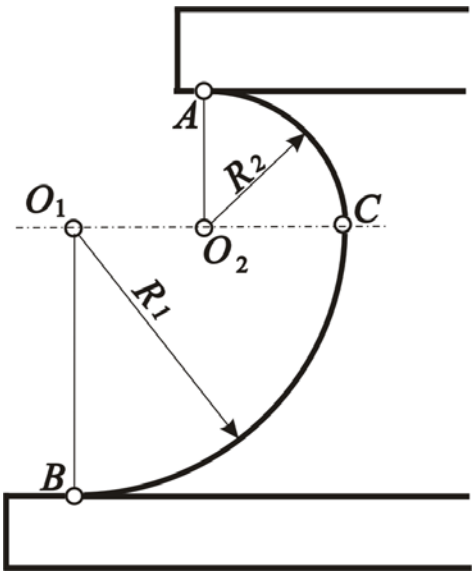


Рис. 76. Построение скоции с двумя радиусами сопряжения

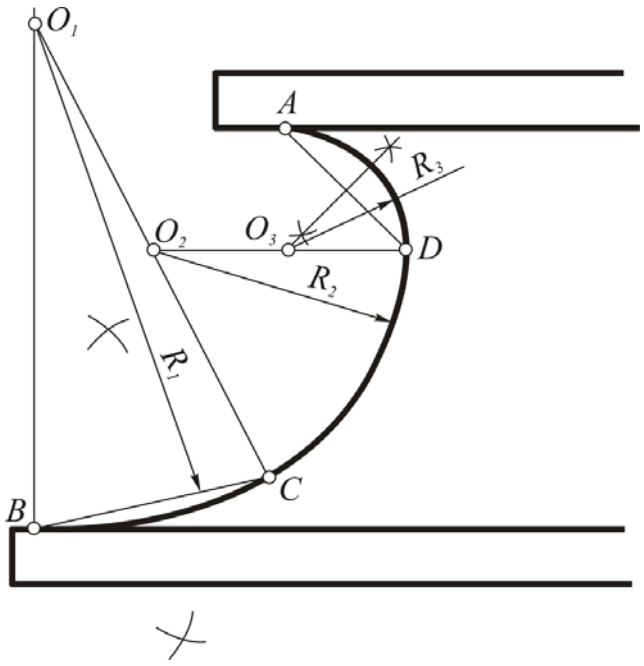


Рис. 77. Построение скоции с тремя радиусами сопряжения

Из всего многообразия **пространственных кривых** линий рассмотрим только те, которые чаще всего встречаются на практике. К ним относятся винтовые линии.

Винтовая линия *образована в результате одновременного поступательного и вращательного движения точки по поверхности вращения.* Если точка движется по цилиндрической поверхности, образуется цилиндри-

ческая винтовая линия (рис. 78,а). В случае, когда точка перемещается по конической поверхности, возникает коническая винтовая линия (рис. 78,б).

Расстояние *h*, на которое точка перемещается за один оборот, называется шагом. Траектория точки, пройденная за один шаг, называется витком.

Винтовые линии могут быть как правые, так и левые. Правой линия считается тогда, когда наблюдатель, смотрящий вдоль оси, видит ее закручивающейся при подъеме против часовой стрелки. Если линия при подъеме закручивается по часовой стрелке, то она является левой винтовой линией.

Винтовая линия является кратчайшим расстоянием по поверхности между двумя ее точками.

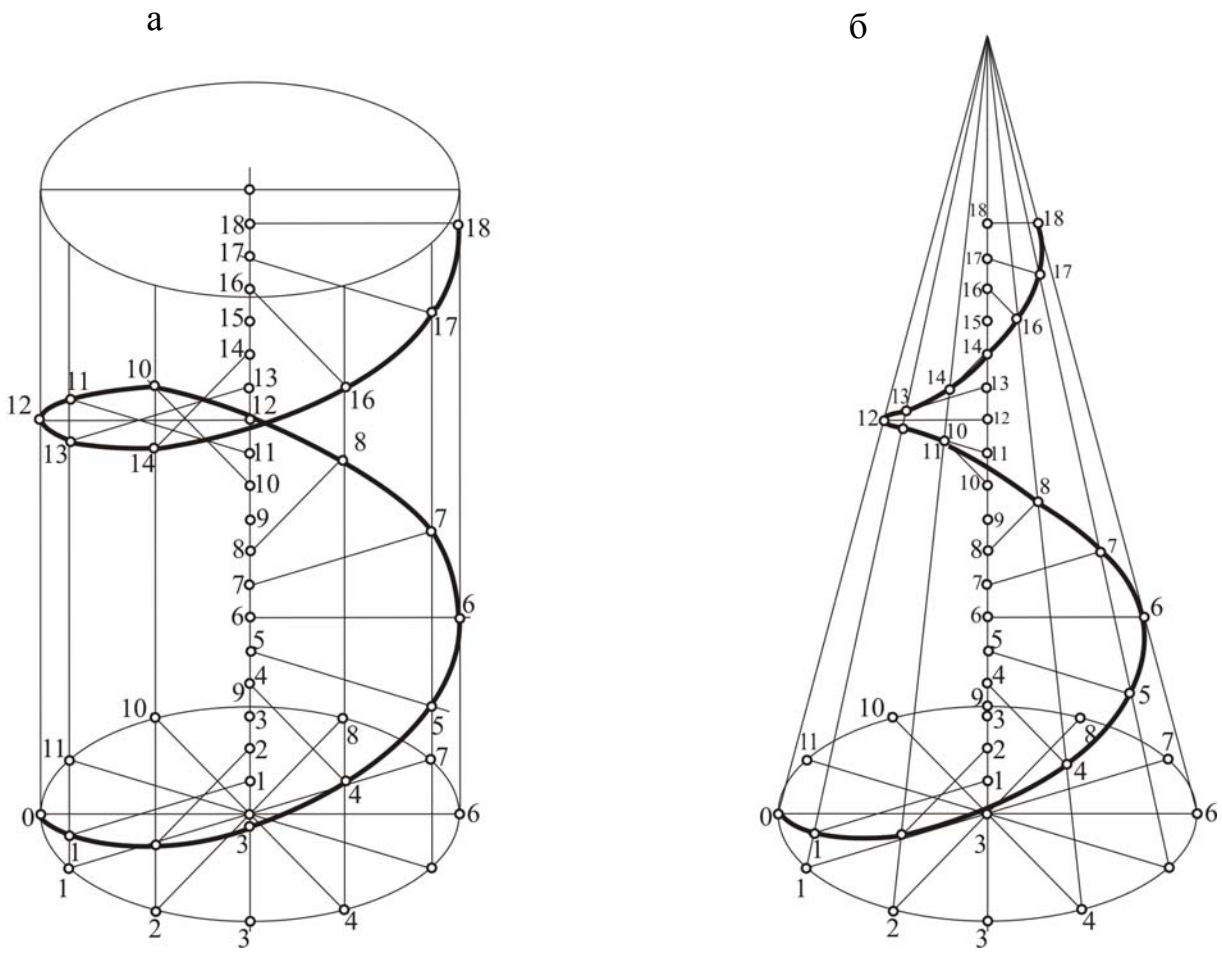


Рис. 78. Образование винтовых линий

Контрольные вопросы

1. Как образуется линия?
2. Что называют порядком кривой линии?
3. Какие линии называются плоскими?
4. Какие линии называются пространственными?
5. Какие линии называются лекальными?
6. Какие линии называются коробовыми?
7. Как построить эллипс?
8. Как построить параболу?
9. Как построить гиперболу?
10. Как построить любое коническое сечение по двум касательным и трем точкам?
11. Какую линию называют эвольвентой?
12. Какую линию называют синусоидой?
13. Какую линию называют спиралью Архимеда?
14. Какую линию называют циклоидой?
15. Как построить овал?
16. Перечислить известные Вам пространственные линии.
17. Перечислить известные Вам коробовы кривые, которые используются для вычерчивания архитектурных деталей.
18. Как образуется винтовая линия?
19. Чем отличается коническая винтовая линия от цилиндрической?

1.4.7. Поверхности

Как говорилось выше, линия, перемещаясь по заранее заданному закону, образует плоскость или поверхность. Плоскость образуется в результате перемещения прямой, которая образует двумерное пространство. Более сложное движение прямой образует различные поверхности. Поверхности образуют и кривые линии, двигаясь по заранее заданному закону. Рассмотрим самые распространенные поверхности.

Линия, которая своим движением образует поверхность, называется **образующей.** Она может быть прямой или кривой линией, а перемещаться может самыми различными способами. Например, образующая может вращаться вокруг фиксированной оси или ее движение может направлять другие линии, которые называются **направляющими.** Количество направляющих может быть различным. Роль направляющей может играть также и точка, которая называется **вершиной**. Через вершину проходят, как правило, только прямолинейные образующие.

Наиболее распространенной является классификация, которая представлена в виде схемы на рис. 79. Основанием для деления поверхностей на линейчатые и нелинейчатые является возможность или невозможность выделения на ней прямой линии. Поверхности, на которых можно выделить прямую линию, называются **линейчатыми**. Если на поверхности невозможно выделить прямую линию, поверхность называется **нелинейчатой**.

Описано много способов образования поверхностей

Рис. 79. Классификация поверхностей

Рассмотрим образование наиболее распространенных геометрических поверхностей. Зафиксируем в трехмерном пространстве точку T и некоторую кривую линию f (рис. 80,а). Проведем через точку T прямую l, которая пересекает линию f. Прямая l, перемещаясь в пространстве таким образом, что она скользит по линии f и проходит через точку T, образует поверхность. Прямая l называется образующей, точка T – вершиной, кривая f – направляющей.

В зависимости от характера направляющей и расположения вершины возникают следующие поверхности (табл. 1):

- **коническая** – вершина T на конечном расстоянии, направляющая f – кривая (рис. 80,в);
- **цилиндрическая** – вершина T бесконечно удалена, направляющая f – кривая (рис. 80,г);
- **пирамидальная** – вершина T – на конечном расстоянии, направляющая f – ломаная (рис. 80,а);
- **призматическая** – вершина T бесконечно удалена, направляющая f – ломаная (рис. 80,б).

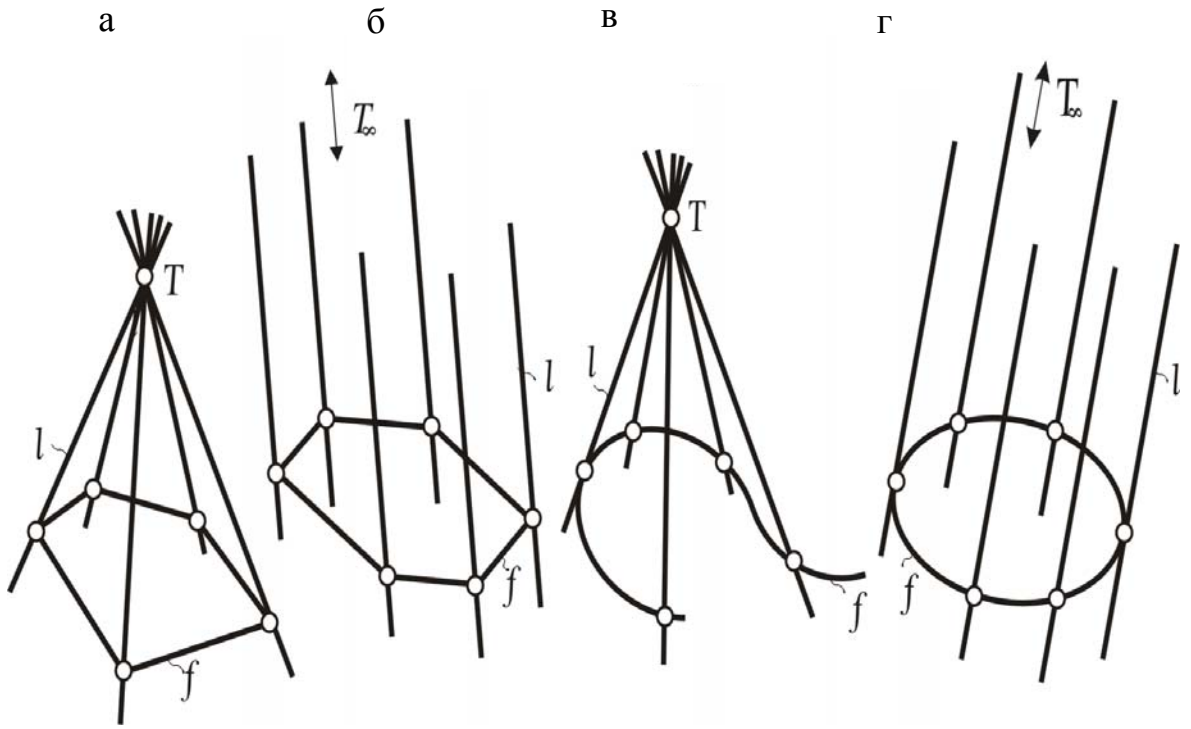


Рис. 80. Образование класса конических поверхностей

Таблица 1

Класс конических поверхностей

Название поверхности	Расположение вершины	Вид направляющей	Вид образующей
Собственно коническая поверхность	На конечном расстоянии	Кривая линия	Прямая линия
Цилиндрическая поверхность	В бесконечности		
Пирамидальная поверхность	На конечном расстоянии	Ломаная линия, состоящая из прямых отрезков	
Призматическая поверхность	В бесконечности		

Многогранником в трехмерном пространстве называется совокупность конечного числа плоских многоугольников такая, что

каждая сторона любого из многоугольников есть одновременно сторона другого (но только одного), называемого смежным с первым по этой стороне;

от любого из многоугольников, составляющих многогранник, можно дойти до любого из них, переходя по очереди от одного многоугольника к другому, смежному с ним.

Многогранник называется правильным, если все его грани – равные между собой правильные многоугольники, из каждой его вершины выхо-

дит одинаковое число ребер и все двугранные углы равны. Примеры многогранников: тетраэдр, гексаэдр, октаэдр, икосаэдр и додекаэдр.

Призмой называется многогранник, у которого две грани (основания) лежат в параллельных плоскостях, а все ребра, вне этих граней, параллельны между собой.

Прямой призмой называется призма, у которой боковое ребро перпендикулярно плоскости основания; другие призмы называются наклонными.

Правильной призмой называется прямая призма, основанием которой является правильный многоугольник.

Многогранник, у которого одна грань, называемая основанием, – многоугольник, а другие грани – треугольники с общей вершиной, называется **пирамидой.**

Пирамида называется правильной, если ее основание – правильный многоугольник, а высота проходит через центр основания.

Прямым круговым цилиндром называется тело, образованное вращением прямоугольника вокруг своей стороны.

Прямым круговым конусом называется тело, образованное при вращении прямоугольного треугольника вокруг катета.

Поверхности могут быть образованы вращением образующей вокруг оси *i.* Так возникают коническая (рис. 81,а) и цилиндрическая поверхности вращения (рис. 81,б).

а б

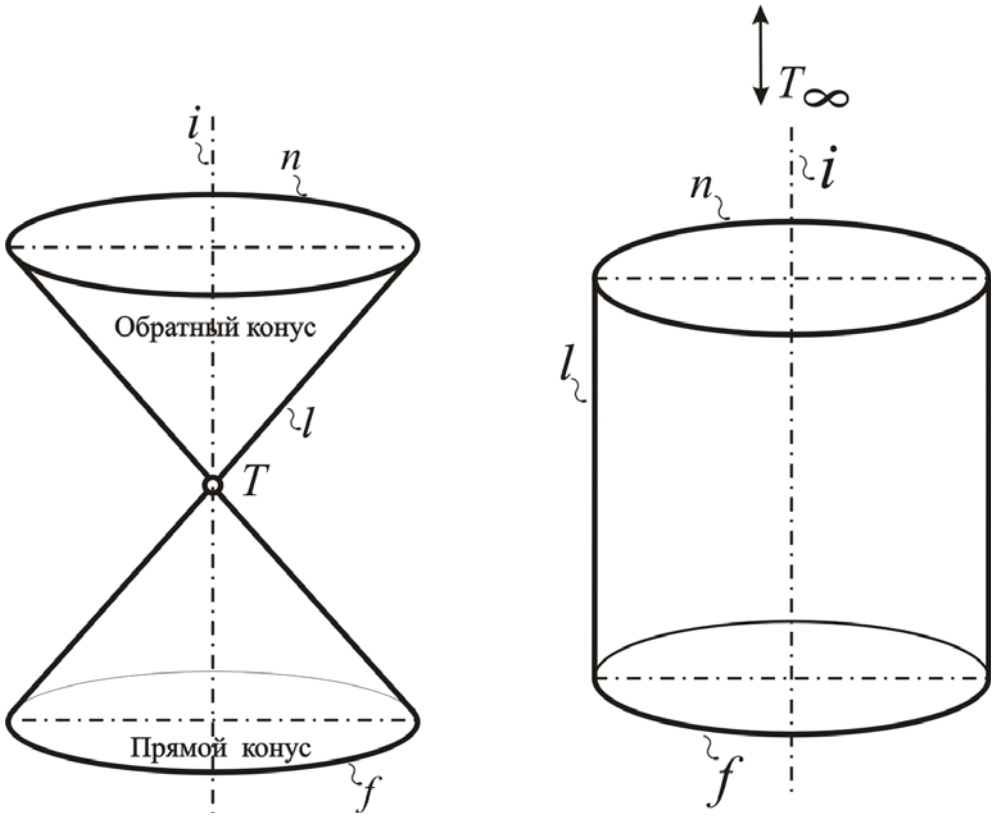


Рис. 81. Образование поверхностей вращения (коническая, цилиндрическая)

Вместо прямой вокруг оси может вращаться и другая линия, например окружность или эллипс. При вращении окружности вокруг оси, совпадающей с одним из ее диаметров, образуется сфера (рис. 82,а). Если ось вращения лежит в плоскости окружности, но не проходит через ее центр, возникает тор (рис. 82,б, в, г). В зависимости от взаимного расположения оси по отношению к центру образующей окружности возникают две разновидности тора:

1) открытый – окружность не пересекается с осью (рис. 82,б);

2) закрытый – ось касается или пересекает окружность (рис. 82,в, г).

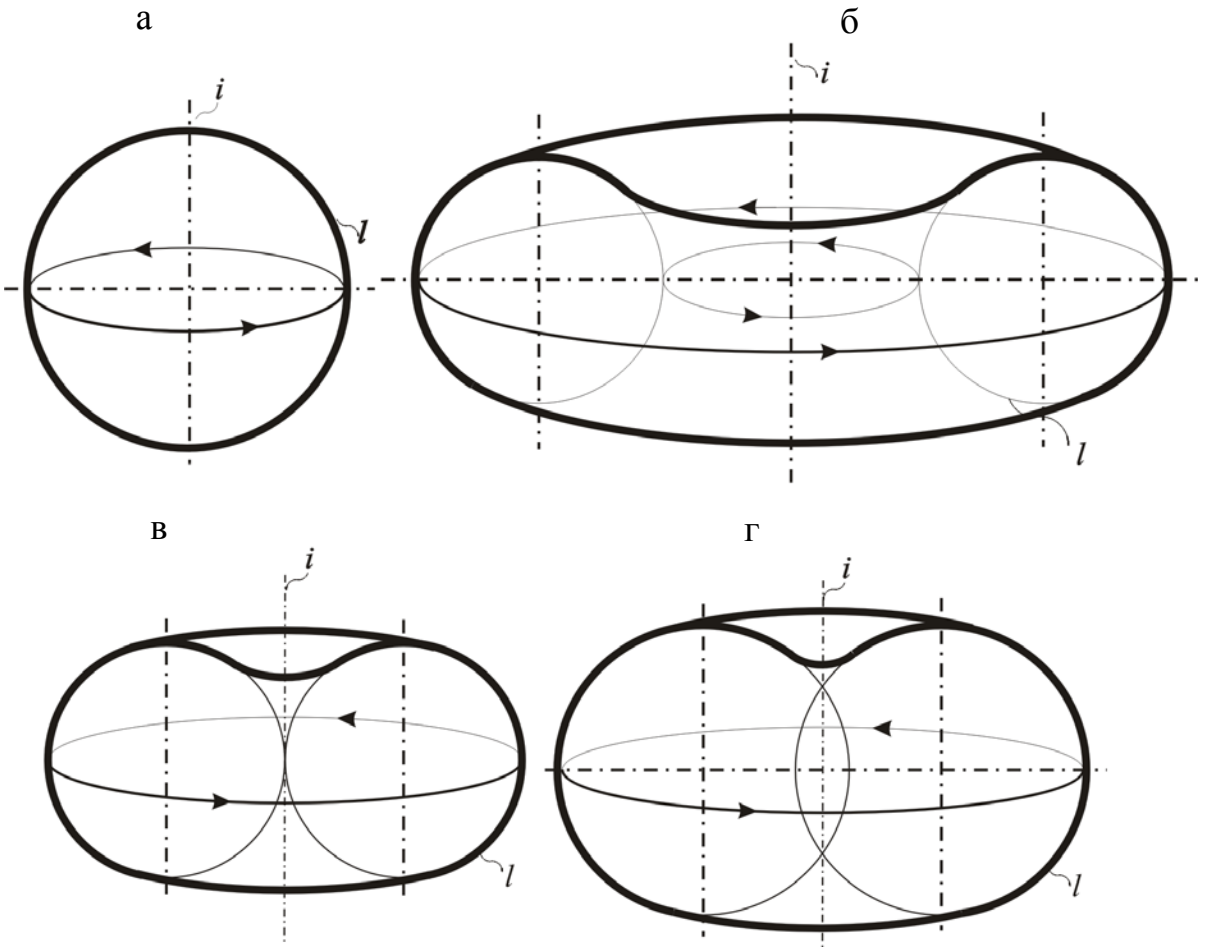


Рис. 82. Образование сферы и тора (открытого и закрытого)

Вокруг оси *i* могут вращаться гипербола, парабола или эллипс (рис. 83). При условии, что ось вращения тождественно совпадает с осью этих кривых линий, образуются соответственно гиперболоид (рис. 83, а, б), параболоид (рис. 83,в) или эллипсоид (рис. 83, г). При совмещении оси *i* с мнимой осью гиперболы возникает однополостный гиперболоид вращения (рис. 83, б). Если ось *i* совпадает с действительной осью гиперболы, образуется двуполостный гиперболоид (рис. 83, а).

В качестве направляющих для движения прямолинейной образующей могут быть выбраны две линии: одна – прямая, другая – винтовая. В этом случае образуется винтовая поверхность, которая называется **геликоидом** (рис. 84). Наиболее широкое распространение получили прямой и наклонный геликоиды.

Прямой геликоид возникает при движении образующей, которая перпендикулярна к оси и, вращаясь вокруг нее, смещается по высоте на расстояние, пропорциональное углу поворота (рис. 84,а).

Наклонный (архимедов) геликоид отличается от прямого тем, что образующие пересекают ось под некоторым углом. При своем движении образующие геликоида остаются параллельными образующим конуса с тем же углом наклона (рис. 84, б).

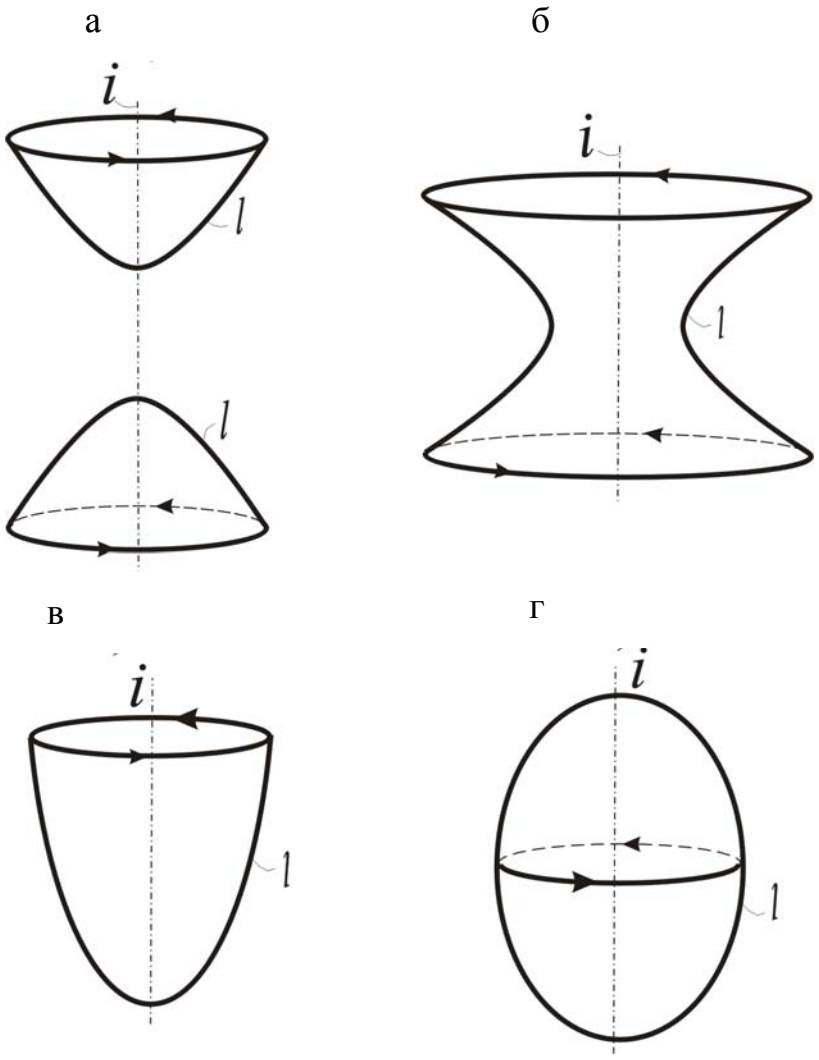


Рис. 83. Образование гиперболоидов, параболоида и эллипсоида

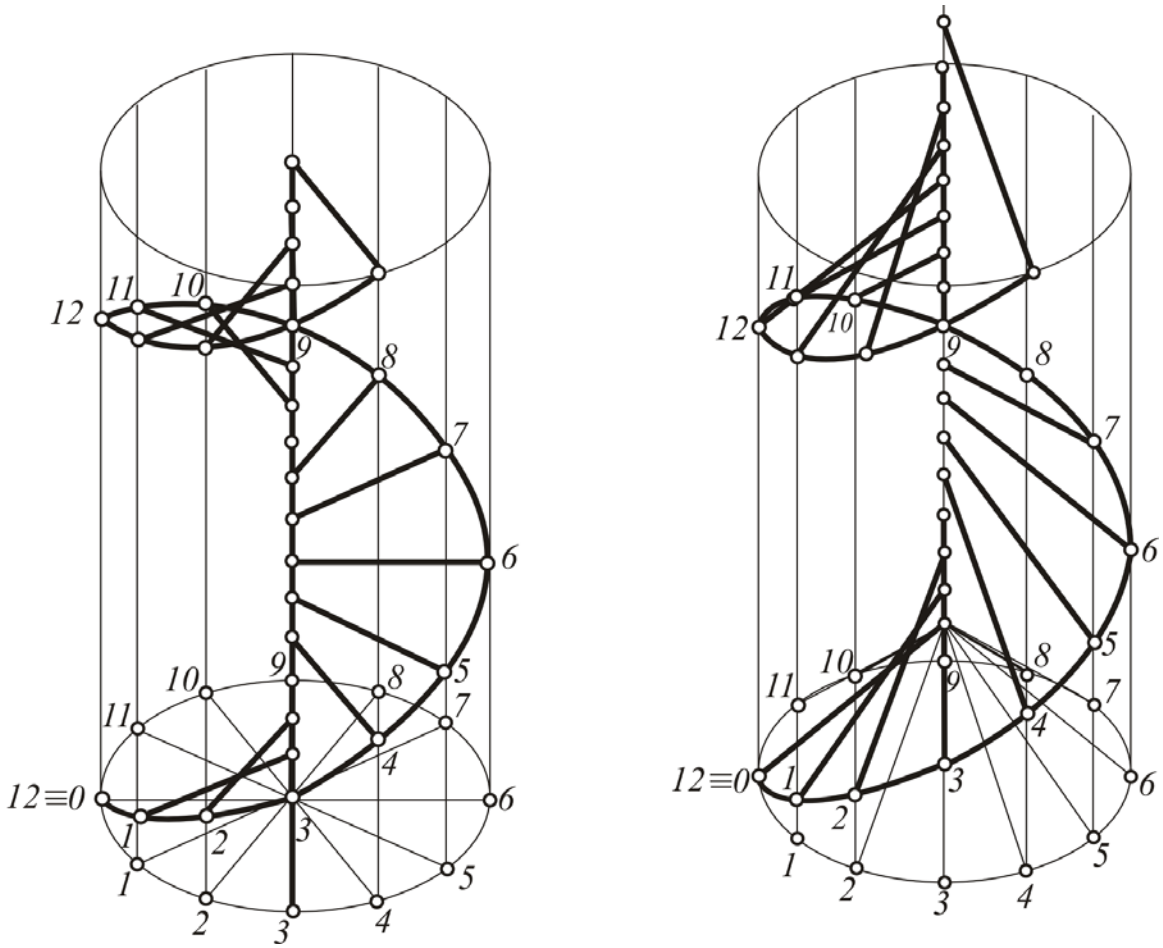


Рис. 84. Образование прямого и наклонного геликоидов

Циклической поверхностью называется такая поверхность, которая образована произвольным движением окружности постоянного (рис. 85, б**) или переменного радиуса** (рис. 85, а). Из определения следует, что направляющей циклической поверхности может быть любая кривая линия, и угол между ней и плоскостью образующей окружности может быть также любым. В случае, когда этот угол прямой, образуется трубчатая поверхность постоянного или переменного радиуса.

а б

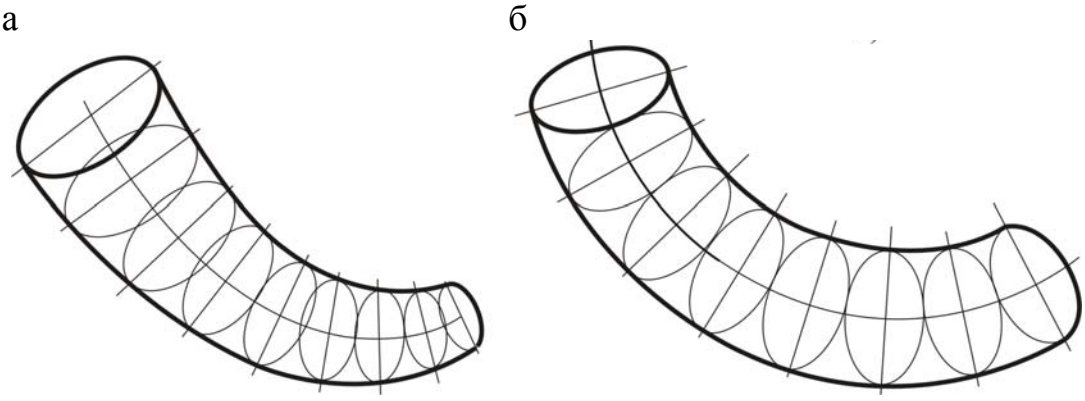


Рис. 85. Образование циклической поверхности

Одной из важных характеристик поверхностей является их порядок. **Порядком поверхности** *считается максимальное количество ее точек, общих с прямой,* что соответствует порядку алгебраического уравнения, описывающего эту поверхность. Из всех рассмотренных выше поверхностей, второй порядок имели цилиндрическая, коническая, призматическая, пирамидальная, а также сфера, эллипсоид, параболоид и гиперболоид. Остальные поверхности имели более высокий порядок.

Контрольные вопросы

1. Охарактеризовать способ образования поверхностей.
2. Что называется образующей поверхности?
3. Какая линия играет роль направляющей?
4. Что такое вершина поверхности?
5. Какие поверхности называются линейчатыми?
6. Какие поверхности называются нелинейчатыми?
7. Что такое порядок поверхности?
8. Какие поверхности называются поверхностями вращения? Привести примеры.
9. Как образуются поверхности, принадлежащие к классу конических? Перечислить эти поверхности.
10. Как образуется прямой геликоид?
11. Как образуется наклонный геликоид?
12. Как образуется циклическая поверхность?

2. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ГОСТ ЕСКД

Графический язык, как любой другой, должен быть понятен всем, кто им пользуется. Поэтому он должен соответствовать определенным правилам, которые сформулированы в государственных стандартах. Соблюдение стандартов обязательно для всех.

Стандарт – нормативно-технический документ, устанавливающий комплекс норм, правил и требований к объекту стандартизации и утвержденный (принятый) компетентным органом.

Введенная в действие в 1971 году **ЕДИНАЯ СИСТЕМА КОНСТРУКТОРСКОЙ ДОКУМЕНТАЦИИ (ЕСКД)** представляет собой комплекс стандартов, устанавливающих правила выполнения, оформления и обращения конструкторской документации, разрабатываемой и применяемой проектно-конструкторскими организациями и промышленными предприятиями.

Система стандартов унифицирует разработку всех видов конструкторской документации, ее учет, хранение, дублирование и внесение изменений, регламентирует все стадии разработки документации в производственных условиях.

Стандартами ЕСКД установлено деление всех изделий по видам для всей промышленности и строительства, определены общие для всех виды чертежей и одинаковая комплектность документов.

Стандарты ЕСКД отнесены ко второму классу и распределены по группам.

К конструкторским документам относят графические и текстовые документы (рабочие чертежи деталей, сборочные чертежи, общий вид, схемы, пояснительная записка).

Пример расшифровки обозначений стандартов ЕСКД «Виды изделий» представлен на рис. 86.

Рис. 86. Обозначение стандартов ЕСКД

2.1. Виды чертежей

Изготовление любых предметов (технические детали, изделия и пр.), строительство зданий и сооружений осуществляются с помощью конструкторских документов – графических и текстовых. К графическим документам относятся чертежи и схемы изделий, зданий и сооружений, а к текстовым – пояснительные записки, ведомости, спецификации, технические условия.

В соответствии с содержанием конструкторским документам согласно ГОСТ 2.102–68 присвоены следующие определения.

Чертеж детали – документ, содержащий изображение детали и все необходимые данные для ее изготовления и контроля.

Сборочный чертеж – документ, содержащий изображение сборочных единиц и необходимые данные для выполнения и контроля сборки.

Чертеж общего вида – документ, определяющий конструктивное устройство изделия, взаимодействие основных его частей и принципы работы изделия.

Монтажный чертеж – документ, содержащий упрощенное изображение изделия или его составных частей, а также необходимые данные для их монтажа и установки.

Схема – это документ, на котором показаны в виде условных изображений или обозначений составные части изделия и связи между ними.

Спецификация – документ, определяющий состав сборочной единицы, комплекса или комплекта.

Строительные чертежи в зависимости от вида изображаемых объектов называют:

– **архитектурно-строительными** (чертежи жилых, общественных и производственных зданий);

– **инженерно-строительными** (чертежи инженерных сооружений – мосты, дороги, туннели, эстакады, гидротехнические сооружения и др.);

– **топографическими** (чертежи земной поверхности, рельефа местности).

В зависимости от способа получения и характера использования, чертежи подразделяют на следующие виды (ГОСТ 2.102–68):

– **оригиналы –** чертежи, выполненные на чертежной бумаге или другом материале и предназначенные для изготовления по ним подлинников;

– **подлинники-**чертежи, оформленные подписями и выполненные на специальном материале, позволяющем воспроизводить с них копии;

– **копии –** чертежи, выполненные способом, который обеспечивает их идентичность с подлинником и предназначенные для использования их в производстве и строительстве;

– **эскизы –** документы, предназначенные для разового использования.

2.2. Форматы, рамки, основная надпись

Все чертежи и конструкторские документы выполняются на листах чертежной бумаги с определенным соотношением размеров сторон, т.е. на листах определенных форматов. Размеры форматов определены в ГОСТ 2.301–68. Обычно листы имеют размеры сторон чуть больше размеров сторон форматов, поэтому последние наносят на лист в виде внешней рамки, которую выполняют тонкой линией (рис. 87).

Основными форматами являются: формат с размерами сторон 1189×841 мм, площадь которого равна 1 м^2, и четыре формата, полученные последовательным делением предыдущего формата пополам так, что делительная линия проходит параллельно меньшей стороне делимого формата (рис. 88).

Размеры сторон основных форматов представлены в табл. 2.

Таблица 2

Основные форматы

Обозначение формата	Размеры сторон формата, мм
A0	1189×841
A1	594×841
A2	594×420
A3	297×420
A4	297×210

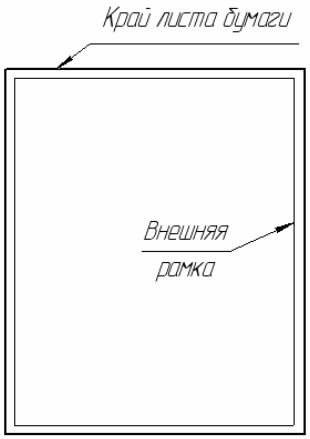


Рис. 87. Расположение внешней рамки чертежа

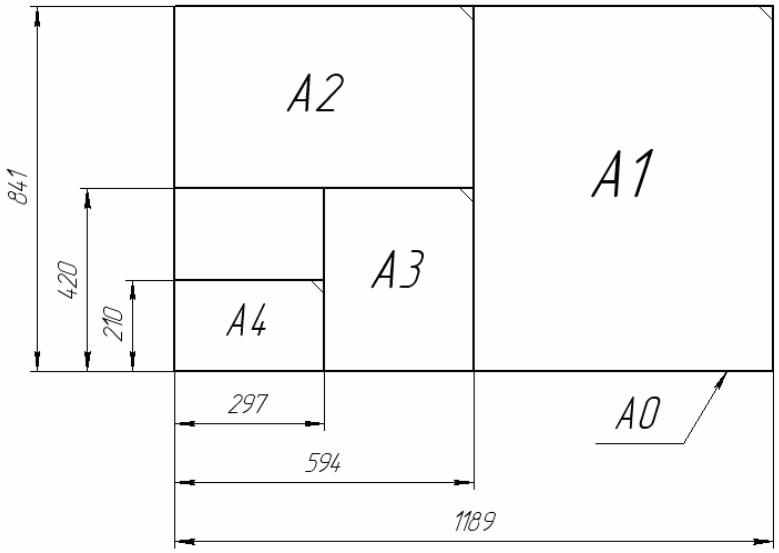


Рис. 88. Деление формата А0 на меньшие форматы

Кроме основных форматов допускается применять дополнительные, образуемые увеличением коротких сторон основных форматов на величину, кратную их размерам.

После того, как сплошной тонкой линией на листе чертежной бумаги проведена внешняя рамка, определяющая формат, сплошной основной линией вычерчивается рамка, ограничивающая поле чертежа. Её стороны располагаются параллельно сторонам формата на расстоянии 20 мм с левой стороны (место для подшивки чертежа) и 5 мм с трех других сторон. Положение длинной стороны формата может быть как горизонтальным, так и вертикальным, кроме формата *А*4, который всегда следует располагать вертикально длинной стороной. Основная надпись находится в правом нижнем углу чертежа.

2.3. Масштабы

Изделие на чертежах предпочтительно изображать в натуральную величину, так как по такому изображению легко представить себе их форму и действительные размеры. Но выполняя чертеж, не всегда можно изобразить предмет в его действительных размерах. Например, нельзя вычертить в натуральную величину здание или машину. Их изображают в уменьшенном виде. Мелкие же предметы, такие, как детали механизма наручных часов, необходимо увеличить, так как их не только невозможно начертить в натуральную величину и проставить размеры, но и нельзя прочитать такой чертеж. Поэтому при выполнении чертежей пользуются масштабами.

Масштаб – это отношение линейных размеров изображения объекта на чертеже к действительным размерам объекта. Это соотношение должно соблюдаться с абсолютной точностью. Для изображения предмета в увеличенном виде используется масштаб увеличения, а в уменьшенном – масштабе уменьшения. Изображая предмет в натуральную величину, используют его действительные размеры.

Масштабы изображений на чертежах должны выбираться по ГОСТ 2.302–68 (табл. 3).

Таблица 3

Масштабы

Масштаб уменьшения	1:2; 1:2,5; 1:4; 1:5; 1:10; 1:15; 1:20; 1:25; 1:40; 1:50; 1:75; 1:100; 1:200; 1:400; 1:500; 1:800; 1:1000
Натуральная величина	1:1
Масштаб увеличения	2:1; 2,5:1; 4:1; 5:1; 10:1; 20:1; 40:1; 50:1; 100:1

При проектировании генеральных планов крупных объектов допускается применять масштабы 1:2000; 1:5000; 1:10000; 1:20000; 1:25000; 1:50000.

В необходимых случаях допускается применять масштабы увеличения $(100\times n) : 1$; где n – целое число.

Масштаб обязательно должен указываться на чертеже. Если он проставляется в специальной графе основной надписи, то обозначается по типу: 1:1; 2:1; 1:2 и т.д. (буква М из обозначения исключается), а в остальных случаях – по типу М 1:1; М 2:1; М 1:2 и т.д.

В каком бы масштабе ни изображался предмет, на чертеже всегда проставляются его действительные размеры и меняют только лишь размеры изображения предмета.

2.4. Линии чертежа

Выразительность чертежа зависит от его правильной обводки линиями различной толщины и начертания.

ГОСТ 2.303–68 устанавливает начертание и основные назначения линий на чертежах всех отраслей промышленности и строительства.

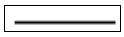
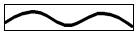
Наименование, начертание и толщина линий по отношению к толщине основной линии и основное назначение линий должны соответствовать данным табл. 4.

Таблица 4

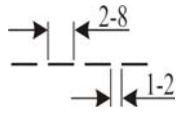
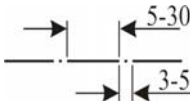
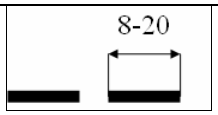
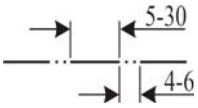
Линии чертежа и их назначение

Наименование	Начертание	Толщина линии по отношению к толщине сплошной основной линии	Основное назначение
1	2	3	4
1. Сплошная толстая – основная		*S*	1.1. Линии видимого контура, условные изображения элементов конструкций на схемах расположения сборочных конструкций 1.2. Линии перехода видимые 1.3. Линии контура вынесенного сечения. 1.4. Линии контура сечения, входящего в состав разреза

Продолжение табл. 4

1	2	3	4
			1.5*. Линии контуров наложенных сечений (1,5*S*) для некоторых видов архитектурно-строительных чертежей 1.6*. Линии рамки рабочего поля чертежа 1.7*. Линии форм основных надписей и спецификаций 1.8*. Засечки размерных линий, стрелки знаков отметок уровней
2. Сплошная тонкая		от *S*/3 до *S*/2	2.1. Линии контура наложенного сечения 2.2. Линии размерные и выносные 2.3. Линии штриховки 2.4. Линии-выноски 2.5. Полки линий-выносок 2.6. Подчеркивание различных надписей 2.7. Линии для изображения пограничных деталей («обстановка») 2.8. Линии ограничения выносных элементов на видах, разрезах и сечениях. 2.9. Линии перехода воображаемые. 2.10*. Линии упрощенных контурных очертаний строительных конструкций. 2.11. Оси проекций, следы плоскостей, линии построения характерных точек при специальных построениях 2.12*. Линии видимых контуров в разрезах на строительных чертежах, располагающихся за плоскостью сечения, линии заполнения проемов, линии знака открывания оконных переплетов наружу 2.13. Маркировочные и ссылочные кружки 2.14*. Линии внешней рамки 2.15*. Линии форм основных надписей и спецификаций
3. Сплошная волнистая		от *S*/3 до *S*/2	3.1. Линии обрыва 3.2. Линии разграничения вида и разреза 3.3.Линия замкнутого контура измененной (или замененной) части изображения

Окончание табл. 4

1	2	3	4
4. Штрихо-вая		от *S*/3 до *S*/2	4.1. Линии невидимого контура 4.2. Линии перехода невидимые 4.3*. Линии знака открывания оконных переплетов внутрь помещения
5. Штрих-пунктирная тонкая		от *S*/3 до *S*/2	5.1.Линии осевые и центровые 5.2. Линии сечений, являющиеся осями симметрии для наложенных или вынесенных сечений
6. Разомкнутая		от *S* до 1,5*S*	6.1. Линии сечений
7. Сплошная тонкая с изломами		от *S*/3 до *S*/2	7.1.Длинные линии обрыва
8. Длинные линии обрыва		от *S*/3 до *S*/2	8.1. Линии сгиба на развертках 8.2. Линии для изображения частей изделий в крайних или промежуточных положениях 8.3. Линии для изображения развертки, совмещенной с видом

* Назначение линий указано в соответствии со стандартами СПДС.

На строительных чертежах, в разрезах, видимые линии контуров, не попадающие в плоскость сечения, допускается выполнять сплошной тонкой линией.

Толщина сплошной основной линии должна быть в пределах 0,5…1,4 мм в зависимости от величины и сложности изображения, а также формата чертежа.

Толщина линий одного и того же типа должна быть одинакова для всех изображений на данном чертеже, вычерчиваемых в одинаковом масштабе.

Длину штрихов в штриховых и штрихпунктирных линиях следует выбирать в зависимости от величины изображения.

Штрихи в линиях должны быть приблизительно одинаковой длины.

Штрихпунктирные линии должны пересекаться и заканчиваться штрихами.

2.5. Шрифты чертежные

Для того чтобы чертеж был понятен, на нем проставляют размерные числа и дают поясняющие надписи чертежным шрифтом, который должен легко читаться и быть простым в написании.

Все надписи на чертежах выполняют чертежными шрифтами, согласно ГОСТ 2.304–81.

Основными требованиями к надписям на чертежах, выполняемых от руки, являются:

- четкость, исключающая возможность ошибок при чтении;
- простота, быстрота их выполнения.

В соответствии с этими требованиями разработана конструкция букв и цифр чертежного шрифта.

Стандартом определены два типа шрифта:

– тип *А* без наклона и с наклоном 75° к основанию строки;

– тип *Б* без наклона и с наклоном 75° к основанию строки.

В учебных заведениях обычно используют шрифты типа *Б* с наклоном 75° к основанию строки.

Надписи, заголовки могут состоять только из прописных (заглавных) букв или из прописных и строчных букв. Размер шрифта, в соответствии с ГОСТ 2.304–81 определяется высотой *h* – прописных букв (в мм). Установлены следующие размеры шрифта: 2,5; 3,5; 5; 7; 10; 14; 20; 28; 40.

Размеры шрифта типа *Б* и другие данные для его написания приведены в табл. 5, 6 и рис. 89.

Таблица 5

Определяемая величина	Размер шрифта					
	2,5	3,5	5	7	10	14
	мм					
1. *Прописные буквы и цифры*						
Высота прописных букв и цифр	2,5	3,5	5	7	10	14
Ширина прописных букв (кроме Д, Ж, Ф, Ш, Щ, Ы, Ю) и цифр	1,8	2,5	3,5	5	6	10
Ширина прописных букв Д, Ж, Ф, Ш, Щ, Ы, Ю	2,5	3,5	5	7	8	14
Ширина прописных букв М, Ъ	2,2	3	4,5	6	7	12
Ширина цифры 1	0,7	1,0	1,5	2	3	4
Толщина линий прописных букв и цифр	0,35	0,5	0,7	1,0	1,5	2,0
2. *Строчные буквы*						
Высота строчных букв (кроме б, в, д, р, у, ф)	–	2,5	3,5	5	7	10
Высота строчных букв б, в, д, р, у, ф	–	3,5	5	7	10	14
Ширина строчных букв (кроме ж, м, т, ф, ш, щ, ъ, ы, ю)	–	1,5	2,2	3	5	6
Ширина строчных букв ж, м, т, ф, ш, щ, ъ, ы, ю	–	2,0	3,0	4	7	8
Толщина строчных букв	–	0,35	0,5	0,7	1,0	1,5

Рис. 89. Написание прописных и строчных букв

Прежде чем приступить к выполнению надписи, надо хорошо изучить конструкцию букв и цифр выбранного шрифта. Чертёжные шрифты характеризуются простотой написания букв, цифр и знаков. Все элементы букв представляют собой отрезки прямых и полуовалов.

При написании цифр и букв необходимо, чтобы для всего текста толщина линий обводки была одинаковой; прописная буква в слове со строчными буквами имела ту же толщину линий, что и у строчных букв. Если промежутки между смежными буквами, например, *Г* и *А*, *Г* и *Л*, *Р* и *Д*, *Т* и *Л* и т.п. получаются увеличенными, то следует их уменьшить вдвое.

Надписи на чертежах следует подчинять определенной композиции и располагать по оси симметрии или от какой-либо границы слева для всех строк. Перед разметкой следует подсчитать размер строки, сложив ширину букв, расстояния между ними и словами. Если в предложении есть знаки препинания, то расстояние между словами определяется от знака препинания до первой буквы следующего слова.

В дальнейшем, когда шрифт будет хорошо изучен, при исполнении мелких надписей можно не строить четырёхугольники для каждой буквы и цифры, а провести ряд произвольных штрихов под углом 75° к основанию строк; они помогут выдержать одинаковый наклон букв и цифр в надписи. Овладев в совершенстве шрифтом, можно ограничиться только проведением горизонтальных линий. Тонкие вспомогательные горизонтальные линии в домашних условиях можно проводить не карандашом, а обычной швейной иглой, либо ножкой циркуля. Хорошо изучив конструкции букв и цифр, можно при выполнении надписей ширину букв, цифр и промежутки между ними брать на глаз, выдерживая соотношения, принятые для шрифта.

Если надпись начинается с прописной буквы, а все остальные строчные, то высота строчных букв, кроме *б, в, д, р, у, ф*, равна предыдущему номеру шрифта.

Таблица 6

Расстояния между буквами, словами, цифрами и числами в надписях

Определяемая величина	Обозначение	Соотношение между высотой и отдельными размерами	Размер шрифта, мм					
			2,5	3,5	5	7	10	14
Расстояние между основаниями строк, не менее	A_2	$A_2 \approx 1^1/_2\, h$	4	5,5	7,5	11	14	21
Расстояние между буквами в словах и между цифрами в числах	А	$A \approx 2/7\, h$	0,7	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0
Расстояние между словами и числами, не менее	A_1	$A_1 \approx h$	2,5	3,5	5	7	10	14

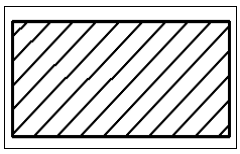
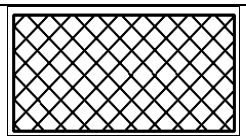
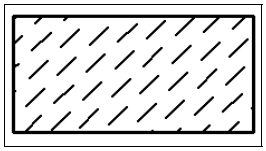
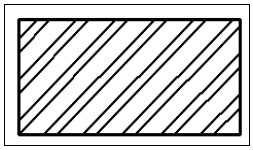
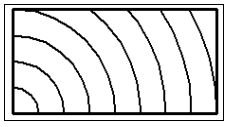
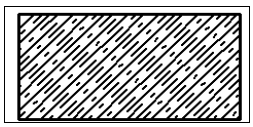
2.6. Графическое обозначение материалов и правила их нанесения на чертежах

ГОСТ 2.306–68 ЕСКД устанавливает графические обозначения материалов в сечениях и на фасадах, а также правила нанесения их на чертежи всех отраслей промышленности и строительства.

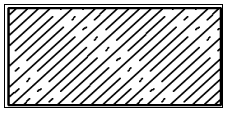
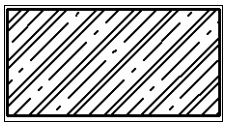
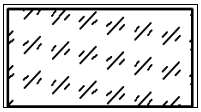
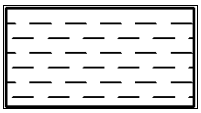
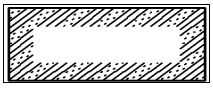
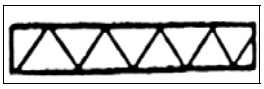
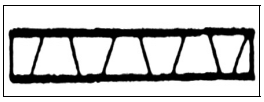
Графические обозначения материалов в сечениях, в зависимости от вида материалов, должны соответствовать приведенным в табл. 7, а на фасаде – в табл. 8.

Таблица 7

Графическое обозначение материала в сечениях в зависимости от вида материала ГОСТ 2.306–68

Материалы	Обозначения
1	2
Металлы и твердые сплавы	
Неметаллические материалы	
Камень естественный	
Керамика и силикатные материалы для кладки	
Древесина	
Бетон	

Окончание табл. 7

1	2
Железобетон	
Железобетон предварительно напряженный	
Стекло	
Жидкости	
Насыпной и обсыпной материал, штукатурка, асбестоцемент, гипс и т.д.	
Гидроизоляционный материал	
Звуко- и вибрационный материал	
Теплоизоляционный материал	

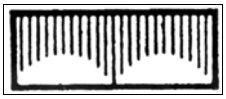
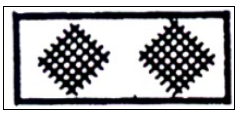
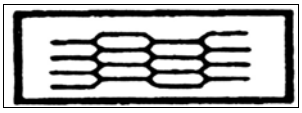
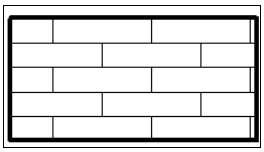
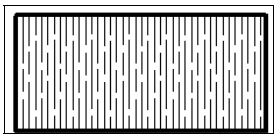
Примечания:

1. Композиционные материалы, содержащие металл и металлические материалы, обозначают как металлы.

2. Графическое обозначение керамики следует применять для кирпичных изделий (обожженных и необожженных), огнеупоров, строительной керамики, электротехнического фарфора, шлакобетонных блоков и т.д.

Таблица 8

Обозначение материала на виде (фасаде)

Материал	Обозначение
Металлы Сталь рифленая Сталь просечная	  
Кладка из кирпича строительного и специального, искусственного и естественного камней любой формы	
Стекло фасадное	

Примечания:

1. Для уточнения разновидности материала, в частности, материалов с однотипным обозначением, графическое изображение следует сопровождать поясняющей надписью на поле чертежа;

2. В специальных строительных конструктивных чертежах для армирования железобетонных конструкций должны применяться обозначения по ГОСТ 21.501–93;

3. Обозначение материала на виде (фасаде) допускается наносить не полностью, а только небольшими участками по контуру или пятнами внутри контура.

Допускается применение дополнительных обозначений материалов, не предусмотренных в настоящем стандарте, поясняя их на чертеже.

Линии-штриховки должны наноситься с наклоном влево или вправо, но, как правило, в одну и ту же сторону на всех сечениях, относящихся к одной и той же детали, независимо от количества листов, на которых эти сечения расположены.

Расстояние между параллельными прямыми линиями штриховки (их частота) должна быть, как правило, одинаковым для всех выполняемых в одном и том же масштабе сечений данной детали. Указанное расстояние должно быть 1…10 мм, в зависимости от площади штриховки и необходимости разнообразить штриховку смежных сечений.

Узкие и длинные площади сечений (например, штампованных, вальцованных и других подобных деталей), ширина которых на чертеже 2-4 мм, рекомендуется штриховать полностью только на концах и у контуров отверстий, а остальную площадь сечения – небольшими участками в нескольких местах (рис. 90). В этих случаях линии штриховки стекла следует наносить с наклоном 15–20° к линии большей стороны контура сечения. Штриховки всех обозначений выполняются от руки.

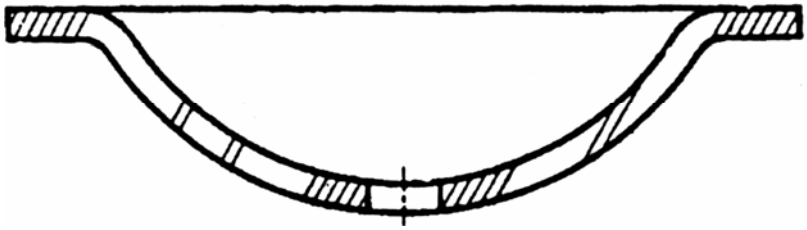


Рис. 90. Нанесение штриховки узких и длинных площадей сечений

На рис. 91, 92 и 93 показано нанесение наклонных линий штриховки сечений под различными углами к рамке.

В строительных чертежах допускается на сечениях незначительной площади любой материал обозначать как металл или вообще не применять обозначение, сделав поясняющую надпись на поле чертежа.

Для двух смежных деталей следует брать наклон линий штриховки для одного сечения вправо, для другого – влево (встречная штриховка).

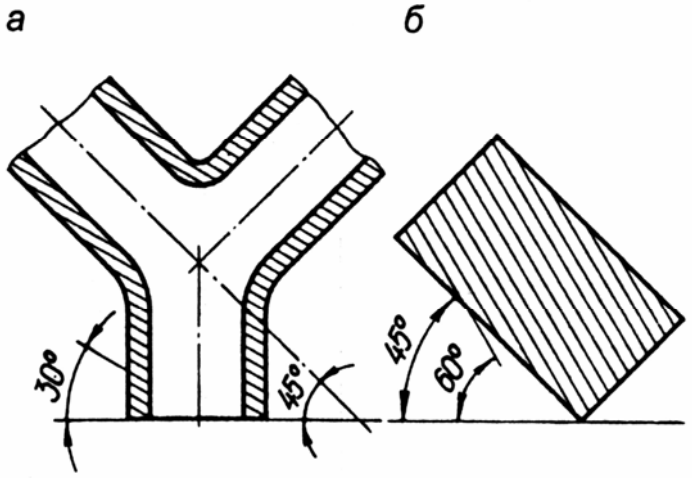


Рис. 91. Нанесение штриховки при различных наклонах к рамке чертежа:
а – осевых; б – контурных линий

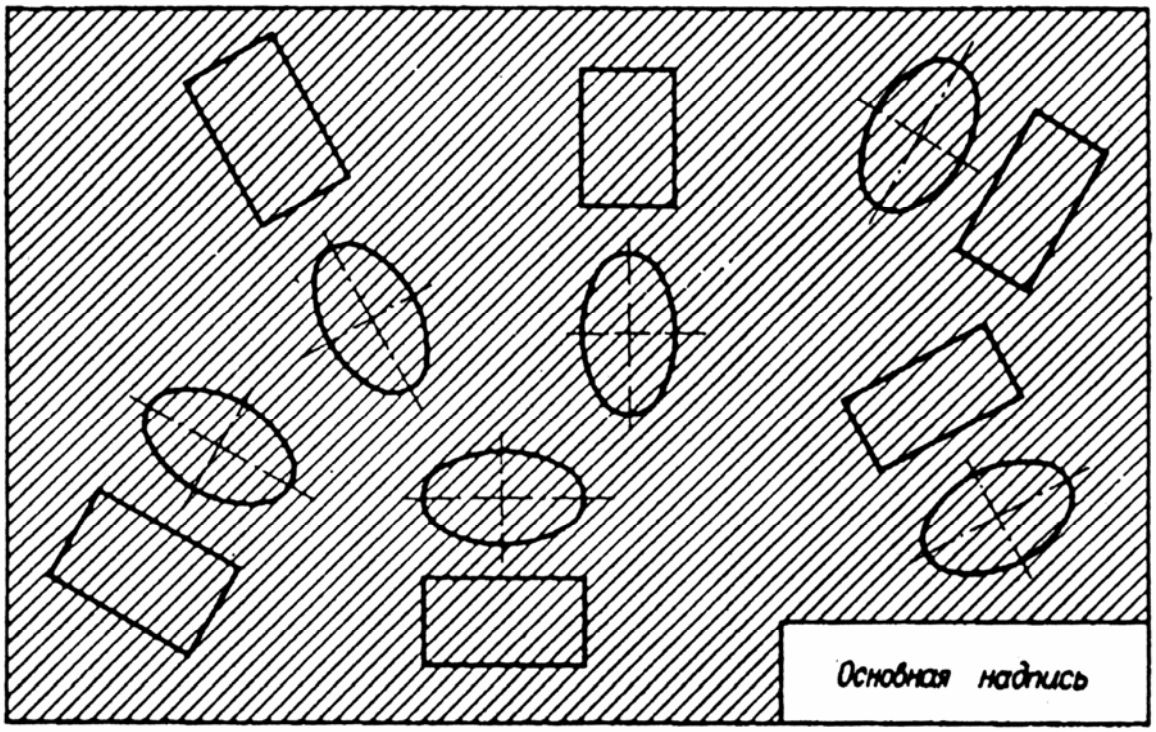


Рис. 92. Расположение наклонных параллельных линий штриховки сечений под углом 45° к линии рамки чертежа

При штриховке «в клетку» для смежных сечений двух деталей расстояния между линиями штриховки в каждом сечении должны быть разными (рис. 93).

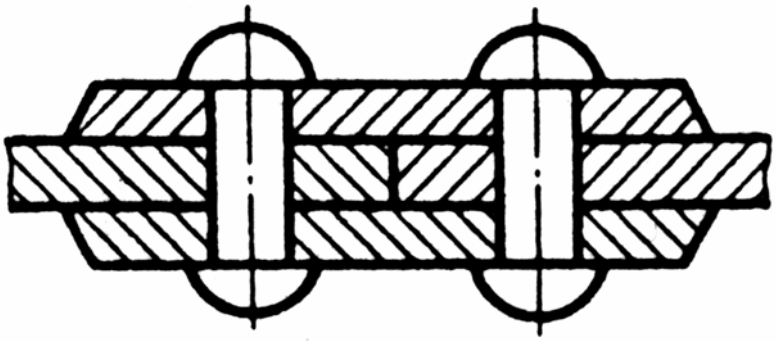


Рис. 93. Нанесение штриховки смежных сечений

При больших площадях сечений, а также при указании профиля грунта, допускается наносить обозначение лишь у контура сечения узкой полоской равномерной ширины.

Узкие площади сечений, ширина которых на чертеже менее 2 мм, допускается показывать зачерненными с оставлением просветов между смежными сечениями не менее 0,8 мм (рис. 94).

Независимо от количества листов, на которых изображена деталь, все разрезы (сечения), выполненные на изображении этой детали, должны иметь одинаковую по направлению штриховку и одинаковое расстояние между параллельными линиями штриховки.

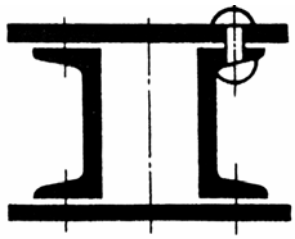


Рис. 94. Нанесение штриховки узких площадей сечений

Расстояние между линиями штриховки должно быть от 1 до 10 мм, в зависимости от масштаба чертежа. В учебных чертежах, с учетом их размеров и сложности, рекомендуется брать расстояние между линиями штриховки от 1 до 3 мм.

2.7. Нанесение размеров на чертежах

Нанесение размеров на чертеже – важная и ответственная стадия выполнения чертежа. Судить о величине предмета, изображенного на чертеже, можно только по размерным числам, независимо от того, в каком масштабе и с какой точностью выполнен чертеж (рис. 95).

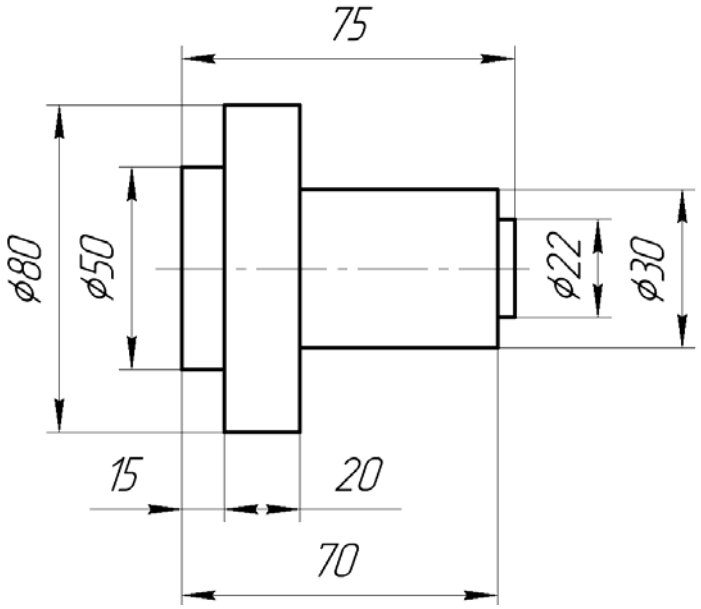


Рис. 95. Пример нанесения размерных чисел на чертеже

Правила нанесения размеров на чертежах и других технических документах регламентированы ГОСТ 2.307–68 и ГОСТ 21.105–79 для всех отраслей промышленности и строительства.

Каждый вид чертежа имеет свои особенности, которые учитываются при простановке размеров.

Ниже перечислены основные положения о нанесении размеров:

1. С помощью размерных чисел, нанесенных на чертеж, определяют габариты изображаемого изделия и его элементов.

2. Количество размеров на чертеже должно быть минимальным, но достаточным для изготовления и контроля изделия.

3. На изображении могут быть представлены так называемые справочные размеры, которые даются для удобства пользования чертежом. Такие размеры отмечают знаком «*», а в технических требованиях записывают: «* Размеры для справок».

4. Не допускается повторять размеры одного и того же элемента на разных изображениях на всех видах чертежей, кроме строительных.

5. Размеры на чертежах не допускается наносить в виде замкнутой цепочки, за исключением случаев, когда один из размеров справочный.

6. На строительных чертежах размеры наносят, как правило, в виде замкнутой цепи.

Теперь рассмотрим правила графического оформления размеров. Габаритными называются размеры, определяющие предельные внешние (внутренние) очертания изделия.

Чтобы нанести какой-либо размер, надо провести размерные линии. Отрезок прямой, соединяющий две точки, расстояние между которыми надо измерить, называется размерной линией.

Прямая, ограничивающая концы размерной линии и являющаяся продолжением контурной, называется выносной линией.

Каждый размер на чертеже должен указываться размерным числом, нанесенным над размерной линией, параллельно ей и возможно ближе к ее середине. Допускается наносить размерные числа в разрыве размерных линий.

Все размеры на машиностроительных чертежах указывают в миллиметрах без обозначения единиц измерения. Если размеры даны, например, в метрах, дюймах или других единицах, то единицу измерения указывают рядом с размером или в технических требованиях на чертеж. Не допускается применять для размерных чисел простые дроби, за исключением размеров, указанных в дюймах. Каждый размер указывают на чертеже только один раз и на том изображении, где этот элемент детали показан наиболее ясно. Не рекомендуется проставлять на чертеже размеры невидимого контура.

Размерное число должно всегда указывать натуральный размер независимо от масштаба изображения.

Размерные и выносные линии проводят сплошными тонкими линиями. Минимальное расстояние между двумя параллельными размерными линиями должно быть не менее 7 мм, а между размерной линией и контуром – не менее 10 мм. Размерные линии на всех видах чертежей, кроме строительных, ограничиваются стрелками. Стрелки размерной линии упираются в выносные, контурные, центровые или осевые линии (рис. 96).

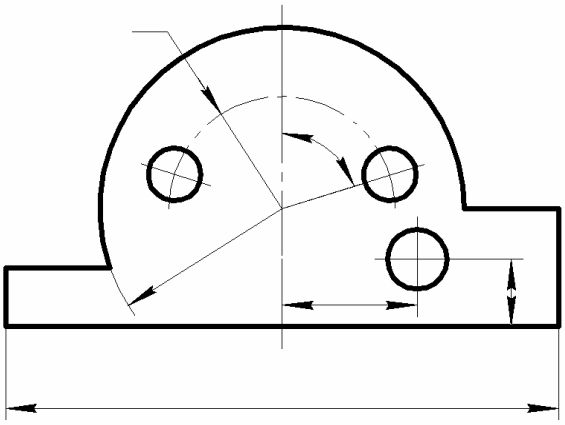


Рис. 96. Нанесение стрелок размерной линии

Форма стрелки и примерное соотношение элементов ее показаны на рис. 97, где *S* – толщина сплошной основной линии, *h* – расстояние между створками стрелки, *l* – длина стрелки.

На строительных чертежах размерные линии ограничиваются засечками – короткими штрихами длиной 2–4 мм (рис. 98), проводимыми под углом 45° к размерной линии с наклоном вправо. Толщина линии засечки равна толщине сплошной основной линии, принятой на данном чертеже. Размерные линии выступают за край выносной линии на 1–3 мм, а выносные за размерные – на 1–5 мм.

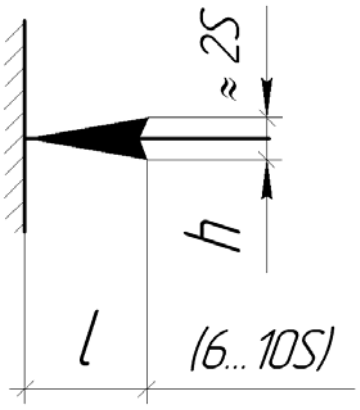


Рис. 97. Форма стрелки и соотношение ее элементов

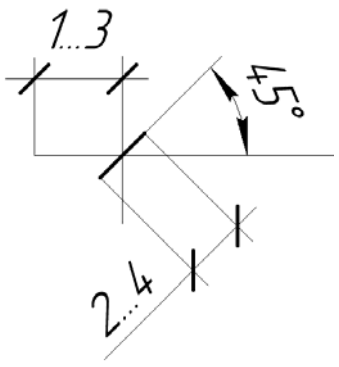


Рис. 98.Выполнение засечек

При расположении элементов предмета (отверстий, пазов, зубьев и т.п.) на одной оси или на одной окружности, размеры, определяющие их взаимное расположение, наносят следующими способами:

- от общей базы (плоскости, оси) – рис. 99;

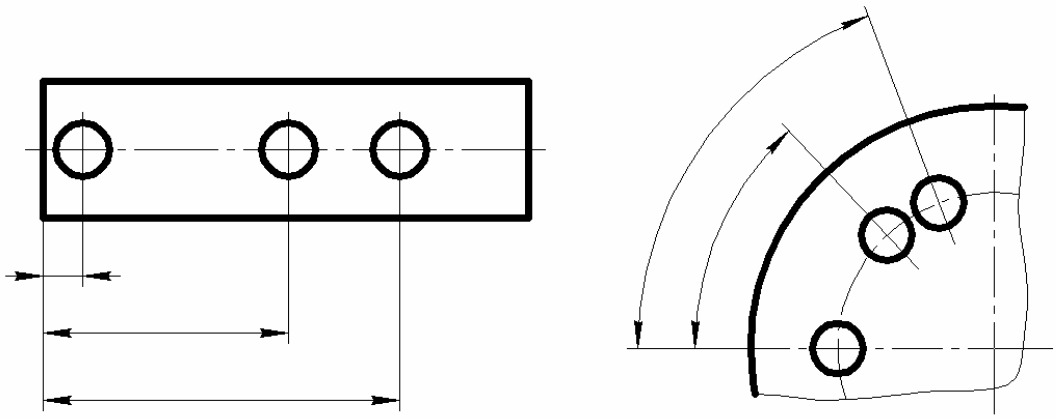


Рис. 99. Нанесение размеров от общей базы

- заданием размеров нескольких групп элементов от нескольких общих баз (рис. 100);

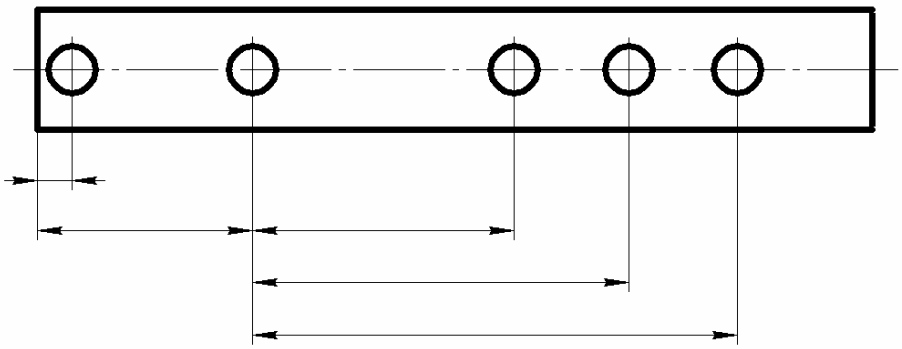


Рис. 100. Нанесение размеров от нескольких баз

- заданием размеров между смежными элементами (цепочкой) – рис. 101.

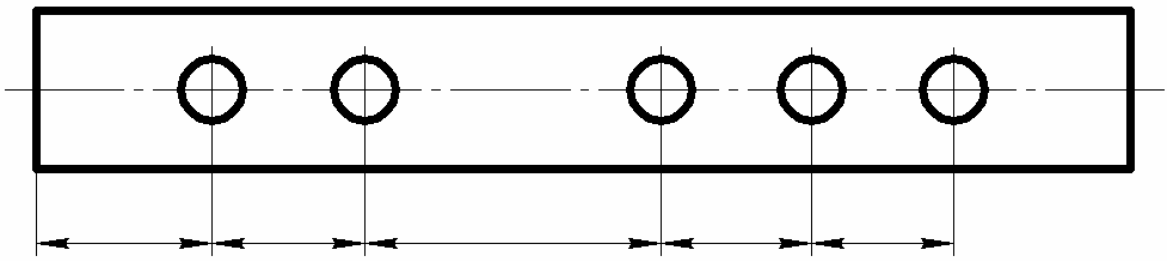


Рис. 101. Задание размеров цепочкой

При нанесении размеров, определяющих расстояние между равномерно расположенными одинаковыми элементами изделия, например отверстиями, рекомендуется вместо размерных цепей наносить размер между соседними элементами и размер между крайними элементами в виде произведения количества промежутков между элементами на размер промежутка (рис. 102).

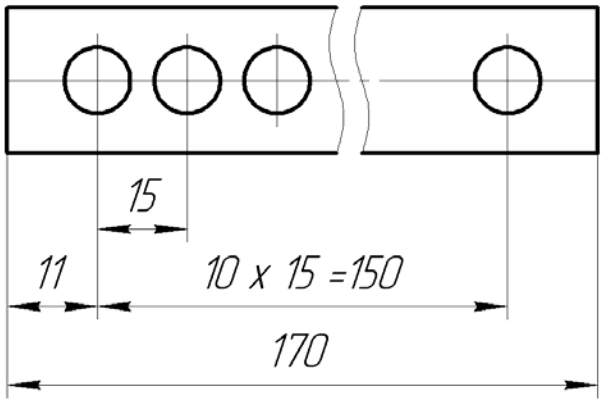


Рис. 102. Выполнение размеров
между равномерно расположенными одинаковыми элементами

При простановке большого числа размеров необходимо избегать пересечения размерных и выносных линий. Для этого следует соблюдать порядок простановки размеров: сначала проставляются меньшие, а затем большие размеры. Завершают простановку габаритные размеры: длина, высота, ширина (рис. 103).

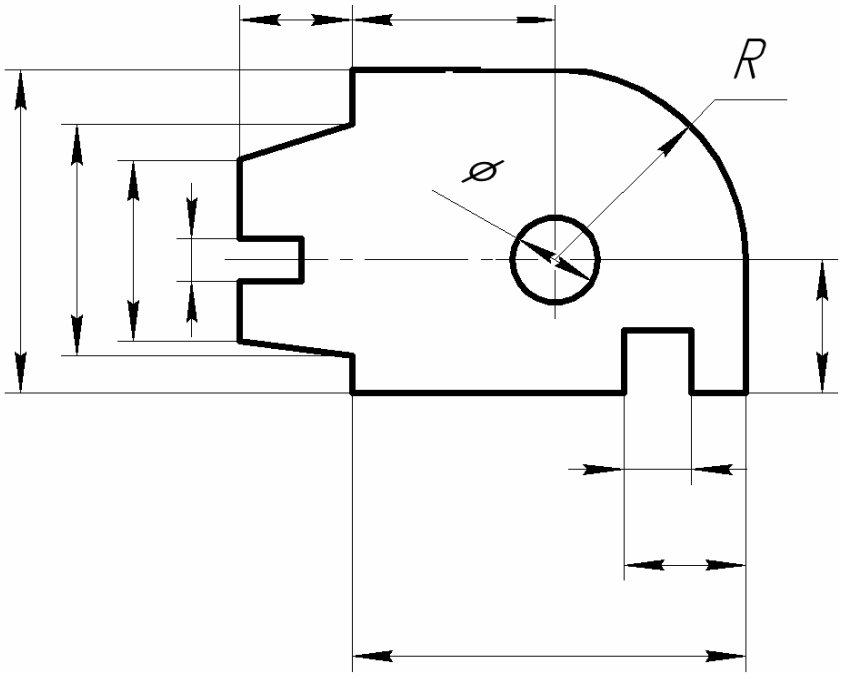


Рис. 103. Порядок простановки размеров

Нельзя проводить размерные линии так, чтобы концы упирались в точки пересечения линий контура, осевых или центровых линий. Не проводят размерные линии и к линиям невидимого контура.

Если длина размерной линии недостаточна для размещения на ней стрелок, то размерную линию продолжают за выносные или контурные линии и стрелки наносят снаружи от этих линий.

Допускается размерную линию проводить с обрывом и со стрелками только у одного конца в случаях:

- при указании размеров симметричного предмета или симметрично расположенных элементов, если их вид или разрез изображен только до оси симметрии или с обрывом, при этом размерную линию обрывают дальше оси или линии обрыва предмета (рис. 104);

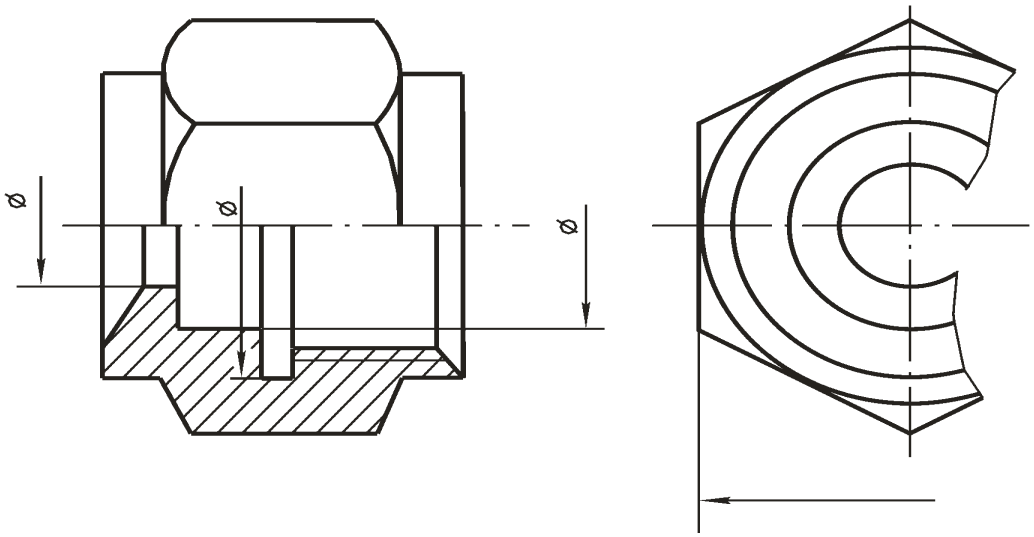


Рис. 104. Нанесение размеров на симметричных предметах (элементах)

- при указании диаметра окружности, независимо от того, изображена окружность полностью или частично. При этом размерную линию обрывают дальше центра окружности (рис. 105);

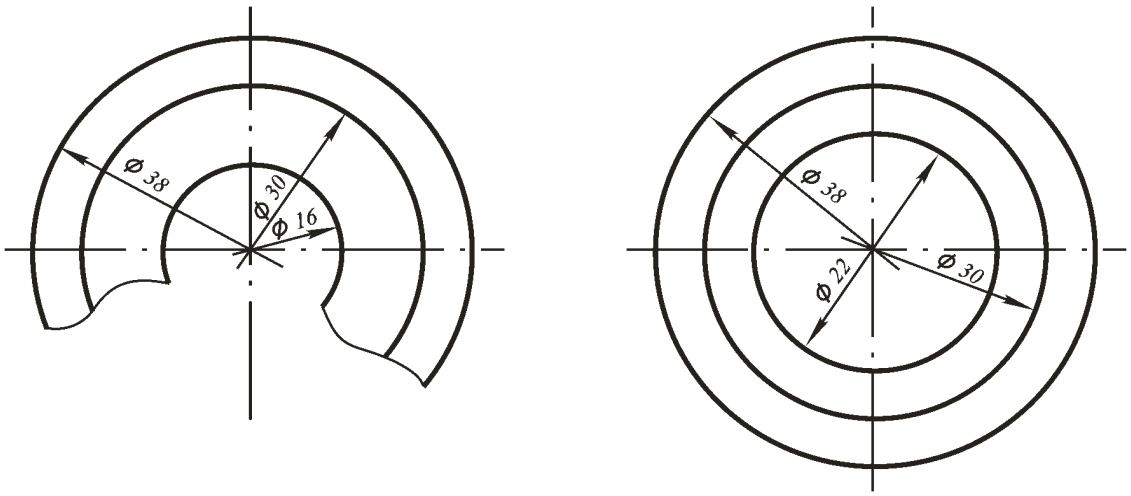


Рис. 105. Простановка размеров диаметров окружностей

• при недостатке места для стрелок на размерных линиях, расположенных цепочкой, их можно заменить засечками, наносимыми под углом 45° к размерным линиям или точками (рис. 106);

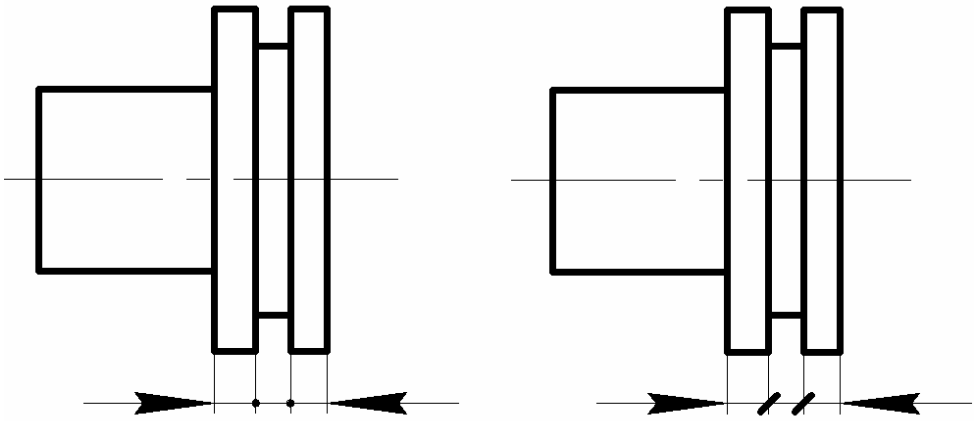


Рис. 106. Нанесение размеров при недостатке места для стрелок на размерных линиях, расположенных цепочкой

• при нанесении размеров от базы, не изображенной на данном чертеже (рис. 107);

• при изображении изделия с разрывом, размерную линию не прерывают (рис. 108).

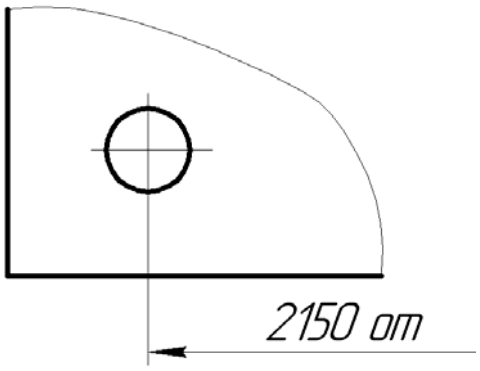


Рис. 107. Нанесение размеров от базы, не изображенной на чертеже

При недостатке места для стрелки из-за близко расположенной контурной линии или выносной линии, последние допускается прерывать (рис. 109).

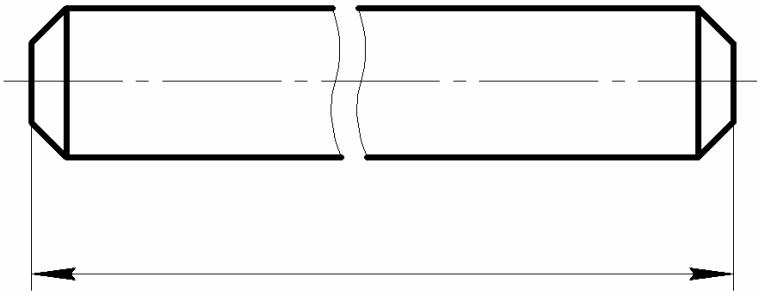


Рис. 108. Изображение изделия с разрывом

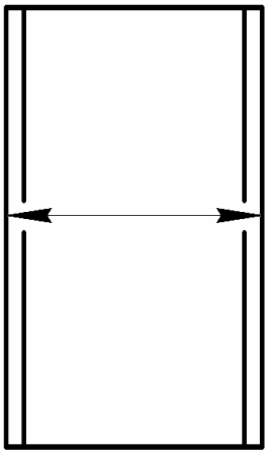


Рис. 109. Прерывание контурной линии

Цифры размеров нужно проставлять четко и ясно. Высота *h* цифр размерных чисел при выполнении чертежа в карандаше должна быть не менее 3,5 мм.

Размерные числа ставят над размерной линией, отступив 1–1,5 мм от нее, параллельно ей, ближе к середине. Все размеры пишутся по направлению размерных линий.

При нанесении нескольких параллельных или концентрических размерных линий на небольшом расстоянии друг от друга размерные числа над ними следует располагать в шахматном порядке (рис. 110).

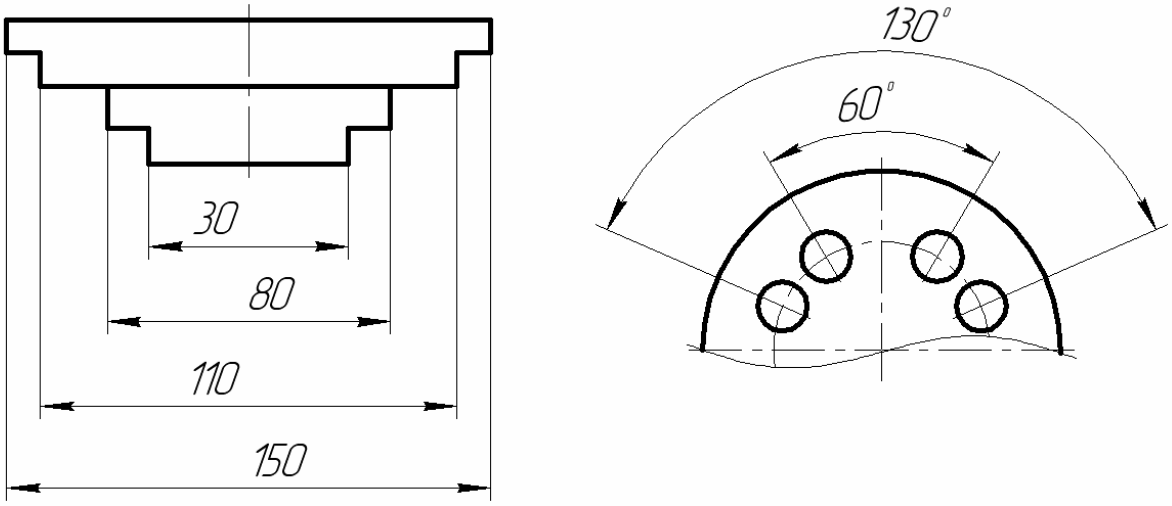


Рис. 110. Нанесение нескольких параллельных линий

Положение размерных чисел линейных размеров при различных наклонах размерных линий располагают, как показано на рис. 111. Следует

по возможности избегать проведения размерных линий в пределах угла 30°, отмеченного на рисунке штриховкой.

Не допускается разрывать линию контура для нанесения размерного числа и наносить размерные числа в местах пересечения размерных, осевых или центровых линий.

В месте нанесения размерного числа осевые, центровые и линии штриховки прерывают (рис. 112, 113).

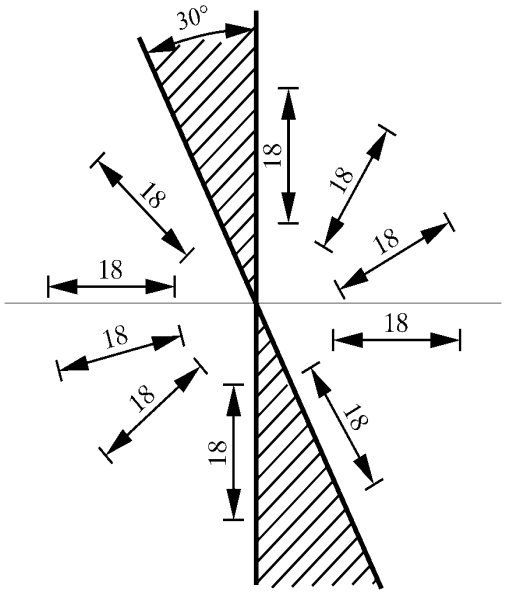


Рис. 111. Различные положения размерных чисел

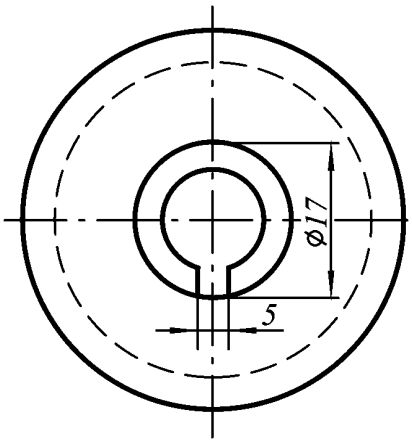


Рис. 112. Прерывание осевой линии при нанесении размерного числа

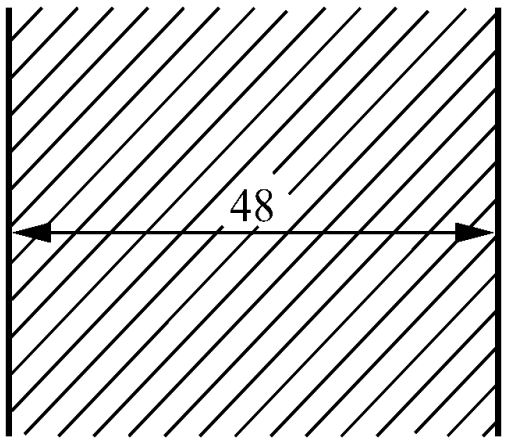


Рис. 113. Прерывание линии штриховки

Размерные числа предпочтительно наносить вне контура чертежа. Для равномерного распределения размерных чисел по полю чертежа и для удобства чтения можно наносить размерные числа также и внутри контура (рис. 114).

Если длина размерной линии недостаточна для размещения на ней стрелок, то размерную линию продолжают за выносные, и стрелки наносят, как показано на рис. 115.

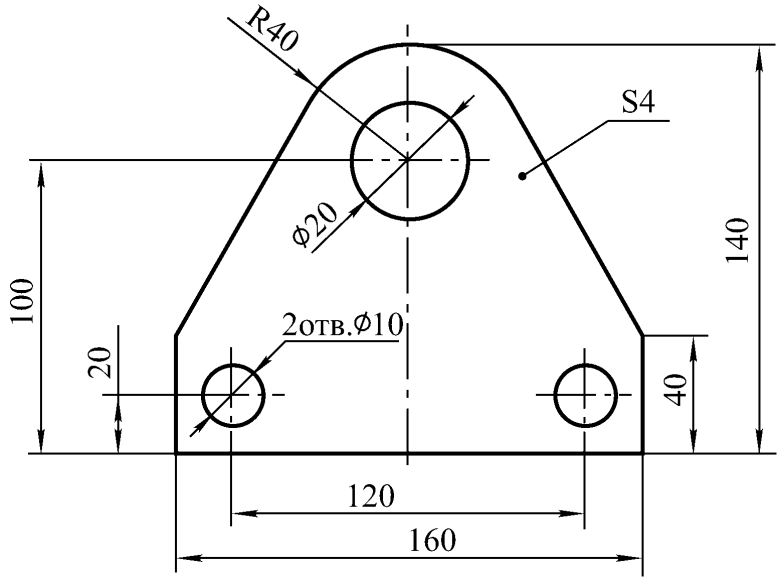


Рис. 114. Равномерное нанесение размерных чисел

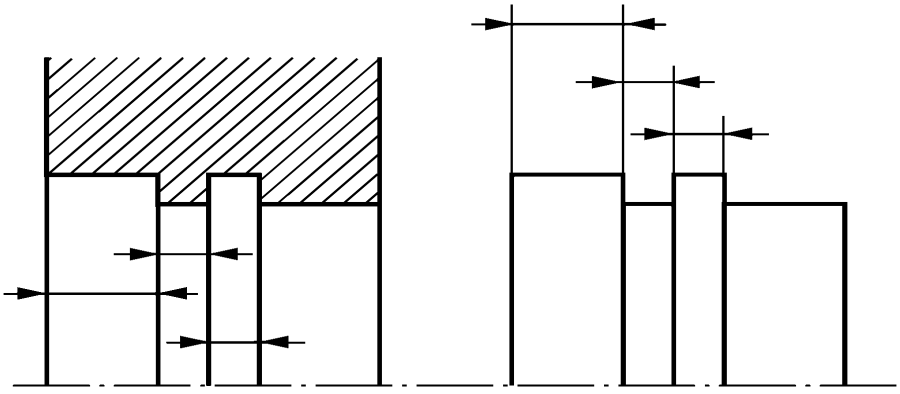


Рис. 115. Размещение стрелок при недостаточной длине размерной линии

При простановке диаметра окружности применяют знак Ø . Он **состоит из небольшой окружности, которую пересекает чёрточка,** проходящая через центр и наклонённая к строке под углом 45°. Этот знак имеет высоту, равную высоте следующего за знаком числа, например Ø10.

Примеры нанесения диаметров окружностей и линейных размеров приведены на рис. 116. При диаметре окружности менее 12 мм центровые линии проводят тонкими сплошными линиями.

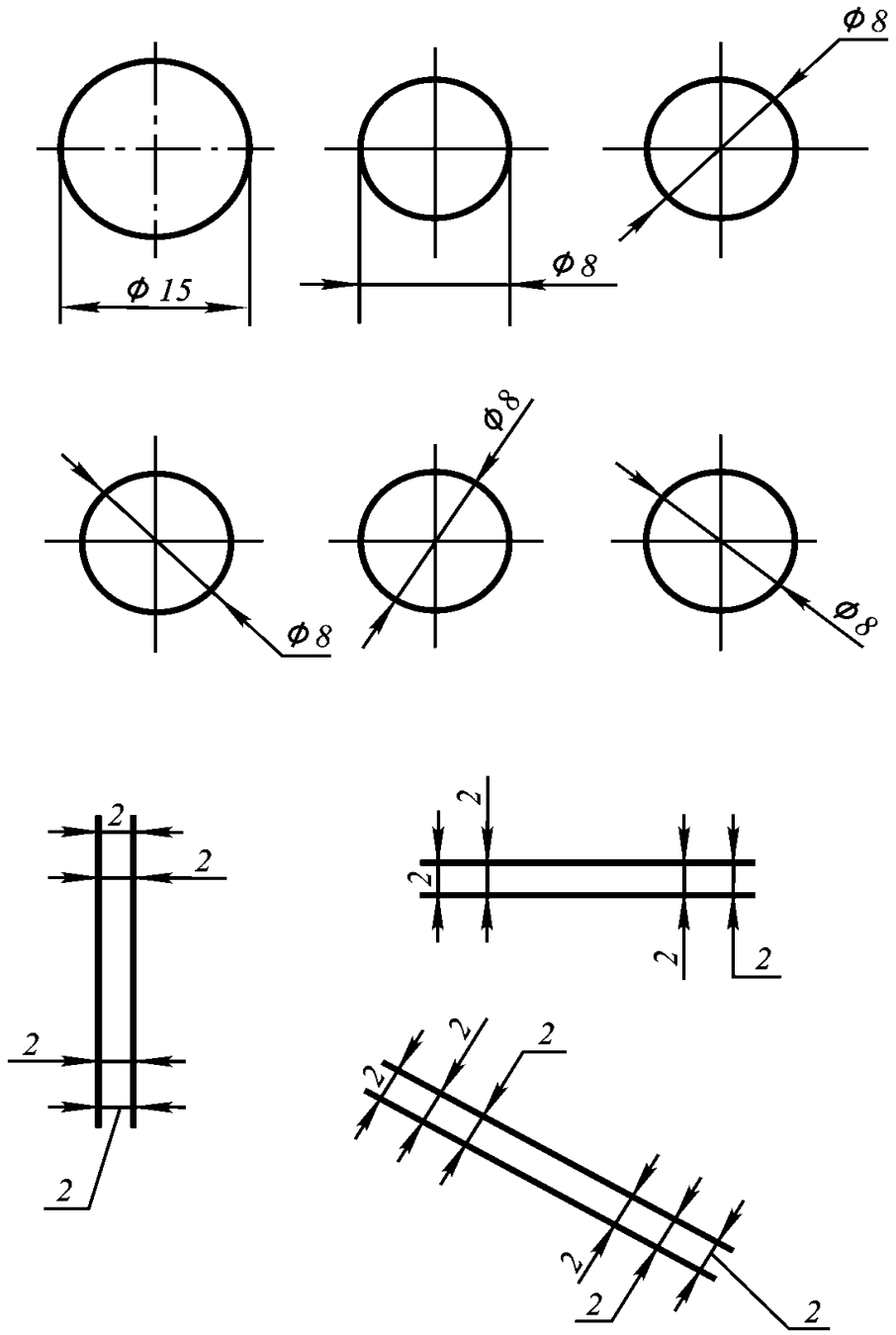


Рис. 116. Примеры нанесения размеров диаметров окружностей и линейных размеров

При нанесении на чертеже нескольких одинаковых отверстий допускается полностью показывать лишь одно с нанесением на нём диаметра и количества отверстий (рис. 117).

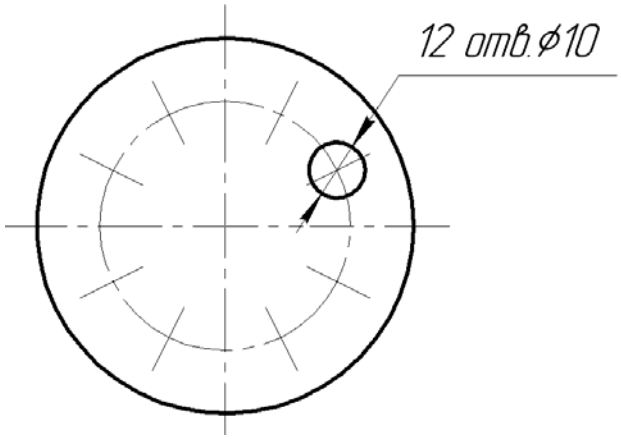


Рис. 117. Нанесение на чертеже размеров нескольких одинаковых отверстий

Перед размерным числом диаметра или радиуса сферы наносят знак диаметра окружности без надписи «Сфера» (рис. 118).

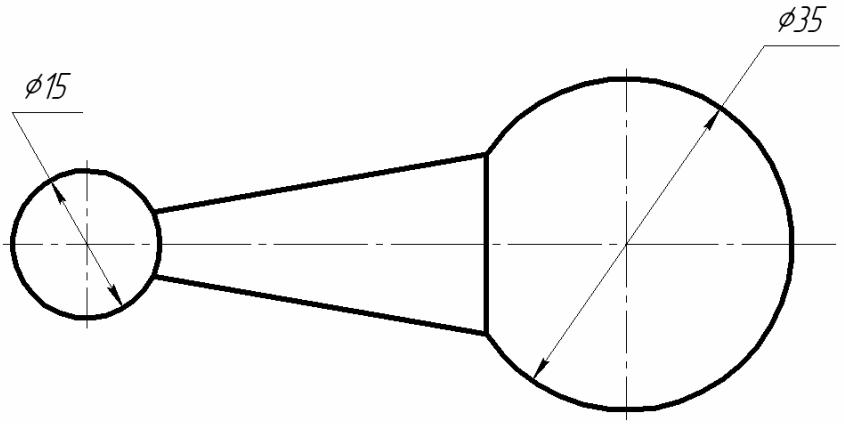


Рис. 118. Простановка размерного числа диаметра
или радиуса сферы

Допускается наносить слово «Сфера» в случаях, когда на чертеже трудно отличить сферу от других поверхностей, например: «Сфера» или «Сфера R 28» (рис. 119).

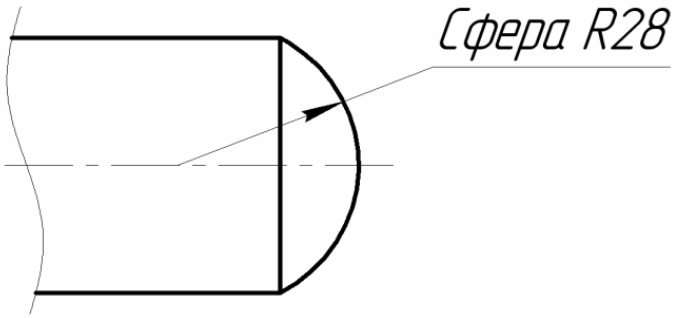


Рис. 119. Написание слова «сфера»
при трудном отличии ее от других поверхностей

Перед размерным числом радиуса ставится прописная латинская буква *R* (рис. 120).

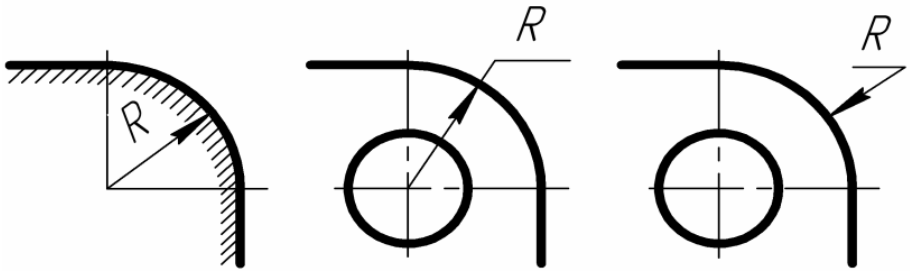


Рис. 120. Обозначение размеров радиусов

Во всех случаях размерная линия направлена точно к центру, при этом нет необходимости доводить размерную линию до самого центра дуги окружности.

Размеры квадрата наносят на чертеже как показано на рис. 121.

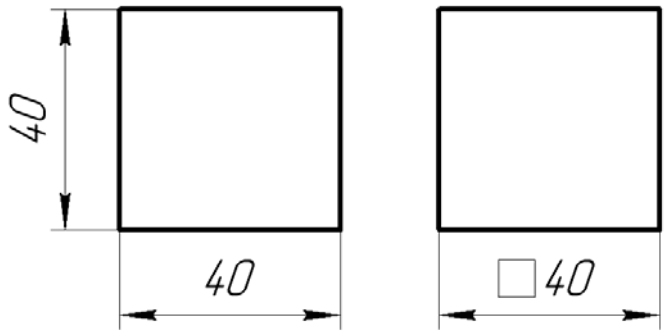


Рис. 121. Нанесение размеров квадрата

Условное изображение □ знаком применяют только тогда, когда изображение не дает представления о форме квадрата. В контуре квадратной части детали, при изображении ее в одной проекции, для обозначения плоской поверхности проводят диагонали тонкими линиями (рис. 122).

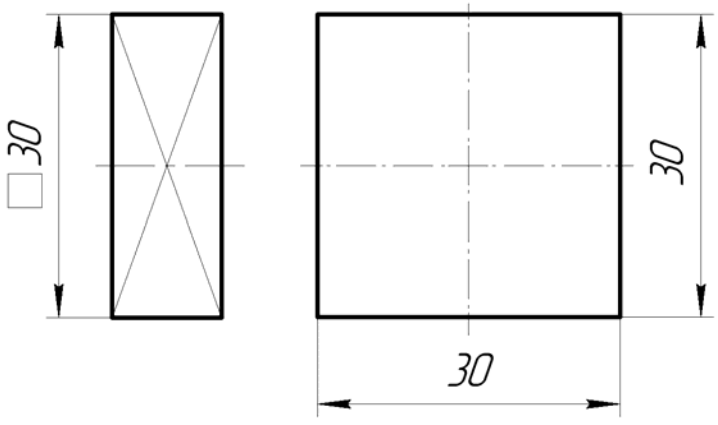


Рис. 122. Проведение диагоналей при обозначении плоской детали

При изображении детали в одной проекции, размер её толщины или длины наносят так, как показано на рис. 123 а, б.

а б

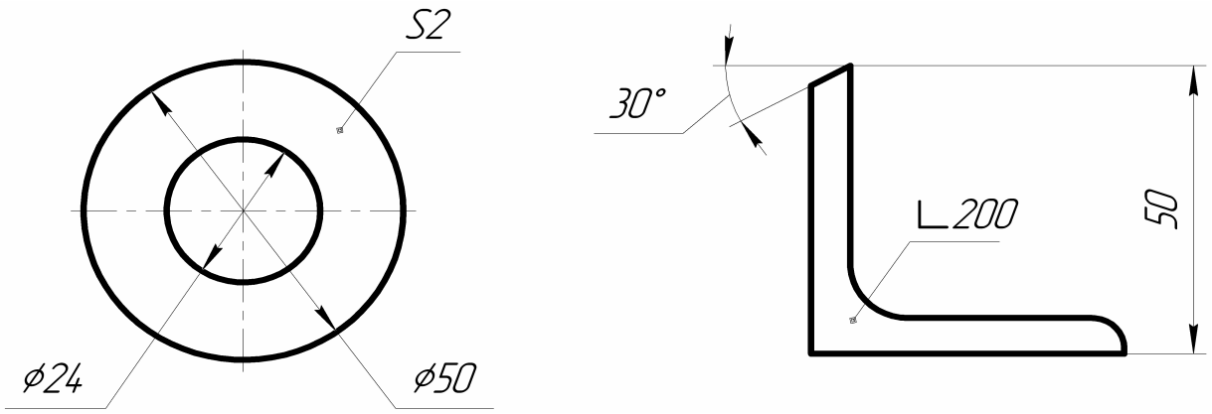


Рис. 123. Нанесение размера толщины детали
при ее изображении в одной проекции

Если при нанесении размера радиуса дуги окружности необходимо указать размер, определяющий положение её центра, то последний изображают в виде пересечения центровых или выносных линий. При большой величине радиуса допускается приближать центр к дуге; в этом случае размерную линию радиуса показывают с изломом под углом 90° (рис. 124 а); если не требуется указывать размеры, определяющие положение центра дуги окружности, допускается не доводить размерную линию радиуса до центра (рис. 124, б); если из одного центра проводится несколько размерных линий радиусов дуг, то необходимо следить за тем, чтобы две размерные линии не располагались на одной прямой (рис. 124, в).

а б в

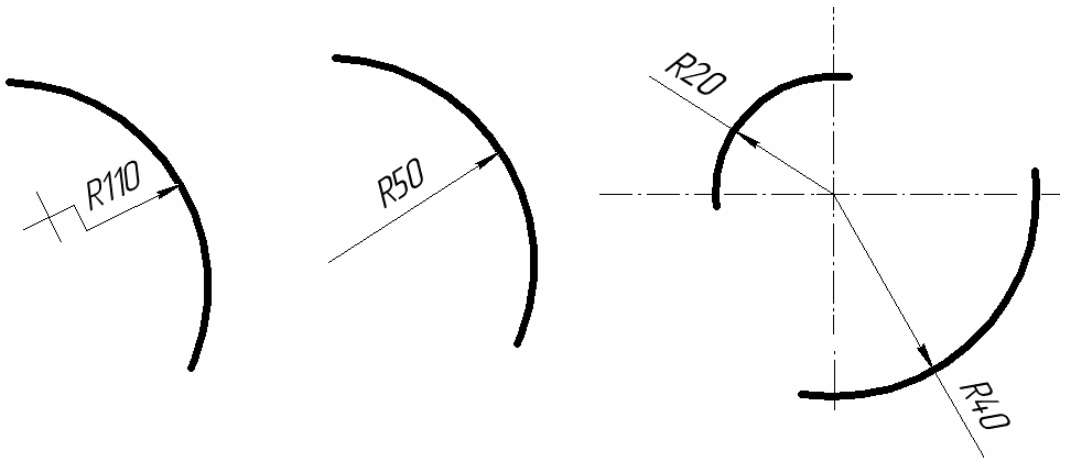


Рис. 124. Нанесение размеров радиуса дуги окружности

На рис. 125 показано, как надо наносить размеры угла, хорды и дуги окружности. В последнем случае над размерным числом наносят знак дуги.

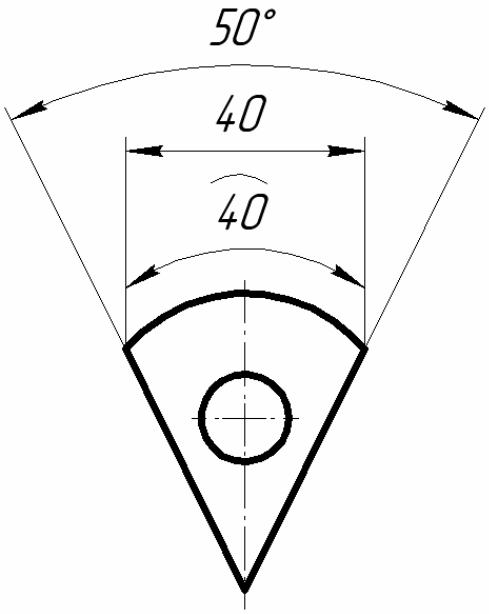


Рис. 125. Нанесение размеров угла, хорды и дуги окружности

Размеры, относящиеся к одному конструктивному элементу (отверстие, паз, выступ и т.п.), следует концентрировать в одном месте, располагая их на том изображении, где этот элемент показан более полно (рис. 126).

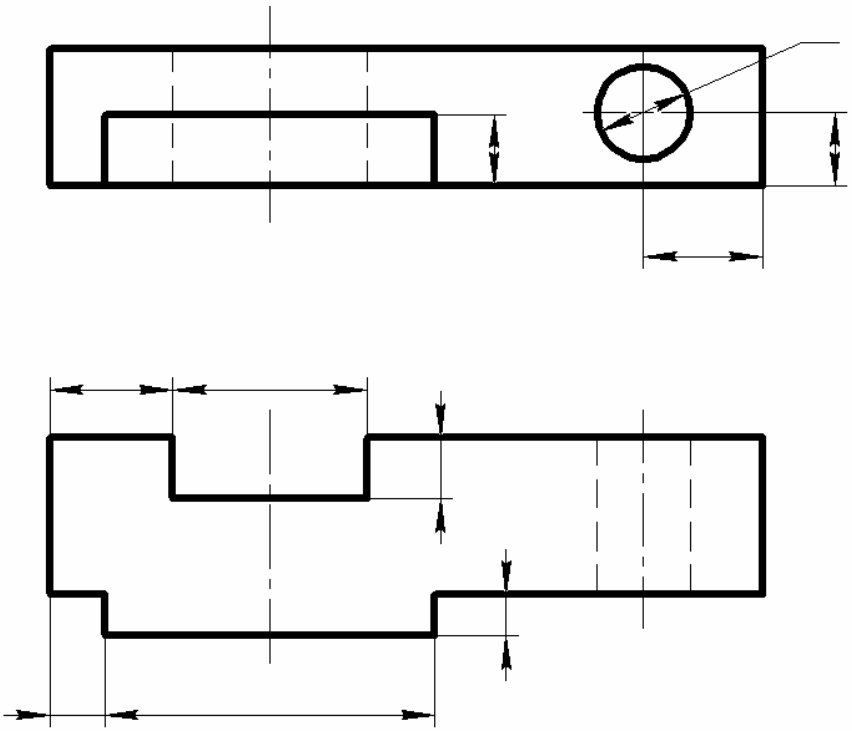


Рис. 126. Расположение размеров,
относящихся к одному конструктивному элементу

Размеры фасок под углом 45° наносят, как показано на рис. 127.

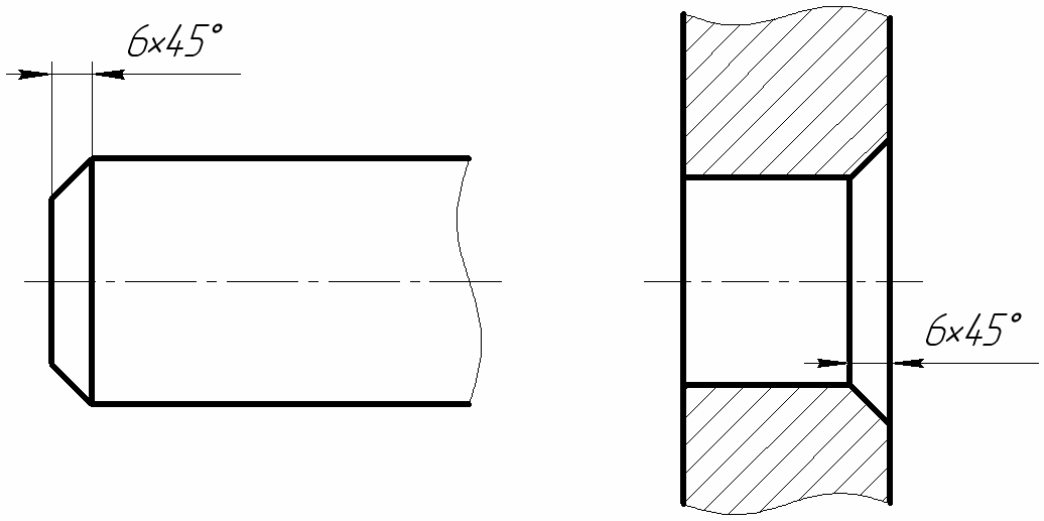


Рис. 127. Расположение размеров фасок под углом 45°

Размеры фасок под другими углами указывают по общим правилам – линейным и угловым размерам или двумя линейными размерами (рис. 128).

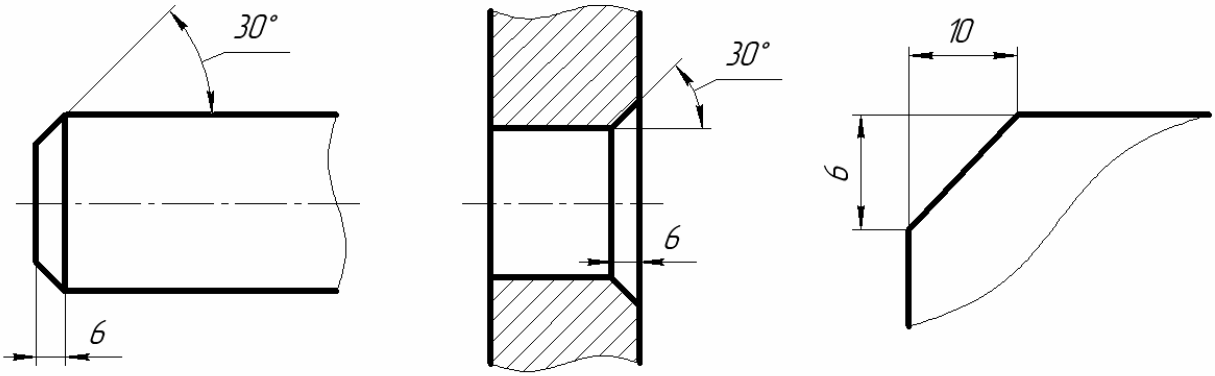


Рис. 128. Нанесение размеров фасок

Размеры нескольких одинаковых элементов изделия (отверстия, фаски, пазы, спицы и пр.), как правило, наносят один раз с указанием на полке линии-выноски количества этих элементов (рис. 129).

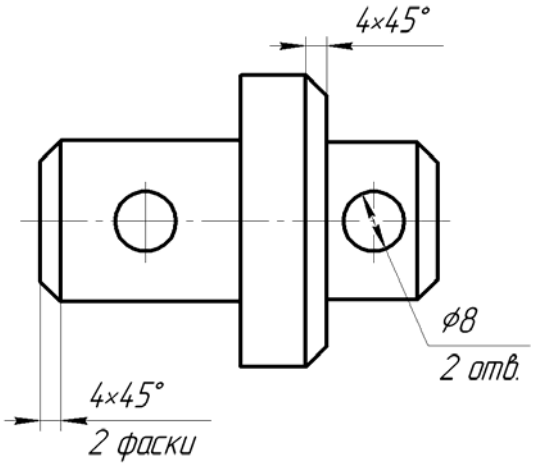


Рис. 129. Нанесение размеров нескольких одинаковых элементов изделия

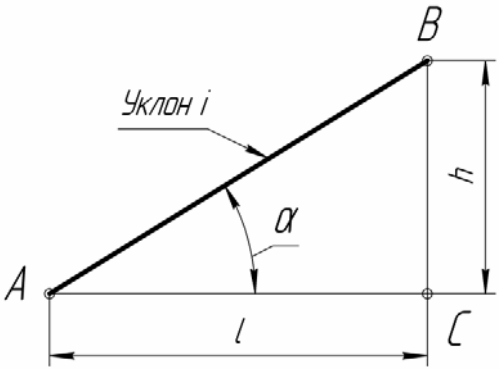
В очертании многих деталей имеются прямые, составляющие между собой некоторый угол. На чертежах часто вместо величины угла пользуются уклоном.

Уклоном *i* называется величина, характеризующая наклон одной прямой линии по отношению к другой, расположенной горизонтально или вертикально (отношение разности высот *h* двух точек *A* и *B* к горизонтальному расстоянию между ними *l*).

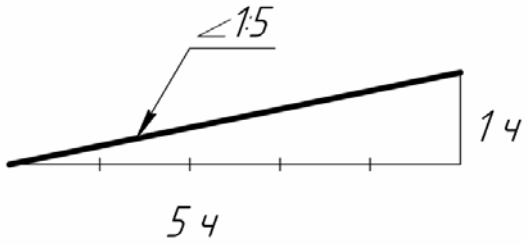
$$i = \frac{h}{l} = \frac{BC}{AC} = \text{tg}\alpha \quad .$$

Уклон выражается простой дробью, десятичной или в %. На рис. 130 а, б, в даны примеры обозначения уклонов.

а



б



в

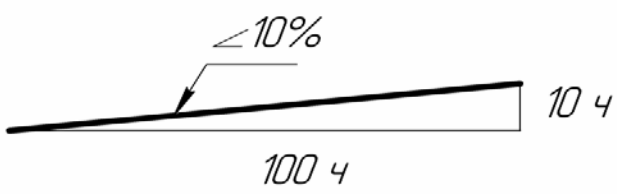


Рис. 130. Обозначения уклонов

Конусностью называется отношение разности диаметров /$D - d$/ двух поперечных сечений конуса к расстоянию между ними l, или отношение диаметра основания прямого кругового конуса к его высоте: $K=D/H$. Конусность обозначается знаком ▷, угол которого обращен в сторону меньшего диаметра (рис. 131).

$$K = \frac{D-d}{l} = 2\text{tg}\alpha;$$

$$K = 2i.$$

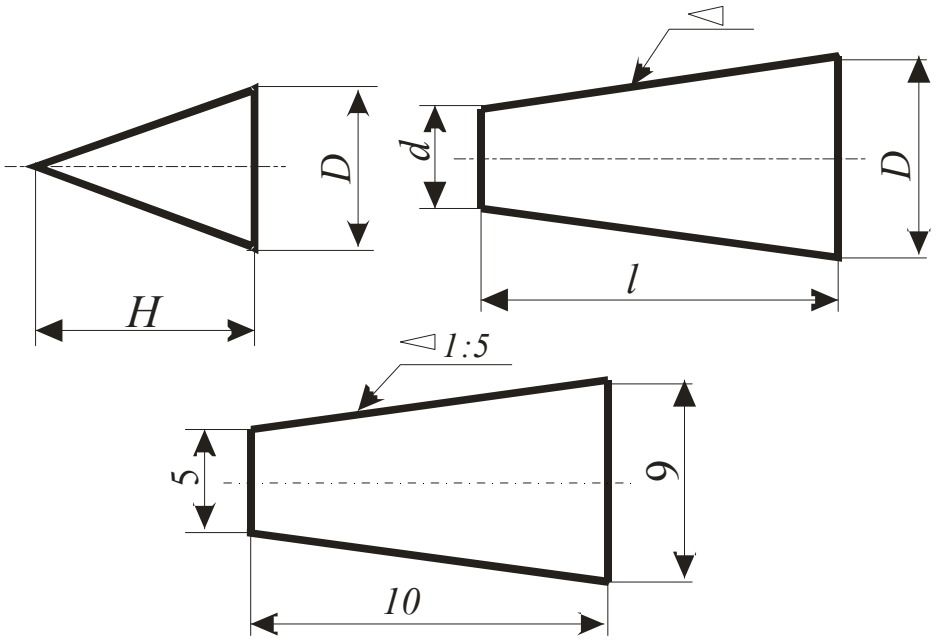


Рис. 131. Обозначение конусности на чертеже

3. ОСНАЩЕНИЕ РУЧНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ЧЕРЧЕНИЯ

Выполнить высококачественный чертеж с наименьшими затратами времени можно двумя путями: с использованием чертежных инструментов, чертежных принадлежностей и материалов; используя соответствующие компьютерные программы, которые используются как чертежные инструменты (AutoCAD, КОМПАС, ProSITE, CorelDRAW и т.п.). Безусловно, эти программы позволяют качественно выполнять все чертежи. Под качеством понимается создание плоских изображений, которые сохраняют все геометрическую информацию исходного трехмерного объекта, и выполнение их в соответствии с требованиями стандарта. Изучению этих стандартов посвящается один из учебных курсов геометро-графических дисциплин – черчение.

Известно, что чем больше различных органов будет задействовано при запоминании информации, тем надежней произойдет это запоминание. Поэтому в учебных целях обучающимся целесообразно освоить ручную технологию выполнения чертежей, тем более, что она не утратила своей актуальности и в настоящее время, так как применяется в основном для различных исправлений или доводки чертежа. Кроме этого, ручная технология черчения широко применяется особенно в проектировании и ценится гораздо дороже, чем компьютерная.

Основными средствами ручных технологий черчения являются **чертежные принадлежности и материалы** – чертежная бумага, карандаши, резинки, кнопки.

Бумага чертежная, используемая при выполнении чертежей, должна быть белой и прочной, выдерживать многократное нанесение и стирание линий, воспринимать тушь.

Миллиметровая бумага – бумага с нанесенной сеткой взаимно перпендикулярных линий, отстоящих друг от друга на расстоянии 1 мм. Такая бумага удобна для выполнения эскизов.

Калька – это прозрачная водонепроницаемая бумага или другой материал с гладкой поверхностью. Используется для снятия копий с чертежа тушью или карандашом.

Карандаши чертежные выпускают с различной степенью твердости грифеля: от 7Т до 2Т – твердые; Т, ТМ, М – промежуточные; от 2М до 6М – мягкие. Степень твердости карандаша указывается в маркировке. Для черчения рекомендуется использовать карандаши марок «Конструктор», «Топограф», «Картограф», «Люминограф», «KOH-I-NOOR» и «Rolla».

Твердость и мягкость зарубежных карандашей «KOH-I-NOOR» и «Rolla» обозначаются латинскими буквами Н и В: твердые – от 9Н до 2Н; мягкие – от 2В до 6В; промежуточные – Н, НВ, В.

В настоящее время широкое распространение получили цанговые карандаши. Цангой называется резная пружинная втулка, которая служит для зажима детали. В карандашах цангой зажимают графитовый стержень.

Для чертежных работ используют карандаши от 2Т до М или соответствующие им карандаши иностранных марок.

Для более твердой бумаги берутся и более твердые карандаши.

Очинять карандаши следует на правильный конус длиной около 30 мм с конца, свободного от фабричного клейма и обозначения твердости. У мягких карандашей грифель затачивают в виде лопаточки. Для подтачивания графита во время работы применяют наждачную бумагу.

При проведении линии следует поворачивать карандаш, если он заточен на конус, чтобы сохранить одинаковую толщину линии.

Резинка (resin) в переводе с английского языка означает «смола». Мягкие резинки применяют для обработки чертежей, выполненных карандашом, жесткие (со стеклом) – для чертежей, выполненных тушью.

Кнопки используют для крепления бумаги к чертежной доске.

Кроме этого, к основным средствам ручных технологий черчения относят **чертежные инструменты**.

Некоторые чертежные инструменты группируются в **готовальню**. Она представляет собой набор определенного числа чертежных инструментов в специальном футляре. Готовальня имеет номер, который соответствует числу инструментов в футляре.

Хорошая, достаточно полная готовальня должна содержать: циркуль-измеритель, круговой циркуль со вставками – карандашом и надставкой для удлинения ножек, кронциркуль с микрометрическим винтом для проведения окружностей малого диаметра, рейсфедер, отвертку, комплект запасных игл и карандашных стержней в футляре.

Рейсшина – чертежная линейка Т-образной формы, служит для проведения параллельных линий, а с помощью угольников – параллельных наклонных и вертикальных линий. Рейсшина может быть «плавающей» или инерционной.

Деревянная рейсшина представляет собой длинную линейку, врезанную с одного конца под прямым углом в более толстую и короткую поперечину, называемую головкой.

Линейки чертежные длиной 15–30 см служат для проведения прямых горизонтальных, вертикальных и наклонных линий.

Линейки масштабные (измерительные) деревянные и металлические служат для снятия размеров и ближе прилегают к плоскости бумаги за счет скоса кромок у деревянных линеек и небольшой толщины у металлических.

Угольники представляют собой треугольник с углами 45°×45°×90° и или – 30°×60°×90°. С их помощью можно построить наиболее часто встречающиеся углы и многоугольники, выполнить штриховку.

Лекала представляют собой тонкие пластины с криволинейными кромками. С их помощью обводят лекальные кривые. Изготавливают лекала из древесины или пластмассы. Края их должны быть ровными, без вмятин и щербин. Для работы необходимо иметь 3–5 лекал различной формы.

Транспортир используют для изменения и построения различных линейных углов.

При ручных чертежных технологиях удобно использовать такие **чертежные приспособления,** как чертежные столы и доски. Они специально оборудованы рейсшинами, имеют небольшой наклон для удобства работы на них.

Контрольные вопросы

1. Функции и назначение ЕДИНОЙ СИСТЕМЫ КОНСТРУКТОРСКОЙ ДОКУМЕНТАЦИИ (ЕСКД).
2. Перечислить виды чертежей в соответствии с ГОСТ 2.102–68.
3. Каковы размеры сторон основных форматов, определенных в ГОСТ 2.301–68?
4. Перечислить стандартные масштабы увеличения и уменьшения в соответствии с ГОСТ 2.302–68.
5. Назвать, в каких случаях применяется сплошная основная и сплошная тонкая линии в соответствии с ГОСТ 2.303–68.
6. Изобразить штриховую и штрих-пунктирную линии в соответствии с ГОСТ 2.303–68.
7. Назвать основные соотношения размеров при изображении букв в соответствии с ГОСТ 2.304–81.
8. Каково графическое обозначение различных материалов в сечениях, в зависимости от вида материала ГОСТ 2.306–68.
9. Назвать правила нанесения размеров, которые определяются по ГОСТ 2.307–68 и ГОСТ 21.105–79.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В предложенном учебном пособии рассмотрены теоретические основы, которые составляют базовые знания, необходимые при изучении комплекса геометро-графических дисциплин. Отсутствие этих знаний делает невозможной профессиональную инженерно-строительную подготовку. Кроме этого, настоящее учебное пособие позволяет восполнить пробелы в геометрической подготовке, которая является необходимой составляющей гармоничного образования и практически отсутствует в современных школьных программах.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Арнольд, В.И. Антинаучная революция и математика [Текст] / В.И. Арнольд. –М., 1999.

2. Вальков, К.И. Введение в теорию моделирования [Текст] / К.И. Вальков. – Л., ЛИСИ, 1974.

3. Вавилов, С.И. Глаз и солнце [Текст] / С.И. Вавилов – 10-е изд. – М.: Наука, 1981.

4. Вальков, К.И. Курс начертательной геометрии [Текст] / К.И. Вальков. – Л.: ЛИСИ,1970.

5. Вальков К.И. Лекции по основам геометрического моделирования [Текст] / К.И. Вальков. – Л.: ЛГУ, 1975.

6. Глаголев, Н.А. Проективная геометрия [Текст] / Н.А. Глаголев. – М.: Высшая школа, 1963.

7. Глазунов, Е.А. Аксонометрия [Текст] / Е.А., Глазунов Н.Ф. Четверухин. – М.: Гостехиздат,1954

8. Демидов, В.Е. Как мы видим то, что видим [Текст] / В.Е. Демидов. – М.: Знание, 1987.

9. Найниш, Л.А. Структурный анализ курса начертательной геометрии [Текст]: моногр. – Пенза: ПГАСА, 2000.

10. Найниш, Л.А. Теория построения изображений [Текст] / Л.А. Найниш [и др.]. – ПГТА, Пенза, 2010.

11. Единая система конструкторской документации [Текст]: сборник. – М.: Изд-во стандартов, 1982.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3
БАЗОВЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ЗНАНИЯ 6
1.1. Немного о геометрии 6
1.2. Геометрическое пространство и его элементы 8
1.3. Позиционные отношения геометрических элементов 15
1.3.1. Аксиомы и признаки 15
1.3.2. Геометрические конструкции 16
1.4. Метрические отношения геометрических элементов 22
1.4.1. Метрические характеристики прямых и плоскостей 23
1.4.2. Метрические характеристики многоугольников и окружности 28
1.4.3. Метрические характеристики окружности и прямой 34
1.4.4. Построение вписанных и описанных многоугольников 40
1.4.5. Построение сопряжений 43
1.4.6. Линии 53
1.4.7. Поверхности 68
2. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ГОСТ ЕСКД 76
2.1. Виды чертежей 77
2.2. Форматы, рамки, основная надпись 78
2.3. Масштабы 79
2.4. Линии чертежа 80
2.5. Шрифты чертежные 82
2.6. Графическое обозначение материалов и правила их нанесения на чертежах 86
2.7. Нанесение размеров на чертежах 91
3. ОСНАЩЕНИЕ РУЧНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ЧЕРЧЕНИЯ 109
ЗАКЛЮЧЕНИЕ 112
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК 113

Учебное издание

Найниш Лариса Алексеевна
Слюсар Галина Сергеевна
Тишина Екатерина Михайловна
Гаврилюк Людмила Евгеньевна

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОСТРОЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

ПРОПЕДЕВТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРО-ГРАФИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА

Учебное пособие

В а в т о р с к о й р е д а к ц и и
В е р с т к а Т.А. Лильп

Подписано в печать 2.06.14. Формат 60×84/16.
Бумага офисная «Снегурочка». Печать на ризографе.
Усл.печ.л. 6,68. Уч.-изд.л. 7,19. Тираж 80 экз.
Заказ № 174.

Издательство ПГУАС.
440028, г. Пенза, ул. Германа Титова, 28.