

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

---

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Пензенский государственный университет  
архитектуры и строительства»  
(ПГУАС)

**А.А. Власов**

## **ТЕОРИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ**

Пенза 2014

УДК 656.1  
ББК 39.3  
В58

Рецензенты: доктор технических наук, профессор  
Ю.В. Родионов (ПГУАС);  
доктор технических наук А.Ю. Муйзем-  
нек (ПГУ)

**Власов А.А.**

В58 Теория транспортных потоков: моногр. / А.А. Власов. – Пенза:  
ПГУАС, 2014. – 124 с.  
**ISBN 978-5-9282-1173-8**

В монографии рассмотрены основные подходы к имитационному моделированию дорожного движения. Особое внимание уделено макроскопическому моделированию работы светофорных объектов.

Монография подготовлена на кафедре «Организация и безопасность движения» и предназначена для студентов, обучающихся по направлению 23.04.01 «Технология транспортных процессов», аспирантов и инженерно-технических работников, занимающихся организацией дорожного движения.

**ISBN 978-5-9282-1173-8**

© Пензенский государственный университет  
архитектуры и строительства, 2014  
© Власов А.А., 2014

# ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
1. ПОДХОДЫ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ДВИЖЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ .....	7
1.1. История развития теории транспортных потоков как научной области .....	7
1.2. Особенности транспортного потока как объекта моделирования ...	8
1.4. Цель моделирования движения транспортных потоков .....	9
2. МАКРОСКОПИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА .....	13
2.1. Макроскопические модели первого порядка .....	16
2.2. Макроскопические модели второго порядка.....	22
3. МИКРОСКОПИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА.....	29
3.1. Модели следования за лидером .....	31
3.1.1. Модели стимулирующих реакций.....	32
3.1.2. Модели оптимальной скорости.....	36
3.1.3. Модели предотвращения столкновений .....	37
3.1.4. Психофизические модели.....	41
3.2. Модели смены полосы движения .....	44
3.2.1. Модель смены полосы движения Гиппса .....	46
3.2.2. Эвристическая модель смены полосы движения .....	49
3.2.3. Модель MOBIL .....	51
3.3. Использование модели следования за лидером в задаче поддержания дистанции.....	55
3.4. Модели клеточных автоматов.....	61
4. ТРЕХФАЗНАЯ ТЕОРИЯ ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА .....	63
4.1. Определение трех фаз транспортного потока .....	64
4.2. Возникновение плотного потока .....	67
4.3. Неоднородные пространственно-временные структуры транспортного потока.....	75
5. МОДЕЛИ ЗАДЕРЖКИ И ДЛИНЫ ОЧЕРЕДИ НА РЕГУЛИРУЕМОМ ПЕРЕКРЕСТКЕ.....	77
5.1. Модель задержки и очереди на изолированном перекрестке.....	77
5.2. Математическая модель сетевого движения транспортных потоков	86

5.2.1. Модель группового движения в форме кусочно-постоянной функции.....	87
5.2.2. Модель группового движения в форме ряда Фурье .....	90
5.2.3. Модель TRANSYT .....	93
5.3. Динамика очереди транспортных средств перед регулируемым перекрестком .....	98
5.4. Оценка остаточной очереди .....	102
5.5. Модель транспортного спроса и предложения на магистральной улице регулируемого движения .....	105
6. КАЛИБРОВКА МОДЕЛЕЙ ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА.....	108
6.1. Методы повышения качества моделей .....	108
6.2. Постановка и решение задачи калибровки модели .....	110
6.3. Калибровка микроскопической модели SUMO .....	113
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	119

## ВВЕДЕНИЕ

Транспортная инфраструктура является одной из важнейших инфраструктур, обеспечивающих жизнь городов и регионов. В последние десятилетия во многих крупных городах исчерпаны, или близки к исчерпанию, возможности экстенсивного развития транспортных сетей. В сложившихся условиях на первый план выступает качество проектирования автомобильных дорог, эффективность их функционирования и безопасности движения, оптимальное транспортное планирование, совершенствование организации движения, оптимизация маршрутной сети транспорта общего пользования. Решение задач планирования развития транспортных сетей и управления транспортными потоками невозможно без математического моделирования.

Транспортные потоки обладают рядом свойств, требующих применения математических моделей не только в исследовательской, но и в практической деятельности:

- невозможно проведение натуральных экспериментов с транспортными потоками и сетями по экономическим соображениям и с позиций обеспечения безопасности;

- невозможно обеспечить измерения параметров транспортных потоков на всей сети.

Среди всего разнообразия математических моделей, применяемых для анализа транспортных сетей, выделяются три основные группы моделей [1]:

- прогнозные модели,
- имитационные модели,
- оптимизационные модели.

Прогнозные модели предназначены для моделирования транспортных потоков в сетях с известной геометрией и характеристиками и при известном размещении потокообразующих объектов города. При помощи этих моделей можно прогнозировать последствия изменений в транспортной сети или в размещении объектов. Модели этого типа применяются для поддержки решений в области планирования развития города, для анализа последствий тех или иных мер по организации движения, выборе альтернативных проектов развития транспортной сети и др.

Задача прогноза загрузки транспортной сети обычно состоит в расчете усредненных характеристик движения, таких как объемы межрайонных передвижений, интенсивности потока, распределение автомобилей и пассажиров по путям движения и др.

Имитационное моделирование ставит своей целью воспроизведение всех деталей движения, включая развитие процесса во времени. При этом усредненные значения потоков и распределение по путям считаются известными и служат исходными данными для этих моделей. Имитационные

модели позволяют оценить скорости движения, задержки на перекрестках, длины и динамику образования «очереди», или «заторов», и другие характеристики движения. Основная область применения таких моделей совершенствование организации движения, оптимизация светофорных циклов и др.

Прогноз потоков и имитационное моделирование являются дополняющими друг друга направлениями, ставя своей целью адекватное воспроизведение транспортных потоков. Существует, однако, большое количество моделей, предназначенных для оптимизации функционирования транспортных сетей. В этом классе моделей решаются задачи оптимизации режимов работы светофорных объектов, маршрутов пассажирских и грузовых перевозок, выработки оптимальной конфигурации сети и др.

В данной работе уделено внимание моделям, применяющимся в имитационном моделировании для оценки эффективности управления транспортными потоками.

# 1. ПОДХОДЫ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ДВИЖЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ

## 1.1. История развития теории транспортных потоков как научной области

Изначально, теория транспортных потоков являлась достаточно практической дисциплиной, решающей специфические транспортные задачи (такие как изучение и обоснование пропускной способности магистралей и их пересечений) и опирающаяся в основном на эмпирические сведения.

В начале 1950-х годов теория транспортных потоков сформировалась как самостоятельное научное направление. Математика утвердилась как основа для теоретического анализа транспортных процессов, вытеснив эмпирический подход. Для описания транспортного потока стали использоваться идеи из статистики, гидродинамики и т.д. Этот период характеризуется бурным прогрессом научной мысли и становлением основных направлений исследований.

Лайтхилл М.Дж. (M. Lighthill), Уизем Дж.Б. (G. B. Whitham) и Ричардс П. (P. Richards) в 1955 году предложили первую макроскопическая модель (LWR-модель), в которой движение транспортного потока рассматривалось с позиций механики сплошной среды. Они показали, что методы описания процессов переноса в сплошных средах могут быть использованы для моделирования заторовых ситуаций. Тем самым была заложена основа макроскопического подхода к описанию транспортного потока.

В то же самое время изучение процессов следования за лидером (car-following) в лаборатории Джeneral Моторс положили начало микроскопической теории транспортных потоков.

В 1960-х годах с появлением первых персональных компьютеров возобновился интерес к исследованию транспортных систем. Теория транспортных потоков стала рассматриваться как теоретическая база функционирования систем управления транспортными потоками в тоннелях и на пересечениях. В последующем эволюция автоматизированных систем управления движением привела к появлению интеллектуальных транспортных систем (Intelligent Transportation Systems – ITS), охватывающих все аспекты перевозок.

В последующие два десятилетия не было достигнуто существенных результатов, за исключением работ И. Пригожина и Р. Германа. Одной из основных причин стогнации в развитии теории транспортных потоков считается возврат ученых, сделавших основной вклад в развитие теории, к базовым научным дисциплинам исчерпав возможности приложения своих методик к решению транспортных проблем.

В начале 1990-х вновь возродился интерес исследователей к вопросу моделирования транспортных потоков. Одним направлений исследований стало использование подходов статистической физики для моделирования движения транспортных средств. В качестве примера использования данного подхода можно привести модель клеточных автоматов К. Нагеля (K.Nagel) и М. Шрекенберга (M.Schreckenberg). Кроме того стали подвергаться сомнению многие традиционные подходы к моделированию транспортных потоков, в частности гидродинамические модели. В результате появилось большое количество моделей, и встал вопрос их соответствия реальным наблюдениям состояния транспортного потока. Вне зависимости от того, какой использовался подход к моделированию, исследователь должны всегда сравнивать свои результаты с действительностью реального мира.

Возникновение различных направлений и подходов к моделированию движения транспортных потоков создало предпосылки к созданию платформы для ведения научных дискуссий сообществом ученых. Наиболее значимыми мероприятиями стали ежегодные «International Symposium on Transportation and Traffic Theory» и проводимые раз в два года «Traffic and Granular Flow» (в 2011 году проводился в г. Москве).

## 1.2. Особенности транспортного потока как объекта моделирования

Какими бы ни были подходы к моделированию транспортных потоков необходимо учитывать, что они обладают рядом особенностей, усложняющих их формализацию [2].

Во-первых, это стохастичность транспортных потоков – их характеристики допускают прогноз только с определённой вероятностью. Транспортный поток движется по транспортной сети, которая также обладает определёнными характеристиками, допускающими более или менее строгое описание, и которые являются нестационарными.

Во-вторых, это нестационарность транспортных потоков, причём колебания их характеристик происходят как минимум в трёх циклах: суточном, недельном и сезонном.

В-третьих, это неполная управляемость, суть которой состоит в том, что даже при наличии полной информации о потоках и возможности информирования водителей о необходимых действиях, эти требования носят рекомендательный характер. Решения о выборе маршрута или режима движения производится водителем с присущими только ему субъективными факторами.

В-четвёртых, особенностью дорожного движения как объекта управления является сложность и даже невозможность замера даже основных ха-

рактических, определяющих качество управления. Так, оценка величины интенсивности движения требует либо наличия датчиков транспортных потоков на всех направлениях их движения, либо использования данных аэрофотосъемки, либо проведения трудоёмкого ручного обследования.

В-пятых, принципиальная невозможность проведения масштабных натурных экспериментов в сфере управления дорожным движением. Эта невозможность предопределена, во-первых, необходимостью обеспечения безопасности движения, во-вторых, материальными и трудовыми затратами на проведение эксперимента (изменение разметки и дислокации дорожных знаков) и, в-третьих, тем, что серьёзные изменения в комплексной схеме организации движения затрагивают интересы большого количества людей – участников движения.

Транспортный поток и комплекс условий, в которых он движется, представляет собой типичный пример сложной системы, содержащей большое количество взаимно связанных и взаимодействующих между собой элементов. Движение транспортного потока является результатом непрерывного взаимодействия между отдельными элементами системы «водитель – автомобиль – дорога – окружающая среда» (ВАДС) как в пространстве, так и во времени. Особенностью этой системы является функционирование в условиях действия большого количества случайных факторов.

Таким образом, трудности формализации процесса движения транспортного потока являются серьёзной проблемой обеспечения адекватности моделей транспортного потока.

#### 1.4. Цель моделирования движения транспортных потоков

Целью всякого моделирования является исследование объекта вначале на качественном, а затем по мере накопления информации и развития модели на количественном уровне.

Целью моделирования дорожного движения является определение и прогноз всех параметров функционирования транспортной сети, таких как интенсивность движения на всех элементах сети, объёмы перевозок общественного транспорта, средние скорости движения, задержки и потери времени и т.д.

Основным инструментом решения данных задач является математическое моделирование. Под термином математическое моделирование понимают описание явления посредством математических формул, уравнений и неравенств. Классификацию математических методов моделирования и моделей можно представить в виде таблицы (табл. 1.1).

Таблица 1.1

## Классификация математических моделей и методов

Основание классификации	Классы методов и моделей		
Цели моделирования	Описание процессов и систем	Оценка систем	Оптимизация систем
Принцип моделирования	Кибернетический	Стохастический	
Применяемые критерии оценки и оптимизации	Векторные	Скалярные	
Фактор времени	Статические	Динамические	
Степень абстракции модели	Аналитические	Вычислительные	Имитационные
Учет вероятностных факторов	Детерминированные	Вероятностные (стохастические)	

Модели описания это разомкнутые модели, предполагающие построение описания объекта или процесса  $P$ , содержащего функциональные или алгоритмические связи между входами ( $m, u$ ) и выходами  $Y$  (рис. 1.1).

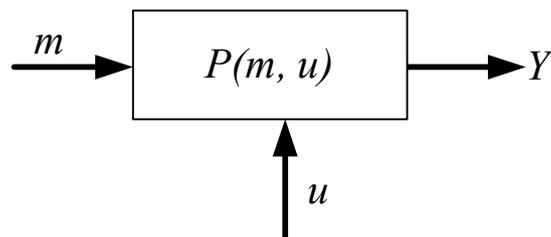


Рис. 1.1. Структура модели описания

Входами являются внешние воздействия на объект (неуправляемые и управляемые), выходами – реакция объекта или процесса.

Модели оценки позволяют оценить те или иные состояния комплекса «объект–орган управления–среда». В структуре модели на технологические характеристики связей между входами ( $m, u$ ) и выходами  $Y$  объекта накладываются укрупненные технологические характеристики  $Co$ .

Для проведения оценки принято использовать целевые функции управляемого объекта (или функции качества состояния)  $G=G(m, u)$ .

Модели оптимизации предполагают постановку оптимизационной задачи. Например определить такое значение  $m \in M$ , которое обеспечивает максимум (минимум)  $G=G(m, u)$ .

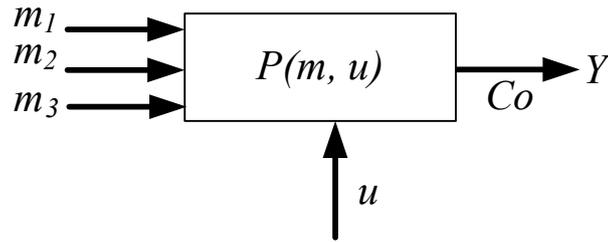


Рис. 1.2. Структура модели оценки

Для анализа дорожного движения и транспортных сетей принято выделять три основные группы моделей: прогнозные модели; имитационные модели; оптимизационные модели [1].

Прогнозные модели предназначены для моделирования транспортных потоков в сетях с известной геометрией и характеристиками, при известном размещении потокообразующих объектов города. При их помощи прогнозируются последствия в изменении транспортной сети или размещении объектов. Целью прогноза загрузки транспортной сети является расчет усредненных характеристик движения, таких как объемы межрайонных корреспонденций, распределение участников движения по путям движения, определение интенсивности движения на отдельных участках транспортной сети. Модели этого типа применяются при поддержке решений в области планирования развития города, для анализа последствий тех или иных мер по организации дорожного движения, выбора альтернативных проектов развития транспортной сети города.

Имитационное моделирование ставит своей целью воспроизведение всех деталей движения и позволяет определить скорость движения, задержки на перекрестках, динамику и длину очередей, другие характеристики движения. Модели данного типа широко применяются при улучшении организации движения.

Прогнозные и имитационные модели дополняют друг друга. Например, прогноз интенсивности движения служит в качестве исходных данных для имитационного моделирования работы системы координированного управления. В свою очередь улучшение условий движения приводит к перераспределению транспортных потоков в транспортной сети. Маршрут с лучшими условиями движения привлекает дополнительный объем движения.

Примечательно, что основные разработчики систем моделирования дорожного движения в своих продуктах совмещают прогнозные и имитационные модели. PTV AG выпускает два продукта – VISUM и. Первый из них решает задачи прогноза распределения транспорта по сети, а второй выполняет задачи имитационного моделирования отдельных ее элементов. Программа AIMSUN решает те же задачи, что и VISSIM – имитация движения автомобилей по транспортной сети. Дополнительный модуль

PLANER позволяет производить расчет загрузки транспортной сети, так же как и программа VISUM.

Модели прогноза потоков и имитационные модели ставят своей целью адекватное воспроизведение транспортных потоков. По своей сути они являются моделями описания и различаются лишь степенью детализации транспортной сети.

На основе моделей описания строятся модели оценки. В качестве критериев оценки используют экономические (расход топлива, потери транспорта, пешеходов и пассажиров в пути), экологические (выбросы токсичных компонентов и транспортный шум), критерии безопасности (конфликтная загрузка, шум ускорений или энергии). Функции оценки характеристик транспортных сетей имеются как у пакета программ VISUM+VISSIM, так и у программы AIMSUN.

Модели оптимизации решают задачи оптимизации маршрутов пассажирских и грузовых перевозок, выбора оптимальной конфигурации сети, расчета оптимальных сигнальных планов работы светофорной сигнализации. При разработке оптимизационной модели основной задачей является определение целевой функции и установка ограничений. В качестве целевой функции обычно принимают функцию затрат на движение и проводят ее минимизацию. В качестве ограничений выступают требования безопасности движения или обеспечения минимальных потребностей в передвижении.

## 2. МАКРОСКОПИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА

Макроскопические модели транспортного потока воспроизводят агрегированные свойства взаимодействий транспортных средств используя для этого макроскопические переменные:

- средняя скорость  $v(x, t)$  м/ч;
- плотность транспортного потока  $\rho(x, t)$  авт/км;
- интенсивность движения  $q(x, t)$ , авт/ч;

где  $x$  и  $t$  представляют соответственно переменные пространства и времени.

Плотность транспортного потока  $\rho(x, t)$  представляет собой число транспортных средств на единицу длины, то есть является показателем наполнения рассматриваемого сечения связи в определенный момент времени. Относительно микроскопических переменных плотность может быть получена с помощью средней дистанции  $\bar{d}$  и числа автомобилей  $N_{veh}$  как:

$$\rho = \frac{N_{veh}}{L} = \frac{N_{veh}}{\sum_{i=1}^{N_{veh}} d_i} = \frac{1}{\bar{d}}, \quad (2.1)$$

где  $L$  – длина рассматриваемого сегмента транспортной сети.

Интенсивность  $q(x, t)$  (или объем движения) являются числом транспортных средств, проходящего через сечение дороги в единицу времени. Относительно микроскопических переменных интенсивность транспортного потока может быть определена как обратная величина среднего времени проезда  $\bar{h}$ . Рассматривая период времени  $\Delta t$ , интенсивность движения может быть выражена как:

$$q = \frac{N_{veh}}{\Delta t} = \frac{N_{veh}}{\sum_{i=1}^{N_{veh}} h_i} = \frac{1}{\bar{h}}. \quad (2.2)$$

Средняя скорость  $v(x, t)$  может быть определена как средняя временная и пространственная скорость:

- средняя временная скорость это среднее арифметическое скоростей транспортных средств, которые проходят сечение во время определенного периода;
- пространственная средняя скорость это среднее арифметическое скоростей транспортных средств, которые присутствуют в сегменте дороги в определенное время.

Модели данного типа были разработаны, для математической интерпретации зависимости между скоростью, плотностью и интенсивностью транспортного потока:

$$q(x,t) = v(x,t) \cdot \rho(x,t); \quad (2.3)$$

$$v(x,t) = f(q(x,t), \rho(x,t)), \quad (2.4)$$

где  $f(\cdot)$  – некоторая функция.

Зависимость интенсивности движения  $q$  от плотности транспортного потока  $\rho$  принято называть фундаментальной (или основной) диаграммой транспортного потока (рис. 2.1) [3]. Левая часть кривой (показана сплошной линией) отражает устойчивое состояние потока, при котором по мере увеличения плотности транспортный поток проходит фазы свободного, затем частично связанного и наконец связанного движения, достигая точки максимально возможной интенсивности, т.е. пропускной способности (точка  $q_{\max} = P_a$ ).

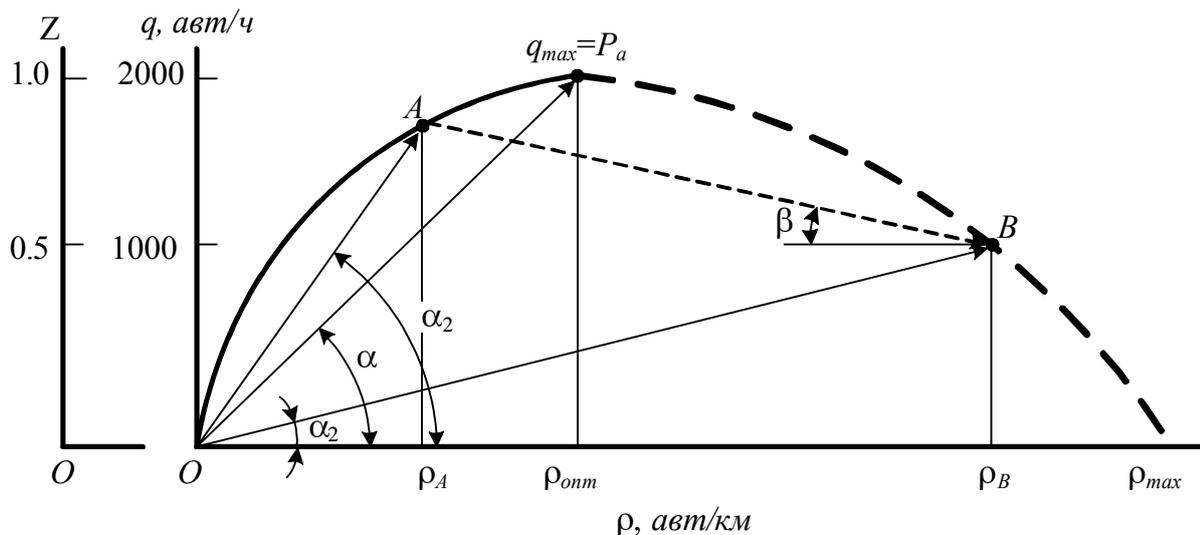


Рис. 2.1 Основная диаграмма транспортного потока в координатах  $q - \rho$

В процессе этих изменений скорость потока падает – она характеризуется тангенсом угла наклона  $\alpha$  радиус-вектора, проведенного от точки  $O$  к любой точке кривой, характеризующей изменение  $q$ . Соответствующие точке  $q_{\max} = P_a$  значения плотности и скорости потока считаются оптимальными по пропускной способности ( $\rho_{\text{опт}}$  и  $v_{\text{опт}}$ ). При дальнейшем росте плотности (за точкой  $P_a$  перегиба кривой) поток становится неустойчивым (эта ветвь кривой показана прерывистой линией). Переход потока в неустойчивое состояние происходит вследствие несинхронности действий водителей для поддержания дистанции безопасности (действия «торможение–разгон») на любом участке пути и особенно проявляется при неблаго-

приятных погодных условиях. Все это создает «пульсирующий» (неустойчивый) поток.

В точках  $O$  и  $\rho_{\max}$  интенсивность движения  $q = 0$ , т. е. соответственно на дороге нет транспортных средств или поток находится в состоянии затора (неподвижности).

При изменении состояния покрытия, условий видимости для водителей, состава потока, вертикального и горизонтального профилей дороги изменяется характер диаграммы.

Основная диаграмма транспортного потока может быть построена и в других координатах, например  $v - \rho$  и  $q - v$  (рис. 2.2–2.3).

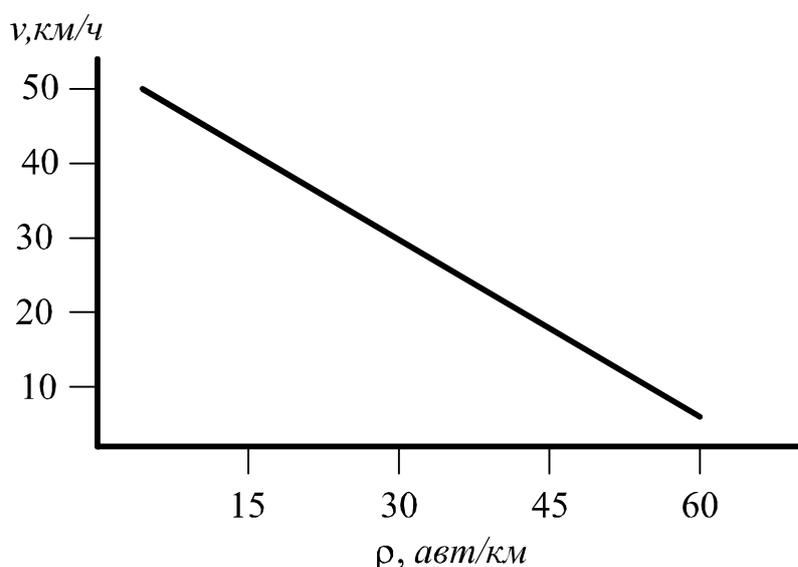


Рис. 2.2. Основная диаграмма транспортного потока в координатах  $v - \rho$

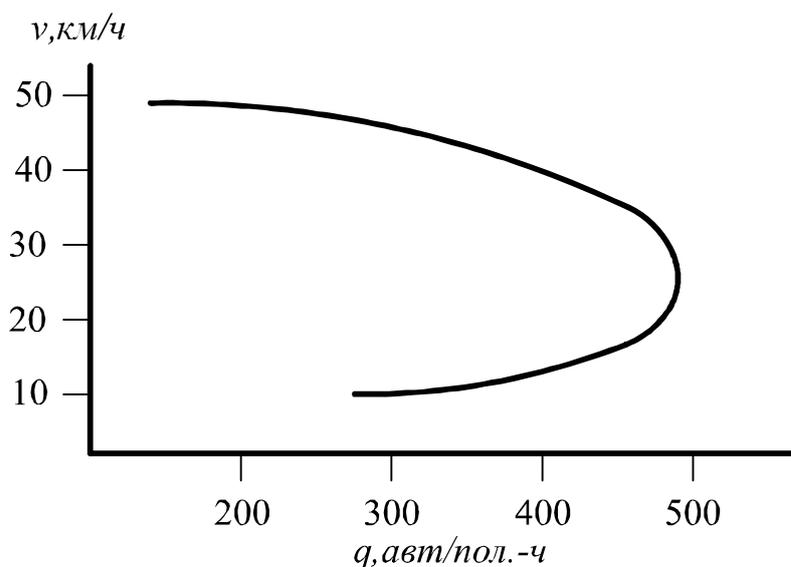


Рис. 2.3. Основная диаграмма транспортного потока в координатах  $v - q$

## 2.1. Макроскопические модели первого порядка

Транспортный поток можно рассматривать как поток одномерной сжимаемой жидкости, допуская, что поток сохраняется и существует взаимнооднозначная зависимость между скоростью и плотностью транспортного потока. Первое допущение выражается уравнением неразрывности, второе – функциональной зависимостью между скоростью и плотностью для учета уменьшения скорости движения автомобилей с ростом плотности потока.

Плотность автомобилей  $\rho(x, t)$ ,  $x \in R$  в момент времени  $t \geq 0$ . Число автомобилей в интервале  $(x_1, x_2)$  в момент времени  $t$  равно:

$$\int_{x_1}^{x_2} \rho(x, t) dx.$$

Пусть  $v(x, t)$  – скорость автомобилей в точке  $x$  в момент  $t$ . Число проходящих через  $x$  автомобилей в момент  $t$ , есть  $\rho(x, t) v(x, t)$ .

Основной закон состояния масс, что автомобиль ни не может быть создан, ни потерян в транспортной сети, что и приводит к уравнению непрерывности в виде:

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0,$$

где  $\frac{\partial q}{\partial x}$  и  $\frac{\partial \rho}{\partial t}$  – частные производные относительно времени  $t$  и положения  $x$  рассматриваемого сечения дороги.

Уравнение изменения плотности транспортного потока принимает вид:

$$\rho_t + (\rho \cdot v)_x = 0,$$

$$\rho(x, 0) = \rho_0(x).$$

Рассматривая поток транспорта на однополосной дороге при движении без обгонов Б.Д. Грешеншилдс [5] получил уравнение скорости движения транспортного потока исходя из следующих предположений:

- $v$  зависит только от плотности  $\rho$ ;
- если дорога пуста ( $\rho = 0$ ), автомобили едут с максимальной скоростью  $v = v_{\max}$ ;
- при наполнении дороги, скорость падает вплоть до полной остановки ( $v = 0$ ), когда машины расположены «бампер-к-бамперу» ( $\rho = \rho_{\max}$ ).

Модель скорости выражается следующим линейным соотношением:

$$v(\rho) = v_{\max} \rho \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}} \right), \quad 0 \leq \rho \leq \rho_{\max}. \quad (2.5)$$

Закон сохранения количества автомобилей при этом имеет вид:

$$\rho_t + \left[ v_{\max} \rho \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}} \right) \right]_x = 0. \quad (2.6)$$

где  $v$  – средняя скорость;  $v_{\max}$  – скорость свободного движения;  $\rho$  – плотность;  $\rho_{\max}$  – плотность насыщения.

Скорость свободного потока – это максимальная средняя скорость, с которой транспортные средства могут двигаться, в то время как плотность насыщения – максимальная плотность при насыщении потока.

Модель Грешилдса предполагает, что средняя скорость уменьшается линейно с увеличением плотности, однако данная гипотеза не получила должного подтверждения на практике. Грешилдс Х. [6] предложил нелинейную модель для насыщенного потока в форме логарифмической зависимости:

$$v(\rho) = v_{\max} \ln \left( \frac{\rho_{\max}}{\rho} \right). \quad (2.7)$$

Модель показала хорошую корреляцию между модельными и полевыми данными.

**Модель Лайтхила-Уизема-Ричардса (LWR-модель).** Модель транспортного потока была предложена в работах [7, 8] и известна как LWR-модель или модель первого порядка. Ключевая идея модели LWR-модели состоит в том, что интенсивность транспортного потока  $q$  может быть выражена как функция плотности  $\rho$  и наличием фундаментальной зависимости между макроскопическими переменными.

В модели предполагается:

– существование взаимно-однозначной зависимости между скоростью  $v(t, x)$  и плотностью потока  $\rho(t, x)$ ;

– выполнение закона сохранения массы (числа транспортных средств).

Первое предположение выражается условием:

$$v(t, x) = V(\rho(t, x)). \quad (2.8)$$

Обозначим интенсивность транспортного потока:

$$q(\rho) = \rho V(\rho). \quad (2.9)$$

Второе предположение выражается законом сохранения:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0. \quad (2.10)$$

Данное дифференциальное уравнение первого порядка в частных производных может быть решено при использовании метода характеристик. Идея этого численного подхода состоит в том, чтобы сократить дифференциальное уравнение в частных производных до уравнения полного дифференциала, используя:

$$\rho(x, t) = f(x - ct, 0), \quad (2.11)$$

где  $f$  – произвольная функция, определенная, комбинацией начальных и граничных условий.

В линейном волновом уравнении каждая начальная величина  $\rho_0 = \rho(x_0, t_0)$  перенесена незатухающей волной со скоростью  $c = \frac{\partial x}{\partial t}$  по прямым линиям во временной и пространственной области. Эти линии называют характеристическими линиями.

Модель не линейна, так как  $\frac{dq}{d\rho}$  зависит от плотности и скорости волны содержащей  $\frac{dq}{d\rho}(\rho)$ . Каждая начальная величина  $\rho_0 = \rho(x_0, t_0)$  перенесена с различными скоростями, и таким образом характеристики могут или пересекаться или отклоняться. Когда функция плотности  $\rho_0 = \rho(x_0, t_0)$  является возрастающей функцией  $x$ , эти характеристики располагаются ближе и могут пересекаться друг с другом. Пересечение двух характеристик непрерывны в плотности распределения (ударные волны), которые двигаются со скоростью:

$$c = \frac{q(x_2) - q(x_1)}{\rho(x_2) - \rho(x_1)}. \quad (2.12)$$

Одним из способов определения зависимости, описывающей соотношение скорость-плотность была предложена в 1963 г. Танака [4]:

$$\rho(v) = \frac{1}{L + c_1 v + c_2 v^2}, \quad (2.13)$$

где  $L$  – средняя длина транспортного средства,  $c_1$  – время реакции водителя,  $c_2$  – коэффициент пропорциональности тормозному пути.

В зависимости от дорожных условий формула (2.13) может принимать следующий вид:

$$\text{для нормальных условий} - \rho(v) = \frac{1}{5,7 + 0,504 \cdot v + 0,0285 \cdot v^2};$$

$$\text{для мокрого асфальта} - \rho(v) = \frac{1}{5,7 + 0,504 \cdot v + 0,0570 \cdot v^2};$$

$$\text{при гололеде} - \rho(v) = \frac{1}{5,7 + 0,504 \cdot v + 0,1650 \cdot v^2}.$$

Допущения о неразрывности и сохранении транспортного потока теоретически могут привести к отрицательной величине плотности или скорости. Очевидно, одному значению плотности может соответствовать несколько значений скорости. Поэтому для второго допущения средняя скорость потока в каждый момент времени должна соответствовать равновесному значению при данной плотности автомобилей на дороге. Равновесная ситуация – чисто теоретическое допущение и может наблюдаться только на участках дорог без пересечений.

**Дискретная форма макроскопической модели первого порядка.** К. Даганзо [10] предложил модель транспортного потока, названную СТМ-моделью (Cell-Transmission model – СТМ). Данная модель была разработана с целью уменьшения вычислительных сложности непрерывных моделей.

В СТМ-модели связь автострады разделена на множество небольших секций или ячейки,  $i$  длиной  $d$  и число автомобилей в каждой ячейке обновляется для каждого временного шага  $t$ . Все автомобили в ячейке  $i$  движутся в расположенную вниз по ходу движения ячейку  $i + 1$  основываясь на результате сравнения максимального числа автомобилей, который может быть принят расположенной вниз по течению ячейкой, максимальным значением потока, и максимальным числом автомобиля, который может быть выпущен вверх по ходу движения ячейка. Средняя скорость вычисляется от интенсивности и плотности:

$$\rho(i, k + 1) - \rho(i, k) = \frac{1}{v(i, k)} [Y(i, k) - Y(i + 1, k)], \quad (2.14)$$

где  $Y(i, k) = \min\{v(i, k) \cdot \rho(i, k), q_{\max}, w(i, k) \cdot (\rho_j - \rho(i, k))\}$

Уравнение (2.14) может быть эквивалентно представлено:

$$\rho(i, k + 1) = \rho(i, k) + \frac{T}{L} [Y(i, k) - Y(i + 1, k)], \quad (2.15)$$

где  $i$  – индекс ячейки, и  $k$  – индекс времени;  $\rho(i, k)$  – плотность в ячейке  $i$  в периоде времени  $k$ ;  $v(i, k)$  – скорость в ячейке  $i$  в периоде времени  $k$ ;  $w(i, k)$  – скорость ударной волны в ячейке  $i$  в периоде времени  $k$ ;  $q_{\max}$  – максимальный поток ячейки, которая будет идентифицирована как постоянный параметр – пропускная способность;  $\rho_j$  – плотность при заторе.

Уравнение (2.15) не является закрытой динамической системой, так как содержит переменную скорости  $v(i, k)$ , которая, как предполагается, не

находится в динамике, хотя скорость ударной волны  $w(i, k)$ , как известно, очень близка к постоянной для потока с достаточно высокой плотностью. Чтобы преодолеть указанное затруднение, в соответствии с фундаментальной диаграммой принимается зависимость плотности потока  $q = q(\rho)$  или зависимость скорости от плотности  $v = v(\rho)$ .

Рассмотрим логику вывода СТМ-модели на основе непрерывной LWR-модели, представленной в форме волнового уравнения первого порядка:

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial q(x, t)}{\partial x} = 0, \quad (2.16)$$

$$\rho(x, t) = \frac{q(x, t)}{v(x, t)}. \quad (2.17)$$

Согласно предположению  $v(x, t) \neq 0$ :

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial \left( \frac{q(x, t)}{v(x, t)} \right)}{\partial t} = \frac{\frac{\partial(q(x, t))}{\partial t} v(x, t) - \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} q(x, t)}{v^2(x, t)}.$$

Уравнению (2.16) примет вид:

$$\frac{\partial(q(x, t))}{\partial t} v(x, t) - \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} q(x, t) = -\frac{\partial q(x, t)}{\partial x} v^2(x, t),$$

или

$$\frac{\partial(q(x, t))}{\partial t} = \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \frac{q(x, t)}{v(x, t)} - \frac{\partial q(x, t)}{\partial x} v(x, t).$$

Соответствующее уравнение в конечных разностях может быть записано как:

$$\frac{q(x, t + \Delta t) - q(x, t)}{\Delta t} = \frac{[v(x, t + \Delta t) - v(x, t)] q(x, t)}{\Delta t} - \frac{q(x + \Delta x, t) - q(x, t)}{\Delta x} v(x, t).$$

Это может быть дискретизировано согласно следующему соглашению и предположению:

- индекс ячейки  $i$ , который представляет индекс ячейки  $i + 1$  как индекс следующей ячейки по ходу движения;
- протяженность ячейки  $i - L_i$ ;
- скорость и интенсивность являются постоянными в каждой ячейке;
- индекс приращения времени  $t = k \cdot \Delta T$ .

$$q_i(k+1) = q_i(k) + [v_i(k+1) - v_i(k)] \frac{q_i(k)}{v_i(k)} - \frac{\Delta T}{L_i} [q_{i+1}(k) - q_i(k)] v_i(k).$$

Если мы предположим что:

$$\frac{v_i(k+1) - v_i(k)}{v_i(k)} \approx \frac{v_i(k) - v_i(k-1)}{v_i(k-1)},$$

то предыдущее изменение скорости относительного числа шагов используется вместо следующего изменения скорости относительного числа шага, оно получаем:

$$q_i(k+1) = \left[ 1 + \frac{v_i(k) - v_i(k-1)}{v_i(k-1)} \right] q_i(k) - \frac{\Delta T}{L_i} [q_{i+1}(k) - q_i(k)].$$

В случае  $v(x, t) = 0$ :

$$q(x, t) = 0.$$

Таким образом, получена следующая модель:

$$q_i(k+1) = \begin{cases} \left[ 1 + \frac{v_i(k) - v_i(k-1)}{v_i(k-1)} \right] q_i(k) - \frac{\Delta T}{L_i} [q_{i+1}(k) - q_i(k)], & \text{при } v_i(k-1) \neq 0 \\ 0, & \text{при } v_i(k-1) = 0 \end{cases} \quad (2.18)$$

Для учета взаимодействия съездов и въездов на магистраль, первая часть модели (2.18) должна быть изменена  $v_i(k-1)$ :

$$q_i(k+1) = \left[ 1 + \frac{v_i(k) - v_i(k-1)}{\max\{v_i(k-1), \sigma\}} \right] q_i(k) - \frac{\Delta T}{L_i} [q_{i+1}(k) - q_i(k)] + r_i(k) - s_i(k), \quad (2.19)$$

где  $0 < \sigma \ll 1,0$  используется, чтобы избежать сингулярности;  $r_i(k)$  – является входящим потоком в магистраль от въезда на шаге  $k$ , является переменной управления для управлением въезда;  $s_i(k)$  – является потоком на съезде с магистрали в шаге времени  $k$ , который должен быть измерен/оценен как параметр системы.

В практическом приложении необходимо, учитывать различие временного интервала агрегации для потока и измерений. Предположим, что временной интервал для агрегации потока –  $\Delta T$  и временной интервал измерения на съезде –  $\Delta t$ . Тогда следующее условие удовлетворяет потоку на въезде и нормой измерения:

$$q_i(k+1) = \left[ 1 + \frac{v_i(k) - v_i(k-1)}{\max\{v_i(k-1), \sigma\}} \right] q_i(k) - \frac{\Delta T}{L_i} [q_{i+1}(k) - q_i(k)] + \frac{\Delta t}{\Delta T} r_i(k) - s_i(k). \quad (2.20)$$

Выражение содержит переменные интенсивности и скорости, поэтому нуждается в дальнейших вычислениях для представления динамики системы.

Рассмотренные выше модели имеют следующие недостатки [9]:

- стационарность соотношения скорость – плотность (средняя скорость движения при определенной плотности устанавливается мгновенно);
- описание возникновения неустойчивости в виде регулярных старт – стоп волн с зависящим от амплитуды временем колебания не могут быть выведены из уравнений кинематических волн;
- не позволяют описать явление гистерезиса возврата потока в устойчивое состояние при уменьшении плотности транспортного потока.

## 2.2. Макроскопические модели второго порядка

Для описания неравновесных ситуаций вместо детерминированного уравнения  $v(t, x) = V(\rho(t, x))$  в работе Пэйна [11] предложено использование дифференциального уравнения для описания динамики средней скорости. Уравнение скорости приобрело вид:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{c(\rho)}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{1}{\tau} (V(\rho) - v), \quad (2.21)$$

где

$$c(\rho) = -\frac{1}{2\tau} \frac{dV}{d\rho}.$$

Уравнение (2.21) было получено на основе микроскопической модели следования за лидером. Слагаемое  $v \frac{\partial v}{\partial x}$  в левой части уравнения является конвекционным и описывает изменение скорости изменение скорости в данном участке дороги за счет кинетического переноса автомобилей из предыдущего сегмента.

Первое слагаемое в правой части носит название упреждающего и описывает тенденцию к сокращению скорости при возрастании плотности. Второе слагаемое в правой части – релаксационное и описывает тенденцию приближения средней скорости  $v$  к равновесному значению  $V(\rho)$  при данной плотности,  $\tau$  – время релаксации.

Существенным недостатком модели Пэйна является его неустойчивость к малым возмущениям. Указанный недостаток устранен в работе [12] путем внесения изменений в упреждающем слагаемом:

$$c(\rho) = \frac{d}{d\rho} P_e(\rho), \quad P_e(\rho) = \rho \Theta_e(\rho). \quad (2.22)$$

В уравнении (2.22) переменная  $P$  представляет внутреннее давление транспортного потока, выраженное через вариацию скоростей в потоке  $\Theta$ . С учетом (2.22) уравнение (2.21) примет вид:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_e}{\partial x} + \frac{1}{\tau} (V(\rho) - v). \quad (2.23)$$

Уравнение (2.23) описывает поведение водителей в зависимости от давления потока впереди по ходу движения – торможение при его возрастании и ускорение в противном случае.

Анализ устойчивости стационарного однородного решения уравнения (2.23) показал, что при значениях плотности, превышающих критическое значение (насыщенное движение), решение становится неустойчивым к малым возмущениям [9].

Известность так же получила модель Кернера – Конхойзера [13] предполагающая уравнение скорости в следующей форме:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{\tau} (V(\rho) - v) - c_0^2 \frac{\partial L(\rho)}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \quad (2.24)$$

где  $L(\rho)$  – некоторая безразмерная функция.

Правая часть уравнения (2.24) содержит три слагаемых, касающихся скорости движения. Первое слагаемое отражает тенденцию потока на заданной плотности к снижению средней скорости до некоторой естественной величины  $V(\rho)$ . Второе слагаемое, фактор упреждения, описывает снижение скорости водителями при высокой плотности потока по ходу движения. Функция  $L(\rho)$  является монотонно возрастающей и обычно равна  $L(\rho) = \ln(\rho)$ . Последнее слагаемое отражает тенденцию согласования скорости автомобиля со скоростью окружающих автомобилей в потоке.

**Дискретная модель второго порядка METANET.** В модели METANET [14] каждая связь  $m \in M_{net}$  разделена на сегменты длиной  $L_m$  (рис. 2.4), причем для всех сегментов определены одинаковые характеристики, такие как число полос движения  $n$ , пропускная способность и т.д.

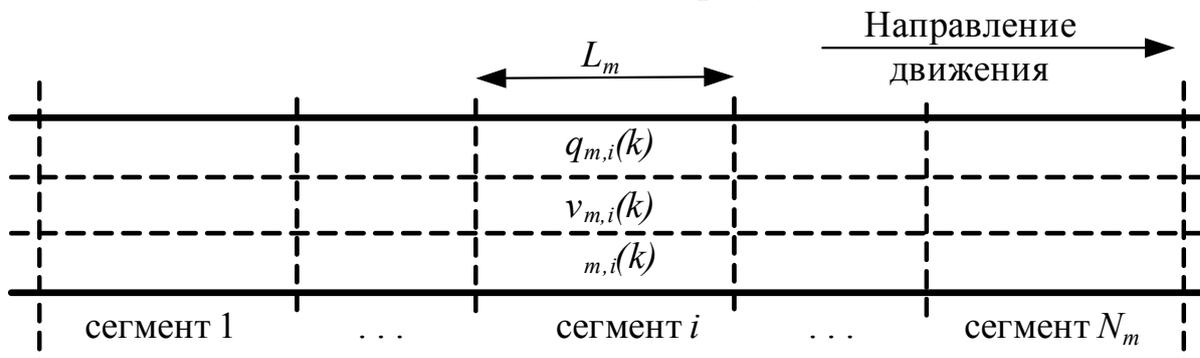


Рис. 2.4. Фрагмент транспортной сети METANET

Состояние транспортного потока в каждом сегменте,  $i$  связи  $m$  во время  $k$  описывается макроскопическими переменными – плотностью  $\rho_{m,i}(k)$ , скоростью  $v_{m,i}(k)$  и интенсивностью  $q_{m,i}(k)$  транспортного потока.

Величину шага моделирования  $T$  и длину сегмента  $L_m$  выбирается из следующих соображений: за один шаг моделирования транспортное средство, находящееся в ячейке  $i-1$  и движущееся с максимальной скоростью, не может переместиться в ячейку  $i+1$ ; шаг моделирования не должен превышать шага управления светофорным объектом.

Интенсивность движения (или отток) из сегмента  $i$  связи  $m$  во временном шаге  $k$  будет определяться:

$$q_{m,i}(k) = \rho_{m,i}(k)v_{m,i}(k)n_m, \quad (2.25)$$

где  $n_m$  – число полос на связи  $m$ .

Плотность транспортного потока определяется в форме закона сохранения автомобилей на транспортной связи:

$$\rho_{m,i}(k+1) = \rho_{m,i}(k) + \frac{T}{L_m n_m} (q_{m,i-1}(k) - q_{m,i}(k)). \quad (2.26)$$

Скорость на шаге моделирования  $k+1$  вычисляется как:

$$v_{m,i}(k+1) = v_{m,i}(k) + \frac{T}{\tau} (V(\rho_{m,i}(k)) - v_{m,i}(k)) + \frac{T}{L_m} v_{m,i}(k) (v_{m,i-1}(k) - v_{m,i}(k)) - \frac{\nu T}{\tau L_m} \frac{\rho_{m,i+1}(k) - \rho_{m,i}(k)}{\rho_{m,i}(k) + \kappa}, \quad (2.27)$$

где  $\tau$  – коэффициент, представляющий временную задержку реакции водителя на восприятие плотности потока;  $\nu$  – коэффициент чувствительности;  $\kappa$  – параметр модели, введенный с двумя целями – обеспечить работу модели только при средней и высокой плотности и исключить сингулярности (или неадекватного поведения модели) при низкой плотности потока,  $\kappa > 0$ .

Уравнение состояния скорости содержит три основных слагаемых:

1. Слагаемое релаксации –  $\frac{T}{\tau} (V(\rho_{m,i}(k)) - v_{m,i}(k))$ .

Представляет собой фильтр с повышающим коэффициентом усиления (high gain filter). Слагаемое релаксации выражает стремление водителей достичь желаемой скорости  $V(\rho_i(k))$  для плотности тока  $\rho$ ;

2. Слагаемое конвекции –  $\frac{T}{L_m} v_{m,i}(k) (v_{m,i-1}(k) - v_{m,i}(k))$ .

Выражает изменение скорости в сегменте из-за притока автомобилей с различной скоростью.

$$3. \text{ Слагаемое ожидания} - \frac{vT}{\tau L_m} \frac{\rho_{m,i+1}(k) - \rho_{m,i}(k)}{\rho_{m,i}(k) + \kappa}.$$

Выражает изменение скорости водителями при изменении плотности нисходящего сегмента:

Желаемая скорость  $V(\rho_{m,i}(k))$  вычисляется по формуле:

$$V(\rho_{m,i}(k)) = v_{free,m} \exp \left[ -\frac{1}{a_m} \left( \frac{\rho_{m,i}(k)}{\rho_{crit,m}} \right)^{a_m} \right], \quad (2.28)$$

где  $v_{free,m}$  – свободная скорость движения на связи  $m$ ;  $\rho_{crit,m}$  – критической плотности на этой связи,  $a_m$  параметр модели.

Очередь транспортных средств в дискретном виде представим следующим выражением:

$$w_o(k+1) = w_o(k) + T(d_o(k) - q_{m,o}(k)), \quad (2.29)$$

где  $w_o(k)$  – очереди на временном шаге  $k$ ;  $d_o(k)$  – транспортный спрос,  $q_{m,o}(k)$  – поток, отъезжающий от начала  $o$  к связи  $m$ , который определен интенсивностью движения автомобилей и пропускной способностью сегмента:

$$q_{m,o}(k) = \min \left( d_o(k) + \frac{w_o(k)}{T}, Q_{cap,m} \frac{\rho_{max,m} - \rho_{m,1}(k)}{\rho_{max,m} - \rho_{crit,m}} \right), \quad (2.30)$$

где  $Q_{cap,m}$  – пропускная способностью;  $\rho_{max,m}$  – максимальной возможная плотностью на связи.

Качественное состояние сегмента выход, из которого ограничивается сигналами светофора или необходимостью пропуска конфликтующих потоков, можно оценить как свободное и заблокированное. Свободное состояние моделируется уравнениями (2.25) – (2.27), а заблокированное (2.29) и (2.30).

При включении разрешающего сигнала светофора возникает задержка фазового перехода состояния ячейки от заблокированного к свободному, связанная с задержкой начала движения последнего автомобиля в сегменте  $m$ . Распространение фронта движения в происходит со скоростью  $v_{J \rightarrow S} \approx 15$  км/ч, задержка фазового перехода  $Del_{bloked \rightarrow free}$  равна:

$$Del_{bloked \rightarrow free} = \frac{L_m}{v_{J \rightarrow S}}. \quad (2.31)$$

Опишем состояние транспортного потока при преобразовании на пересечении. Задача описания будет заключаться в определении состояния яче-

ек модели на входах и выходах с пересечением. Для решения поставленной задачи выделим элементарные операторы преобразования транспортного потока, путем комбинации которых возможно описание пересечений любой сложности.

Преобразование транспортного потока на пересечении происходит при проезде конфликтных точек. По характеру взаимодействия транспортных потоков различают конфликтные точки трех видов: разветвления (расщепление); слияния и пересечения. Рассмотрим в отдельности каждый вид конфликтных точек и определим состояние всех ячеек перегонов, имеющих связи с пересечением. Причем будем определять состояние, как входящих, так и исходящих ячеек.

В точках расщепления транспортных потоков происходит смена маршрута (направления) движения. Последняя ячейка  $A$  связи  $m$  имеет набор исходящих связей  $I_p$ . Для использования формулы (2.27) необходимо определить плотность транспортного потока, эквивалентную плотностям в последующих по ходу движения ячейках. Для решения данной задачи представим каждое из разрешенных направлений движения в точке разветвления  $p$  в виде виртуальной ячейки (рис. 2.5), причем их суммарная емкость в автомобилях равна емкости исходной ячейки  $A$ . Данное условие запишется следующим образом:

$$\rho_{m,i}(k)L_m n = \sum_{\mu \in I_p} \rho_{\mu}(k)L_m n. \quad (2.32)$$

где  $\rho_{\mu}$  – плотность транспортного потока в виртуальной ячейке  $\mu$ .

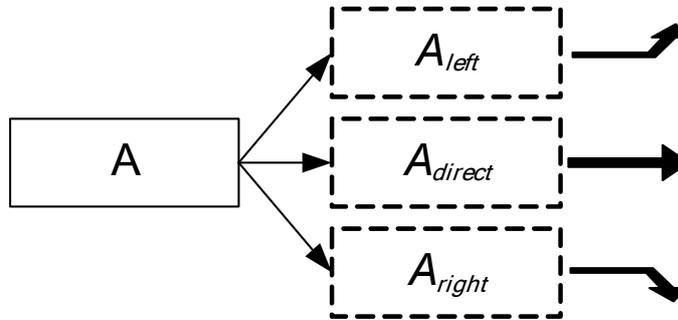


Рис. 2.5. Декомпозиция точки разветвления транспортных потоков

После соответствующих преобразований получим выражение:

$$\rho_{m,i}(k) = \sum_{\mu \in I_p} \rho_{\mu}(k). \quad (2.33)$$

Скорость транспортного потока в ячейке  $A$  будет определяться как:

$$v_{m,i}(k) = \frac{\sum_{\mu \in I_p} \rho_{\mu}(k)L_m v_{\mu}(k)}{\sum_{\mu \in I_p} \rho_{\mu}(k)L_m},$$

или:

$$v_{m,i}(k) = \frac{\sum_{\mu \in I_p} \rho_{\mu}(k) v_{\mu}(k)}{\sum_{\mu \in I_p} \rho_{\mu}(k)}. \quad (2.34)$$

Интенсивность определяется следующим выражением:

$$q_{m,i}(k) = c_m \frac{\rho_{\max,m} - \rho_{m,i+1}(k)}{\rho_{\max,m} - \rho_{\text{crit},m}}, \quad (2.35)$$

где  $c_m$  – поток насыщения для связи  $m$ .

Потоки, которые входят в точку разветвления  $p$ , распределяются по выездам пересечения  $\mu$  согласно коэффициентам расщепления:

$$q_{m,i}(k) = \sum_{\mu \in I_p} q_{\mu}(k), \quad (2.36)$$

$$D_{\mu}(k) = \beta_{p,m} q_{m,i-1}(k), \quad (2.37)$$

где  $q_{m,i-1}(k)$  – полный поток, входящий в точку разветвления  $p$ ;  $I_p$  – набор всех связей магистрали, входящих в точку разветвления  $p$ ;  $\beta_{p,m}$  – доля потока от точки разветвления  $p$  к связи  $m$ ,  $\sum \beta_{p,m} = 1$ .

В точках пересечения транспортных потоков происходит задержка движения неприоритетных направлений. В пространстве состояния дискретной макроскопической модели это означает отсутствие оттока транспортных средств и переход в заблокированное состояние.

Введем функцию  $\xi_{\mu}(k)$ , определяющую вероятность появления приемлемого интервала для движения (или отсутствие транспортных средств в течение того же интервала) в конфликтном потоке. Интенсивность движения в неприоритетном направлении будем определять по формуле:

$$q_{m,i}(k) = \sum_{\mu \in I_p} q_{\mu}(k) \xi_{\mu}(k). \quad (2.38)$$

Предположим, что интервалы между транспортными средствами распределены по закону Пуассона [15]. В этом случае вероятность отсутствия автомобиля в конфликтном потоке интенсивностью  $q_{\text{conf}\mu}(k)$  в течении периода  $\Delta$  будет равна:

$$\xi_{\mu}(k) = e^{-q_{\text{conf}\mu}(k) \cdot \Delta}, \quad (2.39)$$

где  $e$  – основание натурального логарифма.

С учетом (2.38) формула (2.39) примет вид:

$$q_{m,i}(k) = \sum_{\mu \in I_p} q_{\mu}(k) e^{-q_{conf}(k) \cdot \Delta}. \quad (2.40)$$

Величина  $\Delta$  носит название критического интервала и может быть определена из геометрии пересечения и скорости совершения маневра.

В точке слияния происходит объединение транспортных потоков. Для вычисления состояния первой ячейки связи  $m$  необходимо определить интенсивность и среднюю скорость входящего транспортного потока:

$$q_{m,0}(k) = \sum_{\mu \in D_s} q_{\mu}(k), \quad (2.41)$$

$$v_{m,0}(k) = \frac{\sum_{\mu \in D_s} q_{\mu}(k) v_{\mu}(k)}{\sum_{\mu \in D_s} q_{\mu}(k)}, \quad (2.42)$$

где  $D_s$  – набор всех связей пересечения, входящих в точку слияния  $s$ .

В зависимости от установленного направления приоритета для одного из сливающихся транспортных потоков возникает задержка, связанная с пропуском приоритетного потока.

Возникающую задержку смоделируем как поиск приемлемого интервала и формула (2.41) примет вид:

$$q_{m,0}(k) = \sum_{\mu \in D_s} q_{\mu}(k) \xi_{\mu}(k), \quad (2.43)$$

где для приоритетного направления  $\xi_{\mu}(k) = 1$ , для второстепенного направления рассчитывается по формуле (2.39).

Воздействие светофорного регулирования смоделируем при помощи бинарной функции управления  $u(k)$ , принимающей значение  $u(k) = 1$ , при разрешенном сигнале светофора и  $u(k) = 0$ , при запрещающем. Формула (2.43) окончательно примет вид:

$$q_{m,0}(k) = \sum_{\mu \in D_s} q_{\mu}(k) \xi_{\mu}(k) u_{\mu}(k). \quad (2.44)$$

Предложенная модель описывает пространственно-временное состояние транспортного потока на связи и позволяет производить оценку полной задержки. Проведение дальнейших исследований должно быть направлено на разработку методики калибровки параметров модели.

### 3. МИКРОСКОПИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА

Поведение водителей и характер ускорения в режиме следования за лидером широко изучалось с 1950-х. Данные модели оперируют такими микроскопическими данными, как скорость ведомого автомобиля и его лидера, дистанция между ними, ускорение ведомого автомобиля. Однако в те годы оценка параметров модели не получила должного внимания, в большинстве случаев использовался метод простого корреляционного анализа.

Исследователи начали обращать внимание на поведение водителей при ускорении в режиме свободного потока в начале 1980-ых. В это время появляется такой важный инструмент в изучении транспортных потоков, поведения водителей, разработке и оценке различных стратегий управления и менеджмента в дорожном движении, как микроскопическое моделирование.

Для различных сценариев движения микроскопические модели определяют поведение транспортного потока, описывая на основе взаимодействие между отдельными транспортными средствами. При этом принято для описания пространства состояния модели использовать следующие переменные:

- $n$  – номер транспортного средства;
- $x_n, v_n, a_n, L_n$  – продольная позиция, скорость, ускорение, и длина транспортного средства  $i$ ;
- $\delta_n$  – расстояние между транспортным средством  $n$  и  $n + 1$  (в группе),
- $h_n$  – время движения для транспортного средства  $n$ ;
- $s_n$  – положение транспортного средства  $n$ ;
- $\tau_n$  – время реакции водителя транспортного средства  $n$ .

Взаимосвязь этих переменных проиллюстрированы, на примере движения двух транспортных средства  $n$  и  $n+1$ , движущиеся по одной полосе движения в системе координат время-пространство (рис. 3.1).

Предполагается, что длина транспортного средства  $L_n$  является расстоянием от заднего до переднего бампера автомобиля. Расстояние между передним бампером ведущего автомобиля и задним бампером ведущего расстоянием называют дистанцией следования  $\delta_n$ .

Время движения  $h_n$  транспортного средства определено как разница во времени между прохождением задних бамперов обоих транспортных средств в определенном положении. Предположим, что скорости автомобилей являются постоянной величиной, тогда время движения – количество времени, необходимое для транспортного средства  $n$ , чтобы достигнуть текущей позиции транспортного средства  $n+1$ . Дистанция автомобиля определяется как расстояние между задним бампером автомобиля – лидера и

передним бампером ведомого автомобиля во время  $t$ . Положение  $s_n$  равно сумме  $L_n$  длины автомобиля и дистанции следования  $\delta_n$ .

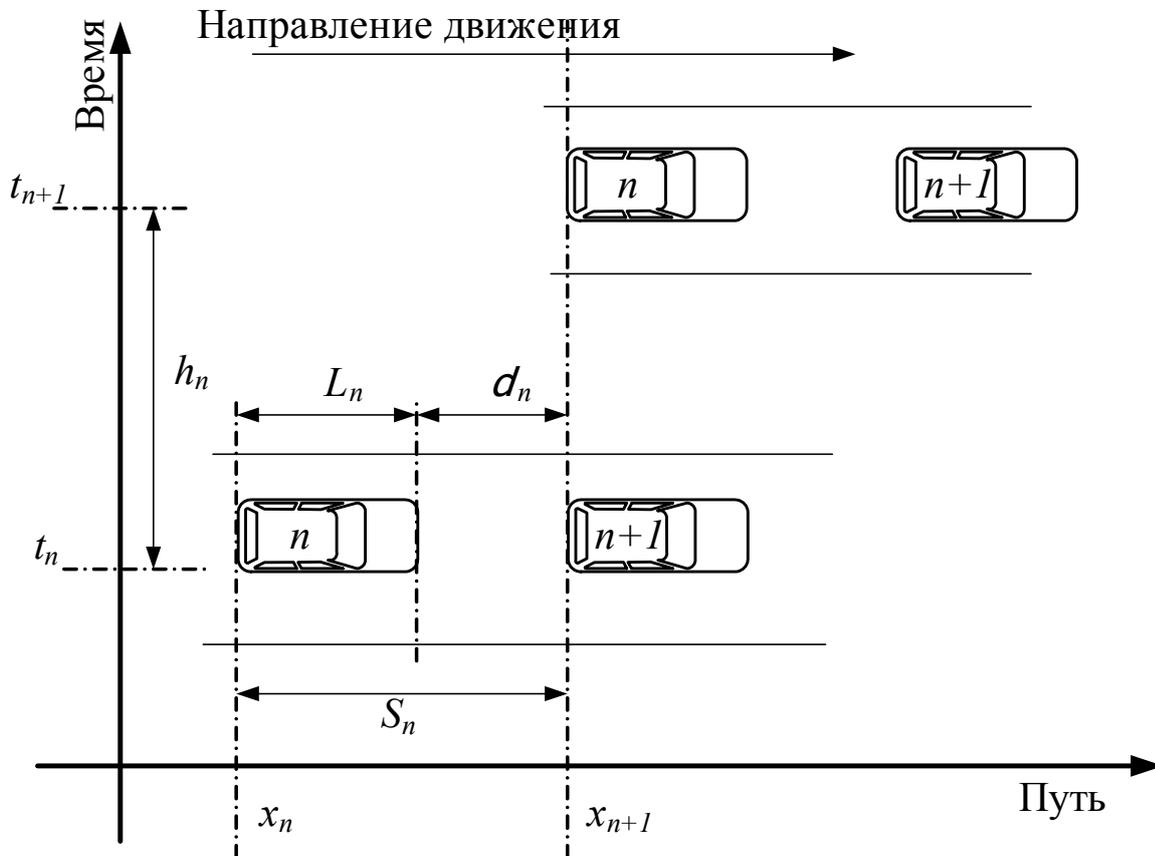


Рис. 3.1. Пространство состояний микроскопических моделей

Чаще всего рассматривают движение в переменных времени, а не пространственное движения. Исследование движения в переменных времени более доступно в части возможности проведения измерений. Для исследований движения в переменных расстояния, как правило, требуется использования аэрофотосъемки. Те же самые данные могут быть получены при изучении движения в переменных времени и индивидуальных измерений скорости в цифровой форме следующим образом:

$$s_n \approx h_n \cdot \dot{x}_{n+1};$$

где  $\dot{x}_{n+1}$  – производная продольной позиции или  $v_{n+1}$ .

Микроскопические модели определяют состояние транспортного потока, описывая индивидуальные задачи водителя в различных сценариях движения. Задачами водителя являются: поддержание желаемого управления, изменение скорости, принятие решений по управлению и т.д., которые должны быть выполнены для достижения пункта назначения. Вообще, задачу вождения можно разделить на следующие подзадачи:

- навигацию (стратегический уровень);

- вождение (тактический уровень);
- управление (эксплуатационный уровень).

Стратегический навигационный уровень включает задачи, такие как планирование маршрута и движение по маршруту. Водители выбирают цель поездки, направление движения и дороги в зависимости от состояний потока и специфических целей.

На уровне вождения задачи водителя главным образом содержат действия, которые помогают в поддержании безопасной скорости и надлежащей траектории относительно дороги. На данном уровне принимаются все решения, связанные с вождением автомобиля в соответствии с текущим состоянием транспортного потока. Водитель выполняет действия связанные с движением, как в продольном направлении, так и в поперечном (смена полос движения).

Уровень управления включает задачи водителя, которые контролируют позицию автомобиля в продольном и боковом направлении относительно препятствий.

### 3.1. Модели следования за лидером

Задачей вождения в продольном направлении включает действия, для достижения желательной скорости и поддержанию безопасного расстояния между автомобилями. Решение о смене полосы движения и принятие интервала между следующими по соседней полосе автомобилями для совершения маневра перестроения, является задачей поперечного вождения. Обе задачи могут быть описаны относительно состояния окружающей среды транспортного потока или с учетом других автомобилей в транспортном потоке.

Продольное поведение водителя может быть классифицировано следующим образом:

- поведение в условиях свободного потока;
- поведение следование за лидером;
- поведение в условиях остановка – движение.

В условиях свободного потока плотность очень низка, и среднее расстояние движения является большим. Таким образом, транспортные средства могут двигаться со своей желаемой скоростью. Поскольку плотность начинает увеличиваться из-за увеличивающегося спроса, транспортные средства начинают двигаться на более близких расстояниях, чтобы максимизировать емкость полосы движения. Индивидуальные транспортные средства вынуждены следовать друг за другом с уменьшенной скоростью. Как только достигается критическая плотность (при которой емкость полосы движения используется максимально), тогда движение автомобилей переходит в режим остановка – движение. Это поведение транспортного по-

тока соответствует правой части основной диаграммы транспортного потока.

Микроскопические модели, которые описывают задачу продольного движения, могут быть классифицированы:

- модели стимулирующей реакции;
- модели предотвращения столкновений;
- психофизические модели

### 3.1.1. Модели стимулирующих реакций

Модели стимулирующих реакций основаны на гипотезе, что каждый ведомый автомобиль ускоряется или замедляется пропорционально относительной скорости и расстоянию до его непосредственного ведущего автомобиля. В реальном транспортном потоке водитель обычно тратит некоторое время, чтобы среагировать на внезапное ускорение или замедление ведущего автомобиля. Когда имеются любые возмущения, вызванные лидером, у водителя ведомого автомобиля должно быть время для реагирования плавного движения. Следовательно, для любой модели поведения водителя важно описать и включить это время взаимодействия. Общий вид моделей следования за лидером, разработанных в конце 1950-ых, имел следующий вид:

$$response_n(t) = sensitivity_n(t - \tau_n) \cdot stimulus_n(t - \tau_n), \quad (3.1)$$

где  $response_n(t)$  – примененное ускорение во время  $t$ ;  $sensitivity_n(t - \tau_n)$  – коэффициент пропорциональности;  $stimulus_n(t - \tau_n)$  – возмущение;  $t$  – время наблюдения;  $\tau_n$  – время реакции водителя  $n$ ;

Время реакции  $\tau_n$ , включает время восприятия (время от представления стимула, до тех пор, пока нога не начинает перемещаться), и время движения ноги водителя.

В общем случае относительную скорость, рассматривают как стимул (или возмущение – *stimulus*), а чувствительность (*sensitivity*) – как коэффициент пропорциональности, который может быть функцией таких факторов как скорость ведомого автомобиля, дистанции и т.д.

В работе Чандлер Р. и др. [16] разработали первую модель следования за лидером, которая является простой линейной моделью, выглядящей следующим образом:

$$a_n(t) = \alpha \Delta V_n^{front}(t - \tau_n), \quad (3.2)$$

где  $a_n(t)$  – ускорение, примененное водителем  $n$  во время  $t$ ;  $\alpha$  – константа;  $\Delta V_n^{front}(t - \tau_n) = (V_{n+1}^{front}(t - \tau_n) - V_n(t - \tau_n))$  – возмущение;  $V_n(t - \tau_n)$  – ско-

рость ведомого автомобиля в момент времени  $(t - \tau_n)$ ,  $V_{n+1}^{front}(t - \tau_n)$  – скорость лидера в момент времени  $(t - \tau_n)$ .

Водитель реагирует на возмущение за время  $(t - \tau_n)$ , применяя ускорение  $a_n(t)$ . Термин чувствительности использован как для ситуации ускорения, так и замедления. Оценка параметров данной модели проводилась с использованием корреляционного анализа и микроскопических данных следования автомобиля за лидером. Данные были получены по выборке из тестовых заездов 8 водителей на двух полосной дороге по двум маршрутам движения в реальном транспортном потоке в течение 20–30 минут.

Для каждого водителя данные включали дискретные измерения ускорения, скорости, дистанции, и относительной скорости за время наблюдения. Для различных значений  $\tau$  и  $\alpha$  были вычислены коэффициенты корреляции между наблюдаемым и оцененным по модели ускорениям. Значения  $\tau$  и  $\alpha$ , имеющие самую высокую корреляцию, использовались как оценки для каждого водителя. Оценки  $\tau$  и  $\alpha$  составили в среднем по всем выборкам 1,5 с и  $0,37 \text{ с}^{-1}$  соответственно.

Главный недостаток вышеупомянутой модели состоит в предположении о постоянной чувствительности для всех ситуаций. Газис Д. и др. [17] решили указанную проблему путем включения дистанции между двумя автомобилями в элемент чувствительности. В результате была предложена следующая модель:

$$a_n(t) = \frac{\alpha}{\Delta X_n(t - \tau_n)} \Delta V_n^{front}(t - \tau_n), \quad (3.3)$$

где  $\Delta X_n(t - \tau_n)$  – дистанция между автомобилями в момент времени  $(t - \tau_n)$ .

Модель была калибрована с использованием микроскопических данных, полученных в результате экспериментов в Holland Tunnel и Lincoln Tunnel в Нью-Йорке, а так же на тестовом треке General Motors. Параметры  $\tau$  и  $\alpha$  оценивались для каждого водителя по всем наборам данных, используя корреляционный анализ. Для каждого набора данных значения оцениваемых параметров, усредненные по всем выборкам (таблица 3.1).

Среднее время реакции, измеренное на испытательном треке, варьировались в диапазоне от 1,0 с до 2,2 с.

Едие Л. [18] указал, что данная модель имеет два недостатка. Во-первых, с поведенческой точки зрения, модель следования за лидером не применима при низкой плотности. Во-вторых, макроскопическая зависимость скорость – плотность, полученная из уравнения 3.3, дает бесконечную скорость при обращении плотности  $\rho$  в ноль.

Т а б л и ц а 3 . 1

Параметры модели стимулирующих реакций

Набор данных	Количество водителей	$\alpha$ (mph)	$\tau$ (с)
Трек General Motors	8	27,4	1,5
Holland Tunnel	10	18,3	1,4
Lincoln Tunnel	16	20,3	1,2

Примем следующие обозначения:  $u$  – скорость потока при плотности  $\rho$ ;  $c$  – постоянная интегрирования;  $\rho_j$  – плотность при заторе. Предполагая, что транспортный поток находится в установившемся состоянии и игнорируя время реакции, при интегрировании обеих сторон уравнения (3.3) получаем:

$$\begin{aligned}
 \int a dt &= \int \frac{\alpha}{\Delta X} \Delta V dt \\
 \Rightarrow u &= c + \alpha \ln(\Delta X) \\
 \Rightarrow u &= c + \alpha \ln\left(\frac{1}{\rho}\right) \\
 \text{при } \rho &= \rho_j, u = 0 \Rightarrow c = \alpha \ln(\rho_j) \\
 \Rightarrow u &= \alpha \ln\left(\frac{\rho_j}{\rho}\right). \tag{3.4}
 \end{aligned}$$

В этом уравнении,  $\alpha$  соответствует скорости потока при максимальной интенсивности движения. Это уравнение представляет собой макроскопическую зависимость скорость – плотности, полученную Греенбергом [6]. Данная формула не позволяет получить скорость свободного движения при нулевой плотности.

Для исправления вышеупомянутых недостатков был модифицирован термин чувствительности, и модель ускорения приняла следующий вид:

$$a_n(t) = \alpha \frac{V_n(t - \tau_n)}{\Delta X_n(t - \tau_n)^2} \Delta V_n^{front}(t - \tau_n). \tag{3.5}$$

В указанной модели чувствительность теперь пропорциональна скорости и обратно пропорциональна квадрату поступательного движения. Уравнение (3.5) может быть интегрировано для получения макроскопической модели, позволяющей вычислять скорость в свободных условиях при нулевой плотности.

Данная модель, дает лучшие результаты при моделировании транспортных потоков с низкой плотностью, чем модель (3.3). Однако, термин стимула (возмущений) все еще является функцией относительной скорости лидера, которая не является реалистичной при больших дистанциях между автомобилями.

Обобщение модели следования за лидером, известна как нелинейная модель General Motors (GM-модель):

$$a_n(t) = \alpha \frac{V_n(t - \tau_n)^\beta}{\Delta X_n(t - \tau_n)^\gamma} \Delta V_n^{front}(t - \tau_n), \quad (3.7)$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  – параметры модели.

Чувствительность пропорциональна скорости возведенной в степень  $\beta$  и обратно пропорциональна дистанции возведенной в степень  $\gamma$ . Параметр  $\alpha$  постоянен и представляет собой стимул относительной скорости. Модели, полученные ранее в работах Р.Чандлера и Д.Газиса [16,17], могут быть получены из GM-модели как частные случаи. Следует отметить, что макроскопическая зависимость интенсивность–скорость, полученная Грешилдсом [5], может быть выведена из модели GM при  $\beta=0$  и  $\gamma = 2$ .

Мей А. и Г. Келлер [20] провели оценку GM-модели (3.7) используя макроскопическую зависимость между скоростью и плотностью, полученной в [19]. Определены не только целочисленных значений  $\beta$  и  $\gamma$ , но и дробные значения. При этом дробные значения  $\beta$  и  $\gamma$  имели более высокие коэффициенты корреляции, чем целочисленные значения. Оценка параметров модели представлена в табл. 3.2.

Т а б л и ц а 3 . 2

Результаты оценки GM-модели по А. Мей и Г. Келлер

Параметр	Целочисленные значения $\beta$ и $\gamma$	Дробные значения $\beta$ и $\gamma$
$\alpha$	$1,35 \times 10^{-4}$	$1,33 \times 10^{-4}$
$\beta$	1,0	0,8
$\gamma$	3,0	2,8
Скорость свободного движения, mph	48,7	50,1
Плотность при заторе, vpm	$\infty$	220
Оптимальная скорость, mph	29,5	29,6
Оптимальная плотность, vpm	60,8	61,1
Максимальная интенсивность, vph	1795	1810
Макроскопическая модель	$v = v_f \cdot e^{-0.5(\rho/\rho_o)^2}$	$v = v_f \cdot \left( 1 - \left( \frac{\rho}{\rho_j} \right)^{1.8} \right)^5$

Так как при калибровке использовалась макроскопическая зависимость между скоростью и плотностью, время реакции не идентифицировалось.

Бехелиус С. предложил модель следования, учитывающую поведение не только непосредственного лидера, но и автомобилей движущихся перед лидером [21]. Математически модель выглядит следующим образом:

$$a_n(t) = \sum_{i=1}^N \lambda_i (V_n^i(t - \tau_n) - V_n(t - \tau_n)), \quad (3.8)$$

где  $\lambda_i$  и  $V_n^i(t - \tau_n)$  – соответственно чувствительность и скорость  $i$ -го лидера;  $N$  – количество автомобилей, учитываемых при выборе ускорения.

### 3.1.2. Модели оптимальной скорости

Нецелл Г. предложил модель, в которой постулируется, что для каждого водителя существует «безопасная или оптимальная скорость» движения, зависящая от дистанции до лидера [22]:

$$v_n(t + \tau) = V\left(\frac{1}{\delta_n(t)}\right). \quad (3.9)$$

Данная скорость также называется оптимальной скоростью. В этих моделях вместо адаптации скорости ведомого автомобиля к скорости лидера предполагается адаптация к оптимальной скорости. Влияние лидера косвенно выражено через зависимость оптимальной скорости от дистанции до лидера.

При этом предполагается, что водитель ведомого автомобиля будет сохранять максимально возможную скорость до тех пор, пока будет оставаться резерв расстояния до лидера, и водитель будет выбирать оптимальную скорость в зависимости от расстояния до лидера, когда дистанция станет меньше этого резерва.

Дальнейшее развитие идеи «оптимальной» скорости получило в работе М. Бандо [23]. Была предложена следующую формулировку модели:

$$a_n(t) = \alpha(V(\delta_n) - v_n), \quad (3.10)$$

где  $\alpha$  – коэффициент чувствительности;  $V(\delta_n)$  – функция оптимальной скорости  $V(\delta_n) = \tanh(\delta_n - 2) + \tanh(2)$ .

Трайбер М. [24] предложил модель, известную как модель «разумного водителя» (Intelligent Driver Model – IDM). Ускорение автомобиля определяется по следующей формуле:

$$a_n(t) = a \cdot \left( 1 - \left( \frac{v_n(t)}{v_0} \right)^\delta - \left( \frac{s^*(v_n(t), v_n(t) - v_{n+1}(t))}{s_n(t)} \right)^2 \right), \quad (3.11)$$

где  $a$  – максимальное ускорение;  $v_0$  – желаемая скорость в свободных условиях;  $s^*(\cdot)$  – «желательная минимальная дистанция», определяемая как:

$$s^*(v_n(t), v_n(t) - v_{n+1}(t)) = s_0 + v_n(t)T + \frac{v_n(t) \cdot (v_n(t) - v_{n+1}(t))}{2\sqrt{ab}}, \quad (3.12)$$

где  $s_0$  – минимальная дистанция;  $T$  – желательная временная дистанция;  $b$  – комфортное замедление.

Слагаемое  $\dot{v}_{free}(v) = a \cdot \left( \frac{v_n(t)}{v_0} \right)^\delta$  описывает стратегию достижения водителем желаемой скорости  $v_0$  в свободных условиях, а  $\dot{v}_{brake}(v) = a \cdot \left( \frac{s^*(v_n(t), v_n(t) - v_{n+1}(t))}{s_n(t)} \right)^2$  – взаимодействие с лидером.

Если расстояние до лидера  $s_n(t)$  большое, то член взаимодействия  $\dot{v}_{brake}(v)$  не значителен, и модель ускорения IDM сводится к уравнению достижения желательной скорости  $\dot{v}_{free}(v)$ , которое является убывающей функцией скорости и принимающее значения в диапазоне от  $\dot{v}(0) = a$  до  $\dot{v}(v_0) = 0$

Для более плотного транспортного потока слагаемое замедления  $\dot{v}_{brake}(v)$  становится значимым в зависимости от соотношения между эффективной «желательной минимальной дистанцией»  $s^*(\cdot)$  и текущей дистанцией  $s_n(t)$ .

Т а б л и ц а 3 . 3

Параметры IDM модели для различных классов вождения

Параметр модели	Нормальное	Робкое	Агрессивное	Грузовик
Желательная скорость $v_0$ , км/ч	120	100	140	85
Желательная временная дистанция $T$ , с	1,5	1,8	1,0	2,0
Минимальная дистанция $s_0$ , м	2,0	4,0	1,0	4,0
Максимальное ускорение $a$ , м/с <sup>2</sup>	1,4	1,0	2,0	0,7
Комфортное замедление $b$ , м/с <sup>2</sup>	2,0	1,0	3,0	2,0

### 3.1.3. Модели предотвращения столкновений

Модели предотвращения столкновений или модели безопасной дистанции – другой подход к моделям следования за лидером. Первая модель безопасной дистанции была предложена Е. Кометани и Т. Сасаки [25]. Мо-

дель описывает безопасную дистанцию следования между автомобилями, при которой можно было бы избежать столкновения:

$$\Delta x_i(t + \tau) = \alpha \dot{x}_{i+1}^2(t + \tau) + \beta_1 \dot{x}_i^2(t + \tau) + \beta_1 \dot{x}_i^2(t + \tau) + b_0. \quad (3.13)$$

Пипес Л. предложил, что «хорошее правило для поддержания безопасного расстояния для ведомого автомобиля состоит в том, чтобы включить расстояние до лидера» [26].

В конце 1970-х П. Гипс [27] предложил модель следования за лидером, получившую достаточно широкую известность (в том числе используется в программе микроскопического моделирования Aimsun). Она базируется на оценке поведения водителя и ожидаемом поведении автомобилей в транспортном потоке. На поведение водителя и параметры автомобиля накладываются ограничения, обеспечивающие воспроизведение особенностей следования за ведущим автомобилем в транспортном потоке с учетом обеспечения безопасности.

Модель состоит из двух компонентов – ускорения и замедления. Первый компонент представляет собой намерение автомобиля достигнуть определенной желательной скорости, в то время как второй – воспроизводит ограничения, накладываемые лидирующим автомобилем, не позволяя водителю достигнуть желаемой скорости.

Модель определяет максимальную скорость автомобиля ( $n$ ), который может ускориться в периода времени ( $t, t+\tau$ ) следующим образом:

$$v_a(n, t + \tau) = v(n, t) + 2.5 \cdot a(n) \cdot \tau \cdot \left(1 - \frac{v(n, t)}{V^*(n)}\right) \sqrt{0.025 + \frac{v(n, t)}{V^*(n)}}, \quad (3.14)$$

где  $v(n, t)$  – скорость автомобиля  $n$  во время  $t$ ;  $V^*(n)$  – желательная скорость автомобиля  $n$ ;  $a(n)$  – максимальное ускорение автомобиля;  $\tau$  – время реакции водителя.

С другой стороны, максимальная скорость, которую тот же самый автомобиль ( $n$ ) может достичь согласно его индивидуальным особенностям и ограничениям, наложенным присутствием лидирующего автомобиля ( $n+1$ ):

$$v_b(n, t + \tau) = d(n) \cdot \tau + \sqrt{d(n)^2 \cdot \tau^2 - d(n) \left[ 2 \cdot \delta(n, n+1) - v(n, t) \cdot \tau - \frac{v(n+1, t)^2}{d'(n+1)} \right]}, \quad (3.15)$$

где  $d(n) < 0$  – максимальное замедление автомобиля  $n$ ;  $\delta(n, n+1) = x(n+1, t) - s(n+1) - x(n, t)$  – дистанция между автомобилями;  $x(n+1, t)$  – положение автомобиля – лидера;  $s(n+1)$  – эффективная длина автомобиля  $n+1$ ;  $d'(n+1)$  – вычисленное желательное замедление лидера.

Скорость автомобиля  $n$  во временном интервале  $(t, t+\tau)$  является минимумом выражений (3.14) и (3.15):

$$v(n, t + \tau) = \min\{v_a(n, t + \tau), v_a(n, t + \tau)\}. \quad (3.16)$$

Положение автомобиля  $n$  в текущий момент будет определяться по формуле:

$$x(n, t + \tau) = x(n, t) + v(n, t + \tau) \cdot \tau. \quad (3.17)$$

Модель следования такова, что лидирующий автомобиль, то есть автомобиль, движущийся свободно без влияния лидера на его поведение, стремится двигаться с максимальной желаемой скоростью. Для вычисления максимальной желательной скорости автомобиля используется три параметра:

1. максимальная желательная скорость автомобиля  $v_{\max}(n)$ ;
2. принятие скорости автомобилем  $\theta(n)$ ;
3. ограничение скорости на транспортной связи  $i$  или повороте  $S_{\text{limit}}(i)$ .

Ограничение скорости автомобиля  $n$  на транспортной связи  $i$  вычисляется по формуле:

$$s(n, i) = S_{\text{limit}}(i) \cdot \theta(n). \quad (3.18)$$

Максимальная желательная скорость автомобиля  $n$  на связи  $i$  определяется как:

$$V^*(n, i) = \min[s(n, i), v_{\max}(n)]. \quad (3.19)$$

Модель С. Краусса [28] основана на наличии безопасного интервала между ведомым транспортным средством и лидером, необходимым для безопасной остановки. Используя приближенную формулу для тормозного пути  $d(v) = v^2/2b$ , учитывая максимальное замедление взаимодействующих транспортных средств (предполагается, что замедления равны) и время реакции водителя ведомого автомобиля, можно получить следующую зависимость для определения безопасной скорости.

$$v_{\text{safe}}(t) = -\tau \cdot b + \sqrt{(\tau \cdot b)^2 + v_{\text{leader}}(t-1)^2 + 2 \cdot b \cdot g_{\text{leader}}(t-1)}, \quad (3.20)$$

где  $v_{\text{safe}}(t)$  – безопасная скорость в момент времени  $t$  (м/с);  $\tau$  – время реакции водителя ведомого автомобиля (с);  $b$  – максимальное замедление (м/с<sup>2</sup>);  $v_{\text{leader}}(t)$  – скорость лидера во время  $t$  (м/с);  $g_{\text{leader}}(t)$  – дистанция между передней частью ведомого автомобиля и задним бампером лидера во время  $t$  (м).

Модель учитывает расстояние до лидера, его скорость и гарантирует движение без столкновения. Для того, чтобы гарантировать адекватные

значения ускорения и скорости необходимо наложить ограничения на значения «желаемой» скорости:

$$v_{des}(t) = \min\{v_{safe}(t), v(t-1) + a, v_{max}\}, \quad (3.21)$$

где  $v_{des}(t)$  – желаемая скорость (м/с);  $v(t)$  – текущая скорость (м/с);  $a$  – максимальное ускорение (м/с<sup>2</sup>);  $v_{max}$  – максимальная скорость автомобиля, м/с.

Одним из основных преимуществ модели Краусса является предположение, что водитель не собирается развивать желаемую скорость. Фактическая скорость на самом деле несколько меньше желаемой, и это добавляет важные особенности в поведении модели. Например, такое случайное отличие от желаемой (оптимальной) скорости приводит к спонтанному образованию заторов и медленному старту автомобилей, характерному для реальных водителей. Модель реализует эту особенность поведения водителей стохастическим замедлением. Для этого на очередном шаге моделирования скорость транспортного средства вычисляется как:

$$v(t) = \max\{0, v_{des}(t) - r \cdot a \cdot \varepsilon\}, \quad (3.22)$$

где  $r$  – случайное число между 0 и 1;  $\varepsilon$  – индивидуальность (несовершенство) водителя автомобиля, принимающее значение между 0 и 1;  $v(t)$  – конечная (финальная) скорость автомобиля в момент времени  $t$ , м/с.

При разработке программы SUMO в исходную модель Краусса были внесены два изменения. Первое заключается в использовании линейной функции ускорения, обеспечивающей его уменьшение с ростом скорости:

$$a(v) = a \left( 1 - \frac{v}{v_{max}} \right). \quad (3.23)$$

Второе изменение заключается в уменьшении индивидуальности (несовершенства) водителей при разгоне на малых скоростях:

$$v(t) = \max\{0, v_{dawdle, new}(t)\}, \quad (3.24)$$

где

$$v_{dawdle, new}(t) = \begin{cases} v_{des}(t) \cdot \varepsilon \cdot r & \text{если } v_{des}(t) < a(v_{des}(t)) \\ v_{veh}(t) - \varepsilon \cdot r \cdot a(v_{des}(t)) & \text{иначе} \end{cases}. \quad (3.25)$$

Модель Краусса оказалась достаточно быстрой в исполнении вследствие малого количества вычислений, и достаточно реалистичной в сравнении с другими моделями. Использование индивидуальности (несовершенства) водителей нашло признание в качестве дополнения к психофизической модели Видеманна.

### 3.1.4. Психофизические модели

Модели следования за лидером типа GM с поведенческой точки зрения имеют два недостатка. Во-первых, водители не следуют за своими лидерами при больших дистанциях между автомобилями, во-вторых, водители не могут воспринимать небольшие изменения в относительных скоростях и поэтому, не реагируйте на такие изменения.

Михаелис Р. [29] предложил концепцию, по которой водитель распознает изменения в видимом размере лидирующего автомобиля, таким образом, если бы он приближался к этому автомобилю на более низкой скорости. Относительная скорость воспринимается через изменение угловых размеров лидера, при этом даже минимальные изменения за конечное время должны быть распознаны водителем. Эксперименты показали наличие у водителей ведомых автомобилей определенных порогов в принятии решений относительно восприятия относительной скорости и дистанции до лидирующего автомобиля.

Способность воспринимать относительную скорость и оценить расстояние варьируется в совокупности водителей, так же как желательная скорость и расстояние безопасности. Вследствие комбинации психологических аспектов и физиологических ограничений восприятия водителей, модель называют психофизической моделью следования за лидером или моделью точек действия (action point models).

В психофизических моделях используется термин «перцепционный порог» для определения порога относительного скорости, который является функцией дистанции. Порог меньше при малых дистанциях и постепенно увеличивается с ее увеличением. Водитель реагирует на возмущение относительной скорости до лидера только в том случае, если возмущение превышает перцепционный порог. В некоторый момент дистанция становится настолько большой, что порог восприятия обращается в бесконечность, то есть, водитель больше не следует за лидером.

Важным следствием психофизических моделей является то, что перцепционный порог для отрицательной относительной скорости меньше чем для положительной относительной скорости. Это подразумевает, что влияния дистанции и относительной скорости лидера на ускорение и замедление водителей различно.

Наибольшую известность получила модель Р. Видеманна благодаря ее использованию в программе микроскопического моделирования Vissim. Основная идея модели состоит в предположении, что водитель может поддерживать один из четырех режимов движения:

**Свободное движение:** отсутствует влияние впереди идущих автомобилей. В этом режиме водитель стремится достигнуть и поддерживать индивидуально желательную скорость. В действительности скорость в свобод-

ном движении не может быть постоянной, она колеблется вокруг желательной скорости из-за несовершенства систем управления автомобилем.

**Приближение:** процесс адаптации водителем собственной скорости к более низкой скорости ведущего. Приближаясь, водитель применяет замедление так, чтобы разность скорости двух автомобилей была равной нулю в момент достижения желательной дистанции безопасности.

**Следование:** водитель следует за лидером, без какого либо сознательного ускорения или замедления. Он поддерживает расстояние безопасности более или менее постоянным. Из-за несовершенства систем управления автомобилем и несовершенной оценки водителем ситуации, относительная скорость колеблется около нуля.

**Торможение:** использование от средней до высокой степени замедления, если дистанция безопасности уменьшается менее желательной. Это может произойти, если лидер резко изменит скорость, например, при смене другим автомобилем полосы движения.

Для каждого режима движения установлены зависимости ускорения от скорости, относительной скорости, расстояния и индивидуальных особенностей водителя и автомобиля (рис. 3.2). Водитель переключается с одного режима на другой, как только достигается установленный порог, который может быть выражен как комбинация относительной скорости и расстояния. Например, малая относительная скорость может только быть воспринята на малой дистанции, тогда как большая относительная скорость вынуждает приближающихся водителей к более ранней реакции.

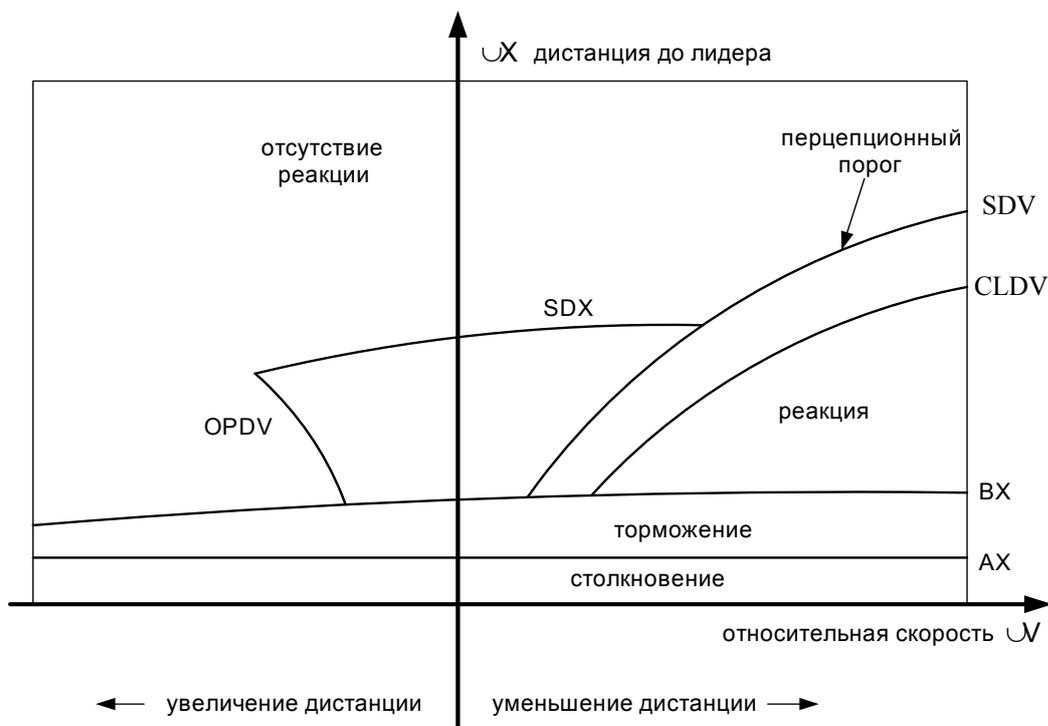


Рис. 3.2. Модель Видеманна 74

Психофизическая модель движения Видеманна [30] используется для моделирования движения в городских условиях и содержит следующие параметры:

- среднее расстояние бездействия ( $AX$ ), определяемое как среднее желательное расстояния между остановившимися автомобилями

- желательная минимальная дистанция следования за лидером  $ABX$  является функцией от  $AX$ , изменения дистанции безопасности  $BX$  и скорости.

В модели желательная дистанция автомобиля вместо единственного значения, которое имело место в ранее упомянутых моделях, находится в интервале ( $ABX \leq s \leq SDX$ ). Учитывая, что в установившемся режиме следования  $\Delta v_n \approx 0$ , только граница желательной дистанции ( $ABX$  и  $SDX$ ) определяют характеристики установившегося режима следования автомобиля. Ожидаемое значение  $ABX$  и параметров  $SDX$  могут быть вычислены как:

$$\begin{aligned} AX &= s_i + AX_{add} + AX_{mult} \cdot z_n, \\ ABX &= AX + BX \sqrt{v}, \\ ABX &= AX + BX \sqrt{v}, \\ SDX &= s_i + BX \cdot EX \cdot \sqrt{v}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

где  $BX$  и  $EX$  случайные переменные, вычисляемые как:

$$\begin{aligned} BX &= BX_{add} + BX_{mult} \cdot z_n, \\ EX &= EX_{add} + BX_{mult} \cdot (z - z'_n); \end{aligned}$$

$z$ ,  $z_n$  и  $z'_n$  – случайные числа в диапазоне  $[0,1]$  с нормальным распределением, математическим ожиданием 0,5 и стандартным отклонением 0,15;  $SDX$  – принимает значения в интервале от 1,5 до 2,5  $ABX$ ;  $BX_{add}$ ,  $BX_{mult}$ ,  $EX_{add}$  и  $EX_{mult}$  – устанавливаемые пользователем параметры модели.

С учетом принятых обозначений скорость движения принимает вид:

$$v_n(t + \tau) = \min \left\{ \begin{array}{l} 3.6 \cdot \left( \frac{s_n(t) - AX}{BX} \right)^2 \\ 3.6 \cdot \left( \frac{s_n(t) - AX}{BX - EX} \right)^2, v_{free} \end{array} \right\}. \quad (3.27)$$

Для моделирования движения по автомагистралям разработана модель Видеманна 99. Модель, определяет скорость автомобиля как минимум по двум значениям скорости: первое основано на ограничениях ускорения автомобиля; второе – на модели установившегося режима следования. Мо-

дель рассматривает кинематику автомобиля как линейную зависимость скорость – ускорение:

$$v_n(t + \tau) = \min \left\{ \begin{array}{l} v_n(t) + 3.6 \cdot \left( CC8 + \frac{CC8 - CC9}{80} v_n(t) \right) \tau \\ 3.6 \frac{s_n(t) - CC0 - L_{n-1}}{v_n(t)} \end{array} \right\}, v_{free} \quad (3.28)$$

где  $CC8$  – максимальное ускорение автомобиля при скорости от 0 км/ч ( $m/c^2$ );  $CC9$  – максимальное ускорение автомобиля при скорости от 80 км/ч.

Модели следования за автомобилем является только одной составной частью моделирования продольного движения транспортных средств. Каждое транспортное средство должно учитывать инфраструктуру перед ним. Прежде чем въехать на дорогу необходимо оценить разрешенную максимальную скорость на данном участке.

Для обеспечения безаварийного поведения в сетях со сложной инфраструктурой, быть выполнены следующие вычисления:

- адаптация скорости в зависимости от скорости лидера и расстояния до него (в пределах ближайших полос);
- адаптация к разрешенной скорости на следующей полосе движения;
- если автомобиль не имеет права приоритетного проезда на следующем перекрестке, необходимо вычислить две скорости – одна для свободного проезда перекрестка, и вторую – основанную на предположении, что транспортное средство должно будет затормозить и остановиться перед перекрестком.

### 3.2. Модели смены полосы движения

Модели данного вида описывают процесс принятия решения водителями о выполнении маневра смены полосы движения, который может быть рассмотрен как последовательность трех шагов:

- принятие решения о смене полосы движения;
- выбор целевой полосы движения;
- принятие интервала для совершения маневра.

**Модели принятие решения о смене полосы движения.** В 1980-х гг., Гипс представил модель, которая рассматривала решение о смене полосы движения как возможный, необходимый или желательный механизм [31]. Данная модель предполагает, что любая смена полосы возможна только в том случае, если у целевой полосы движения имеется интервал, который больше чем или равен требуемому. Это предположение могло быть приемлемым, когда смена полосы движения – желательное действие. Но если маневр – вынужденное изменение полосы движения, и безопасный интер-

вал – меньше чем необходимый, как например, в насыщенных состояниях транспортного потока, то это предположение не допустимо.

Хидас П. [32] предложил вариант модели Гиппса, которая рассматривает смену полосы движения как ненужное, необходимое или желательное. Если изменение полосы движения рассматривается как необходимое решение (как в случае окончания полосы движения), то смена полосы движения выполняется без дальнейших последствий.

Подход, подобный модели П. Хидаса, был предложен в работе Я. Янга и Х.Н. Коутсопулоса [33]. Модель категоризирует решение о смене полосы движения как принудительное или контролируемое. Контролируемое решение о смене полосы движения происходит, когда скорость впереди идущего автомобиля ниже желательной скорости. Принудительное решение о смене полосы движения происходит, когда автомобиль хочет объехать расположенное по ходу движения препятствие, реакция на предписание о направлениях движения по полосам движения, достижение следующей связи, и т.д.

Подобие между моделями П. Хидаса и Я. Янга состоит в том, что обе модели используют функцию приоритета для принудительной смены полосы движения. Модели задают вероятность предоставления приоритета для автомобиля, который нуждается в принудительной смене полосы движения. Согласно данной функции, водитель на соседней полосе движения замедляется, чтобы обеспечить интервал, который позволяет автомобилю произвести смену полосы движения. Норма замедления автомобиля на целевой полосе определена с использованием модели следования за лидером.

Толедо Т. представил модель, которая позволяет водителю выбрать целевую полосу движения и приемлемый интервал [34], при этом целевой полосой движения не обязательно должен быть смежный переулок. Для достижения целевой полосы с приемлемым интервалом, водитель должен будет ускориться, замедлиться или сменить полосу движения. Модель использует ряд  $\logit$  – уравнений для определения привлекательности каждой полосы движения. Привлекательность полосы движения означает удовлетворение требований водителя по показателям безопасности, степени свободы выполнить маневр, скорость по полосе движения, и т.д.

В любой из приведенных моделей смена полосы движения возможна только в том случае, если у целевой полосы имеется интервал, больший или равный необходимому для выполнения маневра.

**Модели принятия интервалов.** Приняв решение о смене полосы движения, водитель должен выбрать момент для совершения маневра. Предполагается, что для каждого водителя существует собственный критический интервал. Интервалы между автомобилями на смежной полосе, которые меньше критического отклоняются, а интервалы, которые больше чем

критические принимаются водителями и производится смена полосы движения.

Различные водители обладают различным поведением в оценке и принятии интервалов. Кроме того, водители могут вести себя по-разному в одной и той же ситуации. Эта неоднородность поведения водителей имеет тенденцию к стохастическому распределению. На основе гипотез о законах распределения критических интервалов было предложено множество различных моделей.

Херман Р., Вэйс Г.Х. [35] предложили модель, которая предполагает распределение критических интервалов по экспоненциальному распределению, Д.Р. Дрю [36] в своей модели использовал лог-нормальное распределения. Недостатком данных моделей является тот факт, что не учитывали эффект ранее отклоненных интервалов.

В 1960-х гг. Г.Х. Вэйс и А. Марадудин [37] получили функцию  $\alpha(t_{gap})$ , которая описывает вероятность принятия водителем определенной продолжительности интервала  $t_{gap}$  и начала маневра смены полосы движения. Данная функция применима только в том случае, если у водителя имеется хотя бы одно наблюдение, то есть один принятый или отклоненный интервал. Даганзо [38] предложил формулировку *probit model*, для оценки принятия интервалов для каждого индивидуального водителя. Эта модель использует полную историю отклоненных и принятых интервалов.

### 3.2.1. Модель смены полосы движения Гиппса

Модель П. Гиппса [39] является первой моделью, использующей в своей основе базу правил. Модель хорошо задокументирована и широко используется в коммерческих программах микроскопического моделирования.

Смена полосы движения в модели Гиппса может быть представлена как дерево принятия решений с рядом фиксированных условий, где представлены ситуации, с которыми можно столкнуться на дороге. Необходимость смены полосы движения представляет собой событие, вызванное на основе базы правил, и в конечном итоге представляющее собой бинарный выбор (сменить или не менять полосу движения).

Причины смены полосы движения в модели Гиппса следующие:

- объезд препятствий;
- объезд специальных полос движения (например выделенных полос для транспорта общего пользования);
- выполнение поворота на пересечении;
- объезд медленно движущегося автомобиля;
- достижение желаемой скорости.

Для вычисления приемлемой дистанции между рассматриваемым автомобилем и парой ведомый – лидер на соседней полосе, а так же как для

определения необходимого замедления или ускорения используется модель следования за лидером. Предполагается, что водитель ведомого автомобиля выбирает скорость таким образом, чтобы гарантировать безопасную остановку при внезапной остановке лидера. Таким образом, для оценки возможности смены полосы движения используется вычисление замедления автомобиля.

Рассматриваемый автомобиль производит оценку собственного замедления и замедление ведомого автомобиля на целевой полосе в случае совершения маневра (рис. 3.3), из которых определяется максимальное замедление для данного маневра смены полосы движения. Если замедление находится вне пределов приемного диапазона, смена полосы движения данным автомобилем не производится.

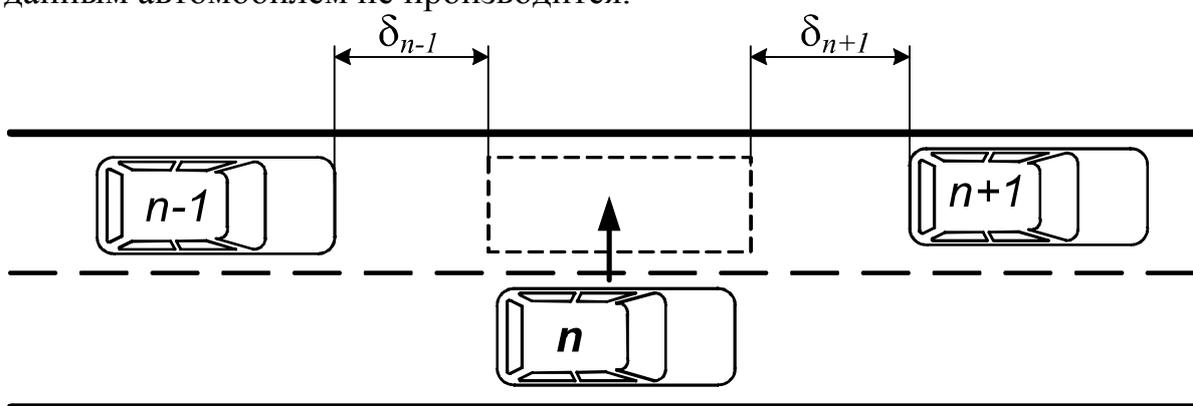


Рис. 3.3. Схема смены полосы движения

Уравнение модели замедления выглядит следующим образом:

$$b_n = \left[ 2 - \frac{(D_n - x_n(t))}{10 \cdot V_n} \right] b_n^*, \quad (3.29)$$

где  $b_n$  — отдельная норма замедления, полученная для данного маневра смены полосы движения;  $(D_n - x_n(t))$  — расстояние между текущим положением автомобилем и положением при совершении предполагаемого маневра;  $V_n$  — желательная скорость движения;  $b_n^*$  — максимальное замедление.

Модель смены полосы движения Гиппса позволяет водителям изменять степень торможения  $b_n$  в зависимости от безотлагательности совершения маневра.

Для достижения более точного отображения поведения водителя при смене полосы движения, рассматривается три отдельные зоны, каждая из которых соответствует различным мотивам смены полосы движения (рис. 3.4).

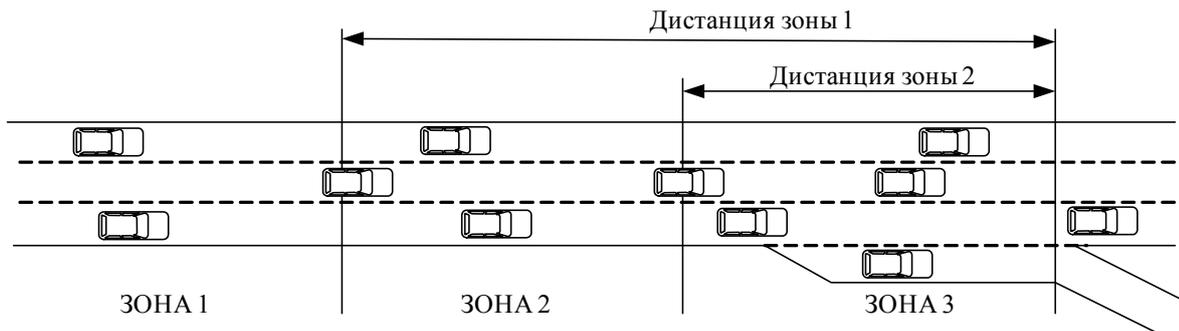


Рис. 3.4. Зоны смены полос движения

*Зона 1:* Самая удаленная зона от точки поворота. На принятие решения о смене полосы главным образом влияют условия движения на данной полосе. Необходимость последующего совершения поворота еще не учитывается. Для оценки преимуществ, которые получит водитель при смене полосы движения, учитывается несколько параметров: желаемая скорость водителя; скорость и дистанция до впереди идущего автомобиля на текущей полосе; скорость и дистанция до впереди идущего автомобиля на смежных полосах.

*Зона 2:* Промежуточная зона. Смена полосы движения главным образом определяется желанием занять нужную полосу для совершения поворота на перекрестке. Автомобили, которые не движутся по допустимым полосам движения (с которых возможно выполнить требуемый поворот на перекрестке) стремятся занять позицию как можно ближе к полосе, с которой разрешен требуемый маневр поворота. Автомобили, подбирая интервал для совершения маневра, пытаются адаптировать свою скорость. При этом они не оказывают влияние на поведение водителей в смежных полосах движения.

*Зона 3:* Наиболее близкая зона к перекрестку. Автомобили вынуждены перестраиваться на полосы движения, с которых возможно выполнить требуемый маневр. В случае необходимости, для смены полосы движения уменьшают собственную скорость вплоть до полной остановки (gar forcing). В пределах данной области автомобили на смежных полосах движения могут также изменять свое поведение (courtesy yielding), предоставляя достаточно большой интервал для выполнения смены полосы движения.

Водитель идентифицирует тип пересечения (центральная полоса, съезд или въезд на магистраль, перекресток и т.д.) в котором должен быть выполнен маневр и определяет в какой зоне должно выполняться моделирование (рис. 3.5). Анализируя текущие условия движения, водитель выбирается уровень, на котором должна быть выполнена смена полосы движения и применяет соответствующую модель.

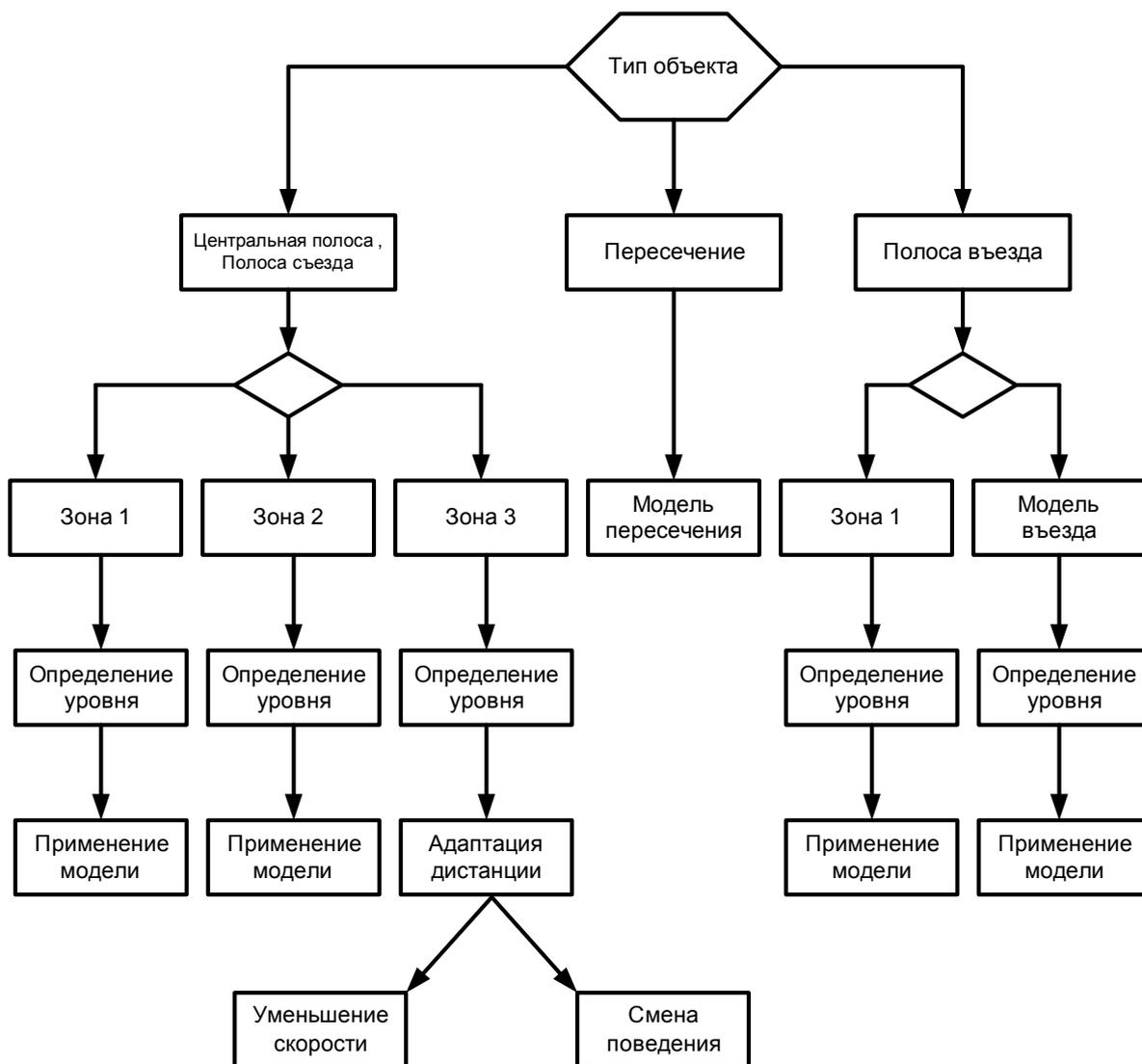


Рис. 3.5. Дерево принятия решений модели Гиппса

В целом структура модели достаточно гибка, и может быть добавлено новое или специфичное правило. Однако, данная модель не предусматривает изменчивости в поведении отдельных водителей. В частности не предусмотрено различие стратегий взаимодействия рассматриваемого автомобиля и окружающих автомобилей в различных условиях движения.

### 3.2.2. Эвристическая модель смены полосы движения

Вей Х. [40] на основе видеоматериалов движения транспортных средств на городских улицах предложил эвристическую структуру для правил модели смены полосы движения. Дополнительно к вынужденной смене полосы движения (mandatory lane-changing – MLC) и контролируемой смене полосы (discretionary lane-changing – DLC), введен новый тип – приоритетная смена полосы движения (preemptive lane-changing – PLC). Он определен для случая, когда автомобиль оценивает смену полосы движе-

ния на желательную при наличии приемлемых интервалов. Водитель имеет намерение выполнить маневр поворота не на данном перекрестке, а только на следующем. Структура модели приведена на рис. 3.6.

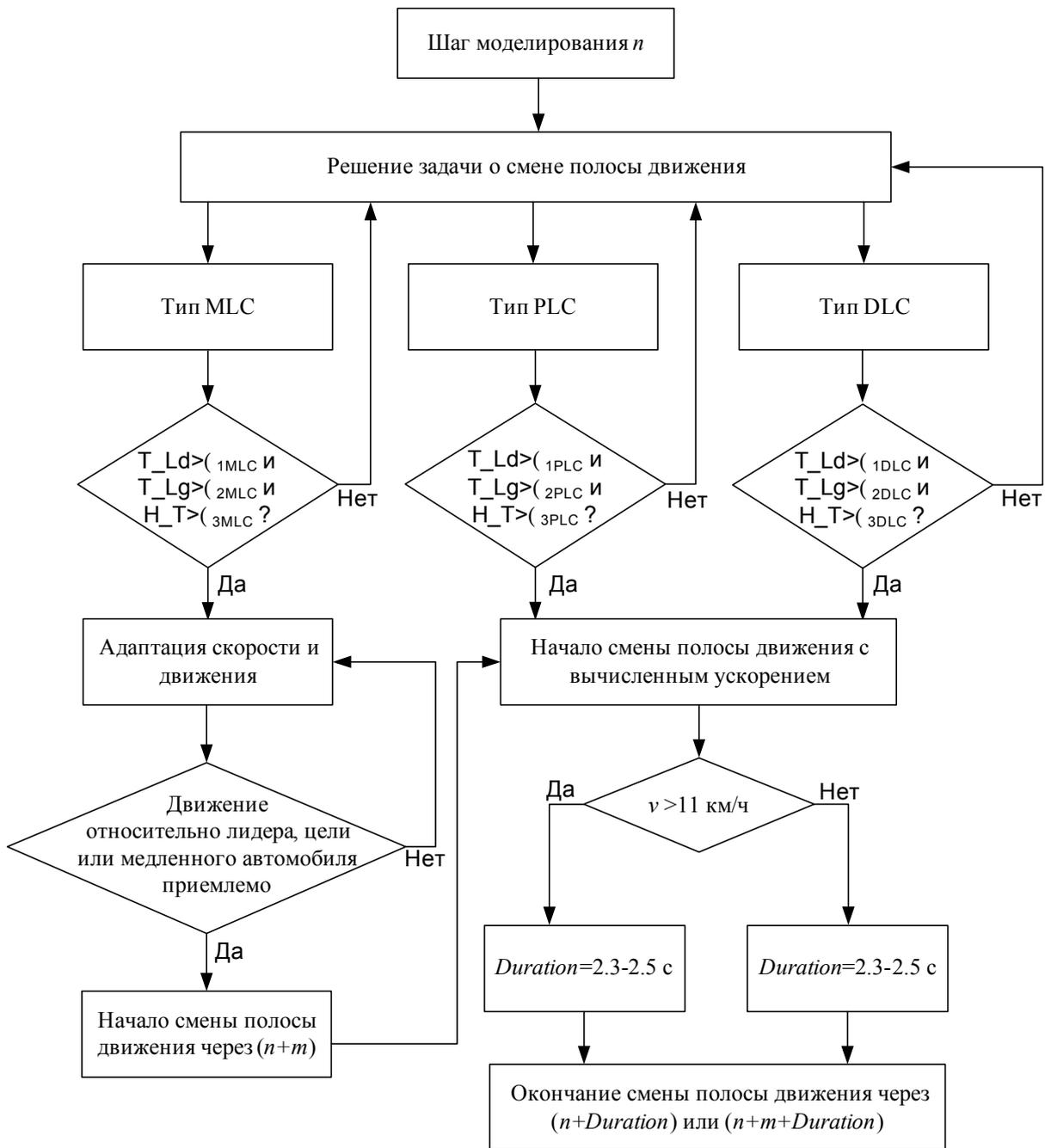


Рис. 3.6. Блок-схема эвристической модели смены полосы движения

Смена полосы движения характеризуется в соответствии с причинами совершения маневра и положением рассматриваемого автомобиля. Выделяется три типа движения:  $T\_Ld$  (при выводе автомобиля на целевую полосу движения);  $T\_Lg$  (задержка автомобиля в целевой полосе);  $H\_T$  (движение автомобиля по приоритетной полосе) с соответствующими порогами

( $\lambda_{1MLC}$ ,  $\lambda_{1MLC}$ , ...  $\lambda_{3H_T}$ ), которые были получены на основе изучения натуральных данных.

Если все три движения больше чем указанные пороговые значения, смена полосы движения является приемлемой и может быть выполнена в пределах данного временного интервала, определенного типом смены полосы движения и скоростью движения. Иначе данный автомобиль должен ожидать следующего временного шага и вновь оценивать тип смены полосы движения и соответственно возможность совершения нового маневра.

Следует отметить, что данная модель не учитывает причины смены полосы движения, а так же взаимодействия и связи между автомобилями, что не позволяет отразить реальное поведение водителей при смене полосы движения в насыщенных условиях движения.

### 3.2.3. Модель MOBIL

В отличие от моделей смены полосы движения с явным принятием интервала (gap-based), модель MOBIL (Minimizing Overall Braking Induced by Lane Changes) [41] сформулирована в терминах ускорения модели продольного движения и имеет ряд преимуществ:

- оценка транспортной ситуации передается в функцию ускорения из модели следования за лидером, которая позволяет учитывать компактную и широко применимую форму модели с небольшим количеством дополнительных параметров. В отличие от классического подхода моделей принятия интервала, критический интервал явно не учитывается;
- обеспечено согласие моделей продольного движения и смены полосы. Например, если модель продольного движения безконфликтна, то комбинированная модель будет так же безаварийной;
- любые особенности модели продольного движения автоматически передаются в модель смены полосы движения.

Кроме использования ускорения как сервисной функции, главная особенность данной модели смены полосы движения состоит в учете преимущества движущегося по соседней полосе автомобиля через параметр «вежливости» (politeness), что особо существенно в тех случаях, когда смена полосы движения увеличивает взвешенное ускорение, как рассматриваемого автомобиля, так и соседних. Настройкой указанного параметра поведения может варьироваться от исключительно эгоистичного до альтруистичного.

Следует отметить, что приведенные ранее модели предполагают эгоистическое поведение. При использовании параметра вежливости можно смоделировать два важных эффекта поведения при смене полосы движения.

Во первых, даже если критерий безопасности и критерий «эгоистичности» соблюдаются, то большинство водителей не будет менять полосу

движения при незначительном преимуществе, если это затруднит движение других водителей.

Во вторых, при асимметричных правилах смены полосы движения (европейские правила) «настойчивые» водители на «быстрых» полосах движения могут заставить медленных водителей впереди сменить полосу движения на более медленную. Тем самым более медленные водители не затрудняют движение.

Ускорение в моделях следования за лидером имеет вид:

$$a_n = \frac{dv_n}{dt} = a(s_n, v_n, \Delta v_n).$$

Таким образом, движение отдельного водителя/автомобиля зависит от его скорости  $v_n$ , дистанции  $s_n$  до впереди идущего автомобиля ( $n+1$ ) и относительной скорости  $\Delta v_n = v_n - v_{n+1}$ .

Особенность смены полосы движения заключается в зависимости принятия решений от поведения лидера и ведомого автомобиля на текущей и целевой полосе движения (рис. 3.7).

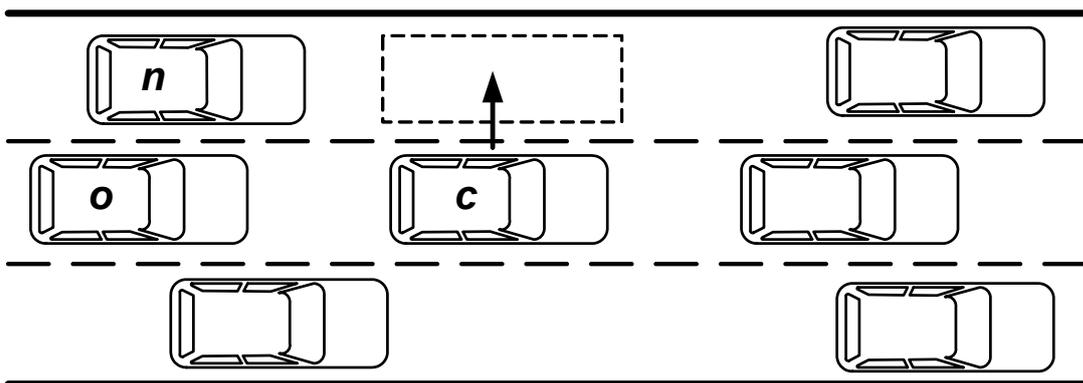


Рис. 3.7. Схема взаимодействий автомобиля  $c$  при смене полосы движения на левую. Новый и старый ведомый автомобиль соответственно обозначены как  $n$  и  $o$

Как и другие модели, MOBIL решает задачу смены полосы движения с учетом получаемых преимуществ при движении (стимулов) и дополнительных ограничений по безопасности движения. Критерий безопасности оценивает возможность выполнения маневра смены полосы, учитывая эффект воздействия на ведомый автомобиль  $n$ , движущийся по целевой полосе. Сформулированный в переменных продольного движения, критерий безопасности гарантирует, что после смены полосы движения замедление  $\tilde{a}_n$  данного автомобиля не превысит предельных значений  $b_{safe}$ :

$$\tilde{a}_n \geq -b_{safe}. \quad (3.30)$$

Данное условие неявно включает все зависимости, отраженные в модели продольного следования за лидером, поскольку ускорение  $\tilde{a}_n(t)$ , как правило, зависит от дистанции, скорости и степени приближения. Таким образом, если модель продольного движения включает величину относительной скорости, эта зависимость будет унаследована моделью смены полосы движения. Большие дистанции между ведомым автомобилем в целевой полосе движения и собственной позицией, должны удовлетворять константе безопасности, если ведомый автомобиль быстрее, чем автомобиль, изменяющий полосу движения. Наоборот, меньшие дистанции являются приемлемыми, если ведомый автомобиль медленнее. По сравнению с классическими моделями принятия интервалов данный подход учитывает дистанцию между автомобилями косвенно через зависимость от продольного ускорения.

Фактически смена полосы движения выполняется только при одновременном выполнении критериев безопасности и побуждения. Критерий побуждения, как правило, определяет, улучшит ли смена полосы движения локальную ситуацию с условиями движения для отдельного водителя. В модели MOBIL критерий побуждения включает учет непосредственного воздействия на ближайшие автомобили. Фактор «вежливости»  $p$  (politeness factor) определяет, в какой степени соседние транспортные средства оказывают влияние на решение водителя о смене полосы движения.

Для симметричных правил обгона, когда автомобиль имеет право двигаться по любой из полос движения, предполагается следующий критерий побуждения для принятия решения о смене полосы движения водителем транспортного средства  $c$ :

$$\tilde{a}_c - a_c + p(\tilde{a}_n - a_n + \tilde{a}_o - a_o) > \Delta a_{th}. \quad (3.31)$$

Первые два слагаемых обозначают преимущество (полезность) возможной смены полосы для водителя непосредственно для самого себя, где  $\tilde{a}_c$  относится к новому ускорению автомобиля  $c$  после предполагаемой смены полосы. Предполагаемая смена полосы движения является привлекательной, если водитель может ускориться больше, то есть, будет двигаться быстрее по новой полосе движения.

Третье слагаемое  $p(\tilde{a}_n - a_n + \tilde{a}_o - a_o)$  с весовым коэффициентом  $p$  обозначает полную выгоду от смены полосы (или полные потери при отрицательных значениях) для соседних автомобилей.

Пороговое значение  $\Delta a_{th}$  в правой части формулы моделирует некоторую инерцию в принятии решения и предотвращает смену полосы, если полное преимущество незначительно по сравнению с установкой на «сохранение полосы».

Так как неудобства других водителей и собственные преимущества сбалансированы через коэффициент «вежливости»  $p$ . Модель смены полосы содержит типичные функции стратегии классической теории игры. Значение  $p$  может быть интерпретировано как степень альтруизма. Он может измениться от  $p = 0$  (для эгоистичной смены полосы) до  $p > 1$  для альтруистических водителей, которые не меняют полосы, если это ухудшит транспортную ситуацию для ведомых автомобилей. Они даже готовы выполнить невыгодную смену полосы, если это улучшит ситуацию для ведомых автомобилей. В особом случае  $p = 1$  и  $\Delta a_{th} = 0$ , критерий побуждений упрощается до:

$$\tilde{a}_c + \tilde{a}_n + \tilde{a}_o > a_c + a_n + a_o. \quad (3.32)$$

Таким образом, смена полосы выполняется тогда, когда увеличивается сумма ускорений всех задействованных автомобилей, что соответствует понятию «Уменьшения полного торможения, вызванного сменой полосы движения» (**Minimizing Overall Braking Induced by Lane Changes – MOBIL**). Устанавливая безопасный порог торможения для желательного замедления  $b_{safe} = b$ , строгая формулировка модели MOBIL, соответствующая  $p = 1$ , не имеет свободных параметров и может рассматриваться как «минимальная модель» принятия решений смены полосы движения.

В большинстве европейских стран использования полос движения ограничены правилами дорожного движения:

- правила обгона: обгон с правой стороны запрещен, если транспортный поток не связанный или переполненный. Под связанным (или насыщенным) потоком понимается движение любого автомобиля со скоростью ниже некоторого установленного значения  $v_{crit}$  (например,  $v_{crit}=60$  км/ч);

- правила использования полосы движения: правая полоса – полоса используется для движения по умолчанию. Левая полоса должна использоваться только с целью обгона.

Правила обгона реализованы заменой продольной динамики движения по правой полосе условием:

$$a_c^{Eur} = \begin{cases} \min(a_c, \tilde{a}_c) & \text{если } v_c > \tilde{v}_{lead} > v_{crit} \\ a_c & \text{иначе} \end{cases}, \quad (3.33)$$

где  $\tilde{a}_c$  – соответствует ускорению на левой полосе;  $\tilde{v}_{lead}$  – скорость лидера на левой полосе движения.

Правила обгона влияют на ускорение по правой полосе движения только при условии:

- если имеется не насыщенный поток  $\tilde{v}_{lead} > v_{crit}$ ;
- если лидер на левой полосе движется медленнее рассматриваемого автомобиля  $v_c > \tilde{v}_{lead}$ ;

– если ускорение  $\tilde{a}_c$  для ведомого автомобиля было бы ниже, чем ускорение на отдельной полосе  $a_c$  в текущей ситуации.

Следует заметить, что условие  $v_c > \tilde{v}_{lead}$  предотвращает торможение автомобиля на правой полосе всякий раз, когда производится обгон.

Директива движения по правой полосе дороги согласно правилам использования полос реализована через константу смещения  $\Delta a_{bias}$  в дополнение к порогу  $\Delta a_{th}$ . Кроме того, мы пренебрегаем неудобством (или преимуществом) ведомого автомобиля на правой полосе в формуле (3.33).

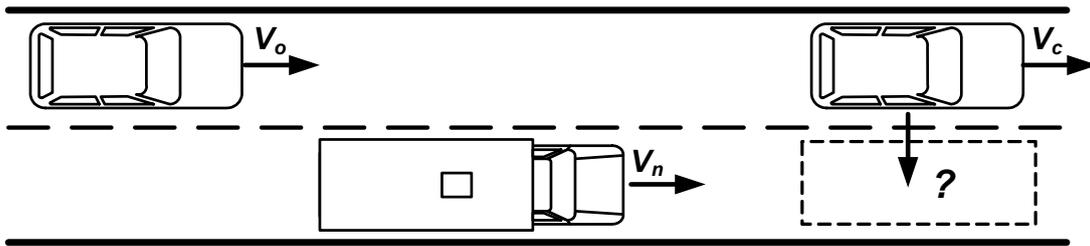


Рис. 3.8. Схема взаимодействия автомобилей при смене левой полосы на правую полосу движения

Таким образом, имеем асимметричный критерий побуждения смены полосы движения с левой на правую полосу:

$$\tilde{a}_c^{Eur} - a_c + p(\tilde{a}_o - a_o) > \Delta a_{th} - \Delta a_{bias}, \quad (3.34)$$

и с правой полосы на левую полосу движения:

$$\tilde{a}_c - \tilde{a}_c^{Eur} + p(\tilde{a}_n - a_n) > \Delta a_{th} + \Delta a_{bias}. \quad (3.35)$$

Числовые значения параметров модели MOBIL приведены в табл. 3.4.

Т а б л и ц а 3 . 4

Параметры модели MOBIL

Параметр MOBIL	Значение
Фактор «вежливости» $p$	0 ... 1
Порог смены полосы $\Delta a_{th}$	0,1 м/с <sup>2</sup>
Максимальное безопасное замедление $b_{safe}$	4,0 м/с <sup>2</sup>
Смещение для правой полосы движения $\Delta a_{bias}$	0,3 м/с <sup>2</sup>

### 3.3 Использование модели следования за лидером в задаче поддержания дистанции

Основным требованием, предъявляемым к автотранспортным средствам, является обеспечение безопасности дорожного движения. Выполнение данного требования, в условиях непрерывного роста скоростей и ин-

тенсивности транспортных потоков, представляет собой важнейшую техническую и социально-экономическую задачу. Многочисленные исследования показывают, что основной причиной дорожно-транспортных происшествий является человеческий фактор. Зависимость процесса управления движением автомобиля от психофизиологического состояния водителя создает трудности в решении проблемы обеспечения безопасности движения. Устранение указанной зависимости следует решать путем автоматизации управления движением автомобиля в рамках концепции интеллектуального транспортного средства.

Существует несколько задач, решение которых должны решать интеллектуальные автомобили, наиболее важной из которых является анализ и прогнозирование возможных опасных ситуаций, и автоматическое предотвращение столкновения автомобилей (Collision Avoidance System).

В основе алгоритмического обеспечения систем поддержания дистанции лежит решение задачи вычисления ускорения управляемого автомобиля, обеспечивающего:

- достижение желаемой скорости в свободных условиях движения;
- поддержание безопасной дистанции в условиях следования за лидером;
- комфортное для пассажиров ускорение и замедление автомобиля.

Обеспечение комфортных значений ускорения и замедления при работе системы поддержания дистанции определено и условиями обеспечения безопасности движения в потоке автомобилей, не оборудованных устройствами поддержания дистанции. Водители прочих автомобилей должны иметь возможность своевременного изменения собственной скорости движения.

Рассмотрим движение пары автомобилей (рис.3.9), где автомобиль с индексом  $n+1$  является лидером, а с индексом  $n$  – ведомым. Дистанция между автомобилями –  $\delta(t)$ . Скорость ведомого автомобиля будем определять исходя из реализации стратегий поддержания желаемой скорости при соблюдении безопасной дистанции:

$$v(n, t + \tau) = \min(v_{acc}(n, t + \tau), v_{safe}(n, t + \tau)),$$

где  $v_{acc}(n, t + \tau)$  – скорость обеспечивающая, реализующая стратегию достижения желаемой скорости;  $v_{safe}(n, t + \tau)$  – безопасная скорость движения;  $\tau$  – время реакции системы управления ведомого автомобиля (с).

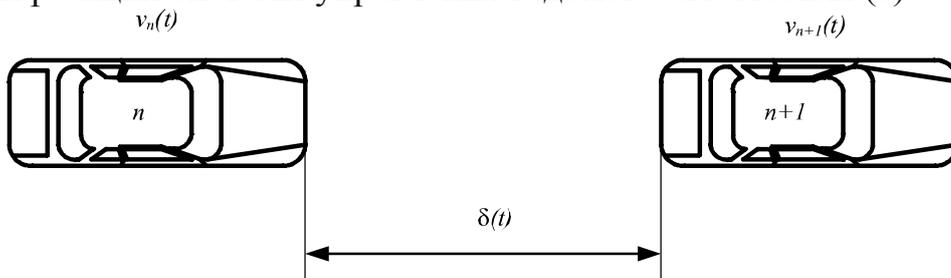


Рис. 3.9. Схема движения за лидером

Для вычисления значений желаемой скорости могут быть использованы зависимости, предложенные П. Гиппсом:

$$v_{acc}(n, t + \tau) = v(n, t) + 2.5 \cdot a(n) \cdot \tau \cdot \left(1 - \frac{v(n, t)}{V^*(n)}\right) \sqrt{0.025 + \frac{v(n, t)}{V^*(n)}}, \quad (3.36)$$

где  $v(n, t)$  – скорость автомобиля  $n$  во время  $t$ ;  $V^*(n)$  – желательная скорость автомобиля  $n$ ;  $a(n)$  – максимальное ускорение автомобиля;  $\tau$  – время реакции водителя.

$$v_{safe}(n, t + \tau) = d(n) \cdot \tau + \sqrt{d(n)^2 \cdot \tau^2 - d(n) \left[ 2 \cdot \delta(n, n+1) - v(n, t) \cdot \tau - \frac{v(n+1, t)^2}{d'(n+1)} \right]} \quad (3.37)$$

где  $d(n) < 0$  – максимальное замедление автомобиля  $n$ ;  $\delta(n, n+1) = x(n+1, t) - s(n+1) - x(n, t)$  – дистанция между автомобилями;  $x(n+1, t)$  – положение автомобиля – лидера;  $s(n+1)$  – эффективная длина автомобиля  $n+1$ ;  $d'(n+1)$  – вычисленное желательное замедление лидера.

Формула модели П. Гиппса имеет два существенных недостатка: при равномерном движении лидера имеем деление на ноль; при определенных значениях дистанции, скоростей лидера и ведомого автомобиля результат вычисления имеет комплексное значение. Указанных недостатков лишена модель безопасной скорости, предложенная С. Крауссом:

$$v_{safe}(n, t + \tau) = -\tau \cdot b + \sqrt{(\tau \cdot b)^2 + v_{n+1}(t)^2 + 2 \cdot b \cdot \delta(t)}, \quad (3.38)$$

где  $b$  – максимальное замедление ( $\text{м/с}^2$ ).

Использование приведенных зависимостей требует определение скорости лидера, которая не может быть непосредственно измерена. при управлении автомобилем системой поддержания дистанции имеется возможность измерения только собственной скорости автомобиля  $v(t)$  и дистанции  $\delta(t)$  до впереди идущего автомобиля.

В общем случае дистанция между автомобилями в момент времени  $(t + \tau)$  может быть определена как:

$$\delta(t + \tau) = \delta(t) + \left[ \left( v_{n+1}(t) \cdot \tau + \frac{a_{n+1}(t) \cdot \tau^2}{2} \right) - \left( v_n(t) \cdot \tau + \frac{a_n(t) \cdot \tau^2}{2} \right) \right]. \quad (3.39)$$

Учитывая малость интервала  $\tau$  примем следующие допущения:

- скорость движения в интервале  $\tau$  ведущего автомобиля постоянна;
- а изменение скорости лидера происходит в конце интервала  $\tau$  мгновенно.

С учетом приведенных допущений запишем выражение:

$$\bar{v}_{n+1}(t) \cdot \tau = v_n(t) \cdot \tau + \frac{a_n \cdot \tau^2}{2}, \quad (3.40)$$

где  $\bar{v}_{n+1}(t)$  – эквивалентная скорость.

Формула (3.39) примет вид:

$$\delta(t + \tau) = \delta(t) + \left[ \bar{v}_{n+1}(t) \cdot \tau - \left( v_n(t) \cdot \tau + \frac{a_n \cdot \tau^2}{2} \right) \right],$$

откуда выразим  $\bar{v}_{n+1}(t)$ :

$$\bar{v}_{n+1}(t) = \left( \delta(t + \tau) - \delta(t) + v_n(t) \cdot \tau + \frac{a_n \cdot \tau^2}{2} \right) / \tau. \quad (3.41)$$

Оценку скорости лидера по формуле (3.41) можно считать достоверной при достаточно малом значении  $\tau$  и измеренных значениях  $\delta(t)$ ,  $\delta(t + \tau)$ ,  $v_n(t)$ .

Алгоритм вычисления скорости движения, обеспечивающей поддержания безопасной дистанции между автомобилями, может быть представлен в виде блок-схемы (рис. 3.10). Он предусматривает:

- оценку скорости лидера;
- вычисление безопасной скорости;
- вычисление желаемой скорости;
- принятие к реализации минимальной из безопасной или желаемой скорости.

Для оценки работоспособности предложенного алгоритма поддержания дистанции проведено исследование его работы в характерных режимах движения:

- остановка ведомого автомобиля перед препятствием;
- следование ведомого автомобиля за лидером, скорость которого менее желаемой;
- следование за лидером, скорость которого более желаемой.

Для проведения исследования разработана компьютерная программа на языке программирования Python, имитирующая работу системы поддержания дистанции при движении двух автомобилей. При проведении исследования фиксировалась дистанция между автомобилями, скорость и ускорение ведомого. Скорость ведущего автомобиля являлась входным параметром модели.

При исследовании режима остановки автомобиля перед препятствием, проведена оценка работы системы поддержания дистанции в условиях недостаточной видимости при нахождении на проезжей части неподвижного объекта (остановившегося автомобиля, поваленного дерева и т.д.).

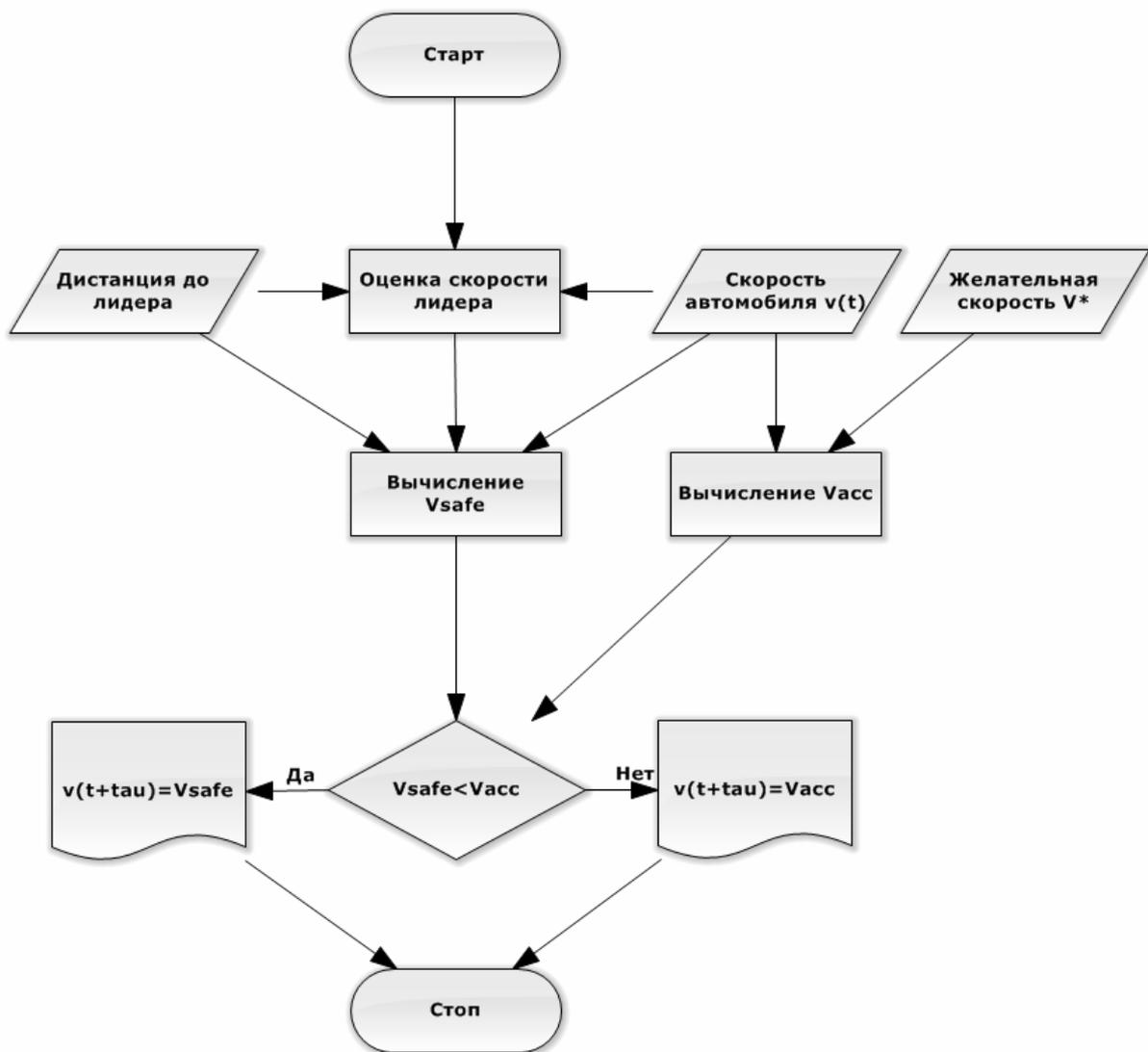


Рис. 3.10. Алгоритм вычисления скорости движения в системе поддержания дистанции

Алгоритм обеспечил плавное снижение скорости с установленным замедлением, обеспечив остановку перед препятствием (рис. 3.11).

На начальном участке осуществлялась стратегия достижения желаемой скорости, на дистанции 65 м преобладающей становится стратегия поддержания безопасной дистанции.

В режиме следования ведомого автомобиля за лидером, скорость которого менее желаемой, ведомый автомобиль догоняет лидера и продолжает движение вслед за ним.

В начальный период моделирования (рис. 3.12), ведомый автомобиль выполнял ускорение с целью достижения желаемой скорости. В последующем проведена синхронизация скорости движения с лидером. В результате работы алгоритма установилась стабильная дистанция между лидером и ведомым автомобилем равная 10 м, что соответствует насыщенному движению потока при плотности на полосу движения 66,7 авт/км.

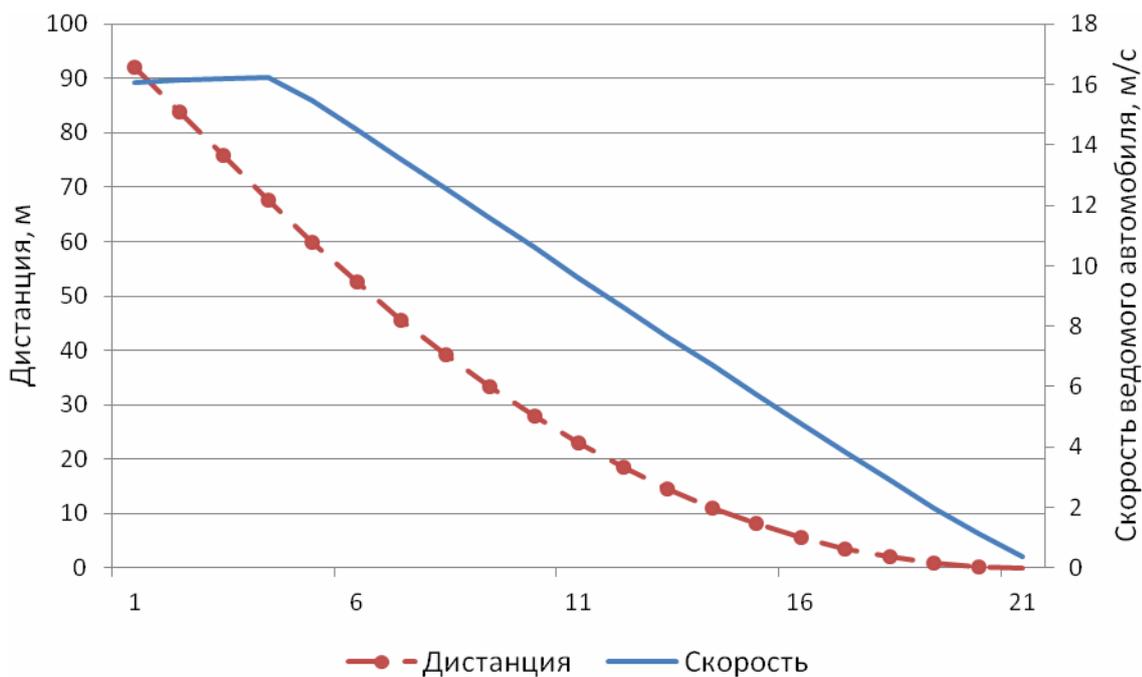


Рис. 3.11. Результаты исследования алгоритма поллежания дистанции при остановке ведомого автомобиля перед препятствием

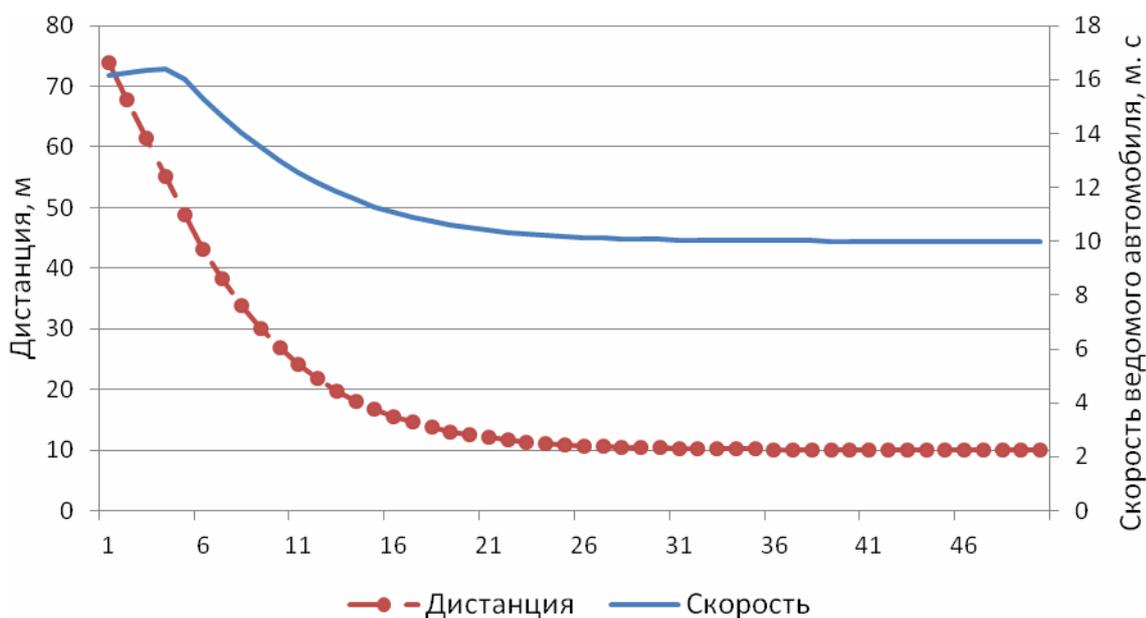


Рис. 3.12. Результаты исследования алгоритма поллежания дистанции при следовании ведомого автомобиля за лидером, скорость которого менее желаемой

В режиме следования за лидером, скорость которого более желаемой, воспроизведена ситуация выезда пары автомобилей с проблемного участка, на котором скорость движения была ниже желательной (участок с неблагоприятными дорожными условиями, место проведения ремонтных работ, затор и т.д.). Разгон лидера происходил равномерно, и по истечении 13

с начала исследования дистанция между ведомым автомобилем и лидером увеличилась свыше 50 м (рис. 3.13). По истечении указанного периода, движение ведомого автомобиля осуществлялось без взаимодействия с лидером, при этом его скорость асимптотически приближалась к желаемой.

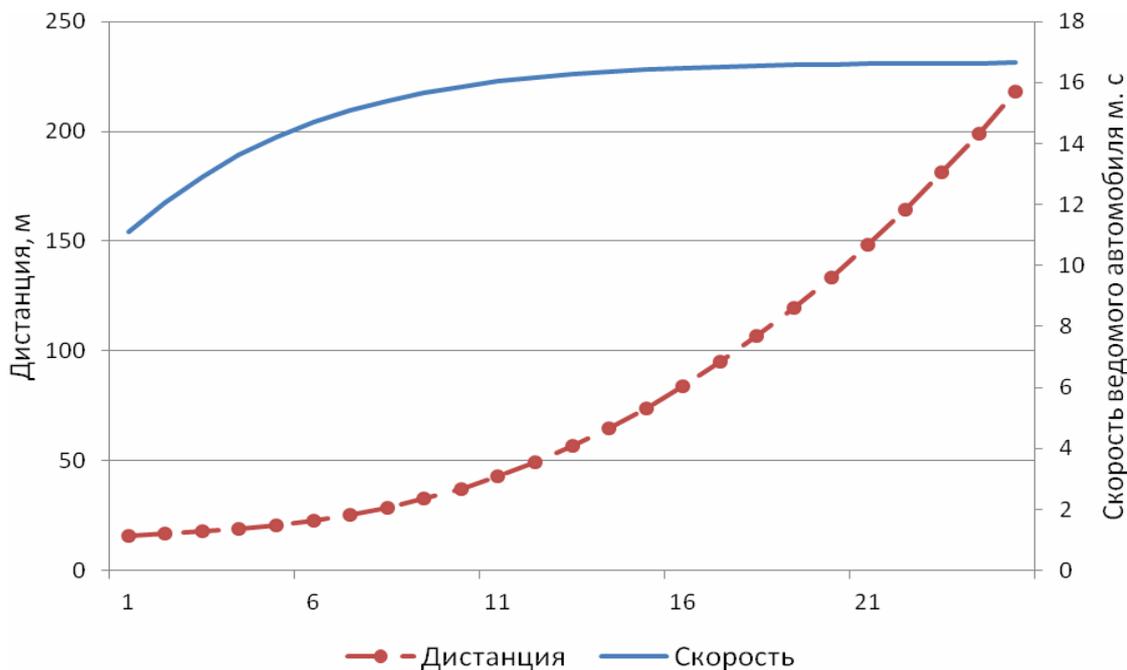


Рис. 3.13. Результаты исследования алгоритма поддержания дистанции при следовании за лидером, скорость которого более желаемой

Проведенные исследования работы алгоритма поддержания дистанции показали его работоспособность и возможность использования в реальных системах. Следует отметить, что взаимодействие лидера и ведомого автомобиля в диапазоне исследуемых скоростей возникало при дистанции между ними 55-60 м.

### 3.4. Модели клеточных автоматов

Модели клеточных автоматов [57, 81] делят дорогу на малые сегменты. В данный момент времени каждый сегмент может или не может быть занят автомобилем. Кроме того, скорость автомобиля  $v$  дискретизирована и может только иметь дискретные значения, которые находятся в диапазоне между нулем и  $v_{\max}$ . Относительно времени дискретизации, временной шаг моделирования выбирается таким образом, чтобы во время одного временного шага, автомобиль с определенной скоростью  $v$  проезжал  $n$  сегмент. Динамика автомобиля обновляется согласно следующим правилам:

- ускорение: Если скорость автомобиля не достигла своего максимального значения  $v_{\max}$  и также если расстояние до впереди идущего автомобиля – больше чем  $v + 1$ , то скорость увеличивается на единицу:  $v \leftarrow v + 1$ .

– замедление: Если автомобиль движется со скоростью  $v$ , дистанция  $j$ , то автомобиль снижает свою скорость до  $j - 1$ .

– рандомизация: С вероятностью  $p$ , скорость каждого автомобиля уменьшена на единицу.

– движение: во время временного шага каждый автомобиль продвинется вперед с  $n$  сегмента.

Преимущество данной модели состоит в ее простоте и она не требует значительных вычислительных ресурсов для описания транспортного потока, поскольку поведение автомобиля описано с использованием терминологии дискретных систем, а не от дифференциальных уравнений. Главный недостаток этих моделей заключается в том, что они не включают динамику потока и являются простыми кинематическими моделями.

## 4. ТРЕХФАЗНАЯ ТЕОРИЯ ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА

Теория трех фаз представляет собой альтернативную теорию транспортных потоков, разработанную Б.С. Кернером с сотрудниками концерна Даймлер в 1996–2002 годах [13]. Основой разработки теории стали детальные исследования эмпирических данных, измеренных с помощью датчиков на многочисленных скоростных автомагистралях мира (в Германии, Голландии, Англии, США). Главный результат этих исследований был сформулирован следующим образом:

«Теории транспортного потока и математические модели, которые доминируют в настоящее время в научных журналах и учебных курсах большинства университетов, не могут объяснить ни сам переход от свободного к плотному потоку (traffic breakdown), ни основные свойства возникающих в результате этого перехода структур транспортного потока».

По этой причине Б.С. Кернер предложил и разработал альтернативную теорию транспортных потоков, названную теорией трех фаз, которая может предсказать и объяснить эмпирические свойства перехода к плотному потоку и результирующих пространственно-временных структур в транспортном потоке.

Теория трех фаз, главным образом, фокусируется на объяснении физики перехода от свободного к плотному транспортному потоку (traffic breakdown) и возникающих в результате этого перехода пространственно-временных структурах в плотном транспортном потоке на скоростных автомагистралях. В классических теориях транспортного потока, базирующихся на фундаментальной диаграмме транспортного потока, рассматривают две фазы: свободный поток и так называемый плотный поток (congested traffic в англоязычной литературе). Кернер Б.С. в плотном потоке выделяет две фазы: синхронизованный поток и широкий движущийся кластер машин (локальный движущийся затор – wide moving jam).

Согласно Б.С. Кернеру существуют три фазы транспортного потока:

- 1) свободный поток – фаза  $F$ ;
- 2) синхронизованный поток – фаза  $S$ ;
- 3) широкий движущийся кластер (локальный движущийся затор) – фаза  $J$ .

Фаза определяется как некоторое состояние транспортного потока, рассматриваемое в пространстве и времени. В теории трех фаз разделение на свободный и плотный поток точно такое же, как и в классических теориях Лайтхилла–Уизема–Ричардса и Дженерал Моторс (DM). Фундаментальное отличие теории трех фаз состоит в том, что он выделяет две фазы в плотном потоке на основе общих эмпирических пространственно-временных свойств транспортного потока, которые за все годы измерений остаются одни и те же на разных автодорогах мира. Другими словами, как

определение фаз транспортного потока, так и остальные положения теории, основаны исключительно на эмпирических данных.

Фундаментальные эмпирические свойства перехода к плотному транспортному потоку следующие:

1. Переход к плотному транспортному потоку (traffic breakdown) является  $F \rightarrow S$  переходом (буква  $F$  соответствует free flow, т.е. свободному потоку, буква  $S$  обозначает фазу синхронизованного потока, в английской литературе synchronized flow).

2. Вероятность спонтанного  $F \rightarrow S$  перехода является возрастающей функцией величины потока транспортных средств.

3. Может быть как спонтанный, так и индуцированный  $F \rightarrow S$  переход около одного и того же узкого места на дороге (bottleneck).

Кернер показал, что теория Лайтхилла–Уизема–Ричардса (LWR) кинематических и ударных волн в транспортном потоке, дискретной версией которой является sell transmission модель (СТМ-модель) Даганзо, не может описывать пункты 2 и 3, а модели, относящиеся к классу Дженерал Моторс не могут описывать пункты 1-3.

Фундаментальные эмпирические свойства фазовых переходов в транспортном потоке следующие:

а) переход от свободного к плотному транспортному потоку (traffic breakdown) является  $F \rightarrow S$  фазовым переходом I рода;

б) широкие движущиеся кластеры машин возникают спонтанно только в синхронизованном потоке, то есть в результате последовательности  $F \rightarrow S \rightarrow J$  фазовых переходов;

в)  $S \rightarrow J$  фазовый переход происходит позднее и часто совсем в другом месте, чем  $F \rightarrow S$  фазовый переход.

#### 4.1. Определение трех фаз транспортного потока

**Свободный транспортный поток (фаза  $F$ ).** В свободном транспортном потоке достаточно малой плотности водители могут практически свободно установить желаемую для них скорость. Эмпирические данные, относящиеся к свободному потоку, показывают положительную корреляцию между величиной потока  $q$ , измеряемой в количестве машин в единицу времени (проходящих через данную точку дороги), и плотностью  $\rho$ , измеряемой в количестве машин на единицу длины дороги. Зависимость потока  $q$  от плотности  $\rho$  для свободного потока ограничена максимальным значением величины потока  $q = q_{\max}$  и соответствующим критическим значением плотности  $\rho = \rho_{crit}$ , которые могут быть достигнуты в свободном потоке.

**Плотный транспортный поток.** В плотном транспортном потоке, который определяется так же, как и в классических теориях LWR и DM,

скорость машин меньше, чем минимально возможная скорость машин в свободном потоке. Это означает, что прямая с наклоном, равным минимальной скорости в свободном транспортном потоке, (штриховая линия на рис. 4.1) разделяет все эмпирические данные (точки) на плоскости поток–плотность на две области: слева от этой прямой находятся данные, относящиеся к свободному потоку; справа – данные, относящиеся к плотному потоку.

Как следует из данных измерений, возникновение плотного потока обычно происходит вблизи неоднородности на автомагистрали, вызванной въездом на автомагистраль, съездом с нее, изменением числа полос, сужением дороги, подъемом, и т.п. Такого типа неоднородность, вблизи которой может происходить переход к плотному транспортному потоку, называться узким местом, или «бутылочным горлом».

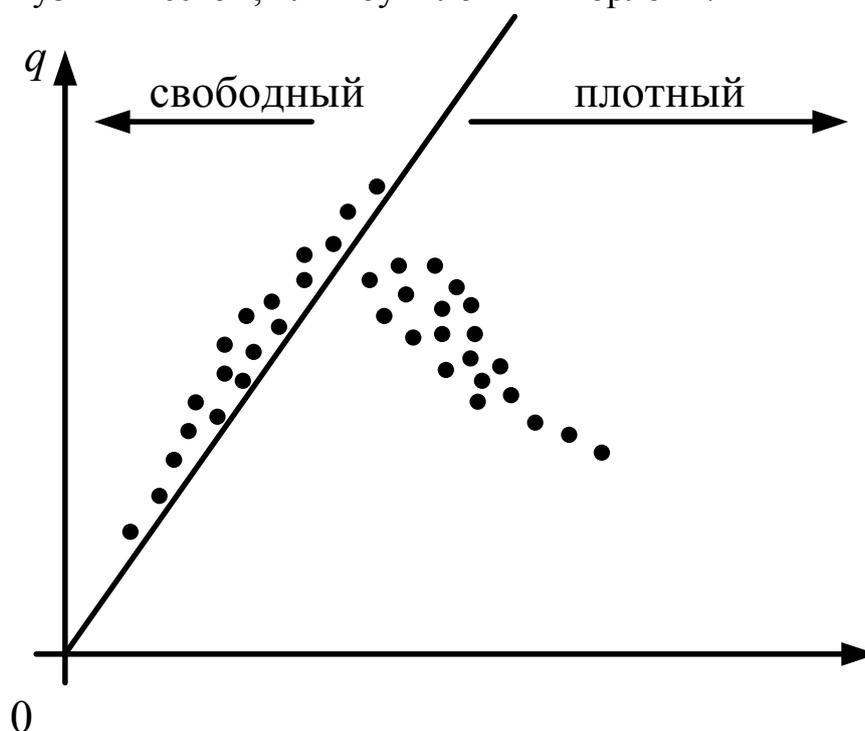


Рис. 4.1. Состояние потока в зависимости от плотности автомобилей

**Определение фаз  $J$  и  $S$  в плотном транспортном потоке.** Кернер показал, что фундаментальная диаграмма и ее применения в том виде, как они используются в классических теориях транспортного потока, неадекватным образом описывают сложную динамику в плотном транспортном потоке. Он выделяет, в плотном транспортном потоке фазу  $S$  синхронизованного потока (synchronized flow), и фазу  $J$  широкого движущегося кластера (wide moving jam).

Определение фаз  $J$  и  $S$  вытекает из эмпирических пространственно-временных свойств плотного потока. Кернер определил фазы  $J$  и  $S$  следующим образом.

Определение  $J$  – фазы широкого движущегося кластера:

«Задний по направлению движения фронт широкого движущегося кластера (локального движущегося затора), где машины, выезжающие из кластера, ускоряются вплоть до свободного или до синхронизованного потока, движется против потока с постоянной средней скоростью  $v_g$ , проходя через все узкие места на скоростной автомагистрали. Это характеристическое свойство широкого движущегося кластера».

Определение  $S$  – фазы синхронизованного потока:

«Задний по направлению движения фронт области синхронизованного потока, где машины ускоряются вплоть до свободного потока, не обладает характеристическим свойством широкого движущегося кластера. В частности, задний фронт синхронизованного потока часто фиксирован вблизи узкого места на скоростной автомагистрали».

Данные измерений средней скорости машин (рис. 4.2) иллюстрируют определения фаз  $J$  и  $S$ . Имеются две пространственно-временные структуры плотного потока с низкой скоростью машин. Одна из них распространяется против потока с почти постоянной скоростью заднего фронта через все узкие места на скоростной автомагистрали. Эта область плотного потока относится к  $J$  – фазе «широкого движущегося кластера». Напротив, задний фронт другой области плотного потока фиксирован вблизи места съезда машин с автомагистрали. Эта область плотного потока относится к  $S$  – фазе «синхронизованного потока».

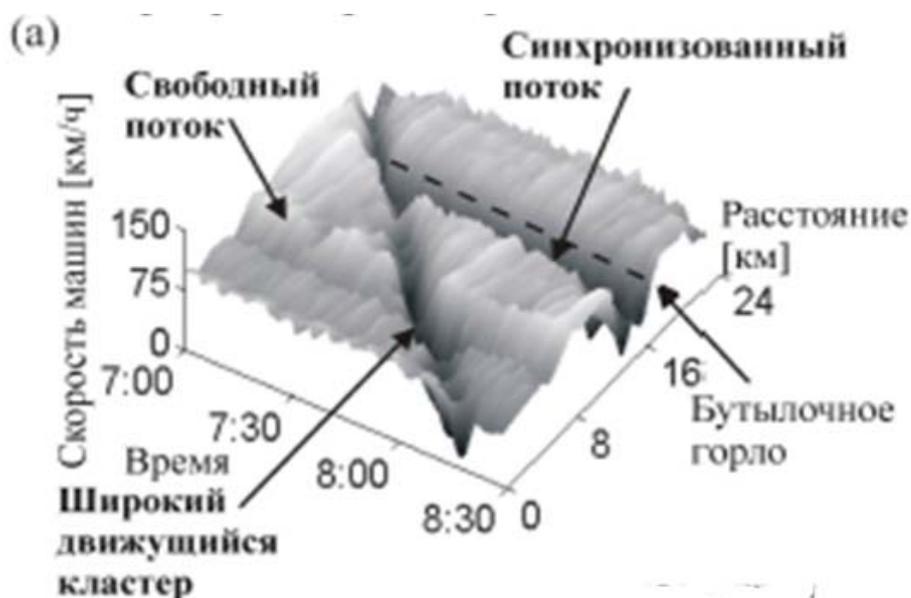


Рис. 4.2. Данные измерений скорости машин в пространстве и времени

## 4.2. Возникновение плотного потока

Переход от свободного к плотному или насыщенному транспортному потоку ( $F \rightarrow S$  фазовый переход) в англоязычной литературе известен как *traffic breakdown*. В теории трех фаз такой переход объясняется возникновением фазы синхронизованного потока, то есть  $F \rightarrow S$  фазовым переходом. Такое объяснение основывается на имеющихся данных измерений, которые показывают, что после возникновения плотного потока вблизи узкого места на автомагистрали задний фронт возникшего плотного потока фиксирован вблизи этого узкого места. Таким образом, возникший плотный поток удовлетворяет определению  $S$  – фазы синхронизованного потока.

Образование широких движущихся кластеров в реальном транспортном потоке можно видеть на рис. 4.2. Видим, что в результате перехода к плотному потоку на узком месте, связанным с въездом на скоростную магистраль, сначала образуется фаза  $S$  синхронизованного потока. Действительно, в течение всего времени существования плотного потока на этом узком месте задний фронт плотного потока, на котором машины ускоряются из плотного потока до свободного, фиксирован на данном месте. Поэтому по определению фаз в теории Кернера в результате перехода к плотному потоку образуется фаза синхронизованного потока. Другими словами, плотный поток образуется в результате  $F \rightarrow S$  перехода. Напротив, широкие движущиеся кластеры возникают позднее, уже внутри фазы синхронизованного потока.

Таким образом, переход от свободного к плотному потоку в эмпирических данных является  $F \rightarrow S$  переход первого рода. Это эмпирическое свойство есть общее свойство реальных транспортных потоков на скоростных магистралях.

Используя данные измерений, Кернер сделал вывод, что синхронизованный поток может возникать в свободном потоке спонтанно (спонтанный  $F \rightarrow S$  переход) или индуцированным образом (индуцированный  $F \rightarrow S$  переход). Спонтанный  $F \rightarrow S$  переход означает, что переход к синхронизованному потоку происходит в случае, когда до момента перехода в окрестности узкого места существует свободный поток, а сам фазовый переход происходит в результате роста внутреннего возмущения транспортного потока. В противоположность этому индуцированный  $F \rightarrow S$  переход происходит из-за возмущения транспортного потока, которое первоначально возникает на некотором удалении от положения узкого места, и затем по мере распространения достигает окрестности узкого места. Обычно индуцированный  $F \rightarrow S$  переход связан с распространением в направлении против потока области синхронизованного потока или же широкого движущегося кластера, которые первоначально возникли вблизи следующего в направлении потока узкого места.

Кернер объяснил природу  $F \rightarrow S$  фазового перехода с помощью «соревнования» во времени и пространстве двух противоположных процессов: ускорения машины при обгоне более медленной машины впереди, названном «переускорением», и в случае, когда обгон невозможен, торможения машины до скорости более медленной машины, названном «адаптация скорости». «Переускорение» поддерживает дальнейшее существование свободного потока. Напротив, «адаптация скорости» ведет к синхронизованному потоку. Кернер постулировал, что вероятность обгона, которая совпадает с вероятностью «переускорения», является разрывной функцией плотности (рис. 4.3): при данной плотности машин вероятность обгона в свободном потоке много больше, чем в синхронизованном потоке.

Разрывная функция вероятности обгона является одной и той же как для спонтанного, так и для индуцированного  $F \rightarrow S$  фазового перехода: термины «спонтанный» и «индуцированный» отличаются только источником возмущения, приводящего к  $F \rightarrow S$  фазовому переходу.  $F \rightarrow S$  переход происходит при условии, что вероятность обгона внутри возмущения в свободном потоке меньше, чем критическая вероятность. Эта критическая вероятность показана пунктирной линией на рис. 4.3. Другими словами, не имеет значения, будет ли это критическое значение вероятности обгона достигнуто благодаря возмущению в свободном потоке (спонтанный переход) или благодаря распространению до узкого места некоторого возмущения, возникшего ранее в другой области дороги (индуцированный переход).

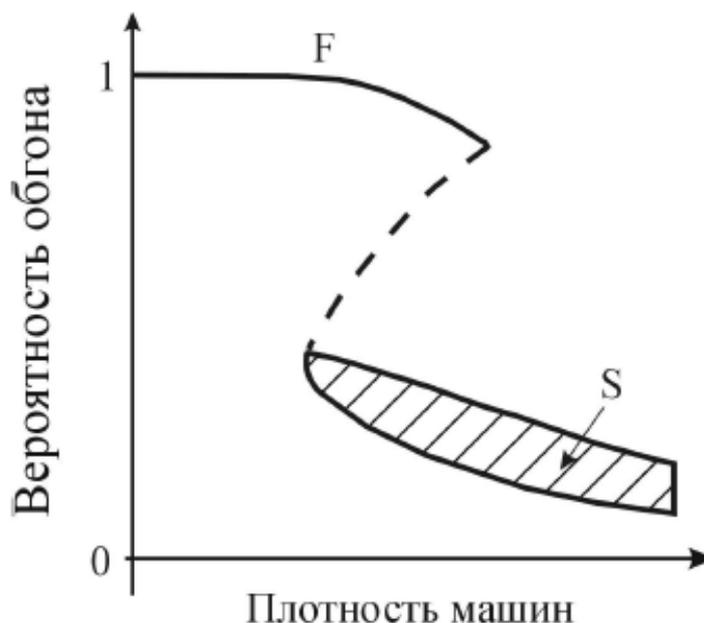


Рис. 4.3. Объяснение фазового перехода к плотному потоку (traffic breakdown) на основе Z-образной нелинейной функции вероятности обгона (вероятности «переускорения») в теории Кернера. Пунктирная линия описывает критическое значение вероятности обгона как функцию плотности машин

Отметим, что  $F \rightarrow S$  фазовый переход и обратный  $S \rightarrow F$  фазовый переход сопровождаются гистерезисом. Спонтанное образование плотного потока, то есть спонтанный  $F \rightarrow S$  фазовый переход, может произойти в широком диапазоне значений величины потока  $q$  в свободном транспортном потоке. Основываясь на эмпирических данных измерений, Кернер сделал вывод, что существует бесконечное число значений пропускной способности автомагистрали в свободном потоке. Это бесконечное число значений пропускной способности находится в диапазоне между минимальным  $q_{th}$  и максимальным  $q_{max}$  значениями пропускной способности (рис. 4.4).

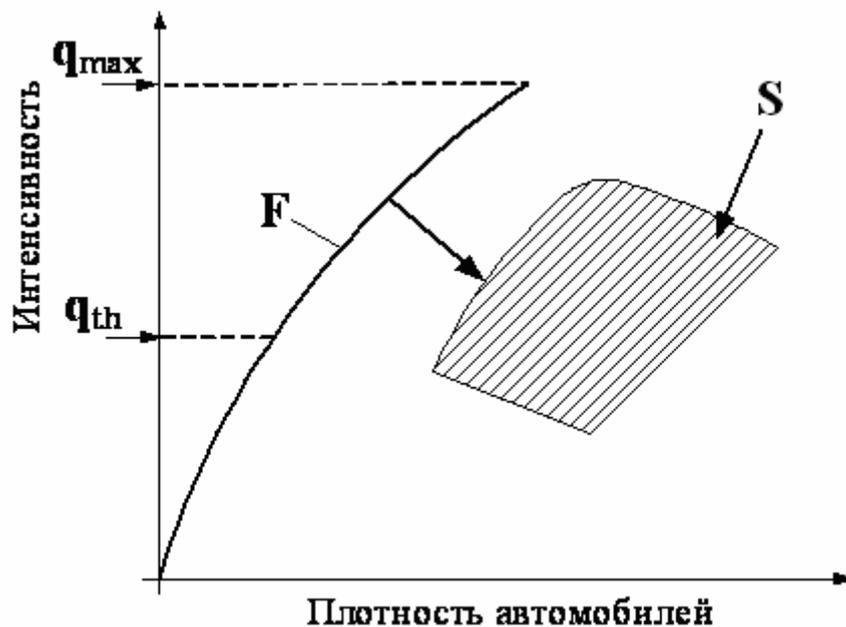


Рис. 4.4. Максимум и минимум пропускной способности скоростной автомагистрали в теории трех фаз Кернера

Если величина потока близка к максимальному значению пропускной способности  $q_{max}$ , то уже достаточно малое возмущение в свободном потоке вблизи узкого места приведет к спонтанному  $F \rightarrow S$  фазовому переходу. С другой стороны, если величина потока близка к минимальному значению пропускной способности  $q_{th}$ , то только возмущение очень большой амплитуды способно привести к спонтанному  $F \rightarrow S$  фазовому переходу.

Вероятность возникновения малых возмущений в свободном транспортном потоке много выше, чем вероятность возникновения возмущений большой амплитуды. По этой причине чем выше величина потока  $q$  в свободном потоке вблизи узкого места, тем выше вероятность спонтанного  $F \rightarrow S$  фазового перехода.

Если величина потока  $q$  меньше чем минимальная пропускная способность  $q_{th}$ , то возникновение плотного потока ( $F \rightarrow S$  переход) невозможно.

Бесконечное число значений пропускной способности автомагистрали вблизи узкого места может быть объяснено тем, что свободный поток при значениях величины потока  $q$  в диапазоне  $q_{th} < q < q_{max}$  является метастабильным. Это означает, что при возникновении малых возмущений свободный поток сохраняется, то есть является устойчивым относительно малых возмущений. Однако для больших возмущений свободный поток оказывается неустойчивым, и происходит  $F \rightarrow S$  фазовый переход к синхронизованному потоку.

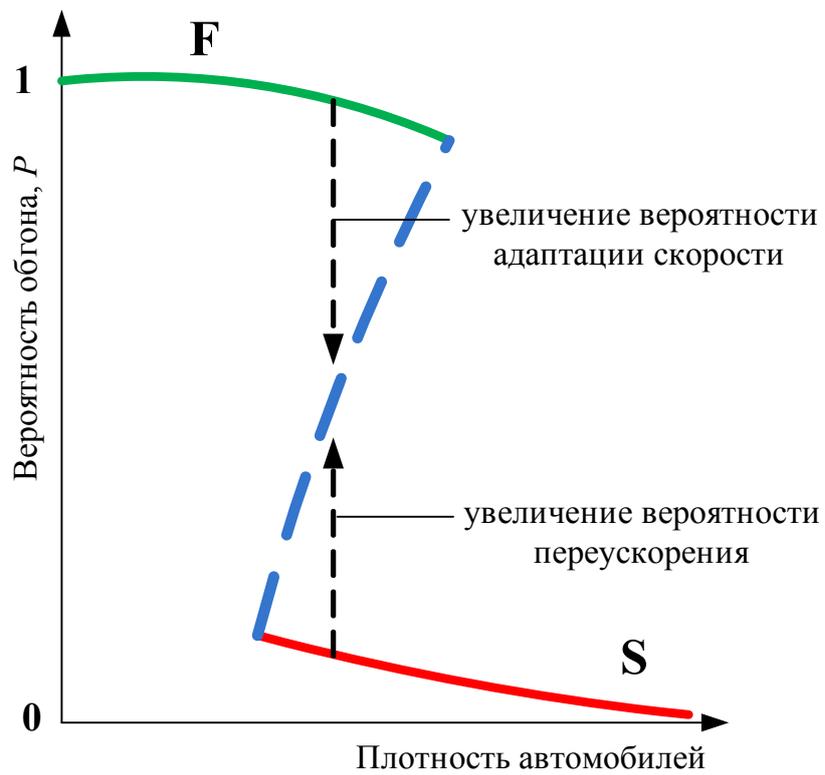
Природу  $F \rightarrow S$  фазового перехода можно пояснить более детально с помощью рис. 4.5. Стрелка направленная вниз означает, что если в свободном потоке вблизи узкого места возникает локальное уменьшение скорости машин, то вероятность обгона внутри этого возмущения падает. Если это уменьшение вероятности обгона становится меньше, чем критическая величина вероятности обгона, показанная пунктирной линией, то  $F \rightarrow S$  фазовый переход происходит внутри возмущения; в противоположном случае возмущение затухает и свободный поток остается на узком месте.

Если исходное состояние отвечает фазе синхронизованного потока и в этом состоянии возникает случайное локальное увеличение скорости машин, то внутри возмущения вероятность обгона возрастает. Если возрастание вероятности обгона превышает критическое значение (как отмечалось выше, эта критическая вероятность обгона отвечает пунктирной кривой), то в области возмущения происходит  $S \rightarrow F$  переход; в противоположном случае возмущение затухает, и синхронизованный поток сохраняется.

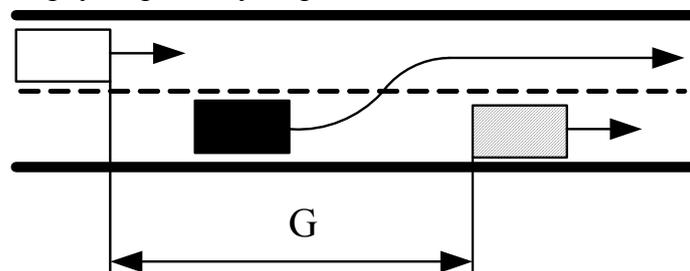
Бесконечное число значений пропускной способности автомагистрали вблизи узкого места в теории трех фаз Кернера фундаментально противоречит классическим теориям транспортного потока и методам управления и автоматического регулирования транспортных потоков, которые предполагают существование в любой момент времени некоторой (фиксированной или случайной) пропускной способности.

**Локальные движущиеся кластеры или заторы(фаза  $J$ ).** Широкий движущийся затор может быть назван широким только при условии, что его ширина (вдоль дороги) заметно превышает ширину фронтов затора. Средняя скорость движения машин внутри широкого движущегося затора много меньше, чем скорость машин в свободном потоке. На заднем (в направлении потока) фронте затора машины могут ускоряться вплоть до свободного потока. На переднем фронте затора машины, подъезжающие к фронту, должны сильно уменьшать свою скорость. Согласно определению фазы  $J$ , широкий движущийся кластер обычно сохраняет среднюю скорость заднего фронта  $v_g$ , даже если кластер проходит через другие фазы транспортного потока и узкие места. Величина потока сильно падает внутри широкого движущегося кластера.

а)



б) эффект переускорения: ускорение для смены полосы движения и обгона



в) эффект адаптации скорости: замедление до скорости впередиидущей машины в пределах дистанции синхронизации

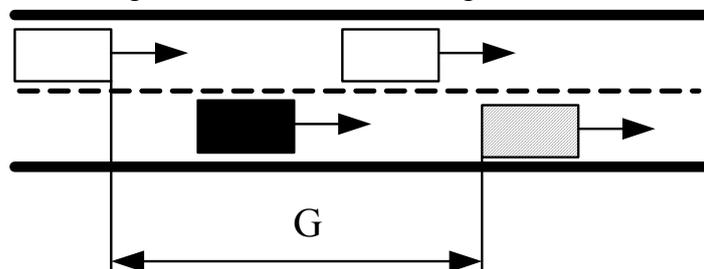


Рис. 4.5. Соревнование между переускорением и адаптацией скорости:

- → – рассматриваемый автомобиль;
- ▨ → – более медленный впередиидущий автомобиль

Эмпирические результаты показывают, что характеристические параметры широких движущихся кластеров не зависят от величины потока на дороге и особенностей узкого места (где и когда кластер возник). Однако характеристические параметры зависят от погоды, дорожных условий, конструктивных характеристик машин, процента длинных машин и т.п. Скорость заднего фронта широкого движущегося кластера  $v_g$  в противоположном потоку направлении является характеристическим параметром так же, как и величина выходного потока  $q_{out}$  из кластера, в случае, когда свободный поток формируется после кластера.

Это означает, что разные широкие движущиеся кластеры имеют одинаковые параметры при одинаковых условиях. В результате данные параметры могут быть предсказаны. Движение заднего фронта широкого движущегося кластера может быть показано на плоскости поток — плотность с помощью прямой, называемой линией  $J$  Кернера (рис. 4.6). Наклон линии  $J$  Кернера равен скорости заднего фронта  $v_g$  в то время как координата пересечения линии  $J$  Кернера с осью абсцисс (при нулевом потоке) отвечает плотности машин  $\rho_{max}$  в широком движущемся кластере.

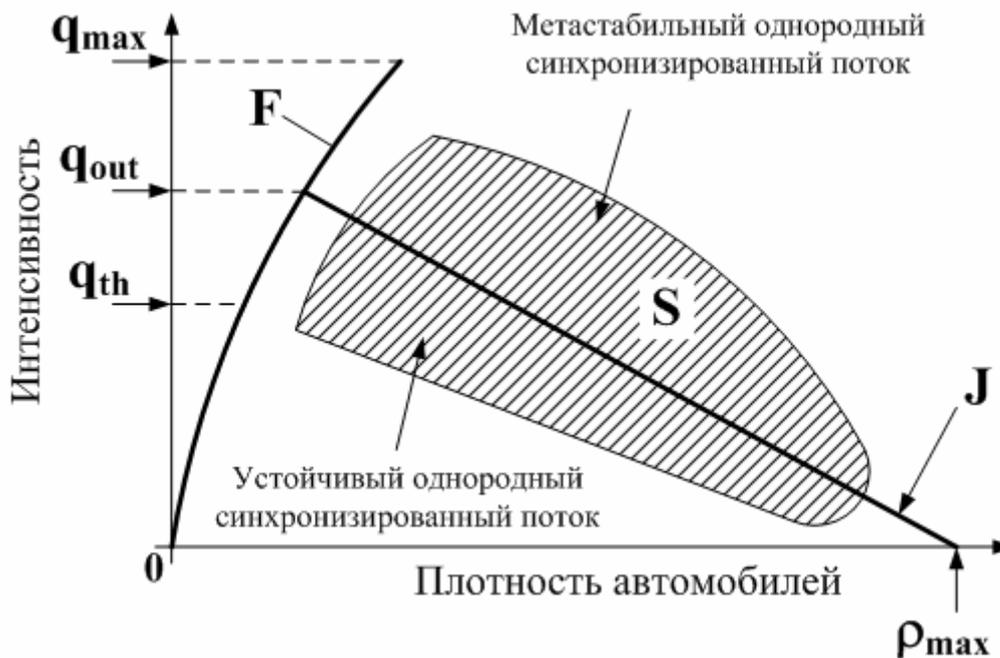


Рис. 4.6. Три фазы транспортного потока в плоскости поток–плотность в теории трех фаз Кернера

Кернер подчеркивает, что минимум пропускной способности  $q_{th}$  и величина выходного потока из широкого движущегося кластера  $q_{out}$  описывают два качественно различных свойства свободного транспортного потока. Минимум пропускной способности  $q_{th}$  характеризует  $F \rightarrow S$  фазовый переход вблизи узкого места, то есть возникновение плотного потока (traffic breakdown). В свою очередь величина выходного потока из широко-

го движущегося кластера  $q_{out}$  характеризует условия существования таких кластеров, то есть фазы  $J$ . В зависимости от внешних условий, таких как погода, процент длинных машин в потоке и т.п., а также от характеристик узкого места, вблизи которого возможен  $F \rightarrow S$  фазовый переход, минимум пропускной способности  $q_{th}$  может быть как меньше, так и больше чем величина выходного потока  $q_{out}$ .

Важно, что величина выходного потока из широкого движущегося кластера  $q_{out}$  оказывается меньше, чем максимально возможный поток  $q_{max}$  в свободном потоке перед кластером. Это означает, что в свободном потоке водители могут выбирать более короткую временную дистанцию до машины впереди, чем та дистанция, которую они принимают, ускоряясь на заднем фронте широкого движущегося кластера.

**Синхронизованный транспортный поток (фаза  $S$ ).** В отличие от широких движущихся кластеров, в синхронизованном потоке как величина потока  $q$ , так и скорость машин могут меняться заметным образом. Задний по направлению потока фронт синхронизованного потока часто фиксирован в пространстве, обычно вблизи расположения узкого места. Величина потока  $q$  в фазе синхронизованного потока может оставаться почти такой же, как и в свободном потоке, даже если скорость машин сильно уменьшается.

Синхронизованный поток не имеет характеристического свойства фазы широкого движущегося кластера  $J$ . В теории трех фаз предполагается, что гипотетические однородные состояния синхронизованного потока покрывают двумерную область в плоскости поток–плотность (заштрихованная область на рис. 4.6).

**$S \rightarrow J$  фазовый переход.** Широкие движущиеся кластеры не возникают в свободном потоке, но они могут возникать в области синхронизованного потока. Это называется  $S \rightarrow J$  фазовым переходом. Образование широких движущихся кластеров в свободном потоке наблюдается в результате каскада  $F \rightarrow S \rightarrow J$  фазовых переходов: сначала область синхронизованного потока возникает внутри свободного потока. Как было объяснено выше, такой  $F \rightarrow S$  фазовый переход происходит в большинстве случаев вблизи узкого места. Далее внутри синхронизованного потока происходит «сжатие» потока, то есть плотность машин возрастает, в то время как их скорость падает. Такое сжатие называется «пинч»-эффект. В области синхронизованного потока, где происходит пинч-эффект, возникают узкие движущиеся кластеры. Кернер показал, что частота возникновения узких движущихся кластеров тем выше, чем выше плотность в синхронизованном потоке. По мере того как эти узкие движущиеся кластеры нарастают, некоторые из них трансформируются в широкие движущиеся кластеры, другие же исчезают. Широкие движущиеся кластеры в дальнейшем рас-

пространяются против потока, проходя через все области синхронизованного потока и через все узкие места.

Чтобы детальнее проиллюстрировать  $S \rightarrow J$  фазовый переход, следует заметить, что в теории трех фаз Кернера линия  $J$  делит все однородные состояния синхронизованного потока на две области (рис. 4.6). Состояния выше линии  $J$  являются метастабильными относительно образования широких движущихся кластеров, в то время как состояния ниже линии  $J$  являются устойчивыми. Метастабильные состояния синхронизованного потока означают, что относительно малых возникающих возмущений состояние потока остается устойчивым, однако при больших возмущениях в синхронизованном потоке происходит  $S \rightarrow J$  фазовый переход.

Каскад  $F \rightarrow S \rightarrow J$  фазовых переходов можно пояснить на основе двойной  $Z$ -характеристики в теории трех фаз Кернера (рис. 4.7).

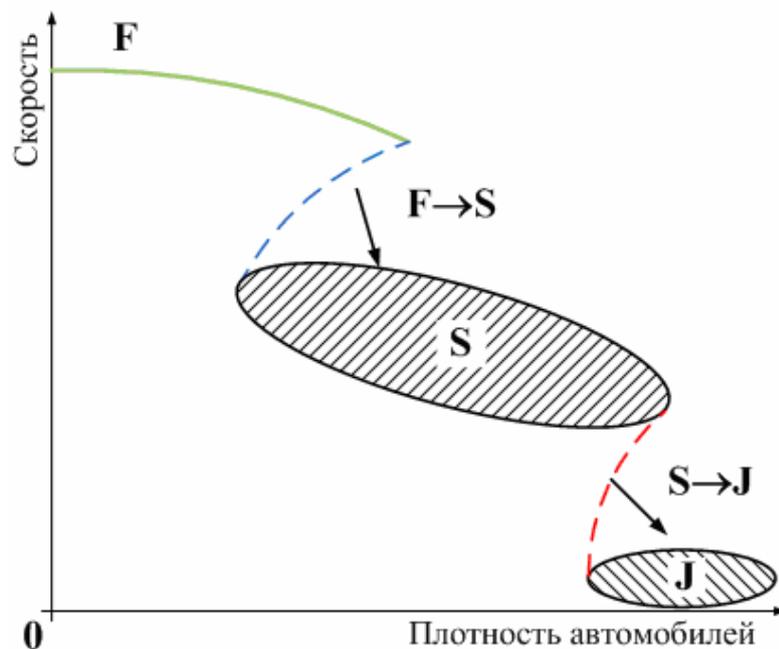


Рис. 4.7. Двойная  $Z$ -характеристика в теории трех фаз Кернера, поясняющая каскад  $F \rightarrow S \rightarrow J$  фазовых переходов

Пунктирная линия между фазами  $F$  и  $S$  качественно соответствует критической скорости внутри локального возмущения свободного потока, при которой происходит  $F \rightarrow S$  фазовый переход. Другими словами,  $F \rightarrow S$  фазовый переход происходит внутри локального возмущения свободного потока, в котором скорость меньше чем критическая скорость (символически этот фазовый переход показан стрелкой между фазами  $F$  и  $S$ ).

Пунктирная линия между фазами  $S$  и  $J$  качественно соответствует критической скорости внутри локального возмущения синхронизованного потока, при которой происходит  $S \rightarrow J$  фазовый переход. Другими словами,  $S \rightarrow J$  фазовый переход происходит внутри локального возмущения синхронизованного потока, в котором скорость меньше чем критическая скорость.

### 4.3. Неоднородные пространственно-временные структуры транспортного потока

В эмпирических данных можно наблюдать очень сложные пространственно-временные структуры в плотном транспортном потоке, образовавшиеся в результате  $F \rightarrow S$  и  $S \rightarrow J$  фазовых переходов.

Неоднородная пространственно-временная структура, которая состоит только из синхронизованного потока, называется структурой синхронизованного потока (СП). Когда задний фронт СП фиксирован вблизи узкого места на дороге, а передний фронт не распространяется против потока, такая СП называется локализованной структурой синхронизованного потока (ЛСП). Однако во многих случаях передний фронт структуры синхронизованного потока распространяется в направлении против потока. Если при этом задний фронт по-прежнему остается фиксированным вблизи узкого места, то ширина области синхронизованного потока увеличивается. Такая структура называется расширяющейся структурой синхронизованного потока (РСП). Возможна также ситуация, когда задний фронт синхронизованного потока уже не фиксирован вблизи узкого места, а оба фронта синхронизованного потока движутся в направлении против потока. Такая структура называется бегущей, или мигрирующей структурой синхронизованного потока (МСП).

Разница между пространственно-временными структурами, состоящими из только синхронизованного потока, и широкими движущимися кластерами становится особенно ясной, когда РСП или МСП достигают следующего узкого места, расположенного вверх по течению транспортного потока. В таком случае структура синхронизованного потока «захватывается» на этом узком месте (так называемый «catch-effect» в английской терминологии), и возникает новая пространственно-временная структура в транспортном потоке. Напротив, широкий движущийся кластер не захватывается вблизи узкого места, а распространяется дальше против потока, то есть пробегая через узкое место на дороге. Кроме того, в отличие от широкого движущегося кластера, структура синхронизованного потока, даже если она распространяется в виде МСП, не имеет характеристических параметров. В результате скорость заднего фронта МСП может заметно меняться в процессе распространения и может быть разной у разных МСП. Данные особенности структур синхронизованного потока и широких движущихся кластеров вытекают из определения фаз  $S$  и  $J$ .

Наиболее типичная пространственно-временная структура плотного транспортного потока состоит из обеих фаз  $S$  и  $J$ . Такая структура называется общей структурой плотного потока (ОП). На многих скоростных автомагистралях узкие места, связанные с въездами/выездами, располагаются очень близко друг к другу. Пространственно-временная структура,

в которой синхронизованный поток охватывает два и более узких места, называется единой структурой плотного потока (ЕП). ЕП может состоять только из синхронизованного потока, тогда она называется ЕСП (единая структура синхронизованного потока). Однако обычно широкие движущиеся кластеры возникают в синхронизованном потоке. В этом случае ЕП называется ЕОП (единая общая структура плотного потока).

Рассмотрены основные качественные положения теории трех фаз Кернера, которые начиная с 2002 года были использованы как теоретический базис при создании целого ряда микроскопических и макроскопических трехфазных моделей транспортного потока.

## 5. МОДЕЛИ ЗАДЕРЖКИ И ДЛИНЫ ОЧЕРЕДИ НА РЕГУЛИРУЕМОМ ПЕРЕКРЕСТКЕ

Продолжительность задержки транспортных средств получила широкое применение в качестве критерия оптимизации управления, как на отдельном пересечении, так и сети. Существует два основных подхода к определению задержки транспортных средств. Первый подход основан на макроскопической модели описания транспортного потока и определяет задержку как потери времени на вынужденные остановки транспортных средств перед перекрестками, железнодорожными переездами, при заторах на перегонах, а также из-за снижения скорости транспортного потока по сравнению со средней скоростью свободного движения на данном участке дороги:

$$d = \sum_i l_i \left( \frac{1}{v_i^{free}} - \frac{1}{v_i} \right); \quad (5.1)$$

где  $v_i^{free}$  – скорость свободного движения на  $i$  участке;  $v_i$  – наблюдаемая скорость движения на  $i$  участке;  $l_i$  – длина  $i$  участка.

Второй подход определяет задержку в терминах системы массового обслуживания как среднее время ожидания автомобиля в очереди. Под длиной очереди при этом понимается количество транспортных средств, ожидающих обслуживания перед перекрестком.

### 5.1. Модель задержки и очереди на изолированном перекрестке

На практике первый подход, как правило, используется для оценки качества проектных решений по организации движения, в то время как второй подход к определению задержки получил распространение при решении задач оптимального управления светофорными объектами.

По характеру описания свойств транспортного потока принято различать детерминированные и стохастические модели задержки. В практике управления дорожным движением получили распространение модели, сочетающие в себе как детерминированную, так и стохастическую составляющие задержки.

Детерминированная составляющая задержки определяется в условиях стационарности движения:

- в начале разрешающего сигнала очередь равна нулю;
- транспортные средства прибывают одинаковыми группами с интенсивностью движения  $q$  за цикл;

– разъезд осуществляется одинаковыми группами с интенсивностью равной потоку насыщения  $S$  при наличии очереди, и с интенсивностью равной интенсивности прибытия при ее разъезде;

– спрос транспортных средств не превышает пропускной способности элемента перекрестка, которую определяют как отношение потока насыщения  $S$  к отношению разрешающего сигнала ко времени цикла ( $g/c$ ).

Упрощенно процесс формирования очереди транспортных средств можно представить в форме диаграммы (рис. 5.1).

На запрещающий сигнал  $r$  формируется очередь транспортных средств с интенсивностью  $q(t)$ . При включении разрешающего сигнала  $g$  начинается разъезд очереди с интенсивностью  $q-S$ , при этом количество транспортных средств в очереди принимает максимальное значение  $Q_{\max}$ . Область под линией профиля очереди (рис. 5.2) представляет собой детерминированную задержку за цикл.

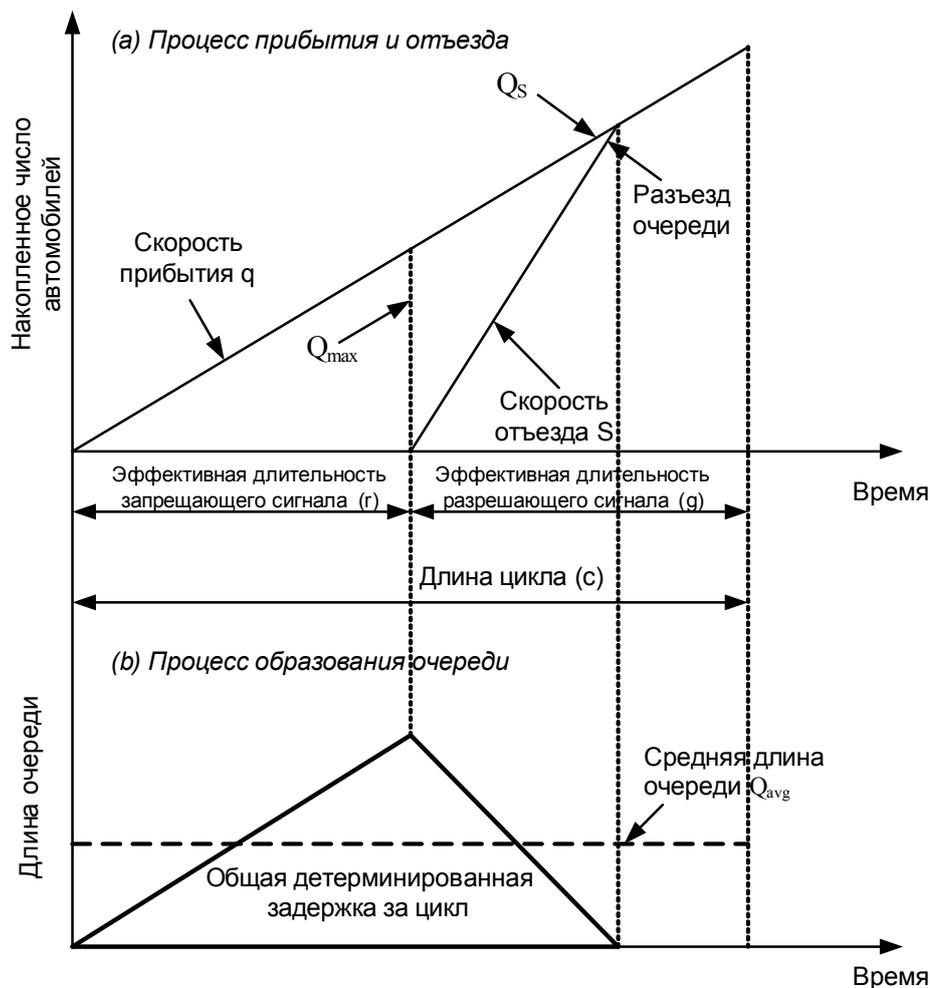


Рис. 5.1. Детерминированная составляющая модели образования задержек

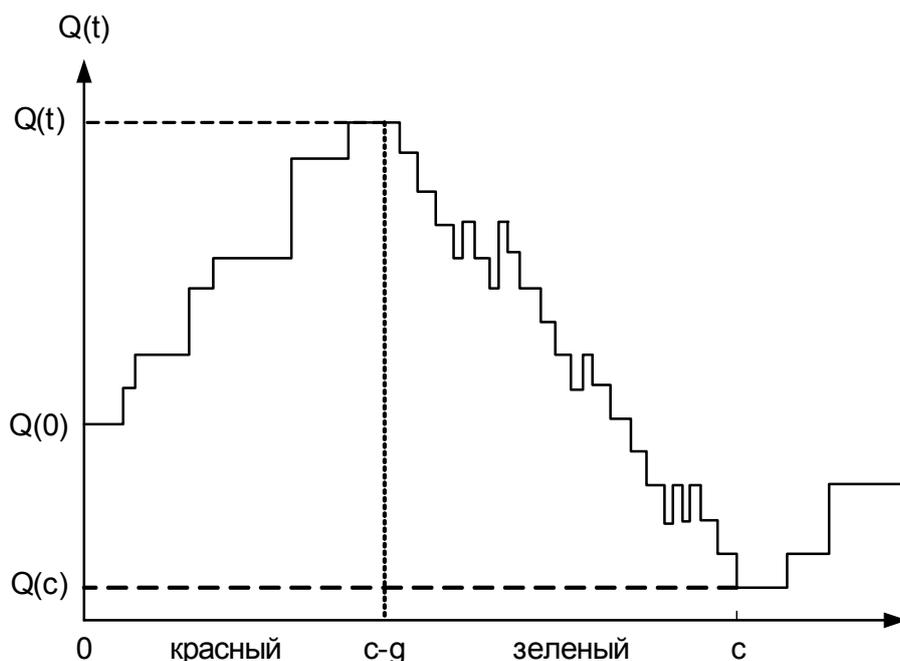


Рис. 5.2. Процесс образования очереди в течение одного цикла (по исследованиям D.McNeil)

Впервые модель оценки задержки при жестком светофорном регулировании была предложена Beckmann M. [42] с допущением о биномиальном процессе прибытия транспортных средств и детерминированном характере процесса обслуживания:

$$d = \frac{c - g}{c \cdot (1 - q / S)} \cdot \left( \frac{Q_0}{q} + \frac{c - g + 1}{2} \right), \quad (5.2)$$

где  $c$  – длительность цикла;  $g$  – эффективная длительность зеленого сигнала;  $q$  – интенсивность прибытия транспортных средств;  $S$  – интенсивность разъезда очереди;  $Q_0$  – величина остаточной очереди.

Позднее Little в [43] исследовал величину задержки на регулируемом пересечении при пуассоновском распределении транспортного потока, Darroch, J. N. [44] процесс прибытия представлял обобщенным пуассоновским процессом:

$$d = \frac{(c - g)}{2 \cdot c \cdot (1 - q / S)} \cdot \left[ (c - g) + \frac{2 \cdot Q_0}{q} + \frac{1}{S} \cdot \left( 1 + \frac{I}{1 - q / S} \right) \right], \quad (5.3)$$

где  $I = \frac{\text{var}(A)}{q \cdot h}$ ,  $\text{var}(\cdot)$  – среднеквадратическое отклонение;  $q$  – интенсивность прибытия;  $h$  – продолжительность интервала;  $A$  – число прибытий в течение интервала  $h$  –  $A = q \cdot h$ .

McNeil D. R. [45] исследовал величину задержки в предположении об общности процесса прибытия транспортных средств и постоянстве времени разезда. Общая задержка за цикл представлялась как сумма двух составляющих:

$$W = W_1 + W_2, \quad (5.4)$$

где  $W_1$  – общая задержка в фазе красного сигнала;  $W_2$  – общая задержка в фазе зеленого сигнала.

$$W_1 = \int_0^{c-g} (Q(0) + A(t))dt, \quad (5.5)$$

$$W_2 = \int_{c-g}^c (Q(t))dt, \quad (5.6)$$

где  $Q(t)$  – длина очереди в момент времени  $t$ ;  $A(t)$  – кумулятивное число прибытий в момент времени  $t$ .

В работе [46] Негман Р. и Weiss G., рассматривая случай сложного пуассоновского процесса прибытия и общего процесса обслуживания получили следующую модель:

$$d = \frac{(c-g)}{2 \cdot c \cdot (1-q/S)} \left[ (c-g) + \frac{2}{q} \cdot \left[ 1 + \frac{(1-q/S) \cdot (1-B^2)}{2 \cdot S} \right] \cdot Q_0 + \frac{1}{S} \cdot \left( 1 + \frac{I + B^2 \cdot q/S}{1-q/S} \right) \right]. \quad (5.7)$$

Исследование уравнения показало, что в случае отсутствия начальной задержки ( $Q_0 = 0$ ) и случайности транспортного процесса ( $I=0$ ), полученная задержка является постоянной составляющей задержки. Этот компонент может быть получен из простой модели с постоянным прибытием за цикл и процессом обслуживания, описанным выше. В более общем случае уравнение (5.7) требует дополнительных данных о размере очереди и величине остаточной очереди – основных ограничениях использования полученной формулы на практике.

Необходимость учета остаточной очереди послужила стимулом в проведении исследований по получению закрытой формы уравнения остаточной очереди [47–50], однако оно так и не было получено.

Необходимость оценки остаточной очереди и наличие строгих ограничений, накладываемых предположением о законе распределения прибытия транспортных средств, ограничивает применимость «точных» моделей на практике. Это положило начало исследованиям по получению приближенных формул (моделей с элементами аппроксимации) для оценки задержек с более простыми ограничениями, которые способны учитывать разнообразие реальных условий.

Первая, широко известная приближенная формула, была получена F.V. Webster [51] при сочетании теоретического подхода и численного моделирования:

$$d = \frac{c \cdot (1 - g/c)^2}{2 \cdot [1 - (g/c) \cdot x]} + \frac{x^2}{2 \cdot q \cdot (1 - x)} - 0,65 \cdot \left( \frac{c}{q^2} \right) x, \quad (5.8)$$

где  $d$  – средняя задержка за цикл, с;  $c$  – длина цикла регулирования, с;  $g$  – эффективная длительность зеленого сигнала, с;  $x$  – степень насыщения (отношение интенсивности движения к пропускной способности);  $q$  – интенсивность прибытия, авт/ч.

Первая составляющая уравнения (5.8) представляет задержку, при условии стационарности прибытия транспортного потока, а вторая составляющая определяет случайную составляющую процесса. Последняя известна как «случайная задержка» в предположении о пуассоновском процессе прибытия и постоянной интенсивности разезда транспортных средств, которая соответствует пропускной способности. Третья составляющая представляет собой корректирующее слагаемое.

Дальнейшая аппроксимация уравнения (5.7) была направлена на упрощение за счет сокращения третьего и четвертого члена уравнения, которые, как правило, имеют намного меньший порядок, чем первые два. Этот подход использовал в работе A.J. Miller [52] при выводе аппроксимирующей формулы:

$$d = \frac{(1 - g/c)}{2(1 - q/s)} \left[ c(1 - g/c) + \frac{2Q_0}{q} \right]. \quad (5.9)$$

Формула получена путем исключения второго и третьего члена уравнения (5.7). Miller также получил выражение для насыщенной очереди при пуассоновском прибытии и времени обслуживания равному продолжительности разрешающего сигнала:

$$Q_0 = \frac{\exp[-1.33 \cdot \sqrt{S \cdot g} \cdot (1 - x) / x]}{2 \cdot (1 - x)}. \quad (5.10)$$

Впоследствии Newell [48, 49] модифицировал формулу (5.9) путем добавления дополнительного корректирующего члена, позволившего повысить точность определения задержки при средней загрузке:

$$d = \frac{c \cdot (1 - g/c)^2}{2 \cdot (1 - q/S)} + \frac{Q_0}{q} + \frac{(1 - g/c) \cdot I}{2 \cdot S \cdot (1 - q/S)^2}. \quad (5.11)$$

Дальнейшие попытки повышения точности моделей не привели к существенным результатам.

Приведенные выше модели задержки требуют достижения стохастического равновесия. Для его достижения требуется бесконечное время при стабильных условиях движения (прибытие, обслуживание, регулирование). При низком отношении интенсивности потока к пропускной способности это достигается в разумных пределах времени, поэтому такие модели являются приемлемой аппроксимацией реальных процессов.

При достижении интенсивностью движения пропускной способности время, необходимое для достижения такого равновесия, обычно превышает период, в течение которого спрос является стабильным. Кроме того, во многих случаях интенсивность движения превышает пропускную способность, при этом нарушаются ограничения моделей.

Попытки преодолеть указанные ограничения были предприняты с использованием двух различных подходов. Наиболее простой подход предполагает функцию интенсивности прибытия и разъезда рассматривать как детерминированный процесс. В общем случае модель определяет кумулятивное число прибытий  $A(t)$ :

$$A(t) = \int_0^t q(\tau) d\tau, \quad (5.12)$$

и число обслуживаний  $D(t)$  при условии длины очереди в течение периода  $[0, t]$ :

$$D(t) = \int_0^t S(\tau) d\tau. \quad (5.13)$$

Текущее количество транспортных средств в системе равно:

$$Q(t) = Q_o(t) - A(t) - D(t) \quad (5.14)$$

и средняя задержка транспортных средств, в течение периода  $[0, T]$ :

$$d = \frac{1}{A(t)} \cdot \int_0^T Q(t) dt. \quad (5.15)$$

Можно использовать данную модель для регулируемого пересечения с известным режимом управления при замене  $C(t)$  на  $S(t)$  в уравнении (5.14):

$C(t) = 0$ , если горит красный сигнал;

$C(t) = S(t)$ , если горит зеленый сигнал и  $Q_o(t) > 0$ ;

$C(t) = q(t)$ , если горит зеленый сигнал и  $Q(t) = 0$ .

Детерминированные модели, подобные уравнению (5.12) применимы только при  $x \ll 1$  или  $x \gg 1$ . В иных условиях имеется тенденция недооценки величины очередей и задержек, так как не учитываются дополнительные очереди, которые возникают из-за стохастических колебаний  $q$  и  $C$ .

Второй подход предусматривает моделирование транспортного потока на перекрестке, предполагая стабильность процессов прибытия и обслужи-

вания но, не предполагая обязательного достижения стохастического равновесия. При этом проводится оценка средней задержки и длины очереди для рассматриваемого периода времени. Данный подход предусматривает аппроксимацию интенсивности прибытия некоторой функцией времени (ступенчатая, параболическая или треугольная функция) и определение соответствующего значения задержек.

В последнее время популярность приобрел метод трансформации координат. Хотя метод и использует стабилизированную кривую очереди, полученную по классической теории, в результате получается временно-зависимая формула задержки.

Основой развития данного метода послужили следующие наблюдения:

– при низкой степени насыщения ( $x \ll 1$ ) задержка всегда равна такому значению, которое может быть при постоянной плотности в течение всего времени;

– при высокой степени насыщения ( $x \gg 1$ ) задержка может быть описана с разумной степенью точности следующим детерминированным выражением:

$$d = d_1 + \frac{T}{2} \cdot (x - 1), \quad (5.16)$$

где  $d_1$  – задержка, наблюдаемая при низкой плотности (постоянная задержка);  $T$  – анализируемый период, в течение которого интенсивность движения стабильна;

– модели задержки при стабильных состояниях асимптотически приближаются к оси  $y$  ( $y=q/S$ ), т.е. дают бесконечную задержку при насыщенном состоянии ( $x=q/C=1$ ). Метод трансформации координат передвигает первоначальную кривую метода стабильных состояний до асимптотического приближения к детерминированной линии перенасыщения (рис. 5.3) – второй составляющей уравнения (5.16).

Горизонтальное расстояние между предложенной кривой задержки и ее асимптотой равно расстоянию между кривой «стабильной» модели и вертикальной линией  $x=1$ .

Имеется два ограничения относительно применения формулы:

- 1) первоначальная длина очереди равна нулю (в начале периода  $[0, T]$ );
- 2) интенсивность движения постоянна в течение периода  $[0, T]$ .

В результате моделирования установлена адекватность полученного метода. Таким образом, данная техника является полезной в практике. Принципиальный недостаток заключается в добавлении ограничений, которые недостаточно теоретически обоснованы. Указанные выше трудности были преодолены другими авторами путем аппроксимации действительной интенсивности движения ступенчатой функцией.

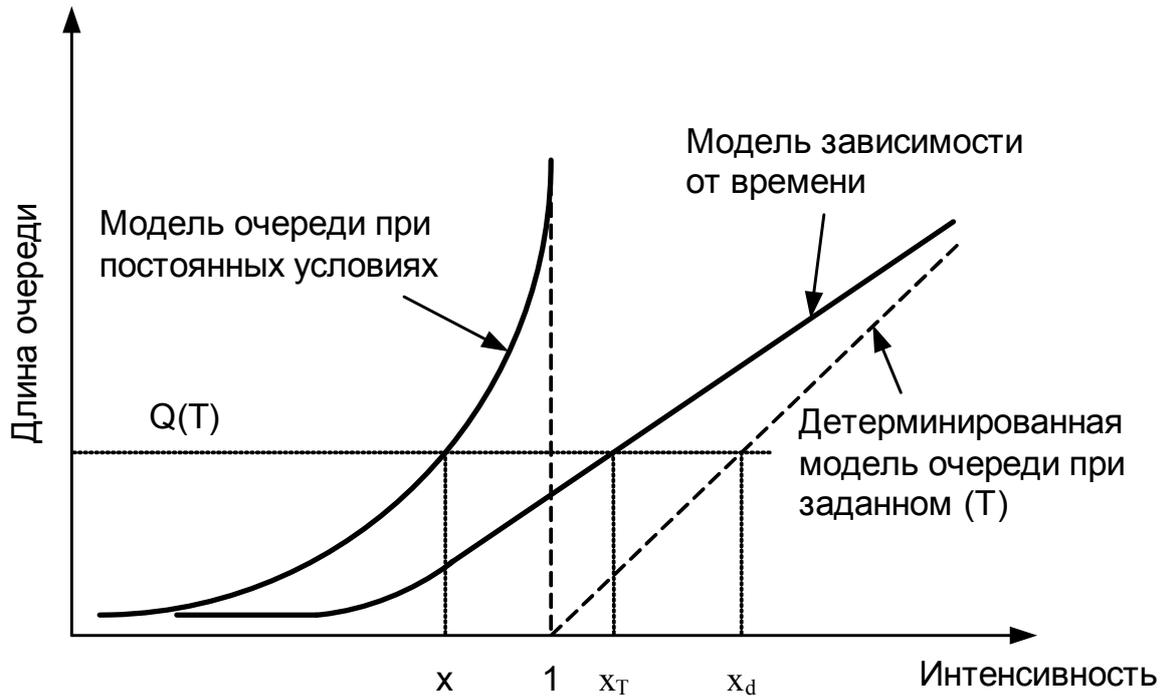


Рис. 5.3. Метод трансформации координат

Для выполнения практических расчётов задержки транспортных средств как в условиях ненасыщенного движения ( $v/c < 1.0$ ), так и в условиях перенасыщения ( $v/c > 1.0$ ), хорошо себя зарекомендовала модель Highway Capacity Manual (HCM) [53, 54]. Модель задержки была получена с использованием, как эмпирических данных, так и теоретических соотношений. Уравнение включает три составляющих задержки:

$$d = d_1 PF + d_2 + d_3, \quad (5.17)$$

где  $d_1$  — постоянная составляющая задержки (uniform delay), с/авт;  $PF$  — фактор прогрессии;  $d_2$  — случайная задержка (incremental delay), с/авт.;  $d_3$  — задержка перенасыщения (initial queue delay).

Постоянная составляющая задержки вычисляется как:

$$d_1 = 0.5 \cdot C \frac{(1 - g/C)^2}{1 - (\min(1, X) \cdot g/C)}, \quad (5.18)$$

где  $C$  — длительность цикла, с;  $g/C$  — отношение длительности разрешающего сигнала к циклу регулирования для группы полос движения;  $X$  — степень насыщенности группы полос движения ( $v/c$ );  $c$  — пропускная способность группы полос движения  $c = s \cdot g/C$ , авт/ч;  $s$  — поток насыщения для группы полос движения, авт/ч;  $v$  — транспортный спрос.

Случайная задержка определяется с учетом нестационарности процесса формирования очереди:

$$d_2 = 900T \left\{ (X - 1) + \sqrt{(X - 1)^2 + \frac{8kIX}{cT}} \right\}, \quad (5.19)$$

где  $T$  – продолжительность периода анализа в часах;  $k$  – коэффициент корректировки, учитывающий способ управления (адаптивное или предрассчитанное);  $I$  – коэффициент корректировки, учитывающий влияние соседних перекрестков.

Для предрассчитанного управления величина  $k = 0,50$ . Для транспортно-зависимых контроллеров величина  $k$  вычисляется как функция степени насыщенности и  $k_{\min}$ , используя следующую формулу:

$$k = (1 - 2 \cdot k_{\min})(X - 0,5) + k_{\min}, \quad (5.20)$$

где  $X$  – величина, меньшая 0,5 устанавливается равной 0,5;  $k_{\min}$  – временной интервал, характеризующий наличие разрыва в транспортном потоке.

Результатирующее влияние величины  $k$  должно уменьшить задержку при транспортно-зависимом управлении, в условиях низких степеней насыщенности.

Величина  $I$ -фактора равна 1,0 для изолированных регулируемых пересечений. Для координированных пересечений, величина  $I$ -фактора является функцией от степени насыщенности расположенных по ходу движения направлений ( $X_u$ ):

$$I = 1,0 - 0,91X_u^{2,68}. \quad (5.21)$$

Когда степень насыщенности восходящего потока больше чем 1,0, устанавливается равным 1,0, что в свою очередь ограничивает  $I$ -фактор минимальной величиной 0,09. Результатирующее влияние  $I$ -фактора должно уменьшить задержку потоков, которые насыщены. Другими словами, движение в ненасыщенных условиях, имеет более широкое разнообразие профилей транспортного потока, таким образом, увеличивая вероятности неэффективного использования фазы на расположенном вниз по ходу движения пересечении.

Задержка перенасыщения определяется величиной остаточной очереди на анализируемом периоде по формуле:

$$d_3 = \frac{1800 \cdot Q_b (1 + u) \cdot t}{cT}; \quad (5.22)$$

$$t = \begin{cases} 0 \text{ при } Q_b = 0 \\ \min \left( T, \frac{Q_b}{c(1 - \min(1, X))} \right); \end{cases}$$

$$u = \begin{cases} 0 & \text{при } t < T \\ 1 - \frac{cT(1 - \min(1, X))}{Q_b} & \end{cases}$$

где  $Q_b$  – величина остаточной очереди, авт;  $t$  – продолжительность неудовлетворения спроса, ч.

Постоянная составляющая задержки  $d_1$ , в период наличия остаточной очереди будет вычисляться при  $X=1,0$ , для периода  $(T-t)$  отсутствия остаточной очереди будет использоваться актуальное значение  $X$ :

$$d_1 = 0,5 \cdot C \frac{(1 - g/C)^2}{1 - g/C} \cdot \frac{t}{T} + 0,5 \cdot C \frac{(1 - g/C)^2}{1 - (\min(1, X) \cdot g/C)} \cdot PF \cdot \frac{T-t}{T}. \quad (5.23)$$

Длина очереди  $Q_j$  определяется формулой:

$$Q = Q_1 + Q_2; \quad (5.24)$$

$$Q_1 = PF_2 \frac{\frac{v_L C}{3600} \left(1 - \frac{g}{C}\right)}{1 - \min(1, X_L) \frac{g}{C}}; \quad (5.25)$$

$$Q_2 = 0.25 \cdot c_L T \left[ (X_L - 1) + \sqrt{(X_L - 1)^2 + \frac{8k_B X_L}{c_L T} + \frac{16k_B Q_{bL}}{(c_L T)^2}} \right], \quad (5.26)$$

где  $v_L$  – интенсивность движения по полосе движения, авт/ч;  $s_L$  – поток насыщения по полосе движения, авт/ч;  $c_L$  – поток по полосе движения, авт/ч;  $Q_{bL}$  – остаточная очередь по полосе движения, авт;  $X_L$  – загруженность полосы движения ( $q_L/c_L$ );  $PF_2$  – коэффициент прогрессии;  $k_B$  – коэффициент, связанный с сокращением времени прибытия к фронту очереди.

## 5.2 Математическая модель сетевого движения транспортных потоков

Периодичность работы светофорного объекта формирует на выходе группы автомобилей, движущиеся по исходящим транспортным связям. Было замечено, что вследствие дисперсии скоростей транспортных средств, происходит изменение параметров группы вплоть до ее полного распада. Это явление получило название распада или дисперсии группы. Расеу G.M. [55] получил распределение времени прохождения автомоби-

лей  $f(\cdot)$  по транспортной связи, исходя из нормального распределения скоростей и неограниченной возможности обгона:

$$f(\tau) = \frac{D}{\tau^2 \sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{\left( \frac{D}{\tau} - \frac{D}{\bar{\tau}} \right)^2}{2\sigma^2} \right], \quad (5.27)$$

где  $D$  – расстояние от стоп-линии до точки наблюдения;  $\tau$  – индивидуальное время прохождения автомобилем расстояния  $D$ ;  $\bar{\tau}$  – среднее время прохождения расстояния  $D$ ;  $\sigma$  – дисперсия скорости.

Распределение времени прохождения используется для преобразования профиля транспортного потока при движении по транспортной связи на дистанцию  $D$ :

$$q_2(t_2) dt_2 = \int_{t_1} q_1(t_1) f(t_2 - t_1) dt_1 dt_2, \quad (5.28)$$

где  $q_2(t_2) dt_2$  – общее количество автомобилей, проходящих через некоторую точку, расположенную на некотором расстоянии от стоп-линии в интервале  $(t, t+dt)$ ;  $d_1(t_1) dt_1$  – общее количество автомобилей, проходящих через стоп-линию;  $f(t_2 - t_1)$  – плотность вероятности времени движения  $(t_2 - t_1)$

Дискретный вариант формулы (5.28):

$$q_2(j) = \sum_i q_1(i) g(j - i), \quad (5.29)$$

где  $i$  и  $j$  – дискретные интервалы гистограммы прибытия.

### 5.2.1. Модель группового движения в форме кусочно-постоянной функции

Для прикладных расчетов в работе [56] предложена аппроксимация зависимости  $q(t)$  кусочно-постоянной функцией для расчета сдвига включения разрешающих сигналов в сети со светофорным регулированием.

Прибывающий к перекрестку поток характеризуют изменением во времени при постоянных средних характеристиках интенсивности  $q(t)$ . На выходе с перекрестка поток определяется временной длиной  $p$  группы автомобилей и средней интенсивностью потока  $q'$  в течение эффективного зеленого сигнала (рис. 5.4).

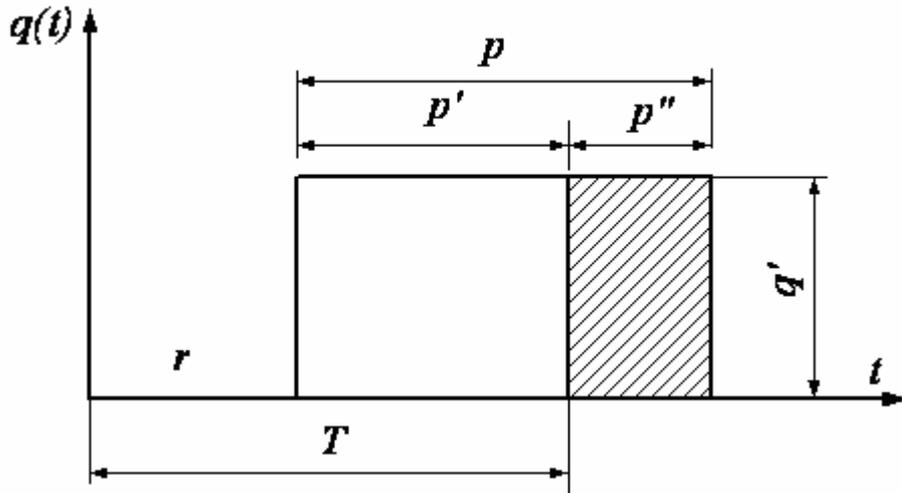


Рис. 5.4. Аппроксимация группового движения кусочно-постоянной функцией

Временная длина определяется следующим образом:

$$p = p' + pp'', \quad (5.30)$$

где  $p'$  – длительность эффективного зеленого сигнала.

Величина  $p''$  обусловлена поворотными потоками на перегоне и рассчитывается по формуле:

$$p'' = \frac{q_{\text{пов}} T}{q'}, \quad (5.31)$$

где  $q_{\text{пов}}$  – суммарная интенсивность поворотных потоков.

Причем величина  $q'$  связана со средней интенсивностью  $q$ , соотношением:

$$q' = \frac{qT}{t_{\text{эф}}}; \quad (5.32)$$

где  $t_{\text{эф}}$  – эффективная длительность зеленого сигнала.

По мере удаления от перекрестка характеристики (модельные) потока изменяются. Если  $t$  – среднее время движения (от перекрестка) до рассматриваемого сечения перегона, то в этом сечении  $p(t)$  и  $q(t)$  могут быть определены по формулам:

$$p(t) = p(0)e^{0,008t}, \quad (5.33)$$

$$q(t) = q(0) \frac{p(0)}{p(t)}, \quad (5.34)$$

$$p(0) = p' + p'', \quad (5.35)$$

$$q(0) = q'. \quad (5.36)$$

Причем, если оказывается, что  $p(t) > T$ , то в силу физических соображений принимается  $p(t) = T$ .

Длительность задержки  $z$  и число остановок  $N$  транспортных средств (за цикл) могут быть определены следующим образом:

$$z = q \cdot r \cdot \alpha + \frac{q \cdot \alpha^2}{2} \left( \frac{q}{C} - 1 \right) + q \cdot \gamma \cdot \beta + q \cdot \left( \frac{q}{C} - 1 \right) \cdot \frac{\beta^2}{2}, \quad (5.37)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha &= \min \left( x, \frac{C \cdot r}{C - q} \right); \beta = \min \left( p, \frac{C \cdot \gamma}{C - q} \right); \\ \gamma &= \max \left( 0, r + \frac{q \cdot x}{C} - \tau \right); x = \max(\tau + p - T, 0); \\ N &= q(\alpha + \beta). \end{aligned}$$

Величина момента  $\tau$  появления лидера в цикле рассчитывается по формуле:

$$\tau = \delta_1 - \delta_2 + 0,8\bar{t} + r - (n-1) \cdot T, \quad (5.38)$$

где  $\bar{t}$  – время движения по (перегону).

Причем величина  $n$  выбирается таким образом, чтобы имело место неравенство:

$$0 \leq \tau < T.$$

Более точно (с учетом пуассоновского характера потока) величина задержки (за цикл) может быть оценена по формуле:

$$z = q \cdot r \cdot \alpha + \frac{q \cdot \alpha^2}{2} \left( \frac{q}{C} - 1 \right) + q \cdot \gamma \cdot \beta + q \left( \frac{q}{C} - 1 \right) \frac{\beta^2}{2} + \frac{0,4 \cdot x_1^2 \cdot T}{1 - x_1}; \quad (5.39)$$

где

$$x_1 = \frac{q \cdot T}{C \cdot (T - r)}.$$

Средняя длительность задержки  $z_1$  и среднее число остановок  $N_1$  транспортного средства определяются, как

$$z_1 = \frac{z}{q \cdot T}, \quad (5.40)$$

$$N_1 = \frac{N}{q \cdot T}. \quad (5.41)$$

Полученные расчетные соотношения позволяют найти задержку при остановке транспортных средств. Величина полной задержки  $z'$  (с учетом снижения скорости в зоне перекрестка) находится приближенно по формуле:

$$z' = 1,04 \cdot z + 6,43. \quad (5.42)$$

К недостаткам приведенной модели сетевого движения следует отнести фиксированную степень дисперсии группы автомобилей и предположение о том, что все прибывающие к перекрестку автомобили останавливаются на стоп-линии.

### 5.2.2. Модель группового движения в форме ряда Фурье

Оригинальная модель преобразования групп автомобилей предложена в работе [57]. Поступающие в сечение  $a$  транспортные средства разделены на  $n$  типов, каждый из которых появляется с вероятностью  $f_w$  ( $w=1, \dots, n$ ). Значения  $f_w$  могут быть различными в конкретных дорожных ситуациях, но всегда  $\sum_{w=1}^n f_w = 1$ .

Пусть в сечении  $a$  перегона функция средней интенсивности имела вид  $q_a(t)$  – периодическая функция времени  $t$  периода. По перегону транспортное средство каждого типа движется со случайной скоростью. Требуется найти вид периодической функции интенсивности  $q_b(t)$  в сечении  $b$  перегона  $ab$ .

Важность этой задачи трудно переоценить. Имея достаточно простую формулу пересчета входящего на перегон потока в поток, покидающих перегон, можно описать достаточно точно в аналитическом виде и процесс работы перекрестка.

На форму потока  $q_b(t)$  оказывают влияние практически все параметры потока и дороги, т. е. распределение случайных скоростей в транспортном потоке, определяющее вид функции  $q(t)$ , зависит от характера взаимодействия транспортных средств на дороге и параметров перегона.

Введем два предположения относительно случайного характера движения транспортных средств по перегону  $ab$ , которые оказываются весьма реалистичными и позволяют получить требуемые аналитические зависимости:

1. Пусть среднее время  $\tau_w$  и дисперсия времени  $\Theta_w$  проезда транспортным средством  $w$ -го типа единицы длины перегона  $ab$  зависят не от формы потока  $q(t)$ , а от средней по циклу регулирования интенсивности  $q$  потока на перегоне:

$$q = \int_0^c q(t) dt / c. \quad (5.43)$$

Естественно при этом, что переменные  $\tau_w$  и  $\Theta_w$  зависят также от состава потока, динамических характеристик транспортных средств, ширины проезжей части дороги и других факторов.

2. Пусть случайное время  $\tau$  движения транспортной единицы  $w$ -го типа по перегону  $ab = L$  распределено по нормальному закону:

$$\varphi_w(\tau/L) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Theta_w}} e^{-\frac{(\tau-\tau_w L)^2}{2\Theta_w}}. \quad (5.44)$$

Предположение 1 было проверено на статистической модели и оказалось достаточно точным. Вторая предпосылка часто применяется при исследованиях дорожного движения.

Введенных предположений оказывается достаточно для вывода зависимости  $q_b(t)$ , как функции основных параметров.

Действительно, число  $q_b(t)dT$  прибывших в сечение  $b$  транспортных единиц в интервале времени  $[T, T+dT]$  равно числу  $q_a(t)(T-\tau)dT$  единиц, вышедших из сечения  $a$  в интервале  $[T-\tau, T-\tau+dT]$ , умноженному на вероятность  $\varphi_w(\tau/L)$  того, что транспортная единица  $w$ -го типа прошла расстояние  $L$  за время  $t$ . Учитывая частоту  $f_w$  прибытия единицы  $w$ -го типа в сечение  $a$  и вероятностный характер ее движения, несложно получить требуемое соотношение:

$$q_b(T) = \sum_{w=1}^n f_w \int_{-\infty}^{+\infty} q_a(T-\tau) \varphi_w(\tau/L) d\tau. \quad (5.45)$$

Формула значительно упрощается, если функцию  $q_a(t)$  разложить в ряд Фурье. Обозначив приближение  $q_a(t)$  как  $\mu_a(t)$ :

$$\mu_a(t) = q_0 + \sum_{n=1}^k \left[ a_n \cos\left(\frac{2\pi}{c}nt\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi}{c}nt\right) \right], \quad (5.46)$$

где

$$a_n = \frac{2}{c} \int_0^c q_a(t) \sin\left(\frac{2\pi}{c}nt\right) dt;$$

$$b_n = \frac{2}{c} \int_0^c q_a(t) \cos\left(\frac{2\pi}{c}nt\right) dt.$$

Известно, что при увеличении  $k$  числа членов ряда Фурье приближение  $\mu_a(t)$  к функции  $q_a(t)$  любого вида становится более точным, а при  $k \rightarrow \infty$   $\mu_a(t) = q_a(t)$ . В практических случаях достаточным бывает учитывать лишь несколько первых членов ряда Фурье. Пусть, например, поток,

поступающий в сечение  $a$ , имеет вид, изображенный на рис.5.5 (жирная линия):

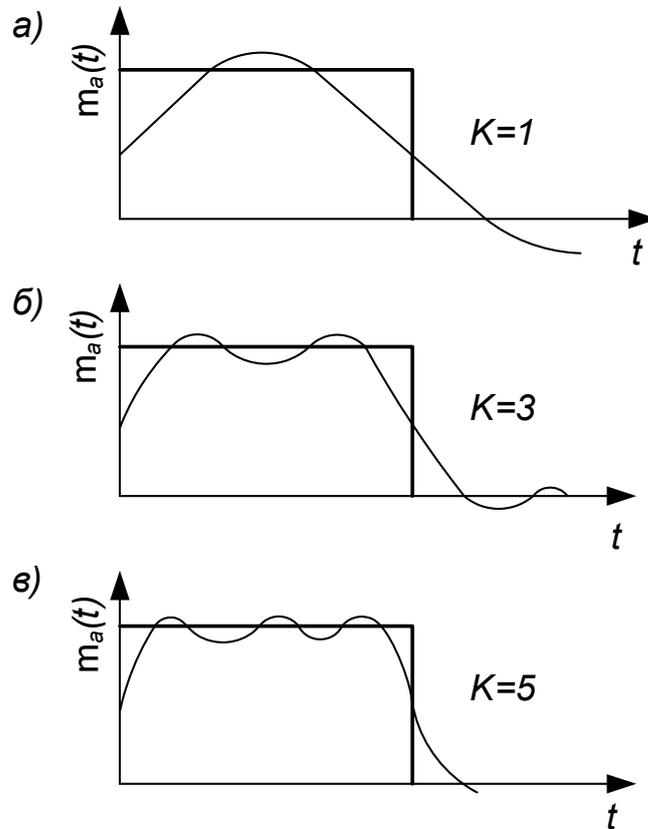


Рис. 5.5. Приближение функции  $q_a(t)$  рядом Фурье

При зеленом сигнале светофора транспортные средства поступают в сечение  $a$  с интенсивностью  $s$ . При красном сигнале интенсивность потока равна нулю. Приближение  $\mu_a(t)$  записывается для этого случая в следующем виде:

$$\mu_a(t) = \frac{s}{2} + \frac{2s}{\pi} \left[ \frac{\sin \frac{2\pi}{c} t}{1} + \frac{\sin \frac{2\pi}{c} 3t}{3} + \frac{\sin \frac{2\pi}{c} 5t}{5} + \dots \right]. \quad (5.47)$$

На рис. 5.5 изображены приближения  $\mu_a(t)$  для  $k=1, 3, 5$ . Уже при  $k=3$  приближение часто оказывается удовлетворительным для практических целей.

После соответствующих преобразований получим выражение:

$$\mu_b(t) = \sum_{w=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\Theta_w}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \sum_{n=1}^k \left[ a_n \cos\left(\frac{2\pi}{c} nt\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi}{c} nt\right) \right] \right\} e^{-\frac{(\tau-\tau_w L)^2}{2\Theta_w}}, \quad (5.48)$$

где  $\mu_b(t)$  – приближение  $q_b(t)$ .

Выполнив операцию интегрирования, после соответствующих преобразований получим:

$$\mu_b(t) = q + \sum_{n=1}^k \left[ a'_n \cos\left(\frac{2\pi}{c}nt\right) + b'_n \sin\left(\frac{2\pi}{c}nt\right) \right], \quad (5.49)$$

где

$$a'_n = \sum_{w=1}^n \left[ a_n \cos\left(\frac{2\pi}{c}L\tau_w n\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi}{c}L\tau_w n\right) \right] \frac{f_w}{\sqrt{2\pi\Theta_w L}} e^{-\frac{2(\pi n)^2}{c}\Theta_w L};$$

$$b'_n = \sum_{w=1}^n \left[ a_n \sin\left(\frac{2\pi}{c}L\tau_w n\right) + b_n \cos\left(\frac{2\pi}{c}L\tau_w n\right) \right] \frac{f_w}{\sqrt{2\pi\Theta_w L}} e^{-\frac{2(\pi n)^2}{c}\Theta_w L}.$$

Поскольку время движения по перегону величина случайная, то можно определить не только форму группы  $q_b(t)$ , т. е. усредненную характеристику, но и дисперсию  $D$  числа транспортных средств, поступающих в сечение  $b$  за время, равное  $c$  – циклу светофорной сигнализации.

Дисперсия  $D$  записывается в виде:

$$D = q \left[ c - \sum_{w=1}^n \frac{f_w}{\sqrt{4\pi\Theta_w L}} \int_0^c \int_0^c e^{-\frac{(t_1-t_2)^2}{2\Theta_w L}} dt_1 dt_2 \right]. \quad (5.50)$$

### 5.2.3. Модель TRANSYT

Несколько иной подход видим в модели, использованной при разработке программы TRANSYT [58, 59]. Моделирование движения производится на основе преобразования профилей транспортных потоков при их движении по транспортным связям и через перекрестки. Различают три типа профилей – *IN*-профиль, *GO*-профиль и *OUT*-профиль.

*GO*-профиль (профиль потока насыщения) – это норма потока, который проезжал бы через стоп-линию при насыщенном разрешающем сигнале. Фактически *GO*-профиль представляет собой профиль потока насыщения на регулируемом пересечении. Для конфликтующих потоков *GO*-профиль определяется согласно соответствующим моделям просачивания.

*OUT*-профиль (профиль исходящего потока) – это профиль потока, фактически проезжающего стоп-линию. При наличии очереди *OUT*-профиль равен *GO*-профилю, после разъезда очереди на оставшееся время эффективного разрешающего сигнала *OUT*-профиль равен *IN*-профилю:

$$OUT_t = \begin{cases} 0, & \text{если } u(t) = 0 \\ GO_t, & \text{если } u(t) = 1 \text{ и } m_t > 0, \\ IN_t, & \text{если } u(t) = 1 \text{ и } m_t = 0 \end{cases} \quad (5.51)$$

где  $u(t)$  – бинарная функция управления, принимающая значение «1» при включенном разрешающем сигнале и «0» при запрещающем;  $m_t$  – количество автомобилей в очереди.

Количество автомобилей в очереди определяется следующей итерационной процедурой:

$$m_t = \max\{(m_{t-1} + q_t - s_t), 0\}, \quad (5.52)$$

где  $m_t$  – число автомобилей в очереди в интервале времени  $t$  на данной связи;  $q_t$  – число автомобилей, прибывающих за интервал  $t$  согласно IN-профилю;  $s_t$  – число автомобилей отъезжающих за интервал  $t$ , согласно GO-профилю.

На каждой внутренней связи сети происходит преобразование *OUT*-профиля в соответствующий *IN*-профиль следующим рекуррентным уравнением:

$$v_{(t+\beta T)} = F \cdot v_t + [(1 - F) \cdot v_{(t+\beta T-1)}], \quad (5.53)$$

где  $v_{(t+\beta T)}$  – предсказанная интенсивность в интервале времени  $t + \beta T$  предсказанной группы;  $v_t$  – интенсивность начальной группы во время шага  $t$ ;  $\beta$  («бета») – эмпирический фактор, равный в общем случае 0.8;  $T$  – время прохождения маршрута на связи, в шагах;  $F$  – фактор сглаживания, где:

$$F = (1 + \alpha \cdot \beta \cdot T)^{-1}, \quad (5.54)$$

где  $\alpha$  («альфа»-фактор) – полученная опытным путем константа, именуемая фактором дисперсии группы (*PDF*).

Эффект фактора дисперсии групп (*PDF*) основан на натуральных исследованиях [58]. TRANSYT предполагает значение альфа-фактора по умолчанию 0,35, которое также основано на эмпирических исследованиях, выполненных Transport and Road Research Laboratory.

В основе популярности TRANSYT лежит возможность калибровки *PDF*, что обеспечивает высокую реалистичность результатов. В идеале *PDF* должен быть откалиброван таким образом, чтобы профили потока модели как можно ближе соответствовали наблюдаемым профилям потока. При отсутствии данных полевых наблюдений предполагается использование табличных значений *PDF* (табл. 5.1).

В TRANSYT используется модель задержки Highway Capacity Manual, причем постоянная задержка определяется путем суммирования профиля очереди, что не требует для оценки фактора прогрессии:

$$d_1 = \frac{\sum_t^N m_t}{N}, \quad (5.55)$$

где  $m_t$  – длина очереди в числе автомобиля во время шага  $t$ ;  $N$  – число шагов в цикле.

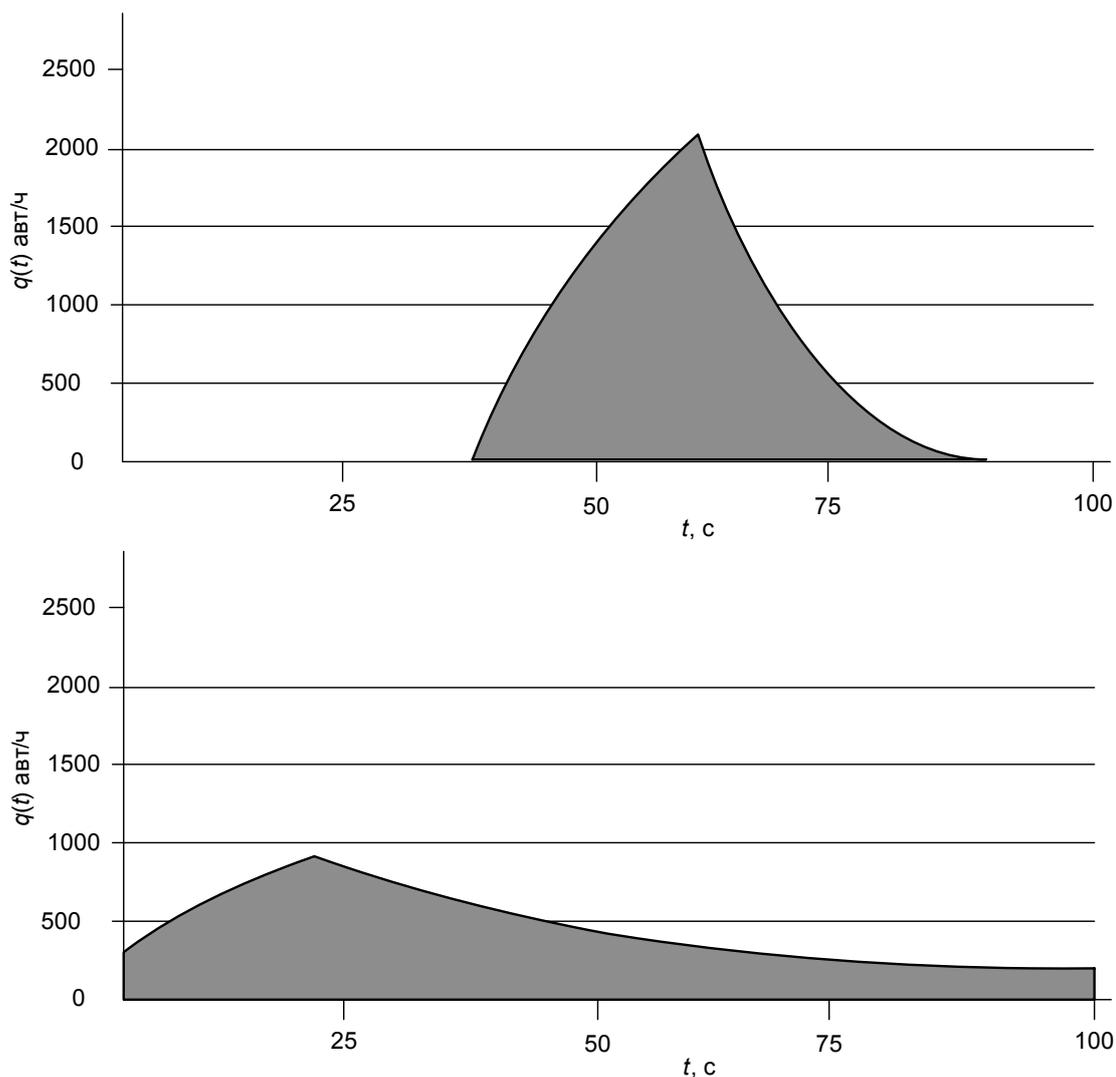


Рис. 5.6. Дисперсия группы автомобилей

Т а б л и ц а 5 . 1

Значения  $PDF$ -фактора в зависимости от условий движения

$PDF$	Характеристика дороги	Описание состояний
0,5	Тяжелые условия	Комбинация стоянки, умеренные к тяжелые повороты, умеренный или интенсивный пешеходный поток, узкая ширина полосы движения. Поток транспорта типичный для городского движения.
0,35	Умеренные условия	Светофорные секции для поворотных потоков, светофорное регулирование пешеходных потоков, нормальная ширина полосы движения. Магистральное или хорошо организованное городское движение.
0,25	Свободные условия	Отсутствие парковок, выделенные поворотные полосы, широкая проезжая часть. Магистральные дороги регулируемого движения.

Кроме того, при использовании пошагового моделирования TRANSYT явно определяет остаточную очередь (если она существует) и соответственно задержку перенасыщения  $d_3$ .

В тех случаях, когда пропуск левоповоротных потоков производится с конфликтом (permitted moving vehicles) для формирования  $GO$ -профиля необходимо решить задачу описания просачивания левоповоротных потоков (рис. 5.7).

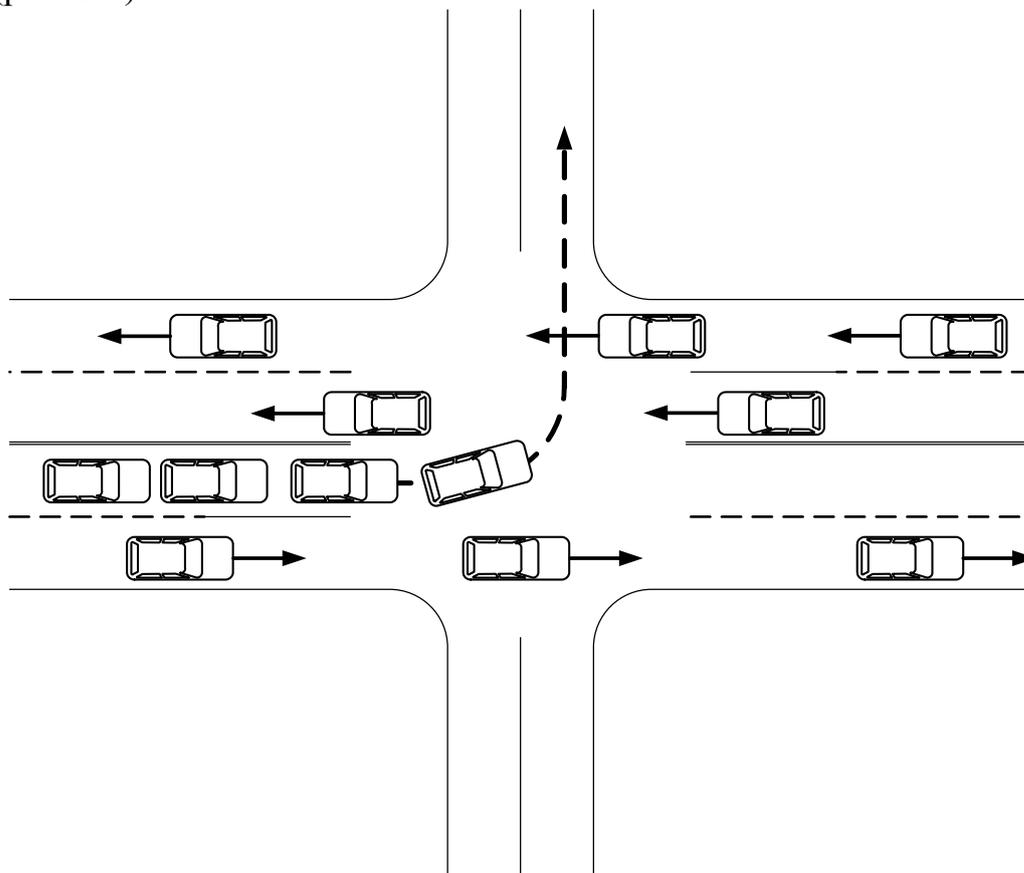


Рис. 5.7. Просачивание левоповоротных потоков

В TRANSYT данная задача решается применением следующей модели:

$$GO_{perm}(t) = \begin{cases} 0 & \text{если конфликтные потоки насыщены} \\ MFR(t) & \text{при разъезде конфликтных потоков} \end{cases}, \quad (5.56)$$

где  $MFR(t)$  – интенсивность просачивающихся потоков.

В TRANSYT реализовано несколько моделей для вычисления  $MFR(t)$  – модель Australian Road Research Board (ARRB), FHWA/TRC и др.

Модель ARRB. была разработана аналитически, но показала хорошую сходимость с данными полевых наблюдений и совместима с другими методами. Модель имеет следующий вид:

$$MFR(t) = \frac{L \cdot S \cdot \exp[-(T - D) \cdot L]}{1 - \exp(-H \cdot L)} \cdot 3600, \quad (5.57)$$

$$L = \frac{v_o(t)}{1 - \frac{D \cdot v_o(t)}{N}},$$

$$S = \left(1 - \frac{D \cdot v_o(t)}{N}\right)^N,$$

где  $v_o(t)$  – интенсивность конфликтующего приоритетного потока;  $H$  – минимальный интервал отбытия;  $D$  – минимальный интервал движения на конфликтующих полосах;  $T$  – допустимый интервал для совершения маневра;  $N$  – количество полос движения на конфликтующем направлении.

Модель FHWA/TRC изначально была разработана для моделирования нерегулируемых пересечений совместно Федеральным Дорожным Агентством США (Federal Highway Administration – FHWA) и университетом Флориды (University of Florida Transportation Research Center – TRC). На основе полевых исследований получена регрессионная модель следующего вида:

$$MFR(t) = A \cdot \exp\left(-B \cdot v_o(t)^C\right), \quad (5.58)$$

где  $A$ ,  $B$  и  $C$  – коэффициенты регрессии.

В исследованиях, проведенных в ряде университетов США, были получены следующие регрессионные модели:

$$L1: MFR(t) = A - B \cdot v_o(t);$$

$$L2: MFR(t) = A - B \cdot v_o(t) + C \cdot v_o(t)^2 \cdot T;$$

$$L3: MFR(t) = A - B \cdot v_o(t) + C \cdot v_o(t)^2 - D \cdot v_o(t)^3.$$

Значения коэффициентов регрессии для различных условий движения приведены в табл. 5.2.

Т а б л и ц а 5 . 2

Коэффициенты регрессии моделей просачивания

Модель	Количество полос движения	Скорость, км/ч	Коэффициенты			
			$A$	$B$	$C$	$D$
FHWA/ TRC	1	<64	1227	0,0244	0,71	-
		>64	1227	0,0244	0,71	-
	2 и более	<64	1436	$6,60 \cdot 10^{-4}$	1,22	-
		>64	1649	0,0101	0,83	-
L1	-	-	715	0,22		-
L2	1	-	1165	1,245	$1,4 \cdot 10^{-5}$	-
	2	-	1145	0,875	$1,2 \cdot 10^{-5}$	-
L3	1	-	1404	1,632	$8,47 \cdot 10^{-4}$	$2,14 \cdot 10^{-7}$
	2	-	1393	1,734	$9,17 \cdot 10^{-4}$	$1,96 \cdot 10^{-7}$

### 5.3. Динамика очереди транспортных средств перед регулируемым перекрестком

Приведенные выше модели задержки и очереди транспортных средств предполагают, что все прибывающие к пересечению транспортные средства размещаются на стоп-линии. В свободных условиях движения данное допущение является приемлемым. В условиях насыщенного движения становится важным не только количество автомобилей в очереди, но и ее пространственно-временное распределение по связи. Необходимость учета пространственно-временного распределения очереди по транспортной связи рассмотрим на примере, приведенном на рис. 5.8. Введем следующие обозначения для описания динамики очереди:

$f_{in}$  – положение фронта очереди, м;

$f_{out}$  – положение фронта отъезда транспортных средств, определяющего точку отъезда очередного транспортного средства.

Положение фронта очереди  $f_{in}$  определяет точку остановки прибывающих транспортных средств. При отсутствии остаточной очереди, в момент включения запрещающего сигнала формируется очередь, фронт которой в дискретном виде определяется выражением (рис. 5.8а):

$$f_{in}(k+1) = f_{in}(k) + q(k) \cdot L_{veh} \cdot \Delta; \quad (5.59)$$

где  $f_{in}(k)$  – положение фронта очереди в текущий момент, м;  $f_{in}(k+1)$  – положение фронта очереди в последующий момент, м;  $\Delta$  – шаг моделирования, с;  $L_{veh}$  – средний динамический габарит автомобиля в очереди, м;  $q(k)$  – интенсивность движения, авт/с.

В указанных условиях положение фронта очереди также может быть определено как:

$$f_{in}(k+1) = Q(k+1) \cdot L_{veh}. \quad (5.60)$$

При включении разрешающего сигнала отъезжающие транспортные средства формируют фронт отъезда  $f_{out}$  (рис. 5.8б). При этом очередь распадается на две части. Первую часть составляют неподвижные транспортные средства, вторую – движущиеся от фронта разъезда к стоп-линии. Можем записать следующее выражение, определяющее положение фронта отъезда:

$$f_{out}(k+1) = f_{out}(k) + V_{out} \cdot \Delta, \quad (5.61)$$

где  $V_{out}$  – скорость распространения фронта отъезда.

Динамика  $f_{out}$  определяется особенностями движения транспортных средств по полосе без возможности совершения обгона – движение  $n+1$  автомобиля возможно после того, как начнет движение  $n$  автомобиль.

Соответственно скорость распространения фронта отъезда может быть определена как:

$$V_{out} = \frac{L_{vech}}{\tau_{out}}, \quad (5.62)$$

где  $\tau_{out}$  – время реакции водителя на отъезд впереди идущего автомобиля, с.

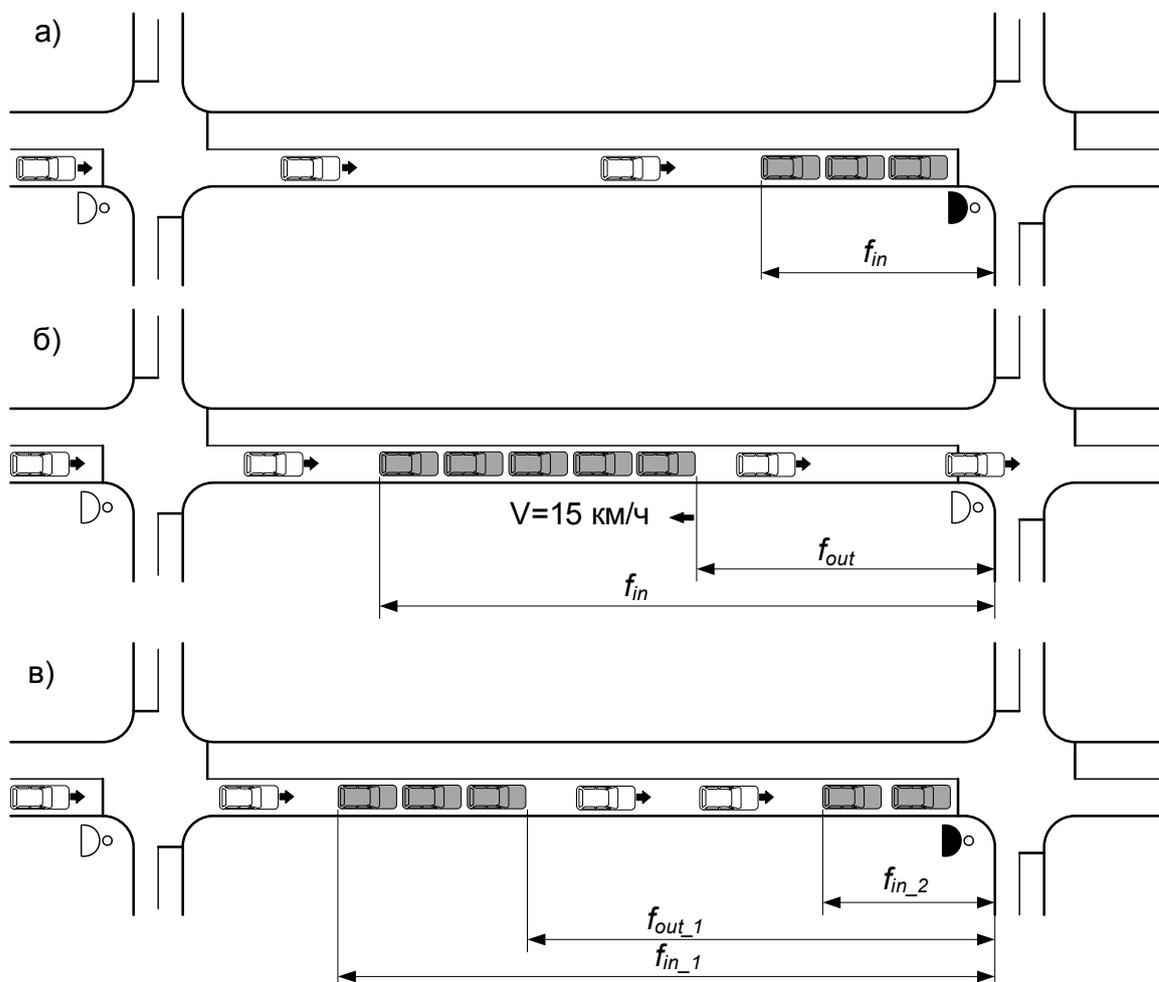


Рис. 5.8. Динамика образования очереди при насыщенном движении

При среднем динамическом габарите автомобиля 5,3 м и времени реакции водителя 1,2 с скорость распространения фронта отъезда составит 4,42 м/с (15,9 км/ч). Данные натурных исследований, приведенные в [13] показали, что скорость распространения фронта отъезда постоянна и в среднем составляет  $V_{out} = 15 \text{ км/ч}$ . С учетом стабильности  $V_{out}$  формулу (5.61) запишем следующим образом:

$$f_{out}(k+1) = f_{out}(k) + 4,167 \cdot \Delta. \quad (5.63)$$

Следует отметить, что при включении разрешающего сигнала светофора (точка  $b$  на рис. 5.9) количество автомобилей в очереди начинает сокра-

щаться, в то время как положение фронта очереди продолжает увеличиваться.

Соответственно выражение (5.60), содержащее количество автомобилей в очереди, уже не может быть использовано для вычисления фронта очереди. Исчезновение фронта очереди, и соответственно начало движения всех транспортных средств (точка  $a$  на рис. 5.9) происходит при выполнении условия:

$$f_{in}(k) = f_{out}(k). \quad (5.64)$$

С учетом формулы (5.64) положение фронта очереди будет определяться следующим образом:

$$f_{in}(k+1) = \begin{cases} 0 & \text{при } f_{out}(k) = f_{in}(k) \\ f_{in}(k) + q(k) \cdot L_{vech} \cdot \Delta \end{cases} \quad (5.65)$$

Отметим, что очередь транспортных средств после исчезновения фронта очереди продолжает существовать (на участке от точки  $a$  до  $m$   $Q(k) > 0$ ).

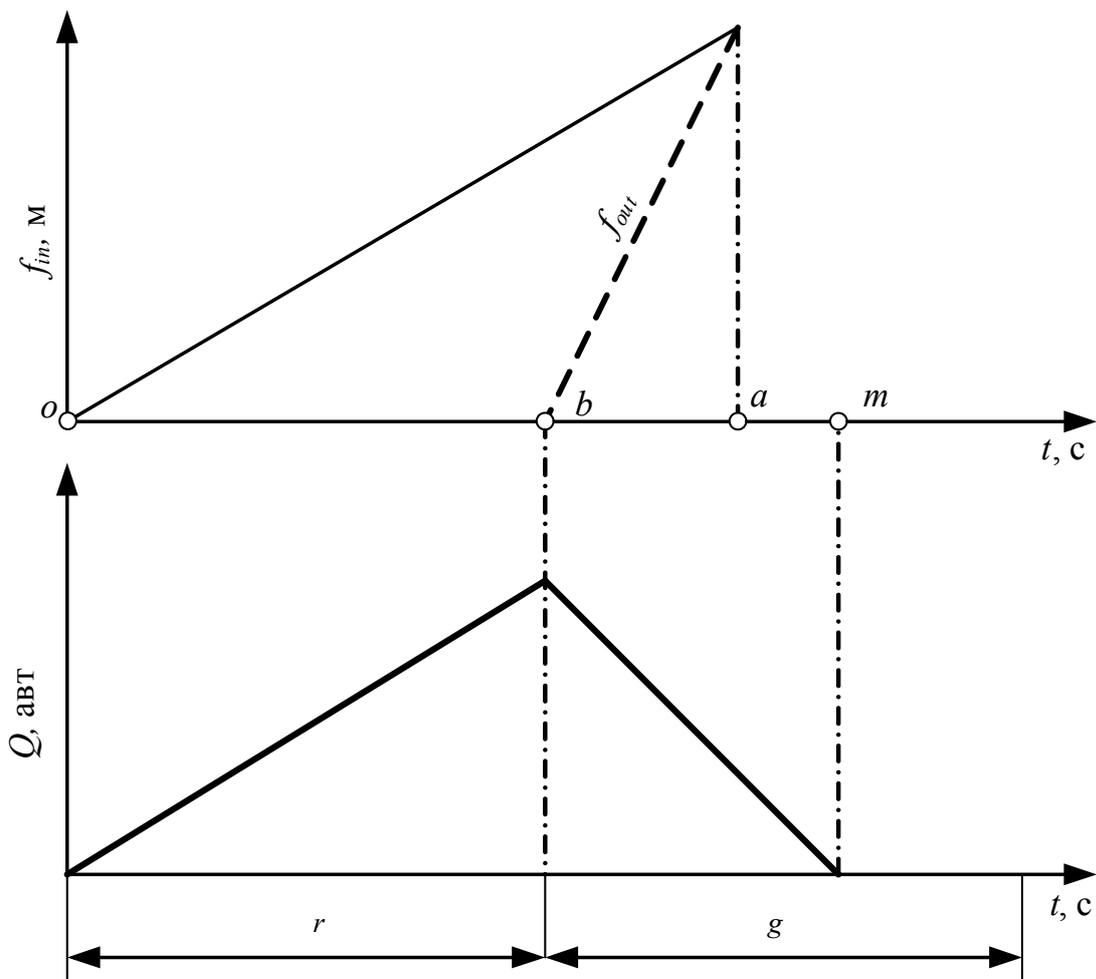


Рис. 5.9. Диаграмма соотношения очереди транспортных средств и положения фронта очереди

Выключение разрешающего сигнала светофора вновь инициирует процесс образования фронта очереди. При достаточно большой длине перегона и интенсивности движения возможно одновременное наличие двух и более фронтов очереди и разъезда на перегоне (рис. 5.8в). Таким образом, каждый светофорный цикл инициирует на транспортной связи формирование собственного фронта образования и разъезда очереди.

Сформулируем условие блокирования входящих в перегон транспортных связей с учетом приведенных выше зависимостей:

$$f_{in}(k) > L_{edg}; \quad (5.66)$$

где  $L_{edg}$  – длина перегона, м.

Выражение (5.66) определяет условие блокирования входящих транспортных связей в произвольный момент времени, в том числе и при разрешающем сигнале светофора.

Определим момент исчезновения фронта очереди и его положение при этом на транспортной связи. Выделим в цикле регулирования два характерных момента времени. В первый момент времени включен запрещающий сигнал светофора и формируется фронт очереди:

$$f_{in}^I = Q_o \cdot L_{vech} + \sum_{i=0}^r q_i \cdot L_{vech}, \quad (5.67)$$

где  $Q_o$  – остаточная очередь на связи, авт;  $q_i$  – количество прибывших автомобилей в интервале  $i$ , авт;  $r$  – длительность запрещающего сигнала.

Во второй период включается разрешающий сигнал и положение фронта очереди с учетом (5.67) будет определено следующим образом:

$$f_{in}^{II} = Q_o \cdot L_{vech} + \sum_{i=0}^b q_i \cdot L_{vech} + \sum_{j=b}^a q_j \cdot L_{vech}, \quad (5.68)$$

где  $a$  – длительность разрешающего сигнала, во время которого существует фронт очереди.

Момент исчезновения фронта очереди определяется положением точки  $a$ , вычислив которую можем решить поставленную задачу. Согласно рис. 5.9, точка  $a$  может быть найдена из выражения:

$$f_{out} = V_{out} \cdot (a - b). \quad (5.69)$$

С учетом (5.64) получим уравнение:

$$V_{out} \cdot (a - b) = Q_o \cdot L_{vech} + \sum_{i=0}^b q_i \cdot L_{vech} + \sum_{j=b}^a q_j \cdot L_{vech}; \quad (5.70)$$

Решение уравнения (5.70) относительно  $a$  при задании интенсивности движения в виде циклических профилей возможно численными методами.

Приняв допущение о равномерном характере распределения интенсивности движения в цикле регулирования, преобразуем уравнение (5.70) к следующему виду:

$$V_{out} \cdot (a - b) = Q_o \cdot L_{vech} + \bar{q} \cdot b \cdot L_{vech} + \bar{q} \cdot (a - b) \cdot L_{vech}, \quad (5.71)$$

где  $\bar{q}$  – средняя интенсивность движения в цикле регулирования, авт/с.

Решая уравнение (5.71) относительно  $a$  получим:

$$a = \frac{(Q_o + \bar{q} \cdot b) \cdot L_{vech}}{V_{out} - \bar{q} \cdot L_{vech}} + b. \quad (5.72)$$

Максимальное удаление фронта очереди от стоп-линии  $F^{in}$  в светофорном цикле будем вычислять как:

$$F^{in} = a \cdot \bar{q} \cdot L_{vech}, \quad (5.73)$$

или с учетом формулы (5.72):

$$F^{in} = \left[ \frac{(Q_o + \bar{q} \cdot b) \cdot L_{vech}}{V_{out} - \bar{q} \cdot L_{vech}} + b \right] \cdot \bar{q} \cdot L_{vech}. \quad (5.74)$$

При использовании предрассчитанных сигнальных планов гарантировать отсутствие блокирования транспортной связи можно при включении разрешающего сигнала с запаздыванием, равным времени распространения фронта разъезда очереди по всей транспортной связи:

$$\delta_{sat} = \frac{L_{edg}}{4,167}. \quad (5.75)$$

где  $\delta_{sat}$  – сдвиг включения разрешающего сигнала при заторе.

Использование сдвига включения разрешающего сигнала светофоров, вычисленного согласно выражению (5.75), позволит исключить блокирование магистрального направления.

## 5.4. Оценка остаточной очереди

Измерения состояния транспортного потока выполняются детекторами транспорта, принцип работы и технические возможности которых можно найти в [60–62]. В независимости от используемой технологии обнаружения транспортных средств, детекторы транспорта позволяют выполнять точечную оценку следующих параметров транспортного потока:

– интенсивности движения в виде посекундного профиля  $q(t)$  или усредненных значений  $\bar{q} = \sum q(t)$ ;

– средней скорости транспортного потока  $\bar{v}$ ;

– занятости контролируемого сечения  $\varphi = \sum t_{vech} / t$  ( $t_{vech}$  – время нахождения автомобилей в зоне контроля,  $t$  – продолжительность наблюдения).

Требуемая для выполнения вычислений задержки транспортных средств величина остаточной очереди  $Q_o$  не может быть непосредственно измерена детекторами транспорта. Она может быть вычислена, учитывая закономерности формирования и разъезда очереди.

Рассмотрим функционирование детектора транспорта, расположенного на расстоянии  $L_{BQ}$  от стоп-линии (рис. 5.10). Вычисление остаточной очереди может быть выполнено дважды за цикл регулирования в характерные моменты времени.

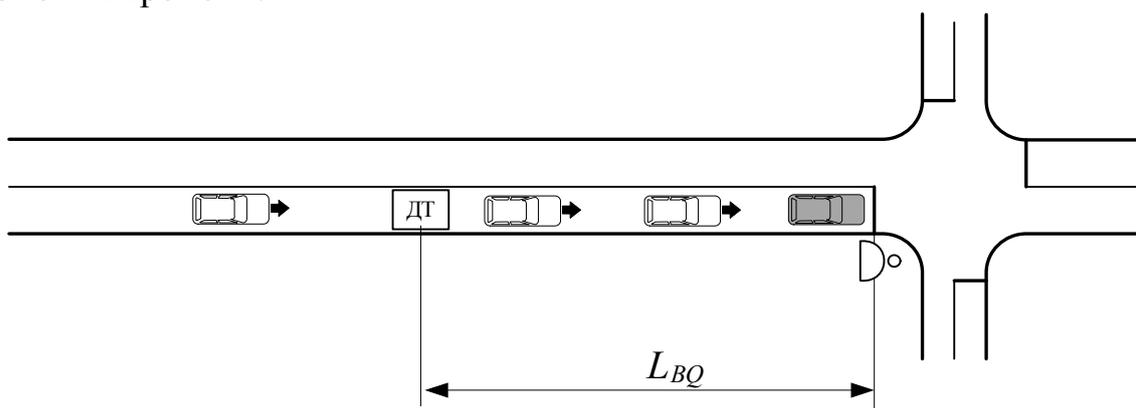


Рис. 5.10. Схема к определению остаточной очереди при помощи детектора транспорта

Первый раз – в момент достижения фронтом очереди детектора транспорта при включении запрещающего сигнала, второй – в момент разъезда очереди на разрешающий сигнал. Рассмотрим подробнее каждый из указанных вариантов оценки величины остаточной очереди  $Q_o$ .

При включении запрещающего сигнала светофора, как отмечено ранее, формируется фронт очереди, распространяющийся от стоп-линии в направлении детектора транспорта. Положение фронта очереди определяется выражением (5.74). Подставим в левую часть указанного выражения положение детектора транспорта  $L_{BQ}$ :

$$L_{BQ} = (Q_o + \bar{q} \cdot t) \cdot L_{vech}. \quad (5.76)$$

Из полученного уравнения (5.76) выразим искомую величину остаточной очереди  $Q_o$ :

$$Q_o^{obs} = \max \left( 0, \frac{L_{BQ}}{L_{vech}} - \bar{q} \cdot t \right). \quad (5.77)$$

При задании интенсивности движения в форме циклического профиля величина остаточной очереди  $Q_o$  вычисляется по формуле:

$$Q_o^{obs} = \max \left( 0, \frac{L_{BQ}}{L_{vech}} - \sum_{t_c=g}^T q(t) \right). \quad (5.78)$$

При включении разрешающего сигнала разезд очереди характеризуется наличием потока насыщения, что позволяет идентифицировать его окончание по временным интервалам между транспортными средствами:

$$f^{clear}(\Delta_{vech}) = \begin{cases} 1 & \text{если } \Delta_{vech} > \Delta_{crit}; \\ 0 & \text{иначе,} \end{cases} \quad (5.79)$$

где  $\Delta_{vech}$  – интервал между автомобилями, с;  $\Delta_{crit}$  – критический интервал, определяющий наличие потока насыщения, с.

Количество автомобилей, остановленных за цикл регулирования, будет вычислено следующим образом:

$$Q^{obs} = \frac{L_{BQ}}{L_{vech}} + \sum_{t=g}^{t_{clear}} q(t); \quad (5.80)$$

где  $t_{clear}$  – время разезда очереди в зоне детектирования, с;  $q(t)$  – количество автомобилей, проехавших через детектор транспорта за цикл измерений, авт/с.

Величина  $t_{clear}$  определяется бинарной функцией  $f^{clear}(\Delta_{vech})$  следующим итерационным алгоритмом:

1.  $t_{clear} = 0$ ;
2. **fort** =  $g, g+\Delta, \dots, g+T$ ;
3.     **if**  $f^{clear}(\Delta_{vech}) < 1$ :
4.          $t_{clear} = t_{clear} + \Delta$
5.     **else:break**
6.      $t = t + \Delta$
7. **end**

Величину остаточной очереди найдем как разницу между наблюдаемой очередью  $Q^{obs}$  и ожидаемой  $Q^p$  при отсутствии остаточной очереди:

$$Q_o^{obs} = Q^{obs} - Q^p. \quad (5.81)$$

Величину ожидаемой очереди  $Q^p$  вычислим по формулам (5.24) – (5.26) при  $Q_0 = 0$ :

$$Q^p = PF_2 \frac{\frac{v_L C}{3600} \left(1 - \frac{g}{C}\right)}{1 - \min\left(1, X_L\right) \frac{g}{C}} + 0.25 \cdot c_L T \left[ (X_L - 1) + \sqrt{(X_L - 1)^2 + \frac{8k_B X_L}{c_L T}} \right]. \quad (5.82)$$

Полученные выражения (5.77), (5.78) и (5.80)–(5.82) позволяют определить как величину остаточной очереди, так и количество остановленных

автомобилей. При выборе места установки детекторов транспорта следует учитывать следующие факторы:

- оценка остаточной очереди возможна только при достижении фронтом очереди детектора транспорта;
- протяженность оцениваемой остаточной очереди не может превышать расстояния от стоп-линии до точки установки детектора транспорта.

### 5.5. Модель транспортного спроса и предложения на магистральной улице регулируемого движения

Рассмотрим формирование транспортных потоков внутри транспортной сети при постоянном транспортном спросе. Введем следующие обозначения:

$J$  – множество транспортных связей области управления;

$j^{pr}$  – множество «защищенных» транспортных связей, на которых необходимо обеспечить движение без образования заторов,  $j^{pr} \in J$ ;

$N$  – множество регулируемых пересечений.

Рассмотрим процесс формирования транспортных потоков в пределах отдельного пересечения (рис. 5.11).

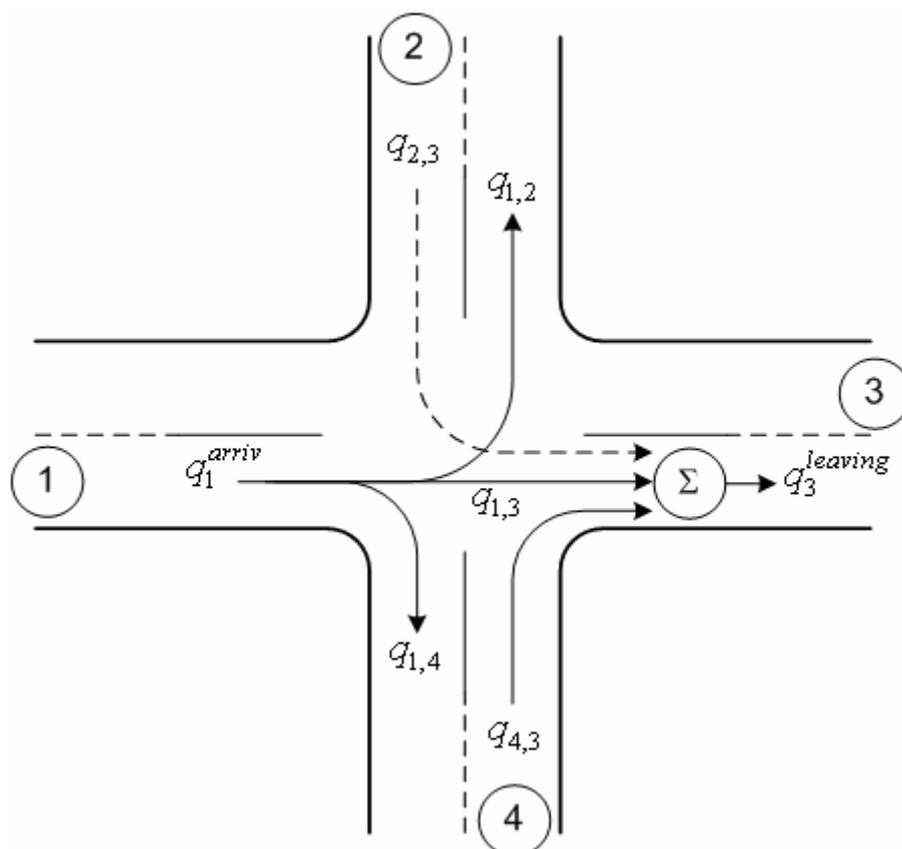


Рис. 5.11. Формирование транспортных потоков на пересечении

На пересечении происходит преобразование входящих  $q_a^{arriv}$  транспортных потоков в исходящие  $q_b^{leaving}$ . Каждый из входящих потоков  $q_a^{arriv}$  в пределах перекрестка делится на  $m$  потоков следующим образом:

$$q_a^{arriv} = \sum \beta_{a,b} q_a^{arriv}, \quad (5.83)$$

где  $\beta_{a,b}$  – доля входящего потока  $q_a^{arriv}$ , движущегося со связи  $a$  на связь  $b$ ,  $\sum \beta_{a,b} = 1.0$ ;  $a$  – множество связей, входящих в перекресток,  $a \in J$ ;  $b$  – множество связей, исходящих из перекрестка,  $b \in J$ ;  $J$  – множество транспортных связей области управления.

Интенсивность движения на исходящей с перекрестка связи  $b$  будем определять как сумму поворотных потоков на указанную связь:

$$q_b^{leaving} = \sum_a \beta_{a,b} q_a^{arriv}. \quad (5.84)$$

Активное воздействие сигналов светофоров накладывает ограничения на количество проезжающих через перекресток автомобилей.

Интенсивность исходящих потоков в зависимости от длительности разрешающих сигналов будет определяться формулой:

$$q_b^{leaving} = \sum_a \min \left( \beta_{a,b} q_a^{arriv}, \frac{c_a \cdot g_{n,a}}{T_n} \right), \quad (5.85)$$

где  $c_a$  – поток насыщения связи  $a$ ;  $g_{n,a}$  – длительность разрешающего сигнала на связи  $a$  пересечения  $n \in N$ ;  $T_n$  – длительность светофорного цикла на пересечении  $n$ .

Рассмотрим формирование транспортных потоков в сети на примере участка, включающего два смежных перекрестка (рис. 5.12).

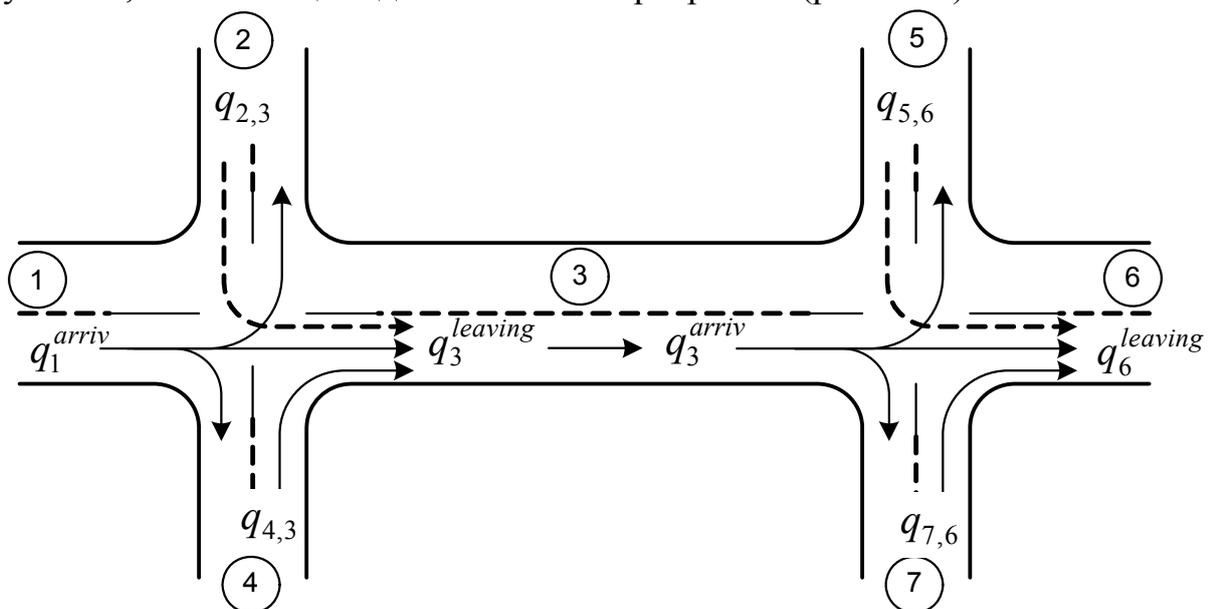


Рис. 5.12. Формирование потоков в транспортной сети

Однозначно интенсивность движения определена на внешних для рассматриваемой сети связях  $\{1, 2, 4, 5, 7\}$ . На внутренней и исходящей связи  $\{3, 6\}$  интенсивности движения зависят от режимов работы светофорных объектов. Причем, если для определения интенсивности движения на связи 3 известны все входящие потоки, то для связи 6 вначале требуется определить неизвестную на момент начала расчета интенсивность  $q_3^{arriv}$ .

Таким образом, в условиях воздействия сигналов светофоров оценка интенсивности движения в сети не может быть выполнена одномоментно на всех связях  $J$ . Для получения всех значений интенсивностей движения на связях сети необходимо выполнение следующей итерационной процедуры:

1) задаем кортеж  $M$ , определяющий интенсивность входящих потоков на связях  $j$ ;

2) задаем кортеж  $K$ , который будет включать связи транспортной сети, для которых определены все входящие потоки;

3) выполняем расчет входящих потоков для связей кортежа  $M$  по формуле (5.83);

4) связи, для которых определены все входящие потоки, перенесем в кортеж  $Q$ ;

5) выполним расчет исходящих потоков по формуле (5.85);

6) если кортеж  $M$  не пуст, выполняем п. 3–5, иначе процедура завершается.

В результате выполнения процедуры получаем кортеж  $Q$ , в котором определены все входящие потоки связей  $J$  с учетом принятого управления  $g$ .

В общем случае, причиной образования транспортного затора является возникновение остаточных очередей на подходе  $u$  вследствие превышения количества вошедших в связь автомобилей  $q_u^{leaving}$  числа ее покинувших  $q_u^{arriv}$ . Выход автомобилей из зоны управления, как правило, происходит по магистральным улицам общегородского или районного значения, соответственно множество  $j^{pr}$  включает связи указанных улиц.

## 6. КАЛИБРОВКА МОДЕЛЕЙ ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА

Моделирование – это методика, которая позволяет заменить классический выборочный эксперимент над реальной динамически действующей системой на компьютерную модель, формально ее представляющую. Моделирование предполагает, что развитие модели системы в течение долгого времени должным образом воспроизводит поведение моделируемой системы. В процессе разработки имитационной модели неизбежно возникают ошибки следующего рода [63]:

- ошибки спецификации (вызваны несовершенством математической модели движения транспортных средств);
- ошибки детализации (вызваны качеством представления транспортной сети);
- ошибки входных данных (связаны со сбором, вводом или редактированием натуральных данных).

В связи с неизбежностью возникновения ошибок при построении имитационных моделей, встает вопрос оценки их адекватности и необходимости повышения качества.

### 6.1. Методы повышения качества моделей

Последовательность шагов повышения качества транспортной модели включает в себя верификацию, валидацию и калибровку модели.

Процесс верификации относится к исходным данным, участвующим в модели, в то время как термин «валидация» относится к проверке работоспособности непосредственно алгоритма расчета, т.е. к качеству построенных определяющих соотношений. Калибровка модели в свою очередь заключается в том, чтобы обеспечить воспроизведение типичного поведения реального транспортного потока при моделировании. В процессе калибровки параметры модели корректируются до достижения приемлемого (качественного и количественного) соответствия между модельными и натурными наблюдаемыми данными. Процедура калибровки модели носит итерационный характер и включает:

- сбор натуральных данных о параметрах транспортной сети, проведение выборочных наблюдений за состоянием транспортного потока;
- установку начальных оценок параметров модели, используя доступную информацию относительно геометрических и функциональных особенностей транспортных средств и транспортной сети;
- моделирование транспортного потока и извлечение информации о состоянии транспортной сети в контрольных сечениях;
- сравнение моделируемого и полученного в результате наблюдений состояний транспортного потока;

- если различия являются значимыми, то необходима модификация параметров модели с повторением процедуры калибровки;
- при незначимых различиях процесс калибровки заканчивается.

В общем случае выбор переменных, используемых для калибровки имитационной модели, во многом зависит от поставленной задачи моделирования и возможности проведения измерений в реальном транспортном потоке. Чаще всего при калибровке используются такие переменные как интенсивность движения, скорость движения, занятость контрольного сечения, время движения. Применительно к микроскопическим имитационным моделям калибровке подлежит распределение скоростей в транспортном потоке при фиксированной интенсивности движения (наблюдаемой в реальных условиях движения).

Процедуру калибровки модели (рис. 6.1) можно условно разделить на два этапа.



Рис. 6.1. Алгоритм калибровки микроскопических моделей транспортного потока

На первом этапе производится выполнение моделирования и просмотр анимации. Это облегчает оценку поведения транспортного средства и оценку его полного правдоподобия. На данном этапе выявляются грубые ошибки в построении модели. При просмотре анимации следует в первую очередь обратить внимание на корректность соблюдения скоростного режима, смены полосы движения, выполнение перестроений на перегоне и на пересечениях.

На втором этапе проводится статистическая оценка адекватности модели по наблюдаемым параметрам с использованием общеизвестных статистических критериев. Мерой адекватности построенной модели могут служить средние абсолютные и относительные ошибки, нормализованные ошибки, критерии согласия [63, 64].

## 6.2. Постановка и решение задачи калибровки модели

Как правило, количественная оценка адекватности транспортных моделей производится по следующим критериям:

– средняя абсолютная ошибка (MAE) – количественная мера, оценки близости моделируемых  $x_i^{sim}$  и наблюдаемых  $x_i^{obs}$  значений:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i^{sim} - x_i^{obs}| = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |e_i|. \quad (6.1)$$

– нормализованная ошибка среднего квадратичного (RMSNE):

$$RMSNE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i^{sim} - x_i^{obs}}{x_i^{obs}} \right)^2}; \quad (6.2)$$

– абсолютный процент ошибки (MAPE):

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i^{sim} - x_i^{obs}}{x_i^{obs}} \right|. \quad (6.3)$$

Задачу калибровки модели транспортного потока в общем случае можно сформулировать как задачу оптимизации:

$$F(x_i^{obs}, x_i^{sim}) \rightarrow \min \quad (6.4)$$

при ограничениях

$$L_{P_n} \leq P_n \leq U_{P_n}$$

где  $P_n$  – калибруемые параметры модели.

При выборе алгоритма решения задачи оптимизации следует учитывать наличие помех в данных наблюдения за реальной системой. В связи с

указанными особенностями моделей транспортного потока достаточно широкое распространение получило применение рандомизированных алгоритмов (или алгоритмов стохастической оптимизации, в англоязычной литературе – SPSA), эффективных при практически произвольных аддитивных помехах в наблюдениях [65].

Алгоритм решает задачу нахождения векторного значения  $\theta \in \Theta$ , которое или минимизирует функцию потерь  $L(\theta)$  или делает уравнение градиента  $g(\theta)$  равным нулю. SPSA – стохастический метод оптимизации, применимый для уравнений со многими переменными. Стандартный алгоритм SPSA имеет следующий вид:

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k - a_k \hat{g}_k(\hat{\theta}_k), \quad (6.5)$$

где  $\hat{g}_k(\hat{\theta}_k)$  – градиент  $g(\theta) = \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta}$  вычисленный на основе оценки функции потерь на  $k$  итерации;  $a_k$  – неотрицательный скалярный коэффициент, обозначающий размер шага.

Основное решение задачи оптимизации состоит в том, чтобы минимизировать функцию потерь  $L(\hat{\theta}_k - a_k \hat{g}_k(\hat{\theta}_k))$  на  $k$  шаге итерации. Новое значение  $\theta$ , полученное для каждой итерации, вычислено путем вычитания произведения размера шага и градиента текущего значения от предыдущего значения  $\theta$ .

Аппроксимация градиента  $\hat{g}_k(\hat{\theta}_k)$  является самой важной частью алгоритма SPSA. Оценка потерь получается на основе стохастического возмущения (SP), случайным образом возмущая элементы  $\hat{\theta}_k$ . Предполагая, что  $\theta$   $p$ -мерный вектор, стохастическое возмущение (SP) градиента можно аппроксимировать следующим образом:

$$\hat{g}_k(\hat{\theta}_k) = \begin{bmatrix} \frac{\hat{L}(\theta + c_k \Delta_k) - \hat{L}(\theta - c_k \Delta_k)}{2c_k \Delta_{k1}} \\ \vdots \\ \frac{\hat{L}(\theta + c_k \Delta_k) - \hat{L}(\theta - c_k \Delta_k)}{2c_k \Delta_{kp}} \end{bmatrix} = \quad (6.6)$$

$$= \frac{\hat{L}(\theta + c_k \Delta_k) - \hat{L}(\theta - c_k \Delta_k)}{2c_k} \left[ \Delta_{k1}^{-1}, \Delta_{k2}^{-1}, \dots, \Delta_{kp}^{-1} \right]^T,$$

где  $\Delta_k = \left[ \Delta_{k1}^{-1}, \Delta_{k2}^{-1}, \dots, \Delta_{kp}^{-1} \right]^T$  –  $p$ -мерный случайно возмущенный вектор, для которого компоненты  $\Delta_k$  равны  $\pm 1$  и имеют распределение Бернулли;  $c_k$  – положительный скаляр.

Задача минимизации  $L = L(\theta)$  для дифференцируемой функции потерь является эквивалентом поиску решения аппроксимации градиента:

$$g(\theta) = \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} = 0. \quad (6.7)$$

Условия сходимости SPSA-алгоритма была изучена много лет назад, и установлен ряд условий для почти уверенной сходимости рекурсии:

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k - a_k Y_k(\hat{\theta}_k), \quad (6.8)$$

где  $Y_k$  обозначает корень функции  $\hat{g}_k(\hat{\theta}_k)$ . Основные из условий приведены ниже:

$$a_k > 0, c_k > 0, a_k \rightarrow 0, c_k \rightarrow 0, \sum_{k=0}^{\infty} a_k = \infty, \\ \sum_{k=0}^{\infty} a_k c_k = \infty, \sum_{k=0}^{\infty} a_k^2 / c_k^2 < \infty. \quad (6.9)$$

Последовательность коэффициентов, используемых для обеспечения устойчивости алгоритма имеет следующий вид:

$$a_k = \frac{a}{(k+1+A)^\alpha}, \\ c_k = \frac{c}{(k+1)^\gamma}. \quad (6.10)$$

Рекомендуемое значение  $A$  коэффициента усиления является нулем. Если числитель  $a$  мал, вычисления изначально устойчивы, однако это может привести к снижению эффективности при решении задач оптимизации большой размерности. С другой стороны, большое значение числителя  $a_k > 0$ , который используется при малых значениях шага, приводит к ранней неустойчивости в вычислениях. Самым эффективным является установка значения числителя  $c$  равным малому положительному числу. Предлагается, что значения для  $\alpha$  и  $\gamma$  были установлены равными в 0,602 и 0,01 соответственно.

Шаг 1. Генерация вектора стохастических возмущений и выполнение имитации с обновленными параметрами. Генерируется  $p$ -мерный случайный вектор возмущения  $\Delta_k$ ; этот вектор использует распределение Бернулли  $\pm 1$ . Обновленные параметры получены от  $\theta + c_k \Delta_k$  и  $\theta - c_k \Delta_k$ .

Шаг 2. Оценка значения функции потерь.

Оценка значения функции потерь от значения переменных  $c_k$  и  $\Delta_k$  для функции потерь  $\hat{L}(\theta + c_k \Delta_k)$  и  $\hat{L}(\theta - c_k \Delta_k)$ , полученные на шаге 0 и 1.

Шаг 3. Аппроксимация градиента.

На основе вычислений двух функций потерь  $\hat{L}(\theta + c_k \Delta_k)$  и  $\hat{L}(\theta - c_k \Delta_k)$  выполняется аппроксимация градиента  $\hat{g}_k(\hat{\theta}_k)$ , используемая затем для генерации стохастических возмущений при аппроксимации градиента.

Шаг 4. Оценка обновленных значений  $\theta$ .

Обновление  $\hat{\theta}_k$  до нового значения  $\hat{\theta}_{k+1}$  используя формулу:

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k - a_k \hat{g}_k(\hat{\theta}_k). \quad (6.11)$$

Шаг 5. Проверка сходимости

После того, как получены значения  $\hat{\theta}_{k+1}$ , возвращаемся к шагу 1 для обновления  $\hat{\theta}_{k+1}$  вместо  $\hat{\theta}_k$ .

Алгоритм прекращается, если колебания меньше, чем в последующих итерациях или они ниже, чем предустановленное значение. Значение  $\hat{\theta}_k$  на последней итерации будет оптимальным значением.

### 6.3. Калибровка микроскопической модели SUMO

Как видим, оценка адекватности транспортных моделей производится по средним значениям наблюдаемых параметров. Подобный подход оправдан применительно к макроскопическим моделям (описывающим состояние транспортного потока средними значениями скорости, интенсивности и плотности движения) и недопустим применительно к микроскопическим моделям (определяющим состояние транспортного потока через скорости отдельных автомобилей).

На работу городской транспортной сети в значительной степени оказывают влияние не только средние значения скоростей и интенсивностей движения, но и характер их вариаций. Например, модели задержки транспортных средств на регулируемых пересечениях включают не только среднее значение интенсивности прибытия транспортных средств, но и ее дисперсию. В связи с чем, для микроскопических моделей актуальной является оценка соответствия наблюдаемого в модели распределения калибруемого параметра его распределению в реальном транспортном потоке по критерию согласия. Указанные критерии выполняют проверку гипотезы об однородности выборок, произведенные из генеральных совокупностей с неизвестными теоретическими функциями распределения  $F_1(x)$  и  $F_2(x)$ .

Проверяемая нулевая гипотеза вида  $H_0 : F_1(x) = F_2(x)$  против конкурирующей  $H_1 : F_1(x) \neq F_2(x)$ .

Адекватность модели в этом случае можно оценивать при помощи критериев согласия  $\chi^2$  Пирсона (*хи-квадрат*) или Колмогорова-Смирнова. Последний критерий более предпочтителен, так как может быть применен для выборок, объем которых меньше, чем минимально допустимый для корректного использования критерия  $\chi^2$ .

Критерий Колмогорова-Смирнова использует ту же самую идею, что и критерий Колмогорова. Однако различие заключается в том, что в критерии Колмогорова сравнивается эмпирическая функция распределения с теоретической, а в критерии Колмогорова-Смирнова сравниваются две эмпирические функции распределения.

Статистика критерия Колмогорова-Смирнова имеет вид:

$$\lambda' = \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} \cdot \max |F_{n_1}(x) - F_{n_2}(x)|, \quad (6.12)$$

где  $F_{n_1}(x)$  и  $F_{n_2}(x)$  – эмпирические функции распределения, построенные по двум выборкам с объемами  $n_1$  и  $n_2$ .

Гипотеза  $H_0$  отвергается, если фактически наблюдаемое значение статистики  $\lambda'$  больше критического  $\lambda'_{кр}$ , т.е.  $\lambda' > \lambda'_{кр}$ , и принимается в противном случае.

При малых объемах выборок ( $n_1, n_2 \leq 20$ ) критические значения  $\lambda'_{кр}$  для заданных уровней значимости критерия можно найти в специальных таблицах. При  $n_1, n_2 \rightarrow \infty$  (а практически при  $n_1, n_2 \geq 50$ ) распределение статистики  $\lambda'$  сводится к распределению Колмогорова для статистики  $\lambda$ . В этом случае гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости  $\alpha$ , если фактически наблюдаемое значение  $\lambda'$  больше критического  $\lambda_\alpha$ , т.е.  $\lambda' > \lambda_\alpha$ , и принимается в противном случае [65].

Выбор управляемых переменных, настройка которых обеспечит требуемое качество модели, зависит от специфики конкретной математической модели движения, используемой в программной среде. В SUMO используется модифицированная дискретная по времени и непрерывная в пространстве модель движения Краусса. Модель основана на определении интервала между ведомым транспортным средством и лидером, необходимого для безопасной остановки:

$$v_{safe}(t) = -\tau \cdot b + \sqrt{(\tau \cdot b)^2 + v_{leader}(t-1)^2 + 2 \cdot b \cdot g_{leader}(t-1)}, \quad (6.13)$$

где  $v_{safe}(t)$  – безопасная скорость в момент времени  $t$ , м/с;  $\tau$  – время реакции водителя ведомого автомобиля, с;  $b$  – максимальное замедление, м/с<sup>2</sup>;

$v_{leader}(t)$  – скорость лидера во время  $t$ , м/с;  $g_{leader}(t)$  – дистанция между передней частью ведомого автомобиля и задним бампером лидера во время  $t$ , м.

При ограничениях на значения желаемой скорости:

$$v_{des}(t) = \min\{v_{safe}(t), v(t-1) + a, v_{max}\}, \quad (6.14)$$

где  $v_{des}(t)$  – желаемая скорость, м/с;  $v(t)$  – текущая скорость, м/с;  $a$  – максимальное ускорение, м/с<sup>2</sup>;  $v_{max}$  – максимальная скорость, м/с.

Одной из основных особенностей модели Краусса является предположение, что водитель не обязательно должен развивать желаемую скорость, что добавляет важные особенности в поведение водителей. Например, случайное отличие скоростей автомобилей от желаемых приводит к спонтанному образованию заторов и медленному старту автомобилей на светофорах, характерному для реальных условий. Данная особенность поведения водителей учтена путем включения в модель стохастического замедления:

$$v(t) = \max\{0, v_{des}(t) - r \cdot a \cdot \varepsilon\}, \quad (6.15)$$

где  $r$  – случайное число между 0 и 1;  $\varepsilon$  – степень индивидуальности (несовершенства) водителя автомобиля, принимающее значение между 0 и 1;  $v(t)$  – конечная скорость автомобиля в момент времени  $t$ , м/с.

При разработке программы в исходную модель Краусса было внесено два изменения. Первое заключалось в использовании линейной функции ускорения, обеспечивающей его уменьшение с ростом скорости:

$$a(v) = a \left(1 - \frac{v}{v_{max}}\right). \quad (6.16)$$

Второе – в уменьшении индивидуальности (несовершенства) водителей при разгоне на малых скоростях:

$$v(t) = \max\{0, v_{dawdle,new}(t)\}, \quad (6.17)$$

где

$$v_{dawdle,new}(t) = \begin{cases} v_{des}(t) \cdot \varepsilon \cdot r & \text{если } v_{des}(t) < a(v_{des}(t)) \\ v_{veh}(t) - \varepsilon \cdot r \cdot a v_{veh}(t) & \text{в остальных случаях} \end{cases}.$$

В программе имеется возможность настройки модели движения двумя способами. Первый заключается в задании различных максимальных желаемых скоростей для отдельных потоков на этапе задания транспортного спроса, второй – в модификации максимально желаемой скорости входящих в транспортную сеть автомобилей через интерфейс модуля *TraCI*.

Последний способ является более универсальным и приемлемым для решения разнообразных задач моделирования. Модуль *TraCI* позволяет ус-

танавливать желаемую скорость движения  $v_{\max}$  автомобилей, вновь появляющихся в транспортной сети.

Сбор исходных данных для калибровки микроскопической модели производился путем измерения скоростей движения отдельных автомобилей в условиях городского движения на ул. Окружная г. Пенза. Измерение скоростей и определение объема выборки производились в соответствии с известной методикой [67]. Распределение скоростей движения статистически достоверно (с уровнем значимости 0,967) может быть описано логнормальным законом распределения со следующими параметрами –  $m=4,56$  и  $\sigma= 0,031$  (рис. 6.2).

Калибровка модели движения транспортных средств производилась на фрагменте транспортной сети, воспроизводящей условия движения на исследуемой улице. Для регистрации скоростного режима в модели транспортной сети были установлены виртуальные детекторы транспорта.

Модификация максимального движения производилась функцией *SpeedModification()*, путем запроса списка всех вошедших в сеть автомобилей и установкой максимальной желаемой скорости функцией *traci.vehicle.setMaxSpeed()*. Значения максимальной желательной скорости генерировались при помощи стандартного модуля *random* языка *Python* по логнормальному закону распределения функцией *random.lognormvariate(mu,sigma)*. Результаты измерений скоростей движения при моделировании представлены в табл. 6.1.

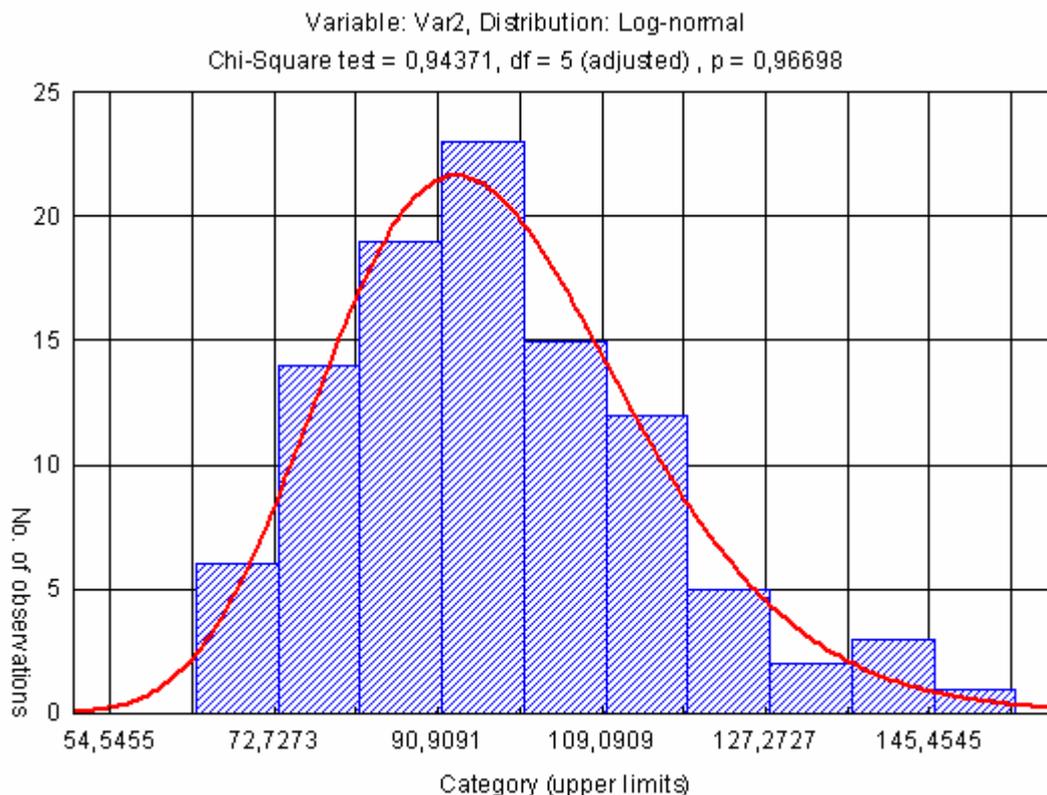


Рис. 6.2. Распределение скоростей движения на ул. Окружная г. Пенза

Таблица 6.1

Сводная таблица распределения частот скоростей транспортного потока

Номер интервала	Интервалы скоростей, км/ч	Частоты	
		В реальных условиях	При моделировании
1.	40-50	0	1
2.	50-60	0	1
3.	60-70	4	2
4.	70-80	11	11
5.	80-90	19	17
6.	90-100	27	34
7.	100-110	17	21
8.	110-120	12	5
9.	120-130	5	8
10.	130-140	3	0
11.	140-150	2	0

Обозначим  $n_{i_1}^{\text{нак}}$  и  $n_{i_2}^{\text{нак}}$  – накопленные частоты выборок скоростей в реальных условиях и при моделировании, а через  $F_{n_1}(x_i) = n_{i_1}^{\text{нак}} / n_1$  и  $F_{n_2}(x_i) = n_{i_2}^{\text{нак}} / n_2$  – значения их эмпирических функций распределения соответственно. Обработанные результаты расчетов сведены в табл. 6.2.

Из последнего столбца табл. 6.2 определим  $\max |F_{n_1}(x_i) - F_{n_2}(x_i)| = 0,09$ . Значение критерия Колмогорова-Смирнова равно:

$$\lambda' = \sqrt{\frac{100 \cdot 100}{100 + 100}} \cdot 0,09 = 0,636. \quad (6.18)$$

Таблица 6.2

$x_i$	$n_{i_1}^{\text{нак}}$	$n_{i_2}^{\text{нак}}$	$F_{n_1}(x_i)$	$F_{n_2}(x_i)$	$ F_{n_1}(x_i) - F_{n_2}(x_i) $
40	0	1	0	0,01	0,01
50	0	2	0	0,02	0,02
60	4	4	0,04	0,04	0
70	15	15	0,15	0,15	0
80	34	32	0,34	0,32	0,02
90	61	66	0,61	0,66	0,05
100	78	87	0,78	0,87	<b>0,09</b>
110	90	92	0,9	0,92	0,02
120	95	100	0,95	1	0,05
130	98	100	0,98	1	0,02
140	100	100	1	1	0

Критическое значение критерия для уровня значимости 0,05 равно 1,36 [64]. С учетом, что неравенство  $\lambda' > \lambda_{0,05}$  ложно, принимается гипотеза о согласии распределения скоростей движения в реальных условиях и при моделировании, на основании чего можно сделать вывод об адекватности микроскопической модели движения.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Математическое моделирование загрузки транспортных сетей [Текст] / В.И. Швецов, А.С. Алиев. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 64 с.
2. Моделирование дорожного движения [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов специальности 190702 «Организация и безопасность движения» очной формы обучения / А. В. Косолапов – Электрон. дан. – Кемерово: КузГТУ, 2012.
3. Организация дорожного движения [Текст]: учеб. для вузов. – 5-е изд., перераб. и доп. / Клинковштейн Г. И., Афанасьев М. Б. – М: Транспорт, 2001 – 247 с.
4. Введение в математическое моделирование транспортных потоков: учеб. пособие [Текст] / А.В. Гасников [и др.]; под ред. А.В. Гасникова. – М.: МФТИ, 2010. – 360 с.
5. A study of traffic capacity / Greenshields B.D. // Proc. (US) Highway Research Board. 1934. Vol. 14. pp. 448 – 494.
6. An analysis of traffic flow / Greenberg H. // Operations Research. 1959. Vol. 7. pp. 79-85.
7. On kinematic waves: a theory of traffic flow on long crowded roads. / Lighthill M.J., Whitham G. B. // In Proceedings Royal Society, London, UK, 1955. pp 317–345,.
8. Shockwaves on the highway / Richards P. I. // Operations Research, №4. 1955. pp. 42–51,
9. Семёнов, В.В. Математическое моделирование транспортных потоков мегаполиса [Текст] / В.В. Семёнов // препринт № 34 Института прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, 2004.
10. The cell transmission model: a dynamic representation of highway traffic consistent with hydrodynamic theory / Daganzo C. F.. // Transportation Research Part B, 28(4). 1994 pp. 269–287,
11. Models of freeway traffic and control / Payne H. J. // Simulation Councils Proceedings., Lajolia, California, 1971. pp. 51–61
12. A kinetic model for traffic flow with continuum implications / Philips W.F. // Transp. Plan. Technol. 1979. Vol. 5. pp.131-138.
13. Three-phase traffic theory and highway capacity / Boris S. Kerner // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Volume 333, 15 February 2004, pp. 379-440

14. Traffic flow modeling of large-scale motorway networks using the macroscopic modeling tool METANET/ Kotsialos A, Papageorgiou M, Diakaki C, Pavlis Y, Middelham F // IEEE Trans Intell Transp Sys 3 pp. 282–292
15. Рушевский, П.В. Организация и регулирование уличного движения с применением автоматических средств регулирования / П.В. Рушевский. – М.: Высшая школа, 1974.
16. Traffic dynamics; studies in car following./ Chandler, R., R. Herman, and E. Montroll // Operations Research №6. 1958. pp. 165-168.
17. Car-following theory of steady state traffic flow / Gazis, D., R. Herman, and B. Potts // Operations Research №7. 1959. pp. 449-505
18. Car-following and steady state theory for non-congested traffic. / Edie L.C. // Operations Research, 9(1) 1961. pp. 66–76. [doi:10.1287/opre.9.1.66]
19. Car-following and steady-state theory for nocongested traffic / Edie L. // Operations Research 9. 1961. pp. 66-76.
20. Non-integer car following models / A. D. May (Jr.), H. E. M. Keller // Highway Research Record, 1967, 199(1), pp. 19–32.
21. An extended model for car-following / Bexelius S. // Transportation Research 2(1). 1968. pp. 13-21.
22. A simplified car-following theory: a lower order model. / Newell G.F. // Transp. Res. B 36, 2002. pp. 195–205
23. M. Bando, K. Hasebe, A. Nakayama, A. Shibata, and Y. Sugiyama, Phys. Rev. E 51 (1995) 1035
24. Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulations/ Treiber M., Hennecke A., Helbing D. // Physical Review E 62 (2). 2000. pp. 1805–1824, doi:10.1103/PhysRevE.62.1805
25. Dynamic behavior of traffic with a nonlinear spacing speed relationship / E. Kometani and T. Sasaki. // In Proceedings of the Symposium for Theory Traffic Flow. Research Laboratories General Motors. New York. 1959. pp.105–109
26. An operational analysis of traffic dynamics / L. A. Pipes // Journal of Applied Physics. 24(1). 1953. pp. 274– 287
27. A behavioural car-following model for computer simulation. / P. G. Gipps // Transportation Research Part B, 15(2). 1981. pp. 105–111
28. Metastable States in a Microscopic Model of Traffic Flow / S. Krauß, P. Wagner, C. Gawron // Physical Review E. 1997. Vol. 55. №304. pp. 55-97

29. Perceptual Factors in Car Following / Michaelis R.M. // Proceedings from the Second International Symposium on Transportation and Traffic Theory, OECD. Paris. 1965
30. Simulation des Strassenverkehrsflusses / Wiedemann R. // Schriftenreihe des Instituts für Verkehrswesen Heft 8, Universität Karlsruhe. 1974
31. A model for the structure of lane changing decisions. / P. A. Gipps // Transportation Research, Part B. 20(5). 1986. pp. 107–120
32. Modeling lane changing and merging in microscopic traffic simulation / P. Hidas // Transportation Research Part C. 10(5). 2002. pp. 351–371
33. A microscopic traffic simulator for evaluation of dynamic traffic management systems / Q. Yang and H. N. Koutsopoulos // Transportation Research Part C, 4(3). 1996. pp. 113–129
34. T. Toledo. Integrated driving behavior modeling. PhD thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, MIT, Cambridge, MA, 2003.
35. Comments on the highway crossing problem / R. Herman, G. H. Weiss. // Operations Research. 9(6). 1961. pp. 828–840
36. D. R. Drew, L. R. LaMotte, J. H. Buhr, and J. A. Wattleworth. Gap acceptance in the freeway merging progress. Technical Report 430-2, Texas Transportation Institute. Texas. 1967.
37. Some problems in traffic delay / G. H. Weiss, A. A. Maradudin // Operations Research, 10. 1962. pp. 74–104,.
38. Estimation of gap acceptance parameters within and across the population from direct roadside observation / C. F. Daganzo // Transportation Research Part B. 15(1) 1981. pp. 1–15,.
39. A model for the structure of lane changing decisions / P. A. Gipps // Transportation Research Part B. 20(5). 1986. pp. 107–120
40. Observation-based lane-vehicle-assignment hierarchy for microscopic simulation on an urban street network / Wei H., Lee J., Li Q., Li C.J. // Transportation Research Board, 79th Annual Meeting. 2000. pp. 96-103 <http://dx.doi.org/10.3141/1710-11>
41. Arne Kesting. Microscopic Modeling of Human and Automated Driving: Towards Traffic-Adaptive Cruise Control. Dipl.-Phys. Dresden. 2008. p. 218.

42. Studies in the Economics in Transportation / M. J. Beckmann, C.B. Mc Guire, C. B. Winsten // New Haven, Yale University Press. 1956
43. Approximate Expected Delays for Several Maneuvers by Driver in a Poisson Traffic / Little, J. D. C. // Operations Research, 9, pp. 39-52.
44. On the Traffic-Light Queue / Darroch, J. N. // Ann. Math. Statist., 35, pp. 380-388.
45. Solution to the Fixed-Cycle Traffic Light Problem for Compound Poisson Arrivals / McNeil, D. R. A // J. Appl. Prob. 5, pp. 624-635.
46. Comments on the highway crossing problem / Herman R., Weiss G. H.. // Operations Research, 9(6):828–840, 1961.
47. Overflow At A Traffic Flow / Haight, F. A. // Biometrika. Vol. 46, Nos. 3 and 4, 1959. pp. 420-424.
48. Approximation Methods for Queues with Application to the Fixed-Cycle Traffic Light / Newell, G. F. // SIAM Review, Vol.7.
49. Queues for a Fixed-Cycle Traffic Light / Newell, G. F. // The Annals of Mathematical Statistics, Vol.31, No.3, 1960. pp. 589-597.
50. On the Traffic-Light Queue / Darroch, J. N. // Ann. Math. Statist., 35, pp. 380-388.
51. Traffic signal settings / Webster F. V. // Road Research Laboratory, London, U.K., Road Res. Tech. Paper no. 39, 1958.
52. Computer Control System for Traffic Network / Miller A.J.A // Proceedings of the Second International Symposium on the Theory of Road Traffic Flow, Paris, France, 1963, pp. 200-220.
53. Highway Capacity Manual. Transportation Research Board, Washington, D.C. 2010. ISBN 978-0-309-16077-3
54. Highway Capacity Manual // Transportation Research Board, Washington, D.C. 2000. ISBN 0-309-06681-6
55. The Progress of a Bunch of Vehicles Released from a Traffic Signal / Pacey, G. M. – Research Note No. Rn/2665/GMP. Road Research Laboratory, London. 1956
56. Капитанов, В. Т. Расчет параметров светофорного регулирования [Текст] / В. Т. Капитанов. – М.: ВНИИ БД МВД СССР, 1981. – 96 с.
57. Брайловский, Н.О. Управление движением транспортных средств [Текст] / Н.О. Брайловский, Б.И. Грановский. – М.: Транспорт. 1978. – 112 с.

58. TRANSYT-7F User's Manual. / Wallace, C. E. – Report UF-TRC-U32 FP-06/07. U.S. Department of Transportation, Federal Highway Administration, 1984.
59. TRANSYT: A Traffic Network Study Tool / Robertson, D. I. // Road Research Laboratory Report LR 253, Crowthorne
60. Печерский, М.П. Автоматизированные системы управления дорожным движением [Текст] / М.П. Печерский, В.Г. Хорович. – М.: Транспорт, 1979. – 175 с.
61. Системы и средства автоматизированного управления дорожным движением в городах [Текст] / Е.Б. Хилажев, В. С. Соколовский, В. М. Гурьев, Я. И. Зайденберг. – М.: Транспорт, 1984. – 183 с.
62. Traffic Detector Handbook: Third Edition – Volume I / FHWA-HRT-06-108, 2006. 291 p.
63. Якимов, М.Р. Транспортное планирование: создание транспортных моделей городов [Текст]: монография / М.Р. Якимов. – М.: Логос, 2013. – 188 с.
64. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: учебник для вузов / Н.Ш. Кремер. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. – 573 с.
65. Introduction to stochastic search and optimization: estimation, simulation and control./ Spall J.C. – Wiley-Interscience, John Wiley & Sons Inc., New Jersey. 2003
66. Врубель, Ю.А. Исследование в дорожном движении [Текст]: учебно-методическое пособие к лабораторным работам для студентов специальности 1-44 01 02 «Организация дорожного движения» / Ю.А. Врубель. – Минск: БНТУ, 2007. – 178 с.

Научное издание

Власов Алексей Александрович

## ТЕОРИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ

Монография

В авторской редакции

Верстка Н.А. Сазонова

---

Подписано в печать 21.10.14. Формат 60×84/16.

Бумага офисная «Снегурочка». Печать на ризографе.

Усл. печ.л. 7,2. Уч.-изд.л. 7,75. Тираж 500 экз. 1-й завод 100 экз.

Заказ № 372.

---

Издательство ПГУАС.  
440028, г.Пенза, ул. Германа Титова, 28.