

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Пензенский государственный
университет архитектуры и строительства»
(ПГУАС)

А.И. Шеин

**ДИНАМИКА И УСТОЙЧИВОСТЬ
СООРУЖЕНИЙ**

**ОБЕСПЕЧЕНИЕ СЕЙСМОСТОЙКОСТИ
ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ**

Рекомендовано в качестве учебного пособия
для студентов, обучающихся по направлению
08.05.01 «Строительство уникальных зданий и сооружений»

Пенза 2015

УДК 624.01/.07(075.8)
ББК 38.112 я 73
Ш39

Рецензент – доктор технических наук, профессор, зав.
кафедрой строительных конструкций
Н.Н. Ласьков (ПГУАС)

Шеин А.И.

Ш39 Динамика и устойчивость сооружений. Обеспечение сейсмостойкости зданий и сооружений: учеб. пособие / А.И. Шеин. – Пенза: ПГУАС, 2015. – 108 с.

Изложены сведения о землетрясениях, их природе и последствиях. Представлены параметры сейсмических волн. Разобраны силовые воздействия на здания и сооружения при землетрясениях. Описаны численные методы решения задач динамики (сеймики). Рассмотрен учет работы оснований сооружений в задачах сеймики. Приведены основные расчетные модели грунтовых оснований. Описан расчет башни на сейсмические воздействия методом конечных элементов в Mathcad.

Пособие подготовлено на кафедре «Механика» и предназначено для студентов, обучающихся по направлению 08.05.01 «Строительство уникальных зданий и сооружений».

© Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства, 2015
© Шеин А.И., 2015

ПРЕДИСЛОВИЕ

Данное учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению 08.05.01 «Строительство уникальных зданий и сооружений», изучающих предметы «Строительная механика» и «Сейсмобезопасность». В нем представлены теория и практика расчетов на сейсмические воздействия.

Пособие подготовлено в соответствии с программой изучения строительной механики.

Изучив материалы пособия, выпускник программы специалитета должен лучше овладеть следующими **обще профессиональными компетенциями (ОПК):**

✓ владением эффективными правилами, методами и средствами сбора, обмена, хранения и обработки информации, навыками работы с компьютером как средством управления информацией (ОПК-2);

✓ умением использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, а также методы математического анализа и математического (компьютерного) моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОПК-6);

✓ способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь для их решения соответствующий физико-математический аппарат (ОПК-7);

✓ владением основными методами защиты производственного персонала и населения от возможных последствий аварий, катастроф, стихийных бедствий (ОПК-9);

✓ умением использовать нормативные правовые документы в своей деятельности (ОПК-10).

Выпускник программы специалитета должен обладать **профессиональными компетенциями (ПК)**, соответствующими виду (видам) профессиональной деятельности, на который (которые) ориентирована программа специалитета:

• **изыскательская, проектно-конструкторская и проектно-расчетная деятельность:**

✓ знанием нормативной базы в области инженерных изысканий, принципов проектирования зданий, сооружений, инженерных систем и оборудования, планировки и застройки населенных мест (ПК-1);

✓ владением методами проведения инженерных изысканий, технологией проектирования деталей и конструкций в соответствии с техническим

заданием с использованием лицензионных универсальных и специализированных программно-вычислительных комплексов, систем автоматизированного проектирования и графических пакетов программ (ПК-2);

• **производственно-технологическая и производственно-управленческая деятельность:**

✓ владением технологией, методами доводки и освоения технологических процессов строительного производства (ПК-4);

• **экспериментально-исследовательская деятельность:**

✓ знанием научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по профилю деятельности (ПК-10);

✓ владением методами математического (компьютерного) моделирования на базе универсальных и специализированных программно-вычислительных комплексов и систем автоматизированного проектирования, методами постановки и проведения экспериментов по заданным методикам (ПК-11);

✓ способностью составлять отчеты по выполненным работам, участвовать во внедрении результатов исследований и практических разработок (ПК-12).

Выпускник программы специалитета *«Строительство высотных и большепролетных зданий и сооружений»* должен обладать **профессионально-специализированными компетенциями (ПСК):**

✓ способностью вести разработку эскизных, технических и рабочих проектов уникальных объектов с использованием универсальных и специализированных программно-вычислительных комплексов и систем автоматизированного проектирования (ПСК-1.1);

✓ владением знаниями нормативной базы проектирования и мониторинга высотных и большепролетных зданий и сооружений (ПСК-1.2);

✓ владением методами расчета систем инженерного оборудования высотных и большепролетных зданий и сооружений (ПСК-1.3);

✓ владением основными вероятностными методами строительной механики и теории надежности строительных конструкций, необходимыми для проектирования и расчета высотных и большепролетных зданий и сооружений (ПСК-1.4).

Студент получит сведения о землетрясениях, их природе и последствиях. Ознакомится с параметрами сейсмических волн. Изучит силовые воздействия на здания и сооружения при землетрясениях. Разберет численные методы решения задач динамики (сеймики). Ознакомится с работой оснований сооружений в задачах сеймики. Рассмотрит основные расчетные математические модели грунтовых оснований. Выполнит расчет башни на сейсмические воздействия методом конечных элементов в Mathcad.

1. ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ И ИХ ПОСЛЕДСТВИЯ

1.1. Общее понятие о землетрясениях

Землетрясения представляют собой движение земной поверхности, вызванные воздействием сейсмических волн (по-гречески "сейсмос" – землетрясение). Сейсмические волны обычно ощущаются как сильные, интенсивные движения поверхности. Наиболее часто сейсмические волны ощущаются как горизонтальные колебательные движения земли. Но иногда наблюдаются и земные волны в буквальном смысле слова: волны движутся по земле как по озеру. При калифорнийском землетрясении 1906 года в отдельных местах отмечались земные волны высотой до 1 м. Они особенно опасны. Они раскалывают строения, встряхивая их так, что рушатся даже прочные стены. В городских районах здания вибрируют настолько сильно, что распадаются на части.

Существуют два главных сейсмических пояса, где наиболее часто происходят землетрясения: *Тихоокеанский*, охватывающий кольцом берега Тихого океана, и *Средиземноморский*, простирающийся через юг Евразии от Пиренейского полуострова на западе до Малайского архипелага на востоке. В пределах океанов значительной сейсмической активностью отличаются срединно-океанические хребты.

Землетрясения стоят на одном из первых мест среди особенно грозных явлений природы. Ежегодно в мире гибнут от землетрясений в среднем 10-50 тысяч человек. Отдельные землетрясения уносили сразу до сотни тысяч жизней и даже больше. Каждый год на Земле происходит более 100 землетрясений, способных вызвать разрушения; из них 10-20 землетрясений оказываются достаточно сильными.

Вот некоторые землетрясения с особенно большим числом жертв:

- Шэньси (Китай), 1556 г. – погибли более 800 тысяч человек;
- Шемаха (Азербайджан), 1667 г. – погибли около 100 тысяч человек;
- Калькутта (Индия), 1737 г. – погибли около 300 тысяч человек;
- Лиссабон (Португалия), 1755 г. – погибли около 70 тысяч человек;
- Мессина (Италия), 1908 г. – погибли около 120 тысяч человек;
- Ганьсу (Китай), 1920 г. – погибли более 150 тысяч человек;
- Канто (Япония), 1923 г. – погибли около 140 тысяч человек;
- Ашхабад (Туркменистан), 1948 г. – погибли около 50 тысяч человек;
- Таншань (Китай), 1976 г. – погибли более 500 тысяч человек.

Степень катастрофичности землетрясения измеряется не только числом погибших людей, но и разрушениями, которые оно вызвало. Много зависит от характера местности и типа земных пород в данном районе, от характера построек, их способности противостоять сейсмическим колебаниям. Большую роль играет и фактор внезапности. При своевременном

предупреждении о землетрясении люди эвакуируются из опасной зоны, покидают дома.

Картины разрушений, производимых землетрясениями, подчас очень страшны. Какая же огромная энергия должна была высвободиться, чтобы произвести все эти разрушения?

Знаменитый писатель *Максим Горький* (1868-1936) в 1908 году жил в Южной Италии. Вот как он описывает страшное землетрясение, которое в конце декабря этого года произошло в итальянском городе Мессине и погубило 120 000 человек:

«...В 5 часов 20 минут земля вздрогнула. Ее первая судорога длилась почти десять секунд. Треск и скрип оконных рам, звон стекла, грохот падающих лестниц разбудили спящих. Люди вскочили, ощущая всем телом эти подземные толчки. Качались стены. Срываясь, падали потолки, посуда, картины, зеркала; изгибался пол; мебель тряслась, двигаясь по комнате. Опрокидывались шкафы и подпрыгивали столы. Как бумажный, разрывался потолок, сыпалась штукатурка. В темноте все качалось, падало, с треском проваливаясь в какие-то вдруг открывшиеся пропасти... Вздрогнув, пошатываясь, здания наклонялись; по их белым стенам змеились трещины, и стены рассыпались, заваливая узкие улицы и людей тяжелыми грудями острых камней. Подземный гул, грохот камней, визг дерева заглушают вопли о помощи, крики безумия, стоны раненых. Земля волнуется, как море, сбрасывая с груди своей дворцы, лачуги, храмы, казармы, тюрьмы, школы, с каждым содроганием уничтожая сотни и тысячи женщин, детей, богатых и бедных, неграмотных и ученых, верующих в Бога и отрицающих его. Все море качалось, как огромная чаша, готовая опрокинуться на остатки города. Кажется, что вот сейчас вся смятенная масса его выплеснется на землю до последней волны, до последней капли. Вот поднялась к небу волна высотой неизмеримой, закрыла грудью половину неба и, качая белым хребтом, согнулась, переломилась, упала на берег. И страшной тяжестью своею покрыла трупы, здания, обломки, раздавила, задушила живых и, не удержавшись на берегу, хлынула назад, увлекая за собой схваченное...».

1.2. Виды и природа землетрясений: современные представления

1.2.1. Тектонические землетрясения

Большая часть всех известных землетрясений относится к этому типу. Они связаны с процессами горообразования и движениями в разломах литосферных плит. Верхнюю часть земной коры составляют около десятка огромных блоков – тектонических плит, перемещающихся под воздействием конвекционных течений в верхней мантии. Одни плиты двигаются навстречу друг другу (например, в районе Красного моря). Другие плиты

расходятся в стороны, третьи скользят друг относительно друга в противоположных направлениях. Это явление наблюдается в зоне разлома Сан-Андреас в Калифорнии.

Горные породы обладают определенной эластичностью, а в местах тектонических разломов – границ плит, где действуют силы сжатия или растяжения, постепенно могут накапливать тектонические напряжения. Напряжения растут до тех пор, пока не превысят предела прочности самих пород. Тогда пласты горных пород разрушаются и резко смещаются, излучая сейсмические волны. Такое резкое смещение пород называется подвижкой. Вертикальные подвижки приводят к резкому опусканию или поднятию пород. Обычно смещение составляет лишь несколько сантиметров, но энергия, выделяемая при движении горных масс весом в миллиарды тонн даже на малое расстояние, огромна! На земной поверхности образуются тектонические трещины. По их бортам происходят смещения относительно друг друга обширных участков земной поверхности, которые переносят вместе с собой и находящиеся на них поля, сооружения и многое другое. Эти перемещения можно увидеть невооруженным глазом, и тогда связь землетрясения с тектоническим разрывом в недрах земли очевидна.



США, смещение одной части поля относительно другой по разлому во время землетрясения

Рис. 1.1. Сдвиг двух частей поверхности земли

Однако землетрясения возникают не только в местах разломов – границ плит, но и в центре плит, под складками – горами, образующимися при выгибании пластов вверх в виде свода (места горообразования). В этих складках действуют сжимающие силы; когда такое напряжение горных

пород снимается за счет резкой подвижки, то и возникает землетрясение. Эти землетрясения, в терминологии американских сейсмологов Р. Стейна и Р. Йетса (1989 год), получили название скрытых тектонических землетрясений.

Остановимся на тектонических процессах подробнее. Во времена архея (*архейская* эра означает в геологии самый древний, самый ранний период истории земной коры, отстоящий от нашего времени на 3,5-2,5 млрд лет) образовалась твердая наружная оболочка Земли, которую можно назвать ранней (первичной) литосферой. Поначалу это была *монолитная* оболочка. Понятно, что она в определенной степени препятствовала уходу внутриземного тепла в космическое пространство, что привело к заметному повышению температуры под литосферной оболочкой и, как следствие, к некоторому расширению магматических масс. В результате монолитная литосферная оболочка не выдержала, и произошло глобальное землетрясение – *монолитная оболочка раскололась на отдельные «куски»*. Возникла первичная сетка *разломов литосферы*. В дальнейшем формировались новые зоны разломов (землетрясения продолжались весьма активно); они накладывались на первичную сетку и все более усложняли общую картину.

Сегодняшняя литосфера Земли характеризуется богатством и разнообразием разломов – от глубинных разломов, идущих по краям литосферных плит, до разломов в пределах плит (когда разломы идут по земной коре в пределах данной плиты) и далее – до неглубоких разломов в приповерхностных областях земной коры. *Первопричиной тектонических землетрясений являются в первую очередь и главным образом глубинные разломы, идущие по краям литосферных плит.*

Литосферные плиты как бы плавают на астеносфере; при этом они совершают как смещения вверх и вниз, так и перемещения в горизонтальных направлениях. Все эти движения литосферных плит происходят из-за движений магматических масс астеносферы, т.е. за счет тепловой энергии земных недр. При движениях литосферных плит возникают вблизи их краев (т.е. в областях глубинных разломов) *деформации* пород, из которых сложены плиты.

Тут уместно напомнить о деформациях твердых тел. Прикладывая к твердому телу соответствующие силы, можно его *изогнуть, сжать, растянуть*. Соответственно говорят о деформациях изгиба, сжатия, растяжения. Проще всего продемонстрировать деформацию изгиба. Ведь совсем нетрудно пальцами руки согнуть какую-нибудь тонкую деревянную пластинку, например линейку. Чтобы наблюдать деформации сжатия и растяжения какого-нибудь куска металла, потребуются более мощные усилия. Существенно, что любое тело нельзя как угодно сильно деформировать, т.е. как угодно сильно изгибать, сжимать, растягивать. Для каждого тела и для каждого вида деформации есть определенный предел прочности (определенный предел допустимых деформирующих усилий).

Если превысить предел прочности, то произойдет разрушение. Изогнутое тело переломится. Растянутое тело разорвется. Сжатое тело расколется.

Далее учтем, что в процессе изгибания, сжатия, растяжения тела к нему прикладывались соответствующие силы, затрачивалась энергия. Затраченная в процессе деформации энергия перешла к деформированному телу. Будем называть энергию, накопившуюся в деформированном теле, *энергией деформации*.

Будем рассматривать **литосферные плиты** как *твердые тела, которые в процессе движения по астеносфере подвергаются различным деформациям*. Остановим внимание на какой-нибудь литосферной плите, подвергающейся каким-то деформациям. Пусть эта плита постепенно изгибается или постепенно сжимается. Обратите внимание: деформация происходит не вдруг, а постепенно, в течение длительного времени. *Постепенно растет величина деформации и постепенно накапливается энергия деформации*. Можно сказать, что наша плита постепенно «заряжается» энергией и все больше и больше *напрягается*.

Этот процесс не может длиться сколь угодно долго. Как только будет превышен предел прочности плиты, так сразу же возникнет *разрыв* в породах, слагающих плиту, стремительно произойдут те или иные *подвижки* в породах. *В тот же момент снимется напряжение в плите и высвободится энергия деформации*. Частично энергия пойдет на нагревание литосферной плиты, а частично превратится в энергию *сейсмических волн*. Волны побегут по плите в разные стороны, доберутся до поверхности Земли, и там энергия волн превратится в разрушительную *энергию землетрясения*. Она будет раздвигать и сдвигать пласты пород, крушить скалы, превращать в руины башни, дома, мосты.

Деформациям, приводящим в конечном счете к землетрясению, подвергается всякий раз не вся литосферная плита, а только *края плиты*, т.е. *области глубинных разломов*. Поэтому надо уточнить типы глубинных разломов и виды деформации для тех или иных разломов. Все это мы сейчас уточним. Пока же важно оттенить главную общую мысль: *землетрясение - это очень быстрое расходование накапливаемой медленно и постепенно энергии деформации земных пород*; землетрясение происходит всякий раз тогда, когда процесс нарастания напряжений, обусловленных деформацией, превысит предел прочности породы. Землетрясение долго зреет, да быстро происходит.

Сейчас уже нет сомнений, что движение плит происходит за счёт мантийных теплогравитационных течений – *конвекции*. Источником энергии для этих течений служит перенос тепла из центральных частей Земли, которые имеют очень высокую температуру (по оценкам, температура ядра составляет порядка 5000 °С). Нагретые породы расширяются, плотность их уменьшается, и они всплывают, уступая место более холодным породам. Эти течения могут замыкаться и образовывать

устойчивые конвективные ячейки. При этом в верхней части ячейки течение вещества происходит в горизонтальной плоскости и именно эта её часть переносит плиты.

Таким образом, движение плит – следствие остывания Земли, при котором часть тепловой энергии превращается в механическую работу, и наша планета в некотором смысле представляет собой тепловой двигатель.

Относительно причины высокой температуры недр Земли существует несколько гипотез. В начале XX века была популярна гипотеза радиоактивной природы этой энергии. Казалось, она подтверждалась оценками состава верхней коры, которые показали весьма значительные концентрации урана, калия и других радиоактивных элементов, но впоследствии выяснилось, что с глубиной содержание радиоактивных элементов резко падает. Другая модель объясняет нагрев химической дифференциацией Земли. Первоначально планета была смесью силикатного и металлического веществ. Но одновременно с образованием планеты началась её дифференциация на отдельные оболочки. Более плотная металлическая часть устремилась к центру планеты, а силикаты концентрировались в верхних оболочках. При этом потенциальная энергия системы уменьшалась и превращалась в тепловую энергию. Другие исследователи полагают, что разогрев планеты произошёл в результате аккреции (*аккрéция* – процесс падения вещества на космическое тело из окружающего пространства) при ударах метеоритов о поверхность зарождающегося небесного тела.

Тепловая конвекция играет определяющую роль в движениях плит, но кроме неё на плиты действуют меньшие по величине, но не менее важные силы: при погружении океанической коры в мантию, базальты, из которых она состоит, превращаются в эклогиты, породы более плотные, чем обычные мантийные породы – перидотиты. Поэтому эта часть океанической плиты погружается в мантию и тянет за собой ещё не эклогитизированную, т.е. не уплотнённую, часть.

1.2.2. Вулканические землетрясения

Одно из самых интересных и загадочных образований на планете – вулканы (название произошло от имени бога огня – Вулкан) известны как места возникновения слабых и сильных землетрясений. Раскаленные газы и лава, бурлящие в недрах вулканических гор, толкают и давят на верхние слои Земли, как пары кипящей воды на крышку чайника. Эти движения вещества приводят к сериям мелких землетрясений – вулканическому тремору (вулканическое дрожание). Подготовка к извержению вулкана и его длительность могут происходить в течение лет и столетий. При вулканической деятельности наблюдается целый ряд природных явлений, в том числе взрывы огромных количеств пара и газов, что сопровождается

сейсмическими и акустическими колебаниями. При движении высокотемпературной магмы в недрах вулкана происходит растрескивание горных пород, что, в свою очередь, также вызывает сейсмическое и акустическое излучение.

Вулканические землетрясения почти ничем не отличаются от явлений, наблюдаемых при тектонических землетрясениях, однако их масштаб и "дальнобойность" значительно меньше.

1.2.3. Обвальные землетрясения

На местностях, богатых известковыми породами, люди иногда ощущают слабые колебания почвы. Они происходят из-за того, что под землей существуют пещеры. Из-за вымывания известковых пород подземными водами образуются карсты, более тяжелые породы давят на образующиеся пустоты, и они иногда обрушаются, вызывая землетрясения. В некоторых случаях за первым ударом следует другой или несколько ударов с промежутком в несколько дней. Это объясняется тем, что первое сотрясение провоцирует обвал горной породы в других ослабленных местах. Подобные землетрясения называют еще денудационными. Сейсмические колебания могут возникать при обвалах на склонах гор, провалах и просадках грунтов.

1.2.4. Техногенные (антропогенные) землетрясения

Эти землетрясения связаны с воздействием человека на природу. Проводя подземные ядерные взрывы, закачивая в недра или извлекая оттуда большое количество воды, нефти или газа, создавая крупные водохранилища, которые своим весом давят на земные недра, человек, сам того не желая, может вызвать подземные удары. Повышение гидростатического давления и наведенная сейсмичность вызываются закачкой флюидов в глубокие горизонты земной коры. Быстрая разгрузка или нагрузка территорий, которые сами по себе отличаются высокой тектонической активностью, связанной с деятельностью человека, может совпасть с их естественным сейсмическим режимом и даже спровоцировать ощутимое людьми землетрясение.

Т а б л и ц а 1.1

Классификация землетрясений по причинам

Тип землетрясения	Процент от общего числа	Диапазон магнитуд
Тектонические	Около 95%	До 9
Вулканические	До 5%	До 8
Обвальные (денудационные)	Менее 1%	Не более 5
Техногенные (антропогенные)	Менее 0.1%	Известны до 5

Таблица 1.2

Классификация землетрясений по интенсивности воздействий

Баллы	Интенсивность	Краткая характеристика последствий
1	Неощутимое	Отмечается только сейсмическими приборами
2	Едва заметное	Ощущается отдельными людьми, находящимися в покое
3	Слабое	Ощущается небольшой частью людей
4	Ощутимое	Распознается по легкому дребезжанию и колебанию посуды, оконных стекол, скрипу дверей
5	Умеренное	Общее сотрясение зданий, колебание мебели, трещины в оконных стеклах, штукатурке, пробуждение спящих
6	Значительное	Ощущается всеми, откалываются куски штукатурки, легкое повреждение зданий
7	Сильное	Трещины в стенах каменных зданий. Здания антисейсмической конструкции и деревянные здания не разрушаются
8	Очень сильное	Трещины на крутых склонах гор и сырой почве, сильное повреждение зданий
9	Разрушительное	Сильное повреждение и разрушение каменных зданий
10	Опустошительное	Крупные трещины в почве, оползни, обвалы, разрушение каменных построек, деформация рельсов на железных дорогах
11	Катастрофическое	Широкие трещины в земле, многочисленные оползни и обвалы, полное разрушение каменных зданий
12	Сильнейшая сейсмическая катастрофа	Изменения в почве огромных размеров, многочисленные трещины, обвалы, оползни, отклонения течений рек, ни одно сооружение не выдерживает нагрузки и разрушается

1.3. Типы глубинных разломов при тектонических землетрясениях

Можно выделить четыре основных типа глубинных разломов.

Первый тип разломов – разломы, образовавшиеся в зонах субдукции (зоны глубоководных желобов), т.е. там, где океанический край одной плиты пододвигается под континентальный край другой плиты. Уходящая под континент плита подвергается деформации изгиба. Оказавшийся сверху край другой плиты также изгибается, но в меньшей степени. Зато он подвергается сжатию, в результате чего образуются горные складки на континентальном крае.

Второй тип разломов – разломы, образовавшиеся в зонах спрединга (зоны срединно-океанических хребтов). Здесь происходит изгибание

океанического края плиты, связанное с выносом на поверхность дна океана магматических масс из глубин астеносферы.

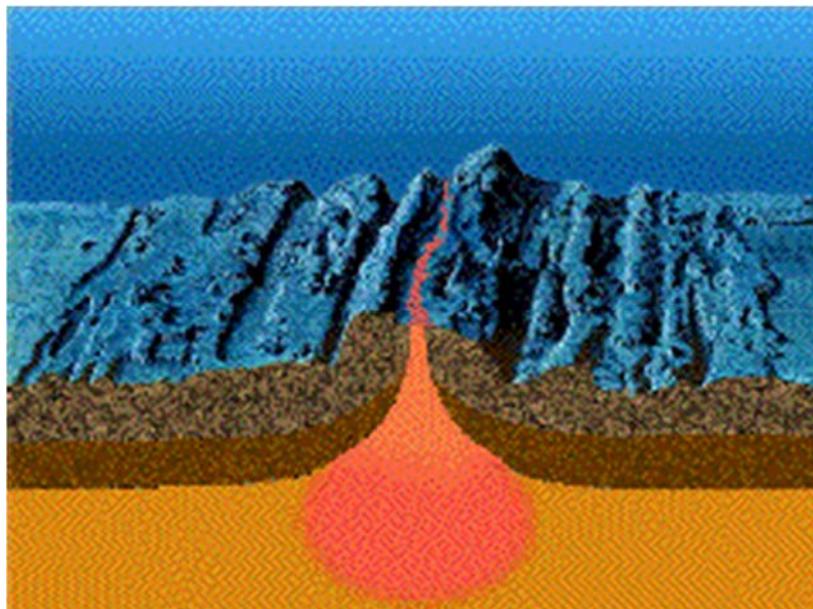


Рис.1.2. Схема спрединга

Эти массы, выходя на поверхность, не только изгибают край плиты, но и «приваривают» его к краю соседней плиты. Так как магматические массы астеносферы как бы тянут две плиты в разные стороны, то, естественно, возникает деформация растяжения.

Третий тип разломов, пожалуй, наиболее сложен. Он встречается там, где континентальный край одной плиты напирает на континентальный край другой плиты. Тут ни одна из плит не может пододвинуться под другую и поэтому особенно сильно проявляется деформация сжатия. В результате происходят раскалывание краев плит, выдавливание отдельных участков вверх или вниз. Подобные разломы называют *сбросовыми*. Наряду со сжатием наблюдается также деформация изгиба; она собирает приповерхностные слои в горные складки.

Четвертый тип разломов – разломы, образовавшиеся между двумя плитами, которые смещаются параллельно друг другу. Края плит подвергаются деформации изгиба, которая приводит в конечном счете к сдвигу плит друг относительно друга в горизонтальном направлении. Подобные разломы геологи называют *трансформными*. Надо отметить, что трансформные разломы встречаются не столько в «чистом виде», сколько в сочетании с другими типами разломов. Их очень много в зонах спрединга; на дне океанов имеются многочисленные характерные трещины, идущие поперек осевой линии (гребня) срединно-океанического хребта. Образование трещин понять несложно. «Приваренные» друг к другу края двух плит растягиваются в разные стороны от осевой линии хребта. На разных участках этой линии степень прочности «приваренных» краев различна.

Поэтому края плит разламываются, образуются упомянутые выше характерные поперечные трещины, соседние участки плиты между трещинами движутся параллельно друг другу, но с разной скоростью. Это типичные трансформные разломы.

Сейсмически активные области земной поверхности (области землетрясений) должны наблюдаться там, где находятся глубинные разломы литосферных плит. Убедимся в этом, сопоставив области сейсмической активности с рисунком-схемой глубинных разломов. Эта схема приводилась в виде картины расположения срединно-океанических хребтов и глубоководных желобов, а затем повторялась в виде картины литосферных плит. Районы землетрясений очерчены на схеме.



Рис.1.3. Основные тектонические плиты

Частые и наиболее сильные землетрясения происходят в пределах двух поясов – Тихоокеанского сейсмического пояса (он идет вокруг берегов Тихого океана) и Средиземноморского сейсмического пояса (он идет вдоль южного края Евразии от Пиренеев до Малайского архипелага). Тихоокеанский сейсмический пояс соответствует разломам первого типа, т.е.

разломам с субдукцией. Средиземноморский сейсмический пояс соответствует разломам третьего типа (со сбросами). Относительно редкие, умеренные землетрясения происходят, как можно видеть, по линиям срединно-океанических хребтов. Они соответствуют разломам второго типа, т.е. разломам со спредингом. Что же касается разломов четвертого типа (трансформных разломов), то, как уже отмечалось, они обычно сочетаются с разломами других типов.

В Калифорнии (США) трансформный разлом наблюдается в «чистом виде». Здесь вдоль тихоокеанского побережья в направлении с юго-востока на северо-запад идет *разлом Сан-Андреас*. Глубина разлома достигает 30 км, в длину он тянется примерно на тысячу километров. Вблизи разлома находятся города Лос-Анджелес и Сан-Франциско.

Разлом Сан-Андреас – это часть разлома между Североамериканской и Тихоокеанской плитами. Посмотри на схему литосферных плит. Обрати внимание на то, что вблизи Калифорнии Североамериканская и Тихоокеанская плиты движутся почти параллельно друг другу в направлении с юго-востока на северо-запад. Но Тихоокеанская плита движется *быстрее*, чем Североамериканская; в результате эти плиты *смещаются* друг относительно друга (как если бы они двигались в противоположных направлениях). Отсюда и происхождение разлома Сан-Андреас. Лос-Анджелес находится на Тихоокеанской плите, а Сан-Франциско – на Североамериканской. В результате движения плит Лос-Анджелес постепенно «догоняет» Сан-Франциско. Геологи установили, что эти города сближаются со скоростью 5 см/год.

1.4. Сейсмические волны, родившиеся в очаге землетрясения

Землетрясение исподволь готовится в деформируемых породах. Возникает оно в той области деформированных пород, где в результате превышения предела прочности породы стремительно развивается (геологи говорят: *вспарывается*) разрыв и происходят быстрые подвижки пород. Эту область пространства внутри земных недр называют *очагом землетрясения*. Именно внутри очага происходит *быстрое высвобождение накопившейся энергии деформации*. Именно оттуда разбегаются во все стороны сейсмические волны, унося с собой высвободившуюся энергию деформации.

Очаги землетрясений возникают на разных глубинах. В большинстве случаев центр очага находится на глубине порядка 10 км (опускаясь до 50-60 км), т.е. в пределах континентальной земной коры. Очаги землетрясений могут возникать и глубже – они могут оказаться в пределах верхней мантии.

Родившиеся в очаге землетрясения сейсмические волны называют *волнами объемного типа* (или, проще, *объемными волнами*) и подразделяют

на *продольные* волны и *поперечные* волны. Продольные волны наиболее быстрые. Они распространяются в земных недрах со скоростью от 5 до 10 км/с, в зависимости от плотности породы. Скорость распространения поперечных волн – от 2 до 5 км/с. В продольных волнах смещения происходят *параллельно* направлению распространения волны, а в поперечных волнах – *перпендикулярно* к направлению волны. Понятно, что смещения пород совершаются за счет энергии деформации, высвободившейся в очаге землетрясения. При этом, однако, тратится отнюдь не вся энергия деформации. Продольные и поперечные волны достигают земной поверхности и тратят остаток энергии на производимые землетрясением изменения рельефа и разрушения всевозможных объектов, в том числе зданий.

От эпицентра землетрясения расходятся волны четырех типов:

– продольные, или *P*-волны, образованные движением частиц вперед и назад по направлению движения волны;

– поперечные, или *S*-волны, образованные колебаниями частиц в направлении, перпендикулярном движению волны. *S*-волны бывают вертикальные и горизонтальные;

– поверхностные волны Лява, где частицы перемещаются горизонтально, перпендикулярно направлению движения волны;

– поверхностные волны Рэлея, в которых движения частиц складываются из горизонтальных и вертикальных составляющих, а сама частица движется по эллиптической траектории, подобной волне на поверхности воды.

За счет отражений, преломлений и наложений волновая картина может быть самой разнообразной.

При распространении поперечных волн, в отличие от продольных, возникают не только поступательные, но и вращательные движения грунта. Следовательно, надо учитывать вращательные воздействия на здания.

P-волны движутся быстрее, чем *S*-волны. Отсюда и их название: *P*-волны – от *primary* (первичный), а *S*-волны – от *secondary* (вторичный).

Достигая земной поверхности, объемные волны тратят на всевозможные разрушения не весь остаток энергии деформации, а только одну ее часть. Другую часть они тратят на возбуждение особых сейсмических волн – волн, бегущих по приповерхностному слою. Их называют *волнами поверхностного типа* или, проще, *поверхностными волнами*. По характеру смещений пород эти волны подразделяют на *волны Лява* и *волны Рэлея*. Из рис. 1.4 понятно, как смещаются породы в поверхностных волнах. Скорость этих волн сравнительно невелика – 1,5-2 км/с.

Получается, что при землетрясениях различные подземные сооружения (глубокие тоннели, колодцы, бункеры) должны страдать от разрушений в меньшей степени, чем наземные сооружения. Ведь на них обрушиваются только объемные сейсмические волны, тогда как наземные сооружения подвергаются действию не только объемных, но еще и поверхностных волн. Так оно и есть на самом деле.

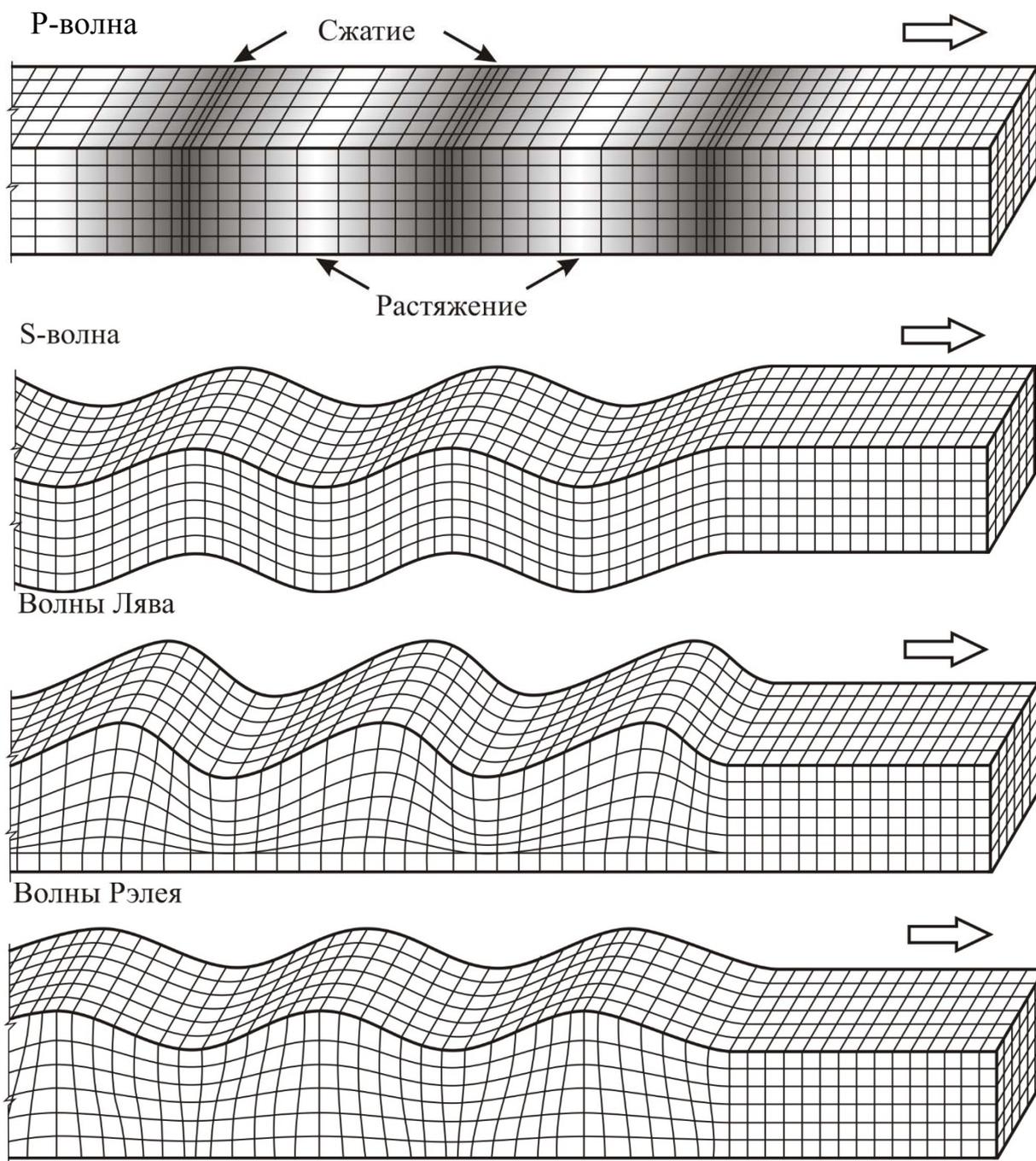


Рис.1.4. Вид объемных волн земной коры

Энергия, вызывающая серьезные изменения рельефа и приводящая к ужасным разрушениям, – это всего лишь небольшая доля энергии сейсмических волн, родившихся в очаге землетрясения. Основные изменения рельефа – *грандиозные трещины*, раскрывающиеся во время отдельных землетрясений. Так, при землетрясении 1884 года в Андалусии (юг Испании) они поглотили ряд домов и церквей. Во время землетрясения 1988 года в Спитаке (Армения) также раскрывались гигантские трещины. Туда проваливались целиком некоторые здания. Отдельные трещины затем закрывались, хороня в земных недрах поглощенные землетрясением дома вместе с людьми.

1.5. Параметры сейсмических волн

Для параметров сейсмических волн у разных исследователей имеются разные данные.

Хаузнер (1965) считал, что *максимально возможное ускорение* грунта составляет $0,5g$. Данные о землетрясении в Ассаме (1897 г.) показывают ускорения более $1g$.

Максимальная скорость грунта колеблется от 1 до 3 м/с (по Ньюмарку). По данным Амбрасейса (1969), она лежит в пределах от 1 до $1,5$ м/с.

Магнитуда землетрясения (от лат. *magnitudo* – важность, значительность, крупность, величие) – величина, характеризующая энергию, выделившуюся при землетрясении в виде сейсмических волн. Первоначальная шкала магнитуды была предложена американским сейсмологом Чарльзом Рихтером в 1935 году, поэтому в обиходе значение магнитуды называют *шкалой Рихтера*. Шкала Рихтера содержит условные единицы (от 1 до $9,5$) – магнитуды, которые вычисляются по колебаниям, регистрируемым *сейсмографом*.

Магнитуда (M) – это десятичный логарифм от измеренной в микрометрах амплитуды на диаграмме, записанной стандартным сейсмографом Вуда-Андерсона, который имеет увеличение в 2800 раз, период собственных колебаний $0,8$ с, коэффициент затухания 80% (n/ω) и установлен на твердом грунте в 100 км от эпицентра.

Типичная сейсмическая *акселерограмма* (ускорение грунта – время) содержит три основные группы волн, или три фазы: первичные волны P , вторичные волны S и поверхностные волны L , причем волны L включают волны Рэлея, Лява и др.

Ниже приведено несколько акселерограмм следующих землетрясений: в Петролии, Калифорния, США, апрель 1996, продолжительность 10 секунд (рис. 1.5); в Нагхане Иран, апрель 1977 года, продолжительность 5 секунд (рис. 1.6); в Броули, Калифорния, США, 1975 год, продолжительность $2,4$ секунды (рис. 1.7); в Сан-Франциско, Калифорния, США, 1957 год, продолжительность $2,5$ секунды (рис. 1.8).

Для большинства зданий представляет интерес период собственных колебаний порядка $0,2$ с и более.

Важная с инженерной точки зрения скорость волн 3000 м/с имеет соответствующую длину волны $0,2 \times 3000 = 600$ м.

Максимальное угловое ускорение можно принять равным $0,0105 \cdot a_1$, где a_1 – максимальное горизонтальное ускорение движения грунта в направлении, перпендикулярном оси вращения.

Период сейсмической волны – интервал времени между двумя соседними гребнями или впадинами; величина, обратная частоте волны. Обычно период сейсмических волн составляет $0,1$ - 10 сек.

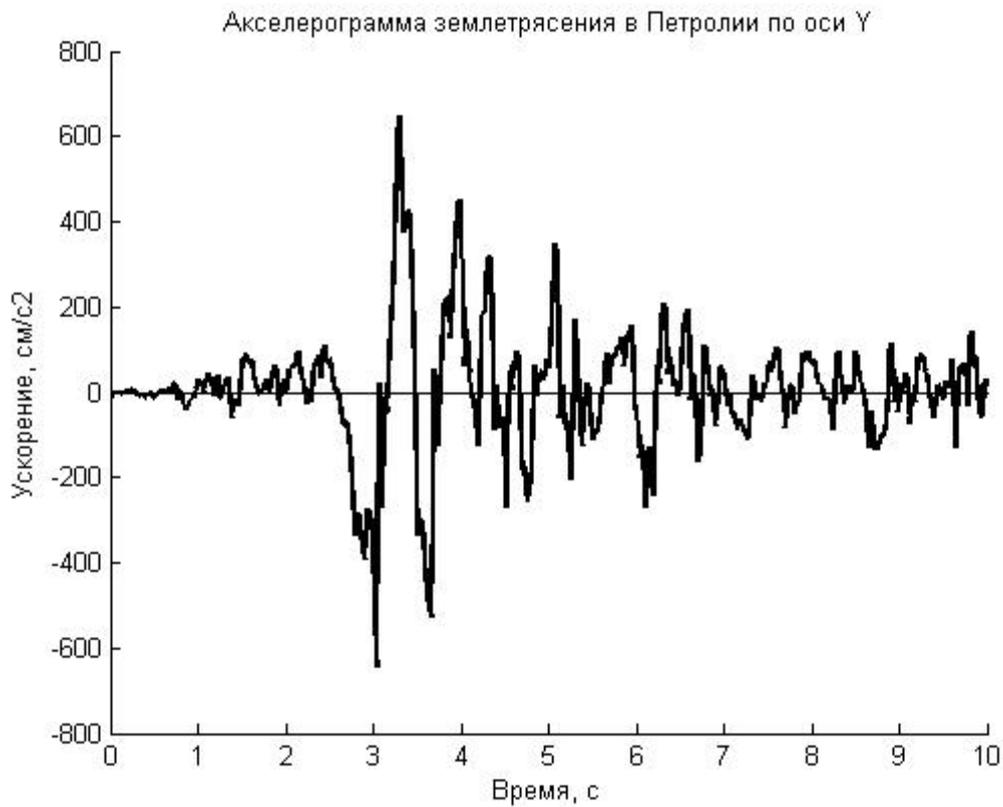


Рис.1.5. Акселерограмма землетрясения в Петролии

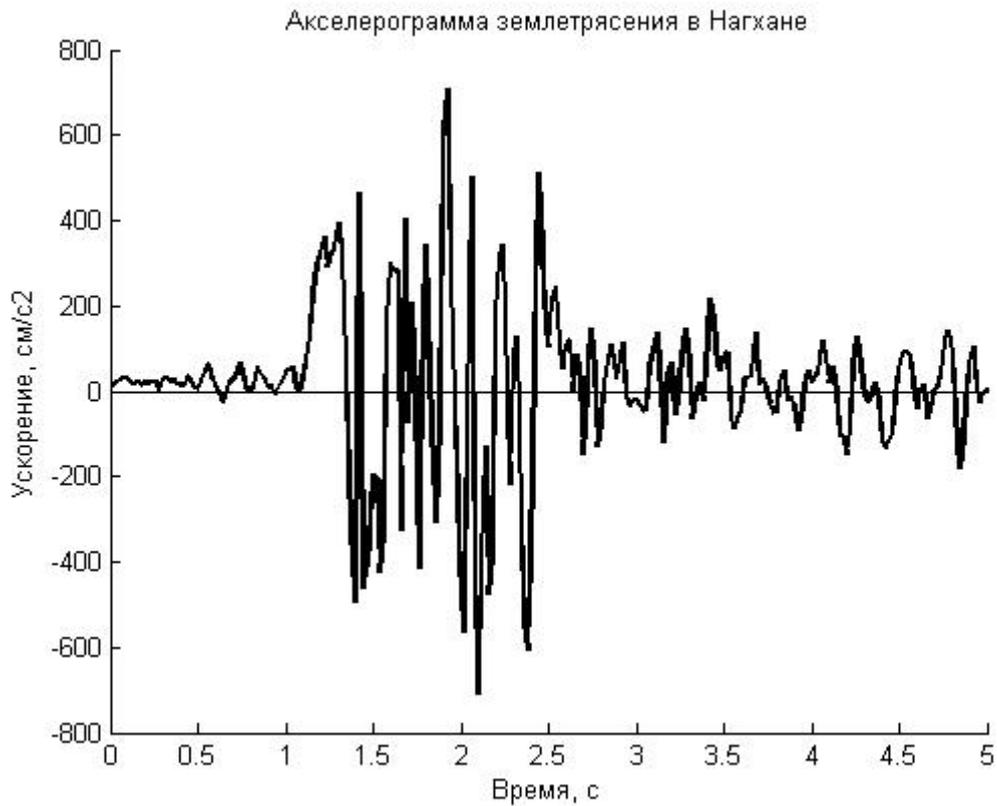


Рис. 1.6. Акселерограмма землетрясения в Нагхане

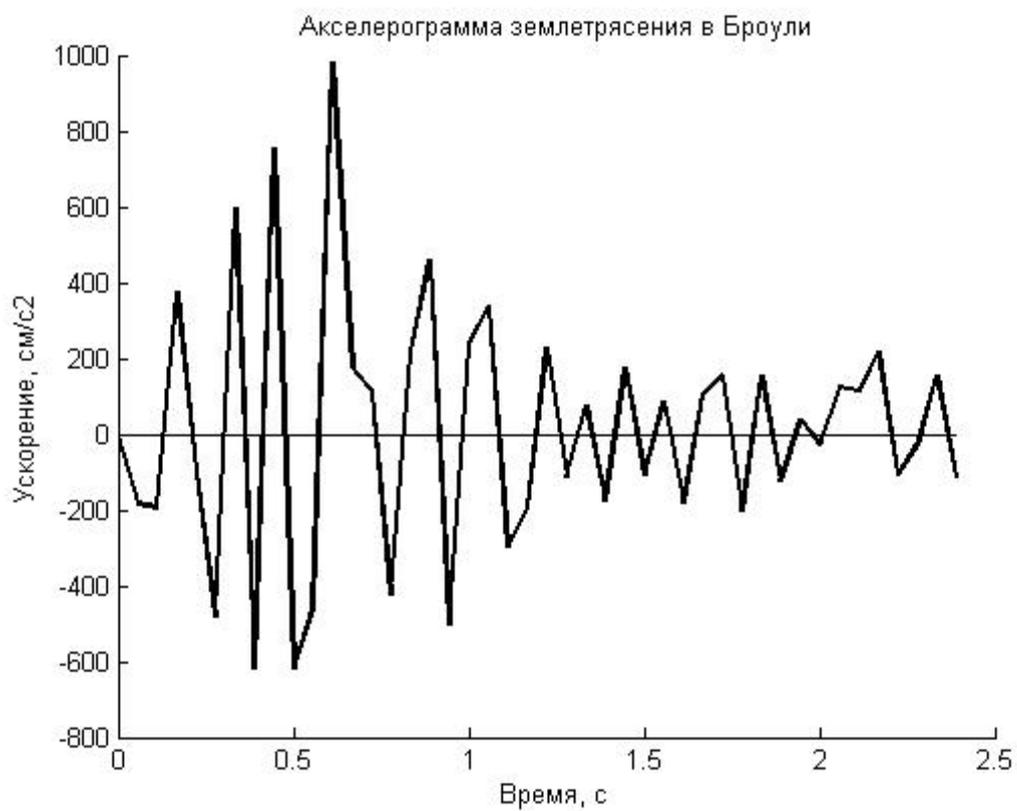


Рис. 1.7. Акселерограмма землетрясения в Броули

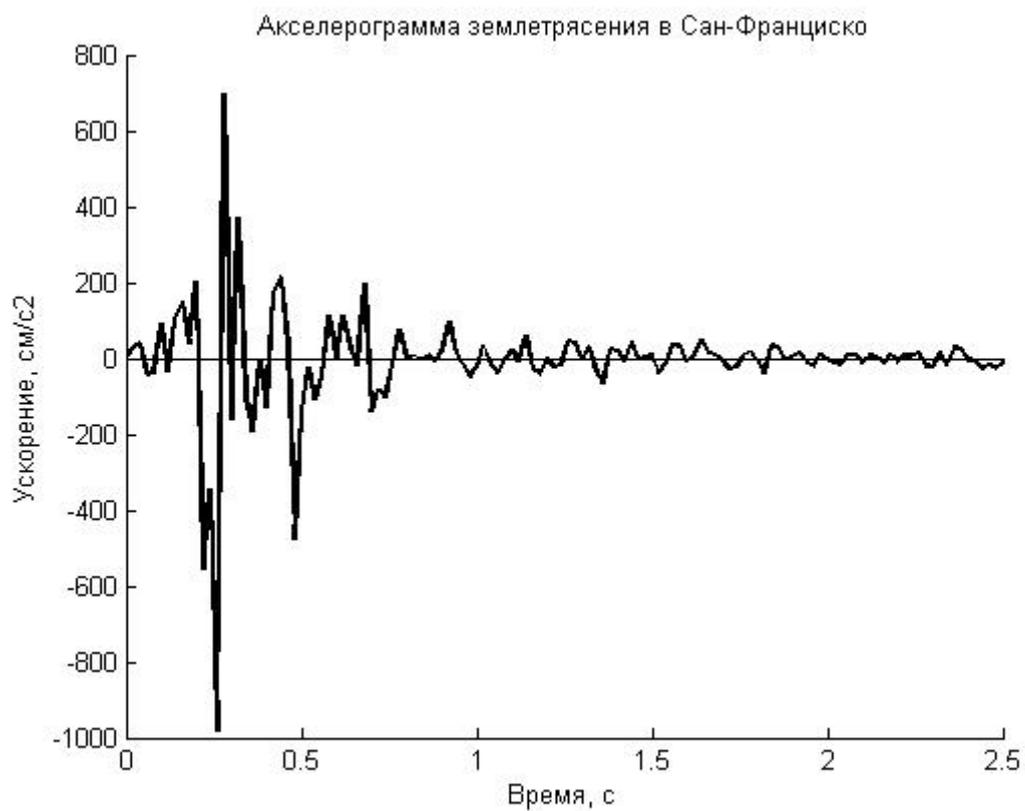


Рис. 1.8. Акселерограмма землетрясения в Сан-Франциско

Продольные сейсмические волны – наиболее быстрые волны, распространяющиеся от источника сейсмических колебаний и представляющие собой последовательное сжатие и растяжение материала. Продольные волны проходят через все среды. Их скорость в 1.7 раза больше, чем скорость поперечных *S*-волн.

Длина сейсмической волны – расстояние между соседними гребнями или впадинами волны. Обычно длины сейсмических волн, излучаемых очагами землетрясений, составляют несколько километров.

После Спитакского землетрясения 1988 года, когда разрушилось очень много 9-этажных каркасно-панельных зданий, характер разрушения которых показал очень большие деформации стен и перекрытий *от кручения* (несмотря на то, что все здания были более-менее симметричными, так как были типовыми), в строительные нормы с 1995 года было внесено изменение в виде увеличений в 5 раз условного эксцентриситета масс, который стал теперь равным 0.1 L.

Т а б л и ц а 1.3

Показатели	Расчетная сейсмичность, баллы			
	6	7	8	9
Максимальное ускорение, м/с ²	0.05	0.1	0.2	0.4
Максимальная скорость колебаний грунта, м/с:				
мягкие грунты	0.06	0,12	0,24	0,48
скальные грунты	0,045	0,09	0,16	0,36
Максимальное перемещение грунта, м:				
мягкие грунты	0.045	0.09	0,17	0.35
скальные грунты	0.025	0.05	0,1	0,19

Частотный спектр сейсмических колебаний лежит в диапазоне от сотен Гц до $\sim 3 \cdot 10^{-4}$ Гц. Высокочастотные сейсмические волны (порядка сотен Гц) могут быть зарегистрированы только на малых расстояниях от источника. В низкочастотной области (с периодами порядка сотен секунд и более) сейсмические волны приобретают характер собственных колебаний Земли, которые делятся на сфероидальные, имеющие поляризацию волн Рэлея, и крутильные, с поляризацией волн Лява.

Материя реагирует на воздействующие импульсы двумя видами упругих деформаций: изменением объема и изменением формы (рис. 1.5). В общем случае нарушение равновесия в упругом теле, вызванное ударом, взрывом и т.п., влечет за собой оба вида упругих деформаций. Эти деформации распространяются от места возникновения по упругой среде, образуя ряд последовательных положений фронта деформации, или волнового фронта. Установлено, что в случае распространения упругих деформаций имеет место именно волновой колебательный процесс, а два вида упругих деформаций, возникающих при нарушении равновесия в упругом теле, распространяются по нему, как два вида волн. Элементарные

изменения объема распространяются в земной коре в виде *продольных волн*, элементарные изменения формы – в виде *поперечных волн*. Продольные волны можно уподобить явлению, которое произойдет, если попеременно натягивать и ослаблять резиновую ленту. Частицы резины сначала перемещаются вперед, затем возвращаются и через ленту проходят сгущения и разрежения вещества резины, обусловленные прямолинейным поступательно-возвратным движением частиц. Поэтому продольные волны называют также *волнами сгущения*.

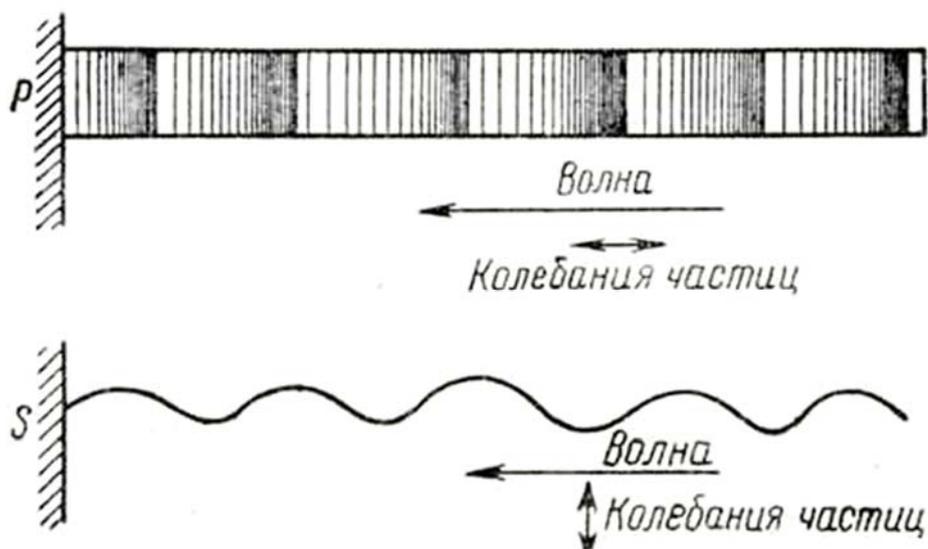


Рис.1.5. Возникновение продольных и поперечных упругих колебаний: P – продольные волны в металлическом стержне, возникающие при ударе молотком; S – поперечные волны, возникающие при колебаниях струны

Поперечные волны можно сравнить с колебаниями струны, каждая частица которой испытывает поперечные колебания, перпендикулярные к направлению их распространения. Распространение этих волн связано с изменением формы тела за счет кручения и сдвига его частиц, и эти колебания называют также *волнами сдвига*.

Скорость распространения поперечных волн почти в два раза меньше скорости продольных (точнее, в 1,7 раза). Поэтому чем дальше находится очаг землетрясения от наблюдателя, тем позднее дойдут до последнего поперечные волны по сравнению с продольными. Это имеет важное значение для установления местоположения эпицентров землетрясений.

Помимо скорости распространения сейсмические волны характеризуются длиной волны, периодом колебаний и амплитудой. Длины волн при землетрясениях различны (от сотен метров до сотен километров), и их поведение подчинено тем же законам, которым подчиняются все волновые движения. Сейсмические волны преломляются и отражаются при переходе из одной среды в другую и затухают по мере удаления от источника, теряя энергию на преодоление внутреннего трения частиц среды. В результате

преломления и отражения на границе двух сред могут возникать новые волны, сильно усложняющие общую картину сейсмических колебаний. Например, при падении продольной волны на поверхность раздела двух упругих сред с резко различными свойствами в точке падения, появляются четыре волны: продольная отраженная, поперечная отраженная, продольная преломленная, поперечная преломленная.

Первыми достигают земной поверхности продольные волны в эпицентре землетрясения, где их воздействие направлено снизу вверх по вертикали и сила удара максимальна. На поверхности эти волны возбуждают третий вид сейсмических волн – поверхностные, или длиннопериодные волны. По характеру колебаний последние относятся к поперечным. Длина их велика и иногда достигает нескольких сотен километров. Скорость их распространения почти в два раза меньше скорости обычных поперечных волн: в твердых породах она не превышает 3,3– 4,0 км/с, а в рыхлых значительно меньше. Амплитуда поверхностных волн редко превышает несколько сантиметров. Поверхностные волны производят максимальные разрушения в плейстосейстовых областях (область, где наиболее трясет) землетрясений. Расходясь от эпицентра во все стороны, поверхностные волны могут обойти всю Землю. Тогда волны, идущие в противоположных направлениях, встречаются. Место их встречи называют *антиэпицентром*. После столкновения поверхностные волны вновь расходятся по поверхности Земли.

Кроме перечисленных волн при землетрясениях возникают *волны тяжести*. Они проявляются в толщах рыхлых пород (песков, глин), обычно насыщенных водой. Механические свойства этих отложений резко отличаются от свойств твердых пород, залегающих на глубине. Частицы рыхлых пород, выведенные из положения равновесия сейсмическим толчком, возвращаются обратно не под воздействием упругих сил внутреннего сцепления, а под воздействием силы тяжести. Скорость волн тяжести в 1000 раз меньше скорости упругих колебаний и не превышает нескольких метров в секунду, а амплитуда может быть до десятков сантиметров. Волны тяжести вызывают видимые колебания почвы, а также нарушения и волнообразные изгибы земной поверхности, дорог, рельсов и пр. Они очень похожи на волны, возникающие на поверхности воды.

Данные о скорости распространения P -волн и S -волн приведены в табл. 1.4.

Следует заметить, что поперечным волнам свойственны не только более низкие скорости распространения, но и пониженные частоты колебаний, а также более высокие амплитуды; поэтому фаза колебаний грунта, соответствующая S -волнам, определяет основную энергию землетрясений и приводит к основным разрушениям сооружений.

Таблица 1.4

Вид грунта	Скорость распространения упругих волн, м/с	
	продольных	поперечных
Мягкие грунты		
1. Насыпные грунты (пески, супеси и др.)	200	110
2. Лесс и лессовидные грунты	390	135
3. Гравелисто-песчанистые грунты	350	170
4. Сухие песчаные грунты	530	310
5. Песчаные грунты средней влажности	780	380
6. Водонасыщенные песчаные грунты	950	500
7. Супеси	750	360
8. Суглинки	850	420
9. Пластичные глинистые грунты	1650	670
10. Твердые глинистые грунты	2750	1550
Полускальные и скальные грунты		
11. Мергель	2450	1400
12. Песчаник рыхлый	2000	1750
13. Песчаник плотный	3150	1800
14. Известняк	4750	2600
15. Глинистые сланцы	3500	2100
16. Гранит, гнейс, базальт, диабаз:		
трещиноватые	4000	2350
не трещиноватые	5250	3500

2. РАСЧЕТ СИЛОВЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ ПРИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯХ

2.1. Сейсмические воздействия на сооружения

Как уже отмечалось, сейсмические воздействия в верхних слоях земной коры обусловлены *тектоническими, вулканическими и денудационными* (карстовый провал, подземный взрыв, горный обвал) процессами.

Вулканические и денудационные процессы имеют местный характер, а тектонические часто охватывают огромные территории. Очаги землетрясений – *гипоцентры* – находятся обычно на глубине десятков и сотен километров, а *эпицентр* – на поверхности грунта. От гипоцентра во все направления распространяются упругие колебания в земной коре. Эти колебания бывают двух видов: продольные (сжатие и растяжение) и поперечные (сдвиговые, перпендикулярные продольным), вызывающие в грунтах деформации сдвига. Скорость поперечных волн почти в два раза меньше скорости продольных. Кроме того, от эпицентра по поверхности земли распространяются во все стороны поверхностные волны Лява и Рэлея.

Скорости распространения упругих продольных V_p и поперечных V_s волн:

$$V_p = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}, \quad V_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}, \quad (2.1)$$

где E и ν – упругие характеристики грунта;
 ρ – плотность грунта.

Мерой количественной оценки энергии сейсмических волн по К. Рихтеру является магнитуда (M), представляющая собой десятичный логарифм максимальной амплитуды записи сейсмической волны M_k , полученной сейсмографом на расстоянии 100 км от эпицентра землетрясения. Землетрясение с магнитудой выше 7, если оно произойдет вблизи населенного пункта, вызывает крупную катастрофу.

Интенсивность землетрясения исчисляется также по другим шкалам – MSK, Меркалли, IMA, в зависимости от того, какая шкала принята в данной стране. В РФ используется шкала MSK-64, она и рекомендована СНиП-II-7-81.

В сейсмологии и в сейсмостойком строительстве используются две группы характеристик землетрясений. Первая характеризует силу землетрясения в очаге и оценивается *магнитудой* M , измеряемой по шкале Рихтера, вторая характеризует явления на поверхности земли и определяется шкалой *сейсмической интенсивности*, измеряемой в баллах.

Т а б л и ц а 2.1

Баллы	Характеристики повреждений зданий и других сооружений	
6	Повреждения конструкций Проявления на поверхности земли	Повреждения 1-й степени в отдельных зданиях типа <i>Б</i> и во многих типа <i>А</i> ; 2-й степени в отдельных зданиях типа <i>А</i> В немногих случаях – оползни, на сырых грунтах возможны видимые трещины шириной до 1 см; в горных районах – отдельные оползни, возможны изменения дебита источников и уровня воды в колодцах
7	Повреждения конструкций Проявления на поверхности земли	Повреждения 1-й степени во многих зданиях типа <i>В</i> и в отдельных зданиях - 2-й Во многих зданиях типа <i>Б</i> 2-й степени и в отдельных – 3-й. Во многих зданиях типа <i>А</i> 3-й степени и в отдельных зданиях – 4-й. Трещины в каменных оградах В отдельных случаях – оползни проезжей части дорог на крутых склонах и трещины на дорогах. Нарушение стыков трубопроводов. В отдельных случаях – изменение дебита источников и уровня воды в колодцах. В немногих случаях возникают или пропадают существующие источники воды. Отдельные случаи оползней на песчаных и гравелистых берегах рек
8	Повреждения конструкций Проявления на поверхности земли	Во многих зданиях типа <i>В</i> повреждения 2-й степени и в отдельных – 3-й Во многих зданиях типа <i>Б</i> повреждения 3-й степени и в отдельных – 4-й Во многих зданиях типа <i>А</i> повреждения 4-й степени и в отдельных – 5-й Памятники и статуи сдвигаются, надгробные памятники опрокидываются. Каменные ограды разрушаются Небольшие оползни на крутых откосах выемок и насыпей дорог, трещины в грунтах достигают нескольких сантиметров. Возможно возникновение новых водоемов. Во многих случаях изменяется дебит источников и уровень воды в колодцах. Иногда пересохшие колодцы наполняются водой или существующие иссякают
9	Повреждения конструкций Проявления на поверхности земли	Во многих зданиях типа <i>В</i> повреждения 3-й степени и в отдельных – 4-й Во многих зданиях типа <i>Б</i> повреждения 4-й степени и в отдельных – 5-й Памятники и колонны опрокидываются. Значительные повреждения берегов искусственных водоемов, разрывы частей подземных трубопроводов. В отдельных случаях – искривление рельсов и повреждения проезжих частей дорог На равнинах возможны наводнения, часто заметны наносы на поверхности песка и ила. Трещины в грунтах до 10 см, а по склонам и берегам – более 10 см. Кроме того, много тонких трещин в грунтах. Частые оползни и осыпание грунтов, обвалы горных пород

Сейсмические воздействия на сооружения рассчитываются на основе количественной оценки напряженно-деформированного состояния [90], что требует расчетной акселерограммы и *сейсмограммы* (графики изменения ускорений и смещений *поверхности земли* во времени соответственно).

Существует два метода расчета НДС массивов грунтов и сооружений при сейсмических воздействиях: *динамический* и *статический* (или квазидинамический).

Динамический метод позволяет прогнозировать НДС оснований и сооружений во времени, связанном со временем действия акселерограммы землетрясения.

Статический, или квазидинамический, метод расчета НДС оснований и сооружений не рассматривает процесс во времени и основан на едином расчетном значении ускорения основания и сооружения.

Как динамический, так и статический (или квазидинамический) метод расчета НДС массивов грунтов требует выбора расчетной модели основания и грунта. От правильного выбора расчетной модели основания и грунта существенно зависит НДС массива грунта и сооружения.

При проектировании и строительстве сооружений оценка *сейсмичности строительной площадки* производится по картам сейсмозонирования с учетом инженерно-геологических условий, а также результатов специальных исследований, включающих:

- Изучение сейсмического режима площадок строительства и получение исходных данных для расчета сейсмостойкости основания и сооружения.
- Определение параметров деформируемости и прочности грунтов оснований и материалов сооружений при динамическом их нагружении, с учетом их изменчивости.
- Установление количественной оценки НДС оснований для выявления возможных зон возникновения остаточных деформаций в грунтовом массиве и оценка их величины для каждой зоны.
- Изучение изменения сейсмичности площадки строительства при изменении уровня грунтовых вод.

Наиболее существенным из перечисленных выше исследований при определении сейсмичности площадки является количественная оценка НДС массива грунта, служащего основанием сооружений.

По действующим нормам, единственной исходной сейсмологической характеристикой района строительства при проектировании является сейсмичность, оцениваемая в баллах. Каждому баллу нормами приписывается определенный расчетный уровень максимальных ускорений A_g , который используется для определения инерционных сейсмических нагрузок, вводимых в расчет сейсмостойкости сооружений как статические.

Значения регламентируемых нормами расчетных ускорений A_g сопоставлены в табл. 2.2 с диапазоном изменения максимальных ускорений грунта a_{\max} и их средними значениями \bar{a}_{\max} .

Таблица 2.2

Параметры	Баллы			
	6	7	8	9
a_{\max}/g	0,03+0,06	0,06+0,125	0,125+0,25	0,25+0,5
\bar{a}_{\max}/g	0,045	0,0925	0,1875	0,375
A	0,05	0,1	0,2	0,4

В качестве расчетных схем для количественной оценки НДС массивов грунтов, служащих основанием и средой сооружений, может быть принят вариант, когда четвертичные отложения подстилаются скальными породами (рис. 2.1).

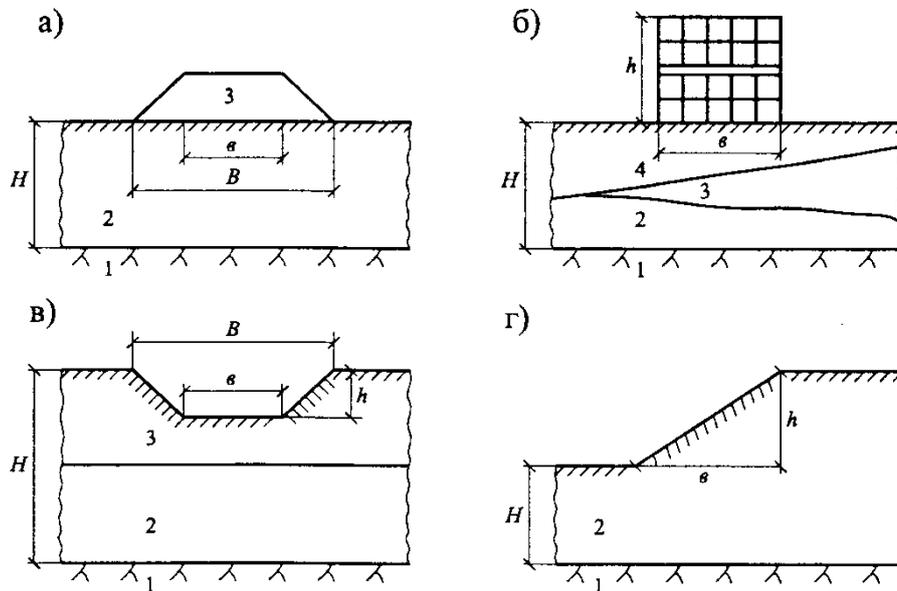


Рис. 2.1. Расчетные схемы для оценки НДС массивов грунтов, служащих основанием и средой различных сооружений:
 а – однородное основание: 1 – скальное основание массива; 2 – четвертичные отложения; 3 – сооружение; б – неоднородное основание;
 в – грунтовый массив с выемкой; г – грунтовый массив со склоном

Сейсмическая нагрузка S_k на рассматриваемый элемент массива грунта с массой m_k , сосредоточенной в точке k массива, определяется как произведение этой массы на расчетное ускорение a_0 скального основания, принимаемое в зависимости от сейсмической балльности района строительства:

$$S_k = m_k \cdot a_0 = Q_k \cdot K_c, \quad (2.2)$$

где Q_k – вес элемента грунта в точке k массива, $Q_k = m_k \cdot g$;

$K_c = a_0 / g$ – относительное ускорение скального основания, выраженное в долях от ускорения силы тяжести g (коэффициент сейсмичности).

При оценке НДС массива грунта эти инерционные силы считаются приложенными статически. Однако статическая теория не учитывает особенности строения массива, деформируемость и динамические характеристики массива, соотношение частот его собственных колебаний с частотой сейсмического воздействия и т.п. Поэтому возникла необходимость разработки и внедрения нового динамического метода расчета сейсмостойкости оснований и сооружений. К таким относится *квазидинамический метод расчета* сооружений, который был создан и развит К.С. Завриевым в 1928г. и в настоящее время включен в СНиП-II-7-81. Согласно этому методу, сейсмические силы, возникнув, действуют неопределенно долго, т.е. статически. Для расчета этих сил необходимо знание форм колебаний, которые можно получить на основании спектрального анализа. Этот метод так и называется - *спектральный метод*.

Предполагается, что колебание оснований или сооружений при сейсмическом воздействии складывается из взаимно независимых колебаний по собственным формам, каждая из которых соответствует собственной частоте ω_i , или периоду $T_i = 2\pi / \omega_i$. В соответствии с этим, каждой форме колебаний отвечает определенная составляющая инерционной силы, изменяющаяся во времени. Но в этом случае сейсмическая нагрузка для какой-либо точки k массива при i -й форме его колебаний в выбранном направлении будет определяться выражением

$$S_{ik}(t) = m_k \cdot a_{ik}(t), \quad (2.3)$$

где $a_{ik}(t)$ – ускорение точки k в i -й форме колебаний.

Вычисление общей сейсмической силы в любой точке k массива как суммы зависимых от времени слагаемых $S_{ik}(t)$ представляет собой сложную задачу. Поэтому в практических расчетах вычисляют максимальное во времени значение $S_{ik}(t)$, а для получения расчетной силы используют вероятностный подход, определяя ее среднеквадратическое значение по формуле

$$S_{pk} = \sqrt{\sum_{i=1}^n S_{ik}^2}, \quad (2.4)$$

где S_{pk} – расчетное значение сейсмической силы в точке k ;

S_{ik} – максимальное во времени значение сейсмической силы в точке k в i -й форме колебаний;

n – число учитываемых форм колебаний.

Максимальное ускорение $a_{ik}(t)$ в точке k может быть определено выражением

$$\max |a_{ik}(t)| = \alpha_p \cdot \beta_i \cdot \eta_{ik}, \quad (2.5)$$

где α_p – максимальная амплитуда действительного ускорения, заданного акселерограммой $a_0(t) = \alpha_p \cdot f(t)$, где $f(t)$ – заданная функция времени;

β_i – коэффициент динамичности.

Расчетные значения β_i обычно принимаются по спектральным графикам коэффициента динамичности $\beta_i(T_i)$. В качестве расчетного графика $\beta_i(T_i)$ принимается огибающая ряда фактических спектров (рис. 2.2). Коэффициент $\beta_i(T_i)$ определяется по формуле $\beta_i = 1 / (T_i)$, и, как правило, его значение не более 3 и не менее 0,8, в зависимости от категории грунтов.

По основной формуле СНИП-И-7-81 для определения расчетной нагрузки от сейсмического воздействия вводятся требуемые коэффициенты.

Расчетная сейсмическая нагрузка в выбранном направлении, приложенная к точке k и соответствующая i -му тону колебаний массива грунта (без учета или с учетом сооружений), определяется по формуле

$$S_{ik} = K_1 \cdot K_2 \cdot S_{0ik}, \quad (2.6)$$

где K_1 – коэффициент, учитывающий допускаемые повреждения зданий и сооружений, принимаемый по табл. 3 СНИП-П-7-81;

K_2 – коэффициент, учитывающий конструктивное решение зданий или сооружений, принимаемый по табл. 4 СНИП-И-7-81;

S_{0ik} – значение сейсмической нагрузки для i -го тона собственных колебаний массива (вместе с сооружением), определяемое в предположении упругого деформирования массива,

$$S_{0ik} = Q_k \cdot A \cdot \beta_i \cdot K_\psi \cdot \eta_{ik}; \quad (2.7)$$

здесь Q_k – вес массива вместе с сооружением, отнесенный к точке k и определяемый с учетом расчетных нагрузок на конструкции;

A – коэффициент, значение которого следует принимать равным 0,1; 0,2; 0,4 соответственно, для расчетной сейсмичности 7, 8, 9 баллов;

β_i – коэффициент динамичности, соответствующий i -му тону собственных колебаний массива, принимаемый по формулам или графику (2.2);

K_ψ – коэффициент, принимаемый по табл. 6 СНИП-Н-7-81;

η_{ik} – коэффициент, зависящий от формы деформации массива (сооружения) при его собственных колебаниях по i -му тону и от места расположения нагрузки,

$$\eta_{ik} = \frac{X_i(x_k) \cdot \sum_{j=1}^n Q_j \cdot X_i(x_j)}{\sum_{j=1}^n Q_j \cdot X_i^2(x_j)}, \quad (2.8)$$

где $X_i(x_k)$ и $X_i(x_j)$ – смещения массива (сооружения) при собственных колебаниях по i -му тону в рассматриваемой точке k и во всех точках j , где в соответствии с расчетной схемой его вес принят сосредоточенным;

Q_j – вес массива (сооружения), отнесенный к точке j , определяемый с учетом расчетных нагрузок и сейсмических воздействий при их особом сочетании.

В первом приближении вместо (2.8) можно использовать упрощенную формулу

$$\eta_k = \frac{x_k \cdot \sum_{j=1}^n Q_j \cdot x_j}{\sum_{j=1}^n Q_j \cdot x_j^2}, \quad (2.9)$$

где x_k и x_j – расстояние от точек k и j до основания слоя грунтового массива.

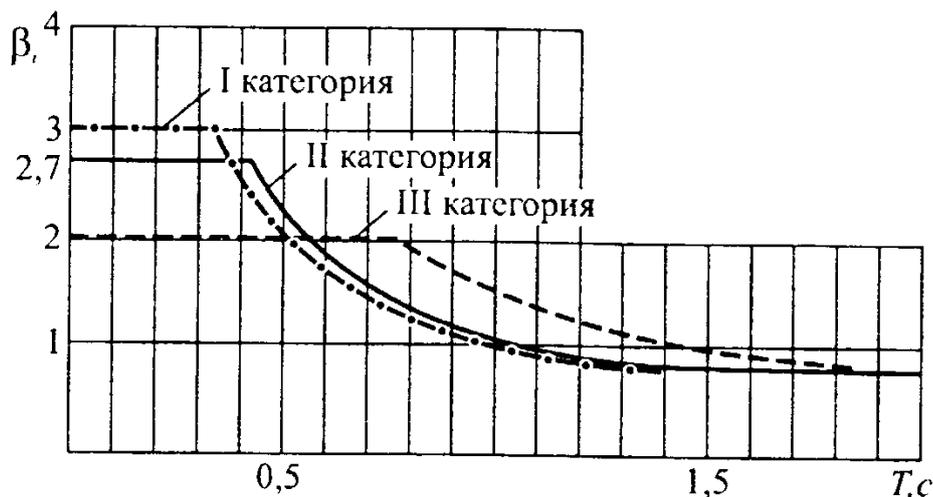


Рис. 2.2. Зависимость коэффициента динамичности β_i от периода собственных колебаний сооружения по i -му тону

После определения сейсмических инерционных сил по спектральной методике производятся расчет НДС массива грунта и на его основе проверка прочности и устойчивости массива грунта в целом и в отдельных частях.

В МКЭ имеются готовые формулы для построения матриц жесткости, затухания и масс, полученных на основе метода перемещений и энергетических подходов строительной механики, а также формулы для определения компонентов напряжений, деформаций и перемещений в каждом элементе.

Уравнения движения узловых точек системы, образованной конечными элементами, в матричной форме по методу перемещений имеют вид:

$$M \cdot \ddot{U} + B \cdot \dot{U} + K \cdot U = -M \cdot \ddot{\Delta}, \quad (2.10)$$

где M, B, K – соответственно матрицы масс, затухания и жесткости;

U, \dot{U}, \ddot{U} – векторы упругих перемещений, скоростей и ускорений;

$\ddot{\Delta}$ – вектор сейсмического воздействия, заданный ускорением.

Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений (2.10) второго порядка МКЭ при нулевых начальных условиях по спектральному методу или прямыми методами позволяет определить искомые значения напряжений, деформаций и перемещений.

2.2. Кинематическое воздействие на сооружение и расчет сооружения на сейсмические воздействия путем разложения по собственным формам

В результате разрыва земной коры из центра землетрясения в грунтовой среде распространяются волны деформаций и перемещений. Длина сейсмической волны значительно больше протяженности сооружения; поэтому можно считать, что при ее проходе фундамент сооружения испытывает только поступательное перемещение $\Delta = \Delta(t)$.

В связи с этим рассмотрим задачу динамики сооружений при кинематическом возбуждении.

Пусть для стойки с одной массой (рис.2.3) основание совершает движение по заданному закону $\Delta = \Delta(t)$. Полное перемещение массы $Y_1(t)$ будет складываться из переносного перемещения $\Delta(t)$ и относительного перемещения $y(t)$:

$$Y(t) = \Delta(t) + y(t), \quad (2.11)$$

где относительное перемещение можно записать в виде:

$$y(t) = \delta_{11} \cdot \Phi. \quad (2.12)$$

Сила инерции, действующая на движущуюся массу равна:

$$\Phi = -m\ddot{Y}(t). \quad (2.13)$$

Следовательно, уравнение перемещений примет вид:

$$Y(t) = \Delta(t) + \delta_{11}(-m\ddot{Y}(t)). \quad (2.14)$$

Деля это равенство на $m \delta_{11}$, приходим к виду:

$$\ddot{Y}(t) + \omega^2 Y(t) = \omega^2 \Delta(t). \quad (2.15)$$

Это и есть дифференциальное уравнение движения массы вследствие кинематического воздействия. С учетом (2.11) уравнение движения можно переписать в виде:

$$\ddot{y}(t) + \omega^2 \cdot y(t) = -\ddot{\Delta}(t). \quad (2.16)$$

Упругая система с n степенями свободы реагирует на сейсмическое воздействие каждой составляющей своего спектра собственных колебаний $\bar{v}_k (k = 1, 2, \dots, n)$. Поэтому решение задачи определения динамических перемещений и инерционных сил можно провести с помощью разложения искомого движения

$$M\ddot{U} + KU = \ddot{\Delta}M \quad (2.17)$$

по собственным формам колебаний. При этом вектор прогибов $U(t)$ представим как сумму произведений (рис.2.4):

$$U = \sum_{k=1}^n q_k(t) \cdot \bar{v}_k = V \cdot q(t). \quad (2.18)$$

Здесь q_k – обобщенная координата, определяемая из решения дифференциального уравнения:

$$\ddot{q}_k + \omega_k^2 q_k = \frac{Q_k(t)}{M_k}. \quad (2.19)$$

где Q_k – обобщенная сила,

$$Q_k = V_k^T P; \quad (2.20)$$

M_k – обобщенная масса k -й формы,

$$M_k = V_k^T M V_k; \quad (2.21)$$

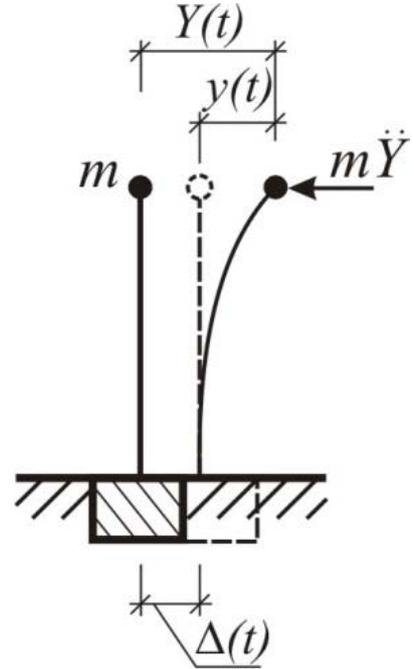


Рис. 2.3

где V_k – вектор k -й формы колебаний,

$$V_k = \begin{bmatrix} V_{1k} \\ V_{2k} \\ \vdots \\ V_{nk} \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

Переход от (2.17) к (2.19) становится возможен в силу ортогональности собственных форм колебаний. Действительно, подставляя (2.21) в (2.17) и умножая все уравнение слева на транспонированный вектор k -й формы колебаний V_k^T , получаем:

$$V_k^T M V \ddot{q} + V_k^T K V q = V_k^T P. \quad (2.23)$$

Но

$$V_k^T M V = V_k^T M \begin{bmatrix} V_1 \\ \dots \\ V_k \\ \dots \\ V_n \end{bmatrix} = [0 \dots V_k^T M V_k \dots 0]. \quad (2.24)$$

Аналогично

$$V_k^T K V = [0 \dots V_k^T K V_k \dots 0]. \quad (2.25)$$

К тому же $(V_k^T M V_k)^{-1} V_k^T K V_k = M^{-1} K = \omega_k^2 E$.

Уравнения (2.19) решаются как уравнения колебаний с одной степенью свободы. После нахождения $q_k(t)$ возврат к истинным значениям $U(t)$ осуществляется по формуле (2.18):

$$U = V \cdot q(t) = V_1 \cdot q_1(t) + V_2 \cdot q_2(t) + \dots + V_n \cdot q_n(t). \quad (2.26)$$

Для большинства нагрузок вклад в решение (2.26) различных форм колебаний уменьшается с ростом номера частоты k , поэтому в практических расчетах учитывают 3-5 первых форм колебаний.

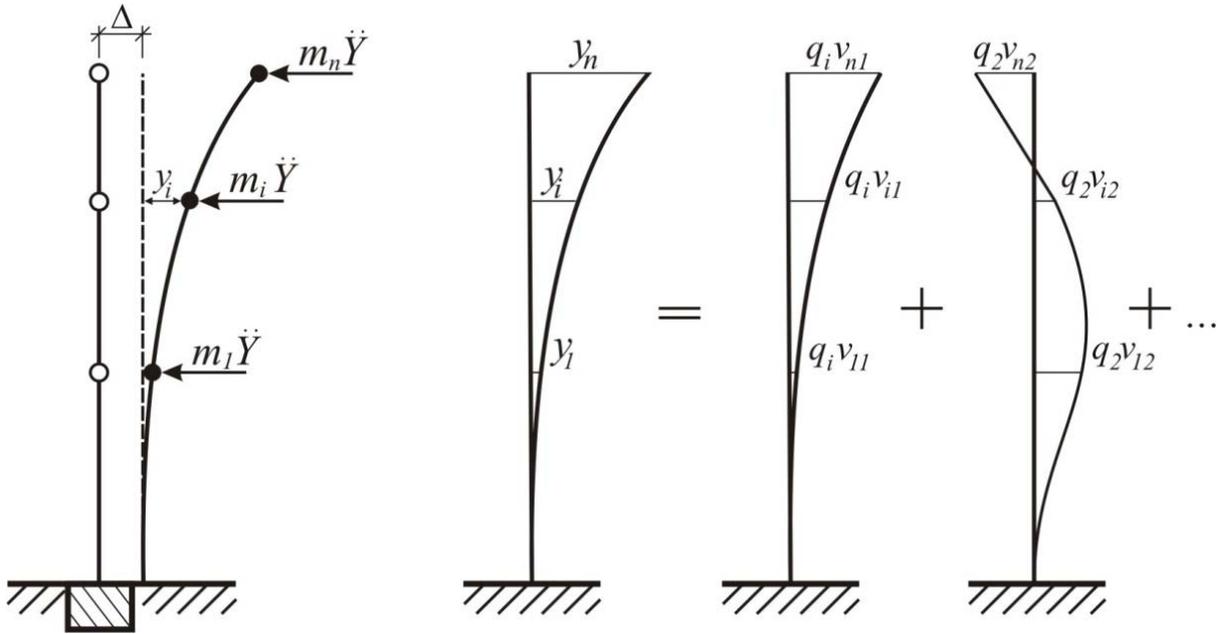


Рис. 2.4

Вектор форм собственных колебаний (амплитудных коэффициентов) V находится из решения задачи на собственные значения.

При заданном сейсмическом воздействии $\ddot{\Delta}(t)$ уравнение (2.19) в сочетании с (2.18) дает возможность определить динамические перемещения точек системы. Динамические силы, соответствующие k -й форме колебаний, можно найти с помощью соотношения

$$\bar{S}_k = \begin{bmatrix} s_{1k} \\ s_{2k} \\ \vdots \\ s_{ik} \\ \vdots \\ s_{nk} \end{bmatrix} = q_k \omega_k^2 \begin{bmatrix} m_1 v_{1k} \\ m_2 v_{2k} \\ \vdots \\ m_i v_{ik} \\ \vdots \\ m_n v_{nk} \end{bmatrix}. \quad (2.27)$$

Сейсмическое воздействие обычно носит ярко выраженный нестационарный характер. На рис.2.5 приведена зависимость ускорения движения грунта при землетрясении от времени – акселерограмма землетрясения.

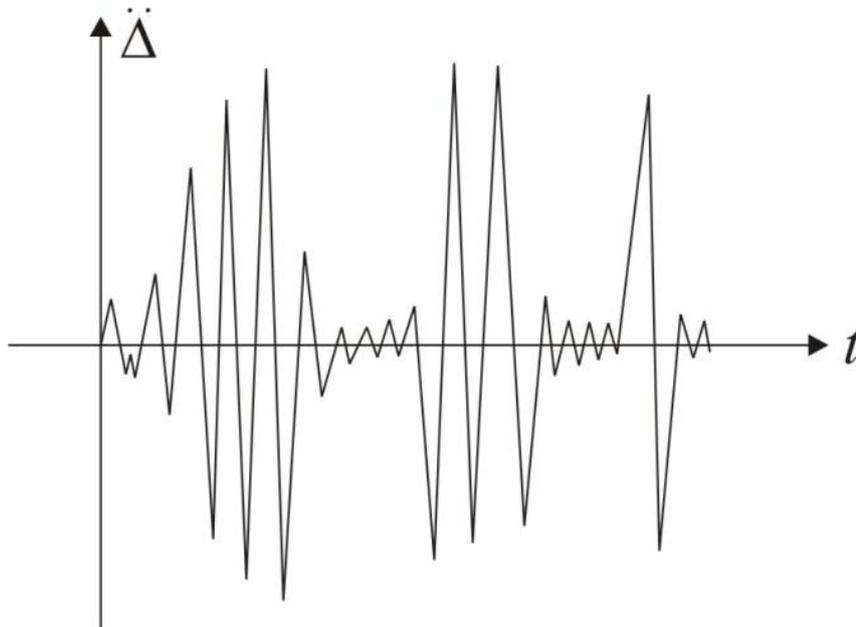


Рис. 2.5

Поэтому сейсмический расчет здания или сооружения можно выполнить приближенно на основе расчета по нескольким акселерограммам, характерным для данного района.

2.3. Численные методы решения задач динамики (сеймики). Методы прямого интегрирования уравнений движения

Кроме разложения по собственным формам уравнение динамического равновесия

$$M \cdot \ddot{U} + B \cdot \dot{U} + K \cdot U = -M \cdot \ddot{\Delta}$$

эффективно решается методами прямого интегрирования:

- а) методом центральных разностей;
- б) методом постоянного (на шаге) ускорения Ньюмарка;
- в) методом линейного изменения ускорения с модификацией Вилсона.

Покажем использование метода центральных разностей и метода Ньюмарка для решения задачи динамики.

а) Метод центральных разностей

Векторы ускорения и скорости представим в конечно-разностном виде:

$$\ddot{U}_t = \frac{U_{t-1} - 2U_t + U_{t+1}}{(\Delta t)^2}, \quad (2.28)$$

$$\dot{U}_t = \frac{U_{t+1} - U_{t-1}}{2(\Delta t)}, \quad (2.29)$$

где Δt – шаг по времени;

t – данный момент времени;

$(t-1)$ – момент времени, соответствующий времени $(t - \Delta t)$;

$(t+1)$ – момент времени, соответствующий времени $(t + \Delta t)$.

Дифференциальное уравнение динамического равновесия, составленное для момента времени t

$$M\ddot{U}_t + KU_t = P_t \quad (2.30)$$

можно переписать в виде:

$$M \frac{U_{t-1} - 2U_t + U_{t+1}}{(\Delta t)^2} + KU_t = P_t. \quad (2.31)$$

Если векторы U_t и U_{t-1} известны, то легко вычисляется и вектор перемещений U_{t+1} :

$$U_{t+1} = M^{-1}(P_t - KU_t)(\Delta t)^2 + E(2U_t - U_{t-1}). \quad (2.32)$$

Для начала расчета нужно знать $U_{0-\Delta t}$ по известному значению U_0 и \dot{U}_0 . Считая, что перемещение имеет параболическую зависимость от времени, по формуле Тейлора получим:

$$U_{0-\Delta t} = U_0 - (\Delta t)\dot{U}_0 + \frac{(\Delta t)^2}{2}\ddot{U}_0. \quad (2.33)$$

\ddot{U}_0 вычисляется из (2.33) для $t = 0$:

$$\ddot{U}_0 = M^{-1}(P_0 - KU_0). \quad (2.34)$$

Для решения задачи необходимо, чтобы матрица масс не имела нулевых элементов на главной диагонали.

б) Метод постоянного ускорения Ньюмарка

В качестве второго метода решения дифференциальных уравнений движения рассмотрим метод Ньюмарка. В этом методе предполагается, что ускорение остается постоянным в пределах шага по времени Δt (рис.2.6а), т.е.

$$\ddot{U}(t + \tau) = \frac{\ddot{U}(t + \Delta t) + \ddot{U}(t)}{2} = \text{const.} \quad (2.35)$$

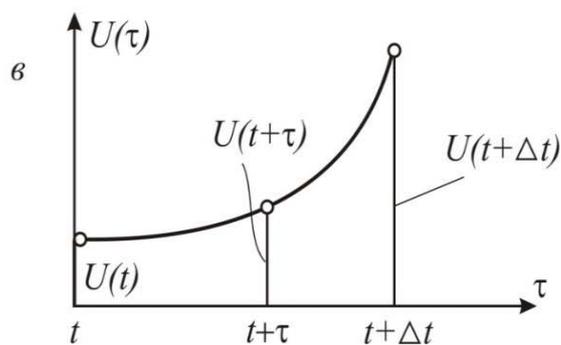
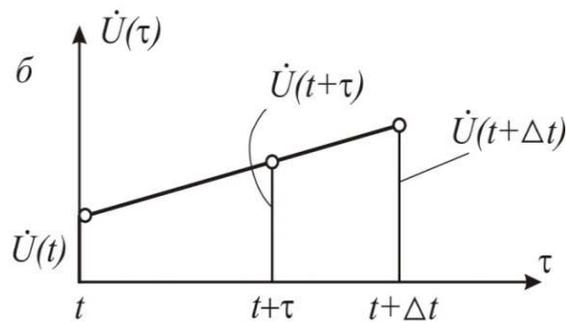
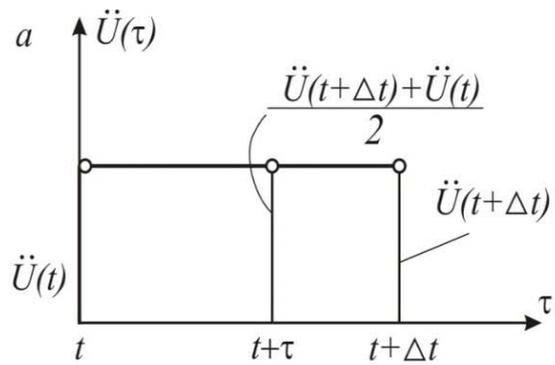


Рис. 2.6

Интегрируя выражение (2.35), получаем:

$$\dot{U}(t + \tau) = \dot{U}(t) + \frac{\ddot{U}(t + \Delta t) + \ddot{U}(t)}{2} \tau. \quad (2.36)$$

Вторично интегрируя уравнение (2.39), получаем:

$$U(t + \tau) = U(t) + \dot{U}(t) \cdot \tau + \frac{\ddot{U}(t + \Delta t) + \ddot{U}(t)}{4} \tau^2. \quad (2.37)$$

Графики функций скорости и перемещения на интервале Δt показаны на рис. 2.6, б, в.

Используя выражения (2.36) и (2.37), получаем формулы для скорости и перемещения в конце промежутка времени Δt :

$$\dot{U}(t + \Delta t) = \dot{U}(t) + \frac{\ddot{U}(t + \Delta t) + \ddot{U}(t)}{2} \cdot \Delta t, \quad (2.38)$$

$$U(t + \Delta t) = U(t) + \dot{U}(t) \cdot \Delta t + \frac{\ddot{U}(t + \Delta t) + \ddot{U}(t)}{4} \cdot (\Delta t)^2. \quad (2.39)$$

Из выражения (2.39) найдем ускорение $\ddot{U}(t + \Delta t)$:

$$\ddot{U}(t + \Delta t) = \frac{4U(t + \Delta t) - 4U(t) - 4\dot{U}(t) \cdot \Delta t}{(\Delta t)^2} - \ddot{U}(t). \quad (2.40)$$

Подставив (2.40) в (2.41), найдем формулу для скорости:

$$\dot{U}(t + \Delta t) = \frac{2U(t + \Delta t) - 2U(t) - \dot{U}(t) \cdot \Delta t}{\Delta t}. \quad (2.41)$$

Из выражений (2.41) и (2.40) можно найти скорость и ускорение в момент времени $(t + \Delta t)$, зная скорость и перемещение в момент времени t и перемещение в момент $(t + \Delta t)$. Перемещение $U(t + \Delta t)$ определим из дифференциального уравнения движения, составленного для момента времени $(t + \Delta t)$:

$$M\ddot{U}(t + \Delta t) + KU(t + \Delta t) = P(t + \Delta t). \quad (2.42)$$

Подставив в уравнение (2.30), составленное для момента времени $(t + \Delta t)$, выражение (2.40), получим:

$$M \left[\frac{4U(t + \Delta t) - 4U(t) - 4\dot{U}(t) \cdot \Delta t}{(\Delta t)^2} - \ddot{U}(t) \right] + KU(t + \Delta t) = P(t + \Delta t). \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} & M \cdot 4U(t + \Delta t) + KU(t + \Delta t) \cdot (\Delta t)^2 - \\ & - M \left[4U(t) + 4\dot{U}(t) \cdot \Delta t + \ddot{U}(t) \cdot (\Delta t)^2 \right] = \\ & = P(t + \Delta t) \cdot (\Delta t)^2. \end{aligned} \quad (2.44)$$

Или, окончательно:

$$\begin{aligned} U(t + \Delta t) &= \left[4M + K \cdot (\Delta t)^2 \right]^{-1} \times \\ & \times \left\{ M \left[4U(t) + 4\dot{U}(t) \cdot (\Delta t) + \ddot{U}(t) \cdot (\Delta t)^2 \right] + P(t + \Delta t) \cdot (\Delta t)^2 \right\}. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Начало шагового процесса организуется с момента времени $t=0$, $U(0)=U_0$, $\dot{U}(0)=\dot{U}_0$. Начальные ускорения находим из уравнения движения, записанного для момента времени $t=0$.

$$\ddot{U}_0 = M^{-1}(P_0 - KU_0). \quad (2.46)$$

Здесь \ddot{U}_0 и \dot{U}_0 – вектор начальных перемещений и вектор начальных скоростей, соответственно.

Метод Ньюмарка – абсолютно устойчивый метод, т.е. он дает устойчивые решения при любом шаге Δt . Однако для точного решения шаг должен быть как можно меньшим.

Итак, **уравнения метода Ньюмарка:**

✓ в основном цикле

$$U(t + \Delta t) = \left[4M + K \cdot (\Delta t)^2 \right]^{-1} \times \\ \times \left\{ M \left[4U(t) + 4\dot{U}(t) \cdot (\Delta t) + \ddot{U}(t) \cdot (\Delta t)^2 \right] + P(t + \Delta t) \cdot (\Delta t)^2 \right\};$$

$$\ddot{U}(t + \Delta t) = \frac{4U(t + \Delta t) - 4U(t) - 4\dot{U}(t) \cdot \Delta t}{(\Delta t)^2} - \ddot{U}(t);$$

$$\dot{U}(t + \Delta t) = \frac{2U(t + \Delta t) - 2U(t) - \dot{U}(t) \cdot \Delta t}{\Delta t};$$

✓ во вспомогательном цикле достаточно выполнить присвоение:

$$U(t + \Delta t + \Delta t) = U(t + \Delta t);$$

начало шагового процесса:

$$t = 0, \quad U(0) = U_0, \quad \dot{U}(0) = \dot{U}_0, \quad \ddot{U}_0 = M^{-1}(P_0 - KU_0).$$

2.4. Реальные и синтезированные акселерограммы.

Требования к расчету

Для особо ответственных сооружений и высоких (более 16 этажей) зданий нормы [15, 16] требуют, чтобы расчет на сейсмические воздействия выполнялся с использованием инструментальных записей землетрясений, наиболее опасных для данного здания или сооружения, а также синтезированных акселерограмм. При этом следует учитывать возможность развития неупругих деформаций конструкций.

О методике отбора инструментальных записей и о способах создания синтезированных акселерограмм нормы не говорят ничего. Вместе с тем эта задача является нетривиальной. Некоторые указания по ее решению имеются в Еврокоде-8, и они сводятся к тому, что законы колебаний грунта должны быть совместимы с расчетным спектром отклика, принятым для

данной площадки, т.е. их спектры в определенном смысле близки к расчетному.

Это условие считается достигнутым, если выполнены такие требования:

- а) использовано не менее пяти акселерограмм;
- б) средние значения ускорений спектральной реакции при нулевом периоде собственных колебаний, рассчитанные на основе индивидуальных временных процессов, не меньше, чем величина $Ag\beta$ для рассматриваемой местности;
- в) в интервале периодов, где кривая $\beta(T)$ имеет постоянное значение, усредненное по всем процессам, значение спектра должно быть не меньше, чем величина $Ag\beta$;
- г) ни одно из значений среднего спектра не должно быть ниже соответствующего значения расчетного спектра более чем на 10%.
- д) продолжительность периода стационарной части акселерограммы T_s для эпицентральных местностей должна коррелировать с величиной расчетного ускорения A , как это указано в табл. 2.3.

Т а б л и ц а 2.3

A	0,1	0,2	0,3	0,4
T_s, c	10,0	15,0	20,0	25,0

Надо отметить, что если задача вычисления спектра отклика по акселерограмме является однозначной, то обратная к ней неоднозначна, поскольку одному и тому же спектру с определенной степенью точности могут соответствовать разные акселерограммы. В работе [2] отмечается, что в практике разных стран при расчетах АЗС применялось от одной до десяти акселерограмм и что линейно-упругие системы менее чувствительны к конкретным особенностям возмущающего воздействия и для них можно использовать меньшее количество акселерограмм. Напротив, результаты расчетов нелинейных систем могут зависеть от этих особенностей очень сильно, и для них ансамбль расчетных акселерограмм должен быть достаточно большим.

Особую проблему составляет обеспечение статистической независимости используемых акселерограмм и их балансировки. Три компонента акселерограммы должны быть различными и взаимно статистически независимыми, иначе при расчетах с одновременным их использованием результаты будут получаться завышенными. Для проверки статистической независимости пары акселерограмм, например $X_1(t)$ и $X_2(t)$, необходимо вычислить их нормированный коэффициент корреляции ρ_{12} ;

$$\rho_{12} = \frac{(x_1 - m_1)(x_2 - m_2)}{\sigma_1 \sigma_2}, \quad (2.47)$$

где угловыми скобками обозначена операция вычисления математического ожидания находящегося в них выражения;

m и m_2 – математические ожидания функций χ_1 и χ_2 ;

σ_1 и σ_2 – их стандартные отклонения. Два компонента считаются статистически независимыми, если $|\rho_{12}| \leq 0,3$.

Достаточное разнообразие и независимость инструментальных записей обеспечивают выполнение следующих требований к определенной записи для ее включения в состав расчетного набора. Эти записи должны:

- быть зарегистрированными при землетрясениях с разными магнитудами, с разной глубиной очагов и на разных расстояниях от эпицентра;
- соответствовать разной интенсивности проявления в пунктах регистрации;
- обладать по отношению друг к другу индивидуальными свойствами (например, иметь разные соотношения между максимумами поступательных компонентов в направлениях X, Y, Z).

Типичный набор такого рода записей представлен в табл. 2.4, заимствованной из работы [7].

Т а б л и ц а 2.4

Наименование землетрясения, место	Категория грунта	Параметры		Максимальные значения ускорений (см/с ²) вдоль:			
		M	H, км	R, км	X	Y	Z
Нортридж, США	I	6,8	19	31	147	133	61
Лома Приета, США		7,1	18	29	342	310	153
Вальпараисо, Чили		7,8	33	64	636	418	854
Сан-Франциско, США	II	6,5	8	39	134	112	47
Лома Приета, США		7,1	18	18	352	267	499
Кобе, Япония		7,2	18	26	818	617	332
Нортридж, США	III	6,8	19	12	621	388	398
Лома Приета, США		7,1	18	48	362	175	168
Хонсю, Япония		7,9	20	239	227	197	136

П р и м е ч а н и е . M – магнитуда; H – глубина расположения очага; R – расстояние от эпицентра до пункта регистрации.

Что касается балансировки акселерограмм, то отметим следующее. Сейсмические движения грунта носят хаотический, иррегулярный характер. Их значения обычно задают в виде таблиц, которые называются *оцифрованными акселерограммами*. Искажения акселерограмм, возникающие при их записи и оцифровке, могут играть важную роль в расчетах сооружений. Необходимо отметить, что большинство записанных акселерограмм содержат ошибки в длиннопериодной области. К числу простейших ошибок такого класса относятся смещение и поворот нулевой линии акселерограммы. Даже небольшие ошибки такого рода могут

искажить картину перемещений рассчитываемого объекта.

Например, следует обеспечить, чтобы в момент окончания землетрясения расчетная скорость грунта равнялась нулю. В противном случае можно получить нереально большие остаточные смещения. Так, для сейсмичности в баллах $a = 2 \text{ м/с}^2$ перекося нулевой линии в 1 %, который соответствует воздействию постоянного однонаправленного ускорения $0,02 \text{ м/с}^2$, за время действия землетрясения 30 с даст перемещение около 9 м.

Только наложение дополнительных условий (2.50), которое рекомендуется во многих работах, недостаточно для корректного описания смещений грунта.

Сказанное выше относилось к тому случаю, когда используются инструментальные записи землетрясений. Что касается синтезированных акселерограмм, то здесь возможны такие подходы [18]:

- создание пакета акселерограмм, таких, что огибающая их спектров должна соответствовать некоторому заданному спектру (например, спектру ускорений, представленному в виде кривой коэффициентов динамичности в действующих СНиП);

- синтезирование единственного расчетного воздействия в виде узкополосного процесса, опасного для исследуемого сооружения (настроенного на его собственные частоты).

По мнению автора работы [18], при реальном проектировании первый подход не представляет практического интереса, поскольку расчетным оказывается лишь одно воздействие из пакета, которое для линейных систем может быть выделено заранее, а для нелинейной системы нет смысла использовать спектральные кривые.

2.5. Сплайн-интерполяция акселерограмм

Шаг по времени, принятый при записи акселерограмм, зачастую оказывается слишком большим для численного интегрирования уравнений движения. Поэтому необходимо сделать разбивку на более мелкие временные отрезки. Для этого в большинстве акселерограмм желательно соединить экспериментальные точки (x_i, y_i) ломаной линии гладкой кривой. Лучше всего для этих целей подходит интерполяция $y(x)$ квадратичными или кубическими сплайнами, т.е. отрезками квадратичных или кубических парабол (рис.2.7).

Смысл сплайн-интерполяции заключается в том, что в каждом промежутке между узловыми точками осуществляется аппроксимация в виде зависимости

$$A(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d.$$

Коэффициенты a , b , c , d рассчитываются независимо для каждого промежутка, исходя из значений y_i в соседних точках. Участки парабол называются *сплайнами*.

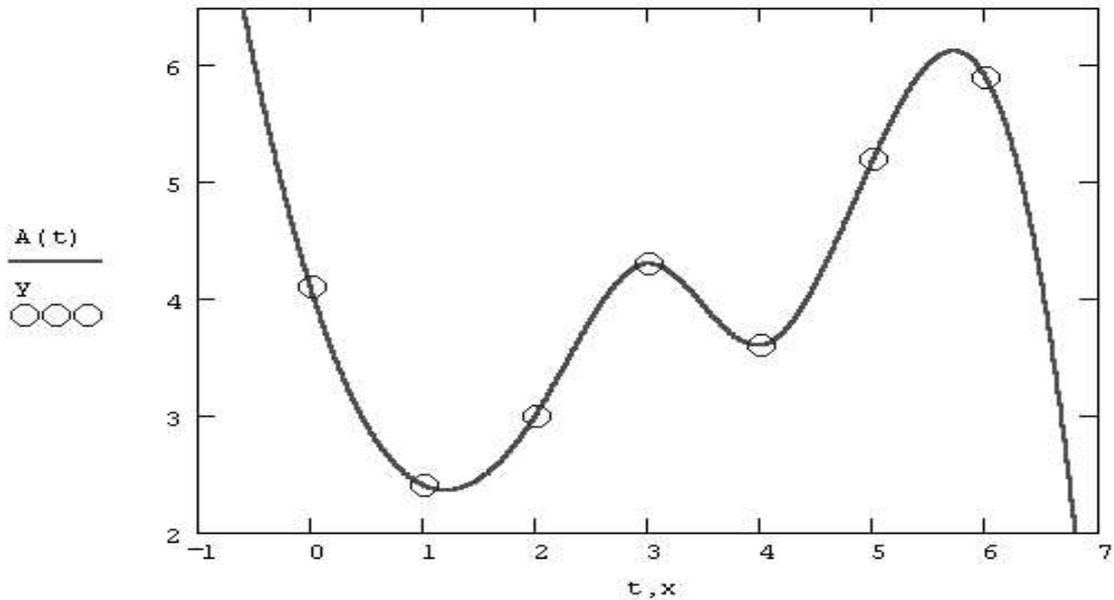


Рис. 2.7

Сплайн-интерполяция обеспечивает равенство в узлах не только самих соседних параболических интерполирующих функций (сплайнов), но и их 1-х производных. Благодаря этому сплайн-интерполяция выглядит как очень гладкая функция.

Для построения кубической сплайн-интерполяции на i -м интервале, т.е. между узлами (t_i, t_{i+1}) , используются формулы:

$$x(t) = \frac{(t_{i+1} - t)^2 (2(t_i - t) + h)}{h^3} x_i + \frac{(t_i - t)^2 (2(t_{i+1} - t) + h)}{h^3} x_{i+1} + \frac{(t_{i+1} - t)^2 (t - t_i)}{h^2} m_i + \frac{(t_i - t)^2 (t_{i+1} - t)}{h^2} m_{i+1},$$

где $m_i = (x_{i+1} - x_{i-1})/2h$

$$m_0 = (4x_1 - x_2 - 3x_0)/2h$$

$$m_N = (3x_N - x_{N-2} - 4x_{N-1})/2h$$

(см. сплайн-интерполяцию в маткадовских файлах в папке для магистрантов).

Листинг 1. Интерполяция В-сплайнами

```
x := (0.0 1.0 2.0 3.0 4.0 5.0 6.0)T  
y := (4.1 2.4 3.0 4.3 3.6 5.2 5.9)T  
u := (-0.5 2.2 3.3 4.1 5.5 7)T  
s := bspline(x, y, u, 2)  
A(t) := interp(s, x, y, t)
```

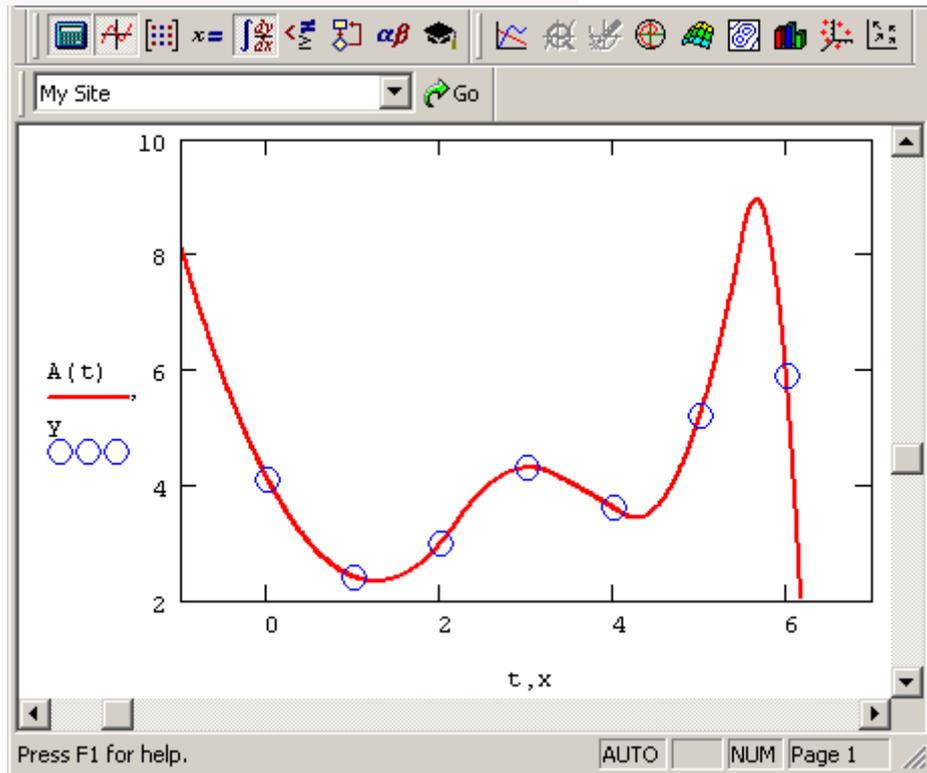


Рис. 2.8

Перемещение узлов башни во времени, вызванное колебанием основания с ускорением $\ddot{\Delta}$, описывается дифференциальным уравнением вида $M\ddot{U} + KU = -M\ddot{\Delta}$ и решается методом центральных разностей с шагом по времени $\Delta t = 0.001c$ и количеством шагов $i=4000$. Обычно количество и частота значений ускорений акселерограмм достаточно малое и редкое. В виду необходимости выполнять большое количество шагов по методу центральных разностей необходимо найти ускорение основания на каждом шаге движения по акселерограмме. Использовали сплайн-интерполяцию точек графика в среде Mathcad, для этого графически определили ключевые точки графика в векторы VX , VY и применили к ним процедуры, представленные ниже. Вектор r и есть искомый со значением ускорения грунта на каждом шаге.

```

vs := cspline(VX, VY)
j := 1 .. 4000 = BigMatrix{4000,1}
X := j · 0.000625 = BigMatrix{4000,1}
r :=  $\xrightarrow{\hspace{1.5cm}}$  interp(vs, VX, VY, X) = BigMatrix{4000,1}

```

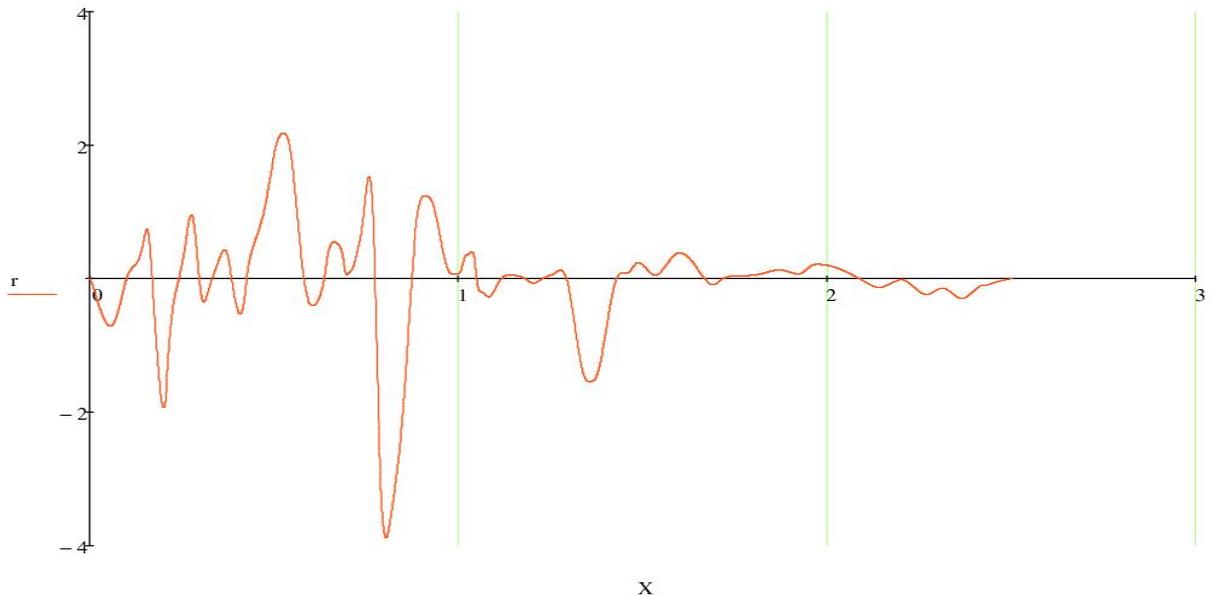


Рис.2.9

2.6. Алгоритм рекурсивного движения по временной координате в Mathcad

Шаг времени $\Delta t := 0.0001$

$$\Delta(t) := \frac{1}{2} \cdot \sin(4 \cdot t) - \frac{3}{10} \cdot \sin(10 \cdot t)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} \Delta(t) \rightarrow 30 \cdot \sin(10 \cdot t) - 8 \cdot \sin(4 \cdot t)$$

a := UO

$$30 \cdot \sin(10 \cdot i \cdot \Delta t) - 8 \cdot \sin(4 \cdot i \cdot \Delta t)$$

$$UTT0 := M^{-1} \cdot (PO - K \cdot UO)$$

$$b := UO + \frac{\Delta t}{2} \cdot UTT0$$

3. УЧЕТ РАБОТЫ ОСНОВАНИЙ СООРУЖЕНИЙ В ЗАДАЧАХ СЕЙСМИКИ

3.1. Основные расчетные модели грунтовых оснований

Для учета изменения сопротивления грунтовых оснований по мере деформирования пользуются расчетными моделями, схематизирующими зависимость между нагрузкой на грунтовый массив и его осадкой.

Существующие модели можно разделить на две группы: линейные модели, в которых зависимость между напряжениями и деформациями является линейной, и нелинейные, в которых эта зависимость является нелинейной.

Широкое распространение получили следующие модели и соответствующие им гипотезы:

1. **Гипотеза Винклера** (или гипотеза коэффициента постели). Грунт рассматривается как система опирающихся на жесткое горизонтальное основание и не связанных между собой пружин, сжатие которых возрастает прямо пропорционально приложенной нагрузке. Коэффициент пропорциональности между нагрузкой и деформацией называется коэффициентом постели.

Схематически гипотеза Винклера представляется следующей моделью (рис. 3.1).

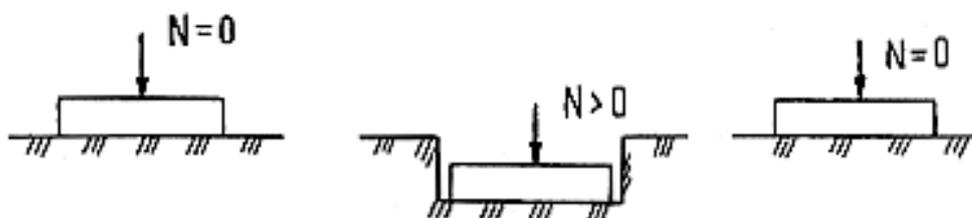


Рис. 3.1. Схема расчетной модели Фусса – Винклера

Таким образом, сопротивление грунта развивается только непосредственно под нагрузкой и в этом сопротивлении не участвует грунт, расположенный сбоку, который не испытывает осадки.

Модель Фусса является по принятой классификации неупругой линейной моделью местных деформаций, как и модель Винклера, при нагрузке характеризуется коэффициентом постели. Отличие от модели Винклера заключается в том, что при разгрузке достигнутая на рассматриваемом уровне нагружения осадка является необратимой. Это соответствует бесконечному значению коэффициента постели при разгрузке. Модель используется для расчета конструкций на линейно деформируемом неупругом основании.

Основным недостатком модели Фусса – Винклера является то, что поверхность грунта, как показывают эксперименты, оседает не только непосредственно под штампом (фундаментом), но и вокруг него.

2. Модель линейно деформируемого полупространства. Грунт рассматривается как сплошное однородное линейно деформируемое тело, бесконечно простирающееся вглубь и в стороны и ограниченное сверху плоскостью.

В этом случае в сопротивление внешней нагрузке вовлекается все полупространство, и поэтому осадка поверхности полупространства происходит также и сбоку от места приложения нагрузки, распространяясь на большие расстояния (рис. 3.2).

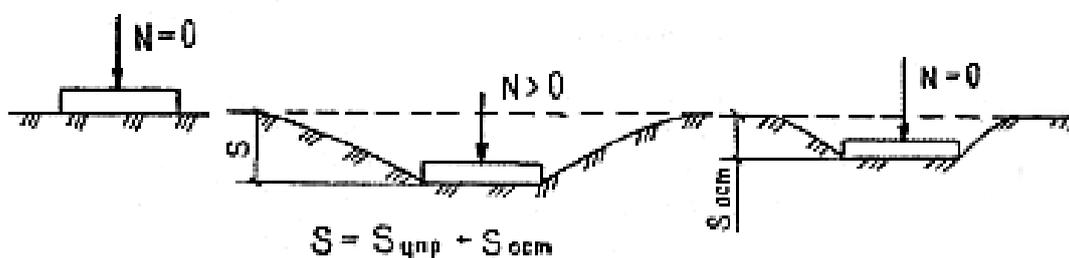


Рис. 3.2. Схема расчетной модели линейно деформируемого полупространства

В расчет вводится не полупространство, а лишь его верхний слой, ниже которого грунт считается несжимаемым (рис. 3.3). Такая модель основания принимается в тех случаях, когда на некоторой глубине залегают скальные породы или слабосжимаемые грунты. Практически за такое основание можно принимать грунты с модулем деформации $E \geq 100$ МПа.

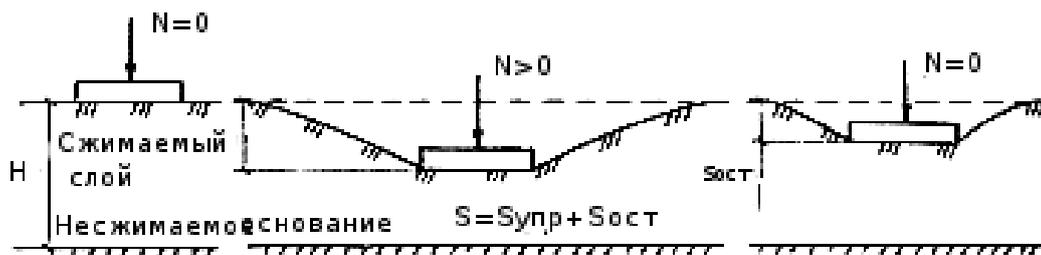


Рис. 3.3. Схема модели линейно деформируемого слоя конечной толщины

3. Модель среды теории предельного равновесия (модель среды теории пластичности). Эта модель основана на предположении, что во всех точках грунтовой среды имеются площадки, по которым выполняется условие предельного равновесия. В этой модели принимается положение, что во всех точках грунтовой среды возникает начало состояния предельного равновесия, начало развития пластических деформаций. На рис. 3.4,а приведена модель основания, работающего в условиях предельного равновесия.

4. **Модель упругопластической среды** (смешанная модель теории линейно-деформируемой среды и среды теории предельного равновесия). Эта модель является синтезом двух вышерассмотренных моделей. Данная модель предполагает наличие в грунтовой среде как области среды теории линейно деформируемого тела, так и области состояния предельного равновесия (см. рис. 3.4,б).



Рис. 3.4. Схемы расчетных моделей, схематизирующих зависимость между осадкой и нагрузкой на грунт:
 а – основание, работающее в условиях предельного равновесия;
 б – упругого слоя, работающего в условиях смешанной задачи теории упругости и теории пластичности

Описанные выше модели грунтовой среды являются основными в механике грунтов и широко применяемыми при решении прикладных инженерных задач.

При решении задач возникают проблемы не в части математического решения, не в разработке моделей, которых предложено довольно много и которые учитывают многочисленные факторы, а в выборе модели и достоверном определении всех входящих в нее расчетных характеристик грунта. Это достижимо только при полном понимании современных возможностей расчетной модели, полевых исследований и лабораторного эксперимента.

3.2. Математические модели оснований зданий и сооружений

При расчёте сооружений по единым комплексным расчётным схемам «здание – фундаментная конструкция – основание» удобно в качестве модели упругого основания принимать модель сжимаемого слоя, которая, по В.З. Власову, приводится к двухпараметрической (квазидвумерной) модели.

Упругое основание (УО) – одно из основных модельных понятий теории сооружений. Под УО понимаются механические расчётные модели упругой среды, сопровождающейся деформированием взаимодействующей с ней конструкции. В задачах строительной механики строительных конструкций

такой средой, как правило, является грунтовое основание. Несмотря на значительное количество предложенных и рассмотренных моделей грунтового основания, единое воззрение научного сообщества по этому вопросу по сих пор не выработано: механические свойства грунтов в природном залегании слишком разнообразны и не поддаются полному учёту.

Первая теория УО основана на так называемой гипотезе Винклера (1867), развитой Циммерманом (1888г.) и предполагающей прямо пропорциональную зависимость между давлением на грунт и вызванной им осадкой точки.

$$g = k_0 w_z . \quad (3.1)$$

Гипотеза Винклера предполагает, что при давлении на поверхность грунта на какой-либо одной малой площадке грунт будет оседать только под ней. Однако опыт показывает, что грунт оседает не только под загруженной областью, под фундаментом, но и вблизи него, т.е. обладает *распределительной способностью*. Естественным показалось применить к задаче о деформируемом основании теорию упругости (Г.Э. Проктор, 1919 г.) и моделировать основание упругой средой, характеризуемой двумя упругими характеристиками однородных и изотропных упругих тел $E_{гр}$ и $\mu_{гр}$. Однако применение теории упругости приводит во многих случаях к значительному преувеличению расчётных величин – прогибов и изгибающих моментов; особенно значительные несоответствия наблюдаются для условий плоской деформации. Гипотеза упругого полупространства (полуплоскости) наделяет среду преувеличенно высокими распределительными свойствами. Эти обстоятельства, как и упрощённая трактовка некоторых экспериментальных данных, на определённом этапе породили скептическое отношение к применимости вообще теории линейно деформируемой среды для задач теории сооружений на УО. Преодоление этого противоречия привело к появлению значительного количества комбинированных моделей грунта. К ним относятся, в частности, модели упругого слоя (С.С. Давыдов, К.Е. Егоров, О.Я. Шехтер, К. Маргерр), характеризуемого модулем деформации $E_{гр}$, коэффициентом Пуассона $\mu_{гр}$ и мощностью сжимаемой (деформируемой, активной) толщи H_c при различных условиях на границе слоя. Предполагается, что с нагруженным фундаментом взаимодействует ограниченная по высоте область грунтового массива, ниже которой находится недеформируемая область, жесткость которой может быть принята бесконечно большой. При уменьшении мощности слоя эта модель приближается к винклеровской, а при увеличении – к модели упругого полупространства. Именно эта модель рекомендуется действующим СНиП 2.02.01-83 «Основания зданий и сооружений», несмотря на далеко не полную изученность вопроса о назначении расчётной глубины условно сжимаемого слоя (за исключением очевидного случая близкорасположенного скального подстилающего слоя).

К. Вигхардт (1922 г.) предложил учитывать влияние соседних нагрузок на упругую осадку грунта в данной точке под нагруженной поверхностью по убывающей показательной функции:

$$W(r) = P C e^{-Krt} . \quad (3.2)$$

Известны и другие комбинированные модели деформируемого основания, как правило, являющиеся двух- или многопараметрическими.

В первую очередь это модели, предложенные М.М. Филоненко-Бородичем [26], П.Л. Пастернаком [27] и В.З. Власовым [28,29] (совместно с Н.Н. Леонтьевым). М.М. Филоненко-Бородич предложил так называемую «мембранную» и «ламинарную» модели, где «винклеровские» независимые пружины дополняются нерастяжимой нитью с постоянной горизонтальной проекцией натяжения T , помещенной поверх пружин (в пространственном случае нити заменяются мембранами). Необходимо отметить, что дифференциальное уравнение поверхности мембраны, подкрепленной пружинами, было приведено ранее Т. Карманом при тех же обозначениях.

$$k w - T \nabla^2 w = -q(x, y) . \quad (3.3)$$

П.Л. Пастернак предложил «сплошное упругооседающее и упруговращающееся основание», описываемое двумя независимыми коэффициентами постели: C_1 (кг/см³) – коэффициентом сжатия и C_2 (кг/см) – коэффициентом сдвига, учитывающим совместную работу соседних областей упругого основания:

$$-C_1 w + C_2 \nabla^2 w = q(x, y) . \quad (3.4)$$

В.В. Власовым разработана «техническая теория расчёта конструкций на упругом основании», в которой основание рассматривается как однослойная (или многослойная) модель, описываемая двумя (или несколькими) обобщенными упругими характеристиками. Основное дифференциальное уравнение, характеризующее работу однослойного основания по Власову:

$$-K w + 2t \nabla^2 w = q(x, y) . \quad (3.5)$$

Для одномерной однородной задачи, соответствующей (3.3)-(3.5), получим уравнение

$$a^2 w - w'' = 0 , \quad (3.6)$$

в котором обозначено

$$\alpha \cdot \sqrt{\frac{k}{2t}} \quad (3.7)$$

и затухающее решение которого имеет вид

$$w(z) = A \cdot e^{-\alpha z}. \quad (3.8)$$

Таким образом, сопоставление (3.2)-(3.5) и (3.8) показывает, что речь идёт об одной обобщённой модели основания – модели Вигхардта – Филоненко-Бородича – Пастернака – Власова – Леонтьева (подобную модель также рассматривали Э. Рейсснер, А. Керр и М. Хетеньи), уравнение равновесия деформированной поверхности которой имеет вид:

$$-\alpha w + \beta \nabla^2 w = q; \quad (3.9)$$

здесь параметрам α и β различными авторами дана различная механическая трактовка.

Уравнение (3.9) – это классическое неоднородное уравнение Гельмгольца

$$\sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_k^2} + Cu = f(x_k) \quad (3.10)$$

при $k=2$ и $C < 0$.

При $C=0$ уравнение Гельмгольца переходит в уравнение Лапласа. К уравнению (3.10) приводит изучение установившихся колебательных процессов. Для уравнения Гельмгольца, являющегося уравнением эллиптического типа, в ограниченной области ставятся обычные краевые задачи Дирихле и Неймана. В случае неограниченной области для уравнения (3.10) ставятся внешние краевые задачи, которые при $C < 0$ имеют единственное решение, стремящееся к нулю на бесконечности. Это свойство уравнения (3.10) используется при построении законтурных «бесконечных конечных элементов» (БКЭ) [30], *моделирующих в технической теории сжимаемого слоя* [31] «бесконечную» осадочную лунку.

Расчёт по моделям (3.2)-(3.8) является промежуточным между расчётами по гипотезе Винклера и гипотезе упругого полупространства и даёт более быстрое затухание осадок поверхности грунта по мере удаления от края фундамента по сравнению с расчетом по теории упругости.

Решение В.З. Власова для «сжимаемого слоя небольшой мощности» в плоской задаче» [28] строится в предположении пренебрежимой малости горизонтальных перемещений:

$$u(x,z) = 0; \quad v(x,z) = \psi(z)V(x) \quad (3.11)$$

и принятии функции поперечного распределения перемещений в виде:

$$\psi(z) = 1 - z/H, \quad (3.12)$$

где H – высота слоя сжимаемого основания. Таким образом, предполагается, что вертикальные перемещения по высоте слоя распределяются по

линейному закону. Разрешающее дифференциальное уравнение принимает в этом случае вид:

$$-kV + 2tV'' = q. \quad (3.13)$$

Здесь параметры основания k и $2t$ определяются через E_0 и μ_0 и величину H , которая однозначно определяет значение функции $\psi(z)$ (3.12). Для пространственной модели упругого основания ограниченной толщины перемещения

$$u(x,y,z) = 0; \quad v(x,y,z) = 0, \quad (3.14)$$

всюду равны нулю, а вертикальные перемещения определяются в виде:

$$w(x,y,z) = \psi(z)W(x,y), \quad (3.15)$$

где $\psi(z)$ – функция поперечного распределения перемещений, выбираемая «в соответствии с физическими условиями задачи» [28, 29] и удовлетворяющая граничным условиям:

$$\psi(z)_{z=0} = 1; \quad \psi(z)_{z=H} = 0. \quad (3.16)$$

Разрешающее дифференциальное уравнение в этом случае имеет вид:

$$-kW + 2t\nabla^2 W = q(x,y), \quad (3.17)$$

а коэффициенты этого уравнения k и $2t$ принимают вид:

$$k = \frac{E_0}{(1-\mu_0^2)} \int_0^H [\psi'_z(z)]^2 dz; \quad 2t = \frac{E_0}{2(1+\mu_0)} \int_0^H [\psi_z(z)]^2 dz, \quad (3.18)$$

где

$$E_0 = \frac{E_{GR}}{1-\mu_{GR}^2}; \quad \mu = \frac{\mu_{GR}}{1-\mu_{GR}}. \quad (3.19)$$

Выражения (3.18) показывают, что коэффициенты K и $2t$ – аналоги коэффициента постели и коэффициента, характеризующего распределительную способность основания, – могут быть определены через обычные упругие величины $E_{гр}(E_0)$ и $\mu_{гр}(\mu_0)$ при «подходящем» выборе $\psi(z)$.

Для описания функции $\psi(z)$, кроме выражения (3.12), предлагались априорно различными авторами следующие выражения:

$$\psi_2(z) = e^{-\gamma z}, \quad (3.20)$$

$$\psi_3(z) = \frac{\text{sh}\gamma(H-z)}{\text{sh}\gamma H}. \quad (3.21)$$

Как видно из вышеизложенного, вопрос о назначении функции распределения перемещений по высоте слоя является узловым при

использовании двухпараметрической модели основания, или же при решении задачи В.З. Власова о сжимаемом слое. Решение этой проблемы даётся ниже.

Следуя процедуре метода Канторовича, именуемого в литературе [32] *методом частичного интегрирования* или *методом приведения к обыкновенным дифференциальным уравнениям* (в случае двумерных задач), вернёмся, не нарушая общности, к рассмотрению двумерной задачи Власова (3.11)-(3.13).

Функционал Лагранжа Π полной потенциальной энергии

$$\Pi = \iint_S (\sigma \varepsilon_z + \tau_{xz} \gamma_{xz}) dS - \int_{(l)} \sum_i q_i w dx = 0 \quad (3.22)$$

в данном случае принимает вид:

$$\Pi = \iint_S \left(\lambda + 2G(\psi'(z))^2 (w(x))^2 + G(\psi(z))^2 \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 \right) = - \int_{(L)} q w dz. \quad (3.23)$$

Уравнение Эйлера, являющееся условием экстремума функционала (3.23):

$$\frac{d}{dx} F'_{z'} - F'_z = 0, \quad (3.24)$$

где, например,

$$F'_z = 2(\lambda + G) \cdot \psi'_z(z) \psi''(z) \int_0^\infty (w(x))^2 dx + 2G \cdot \psi(z) \cdot \psi'(z) \int_0^\infty (w'(x))^2 dx, \\ \frac{d}{dx} F'_{z'} = 2(\lambda + G) \cdot \psi'_z(z) \int_0^\infty (w'(x))^2 dx. \quad (3.25)$$

Для интеграла (3.23) принимает вид:

$$\psi''_z(z) \frac{E_0}{(1 - \mu_0^2)} \int_0^\infty [w(x)]^2 dx - \psi(z) \frac{E_0}{2(1 + \mu_0)} \int_0^\infty [w'(x)]^2 dx = 0. \quad (3.26)$$

Откуда после введения обозначений:

$$A^2 = \iint_S W^2(x, y) dx dy, \quad B^2 = \iint_S \left[(W'_x)^2 + (W'_y)^2 \right] dx dy, \quad (3.27)$$

$$g_0 = \sqrt{\frac{1 - \mu_0}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \mu_{<p}}{2(1 - \mu_{<p})}}, \quad (3.28)$$

$$\gamma^2 = \frac{1 - \mu_0}{2} \cdot \frac{B^2}{A^2} = g_0 \frac{B^2}{A^2} \quad (3.29)$$

получаем уравнение (3.26) в виде:

$$\psi''_z(z) - \gamma^2 \psi(z) = 0. \quad (3.30)$$

Общее решение этого уравнения:

$$\psi(z) = C_1 e^{\gamma z} + C_2 e^{-\gamma z}. \quad (3.31)$$

Постоянные C_1 и C_2 определяются из граничных условий (3.16):

при $z=0$, $\psi(z)=1$

$$C_1 + C_2 = 1$$

при $z=H$, $\psi(z)=0$

$$C_1 e^{\gamma H} + C_2 e^{-\gamma H} = 0 \quad (3.32)$$

в виде:

$$C_1 = \frac{e^{-\gamma H}}{e^{-\gamma H} - e^{\gamma H}}, \quad C_2 = \frac{e^{\gamma H}}{e^{-\gamma H} - e^{\gamma H}}. \quad (3.33)$$

Но по определению гиперболическая функция:

$$sh \gamma H = \frac{e^{\gamma H} - e^{-\gamma H}}{2}. \quad (3.34)$$

С учётом (3.34) общее решение (3.31) уравнения (3.30) принимает вид (3.21), где параметру γ присвоен индекс 3 – γ_3 . Из (3.29) следует, что переменный параметр γ_3 является также функцией μ_0 ($\mu_{гр}$). Этот факт учитывается при разработке методики определения коэффициентов двухпараметрической модели – «методики численных штамповых испытаний» [31]. Из (3.32) следует, что при $H_C \rightarrow \infty$, т.е. для модели упругого полупространства, «затухающее» решение уравнения (3.30) может быть только одно – решение (3.31), принимающее вид (3.20), где параметру γ присвоен индекс 2 – γ_2 , т.е. постоянные интегрирования принимаются в виде:

$$C_1 = 0; \quad C_2 = 1.$$

Однако подстановка $H_C \rightarrow \infty$ в (3.32) даёт несовместимую систему уравнений:

$$\text{при } z=0 \quad C_1 + C_2 = 1,$$

$$\text{при } z=H \quad C_1 \cdot \infty + C_2 \cdot 0 = 0$$

с детерминантом, равным $-\infty$. Это одно из проявлений погрешности рассматриваемого приближенного решения Власова для упругого слоя. Основная же погрешность рассматриваемого решения заключается в нарушении закона парности касательных напряжений на дневной поверхности $z=0$.

При $\gamma \rightarrow 0$ для (3.21) осуществляется предельный переход по правилу Лопиталья, получаем решение в виде (3.12). Выражения (3.27)-(3.29)

позволяют следующим образом объяснить это явление: $\gamma = 0$ при $B = 0$, т.е. при отсутствии «сдвиговой» части осадочной лунки. Отсюда следует, что жесткость «штампа» бесконечно велика по отношению к жесткости основания. Основание является при этом «пружинным» в данной точке, но не «винклеровским» в целом, поскольку оба коэффициента (3.18), постоянные для всей расчетной области, отличны от нуля и при этом определяются следующими формулами:

$$K = \frac{E_0}{1 - \mu_0^2} \cdot \frac{1}{H_c}, \quad 2t = \frac{E_0}{2(1 + \mu_0)} \cdot \frac{H_c}{3}. \quad (3.35)$$

Эти коэффициенты, обозначая их через $C_1(K)$ и $C_2(2t)$, получает П.Л. Пастернак «без общего вариационного метода» [27], непосредственно из рассмотрения равновесия «столбика грунта», фактически же принимая распределение перемещений по линейному закону. Поэтому упругое двухпараметрическое основание, описываемое уравнением (3.17) с величинами K и $2t$, вычисляемыми по (3.35), логично именовать «моделью основания П.Л. Пастернака». А при замене обозначений параметров на C_1 и C_2 получаем уравнение (3.4).

Свойство перерождения гиперболической функции распределения перемещений по высоте слоя $\psi(z)$ в линейную при $\gamma_3 \rightarrow 0$ использовано при исследовании влияния на параметры рассматриваемой модели относительной жесткости плиты и основания – уточнении параметра этой жесткости (М.И. Горбунова-Посадова) $r_{кр}$ [32].

Таким образом, все три априорно предложенных ранее различными авторами выражения для $\psi(z)$ – (3.12), (3.20), (3.21):

$$\psi_1(z) = 1 - z/H, \quad (3.36)$$

$$\psi_2(z) = e^{-\gamma_2 z}, \quad (3.37)$$

$$\psi_3(z) = \frac{sh\gamma(H - z)}{sh\gamma_3 H} \quad (3.38)$$

являются решениями дифференциального уравнения (3.30) при граничных условиях (3.16).

Для плоской задачи при «бесконечной» сжимаемой толще в силу интегрируемости одномерных выражений (3.27) из уравнения (3.30) можно получить аналитически двухстороннюю оценку параметра γ_2 , используя (3.37) для частного случая – «бесконечно» жесткой балки. Уравнение (3.30) получено В.И. Сливкером [33] из условия стационарности функционала (3.22) при фиксированном значении функции $w(x,y)$ и варьировании по $\psi(z)$. Такой подход трактуется автором [33] как «получение наилучшего приближения по энергии».

Параметр γ_3 характеризует *затухание* (четной) функции $\psi_3(z)$ по высоте сжимаемого слоя. Чтобы подчеркнуть этот факт, числовые значения параметра γ_3 фигурируют как отрицательные числа:

$$\gamma_3 < 0.$$

Также для введения единообразия выражение (3.36) удобно представить в виде:

$$\psi_1(z) = 1 - \frac{z}{H} = 1 + \gamma_1 z, \quad (3.39)$$

где
$$\gamma_1 = -1/H. \quad (3.40)$$

При $H \rightarrow \infty$, осуществляя для (3.38) предельный переход, получаем:

$$\text{Lim} \psi_3(z) = e^{-\gamma_3 z}.$$

Таким образом, при

$$H \rightarrow \infty \quad \psi_3(z) \rightarrow \psi_2(z), \quad |\gamma_3| \rightarrow |\gamma_2|. \quad (3.41)$$

Этот факт подтверждается при проведении «численных штамповых испытаний» [34] идеальной упругой среды ограниченной толщины H_c ; предельное значение оказывается равным $\gamma \approx 0,15$ независимо от значения коэффициента Пуассона.

Таким образом, приближенное решение задачи об упругом сжимаемом слое методом Канторовича в том виде, в котором он был предложен [35], даёт *полное* решение задачи В.З. Власова [28, 29].

3.3. Учет совместной динамической работы системы сооружение – фундамент – основание на основе винклеровской модели

Рассмотрим сооружение в виде башни, установленной на железобетонную фундаментную плиту, покоящуюся на грунтовом основании.

При достаточно интенсивных динамических воздействиях упругие свойства фундамента повышаются и, ввиду незначительной протяженности фундаментной плиты башни, ее можно считать абсолютно твердым телом относительно грунтового основания. Будем считать, что основание, или подстилающий слой, упруго реагирует в вертикальном направлении пропорционально вертикальным перемещениям жесткой фундаментной плиты. То есть примем винклеровскую модель грунтового основания (см. рис.3.5). Эта модель наиболее удачно подходит для описания именно динамической работы основания. К тому же от винклеровской модели

достаточно просто перейти к модели нелинейно-упругого основания с жесткой или мягкой упругой характеристикой.

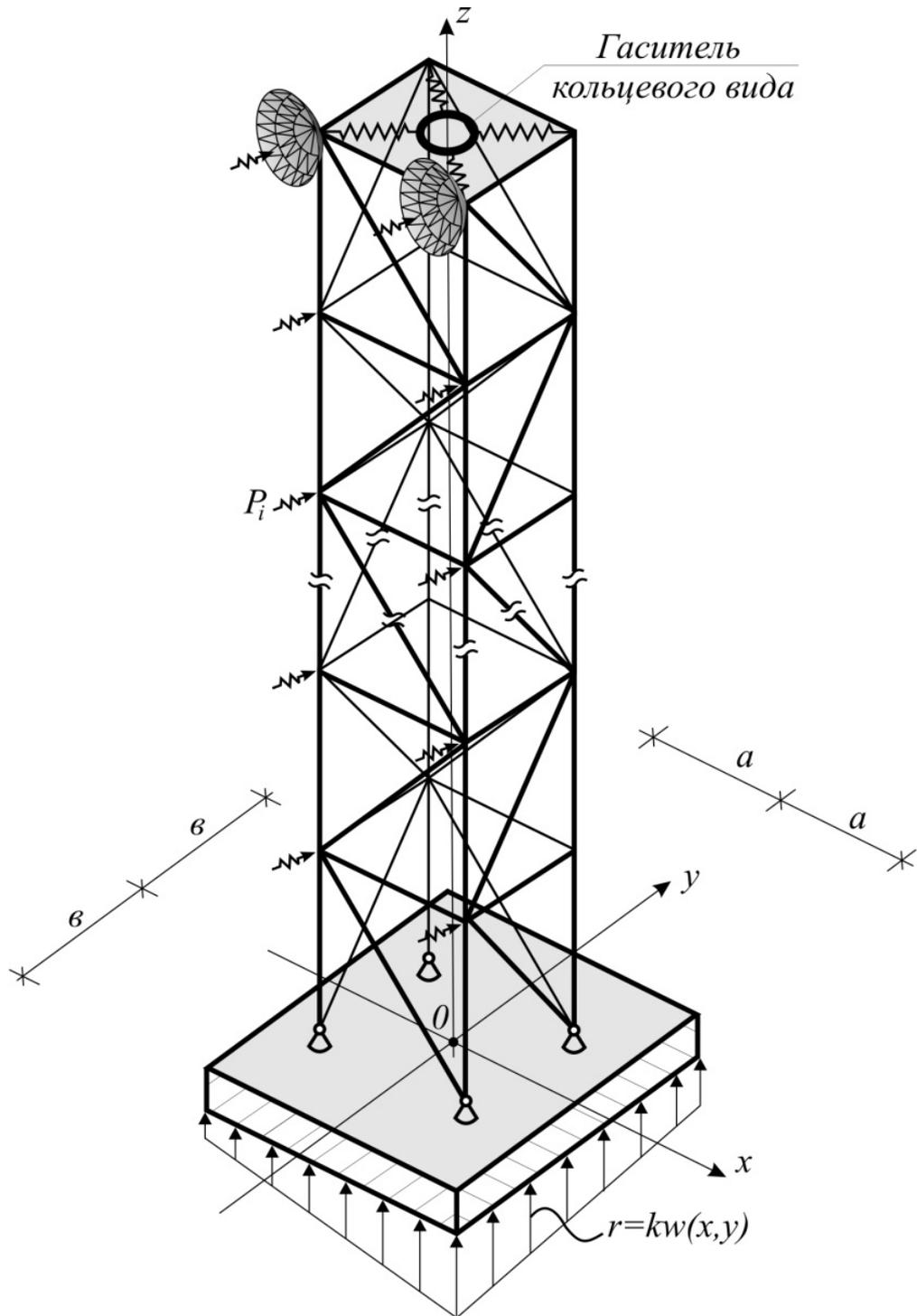


Рис.3.5. Высотное сооружение с фундаментной плитой на винклеровском основании

Условия динамического равновесия фундаментной плиты на упругом основании можно записать в виде:

$$\left. \begin{aligned} I_x^m \ddot{\varphi}_x + \iint_A r \cdot y \cdot dx \cdot dy &= \sum M_x, \\ I_y^m \ddot{\varphi}_x + \iint_A r \cdot y \cdot dx \cdot dy &= \sum M_y, \\ m_{\text{пл}} \ddot{w}_0 + \iint_A r \cdot y \cdot dx \cdot dy &= \sum N_z. \end{aligned} \right\} \quad (3.42)$$

Здесь I_x^m, I_y^m – моменты инерции масс плиты относительно осей x и y , соответственно; $\ddot{\varphi}_x, \ddot{\varphi}_y$ – угловые ускорения плиты при вращении ее вокруг осей x и y , соответственно; M_x, M_y, N_z – моменты внешних сил относительно осей x, y и проекции внешних сил на ось z , соответственно; \ddot{w}_0 – ускорение плиты в поступательном движении вдоль оси z ; $m_{\text{пл}}$ – масса плиты; r – интенсивность реакции основания, A – площадь плиты.

Реакция винклеровского основания может быть определена по формуле

$$r = k \cdot w, \quad (3.43)$$

где k – коэффициент постели;

w – вертикальное перемещение точки плиты,

$$w = w_0 + \varphi_x \cdot y - \varphi_y \cdot x. \quad (3.44)$$

Здесь $w_0, \varphi_x, \varphi_y$ – вертикальное перемещение точки, совпадающей в недеформированном состоянии с началом координат; φ_x, φ_y – углы поворота плиты вокруг осей x и y , соответственно.

Подставляя (3.43) и (3.44) в (3.42) и интегрируя, получаем для главных центральных осей:

$$\left. \begin{aligned} I_x^m \ddot{\varphi}_x + kI_x^A \ddot{\varphi}_x &= \sum M_x, \\ I_y^m \ddot{\varphi}_x + kI_y^A \ddot{\varphi}_y &= \sum M_y, \\ m_{\text{пл}} \ddot{w}_0 + kAw_0 &= \sum N_z. \end{aligned} \right\} \quad (3.45)$$

Здесь I_x^A, I_y^A – моменты инерции площади плиты относительно осей x и y , соответственно.

Значения коэффициента постели k для различных грунтов приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

№ п/п	Материал основания	k , МПа/м
1	Песок свеженасыпанный Глина мокрая, размягченная	1–5
2	Грунты средней плотности: песок слежавшийся; гравий насыпной; глина влажная	5–50
3	Грунты плотные: песок и гравий, плотно слежавшийся; щебень; глина малой влажности	50–100
4	Грунты весьма плотные: грунт песчано-глинистый, искусственно уплотненный; глина твердая;	100–200
5	Известняк, песчаник, мерзлота	200–1000
6	Твердая скала	1000–15000

Реакцию нелинейно-упругого основания можно смоделировать следующими соотношениями:

а) для основания с жесткой упругой характеристикой в виде

$$r = k \cdot w^h, \quad (3.46)$$

где $h > 1$;

б) для основания с мягкой упругой характеристикой

$$r = k \cdot w - k_3 \cdot w^3. \quad (3.47)$$

Коэффициент k_3 определяется из соотношения

$$k_3 = \frac{k \cdot w_{nn} - r_{nn}}{w_{nn}^3}, \quad (3.48)$$

где r_{nn} – максимальная возможная реакция в точке основания;

w_{nn} – соответствующее перемещение.

Коэффициент k_3 может быть вычислен из соотношения:

$$k_3 = \frac{4}{27} \frac{k^3}{r_{nn}^2}. \quad (3.49)$$

Последнее вытекает из экстремума функции r .

Таким образом, система динамического равновесия «сооружение – гаситель» расширится на три уравнения с тремя неизвестными функциями φ_x , φ_y и w_0 . При этом перемещения опорных узловых точек сооружения (башни) в вертикальном направлении u_p из числа фиксированных перемещений перейдут в состав переменных, связанных с плитой соотношениями вида

(3.44). Здесь индекс p равен номерам вертикальных перемещений. Строки матрицы жесткости системы «сооружение – гаситель» дополняются элементами

$$\begin{aligned} k_{i,(n-2)} &= k_{i,p}; \\ k_{i,(n-1)} &= k_{i,p} \cdot y_l; \\ k_{i,(n)} &= k_{i,p} \cdot x_l. \end{aligned} \tag{3.50}$$

Здесь i – номер строки ($i = 1, 2, \dots, n-2$); l – номер опорного узла, соответствующего перемещению p ; n – количество неизвестных перемещений системы «основание – сооружение – гаситель».

При определении собственных частот системы ОСГ (основание – сооружение – гаситель) необходимо иметь в виду, что в правых частях уравнений (3.45) стоят, вообще говоря, внутренние силы. Поэтому эти уравнения целесообразно переписать, переместив правые части влево, одновременно выразив внутренние силы через узловые перемещения.

В ряде случаев фундаменты опорных узлов высотных сооружений могут быть выполнены независимыми друг от друга. В этих случаях упругую реакцию основания каждого фундамента легко определить с помощью соотношения

$$r_i = k_i A_i, \tag{3.51}$$

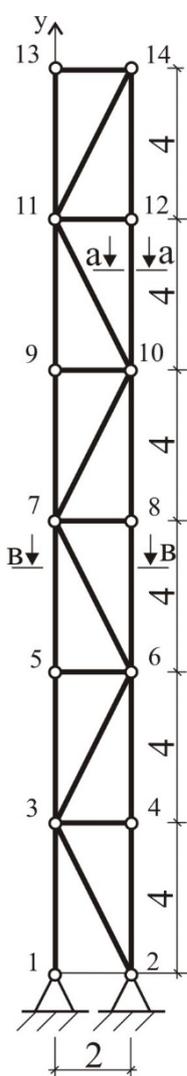
где A_i – площадь основания i -го фундамента. Такая форма записи позволяет моделировать местные ослабления или, наоборот, местные жесткие включения грунтовых оснований.

4. РАСЧЕТ БАШНИ НА СЕЙСМИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В MATHCAD

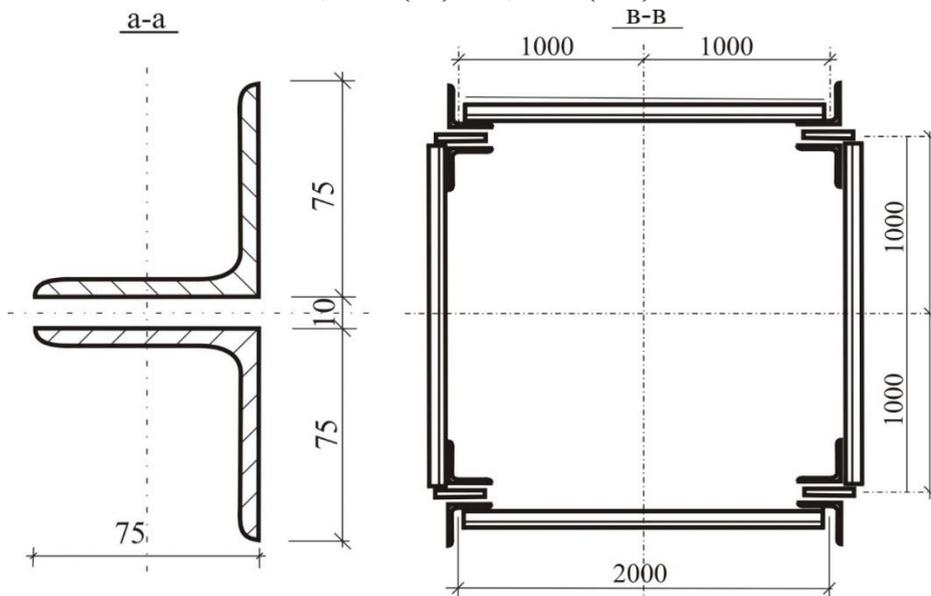
Содержание курсовой работы

- Задание на расчетную работу.....
- Формирование математической модели башни в MathCad.....
- Поиск вектора собственных значений, вектора частот и собственного вектора
- Расчет колебаний башни по данному в задании закону движения.....
- Расчет по закону движения реального землетрясения (по акселерограмме)...

4.1. Задание на расчетную работу



Дано: Все элементы из уголков 75×75×7
 Колебания основания происходит по закону
 $\Delta = 0,5 \sin(4t) - 0,3 \sin(10t) \text{ см}$



Цель: произвести сейсмический расчет башни (плоской фермы).

1. Определить максимальные горизонтальные перемещения узлов башни методом центральных разностей.

2. Определить силы инерции

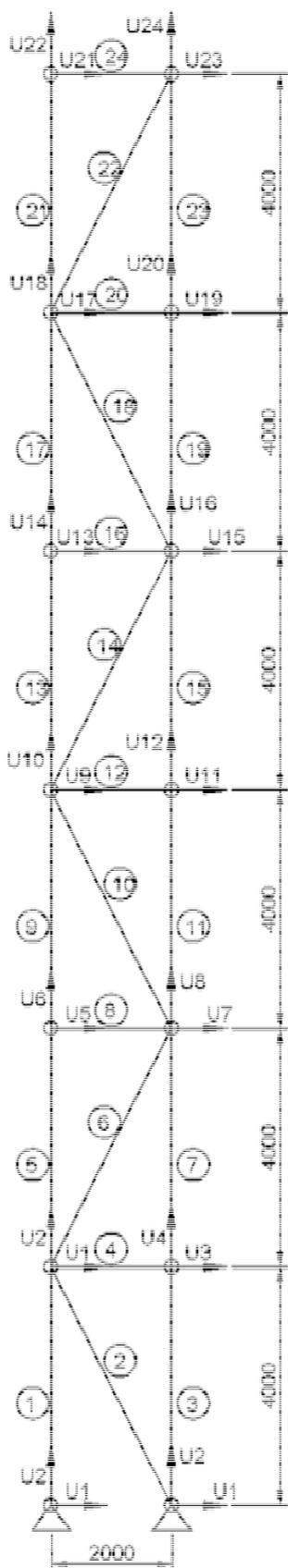
$$\Phi_i^n = -m_i(\ddot{U}_i + \ddot{\Delta})$$

3. Определить усиление в стержнях

$$N_i = N_{i(p+\phi)}$$

4. Определить напряжение в стержнях.

4.2. Формирование математической модели башни в MathCad



Башня высотой $H=24$ м, все элементы которой выполнены из равнополочных уголков $75 \times 75 \times 7$ мм (в сечении размещены два уголка).

Модуль упругости $E = 210\,000$ МПа, площадь одного уголка $A = 10.15$ см², погонный вес уголков $g = 7.96$ кг/м.п.

Для работы в программном комплексе MathCad стоит учесть, что в подсчетах удобнее задаваться одной единицей измерения. В данном случае за единицу длины мы примем 1 м, а площади – 1 м² соответственно.

Задаем начальные данные в MathCad:

$$ES := 2.1 \cdot 10^{11} \quad AS := 20310^{-5} \quad PM := 7.96$$

Составим локальные матрицы жесткости для типовых элементов – стоек и раскосов нашей башни. Для этого мы должны определить синусы и косинусы углов α наших элементов. Угол α соответствующего элемента отмеряем против часовой стрелки от горизонтали, проведенной из начального узла элемента до него самого.

$$l1 := 4 \quad s1 := -1 \quad c1 := 0$$

$$k1 := \frac{(ES \cdot AS)}{l1} \begin{bmatrix} c1 \cdot c1 & c1 \cdot s1 & -(c1 \cdot c1) & -(c1 \cdot s1) \\ c1 \cdot s1 & s1 \cdot s1 & -(c1 \cdot s1) & -(s1 \cdot s1) \\ -(c1 \cdot c1) & -(c1 \cdot s1) & c1 \cdot c1 & c1 \cdot s1 \\ -(c1 \cdot s1) & -(s1 \cdot s1) & c1 \cdot s1 & s1 \cdot s1 \end{bmatrix}$$

$$l2 := \sqrt{20} \quad c2 := 0.45399 \quad s2 := -0.891$$

$$k2 := \frac{(ES \cdot AS)}{l2} \begin{bmatrix} c2 \cdot c2 & c2 \cdot s2 & -(c2 \cdot c2) & -(c2 \cdot s2) \\ c2 \cdot s2 & s2 \cdot s2 & -(c2 \cdot s2) & -(s2 \cdot s2) \\ -(c2 \cdot c2) & -(c2 \cdot s2) & c2 \cdot c2 & c2 \cdot s2 \\ -(c2 \cdot s2) & -(s2 \cdot s2) & c2 \cdot s2 & s2 \cdot s2 \end{bmatrix}$$

$$l3 := 2 \quad c3 := 1 \quad s3 := 0$$

$$k3 := \frac{(ES \cdot AS)}{l3} \begin{bmatrix} c3 \cdot c3 & c3 \cdot s3 & -(c3 \cdot c3) & -(c3 \cdot s3) \\ c3 \cdot s3 & s3 \cdot s3 & -(c3 \cdot s3) & -(s3 \cdot s3) \\ -(c3 \cdot c3) & -(c3 \cdot s3) & c3 \cdot c3 & c3 \cdot s3 \\ -(c3 \cdot s3) & -(s3 \cdot s3) & c3 \cdot s3 & s3 \cdot s3 \end{bmatrix}$$

$$l4 := 4 \quad c4 := 0 \quad s4 := 1$$

$$k4 := \frac{(ES \cdot AS)}{l4} \begin{bmatrix} c4 \cdot c4 & c4 \cdot s4 & -(c4 \cdot c4) & -(c4 \cdot s4) \\ c4 \cdot s4 & s4 \cdot s4 & -(c4 \cdot s4) & -(s4 \cdot s4) \\ -(c4 \cdot c4) & -(c4 \cdot s4) & c4 \cdot c4 & c4 \cdot s4 \\ -(c4 \cdot s4) & -(s4 \cdot s4) & c4 \cdot s4 & s4 \cdot s4 \end{bmatrix}$$

$$l5 := \sqrt{20} \quad c5 := 0.45399 \quad s5 := 0.891$$

$$k5 := \frac{(ES \cdot AS)}{l5} \begin{bmatrix} c5 \cdot c5 & c5 \cdot s5 & -(c5 \cdot c5) & -(c5 \cdot s5) \\ c5 \cdot s5 & s5 \cdot s5 & -(c5 \cdot s5) & -(s5 \cdot s5) \\ -(c5 \cdot c5) & -(c5 \cdot s5) & c5 \cdot c5 & c5 \cdot s5 \\ -(c5 \cdot s5) & -(s5 \cdot s5) & c5 \cdot s5 & s5 \cdot s5 \end{bmatrix}$$

$$l6 := \sqrt{20} \quad c6 := -0.45399 \quad s6 := 0.891$$

$$k6 := \frac{(ES \cdot AS)}{l6} \begin{bmatrix} c6 \cdot c6 & c6 \cdot s6 & -(c6 \cdot c6) & -(c6 \cdot s6) \\ c6 \cdot s6 & s6 \cdot s6 & -(c6 \cdot s6) & -(s6 \cdot s6) \\ -(c6 \cdot c6) & -(c6 \cdot s6) & c6 \cdot c6 & c6 \cdot s6 \\ -(c6 \cdot s6) & -(s6 \cdot s6) & c6 \cdot s6 & s6 \cdot s6 \end{bmatrix}$$

В нашем случае имеем 6 типов матриц жесткости, которые характеризуют все наши 24 стержня башни.

Введем в MathCad матрицы E_i размерностью 4×28 , необходимые нам для перевода локальных матриц жесткости стержней в глобальные. В этих матрицах все элементы, за исключением четырех, будут нулевыми. Четыре единичных элемента в них будут соответствовать номерам перемещений, которые может совершать соответствующий i -й стержень.

Далее зададимся типовыми массами перемещений узлов башни. Стоит помнить, что сечение каждого стержня составляют два равнополочных уголка. Также при подсчете масс перемещений узлов башни нужно представлять заданную башню как объемную конструкцию; исходя из этого, в нашем варианте получим две типовые массы.

$$M_1 := 2 \cdot PM \cdot \left(\frac{\sqrt{20}}{2} + \frac{\sqrt{20}}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{4}{2} + \frac{4}{2} \right) \text{ (соответствует перемещениям узлов с 1-го по 20 включительно)}$$

$$M_{21} := 2 \cdot PM \cdot \left(\frac{\sqrt{20}}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{4}{2} \right) \text{ (соответствует перемещениям узлов под номерами 21, 22, 23 и 24)}$$

Матрица масс будет представлять собой диагональную нулевую матрицу.

$$M := \begin{pmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_1 & 0 \\ 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_1 & 0 \\ 0 & M_1 \end{pmatrix}$$

4.3. Поиск вектора собственных значений, вектора частот и собственного вектора

Применив функцию `eigenvals (AA)` к матрице вида $AA := M^{-1} \cdot KO$, получаем вектор собственных значений.

Частоты λ колебаний башни находятся как корень квадратный из собственного значения и реализуется в пакете `MathCad` в радианах и герцах, соответственно.

Сортируем частоты по возрастанию с помощью функции `sort`.

$\lambda := \text{eigenvals}(AA)$	$\omega := \sqrt{\lambda}$	$\omega_{gc} := \frac{\omega}{2 \cdot \pi}$	
1	1	1	1
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9
10	10	10	10
11	11	11	11
12	12	12	12
13	13	13	13
14	14	14	14
15	15	15	15
16	16	16	16
17	17	17	17
18	18	18	18
19	19	19	19
20	20	20	20
21	21	21	21
22	22	22	22
23	23	23	23
24	24	24	24

Выбираем наименьшую из частот собственных колебаний – это и будет частота, соответствующая первой форме свободных колебаний. Выбираем, по возрастающей, четыре частоты собственных колебаний и, используя соответствующие столбцы матрицы собственных векторов `AA`, строим первые четыре формы собственных колебаний (для левой стойки).

$$\text{eigenvec} \left(AA, \text{sort } \lambda_1 \right) =$$

	1
1	-0.045
2	-0.016
3	-0.045
4	0.011
5	-0.134
6	-0.022
7	-0.132
8	0.022
9	-0.182
10	$-5.357 \cdot 10^{-3}$
11	-0.182
12	0.029
13	-0.274
14	$-8.758 \cdot 10^{-3}$
15	-0.274
16	0.036
17	-0.376
18	-0.012
19	-0.376
20	0.037
21	-0.477
22	-0.012
23	-0.477
24	0.038

$$\text{eigenvec} \left(AA, \text{sort } \lambda_2 \right) =$$

	1
1	0.147
2	0.036
3	0.148
4	$-8.341 \cdot 10^{-3}$
5	0.308
6	0.023
7	0.31
8	-0.017
9	0.359
10	-0.022
11	0.361
12	0.018
13	0.194
14	-0.05
15	0.193
16	0.053
17	-0.104
18	-0.077
19	-0.104
20	0.065
21	-0.436
22	-0.078
23	-0.434
24	0.076

eigenvec (AA ,sort λ_4) =

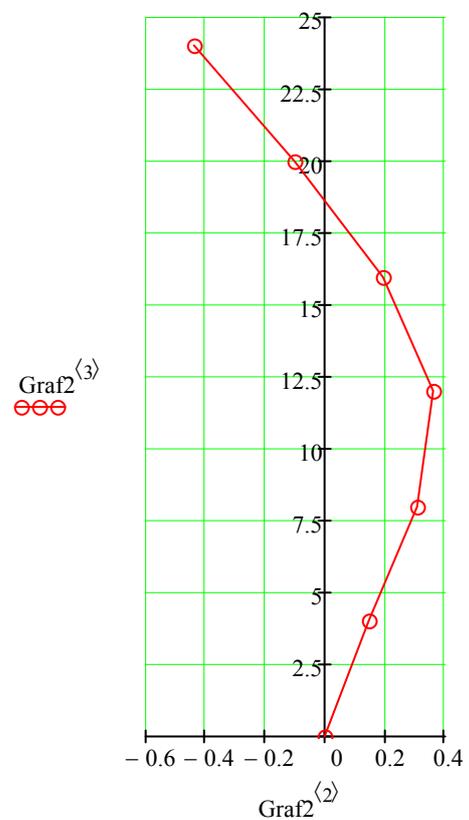
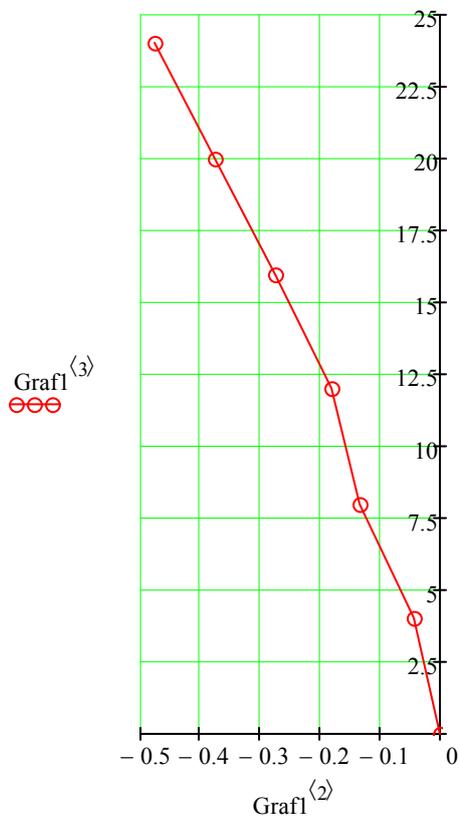
	1
1	0.028
2	-0.029
3	0.029
4	-0.055
5	0.228
6	-0.109
7	0.236
8	-0.105
9	0.151
10	-0.169
11	0.158
12	-0.11
13	-0.279
14	-0.132
15	-0.268
16	-0.106
17	-0.268
18	-0.084
19	-0.28
20	-0.215
21	0.387
22	-0.088
23	0.377
24	-0.306

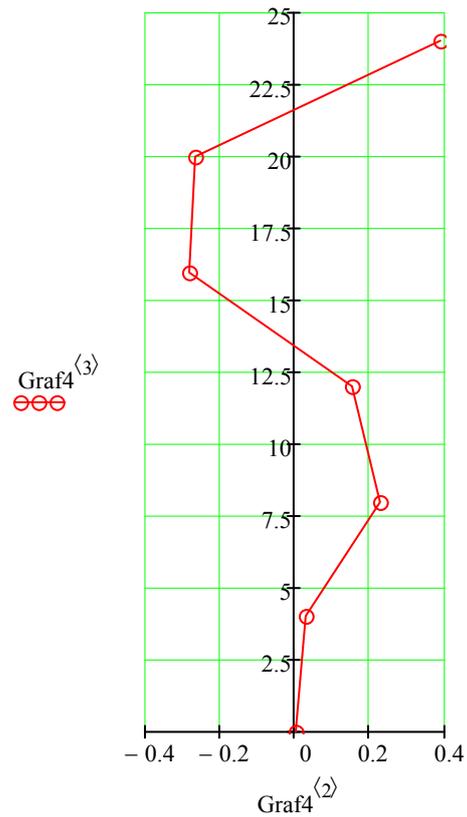
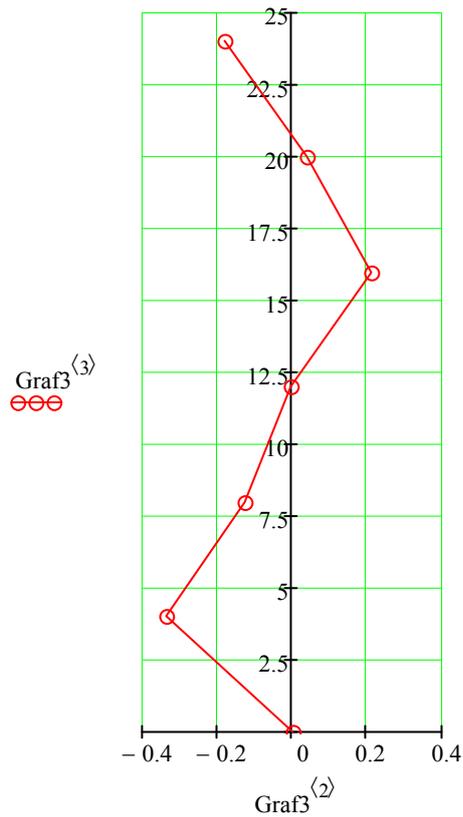
eigenvec(AA,sort λ_3) =

	1
1	-0.333
2	-0.082
3	-0.342
4	-0.095
5	-0.126
6	-0.1
7	-0.119
8	-0.186
9	-3.998·10 ⁻⁴
10	-0.183
11	-4.101·10 ⁻⁴
12	-0.223
13	0.21
14	-0.255
15	0.204
16	-0.248
17	0.039
18	-0.314
19	0.04
20	-0.247
21	-0.181
22	-0.324
23	-0.178
24	-0.233

$$\text{Graf1} := \begin{pmatrix} 25 & 0 & 0 \\ 1 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_1)_1 & 4 \\ 5 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_1)_5 & 8 \\ 9 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_1)_9 & 12 \\ 13 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_1)_{13} & 16 \\ 17 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_1)_{17} & 20 \\ 21 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_1)_{21} & 24 \\ 25 & 0 & 0 \\ 1 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_3)_1 & 4 \\ 5 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_3)_5 & 8 \\ 9 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_3)_9 & 12 \\ 13 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_3)_{13} & 16 \\ 17 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_3)_{17} & 20 \\ 21 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_3)_{21} & 24 \end{pmatrix}$$

$$\text{Graf2} := \begin{pmatrix} 25 & 0 & 0 \\ 1 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_2)_1 & 4 \\ 5 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_2)_5 & 8 \\ 9 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_2)_9 & 12 \\ 13 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_2)_{13} & 16 \\ 17 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_2)_{17} & 20 \\ 21 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_2)_{21} & 24 \\ 25 & 0 & 0 \\ 1 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_4)_1 & 4 \\ 5 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_4)_5 & 8 \\ 9 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_4)_9 & 12 \\ 13 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_4)_{13} & 16 \\ 17 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_4)_{17} & 20 \\ 21 & \text{eigenvec}(AA, \text{sort } \lambda_4)_{21} & 24 \end{pmatrix}$$





4.4. Расчет по заданному закону движения

Колебания основания происходят по закону

$$\Delta(t) := \frac{1}{2} \cdot \sin(4 \cdot t) - \frac{3}{10} \cdot \sin(10 \cdot t)$$

Перемещения узлов башни во времени, вызванные этими колебаниями с ускорением Δ , описываются дифференциальным уравнением вида $M\ddot{U} + KU = -M\Delta$, которое решается методом центральных разностей с шагом времени $\Delta t = 0.0001$.

Зададимся начальными условиями в MathCad:
Вектор ускорения основания

$$PO := \begin{cases} \text{for } i \in 1..24 \\ PO_i \leftarrow 0 \\ PO \end{cases}$$

Вектор перемещений

$$UO := \begin{cases} \text{for } i \in 1..24 \\ UO_i \leftarrow 0 \\ UO \end{cases}$$

$$Em := \text{identity}(24)$$

Единичная матрица

Шаг времени

$$\Delta t := 0.0001$$

$$\Delta(t) := \frac{1}{2} \cdot \sin(4 \cdot t) - \frac{3}{10} \cdot \sin(10 \cdot t)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} \Delta(t) \rightarrow 30 \cdot \sin(10 \cdot t) - 8 \cdot \sin(4 \cdot t)$$

$$a := UO$$

$$30 \cdot \sin(10 \cdot i \cdot \Delta t) - 8 \cdot \sin(4 \cdot i \cdot \Delta t)$$

$$UTT0 := M^{-1} \cdot (PO - K \cdot UO)$$

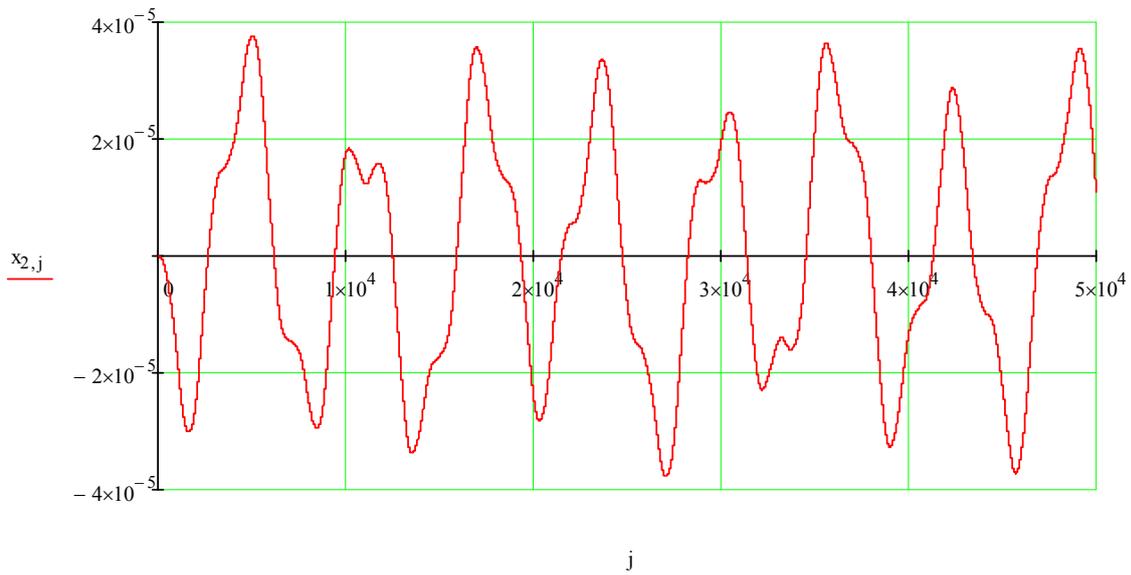
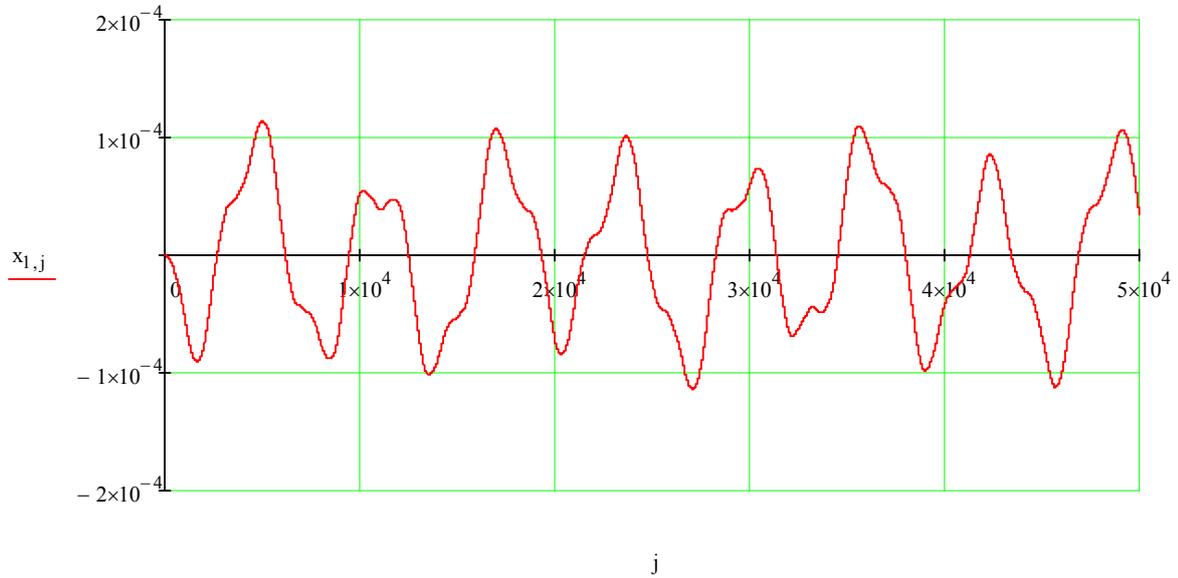
$$b := UO + \frac{\Delta t}{2} \cdot UTT0$$

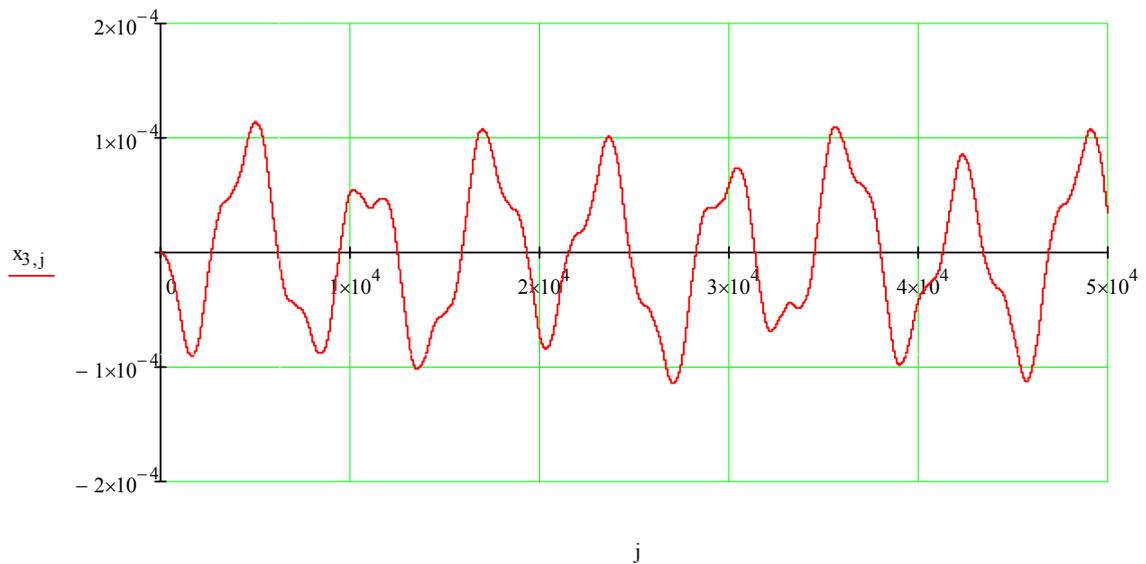
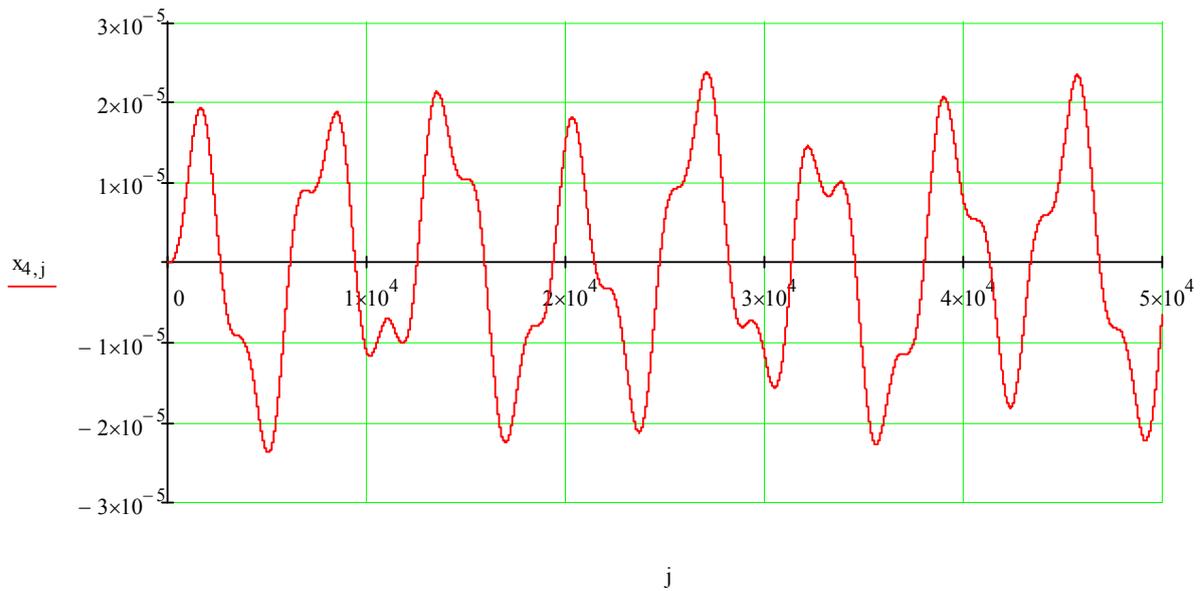
1	-2.68·10 ⁻¹²	1.072·10 ⁻¹¹	2.678·10 ⁻¹¹	5.353·10 ⁻¹¹	9.362·10 ⁻¹¹	1.497·10 ⁻¹⁰	2.243·10 ⁻¹⁰	3.202·10 ⁻¹⁰	4.398·10 ⁻¹⁰	5.857·10 ⁻¹⁰	7.604·10 ⁻¹⁰	9.665·10 ⁻¹⁰	-1.206·10 ⁻⁹	-1.483·10 ⁻⁹
2	0	5.199·10 ⁻¹⁵	3.706·10 ⁻¹⁴	1.291·10 ⁻¹³	3.423·10 ⁻¹³	7.649·10 ⁻¹³	1.518·10 ⁻¹²	2.759·10 ⁻¹²	4.683·10 ⁻¹²	7.529·10 ⁻¹²	1.157·10 ⁻¹¹	1.714·10 ⁻¹¹	-2.46·10 ⁻¹¹	3.434·10 ⁻¹¹
3	-2.68·10 ⁻¹²	1.072·10 ⁻¹¹	-2.68·10 ⁻¹¹	-5.36·10 ⁻¹¹	-9.38·10 ⁻¹¹	1.501·10 ⁻¹⁰	2.251·10 ⁻¹⁰	3.216·10 ⁻¹⁰	4.421·10 ⁻¹⁰	5.895·10 ⁻¹⁰	7.662·10 ⁻¹⁰	9.751·10 ⁻¹⁰	-1.219·10 ⁻⁹	-1.5·10 ⁻⁹
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.431·10 ⁻¹⁵	-3·10 ⁻¹⁵	5.914·10 ⁻¹⁵	1.106·10 ⁻¹⁴
5	-2.68·10 ⁻¹²	1.072·10 ⁻¹¹	-2.68·10 ⁻¹¹	-5.36·10 ⁻¹¹	-9.38·10 ⁻¹¹	1.501·10 ⁻¹⁰	2.251·10 ⁻¹⁰	3.216·10 ⁻¹⁰	4.422·10 ⁻¹⁰	5.896·10 ⁻¹⁰	7.665·10 ⁻¹⁰	9.755·10 ⁻¹⁰	-1.219·10 ⁻⁹	-1.501·10 ⁻⁹
6	0	0	0	0	1.414·10 ⁻¹⁵	4.685·10 ⁻¹⁵	-1.28·10 ⁻¹⁴	3.047·10 ⁻¹⁴	5.546·10 ⁻¹⁴	1.297·10 ⁻¹³	2.406·10 ⁻¹³	4.23·10 ⁻¹³	7.103·10 ⁻¹³	1.147·10 ⁻¹²
7	-2.68·10 ⁻¹²	1.072·10 ⁻¹¹	-2.68·10 ⁻¹¹	-5.36·10 ⁻¹¹	-9.38·10 ⁻¹¹	1.501·10 ⁻¹⁰	2.251·10 ⁻¹⁰	3.216·10 ⁻¹⁰	4.422·10 ⁻¹⁰	5.896·10 ⁻¹⁰	7.665·10 ⁻¹⁰	9.756·10 ⁻¹⁰	-1.22·10 ⁻⁹	-1.501·10 ⁻⁹
8	0	0	0	0	0	-2.45·10 ⁻¹⁵	6.672·10 ⁻¹⁵	1.584·10 ⁻¹⁴	3.391·10 ⁻¹⁴	5.691·10 ⁻¹⁴	1.236·10 ⁻¹³	2.163·10 ⁻¹³	3.614·10 ⁻¹³	5.806·10 ⁻¹³
9	-2.68·10 ⁻¹²	1.072·10 ⁻¹¹	-2.68·10 ⁻¹¹	-5.36·10 ⁻¹¹	-9.38·10 ⁻¹¹	1.501·10 ⁻¹⁰	2.251·10 ⁻¹⁰	3.216·10 ⁻¹⁰	4.422·10 ⁻¹⁰	5.896·10 ⁻¹⁰	7.665·10 ⁻¹⁰	9.755·10 ⁻¹⁰	-1.219·10 ⁻⁹	-1.501·10 ⁻⁹
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.191·10 ⁻¹⁵	2.689·10 ⁻¹⁵	5.641·10 ⁻¹⁵	1.112·10 ⁻¹⁴	2.082·10 ⁻¹⁴
11	-2.68·10 ⁻¹²	1.072·10 ⁻¹¹	-2.68·10 ⁻¹¹	-5.36·10 ⁻¹¹	-9.38·10 ⁻¹¹	1.501·10 ⁻¹⁰	2.251·10 ⁻¹⁰	3.216·10 ⁻¹⁰	4.422·10 ⁻¹⁰	5.896·10 ⁻¹⁰	7.665·10 ⁻¹⁰	9.755·10 ⁻¹⁰	-1.219·10 ⁻⁹	-1.501·10 ⁻⁹
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.43·10 ⁻¹⁵	2.998·10 ⁻¹⁵	-5.91·10 ⁻¹⁵	1.106·10 ⁻¹⁴
13	-2.68·10 ⁻¹²	1.072·10 ⁻¹¹	-2.68·10 ⁻¹¹	-5.36·10 ⁻¹¹	-9.38·10 ⁻¹¹	1.501·10 ⁻¹⁰	2.251·10 ⁻¹⁰	3.216·10 ⁻¹⁰	4.422·10 ⁻¹⁰	5.896·10 ⁻¹⁰	7.665·10 ⁻¹⁰	9.755·10 ⁻¹⁰	-1.219·10 ⁻⁹	-1.501·10 ⁻⁹
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	-2.68·10 ⁻¹²	1.072·10 ⁻¹¹	-2.68·10 ⁻¹¹	-5.36·10 ⁻¹¹	-9.38·10 ⁻¹¹	1.501·10 ⁻¹⁰	2.251·10 ⁻¹⁰	3.216·10 ⁻¹⁰	4.422·10 ⁻¹⁰	5.896·10 ⁻¹⁰	7.665·10 ⁻¹⁰	9.755·10 ⁻¹⁰	-1.219·10 ⁻⁹	-1.501·10 ⁻⁹
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	-2.68·10 ⁻¹²	1.072·10 ⁻¹¹	-2.68·10 ⁻¹¹	-5.36·10 ⁻¹¹	-9.38·10 ⁻¹¹	1.501·10 ⁻¹⁰	2.251·10 ⁻¹⁰	3.216·10 ⁻¹⁰	4.422·10 ⁻¹⁰	5.896·10 ⁻¹⁰	7.665·10 ⁻¹⁰	9.755·10 ⁻¹⁰	-1.219·10 ⁻⁹	-1.501·10 ⁻⁹
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	-2.68·10 ⁻¹²	1.072·10 ⁻¹¹	-2.68·10 ⁻¹¹	-5.36·10 ⁻¹¹	-9.38·10 ⁻¹¹	1.501·10 ⁻¹⁰	2.251·10 ⁻¹⁰	3.216·10 ⁻¹⁰	4.422·10 ⁻¹⁰	5.896·10 ⁻¹⁰	7.665·10 ⁻¹⁰	9.755·10 ⁻¹⁰	-1.219·10 ⁻⁹	-1.501·10 ⁻⁹
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	-2.68·10 ⁻¹²	1.072·10 ⁻¹¹	-2.68·10 ⁻¹¹	-5.36·10 ⁻¹¹	-9.38·10 ⁻¹¹	1.501·10 ⁻¹⁰	2.251·10 ⁻¹⁰	3.216·10 ⁻¹⁰	4.422·10 ⁻¹⁰	5.896·10 ⁻¹⁰	7.665·10 ⁻¹⁰	9.755·10 ⁻¹⁰	-1.219·10 ⁻⁹	-1.501·10 ⁻⁹
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	-2.68·10 ⁻¹²	1.072·10 ⁻¹¹	-2.68·10 ⁻¹¹	-5.36·10 ⁻¹¹	-9.38·10 ⁻¹¹	1.501·10 ⁻¹⁰	2.251·10 ⁻¹⁰	3.216·10 ⁻¹⁰	4.422·10 ⁻¹⁰	5.896·10 ⁻¹⁰	7.664·10 ⁻¹⁰	9.755·10 ⁻¹⁰	-1.219·10 ⁻⁹	-1.501·10 ⁻⁹
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...

x=

Итогом расчета стала матрица перемещений X , по 24 позициям перемещений U во времени размерностью $24 \times 50\,000$.

Представим перемещения по направлениям U_1 , U_2 , U_3 и U_4 в виде графиков функции от времени (j).





Для определения максимальных напряжений в нижних элементах башни отберем, проанализировав графики, максимальное перемещение узлов в момент 27 049 шага, что соответствует 2.7049 секунды после начала движения.

$$\begin{aligned}
 t_m &:= 27049 & u_0 &:= 0 \\
 x_{1,t_m} &= -1.136 \times 10^{-4} \\
 x_{2,t_m} &= -3.768 \times 10^{-5} \\
 x_{3,t_m} &= -1.139 \times 10^{-4} \\
 x_{4,t_m} &= 2.356 \times 10^{-5}
 \end{aligned}$$

Найдем удлинение стержней в момент времени $t=2.7049$ с.

$$\Delta L1 := (x_{1,tm} - u0) \cdot c1 + (x_{2,tm} - u0) \cdot s1 = 3.768 \times 10^{-5}$$

$$\Delta L2 := (x_{1,tm} - u0) \cdot c2 + (x_{2,tm} - u0) \cdot s2 = -1.798 \times 10^{-5}$$

$$\Delta L3 := (x_{3,tm} - u0) \cdot c1 + (x_{4,tm} - u0) \cdot s1 = -2.356 \times 10^{-5}$$

Найдем относительные удлинения стержней в момент времени $t=2.7049$ с.

$$\varepsilon1 := \frac{\Delta L1}{l1} = 9.421 \times 10^{-6}$$

$$\varepsilon2 := \frac{\Delta L2}{l2} = -4.0212 \times 10^{-6}$$

$$\varepsilon3 := \frac{\Delta L3}{l1} = -5.889 \times 10^{-6}$$

Найдем напряжения в стержнях №1, 2 и 3 башни в момент времени $t=2.7049$ с.

$$\sigma1 := \varepsilon1 \cdot ES \cdot 10^{-6} = 1.978$$

$$\sigma2 := \varepsilon2 \cdot ES \cdot 10^{-6} = -0.844$$

$$\sigma3 := \varepsilon3 \cdot ES \cdot 10^{-6} = -1.237$$

Произведем расчет стержней № 2, 3 на устойчивость.

$$I_{min} := 53.34 \cdot 10^{-8} \quad im := \sqrt{\frac{I_{min}}{AS \cdot 0.5}}$$

$$\lambda2 := \frac{l2}{im} = 195.084 \quad \lambda3 := \frac{l1}{im} = 174.488$$

$$\sigma_{кр2} := \frac{\pi^2 \cdot ES \cdot 10^{-6}}{\lambda2^2} = 54.46$$

$$\sigma_{кр3} := \frac{\pi^2 \cdot ES \cdot 10^{-6}}{\lambda3^2} = 68.075$$

4.5. Расчет по закону движения реального землетрясения (по акселерограмме)

По найденной нами в сети Интернет акселерограмме землетрясения «Наган» в Иране 6 апреля 1977 года в скалистой местности Чахар Махала ва Бактиари и ее оцифровке производим повторный расчет с определением напряжений.

	1	2
1	0	14.68
2	0.02	14.51
3	0.04	24.25
4	0.06	27.05
5	0.08	30.63
6	0.1	26.57
7	0.12	16.67
Naghan = 8	0.14	16.69
9	0.16	21.22
10	0.18	13.26
11	0.2	20.84
12	0.22	20.96
13	0.24	24.8
14	0.26	21.27
15	0.28	2.7
16	0.3	...

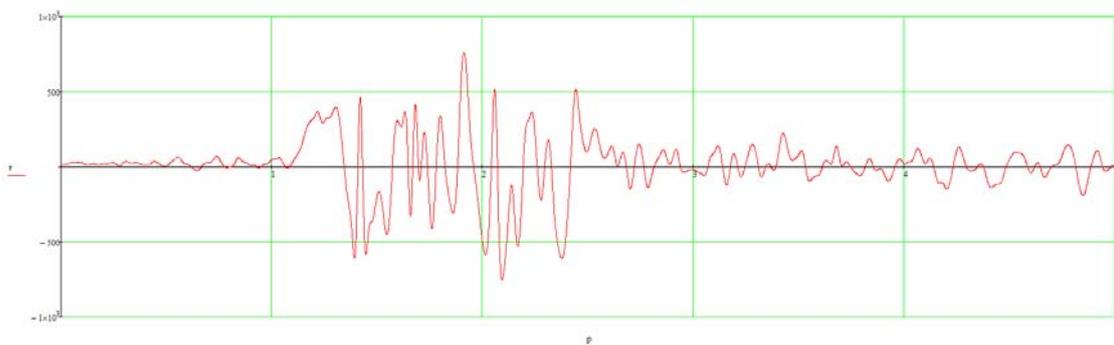
Шаг времени $\Delta t = 0.0005$ сек

$vs := \text{cspline}(\text{Naghan} \langle 1 \rangle, \text{Naghan} \langle 2 \rangle)$

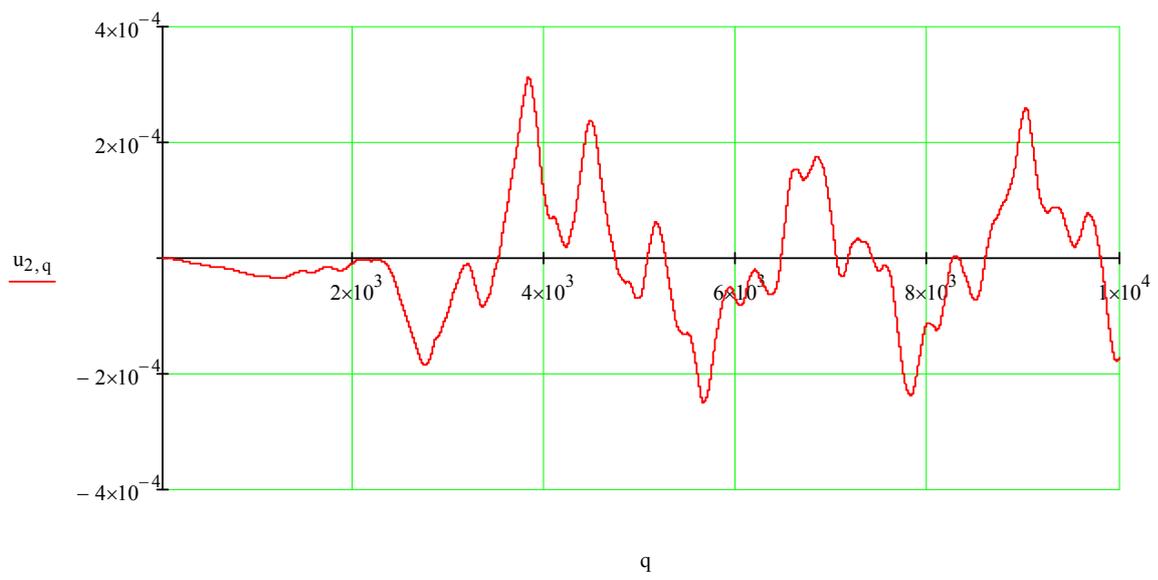
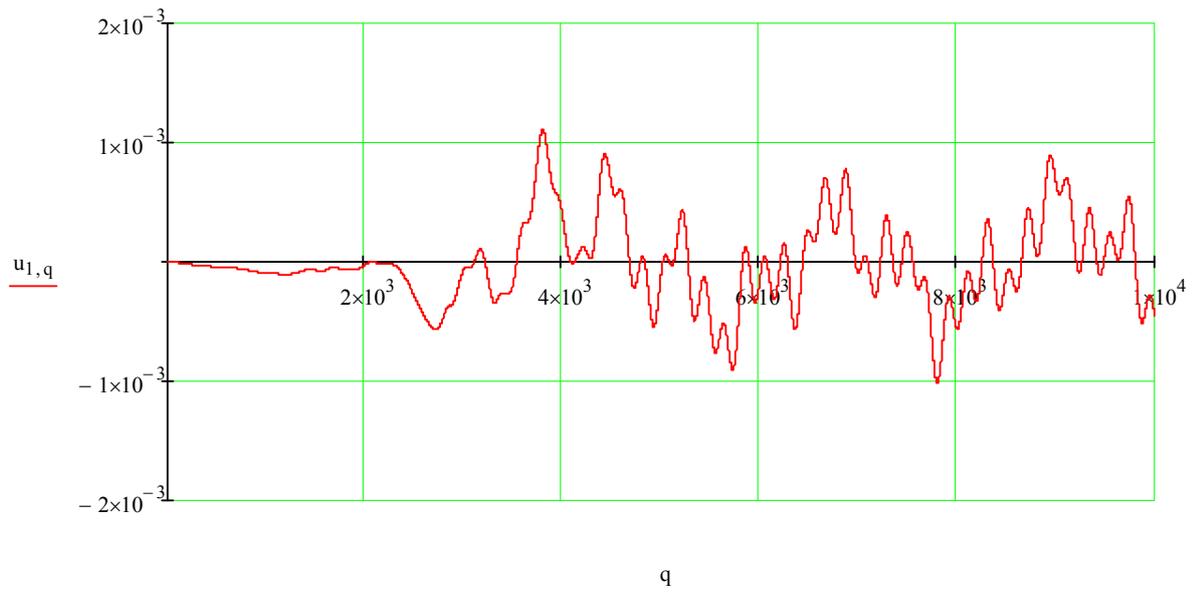
$k := 1..10000$

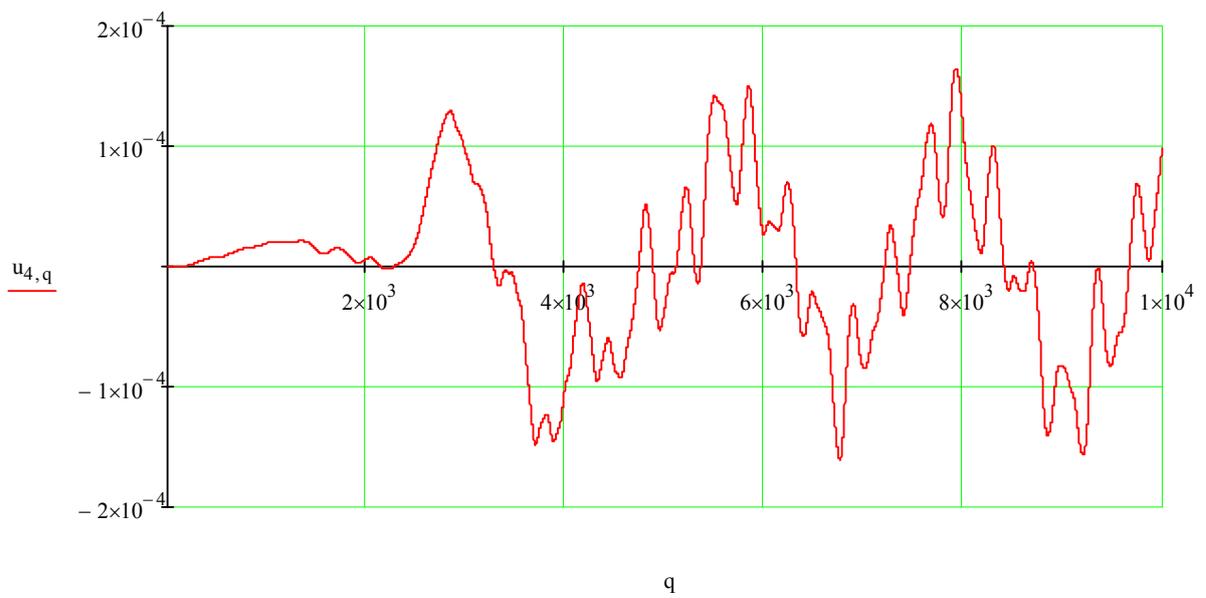
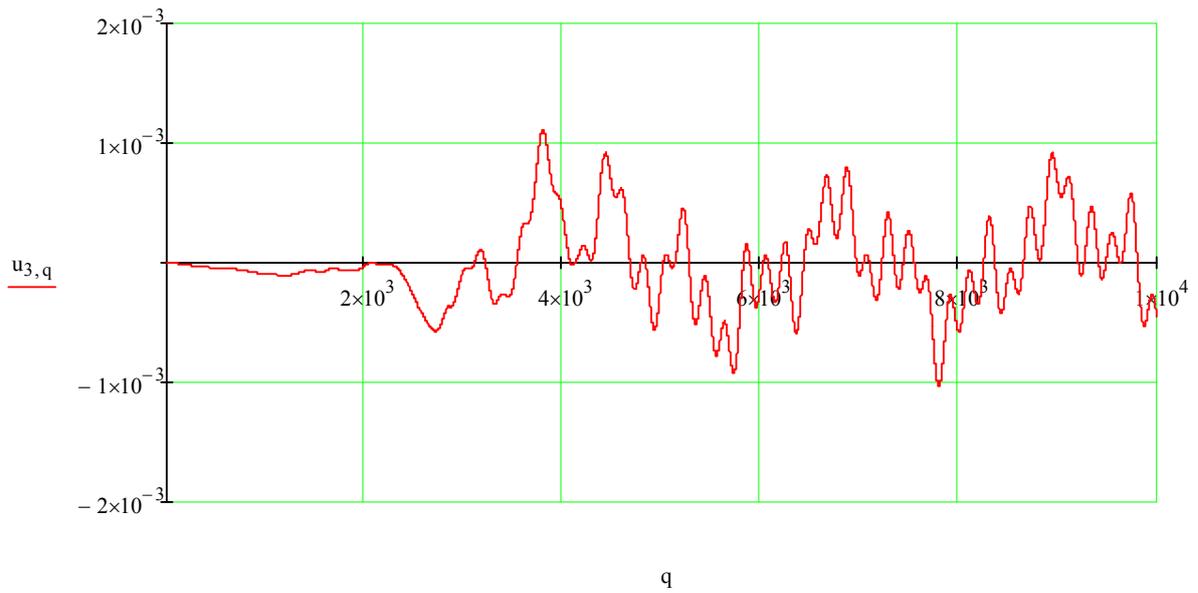
$p_k := k \cdot 0.0005$

$r := \text{interp}(vs, \text{Naghan} \langle 1 \rangle, \text{Naghan} \langle 2 \rangle, p)$



Ускорение основания	Начальные условия		Единичная матрица
	Вектор перемещений	Вектор скорости	
$P0 := \begin{cases} \text{for } i \in 1..24 \\ PO_i \leftarrow 0 \\ PO \end{cases}$	$U0 := \begin{cases} \text{for } i \in 1..24 \\ UO_i \leftarrow 0 \\ UO \end{cases}$	$U01 := \begin{cases} \text{for } i \in 1..24 \\ UO_i \leftarrow 0 \\ UO \end{cases}$	$\underline{Em} := \text{identity}(24)$





$$uO := \begin{cases} \text{for } i \in 1..10000 \\ uO_i \leftarrow 0 \\ uO \end{cases}$$

Найдем удлинение стержней.

$$\Delta L_{11} := \left[\left(u^T \right)^{\langle 1 \rangle} - uO \right] \cdot c1 + \left[\left(u^T \right)^{\langle 2 \rangle} - uO \right] \cdot s1 =$$

	1
1	0
2	3.321·10 ⁻¹²
3	1.646·10 ⁻¹¹
4	4.889·10 ⁻¹¹
5	1.128·10 ⁻¹⁰
6	2.227·10 ⁻¹⁰
7	3.952·10 ⁻¹⁰
8	6.485·10 ⁻¹⁰
9	1.002·10 ⁻⁹
10	1.476·10 ⁻⁹
11	2.09·10 ⁻⁹
12	2.866·10 ⁻⁹
13	3.822·10 ⁻⁹
14	4.977·10 ⁻⁹
15	6.349·10 ⁻⁹
16	...

$$\Delta L_{22} := \left[\left(u^T \right)^{\langle 1 \rangle} - uO \right] \cdot c2 + \left[\left(u^T \right)^{\langle 2 \rangle} - uO \right] \cdot s2 =$$

	1
1	-6.518·10 ⁻¹⁰
2	-1.938·10 ⁻⁹
3	-3.838·10 ⁻⁹
4	-6.331·10 ⁻⁹
5	-9.39·10 ⁻⁹
6	-1.299·10 ⁻⁸
7	-1.71·10 ⁻⁸
8	-2.17·10 ⁻⁸
9	-2.675·10 ⁻⁸
10	-3.223·10 ⁻⁸
11	-3.81·10 ⁻⁸
12	-4.433·10 ⁻⁸
13	-5.091·10 ⁻⁸
14	-5.78·10 ⁻⁸
15	-6.497·10 ⁻⁸
16	...

$$\Delta L_{33} := \left[\left(u^T \right)^{\langle 3 \rangle} - uO \right] \cdot c1 + \left[\left(u^T \right)^{\langle 4 \rangle} - uO \right] \cdot s1 =$$

	1
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	$3.153 \cdot 10^{-15}$
7	$1.143 \cdot 10^{-14}$
8	$3.385 \cdot 10^{-14}$
9	$8.678 \cdot 10^{-14}$
10	$1.994 \cdot 10^{-13}$
11	$4.202 \cdot 10^{-13}$
12	$8.253 \cdot 10^{-13}$
13	$1.529 \cdot 10^{-12}$
14	$2.696 \cdot 10^{-12}$
15	$4.556 \cdot 10^{-12}$
16	...

Найдем относительные удлинения стержней.

$$\varepsilon_{11} := \frac{\Delta L_{11}}{l_1} =$$

	1
1	0
2	$8.302 \cdot 10^{-13}$
3	$4.115 \cdot 10^{-12}$
4	$1.222 \cdot 10^{-11}$
5	$2.82 \cdot 10^{-11}$
6	$5.568 \cdot 10^{-11}$
7	$9.881 \cdot 10^{-11}$
8	$1.621 \cdot 10^{-10}$
9	$2.505 \cdot 10^{-10}$
10	$3.69 \cdot 10^{-10}$
11	$5.226 \cdot 10^{-10}$
12	$7.164 \cdot 10^{-10}$
13	$9.555 \cdot 10^{-10}$
14	$1.244 \cdot 10^{-9}$
15	$1.587 \cdot 10^{-9}$
16	...

$$\varepsilon_{22} := \frac{\Delta L_{22}}{l_2} =$$

	1
1	$-1.457 \cdot 10^{-10}$
2	$-4.333 \cdot 10^{-10}$
3	$-8.583 \cdot 10^{-10}$
4	$-1.416 \cdot 10^{-9}$
5	$-2.1 \cdot 10^{-9}$
6	$-2.905 \cdot 10^{-9}$
7	$-3.824 \cdot 10^{-9}$
8	$-4.852 \cdot 10^{-9}$
9	$-5.982 \cdot 10^{-9}$
10	$-7.206 \cdot 10^{-9}$
11	$-8.519 \cdot 10^{-9}$
12	$-9.913 \cdot 10^{-9}$
13	$-1.138 \cdot 10^{-8}$
14	$-1.292 \cdot 10^{-8}$
15	$-1.453 \cdot 10^{-8}$
16	...

$$\varepsilon_{33} := \frac{\Delta L_{33}}{l_3} =$$

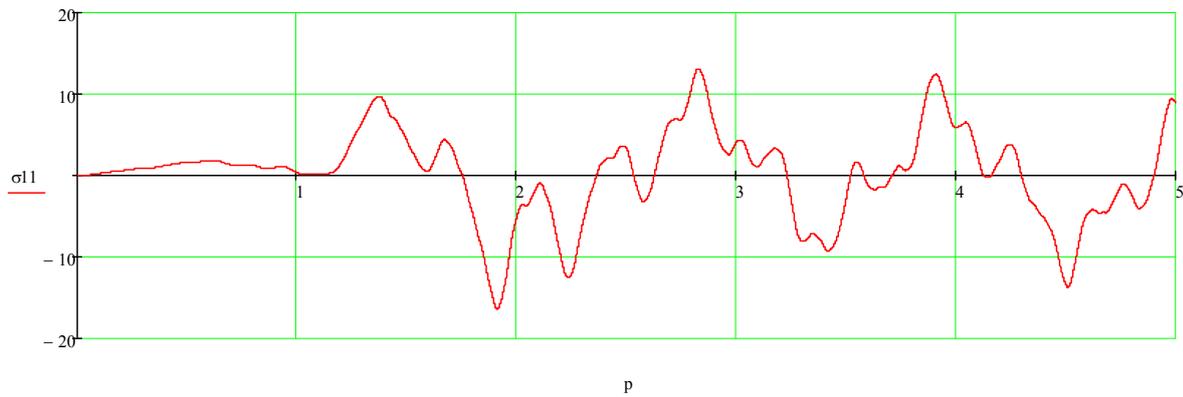
	1
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	$2.857 \cdot 10^{-15}$
8	$8.463 \cdot 10^{-15}$
9	$2.169 \cdot 10^{-14}$
10	$4.985 \cdot 10^{-14}$
11	$1.05 \cdot 10^{-13}$
12	$2.063 \cdot 10^{-13}$
13	$3.823 \cdot 10^{-13}$
14	$6.74 \cdot 10^{-13}$
15	$1.139 \cdot 10^{-12}$
16	...

Найдем напряжения в стержнях №1, 2 и 3 башни.

	1
1	0
2	$1.743 \cdot 10^{-7}$
3	$8.642 \cdot 10^{-7}$
4	$2.567 \cdot 10^{-6}$
5	$5.921 \cdot 10^{-6}$
6	$1.169 \cdot 10^{-5}$
7	$2.075 \cdot 10^{-5}$
8	$3.405 \cdot 10^{-5}$
9	$5.261 \cdot 10^{-5}$
10	$7.748 \cdot 10^{-5}$
11	$1.097 \cdot 10^{-4}$
12	$1.505 \cdot 10^{-4}$
13	$2.006 \cdot 10^{-4}$
14	$2.613 \cdot 10^{-4}$
15	$3.333 \cdot 10^{-4}$
16	...

$$\sigma_{11} := \epsilon_{11} \cdot E_S \cdot 10^{-6} =$$

$$\max(\sigma_{11}) = 13.122$$

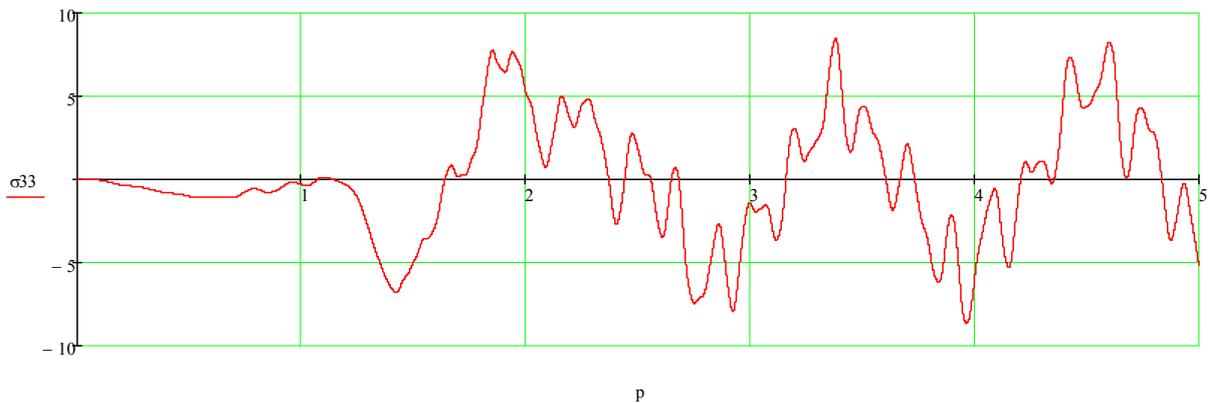
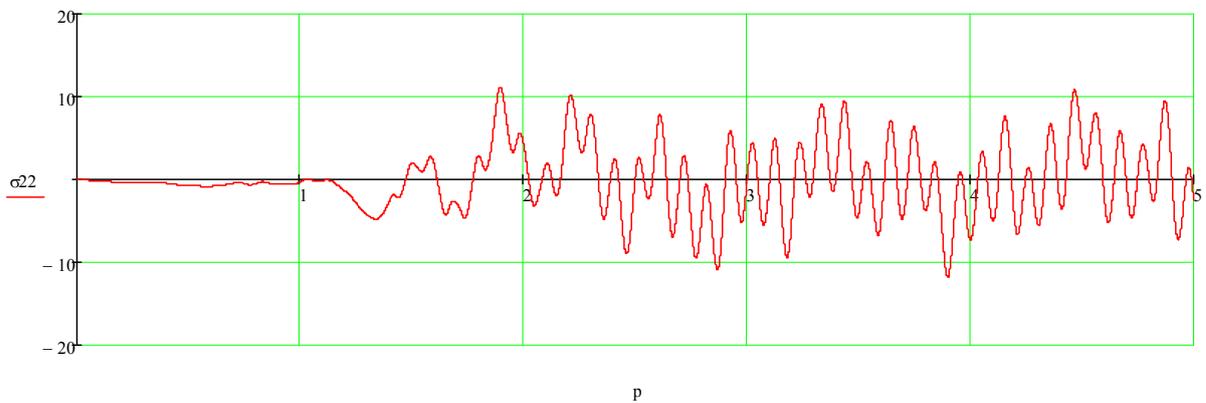


$$\sigma_{22} := \varepsilon_{22} \cdot E_S \cdot 10^{-6} =$$

	1
1	$-3.061 \cdot 10^{-5}$
2	$-9.1 \cdot 10^{-5}$
3	$-1.802 \cdot 10^{-4}$
4	$-2.973 \cdot 10^{-4}$
5	$-4.409 \cdot 10^{-4}$
6	$-6.1 \cdot 10^{-4}$
7	$-8.031 \cdot 10^{-4}$
8	$-1.019 \cdot 10^{-3}$
9	$-1.256 \cdot 10^{-3}$
10	$-1.513 \cdot 10^{-3}$
11	$-1.789 \cdot 10^{-3}$
12	$-2.082 \cdot 10^{-3}$
13	$-2.391 \cdot 10^{-3}$
14	$-2.714 \cdot 10^{-3}$
15	$-3.051 \cdot 10^{-3}$
16	...

$$\sigma_{33} := \varepsilon_{33} \cdot E_S \cdot 10^{-6} =$$

	1
1	0
2	0
3	0
4	$3.75 \cdot 10^{-12}$
5	$3.345 \cdot 10^{-11}$
6	$1.655 \cdot 10^{-10}$
7	$6 \cdot 10^{-10}$
8	$1.777 \cdot 10^{-9}$
9	$4.556 \cdot 10^{-9}$
10	$1.047 \cdot 10^{-8}$
11	$2.206 \cdot 10^{-8}$
12	$4.333 \cdot 10^{-8}$
13	$8.028 \cdot 10^{-8}$
14	$1.415 \cdot 10^{-7}$
15	$2.392 \cdot 10^{-7}$
16	...



Произведем расчет стержней № 2, 3 на устойчивость.

$$\lambda_{\min} := 53.34 \cdot 10^{-8} \quad \lambda_{\text{im}} := \sqrt{\frac{I_{\min}}{A_S \cdot 0.5}}$$

$$\lambda_{\text{im}2} := \frac{l_2}{i_{\text{im}}} = 195.084 \quad \lambda_{\text{im}3} := \frac{l_3}{i_{\text{im}}} = 174.488$$

$$\sigma_{\text{кр}2} := \frac{\pi^2 \cdot E_S \cdot 10^{-6}}{\lambda_2^2} = 54.46 \quad \sigma_{\text{кр}3} := \frac{\pi^2 \cdot E_S \cdot 10^{-6}}{\lambda_3^2} = 68.075$$

$$\max(\sigma_{22}) = 11.152 \quad \max(\sigma_{33}) = 8.449$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ ПО ТЕОРИИ СЕЙСМОСТОЙКОСТИ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ

Основные понятия динамики конструкций

1. Число степеней свободы системы.
2. Свободные и вынужденные колебания линейного неконсервативного осциллятора.
3. Свободные и вынужденные колебания дискретных систем.
4. Свободные и вынужденные колебания континуальных систем.
5. Приближенные методы вычисления собственных частот и форм.

Исходная сейсмологическая информация

1. Общее понятие о землетрясениях.
2. Виды и природа землетрясений: современные представления.
3. Типы глубинных разломов при тектонических землетрясениях.
4. Сейсмические волны, родившиеся в очаге землетрясения.
5. Параметры сейсмических волн.
6. Характеристики силы землетрясения. Сейсмические шкалы.
7. Количественные характеристики сейсмических движений грунта.
8. Пиковые значения сейсмических движений грунта.
9. Законы сейсмических колебаний грунта.
10. Спектры отклика.
11. Проектное и максимальное расчетное землетрясения.
12. Пиковые значения ускорений грунта.
13. Расчетные спектры отклика.
14. Расчетные законы колебаний грунта.

Расчет силовых воздействий на здания и сооружения при землетрясениях

1. Сейсмические воздействия на сооружения.
2. Кинематическое воздействие на сооружение и расчет сооружения на сейсмические воздействия путем разложения по собственным формам.
3. Численные методы решения задач динамики (сеймики). Методы прямого интегрирования уравнений движения.
4. Реальные и синтезированные акселерограммы.
5. Сплайн-интерполяция акселерограмм.
6. Алгоритм рекурсивного движения по временной координате в Mathcad.

Расчет башни на сейсмические воздействия методом конечных элементов в Mathcad

1. Формирование математической модели башни в MathCad.
2. Поиск вектора собственных значений, вектора частот и собственного вектора.
3. Расчет по заданному закону движения .
4. Расчет по закону движения реального землетрясения (по акселерограмме).

Методы расчета конструкций на сейсмостойкость

1. Статическая теория сейсмостойкости.
2. Динамический анализ.
3. Анализ с использованием интегральных преобразований.
4. Линейно-спектральная теория сейсмостойкости.
5. Модальные инерционные сейсмические нагрузки.
6. Модальный сейсмический отклик системы.
7. Суммарный (расчетный) сейсмический отклик системы.
8. Число собственных форм, учитываемых в расчете.
9. Учет многокомпонентности сейсмического воздействия.
10. Одновременный учет нескольких компонент отклика.
11. Преимущества и недостатки линейно-спектральной теории сейсмостойкости.

Схематизация зданий для расчета вынужденных сейсмических колебаний

1. Общие требования к расчетной схеме здания.
2. Основная система и подсистемы.
3. Примеры схематизации зданий.
4. Абсолютно твердое тело.
5. Стержни с сосредоточенными массами.
6. Рамы с сосредоточенными массами.
7. Схематизация по методу конечных элементов.
8. Эквивалентные модальные осцилляторы.
9. Учет потерь энергии в системе "сооружение – основание".

Учет влияния основания в сейсмических расчетах сооружений

1. Основные расчетные модели грунтовых оснований.
2. Математические модели оснований зданий и сооружений.
3. Учет совместной динамической работы сооружение – фундамент – основание на основе винклеровской модели.
4. Расчетные динамические характеристики грунтов.
5. Характер влияния основания на колебания сооружения.
6. Метод эквивалентных динамических характеристик основания.

7. Определение расчетного сейсмического воздействия.
8. Эквивалентные динамические характеристики основания.
9. Влияние заглубления сооружения в основание.
10. Прямой метод учета взаимодействия сооружения с основанием.
11. Взаимодействие сооружений через грунт.
12. О практическом применении различных методов учета взаимодействия сооружения с основанием.
13. Особенности расчета несущей способности оснований при сейсмическом воздействии.

Расчет поэтажных акселерограмм и спектров отклика

1. Поэтажные акселерограммы и спектры отклика.
2. Расчет поэтажных спектров отклика.
3. Расчет поэтажных акселерограмм.

Обеспечение сейсмостойкости строительных конструкций

1. Одношаговый и многошаговый сейсмический расчет.
2. Сейсмический расчет строительных конструкций неядерных объектов.
3. Определение инерционных сейсмических нагрузок.
4. Сочетания нагрузок и расчетные прочностные характеристики материалов.
5. Сейсмический расчет строительных конструкций АЭС.
6. Определение инерционных сейсмических нагрузок.
7. Сочетания нагрузок и расчетные прочностные характеристики материалов.
8. Расчет сейсмических усилий в строительных конструкциях.
9. Системы активной сейсмозащиты зданий.
10. Сейсмоизоляция.
11. Адаптивные системы сейсмозащиты.
12. Системы с повышенным демпфированием.
13. Системы с гасителями колебаний.

Сейсмические расчеты специальных конструкций

1. Влияние жидкости на сейсмические колебания конструкции.
2. Протяженные конструкции.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

О современных методах сейсмического расчета высотных зданий

МКЭ широко используется в различных программных комплексах для определения напряженно-деформированного состояния конструкций. С помощью этих вычислительных комплексов, базирующихся на варианте МКЭ в перемещениях, выполняется подавляющее большинство расчетов на прочность, устойчивость и колебания, а также сейсмических расчетов. Среди множества программных комплексов можно отметить такие, как ANSYS, COSMOS/M, NASTRAN, ЛИРА, SKAD, STARK и др.

МКЭ отличаются широкой областью применимости, инвариантностью по отношению к геометрии конструкции и физическим характеристикам материалов, относительная простота учета взаимодействия конструкций с окружающей средой, фундаментом, основанием [механические (силовые и кинематические) воздействия, граничные условия и т.д.], высокая степень приспособляемости к автоматизации всех этапов расчета.

Современные вычислительные комплексы, основанные на МКЭ, позволяют выполнять расчеты зданий в пространственной постановке. Однако при этом необходимо учитывать целый ряд факторов, оказывающих заметное влияние на точность результатов расчета.

К факторам, влияющим на результаты расчета, относятся:

- 1) учет совместной работы несущего каркаса с основанием;
- 2) выбор надлежащего шага конечно-элементной сетки для правильного отображения реального напряженного состояния отдельных элементов каркаса – фундаментной плиты, стен, колонн, ядер жесткости, плит перекрытий;
- 3) моделирование узлов соединения стен и колонн с фундаментной плитой и плитами перекрытий;
- 4) учет влияния стадийности возведения на напряженное состояние конструкций здания;
- 5) учет влияния физической нелинейности железобетона как важнейшего фактора уточнения расчетов и др.;
- 6) учет особого рода воздействий типа террористических;
- 7) выполнение динамических, в том числе сейсмических, расчетов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. ГОСТ 24346-80. Вибрация. Термины и определения [Текст].
2. ГОСТ 25364-82. Агрегаты паротурбинные стационарные. Нормы вибрации и общие требования к проведению измерений [Текст].
3. ГОСТ 12.4.012-83. ССБТ. Вибрация. Средства измерения и контроля вибрации на рабочих местах. Технические требования [Текст].
4. ГОСТ 26043-83. Вибрация. Динамические характеристики стационарных машин. Основные положения [Текст].
5. ГОСТ 12.1.012-90. ССБТ. Вибрационная безопасность. Общие требования [Текст].
6. СН 245-71. Санитарные нормы проектирования промышленных предприятий [Текст].
7. СНиП 2.02.05-87. Фундаменты машин с динамическими нагрузками [Текст].
8. Динамический расчет специальных инженерных сооружений и конструкций [Текст] / под ред. проф. Б.Г. Коренева и проф. А.Ф. Смирнова. – М.: Стройиздат, 1986.
9. Измерение вибрации сооружений [Текст] / под ред. д-ра техн. наук И.С. Шейнина. – Л.: Стройиздат, 1974.
10. Инструкция по мерам борьбы с вибрационными воздействиями технологического оборудования при проектировании зданий и сооружений промышленности нерудных строительных материалов [Текст]. – М.: Изд-во литературы по строительству, 1968.
11. Инструкция по расчету несущих конструкций промышленных зданий и сооружений на динамические нагрузки [Текст]. – М.: Изд-во литературы по строительству, 1970.
12. Правила технической эксплуатации электрических станций и сетей Российской Федерации: РД 34.20.501-95 [Текст]. – М. СПО ОРГРЭС, 1996.
13. Рекомендации по усилению железобетонных конструкций зданий и сооружений реконструируемых предприятий. Ч. 4. Виброзащита существующих конструкций [Текст]. – Харьков: Харьковский ПромстройНИИпроект, 1985.
14. Справочник по динамике сооружений [Текст] / под ред. проф. Б.Г. Коренева и проф. И.М. Рабиновича. – М.: Стройиздат, 1972.
15. Абашидзе, А.И. Фундаменты машин тепловых электростанций [Текст] / А.И. Абашидзе, Ф.В. Сапожников, А.Т. Казанджян. – М.: Энергия, 1975.
16. Гольдин, А.С. Устранение вибраций турбоагрегатов на тепловых электростанциях [Текст] / А.С. Гольдин. – М.: Энергия, 1980.
17. Рунов, Б.Т. Исследование и устранение вибраций паровых турбоагрегатов [Текст] / Б.Т. Рунов. – М.: Энергоиздат, 1982.

18. Осоловский, В.П. Эксплуатация фундаментов энергетического оборудования ТЭС [Текст] / В.П. Осоловский, Д.Г. Венгеровский, Я.Л. Кранцфельд. – М.: Энергия, 1980.

19. Швец, Н.С. Конструктивные способы снижения вибраций фундаментов машин с динамическими нагрузками [Текст] / Н.С. Швец, В.Л. Седин, Ю.А. Киричек. – М.: Стройиздат, 1987.

20. РТМ 108.020.37–81 (переиздание с Изменением №1 1985 г.) Оборудование атомных энергетических установок. Расчет на прочность при сейсмическом воздействии [Текст]. – Л.: НПО ЦКТИ, 1986. – 35с.

21. РТМ 108.031.114–85. Котлы паровые стационарные. Нормы расчета на прочность при сейсмическом воздействии [Текст]. – Л.: НПО ЦКТИ, 1986. – 57 с.

22. ПНАЭ Г-7-002-86. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок [Текст]. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – С.115–118, 487–504.

23. Нормы проектирования сейсмостойких атомных станций (проект НП 031-2001, введенных взамен ПНАЭ Г-5-006-87) [Текст].

24. РД 10-249-98, п.11. Методика расчета на прочность при сейсмическом воздействии [Текст].

25. Рапопорт, Г.А. К расчету зданий и сооружений по комплексным расчетным схемам. Решение задачи В.З. Власова об упругом сжимаемом слое методом Л.В. Канторовича [Текст] / Г.А. Рапопорт. – М.: // Коммунальное хозяйство городов: науч.-техн. сб. №55. – 2004. – С. 281-290.

26. Филоненко-Бородич, М.М. Простейшая модель упругого основания, способная распределить нагрузку [Текст] / М.М. Филоненко-Бородич // Сб. трудов МЭМИИТ. – 1945. – №53. – С. 92-108.

27. Пастернак, П.Л. Основы нового метода расчёта фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели [Текст] / П.Л. Пастернак. – М.: ГСИ, 1954. – 56 с.

28. Власов, В.З. Строительная механика тонкостенных пространственных систем [Текст] / В.З. Власов. – М.: Стройиздат, 1949. – 434 с.

29. Власов, В.З. Техническая теория расчёта фундаментов на упругом основании [Текст] / В.З. Власов, Н.Н. Леонтьев // Труды МИСИ. Вып.14 [154]. – М.: Стройиздат, 1956. – С. 12-31.

30. Лейбензон, Л.С. Вариационные методы решения задач теории упругости [Текст] / Л.С. Лейбензон. – М.- Л.: ОГИЗ – ГИТТЛ, 1943. – 286 с.

31. Васильков, Г.В. Квазидвухмерные расчёты схемы при конечноэлементной реализации модели упругого сжимаемого слоя [Текст] / Г.В. Васильков, Г.А. Рапопорт, Е.Н. Шпитюк // Известия вузов. Строительство. – 1999. – №6. – С. 21-25.

32. Горбунов-Посадов, М.И. Балки и плиты на упругом основании [Текст] / М.И. Горбунов-Посадов. – М.: Изд-во Министерства строительства предприятий машиностроения, 1949. – 238 с.

33. Сливкер, В.И. К вопросу о назначении характеристик двухпараметрового упругого основания [Текст] / В.И. Сливкер // Строительная механика и расчёт сооружений. – 1989. – №1. – С.36-39.

34. Рапопорт, Г.А. Методика определения численных значений параметров основания [Текст] / Г.А. Рапопорт, Е.Н. Шпитюк: научно-технический отчёт. – Ростов н/Д: РостовГЭП, 1997. – 56 с.

35. Канторович, Л.В. Об одном прямом методе решения задачи о минимуме двойного интеграла [Текст] / Л.В. Канторович // Изв. АН СССР. – 1993. – №5.

ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Вибрация – движение точки или механической системы, при котором происходят колебания характеризующих его скалярных величин.

Вибрационная техника – совокупность методов и средств возбуждения, полезного применения и измерения вибрации, вибрационной диагностики, вибрационной защиты и вибрационных испытаний.

Вибровозбудитель – устройство, предназначенное для возбуждения вибрации и используемое самостоятельно или в составе другого устройства.

Виброметрия – совокупность средств и методов измерения величин, характеризующих вибрацию.

Вибрационная защита – совокупность средств и методов уменьшения вибрации, воспринимаемой защищаемыми объектами.

Вибрационная устойчивость – свойство объекта при заданной вибрации выполнять заданные функции и сохранять в пределах норм значения параметров.

Вибрационная прочность – прочность при и после заданной вибрации.

Вибрационные испытания – испытания объекта при заданной вибрации.

Вибрационная диагностика – техническая диагностика, основанная на анализе вибрации объекта диагностирования.

Виброперемещение – составляющая перемещения, описывающая вибрацию.

Виброскорость – производная виброперемещения по времени.

Виброускорение – производная виброскорости по времени.

Рамах колебаний – разность между наибольшим и наименьшим значениями колеблющейся величины в рассматриваемом интервале времени.

Среднее квадратическое значение колеблющейся величины – квадратный корень из среднего арифметического или среднего интегрального значения квадрата колеблющейся величины в рассматриваемом интервале времени.

Периодические колебания – колебания, при которых каждое значение колеблющейся величины повторяется через равные интервалы времени.

Период колебаний – наименьший интервал времени, через который при периодических колебаниях повторяется каждое значение колеблющейся величины.

Частота периодических колебаний – величина, обратная периоду колебаний.

Синхронные колебания – два или более одновременно совершающихся периодических колебания, имеющих равные частоты.

Гармонические колебания – колебания, при которых значения колеблющейся величины изменяются во времени по закону.

$$A = \sin(\omega \cdot t + \beta),$$

где t – время;
 A, ω, β – постоянные параметры;
 A – амплитуда;
 $(\omega \cdot t + \beta)$ – фаза;
 β – начальная фаза;
 ω – угловая частота.

Амплитуда гармонических колебаний – максимальное значение величины при гармонических колебаниях.

Сдвиг фаз синхронных колебаний – разность фаз двух синхронных гармонических колебаний в любой момент времени.

Угловая частота гармонических колебаний – производная по времени от фазы гармонических колебаний, равная частоте, умноженной на 2π .

Синфазные гармонические колебания – синхронные гармонические колебания с равными в любой момент времени фазами.

Биения – колебания, размах которых – периодически колеблющаяся величина и которые являются результатом сложения двух гармонических колебаний.

Частота биения – частота колебаний значений размаха при биениях, равная разности частот суммируемых колебаний.

Гармонический анализ колебаний – представление анализируемых колебаний в виде суммы гармонических колебаний.

Гармоника – гармоническая составляющая периодических колебаний.

Спектр колебаний – совокупность соответствующих гармоническим составляющим значений величины, характеризующей колебания, в которой указанные значения располагаются в порядке возрастания частот гармонических составляющих.

Спектр частот – совокупность частот гармонических составляющих колебаний, расположенных в порядке возрастания.

Амплитудный спектр – спектр колебаний, в котором величинами, характеризующими гармонические составляющие колебаний, являются их амплитуды.

Затухающие колебания – колебания с уменьшающимися значениями размаха.

Нарастающие колебания – колебания с увеличивающимися значениями размаха.

Логарифмический уровень колебаний – характеристика колебаний, сравнивающая две одноименные физические величины, пропорциональная десятичному логарифму отношения оцениваемого и исходного значений величины.

Полоса частот – совокупность частот в рассматриваемых пределах.

Декадная полоса частот – полоса частот, у которой отношение верхней граничной частоты к нижней равно 10.

Октавная полоса частот – полоса частот, у которой отношение верхней граничной частоты к нижней равно 2.

Полуоктавная полоса частот – полоса частот, у которой отношение верхней граничной частоты к нижней равно 2.

Среднегеометрическая частота полосы – квадратный корень из произведения граничных частот полосы.

Бегущая волна – распространение возмущения в среде.

Продольная волна – волна, направление распространения которой коллинеарно траекториям колеблющихся точек среды.

Поперечная волна – волна, направление распространения которой ортогонально траекториям колеблющихся точек среды.

Стоячая волна – состояние среды, при котором расположение максимумов и минимумов перемещений колеблющихся точек среды не меняется во времени.

Узел колебаний – неподвижная точка среды при стоячей волне.

Пучность колебаний – точка среды при стоячей волне, в которой размах перемещений имеет максимум.

Форма колебаний системы – конфигурация совокупности характерных точек системы, совершающей периодические колебания, в момент времени, когда не все отклонения этих точек от их средних положений равны нулю.

Случайные колебания – колебания, представляющие собой случайный процесс.

Вынуждающая сила – переменная во времени внешняя сила, не зависящая от состояния системы и поддерживающая ее вибрацию.

Демпфирование вибрации – уменьшение вибрации вследствие рассеяния механической энергии.

Восстанавливающая сила – сила, возникающая при отклонении системы от состояния равновесия и направленная противоположно этому отклонению.

Коэффициент жесткости – взятая с противоположным знаком производная характеристика восстанавливающей силы или момента.

Коэффициент податливости – величина, обратная коэффициенту жесткости.

Свободные колебания – колебания системы, происходящие без переменного внешнего воздействия и поступления энергии извне.

Вынужденные колебания – колебания системы, вызванные и поддерживаемые силовым и кинематическим возбуждением.

Автоколебания – колебания системы, возникающие в результате самовозбуждения.

Собственная частота колебаний линейной системы – любая из частот свободных колебаний линейной системы.

Собственная форма колебаний системы – форма колебаний линейной системы, колеблющейся с одной из собственных частот.

Резонансные колебания – вынужденные колебания системы, соответствующие одному из максимумов амплитудно-частотной характеристики.

Амплитудно-частотная характеристика – зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты гармонического возбуждения с постоянной амплитудой.

Активная виброзащита – вибрационная защита, использующая энергию дополнительного источника.

Пассивная виброзащита – вибрационная защита, не использующая энергию дополнительного источника.

Виброизоляция – метод вибрационной защиты посредством устройств, помещаемых между источником возбуждения и защищаемым объектом.

Динамическое гашение вибрации – метод вибрационной защиты посредством присоединения к защищаемому объекту системы, реакции которой уменьшают размах вибрации объекта в точках присоединения системы.

Виброизолятор – устройство, осуществляющее виброизоляцию.

Демпфер – виброзащитное устройство или его часть, создающая демпфирование вибрации.

Динамический виброгаситель – устройство, осуществляющее динамическое гашение вибрации.

П р и м е ч а н и е . Термины и определения взяты из [1].

- **Антисейсмическое проектирование** – комплекс специальных технических мероприятий, направленных на обеспечение сейсмостойкости вновь проектируемых или реконструируемых энергетических объектов.

- **Сейсмостойкость объекта** – способность его конструкции сохранять в определенной мере сеймопрочность, сеймоустойчивость (стойкость к опрокидыванию, смещению, формоизменению), герметичность, работоспособность и безопасность для персонала и населения во время и после землетрясения.

- **Землетрясение** – колебание земной поверхности, вызванное образованием очага высвобождения энергии деформации в некоторой зоне земной коры.

- **Интенсивность землетрясения** – мера его воздействия на объекты, выражаемая баллами сейсмической шкалы в зависимости от степени разрушения типовых зданий и сооружений, ощущений очевидцев, изменений земной поверхности. Наряду с этим интенсивность может быть выражена и кинематическими параметрами землетрясения (например, ускорением).

- **Сейсмичность** – статистическое распределение интенсивности землетрясения на выделенной территории в зависимости от его повторяемости и наличия возможных очагов; она устанавливается ведомственными картами сейсмического районирования, а также сейсмического микро-районирования площадок строительства.

- **Сейсмодействие** – колебательное принудительное движение условной платформы (основания), сообщающей закрепленному на ней объекту переносное (во внешней неподвижной системе отсчета) ускорение, заданное акселерограммами в общем случае в трех ортогональных направлениях движения.

- **Сейсмическая нагрузка (сеймонагрузка)** – динамическая нагрузка объекта, возникающая при сейсмодействии; представляется инерционными силами и моментами, вызываемыми переносными и относительными ускорениями объекта при колебаниях.

- **Акселерограмма землетрясения** – запись во времени однокомпонентного процесса изменения ускорения (в виде графика или оцифровки) для фиксированного направления: север-юг (N-S), запад-восток (W-E), вертикали (V). Угловые ускорения не фиксируются и не рассматриваются.

- **Аналоговая акселерограмма (АА)** – акселерограмма прошедшего землетрясения, используемая в антисейсмическом проектировании, как правило, с нормированной интенсивностью и выделенной значимой областью.

- **Синтезированная акселерограмма (СА)** – искусственно созданный процесс изменения ускорения во времени, отображающий обобщенные спектральные свойства ряда АА. Например – Модель сейсмического воздействия "СА-482".

- **Ответная акселерограмма (ОА)** – запись ускорения определенной точки, уровня, этажа объекта в ходерасчетного анализа его колебаний. Разновидностью ОА являются поэтажные акселерограммы (ПА) здания или сооружения.

- **Спектр ответа (СО)** – совокупность значений (график, семейство графиков, таблица) абсолютных максимальных ответных ускорений одно-массовой колебательной системы (сейсмоосциллятора) при воздействии акселерограммы, определенных в зависимости от собственной частоты и уровней демпфирования осциллятора. Разновидностью СО являются поэтажные спектры ответа (ПСО) для зданий и сооружений.

- **Спектр коэффициентов динамичности (СКД)** – безразмерный СО, полученный делением всех его значений на абсолютное максимальное ускорение акселерограммы.

- **Обобщенный спектр ответа (ОСО)** – обобщенная совокупность ряда спектров ответа, отражающая наиболее важные объединяющие их свойства. Аналогичное понятие – обобщенный СКД.

- **Статический метод расчета сейсмостойкости** – метод задания сейсмической нагрузки по распределению массы объекта, выбранному масштабу и направлению постоянного ускорения.

- **Линейно-спектральный метод (ЛСМ) расчета сейсмостойкости** – метод определения сейсмической нагрузки с использованием спектра ответа (СО, ОСО, ПСО), а также значений собственных частот и форм колебаний объекта.

- **Метод динамического анализа (МДА) сейсмостойкости** – метод численного интегрирования уравнений движения системы (математической модели объекта) при сейсмическом воздействии, заданном акселерограммами (АА, СА, ПА).

- **Собственная частота колебаний** – число колебательных циклов, совершаемых динамической системой за секунду в процессе ее свободных колебаний по одной из **собственных форм** (циклических взаимосогласованных перемещений). Последние определяются распределением в системе характеристик жесткости и инерции, ее динамических степеней свободы.

Относительное демпфирование – безразмерный коэффициент, показатель, параметр (обычно обозначаемый символом «**k**»), характеризующий уровень диссипации (рассеяния) энергии колебательной системы за счет внутреннего трения в ее циклически деформируемых упругих связях. Альтернативный ему параметр демпфирования – логарифмический декремент колебаний, обозначаемый, например, символом «**d**», – соотносится с параметром «**k**» следующим образом: $k = d/6$ (точное значение - $d/2\pi$).

- **Производная сейсмограмма** – запись сейсмоперемещений во времени, полученная двойным численным интегрированием акселерограммы при корректировке (установлении) нулевой линии перемещений. Такие сейсмограммы отличаются от инструментальных сейсмограмм, записанных на сейсмографах, значительными (до десятков и даже более сотни сантиметров) размахами перемещений, на регистрацию которых не рассчитан ни один сейсмограф. Обратным численным дифференцированием производной сейсмограммы получают скорректированную в области сверхнизких частот спектра ответа акселерограмму, позволяющую корректно рассчитывать подвесные низкочастотные системы (котлы, грузы на стропах, сейсмоизоляционные платформы) и скользяще–катящиеся объекты.

- **Проектное землетрясение (ПЗ)** – землетрясение заданной сейсмичности со средней повторяемостью один раз в 100 лет.

- **Максимальное расчетное землетрясение (МРЗ)** – особо мощное землетрясение со средней повторяемостью один раз в 10 000 лет; обычно превосходит ПЗ по интенсивности в два раза при аналогичных спектральных характеристиках (масштабированное ПЗ).

Вместе с отмеченными выше основными понятиями и терминами в антисейсмическом проектировании могут применяться и другие, более простые понятия, не требующие раскрытия их смысла и четких определений. К таким терминам можно отнести:

- сейсмоускорение (ускорение при сейсмических колебаниях);
- сейсмоперемещение и сейсмоскорость;
- сейсморасчеты (расчеты на сейсмическое воздействие);
- сейсмонагружение;
- сейсмозащита;
- другие варианты технических понятий с приставкой «сейсмо».

Сейсмика

Особо следует отметить часто употребляемый в разных контекстах термин «сейсмика». Он объединяет в себе все то, что, так или иначе, имеет отношение к землетрясениям и сейсмостойкости, а более всего – к геоакустике (сейсмометрия) и геологии (сейсморазведка).

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
1. ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ И ИХ ПОСЛЕДСТВИЯ.....	5
1.1. Общее понятие о землетрясениях	5
1.2. Виды и природа землетрясений: современные представления.....	6
1.3. Типы глубинных разломов при тектонических землетрясениях	12
1.4. Сейсмические волны, родившиеся в очаге землетрясения.....	15
1.5. Параметры сейсмических волн.....	18
2. РАСЧЕТ СИЛОВЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ ПРИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯХ.....	25
2.1. Сейсмические воздействия на сооружения	25
2.2. Кинематическое воздействие на сооружение и расчет сооружения на сейсмические воздействия путем разложения по собственным формам	32
2.3. Численные методы решения задач динамики (сеймики). Методы прямого интегрирования уравнений движения	36
2.4. Реальные и синтезированные акселерограммы. Требования к расчету	40
2.5. Сплайн-интерполяция акселерограмм	43
2.6. Алгоритм рекурсивного движения по временной координате в Mathcad.....	46
3. УЧЕТ РАБОТЫ ОСНОВАНИЙ СООРУЖЕНИЙ В ЗАДАЧАХ СЕЙСМИКИ	48
3.1. Основные расчетные модели грунтовых оснований.....	48
3.2. Математические модели оснований зданий и сооружений.....	50
3.3. Учет совместной динамической работы системы сооружение – фундамент – основание на основе винклеровской модели	58
4. РАСЧЕТ БАШНИ НА СЕЙСМИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В MATHCAD	63
4.1. Задание на расчетную работу	63
4.2. Формирование математической модели башни в MathCad.....	64
4.3. Поиск вектора собственных значений, вектора частот и собственного вектора	72
4.4. Расчет по заданному закону движения	76
4.5. Расчет по закону движения реального землетрясения (по акселерограмме)	83
ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ ПО ТЕОРИИ СЕЙСМОСТОЙКОСТИ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ.....	92
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	95
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	96
ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ	99

Учебное издание

Шеин Александр Иванович

**ДИНАМИКА И УСТОЙЧИВОСТЬ СООРУЖЕНИЙ.
ОБЕСПЕЧЕНИЕ СЕЙСМОСТОЙКОСТИ ЗДАНИЙ
И СООРУЖЕНИЙ**

Учебное пособие

Редактор М.А. Сухова

Верстка Н.В. Кучина

Подписано в печать 15.06.2015. Формат 60×84/16.

Бумага офисная «Снегурочка». Печать на ризографе.

Усл.печ.л. 6,28. Уч.-изд.л. 6,75. Тираж 80 экз.

Заказ № 229.



Издательство ПГУАС.
440028, г. Пенза, ул. Германа Титова, 28.