

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства»
(ПГУАС)

В.В. Зернов

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебно-методическое пособие
к выполнению расчётно-графической работы
по направлению подготовки 08.03.01 «Строительство»

Пенза 2016

УДК 539.3
ББК 30.121
3-57

Рекомендовано Редсоветом университета
Рецензент – кандидат технических наук, доцент
кафедры «Механика» М.Б.Зайцев
(ПГУАС)

Зернов В.В.

3-57 Техническая механика: учеб.-метод. пособие к выполнению
выполнению расчётно-графической работы по направлению
подготовки 08.03.01 «Строительство»/ В.В. Зернов. – Пенза:
ПГУАС, 2016. – 52 с.

Приведены краткие теоретические сведения, задания и типовые примеры для выполнения расчётно-графической работы. Предложены контрольные вопросы для самопроверки. Даны необходимые справочные материалы и формулы.

Подготовлено на кафедре «Механика» и предназначено для использования студентами, обучающимися по направлению подготовки 08.03.01 «Строительство», при изучении дисциплины «Техническая механика».

© Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства, 2016
© Зернов В.В., 2016

ВВЕДЕНИЕ

Расчётно-графическая работа (РГР) – распространённый вид курсовой.

В состав РГР входят: выполненное задание и пояснительная записка к решению. Срок выполнения работы – 4 семестр. Работа рассчитана на закрепление и применение полученных навыков в процессе учёбы.

Общие положения и требования к выполнению расчётно-графической работы:

1. Каждый студент 2-го курса, обучающийся по направлению 08.03.01 «Строительство», выполняет в 4-м семестре одну расчётно-графическую работу.

Расчётно-графическая работа состоит из двух задач. Выдача заданий осуществляется автоматизировано с помощью ПЭВМ и по индивидуальному варианту, выданному преподавателем.

2. Общие исходные данные для расчётно-графической работы берутся из данного пособия.

3. Прежде чем приступить к задаче, следует обстоятельно изучить или повторить соответствующий теоретический материал курса.

4. Не следует проводить вычисления с большим числом значащих цифр. Сохранение трёх значащих цифр после запятой обеспечивает необходимую точность.

5. Все чертежи следует выполнять карандашом, а записи вести ручкой или карандашом, соблюдая чертёжные шрифты. Схемы, чертежи и другие рисунки должны быть выполнены с соблюдением масштабных соотношений с помощью чертёжных инструментов.

6. В начале каждой задачи должны быть приведены её тема и номер, текст условия, расчётная схема и таблица исходных данных. Далее следует расположить текст решения и ответы. Все выкладки должны представлять собой стройную логическую последовательность и сопровождаться лаконичным пояснительным текстом. Сокращение слов не допускается.

7. Каждый пункт решения должен при необходимости содержать вспомогательные чертежи или эскизы, расчётную формулу в общем виде, числовое повторение (подстановку) этой формулы и ответ. В промежуточных и окончательных ответах следует проставлять единицы измерения получаемых величин.

8. Каждая задача оформляется отдельно со своим титульным листом, а содержательная часть должна быть оформлена на стандартных листах. Страницы надо пронумеровать. Титульный лист оформляется в соответствии требованиями норм.

Работы, выполненные не по личному варианту, не рецензируются.

Выполнение расчётно-графической работы по курсу "Техническая механика" позволит сформировать у обучающихся следующие общепрофессиональные компетенции:

– способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и математического (компьютерного) моделирования, теоретического и экспериментального исследования.

Задача №1

РАСЧЁТ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТОГО БРУСА БОЛЬШОЙ ЖЁСТКОСТИ

З а д а н и е

Короткий бетонный стержень сжимается продольной силой F , приложенной в точке B .

Требуется:

- 1) определить величину расчётной силы F при заданных размерах поперечного сечения бруса и расчётных сопротивлениях материала на растяжение R_t и сжатие R_c , при коэффициенте условий работы $\gamma_c = 1$;
- 2) вычислить наибольшие растягивающие и сжимающие напряжения;
- 3) построить ядро сечения.

Поперечное сечение и ядро сечения вычертить в масштабе.

З а м е ч а н и е. Форма, размеры сечения и длина бруса (приведены ниже в таблице и на рис. 1.1) задаются преподавателем для каждой учебной группы индивидуально.

№ варианта	a (м)	b (м)	Точка приложения силы	l (м)
1	2	3	4	5
1	1,0	0,8	1	5
2	0,8	1,0	2	5
3	0,6	0,8	3	5
4	0,8	0,6	4	5
5	1,0	1,2	5	5
6	1,2	1,0	6	5
7	1,0	1,0	7	5
8	0,8	1,2	1	6
9	1,2	0,8	2	6
10	0,8	0,7	3	6
11	0,7	0,8	4	6
12	0,9	1,0	5	6
13	1,0	0,9	6	6
14	0,9	1,1	7	6
15	1,1	0,9	1	7
16	0,9	1,2	2	7
17	1,2	0,9	3	7
18	0,7	0,9	4	7

1	2	3	4	5
19	0,9	0,7	5	7
20	0,7	1,0	6	7
21	1,0	0,7	7	7
22	1,2	1,0	1	8
23	1,0	1,2	2	8
24	1,1	1,2	3	8

Для всех вариантов: $y = 24 \text{ кН/м}^3$; $R_t = \text{МПа}$; $R_c = 10 \text{ МПа}$.

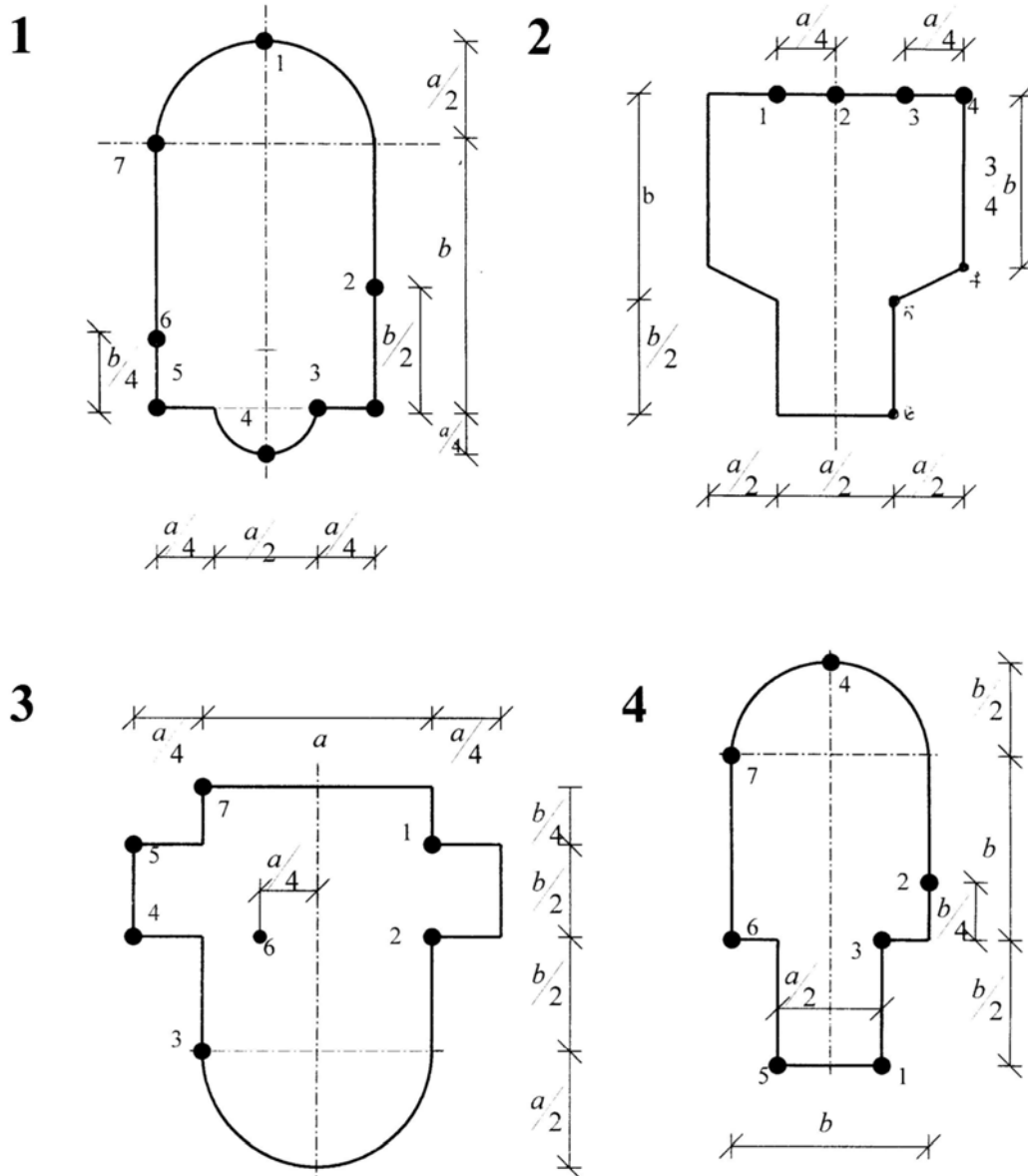


Рис. 1.1 (начало)

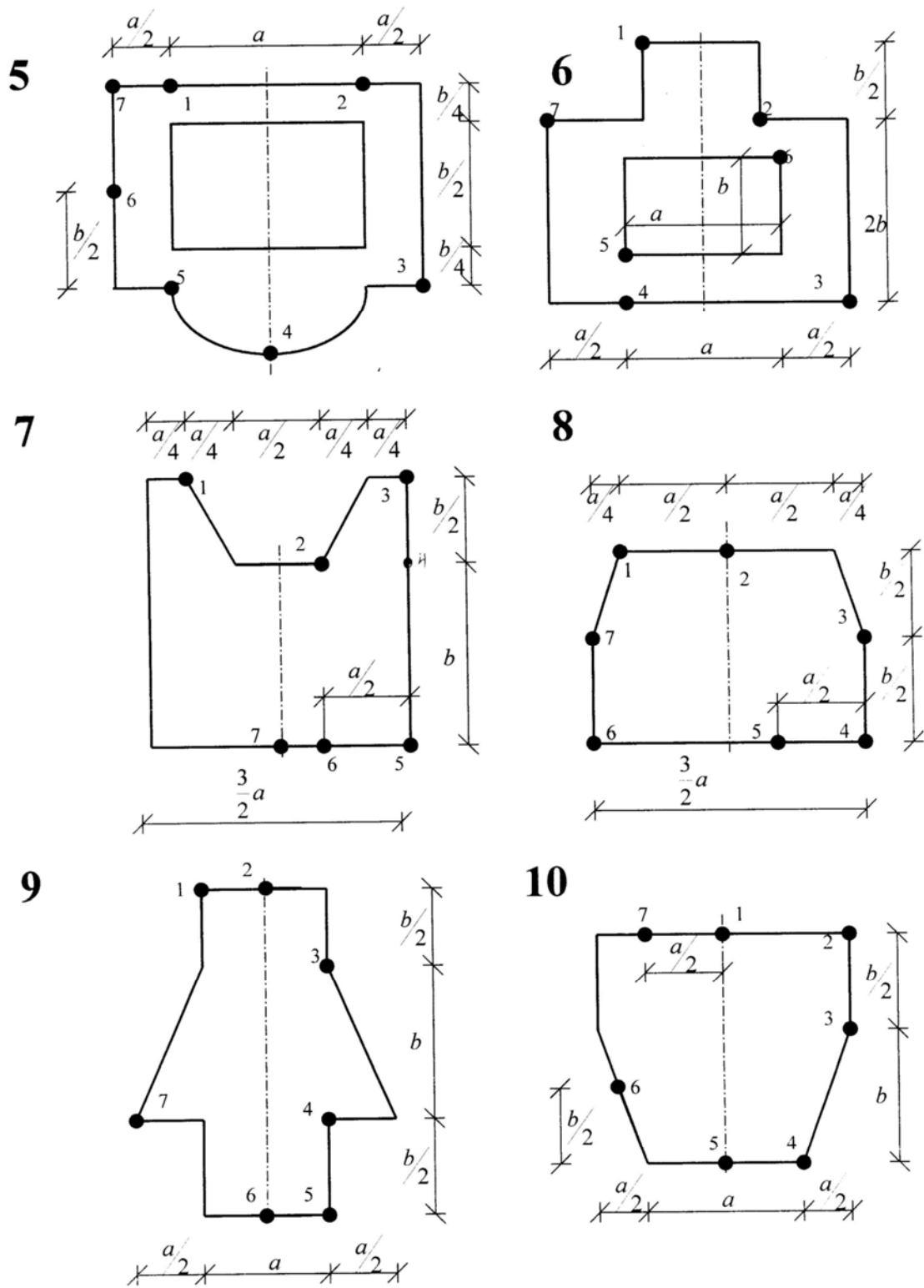
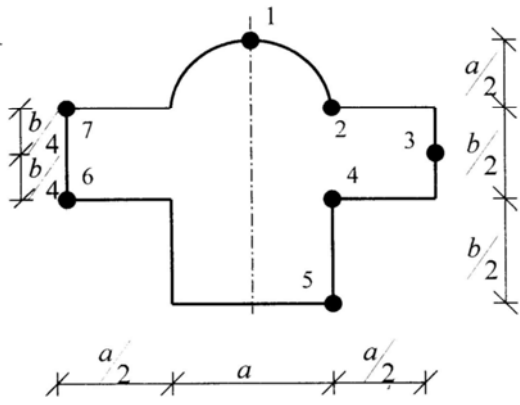
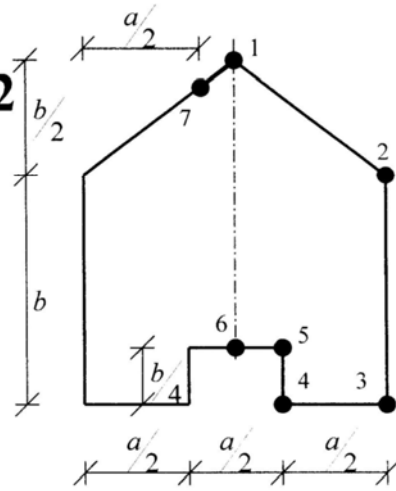


Рис. 1.1 (продолжение)

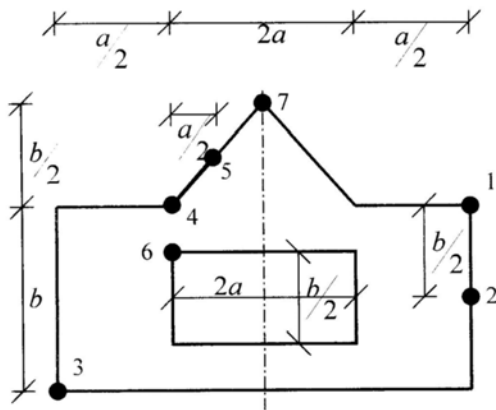
11



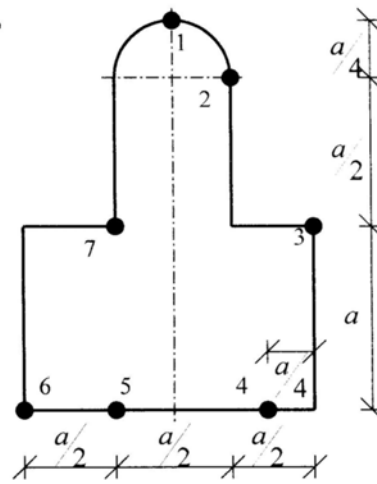
12



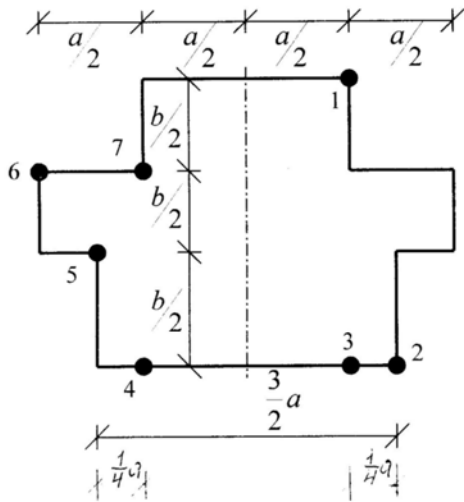
13



14



15



16

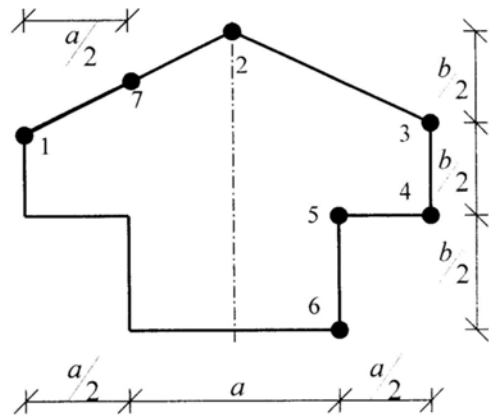


Рис. 1.1 (продолжение)

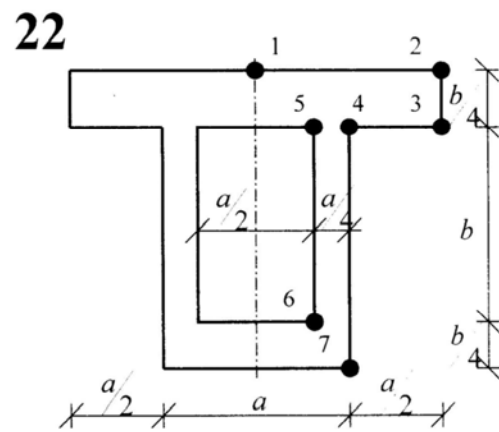
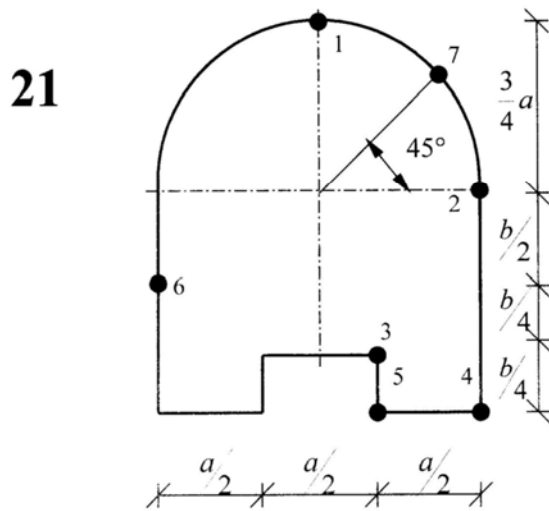
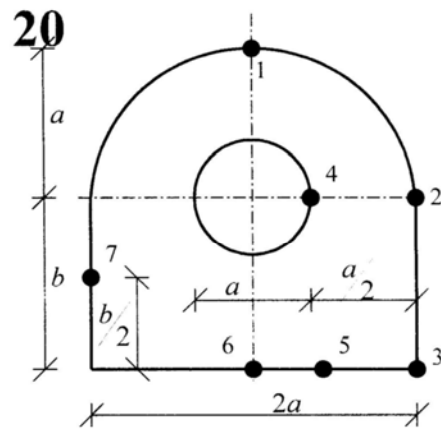
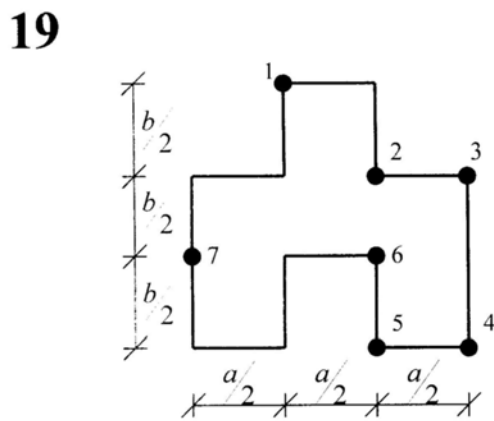
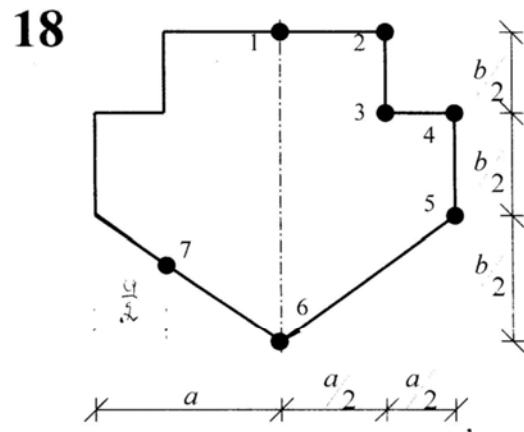
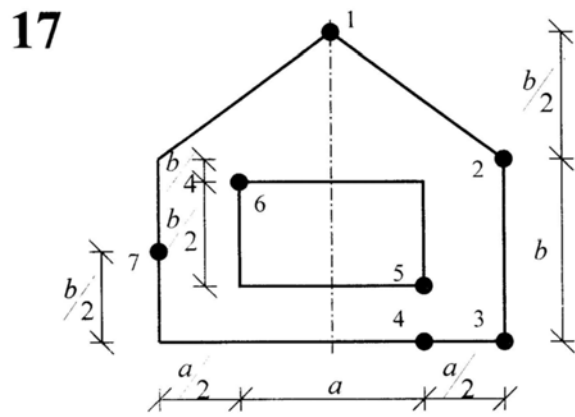


Рис. 1.1 (продолжение)

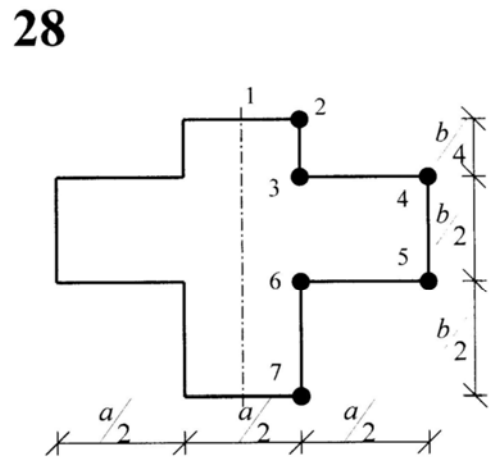
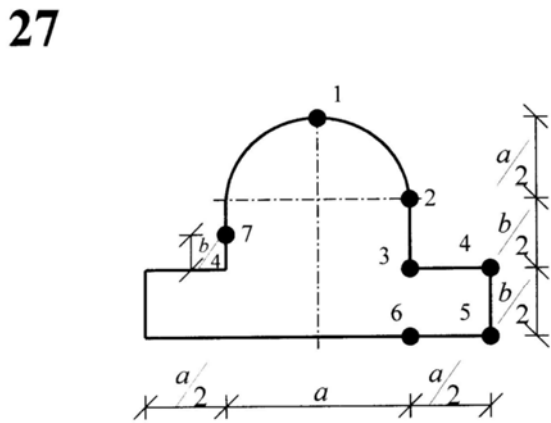
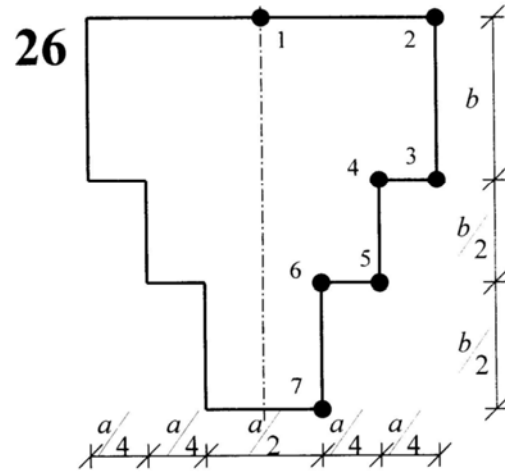
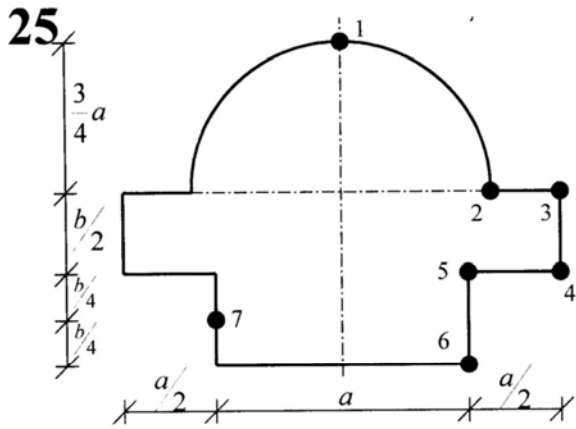
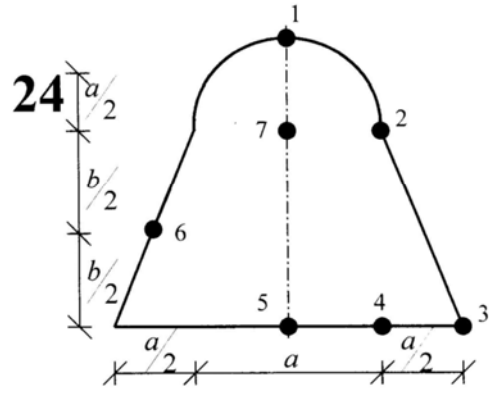
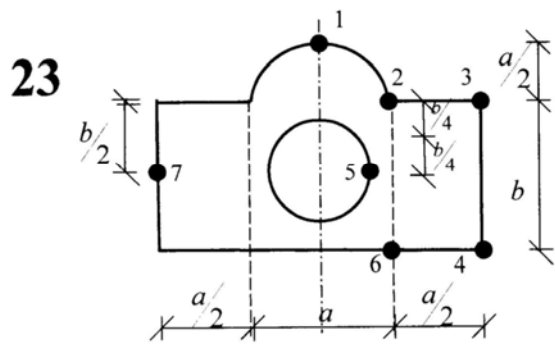


Рис. 1.1 (продолжение)

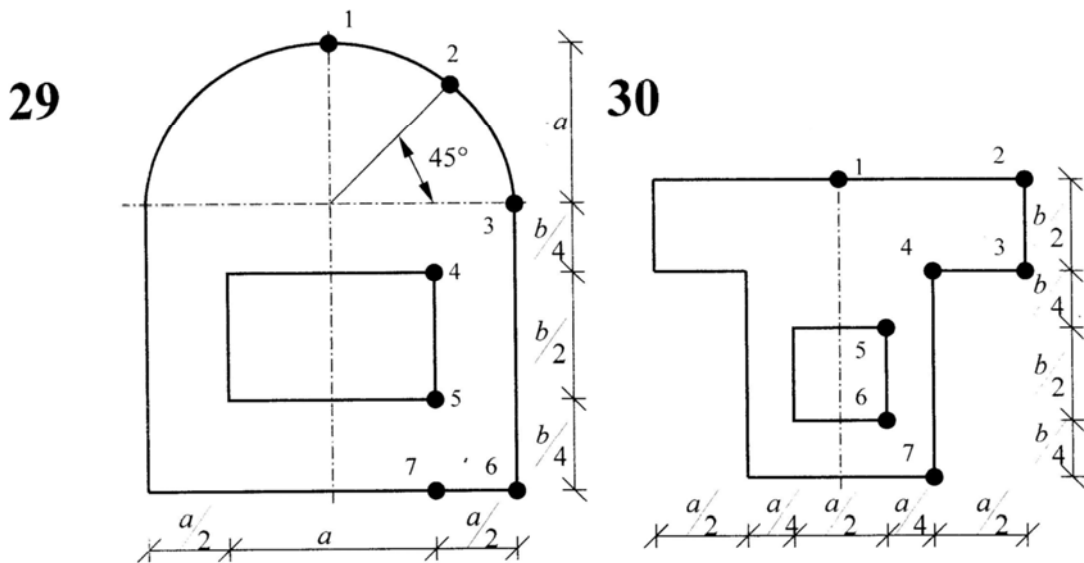


Рис 1.1 (окончание)

Теоретическая часть

Рассмотрим один из часто встречающихся случаев сложного сопротивления в строительстве – внецентренное сжатие (растяжение) бруса (стержня). В этом случае результирующая внешних сил F действует параллельно продольной оси стержня, но приложена не в центре тяжести сечения (рис. 1.2).

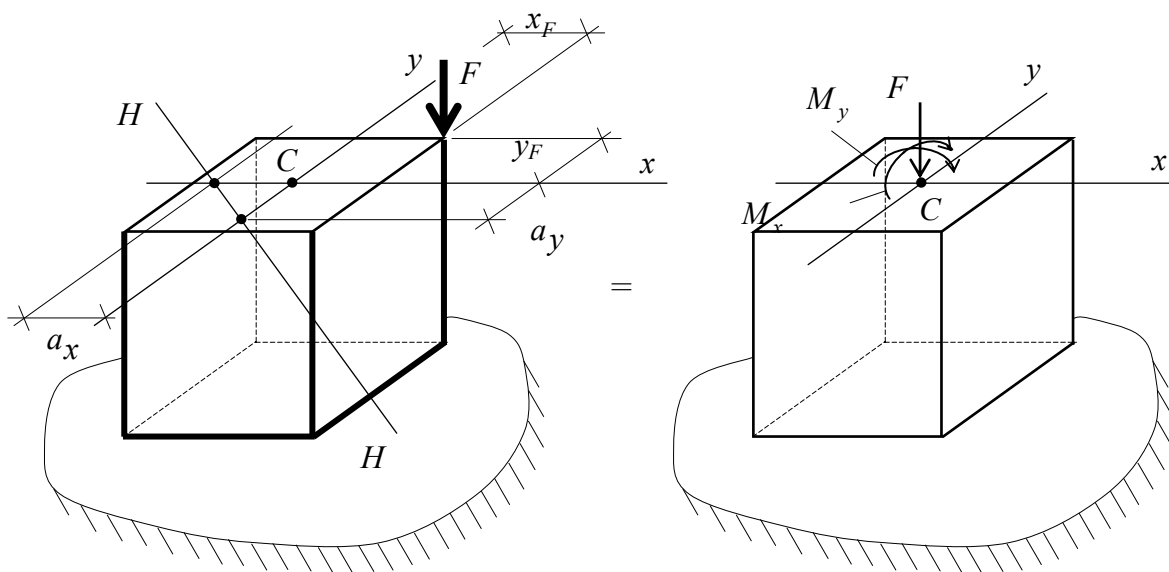


Рис. 1.2

Расстояние от точки приложения силы до центра тяжести сечения или до осей координат называется эксцентриситетом.

В произвольном поперечном сечении возникают три внутренних усилия: два изгибающих момента

$$M_x = -Fy_F \text{ и } M_y = -Fx_F \quad (1.1)$$

и продольная сила $N = -F$. Другими словами, внецентренное сжатие может быть представлено тремя простыми видами деформации: двумя чистыми изгибами и осевым сжатием.

Для каждого вида деформации нормальные напряжения в произвольной точке поперечного сечения определяют по известным формулам:

$$\sigma = \frac{N}{A} \text{ — для осевого сжатия (растяжения);}$$

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} \cdot y, \quad \sigma = \frac{M_y}{J_y} \cdot x \text{ — для чистого изгиба моментами } M_x \text{ и } M_y,$$

соответственно.

Полное напряжение в произвольной точке поперечного сечения

$$\sigma = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M_x}{J_x} \cdot y \pm \frac{M_y}{J_y} \cdot x. \quad (1.2)$$

Если подставить (1.1) в (1.2), то для определения нормальных напряжений при внецентренном сжатии получаем формулу

$$\sigma = -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{y_F y}{i_x^2} + \frac{x_F x}{i_y^2} \right), \quad (1.3)$$

где A — площадь поперечного сечения стержня;
 x_F, y_F — координаты точки приложения силы F (подставляются с учётом знаков);
 x, y — координаты точки, в которой определяются напряжения (подставляются с учётом знаков);
 $i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}}, i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}}$ — радиусы инерции сечения относительно осей x и y , соответственно;
 I_x, I_y — осевые моменты инерции относительно главных центральных осей x и y .

В поперечном сечении стержня при внецентренном сжатии (растяжении) могут возникнуть сжимающие и растягивающие напряжения. Если материал стержня неодинаково сопротивляется растяжению и сжатию, то для обеспечения его прочности должны выполняться условия прочности и по растягивающим напряжениям

$$\max \sigma_t \leq \gamma_c R_t, \quad (1.4)$$

и по сжимающим напряжениям

$$\max \sigma_c \leq \gamma_c R_c, \quad (1.5)$$

здесь $\max \sigma_t$ и $\max \sigma_c$ – максимальные растягивающие и сжимающие нормальные напряжения соответственно;

R_t, R_c – расчётные сопротивления материала растяжению и сжатию соответственно;

γ_c – коэффициент условий работы.

Максимальные растягивающие и сжимающие напряжения возникают всегда в точках, наиболее удаленных от нейтральной линии, т.е. линии, на которой напряжения равны нулю. Положение нейтральной линии в поперечном сечении задаётся отрезками a_x, a_y , отсекаемыми этой линией на главных центральных осях x и y , которые определяются по формулам:

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_F}; \quad a_y = -\frac{i_x^2}{y_F}. \quad (1.6)$$

Очевидно, что при внецентренном сжатии сжимающие напряжения будут возникать с той стороны от нейтральной линии, где приложена сжимающая сила F , а часть сечения по другую сторону от нейтральной линии будет испытывать деформации растяжения. Наибольшие напряжения $\max \sigma_t$ и $\max \sigma_c$ будут возникать в точках, наиболее удалённых от нейтральной линии.

Некоторые строительные материалы плохо сопротивляются растяжению (бетон, чугун, кирпич, и т.п.). Поэтому в конструкциях из этих материалов стараются не допускать появления растягивающих напряжений. Во внецентренно сжатых стержнях этого можно добиться, если сжимающую силу F прикладывать в ядре сечения. Ядром сечения называется область вокруг центра тяжести сечения, характерная тем, что при приложении в ней сосредоточенной силы в произвольном сечении стержня возникают деформации и напряжения одного знака. Для построения ядра сечения используют закономерности поведения нейтральной линии, следующие из соотношений (1.6):

1. Нейтральная линия $N - N$ всегда проходит в противоположной четверти координатной плоскости (по диагонали) от точки приложения силы (рис. 1.2).

2. Если точка приложения силы F лежит на одной из главных центральных осей координат, то нейтральная линия $N - N$ перпендикулярна этой оси и параллельна другой.

3. По мере удаления точки приложения силы F от центра тяжести вдоль некоторого луча, проведённого из центра тяжести сечения, нейтраль-

ная линия $H - H$ приближается к центру тяжести сечения, перемещаясь параллельно самой себе, и наоборот, удаляется от центра тяжести сечения, если точка приложения силы F приближается к нему.

4. Если точка приложения силы F перемещается вдоль некоторой прямой линии, не проходящей через центр тяжести сечения, то нейтральная линия $H - H$ поворачивается вокруг некоторой неподвижной точки.

Таким образом, чтобы добиться появления в сечении деформаций и напряжений одного знака, нужно, чтобы нейтральная линия $H - H$ не пересекала сечение, а, в крайнем случае, лишь касалась бы его. «Обкатываемая» сечение касательными нейтральными линиями, находят соответствующие им координаты точек приложения силы по формулам

$$x_F = -\frac{i_y^2}{a_x}; \quad y_F = -\frac{i_x^2}{a_y}. \quad (1.7)$$

Совокупность координат x_F, y_F образует геометрическое место точек, определяющее контур ядра сечения. Следует отметить, что ядро сечения – фигура выпуклая и не имеет входящих углов.

Если сечение включает в себя круговые части, то при «обкатывании» нейтральной линией этих частей точка приложения силы будет перемещаться по дугам окружностей (например, ядро сечения круга представляет собой также круг).

Если аналитически трудно вычислить величины отсекаемых отрезков, то их определяют графически из чертежа.

Примеры решения типовых задач

Пример 1.1. Построить ядро сечения для короткого составного стержня из двух двутавров № 33 (рис. 1.3).

Решение

1. *Вычисление положения центра тяжести сечения.* Учитывая, что сечение имеет вертикальную ось симметрии, принимаем в качестве вспомогательных осей оси x_2, y . Положение центра тяжести при этом будет определяться координатами:

$$x_c = 0, \\ y_c = \frac{\sum S_{x_2}^i}{\sum A_i} = \frac{S_{x_2}^{(1)} + S_{x_2}^{(2)}}{A_1 + A_2} = \frac{A_1 \cdot 16,85 + A_2 \cdot 0}{A_1 + A_2} = \frac{53,8 \cdot 16,85 + 0}{53,8 + 53,8} = 8,425 \text{ см}$$

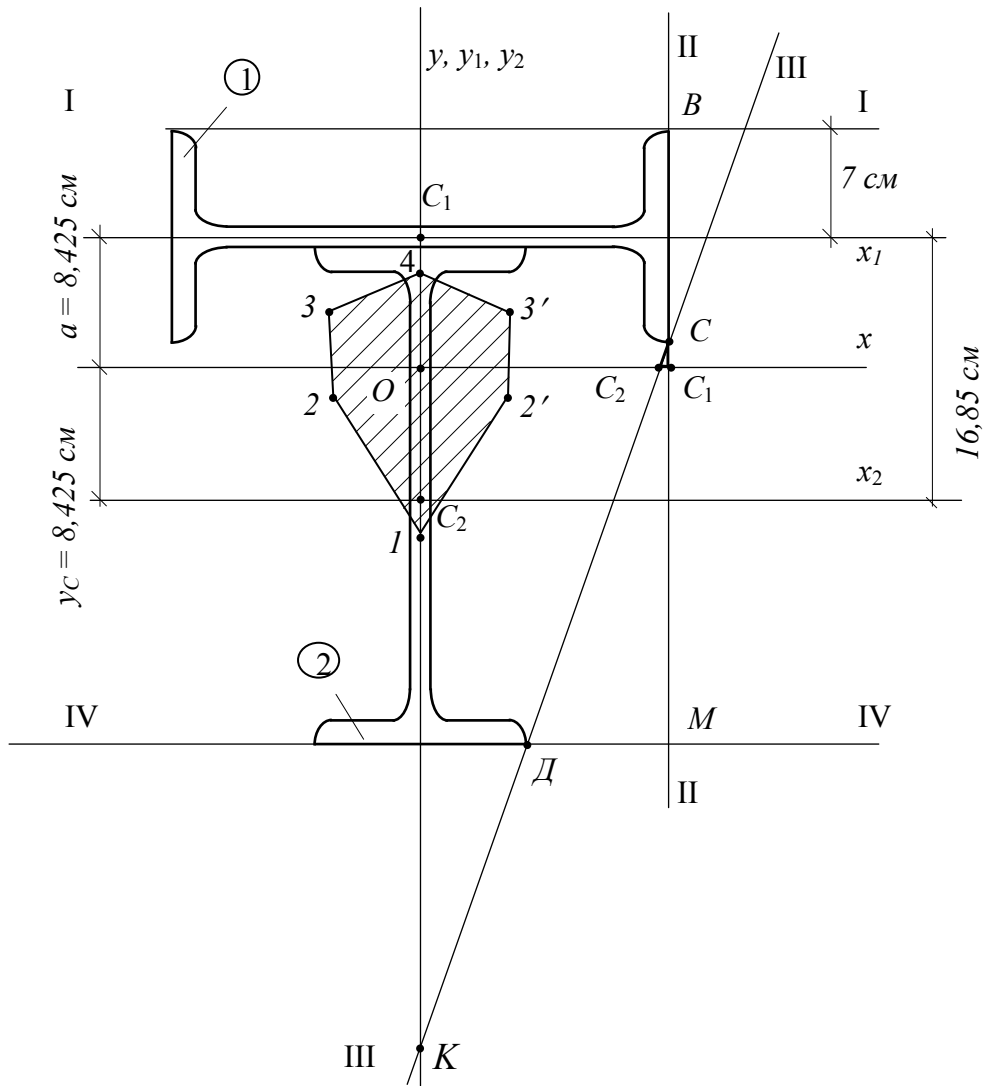


Рис. 1.3

2. Вычисляем геометрические характеристики сечения. Осевые моменты инерции относительно главных центральных осей x, y будут равны:

$$I_x = I_x^{(1)} + I_x^{(2)} = (I_{x_1}^{(1)} + a^2 A_1) + (I_{x_2}^{(2)} + y_C^2 A_2) = (419 + 8,425^2 \cdot 53,8) + (9840 + 8,425^2 \cdot 53,8) = 17896,516 \text{ см}^4,$$

$$I_y = I_y^{(1)} + I_y^{(2)} = I_{y_2}^{(1)} + I_{y_2}^{(2)} = 9840 + 419 = 10259 \text{ см}^4.$$

Найдём квадраты радиусов инерции сечения:

$$i_x^2 = \frac{I_x}{A} = \frac{17896,516}{107,6} = 166,32 \text{ см}^2,$$

$$i_y^2 = \frac{I_y}{A} = \frac{10259}{107,6} = 95,34 \text{ см}^2.$$

3. *Построение ядра сечения.* Для построения ядра сечения задаёмся положением нейтральных линий, касательных к сечению, и определяем для каждой из них координаты точек приложения силы по формулам (1.7).

Пусть нейтральная линия заняла положение I-I, коснувшись сечения. Она перпендикулярна к оси y и параллельна к оси x . Следовательно, $a_x = \infty$ и из геометрических построений $a_y = +(8,425 + 7) = +15,425$ см.

Итак, чтобы нейтральная линия заняла положение I-I, необходимо силу приложить в точке 1 с координатами (0; -10,78) (см. рис. 1.3).

Поворачиваем линию из положения I-I вокруг неподвижной точки B в положение II-II. Точка приложения силы будет перемещаться из точки 1 в точку 2 по прямой линии. Нейтральная линия II-II отсечёт на осях координат отрезки $a_x = +16,5$ см, $a_y = \infty$. Координаты точки 2 приложения силы будут

$$x_F = -\frac{95,34}{16,5} = -5,78 \text{ см}, \quad y_F = -\frac{166,32}{\infty} = 0.$$

Далее поворачиваем нейтральную линию вокруг неподвижной точки C в положение III-III, которая отсечет на осях координат отрезки $a_x = OC_2$; $a_y = -OK$. Отрезок $OC_2 = OC_1 - C_2C_1$; $OC_1 = 16,5$ см. Отрезок C_2C_1 найдем из подобия ΔCC_1C_2 и $\Delta CМД$:

$$C_1C_2 = \frac{CC_1 \cdot ДМ}{СМ} = \frac{1,425 \cdot 9,5}{26,35} = 0,51 \text{ см},$$

где $CC_1 = 1,425$ см, $СМ = 26,35$ см, $ДМ = 9,5$ см находятся из геометрических построений на рис. 1.3.

Таким образом,

$$a_x = +(16,5 - 0,51) = 15,99 \text{ см}.$$

Из подобия $\Delta КОС_2$ и $\Delta CМД$:

$$OK = \frac{OC_2 \cdot СМ}{ДМ} = \frac{15,99 \cdot 26,35}{9,5} = 44,35 \text{ см}.$$

Следовательно, $a_y = -44,35$ см.

Определяем координаты точки 3 приложения силы:

$$x_F = -\frac{95,34}{15,99} = -5,96 \text{ см}; \quad y_F = -\frac{166,32}{(-44,35)} = 3,75 \text{ см}.$$

Точка 2 приложения силы переместилась в положение 3 по прямой 2 – 3.

Поворачиваем нейтральную линию вокруг неподвижной точки D из положения III-III в положение IV-IV. При этом

$$a_x = \infty; \quad a_y = -26,35 \text{ см}.$$

Координаты точки 4 будут следующими:

$$x_F = -\frac{95,34}{\infty} = 0; \quad y_F = -\frac{166,32}{(-26,35)} = 6,31 \text{ см.}$$

Точку 4 соединяем с точкой 3 прямой линией. Поскольку сечение симметрично относительно оси y , то точки 2' и 3' являются зеркальным отображением точек 2 и 3. Ломаная замкнутая линия 12343'2'1' ограничивает область вокруг центра тяжести сечения, которая называется ядром сечения.

Пример 1.2. Для бетонного стержня сложного поперечного сечения, находящегося в условиях внецентренного сжатия (рис. 1.4), определить величину сжимающей силы, вычислить наибольшие сжимающие и растягивающие напряжения, построить ядро сечения. Исходные данные: $a = 0,5 \text{ м}$, $b = 0,6 \text{ м}$, $R_t = 1 \text{ МПа}$, $R_c = 10 \text{ МПа}$, $\gamma_c = 1$.

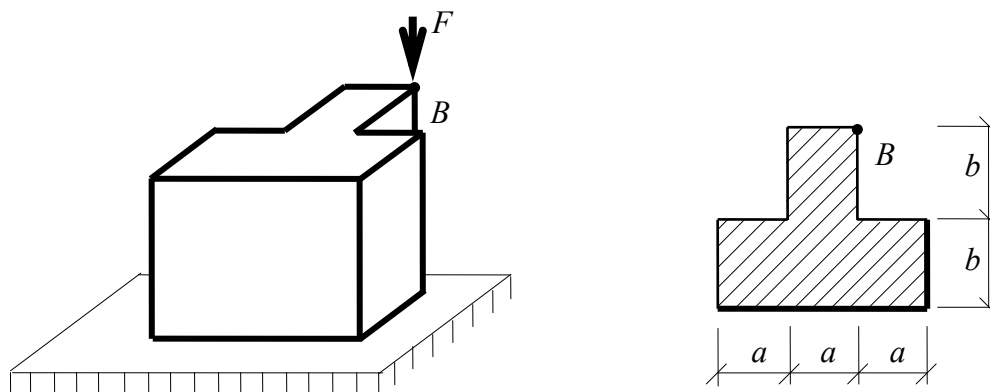


Рис. 1.4

Решение

1. *Определение положения центра тяжести сечения.* Поскольку сечение имеет вертикальную ось симметрии, то, принимая в качестве вспомогательных осей оси x_1, y_1 (рис. 1.5), определяем координаты центра тяжести сечения:

$$x_c = 0,$$

$$y_c = \frac{S_{x_1}^{(1)} + S_{x_1}^{(2)}}{A^{(1)} + A^{(2)}} = \frac{0 + 0,3 \cdot 0,6}{3 \cdot 0,5 \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 0,6} = 0,15 \text{ м.}$$

2. *Вычисление геометрических характеристик сечения.* Главные центральные моменты инерции будут равны:

$$J_x = J_x^{(1)} + J_x^{(2)} = \left(J_{x_1}^{(1)} + A^{(1)} d_1^2 \right) + \left(J_x^{(2)} + A^{(2)} d_2^2 \right),$$

$$J_y = J_y^{(1)} + J_y^{(2)} = J_{y_1}^{(1)} + J_{y_2}^{(2)},$$

где

$$J_{x_1}^{(1)} = \frac{3ab^3}{12} = \frac{3 \cdot 0,5 \cdot 0,6^3}{12} = 0,027 \text{ м}^4;$$

$$J_{x_2}^{(2)} = \frac{ab^3}{12} = \frac{0,5 \cdot 0,6^3}{12} = 0,009 \text{ м}^4;$$

$$J_{y_1}^{(1)} = \frac{b(3a)^3}{12} = \frac{0,6 \cdot (3 \cdot 0,5)^3}{12} = 0,169 \text{ м}^4;$$

$$J_{y_2}^{(1)} = \frac{ba^3}{12} = \frac{0,6 \cdot 0,5^3}{12} = 0,00625 \text{ м}^4;$$

$$d_1 = y_c = 0,15 \text{ м}; \quad d_2 = t - y_c = 0,6 - 0,15 = 0,45 \text{ м};$$

$$I_x = (0,027 + 0,9 \cdot 0,15^2) + (0,009 + 0,3 \cdot 0,45^2) = 0,117 \text{ м}^4;$$

$$I_y = 0,169 + 0,00625 = 0,17525 \text{ м}^4 \approx 0,175 \text{ м}^4.$$

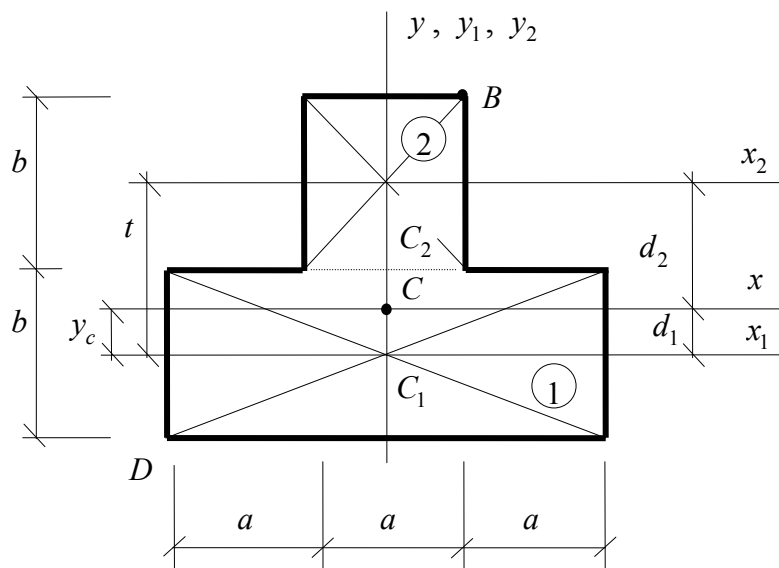


Рис. 1.5

Вычисляем квадраты радиусов инерции:

$$i_x^2 = \frac{J_x}{A} = \frac{0,117}{1,2} = 0,0975 \text{ м}^2, \quad i_y^2 = \frac{J_y}{A} = \frac{0,175}{1,2} = 0,146 \text{ м}^2.$$

3. *Определение расчётного значения силы F.* Решение начнём с определения положения нейтральной линии $H - H$.

Из рис. 1.5 находим координаты точки B приложения силы F в системе главных центральных осей x, y с учётом знаков:

$$x_F = \frac{a}{2} = 0,25 \text{ м}, \quad y_F = \left(\frac{b}{2} + b\right) - y_c = \left(\frac{0,6}{2} + 0,6\right) - 0,15 = 0,75 \text{ м}.$$

По формулам (1.6) находим отрезки, отсекаемые на осях x, y нейтральной линией:

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_F} = -\frac{0,146}{0,25} = -0,584 \text{ м}, \quad a_y = -\frac{i_x^2}{y_F} = -\frac{0,0975}{0,75} = -0,13 \text{ м}.$$

Проводим в сечении нейтральную линию $H-H$ (рис. 1.6). Проводя касательные к сечению, параллельные нейтральной линии, находим наиболее удалённые, а значит, и наиболее напряженные точки B и D . В точке B будут возникать наибольшие сжимающие, а в точке D – наибольшие растягивающие напряжения. Из геометрических построений на рис. 1.6 найдём координаты точек B и D с учётом знаков:

$$x_B = \frac{a}{2} = 0,25 \text{ м}, \quad y_B = y_F = \left(\frac{b}{2} + b\right) - y_c = 0,75 \text{ м},$$

$$x_D = -\left(\frac{a}{2} + a\right) = -\left(\frac{0,5}{2} + 0,5\right) = -0,75 \text{ м},$$

$$y_D = -\left(\frac{b}{2} + d_1\right) = -\left(\frac{0,6}{2} + 0,15\right) = -0,45 \text{ м}.$$

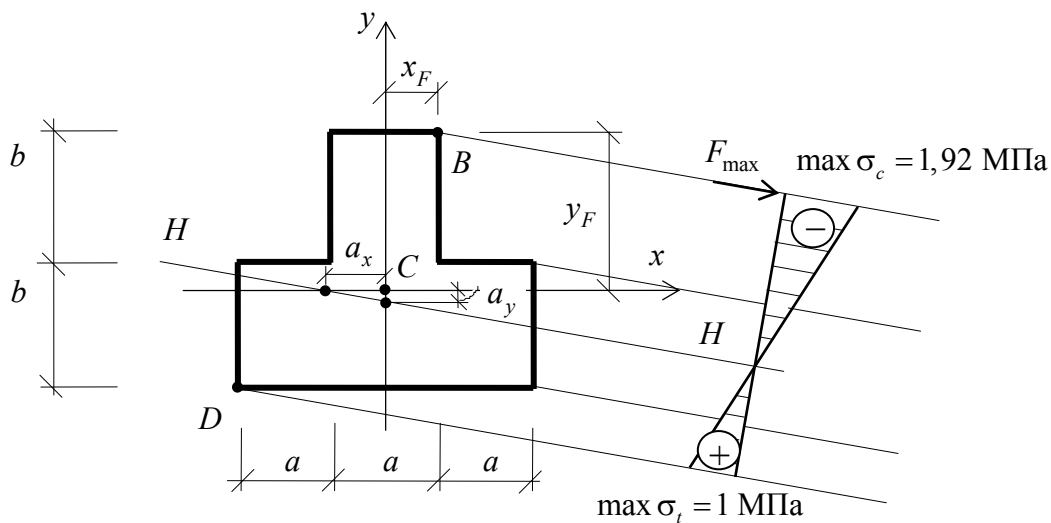


Рис. 1.6

Так как материал стержня неодинаково сопротивляется сжатию и растяжению, необходимо составить два условия прочности. Из этих условий определяем две расчётные силы F . Условие (1.4) для точки D в развернутом виде имеет вид:

$$\max \sigma_t = \sigma_D = -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{y_F y_D}{i_x^2} + \frac{x_F x_D}{i_y^2} \right) \leq R_t.$$

Отсюда, принимая знак равенства, получаем расчетную силу F :

$$F = \left| -\frac{R_t A}{\left(1 + \frac{y_F y_D}{i_x^2} + \frac{x_F x_D}{i_y^2}\right)} \right| = \left| -\frac{1 \cdot 10^6 \cdot 1,2}{\left[1 + \frac{0,75 \cdot (-0,45)}{0,0975} + \frac{0,25 \cdot (-0,75)}{0,146}\right]} \right| =$$

$$= 0,320 \cdot 10^6 \text{ Н} = 320 \text{ кН.}$$

Условие (1.5) для точки B в развёрнутом виде имеет вид:

$$\max \sigma_c = \sigma_B = -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{y_F y_B}{i_x^2} + \frac{x_F x_B}{i_y^2}\right) \leq R_c.$$

Отсюда расчётная сила будет равна:

$$F = \left| -\frac{R_c A}{\left(1 + \frac{y_F y_B}{i_x^2} + \frac{x_F x_B}{i_y^2}\right)} \right| = \left| -\frac{10 \cdot 10^6 \cdot 1,2}{\left(1 + \frac{0,75 \cdot 0,75}{0,0975} + \frac{0,25 \cdot 0,25}{0,146}\right)} \right| =$$

$$= 1,668 \cdot 10^6 \text{ Н} = 1668 \text{ кН.}$$

Окончательно принимаем меньшую из двух сил: $F = 320 \text{ кН}$.

4. Вычисление наибольших сжимающих и растягивающих напряжений.

Для найденной расчётной силы наибольшие сжимающие и растягивающие напряжения будут равны:

$$\begin{aligned} \max \sigma_c = \sigma_B &= -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{y_F y_B}{i_x^2} + \frac{x_F x_B}{i_y^2}\right) = \\ &= -\frac{320 \cdot 10^3}{1,2} \left(1 + \frac{0,75 \cdot 0,75}{0,0975} + \frac{0,25 \cdot 0,25}{0,146}\right) = \\ &= -1,92 \cdot 10^6 \text{ Па} = -1,92 \text{ МПа}, \\ \max \sigma_c &= 1,92 \text{ МПа} < R_c = 10 \text{ МПа}, \\ \max \sigma_t = \sigma_D &= 1 \text{ МПа} = R_t = 1 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

Таким образом, условия прочности (1.4) и (1.5) выполняются. Эпюра нормальных напряжений приведена на рис. 1.6.

4. Построение ядра сечения.

Эту часть задачи следует выполнять на чертеже, выполненном в крупном масштабе на отдельном листе формата А4 (рис. 1.7).

Проводим нейтральную линию таким образом, чтобы она касалась сечения, но не пересекала его. Пусть нейтральная линия заняла положение I-I. В этом случае

$$a_x = \infty,$$

$$a_y = -\left(\frac{b}{2} + y_c\right) = -\left(\frac{0,6}{2} + 0,15\right) = -0,45 \text{ м.}$$

Используя формулы (1.6), найдём координаты точки 1 приложения силы, соответствующей положению нейтральной линии I-I:

$$x_F = -\frac{i_y^2}{a_x} = -\frac{0,146}{\infty} = 0 \text{ м, } y_F = -\frac{i_x^2}{a_y} = -\frac{0,0975}{(-0,45)} \approx 0,217 \text{ м.}$$

Теперь поворачиваем нейтральную линию вокруг неподвижной точки D в положение II-II (см. рис. 1.7). Точка приложения силы будет перемещаться из точки 1 в точку 2 по прямой линии 1-2. Нейтральная линия II-II отсекает на осях x и y отрезки

$$a_x = -\frac{1,5a}{2} = \frac{1,5 \cdot 0,5}{2} = -0,375 \text{ м, } a_y = \infty.$$

Координаты точки 2 приложения силы будут равны:

$$x_F = -\frac{i_y^2}{a_x} = -\frac{0,146}{(-0,375)} = 0,389 \text{ м, } y_F = -\frac{i_x^2}{a_y} = \frac{-0,0975}{\infty} = 0.$$

Далее поворачиваем нейтральную линию вокруг неподвижной точки C в положение III-III. Точка приложения силы переместится из точки 2 в точку 3 по прямой линии 2-3.

Из геометрических построений на рис. 1.7 определяем отрезки, отсекаемые нейтральной линией III-III на осях x и y .

$$a_x = -OM = -(OK + KM); \quad OK = 1,5a = 1,5 \cdot 0,5 = 0,75 \text{ м.}$$

Из подобия $\triangle ANC$ и $\triangle CKM$:

$$KM = \frac{CN \cdot CK}{AN} = \frac{0,5 \cdot 0,15}{0,6} = 0,125 \text{ м.}$$

Тогда

$$a_x = -(0,75 + 0,125) = -0,875 \text{ м.}$$

Аналогично из подобия $\triangle POM$ и $\triangle ANC$

$$a_y = OP = \frac{OM \cdot AN}{CN} = \frac{0,875 \cdot 0,6}{0,5} = 1,05 \text{ м.}$$

По формуле (1.7) координаты точки 3 будут равны:

$$x_F = -\frac{i_y^2}{a_x} = -\frac{0,146}{(-0,875)} = 0,167 \text{ м, } y_F = -\frac{i_x^2}{a_y} = -\frac{0,0975}{1,05} = -0,093 \text{ м.}$$

Поворачиваем нейтральную линию вокруг неподвижной точки A в положение IV-IV, при этом точка приложения силы переместится из точки 3 в точку 4 по прямой линии 3-4. Нейтральная линия IV-IV отсечёт на осях координат x и y отрезки

$$a_x = \infty; a_y = \left(\frac{b}{2} + d_2 \right) = 0,6 + 0,15 = 0,75 \text{ м.}$$

Координаты точки 4 приложения силы будут равны:

$$x_F = -\frac{i_y^2}{a_x} = -\frac{0,146}{\infty} = 0, y_F = -\frac{i_x^2}{a_y} = -\frac{0,0975}{0,75} = -0,13 \text{ м.}$$

Ввиду симметрии сечения, точки $2'$ и $3'$ будут зеркальным отражением точек 2 и 3.

Соединяем все полученные точки прямыми линиями. Полученная заштрихованная область вокруг центра тяжести на рис. 1.7 является ядром сечения.

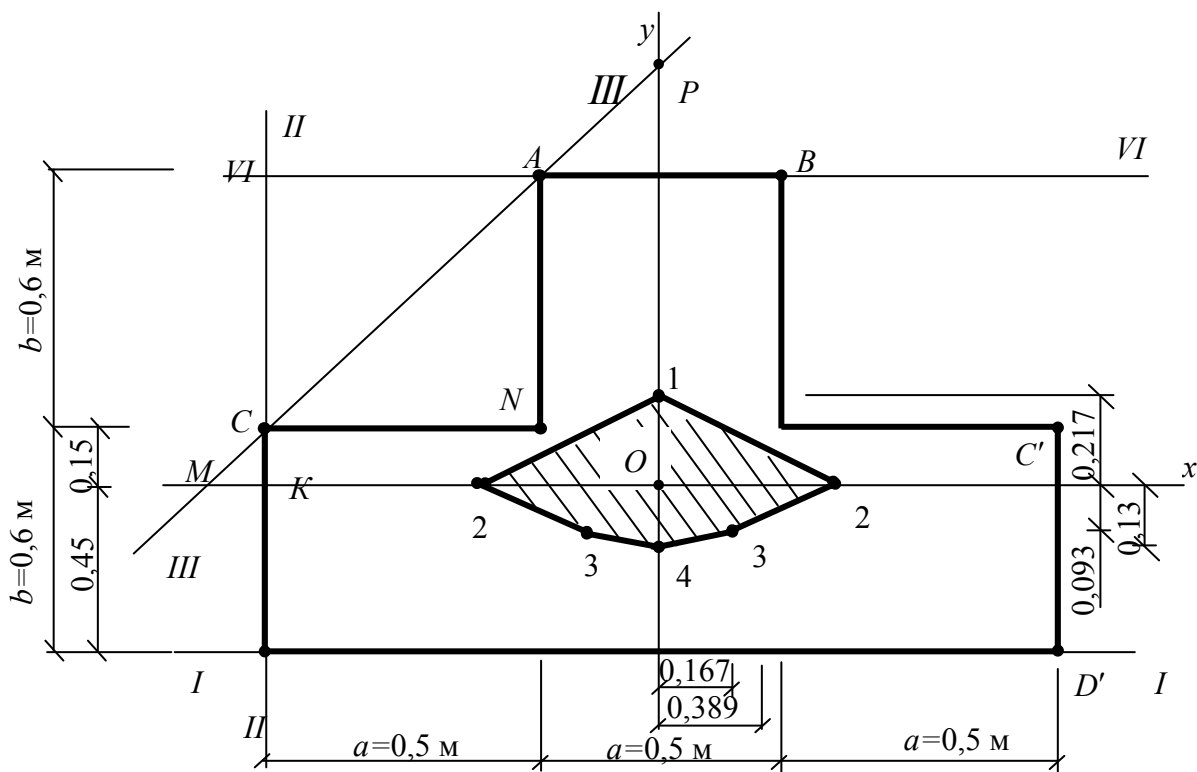


Рис. 1.7

Вопросы для самоконтроля

1. Какой вид деформации бруса называется внецентренным сжатием (растяжением)?
2. Что называется эксцентриситетом силы?
3. Какие внутренние усилия возникают в произвольном сечении бруса при внецентренном растяжении (сжатии)?
4. Как определяется нормальное напряжение в произвольной точке сечения?
5. Сформулируйте принцип независимости действия сил.
6. Что такое радиус инерции?
7. Запишите условия прочности при внецентренном растяжении (сжатии).
8. Запишите уравнение нейтральной линии в отрезках.
9. Как ведёт себя нейтральная линия в зависимости от положения точки приложения силы?
10. Что называется ядром сечения?

Задача №2

РАСЧЁТ ЦЕНТРАЛЬНО-СЖАТОГО СТАЛЬНОГО СТЕРЖНЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

З а д а н и е

Стальной стержень с заданной формой поперечного сечения, одинаково закрепленный в обеих главных плоскостях инерции, испытывает осевое сжатие силой F .

Подобрать поперечное сечение так, чтобы была обеспечена примерно равная (в пределах, допустимых сортаментом) устойчивость стержня в обеих главных плоскостях инерции; для выбранного сечения стержня определить F_{cr} и сравнить это значение с F . При подборе сечения использовать только ГОСТ 8240–89 (двутавры) и ГОСТ 8240–89 (швеллеры) или более поздние.

З а м е ч а н и е . Числовые значения сжимающей силы, номер схемы и номер типа сечения стержня выдаются автоматизировано с помощью ПЭВМ; марка стали и её механические характеристики задаются преподавателем.

Схемы стержней и типы сечений представлены на рис. 2.1 и 2.2.

Схема стержня

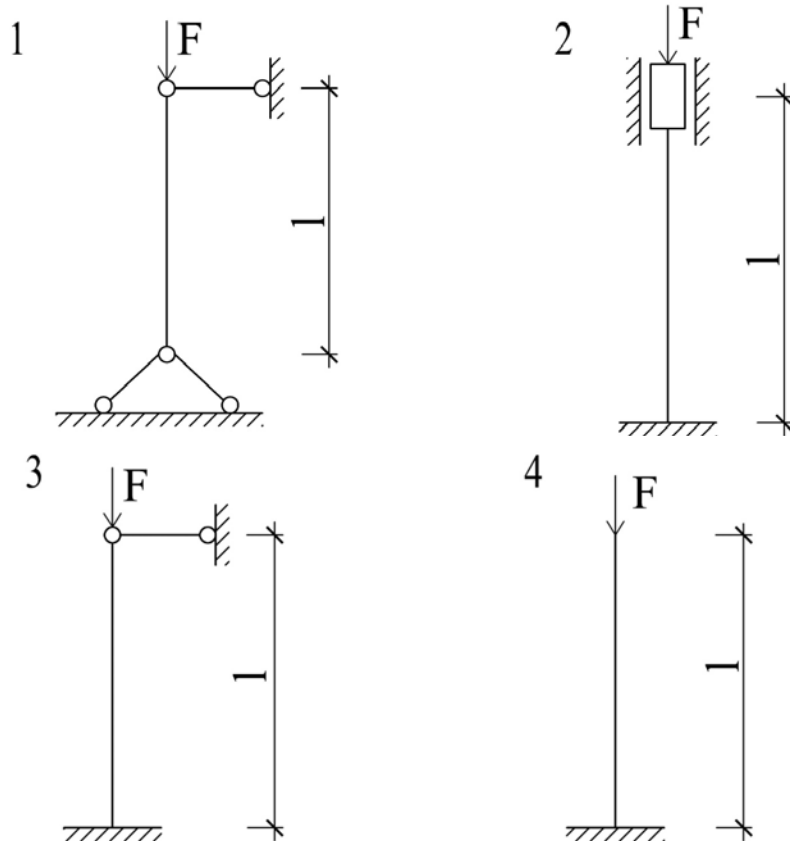


Рис. 2.1

Тип сечения

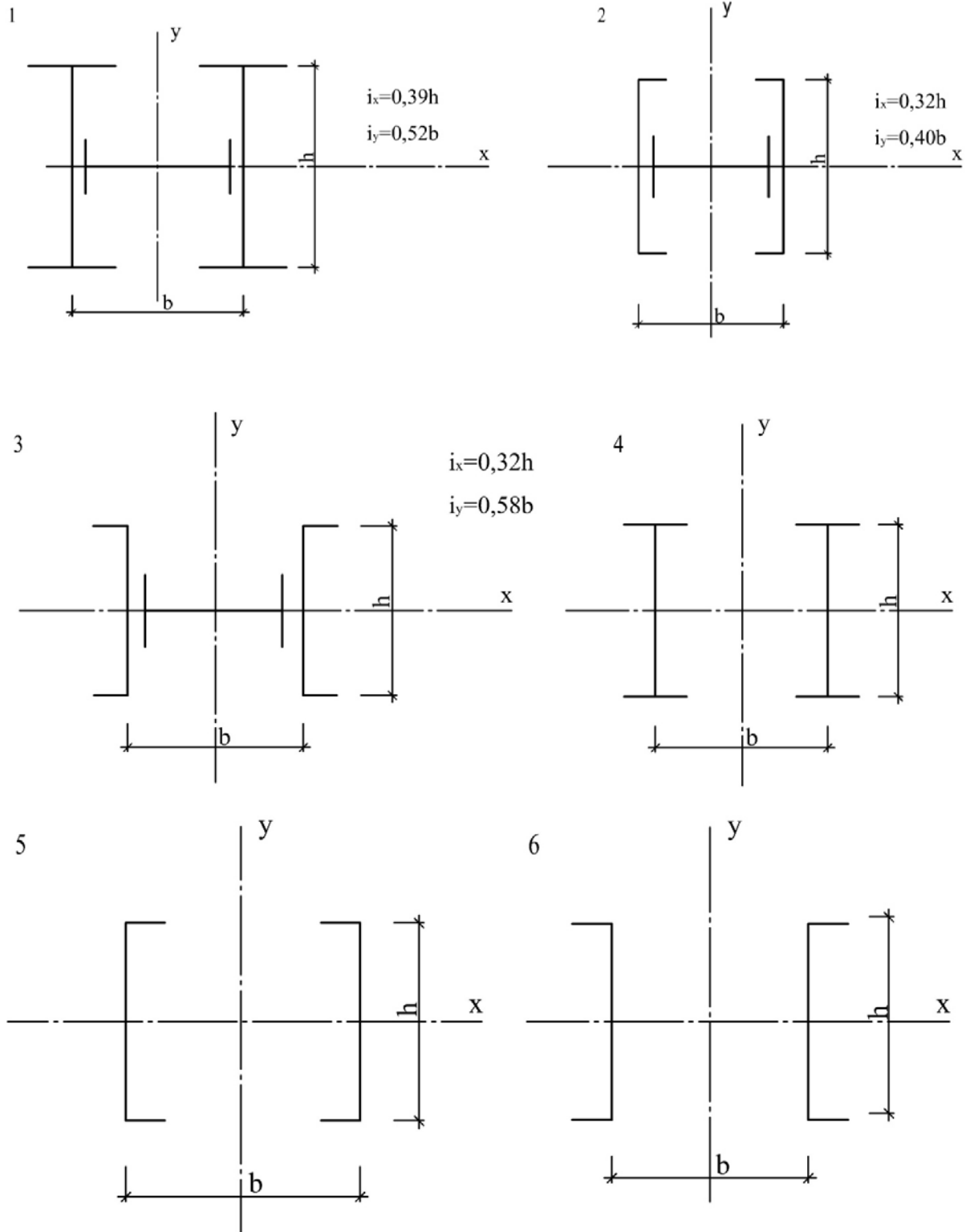


Рис. 2.2. (начало)

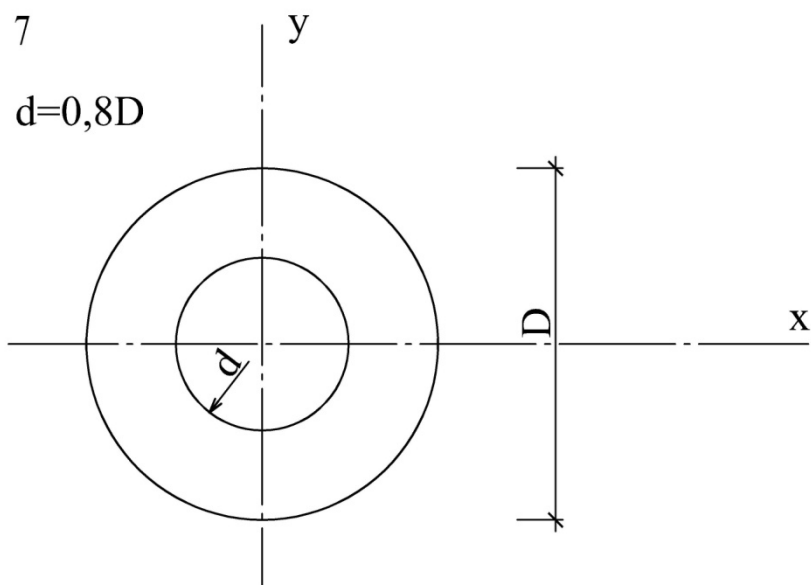


Рис. 2.2 (окончание)

Т е о р е т и ч е с к а я ч а с т ь

Рассмотрим центрально-сжатый стержень. Опыт показывает, что в зависимости от величины силы F он может иметь прямолинейную или искривлённую форму равновесия (рис. 2.3). Пока величина силы F меньше некоторого критического значения F_{cr} , стержень сохраняет первоначальную прямолинейную форму равновесия. При этом, если верхний конец стержня слегка отклонить (пунктирная линия), а затем отпустить, то после некоторого колебания он возвратится в исходное положение (рис. 2.3, а). Следовательно, при $F < F_{cr}$ прямолинейная форма равновесия стержня является устойчивой. Когда величина силы F достигнет критического значения ($F = F_{cr}$), стержень придёт в состояние безразличного равновесия. Если теперь слегка отклонить стержень от первоначального положения (сплошная линия), то он останется в изогнутом состоянии (рис. 2.3, б). Следовательно, прямолинейная форма равновесия оказалась неустойчивой и перешла в другую, искривлённую форму равновесия.

Происходит раздвоение (бифуркация) форм равновесия, то есть наряду с прямолинейной возможно существование искривлённой формы равновесия. Это явление называется продольным изгибом.

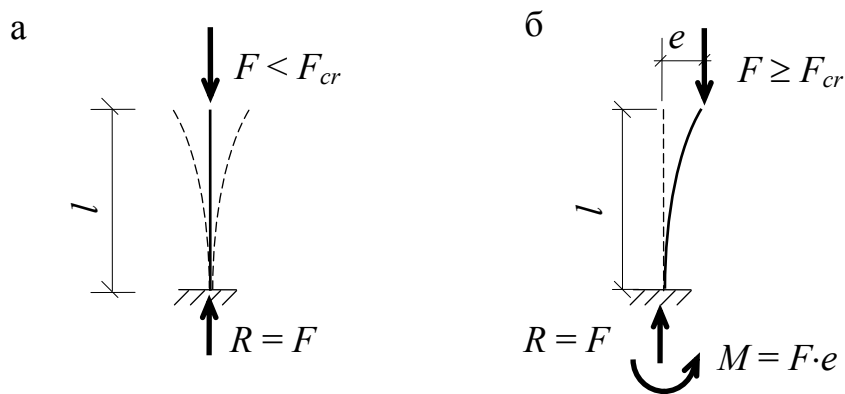


Рис. 2.3

Критической силой называется наименьшее значение сжимающей силы, при которой первоначальная форма равновесия является неустойчивой. Соответствующее напряжение называется критическим.

Потеря устойчивости приводит к появлению изгибающего момента и, следовательно, резкому возрастанию напряжений. Сопротивление изогнутого стержня действию продольной силы резко падает. Даже при незначительном увеличении силы сверх критического значения происходит резкое нарастание прогибов, что может привести к разрушению сжатой стойки.

Различают два случая потери устойчивости. В первом случае она наступает при критическом напряжении, не превышающем предела пропорциональности $\sigma_{cr} \leq \sigma_{pr}$, когда деформации являются упругими. Для стержня из стали с $\sigma_{pr} = 200$ МПа это происходит при гибкости

$$\lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{pr}}} = \sqrt{\frac{3,14^2 \cdot 200 \cdot 10^9}{200 \cdot 10^6}} \approx 100.$$

В этом случае критическое напряжение и силу находим по формулам Эйлера:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad (2.1)$$

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2}. \quad (2.2)$$

Следовательно, чем больше гибкость, тем меньше критическое напряжение и сила.

Величина гибкости определяется в зависимости от условий закрепления и геометрических размеров стержня по формуле

$$\lambda = \frac{\mu l}{i}, \quad (2.3)$$

где μ – коэффициент приведения длины. Он зависит от условий закрепления стержня (рис. 2.4).

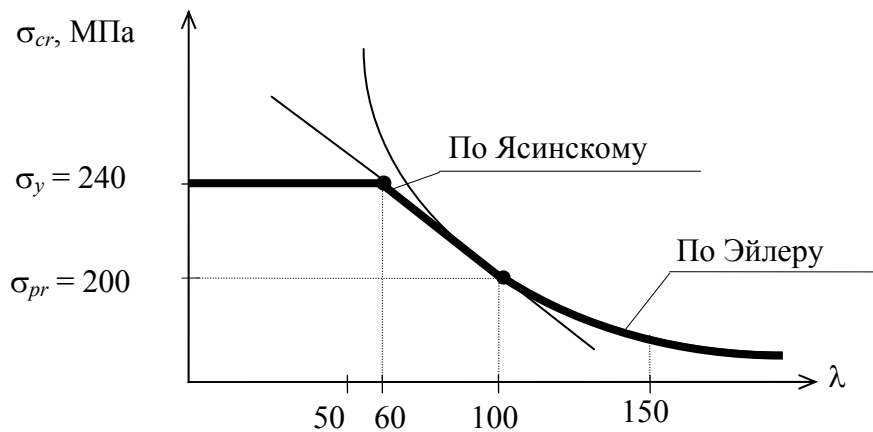


Рис. 2.4

Радиус инерции вычисляем по формуле

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}, \quad (2.4)$$

Во втором случае потеря устойчивости происходит, когда напряжения больше предела пропорциональности ($\sigma_{cr} > \sigma_{pr}$). Тогда в поперечном сечении появляются неупругие деформации. Критические напряжения вычисляем по эмпирической формуле Ясинского:

$$\sigma_{cr} = 310 - 1,14 \lambda \text{ (МПа)}. \quad (2.5)$$

В этом случае $60 \leq \lambda < 100$. При значении гибкости $\lambda < 60$ потери устойчивости не происходит и стержень рассчитывается на центральное сжатие. Полный график зависимости критических напряжений от гибкости стержня из стали с $\sigma_{pr} = 200$ МПа показан на рис. 2.5.

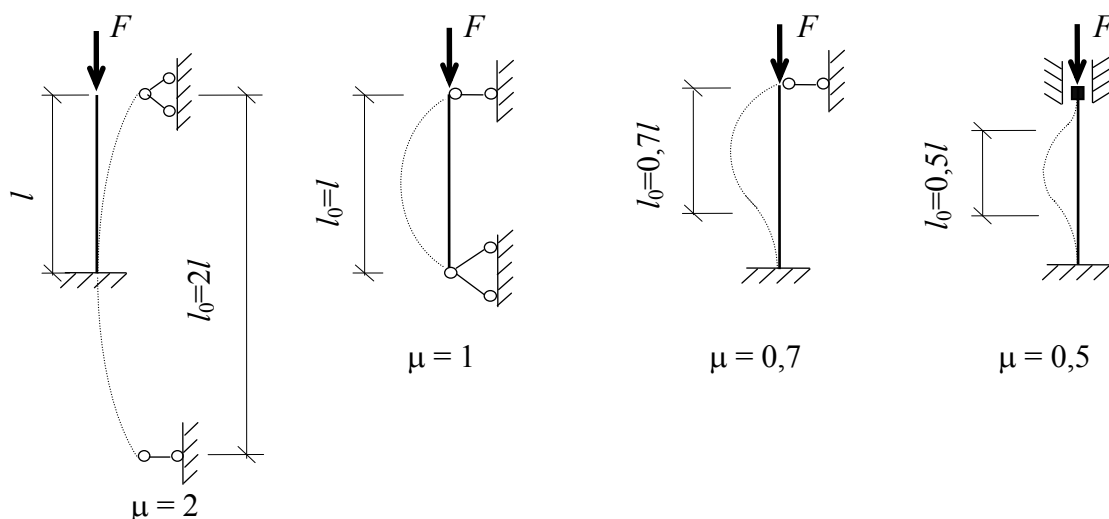


Рис. 2.5

Для обеспечения определённого запаса на устойчивость должно соблюдаться неравенство

$$\sigma \leq \frac{\sigma_{cr}}{n}, \quad (2.6)$$

где $n > 1$ – коэффициент запаса. Он учитывает случайное увеличение силы F , первоначальное искривление реального стержня, возможность внецентренного приложения нагрузки, наличие несовершенств в опорах, неоднородность материала и т.д.

Переходя к расчётному сопротивлению материала, имеем:

$$\frac{\sigma_{cr}}{n} = \varphi \cdot R, \quad (2.7)$$

где φ – коэффициент уменьшения расчётного сопротивления (коэффициент продольного изгиба). Он зависит от гибкости стержня λ и вида материала и приводится в нормах проектирования (табл. 2.1).

Т а б л и ц а 2.1

Значения коэффициента продольного изгиба φ

λ	φ	λ	φ	λ	φ	λ	φ
10	0,987	60	0,805	110	0,478	160	0,244
20	0,962	70	0,754	120	0,419	170	0,218
30	0,931	80	0,686	130	0,364	180	0,196
40	0,894	90	0,612	140	0,315	190	0,177
50	0,852	100	0,542	150	0,276	200	0,161
						210	0,147

Запишем условие прочности (безопасной работы) стержня при продольном изгибе:

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq \varphi \cdot R. \quad (2.8)$$

Отсюда допускаемая нагрузка на стержень равна:

$$F = A \cdot \varphi \cdot R. \quad (2.9)$$

Величину коэффициента запаса на устойчивость находим по формуле

$$n = \frac{F_{cr}}{F}. \quad (2.10)$$

Проектный расчёт на устойчивость производится путём последовательных приближений, так как в выражении (2.8) при выбранном материале и форме сечения неизвестными являются площадь сечения A и коэффициент φ .

В первом приближении принимается $\varphi_{1н} = 0,5$. Затем расчёт продолжается по следующей схеме. Определяем:

1) площадь

$$A_1 = \frac{F}{\varphi_{1н} \cdot R} ; \quad (2.11)$$

2) размеры сечения, а по ним – минимальный радиус инерции

$$i_{1\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A_1}} ; \quad (2.12)$$

3) гибкость стержня

$$\lambda_1 = \mu l / i_{1\min} ; \quad (2.13)$$

4) коэффициент продольного изгиба $\varphi_{1к}$ по табл. 2.1;

5) сжимающее напряжение

$$\sigma_1 = \frac{F}{A_1} \quad (2.14)$$

и сравниваем его с $\varphi_{1к} \cdot R$. Если σ_1 значительно отличается от $\varphi_{1к} \cdot R$, то выполняем второе приближение, приняв в начале расчётов на втором этапе

$$\varphi_{2н} = \frac{\varphi_{1н} + \varphi_{1к}}{2}. \quad (2.15)$$

Приближения проводим до тех пор, пока расхождение между напряжением σ_i и $\varphi_{ик} \cdot R$ в i -м приближении не станет минимальным. При этом должно выполняться условие

$$\sigma_i \leq \varphi_{ик} \cdot R . \quad (2.16)$$

Для сечений не из прокатных профилей допускается недонапряжение менее 5%.

С экономической точки зрения наиболее оптимальной будет такая форма поперечного сечения, при которой гибкость стержня в направлении любой центральной оси будет одинаковой. Этому отвечает фигура, у которой все центральные моменты инерции равны, например круг, равно-сторонний многоугольник, квадрат и т.д., при условии, что закрепления стержня одинаковы в направлении любой центральной оси. Кроме того, чтобы при данной площади гибкость была наименьшей, а радиус инерции наибольшим, необходимо стремиться к получению наибольшего центрального момента инерции. Для этого надо размещать материал возможно дальше от центра тяжести сечения. Обоим поставленным условиям удовлетворяет выпускаемое промышленностью сечение, например в форме трубы.

Если закрепления стержня в различных направлениях отличаются друг от друга, то центральные моменты инерции также целесообразно выбрать разными с таким расчётом, чтобы гибкость в этих направлениях была одинакова.

Примеры решения типовых задач

Пример 2.1. Централь-сжатая стойка состоит из двух швеллеров, соединённых между собой планками (рис. 2.6). Подобрать номер швеллера и определить, на каком расстоянии "a" они должны находиться друг от друга, чтобы устойчивость вдоль осей x и y была одинаковой. Принять $R = 160$ МПа.

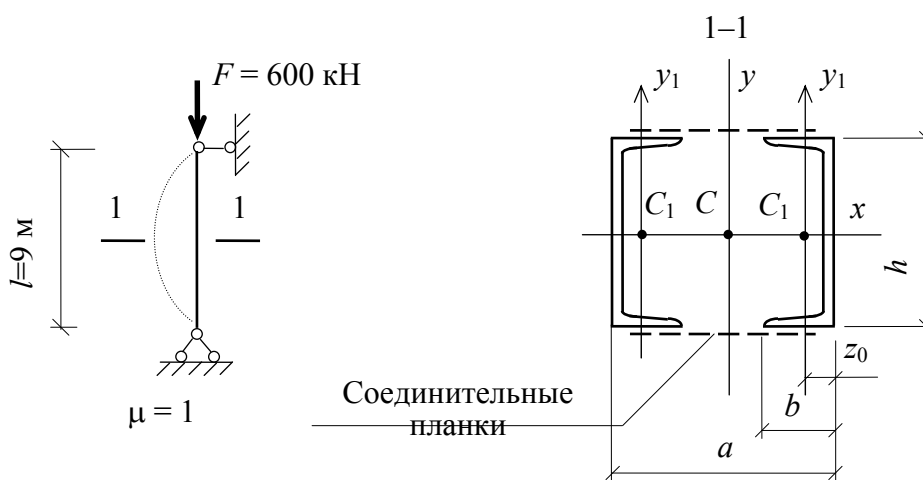


Рис. 2.6

Решение

1. *Подбор поперечного сечения.* Его находим при условии потери устойчивости относительно оси x, так как при изменении расстояния "a" момент инерции и гибкость стержня относительно неё не меняются. Расчёт ведём методом последовательных приближений.

1-й этап. Принимаем $\varphi_{1н} = 0,5$.

Вычисляем площадь сечения:

$$A_1 = \frac{600 \cdot 10^3 \cdot 10^4}{0,5 \cdot 160 \cdot 10^6} = 75 \text{ см}^2.$$

По прил. 2 принимаем два швеллера № 30 с площадью сечения и радиусом инерции

$$A_1 = 2 \cdot 40,5 = 81 \text{ см}^2 > 75 \text{ см}^2 \text{ и } i_x = 12 \text{ см.}$$

Вычисляем гибкость:

$$\lambda_1 = \frac{\mu l}{i_x} = \frac{1 \cdot 900}{12} = 75.$$

По табл. 2.1 интерполяцией находим коэффициент продольного изгиба:

$$\varphi_{1к} = 0,754 - \frac{0,754 - 0,686}{10} \cdot 5 = 0,720.$$

Напряжение

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{600 \cdot 10^{-3}}{81 \cdot 10^{-4}} = 7,41 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2 = 74,1 \text{ МПа} < \\ &< \varphi_{1к} \cdot R = 0,72 \cdot 160 = 115,2 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

Недонапряжение – более 35%. Площадь поперечного сечения слишком велика. Выполняем второе приближение.

2-й этап. Принимаем $\varphi_{2н} = \frac{0,5 + 0,720}{2} = 0,610$.

Требуемая площадь сечения

$$A_2 = \frac{600 \cdot 10^7}{0,61 \cdot 160 \cdot 10^6} = 61,5 \text{ см}^2.$$

Принимаем два швеллера № 27 с площадью сечения и радиусом инерции

$$A_2 = 2 \cdot 35,2 = 70,4 \text{ см}^2 > 61,5 \text{ см}^2, i_x = 10,9 \text{ см}.$$

Гибкость

$$\lambda_2 = \frac{1 \cdot 900}{10,9} = 82,6.$$

По табл. 2.1 интерполяцией находим коэффициент продольного изгиба:

$$\varphi_{2к} = 0,686 - \frac{0,686 - 0,612}{10} \cdot 2,6 = 0,667.$$

Проверяем напряжение:

$$\sigma_2 = \frac{600 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6}}{70,4 \cdot 10^{-4}} = 85,2 \text{ МПа} < \varphi_{2к} R = 0,667 \cdot 160 = 106,7 \text{ МПа}.$$

Недонапряжение – около 20%. Выполняем третье приближение.

3-й этап. Принимаем $\varphi_{3н} = \frac{\varphi_{2н} + \varphi_{2к}}{2} = \frac{0,61 + 0,667}{2} = 0,639$.

Тогда

$$A_3 = \frac{600 \cdot 10^3 \cdot 10^4}{0,639 \cdot 160 \cdot 10^6} = 58,68 \text{ см}^2.$$

Для одного швеллера

$$A_3 = \frac{58,68}{2} = 29,34 \text{ см}^2.$$

Принимаем два швеллера №24 с площадью сечения и радиусом инерции

$$A_3 = 2 \cdot 30,6 = 61,2 \text{ см}^2 \text{ и } i_x = 9,73 \text{ см.}$$

Гибкость

$$\lambda_3 = \frac{1 \cdot 900}{9,73} = 92,50.$$

По табл. 2.1 интерполяцией определяем $\varphi_{3к}$:

$$\varphi_{3к} = 0,612 - \frac{0,612 - 0,542}{10} \cdot 2,5 = 0,595.$$

Напряжение

$$\sigma_3 = \frac{600 \cdot 10^{-3}}{61,2 \cdot 10^{-4}} = 98 \text{ МПа} > \varphi_{3к} R = 0,595 \cdot 160 = 95,2 \text{ МПа.}$$

Перенапряжение недопустимо, поэтому возвращаемся ко 2-му этапу и принимаем окончательно два швеллера №27

$$I_x = 4160 \text{ см}^4, I_y = 262 \text{ см}^4, A = 35,2 \text{ см}^2 \text{ и } z_0 = 2,47 \text{ см.}$$

2. *Определение расстояния "а"*. Его находим из условия равноустойчивости $I_x = I_y$. С учётом параллельного переноса осей по формуле имеем:

$$I_y = 2 \left[I_y + A \cdot \left(\frac{a}{2} - z_0 \right)^2 \right] = I_x.$$

Тогда

$$I_y = 2 \left[262 + 35,2 \cdot \left(\frac{a}{2} - z_0 \right)^2 \right] = 2 \cdot 4160 \text{ см}^4$$

или

$$\left(\frac{a}{2} - z_0\right)^2 = \frac{4160 - 262}{35,2} = 110,7 \text{ см.}$$

Отсюда

$$\frac{a}{2} - z_0 = \sqrt{110,7} = 10,52 \text{ см и } a = 2 \cdot (10,52 + 2,47) = 25,98 \text{ см.}$$

Пример 2.2. Подобрать поперечное сечение стержня в виде двух швеллеров и двутавра из условия равноустойчивости при $R = 210$ МПа (рис. 2.7).

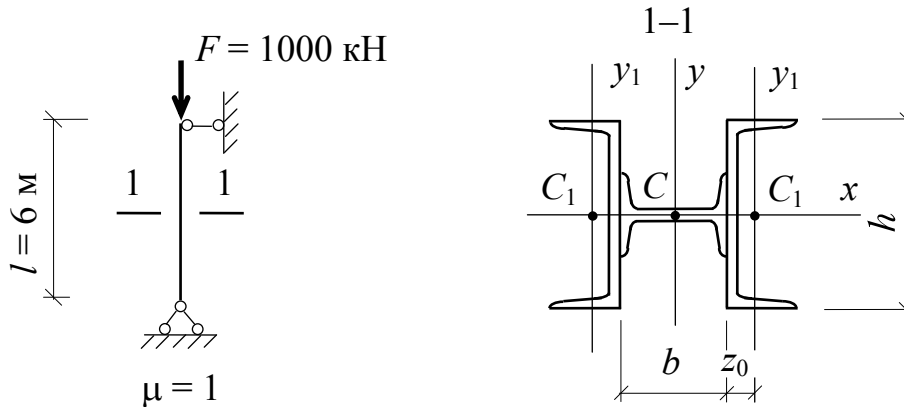


Рис. 2.7

Решение

Условия закрепления стержня в обоих направлениях x и y одинаковы. Поэтому при подборе сечения необходимо исходить из равенства радиусов инерции вокруг осей x и y : $i_x = i_y$. Для этого воспользуемся приближенными для прокатных профилей зависимостями, связывающими радиусы инерции и габаритные размеры сечения b и h (прил. 6):

$$i_x = 0,32h \text{ и } i_y = 0,58b.$$

Из равенства радиусов инерции находим:

$$b = \frac{0,32}{0,58} h = 0,55h.$$

Таким образом, из сортамента нужно подобрать двутавр и швеллеры так, чтобы высота двутавра была примерно в два раза меньше высоты швеллера.

1. *Подбор поперечного сечения.*

1-й этап. Принимаем $\varphi_{1H} = 0,5$. Определяем площадь сечения:

$$A_1 = \frac{F}{\varphi_{1H} R} = \frac{1000 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 210 \cdot 16^6} = 9,52 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 95,2 \text{ см}^2.$$

По сортаменту принимаем (см. прил. 1 и 2):

– два швеллера № 30:

$$h = 30 \text{ см}, \quad A^{(1)} = 40,5 \text{ см}^2, \quad I_x^{(1)} = 5810 \text{ см}^4, \\ I_{y_1}^{(1)} = 327 \text{ см}^4, \quad z_0 = 2,52 \text{ см};$$

– двутавр № 16:

$$b = 16 \text{ см}, \quad A^{(2)} = 20,2 \text{ см}^2, \quad I_y^{(2)} = 873 \text{ см}^4, \\ I_x^{(2)} = 58,6 \text{ см}^4.$$

Проверяем условие равноустойчивости:

$$b/h = \frac{16}{30} = 0,53 \approx 0,55.$$

Оно выполняется приближенно. Общая площадь больше требуемой:

$$A = 2 \cdot A^{(1)} + A^{(2)} = 2 \cdot 40,5 + 20,2 = 101,2 \text{ см}^2 > A_1 = 95,2 \text{ см}^2.$$

Находим момент инерции всего сечения:

$$I_y = 2I_y^{(1)} + I_x^{(2)} = 2 \cdot 5810 + 58,6 = 11680 \text{ см}^4; \\ I_y = 2 \left(I_{y_1}^{(1)} + (z_0 + 0,5b)^2 \cdot A^{(1)} \right) + I_y^{(2)} = \\ = 2 \left(327 + (2,52 + 0,5 \cdot 16)^2 \cdot 40,5 \right) + 873 = 10490 \text{ см}^4.$$

Сравнивая I_x и I_y , убеждаемся, что они мало отличаются друг от друга. Полного их совпадения добиться нельзя, так как размеры b и h обусловлены сортаментом. Для дальнейших расчётов используем $I_{\min} = I_y = 10490 \text{ см}^4$.

Радиус инерции

$$i_{\min} = i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{10490}{101,2}} = 10,2 \text{ см}.$$

Находим наибольшую гибкость:

$$\lambda_{\max} = \lambda_y = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{1 \cdot 600}{10,2} = 58,8.$$

По табл. 2.1

$$\varphi_{1к} = 0,852 - \frac{0,852 - 0,805}{10} 8,8 = 0,811.$$

Напряжение

$$\sigma^{(1)} = \frac{F}{A} = \frac{1000 \cdot 10^3}{101,2 \cdot 10^{-4}} = 9,88 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2 = 98,8 \text{ МПа} < \\ < \varphi_{1к} R = 0,811 \cdot 210 = 170,3 \text{ МПа}.$$

Недонапряжение составляет около 42%. Сечение слишком велико, и необходимо выполнить второе приближение.

2-й этап. Принимаем

$$\varphi_{2н} = \frac{0,5 + 0,811}{2} = 0,656.$$

Требуемая площадь

$$A_2 = \frac{1000 \cdot 10^3}{0,656 \cdot 210 \cdot 10^6} = 7,26 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 72,6 \text{ см}^2.$$

Из сортамента находим:

– два швеллера № 24

$$A^{(1)} = 30,6 \text{ см}^2, \quad I_x^{(1)} = 2900 \text{ см}^4, \quad I_y^{(1)} = 208 \text{ см}^4, \\ z_0 = 2,42 \text{ см};$$

– двутавр № 12

$$A^{(2)} = 14,7 \text{ см}^2, \quad I_x^{(2)} = 27,9 \text{ см}^4, \quad I_y^{(2)} = 350 \text{ см}^4.$$

Проверяем условие равноустойчивости

$$b/h = \frac{12}{24} = 0,5 \approx 0,55.$$

Оно приближённо выполняется. Общая площадь больше требуемой:

$$A = 2 \cdot 30,6 + 14,7 = 75,9 \text{ см}^2 > A_2 = 72,6 \text{ см}^2.$$

Находим моменты инерции всего сечения:

$$I_x = 2 \cdot 2900 + 27,9 = 5828 \text{ см}^4; \\ I_y = 350 + 2 \cdot 208 + 2 \cdot (2,42 + 0,5 \cdot 12)^2 \cdot 30,6 = 5105 \text{ см}^4.$$

Радиус инерции и гибкость:

$$i_2 = \sqrt{\frac{5105}{75,9}} = 8,2 \text{ см}, \quad \lambda_2 = \frac{1600}{8,2} = 73,17.$$

По табл. 2.1

$$\varphi_{2к} = 0,754 - \frac{0,754 - 0,686}{10} 3,2 = 0,732.$$

Напряжение

$$\sigma^{(2)} = \frac{1000 \cdot 10^3}{75,9 \cdot 10^{-4}} = 13,17 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2 = 131,7 \text{ МПа} < \\ < \varphi_{2к} R = 0,732 \cdot 210 = 153,7 \text{ МПа}.$$

Недонапряжение – около 14%. Сечение имеет лишнюю площадь.
Переходим к третьему этапу.

3-й этап. Принимаем:

$$\varphi_{3н} = \frac{0,656 + 0,732}{2} = 0,694;$$

$$A_3 = \frac{1000 \cdot 10^3}{0,694 \cdot 210 \cdot 10^6} = 6,87 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 68,7 \text{ см}^2.$$

Принимаем из соответствующих сортаментов:

– два швеллера № 22

$$A^{(1)} = 26,7 \text{ см}^2, \quad I_x^{(1)} = 2110 \text{ см}^4, \quad I_{y_1}^{(1)} = 151 \text{ см}^4, \\ z_0 = 2,21 \text{ см};$$

– двутавр № 12

$$A^{(2)} = 14,7 \text{ см}^2, \quad I_y^{(2)} = 350 \text{ см}^4, \quad I_x^{(2)} = 27,9 \text{ см}^4.$$

Условие равноустойчивости выполняется:

$$b/h = \frac{12}{22} = 0,55.$$

Общая площадь принятого сечения

$$A = 2 \cdot 26,7 + 14,7 = 68,1 \text{ см}^2 \approx A_3 = 68,7 \text{ см}^2.$$

Видим, что принятая площадь почти равна требуемой.

Вычисляем моменты инерции принятого сечения:

$$I_x = 2 \cdot 2110 + 27,9 = 4247,9 \text{ см}^4;$$

$$I_y = 350 + 2 \cdot 151 + 2 \cdot (2,21 + 0,5 \cdot 12)^2 \cdot 26,7 = 4251 \text{ см}^4.$$

Минимальный радиус инерции

$$i_3 = i_x = i_{\min} = \sqrt{\frac{4247,9}{68,1}} = 7,9 \text{ см}.$$

Гибкость

$$\lambda_3 = \frac{1600}{7,9} = 75,95.$$

По табл. 2.1

$$\varphi_{3к} = 0,754 - \frac{0,754 - 0,686}{10} \cdot 5,95 = 0,714.$$

Напряжение

$$\begin{aligned} \sigma^{(3)} &= \frac{1000 \cdot 10^3}{68,1 \cdot 10^{-4}} = 14,68 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2 = 146,8 \text{ МПа} < \\ &< \varphi_{3к} R = 0,714 \cdot 210 = 149,9 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

Условие прочности (безопасной работы) выполняется. Недонапряжение – 2,07%. Большой степени близости σ_i и $\varphi_{ик}R$ достичь не удастся без нарушения условия (прочности) безопасной работы

$$\sigma_i = \frac{F}{A_i} \leq \varphi_{ик} R.$$

Окончательно принимаем два швеллера № 22 и двутавр № 12.

К о н т р о л ь н ы е в о п р о с ы

1. Какое явление называется продольным изгибом или потерей устойчивости?
2. Что называется критической силой и критическим напряжением?
3. Как найти критическую силу по формуле Эйлера?
4. По какому закону изгибается ось стержня при шарнирном закреплении концов?
5. Что понимается под гибкостью?
6. Что понимается под предельной гибкостью? От чего она зависит?
7. Сравните предельные гибкости двух стальных стержней, если, при прочих равных условиях, у первого $\sigma_{pr} = 210$ МПа, у другого $\sigma_{pr} = 300$ МПа?
8. Как влияют условия закрепления стержня на его гибкость?
9. Когда применима формула Эйлера?
10. Как вычислить критические напряжения по формуле Ясинского?
11. Какой из стержней, показанных на рис. 2.8, выдержит большую силу?

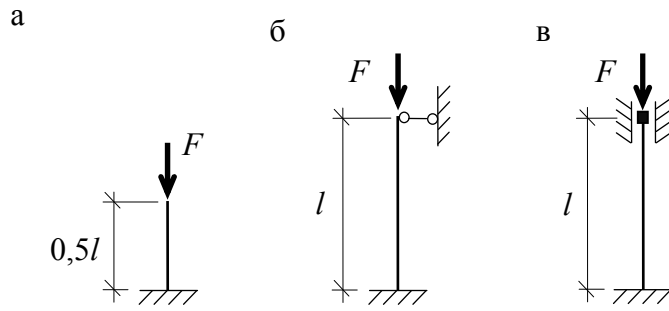


Рис. 2.8

12. Запишите условие прочности (безопасной работы) при центральном сжатии стержня.

13. Что понимается под коэффициентом продольного изгиба, от чего он зависит и в каких пределах изменяется?

14. Как определить допустимую нагрузку на стержень?

15. Как определить площадь поперечного сечения с использованием коэффициента продольного изгиба?

16. Какая форма поперечного сечения, составленного из четырёх равнополочных уголков, является наиболее рациональной (рис. 2.9)?

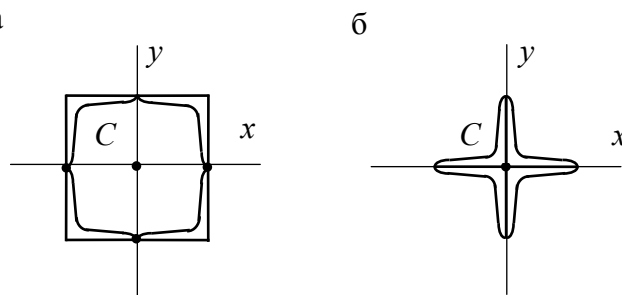


Рис. 2.9

17. Какой вид имеет график зависимости критических напряжений от гибкости для стали Ст3?

18. Как изменится критическая сила, если диаметр стержня круглого поперечного сечения уменьшить в два раза?

19. При какой форме поперечного сечения (двутавр, прямоугольник, круг или труба) стержни одинаковой площади и при одинаковых условиях закрепления выдержат большую нагрузку?

20. Сравните несущую способность (F_1 и F_2) двух одинаковых стержней, нагруженных, как показано на рис. 2.10.

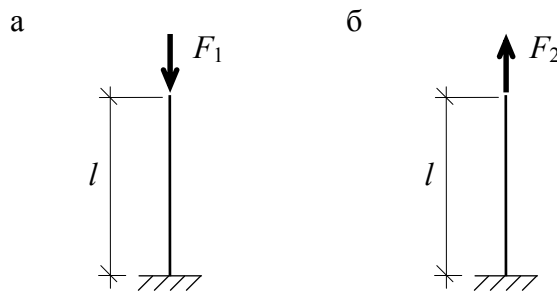


Рис. 2.10

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ И УМЕНИЙ СТУДЕНТОВ НА ЗАЩИТЕ РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Для получения зачёта студент должен:

– знать основные формулы для определения напряжений в сечениях бруса при осевом растяжении, плоском изгибе, кручении и уметь применять их для случаев сложного сопротивления бруса (косой изгиб, внецентренное сжатие, одновременное действие изгиба и продольной силы, изгиб с кручением) с использованием принципа независимости действия сил;

– знать особенности положения нейтральной оси в различных случаях сопротивления бруса и уметь определять положение наиболее опасных точек;

– уметь формулировать условия прочности (безопасной работы) материала в опасных точках бруса при сложном сопротивлении;

– владеть основными понятиями теории устойчивости сжатых стержней (критическая сила, свободная или расчётная длина, гибкость, коэффициент приведения длины, коэффициент продольного изгиба), уметь формулировать условие безопасной работы центрально-сжатого стержня, уметь подбирать сечение или оценивать несущую способность центрально-сжатого стержня;

– уметь решать типовые задачи.

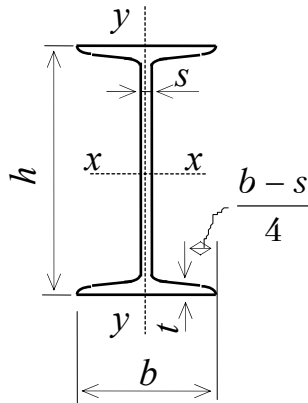
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Техническая механика. Краткий курс в примерах и задачах [Текст]: учеб. пособие / С.В.Бакушев [и др.]. – Пенза: ПГУАС, 2014 – 176 с.
2. Черячукин, В.В. Лекции по технической механике для студентов-строителей [Текст] / В.В. Черячукин. – Пенза: ПГУАС, 2012.
3. Александров, А.В. Сопротивление материалов [Текст] / А.В. Александров. – М.: Высшая школа, 1995.
4. Сборник контрольных вопросов к расчётно-графическим работам по курсу сопротивления материалов [Текст]/ С.Ф. Подшивалов, В.В. Зернов, А.Е. Евсеев. – Пенза: ПГУАС, 2003. – 36 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приложение 1

ДВУТАВРЫ СТАЛЬНЫЕ ГОРЯЧЕКАТАНЫЕ (по ГОСТ 8240–89)

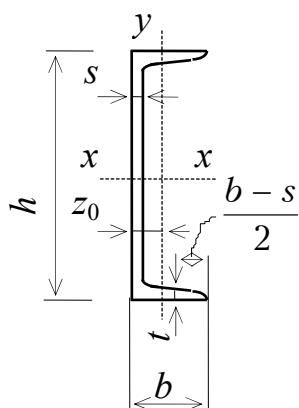


- h – высота двутавра
- b – ширина полки
- s – толщина стенки
- t – средняя толщина полки
- A – площадь поперечного сечения
- I – момент инерции
- W – момент сопротивления
- S – статический момент полусечения
- i – радиус инерции

Номер двутавра	Масса 1 м, кг	Размеры, мм				A , см ²	I_{x_3} , см ⁴	W_{x_3} , см ³	i_{x_3} , см	S_{x_3} , см ³	I_{y_3} , см ⁴	W_{y_3} , см ³	i_{y_3} , см
		h	b	s	t								
10	9,46	100	55	4,5	7,2	12	198	39,7	4,06	23	17,9	6,49	1,22
12	11,5	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	13,7	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	15,9	160	81	5	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,7
18	18,4	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
20	21	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
22	24	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
24	27,3	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
27	31,5	270	125	6	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
30	36,5	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
33	42,2	330	140	7	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	48,6	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	57	400	155	8,3	13	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03
45	66,5	450	160	9	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09
50	78,5	500	170	10	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23
55	92,6	550	180	11	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39
60	108	600	190	12	17,8	138	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54

Приложение 2

ШВЕЛЛЕРЫ СТАЛЬНЫЕ ГОРЯЧЕКАТАНЫЕ
(по ГОСТ 8240–89)

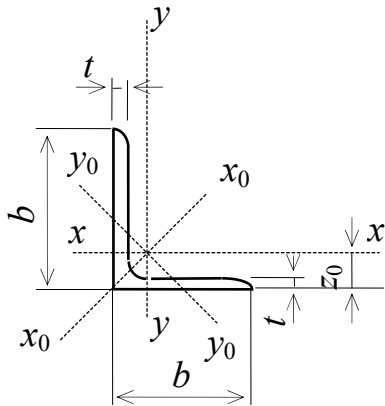


- h – высота швеллера
- b – ширина полки
- s – толщина стенки
- t – средняя толщина полки
- A – площадь поперечного сечения
- I – момент инерции
- W – момент сопротивления
- S – статический момент полусечения
- i – радиус инерции
- z_0 – расстояние от оси y до наружной грани стенки

Номер швеллера	Масса 1 м, кг	Размеры, мм				A , см ²	I_{x_2} , см ⁴	W_{x_2} , см ³	i_{x_2} , см	S_{x_2} , см ³	I_{y_2} , см ⁴	W_{y_2} , см ³	i_{y_2} , см	z_0 , см
		h	b	s	t									
5	4,84	50	32	4,4	7	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16
6,5	5,9	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15	2,54	9	8,7	3,68	1,08	1,24
8	7,05	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	8,59	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	10,4	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	12,3	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,6	40,8	45,4	11	1,7	1,67
16	14,2	160	64	5	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,8
16a	15,3	160	68	5	9	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2
18	16,3	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86	17	2,04	1,94
18a	17,4	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20	2,18	2,13
20	18,4	200	76	5,2	9	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,2	2,07
22	21	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
24	24	240	90	5,6	10	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,6	2,42
27	27,7	270	95	6	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	31,8	300	100	6,5	11	40,5	5810	387	12	224	327	43,6	2,84	2,52
33	36,5	330	105	7	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	41,9	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,1	2,68
40	48,3	400	115	8	13,5	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

Приложение 3

УГОЛКИ СТАЛЬНЫЕ ГОРЯЧЕКАТАНЫЕ НЕРАВНОПОЛОЧНЫЕ (по ГОСТ 8510–86)

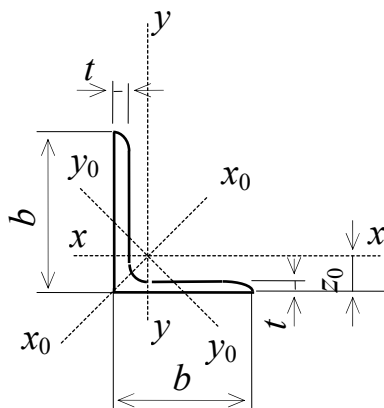


- B – ширина большей полки
- b – ширина меньшей полки
- t – толщина полки
- A – площадь поперечного сечения
- I – момент инерции
- i – радиус инерции
- α – угол наклона главной центральной оси
- I_{xy} – центробежный момент инерции
- x_0, y_0 – расстояние от центра тяжести до наружных граней полок

Номер уголка	Масса 1 м, кг	Размеры, мм			A , см ²	I_x , см ⁴	i_x , см	I_y , см ⁴	i_y , см	I_{\min} , см ⁴	i_{\min} , см	tg α	$ I_{xy} ^c$, м ⁴	x_0 , см	y_0 , см
		B	b	t											
5/3,2	2,4	50	32	4	3,17	7,98	1,59	2,56	0,90	1,52	0,69	0,401	2,59	0,76	1,65
7,5/5	4,79	75	50	5	6,11	34,8	2,39	12,5	1,43	7,24	1,09	0,436	12	1,17	2,39
9/5,6	6,7	90	56	6	8,54	70,6	2,88	21,2	1,58	12,7	1,22	0,384	22,5	1,28	2,95
10/6,3	7,53	100	63	6	9,58	98,3	3,2	30,6	1,79	18,2	1,38	0,393	31,5	1,42	3,23
	8,7			7	11,1	113	3,19	35	1,78	20,8	1,37	0,392	36,1	1,46	3,28
	9,87			8	12,6	127	3,18	39,2	1,77	23,4	1,36	0,391	40,5	1,5	3,32
11/7	10,9	110	70	8	13,9	172	3,51	54,6	1,98	32,3	1,52	0,4	55,9	1,64	3,61
12,5/8	11	125	80	7	14,1	227	4,01	73,7	2,29	43,4	1,76	0,407	74,7	1,8	4,01
	12,6			8	16	256	4	83	2,28	48,8	1,75	0,406	84,1	1,84	4,05
	15,5			10	19,7	312	3,98	100	2,26	59,3	1,74	0,404	102	1,92	4,14
14/9	14,1	140	90	8	18	364	4,49	120	2,58	70,3	1,98	0,411	121	2,03	4,49
	17,5			10	22,2	444	4,47	146	2,56	85,5	1,96	0,409	147	2,12	4,58
16/10	18	160	100	9	22,9	606	5,15	186	2,85	110	2,2	0,391	194	2,24	5,19
	19,8			10	25,3	667	5,13	204	2,84	121	2,19	0,39	213	2,28	5,23
	23,6			12	30	784	5,11	239	2,82	142	2,18	0,388	249	2,36	5,32
18/11	22,2	180	110	10	28,3	952	5,8	276	3,12	165	2,42	0,376	295	2,44	5,88
	26,4			12	33,7	1123	5,77	324	3,1	194	2,4	0,374	348	2,52	5,97
20/12,5	27,4	200	125	11	34,9	1449	6,45	446	3,58	264	2,75	0,392	465	2,79	6,5
	29,7			12	37,9	1568	6,43	482	3,57	285	2,74	0,392	503	2,83	6,54
	34,4			14	43,9	1801	6,41	551	3,54	327	2,73	0,39	573	2,91	6,62
	39,1			16	49,8	2026	6,38	617	3,52	367	2,72	0,388	643	2,99	6,71

Приложение 4

УГОЛКИ СТАЛЬНЫЕ ГОРЯЧЕКАТАНЫЕ РАВНОПОЛОЧНЫЕ (по ГОСТ 8509–93)



- b – ширина полки
- t – толщина полки
- A – площадь поперечного сечения
- I – момент инерции
- i – радиус инерции
- I_{xy} – центробежный момент инерции
- z_0 – расстояние от центра тяжести до наружной грани полки

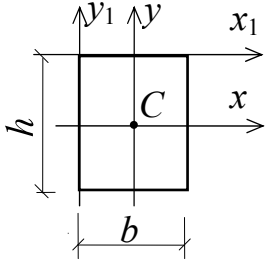
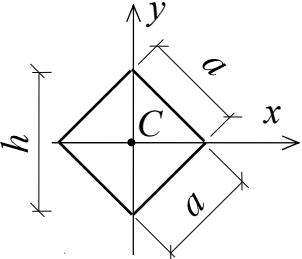
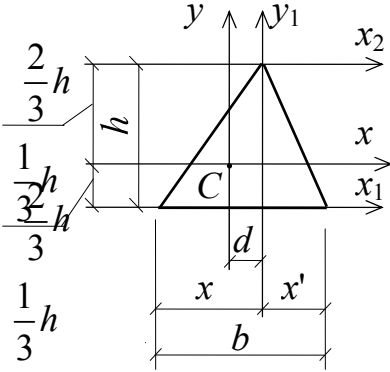
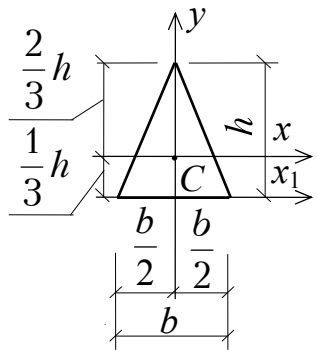
Номер уголка	Масса 1 м кг	Размеры, мм		A , см ²	I_x , см ⁴	i_x , см	I_{x0max} см ⁴	i_{x0max} , см	I_{y0min} , см ⁴	i_{y0min} , см	$ I_{xy} $, см ⁴	z_0 , см
		b	t									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	3,05	50	4	3,89	9,21	1,54	14,6	1,94	3,8	0,99	5,42	1,38
	3,77		5	4,8	11,2	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	6,57	1,42
5,6	3,44	56	4	4,38	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	7,69	1,52
	4,25		5	5,41	16	1,72	25,4	2,16	6,59	1,1	9,41	1,57
6,3	3,9	63	4	4,96	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	11	1,69
	4,81		5	6,13	23,1	1,94	36,8	2,44	9,52	1,25	13,7	1,74
	5,72		6	7,28	27,1	1,93	42,9	2,43	11,2	1,24	15,9	1,78
7	5,38	70	5	6,86	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	18,7	1,9
	6,39		6	8,15	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	22,1	1,94
7,5	5,8	75	5	7,39	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	23,1	2,02
	6,89		6	8,78	46,6	2,3	73,9	2,9	19,3	1,48	27,3	2,06
	7,96		7	10,1	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	31,2	2,1
8	6,78	80	5,5	8,63	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	30,9	2,17
	7,36		7	9,38	57	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	33,4	2,19
	8,51		10,8	65,3	2,45	104	3,09	27	1,58	38,3	2,23	
9	8,33	90	6	10,6	82,1	2,78	130	3,5	34	1,79	48,1	2,43
	9,64		7	12,3	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	55,4	2,47
	10,9		8	13,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	62,3	2,51
10	10,8	100	7	13,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	76,4	2,71
	12,2		8	15,6	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	86,3	2,75
	15,1		10	19,2	179	3,05	284	3,84	74,1	1,96	105	2,83
	17,9		12	22,8	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	122	2,91

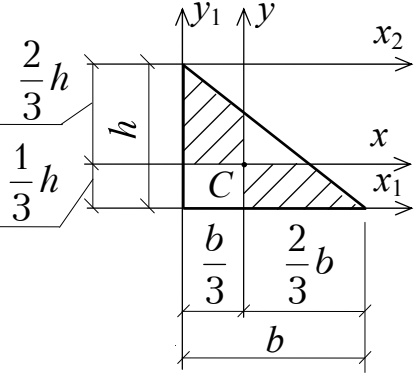
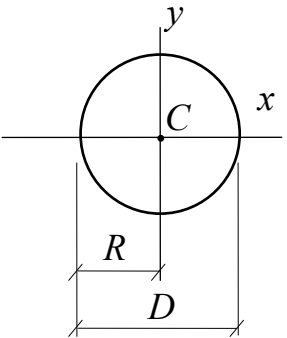
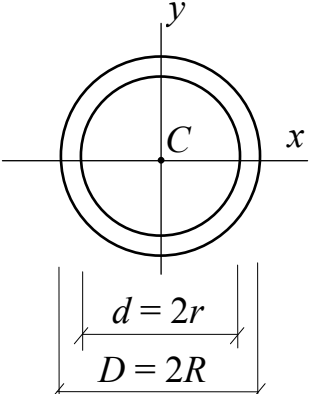
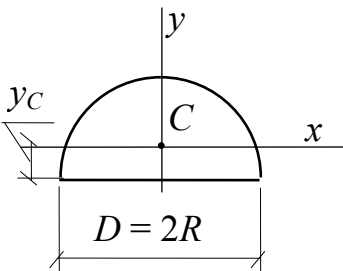
Окончание прил. 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
11	11,9	110	7	15,2	176	3,4	279	4,29	72,7	2,19	106	2,96
	13,5		8	17,2	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	116	3
12,5	15,5	125	8	19,7	294	3,87	467	4,87	122 136	2,49	172	3,36
	17,3		9	22	327	3,86	520	4,86	149 174	2,48	192	3,4
	19,1		10	24,3	360	3,85	571	4,84		2,47	211	3,45
	22,7		12	28,9	422	3,82	670	4,82		2,46	248	3,53
14	19,4	140	9	24,7	466	4,34	739	5,47	192 211	2,79	274	3,78
	21,5		10	27,3	512	4,33	814	5,46	248	2,78	301	3,82
	25,5		12	32,5	602	4,31	957	5,43		2,76	354	3,9
16	24,7	160	10	31,4	774	4,96	1229	6,25	319 348	3,19	455	4,3
	27		11	34,4	844	4,95	1340	6,24	376 431	3,18	496	4,35
	29,4		12	37,4	913	4,94	1450	6,23 6,2	485	3,17	537	4,39
	34		14	43,6	1046	4,92	1662	6,17		3,16	615	4,47
	38,5		16	49,1	1175	4,89	1866			3,14	690	4,55
18	30,5	180	11	38,8	1216	5,6	1933	7,06	500 540	3,59	716	4,85
	33,1		12	42,2	1317	5,59	2093	7,04		3,58	776	4,89

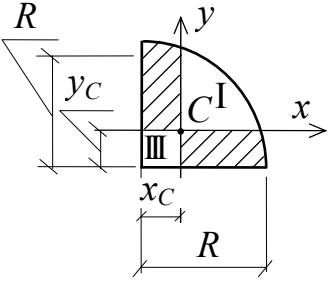
ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОСТЕЙШИХ ФИГУР

- A – площадь поперечного сечения
- I – момент инерции
- I_p – полярный момент инерции
- I_{xy} – центробежный момент инерции

Поперечное сечение	Формулы
1	2
	<p>Прямоугольник</p> $A = bh; I_x = \frac{bh^3}{12}; I_y = \frac{hb^3}{12}; I_{xy} = 0$ $I_{x_1} = \frac{bh^3}{3}; I_{y_1} = \frac{hb^3}{3}$
	<p>Квадрат</p> $A = a^2; I_x = I_y = \frac{a^4}{12} = \frac{h^4}{48}; I_{xy} = 0$
	<p>Треугольник</p> $A = \frac{bh}{2}; I_x = \frac{bh^3}{36}; I_{x_1} = \frac{bh^3}{12}; I_{x_2} = \frac{bh^3}{4}$ $d = \frac{x - x'}{3}; I_y = \frac{bh(b^2 - xx')}{36}; I_{y_1} = \frac{h(x')^3 + x^3}{12}$
	<p>Равнобедренный треугольник</p> $A = \frac{bh}{2}; I_x = \frac{bh^3}{36}; I_{xy} = 0$ $I_{x_1} = \frac{bh^3}{12}; I_y = \frac{hb^3}{48}; I_{x_1 y} = 0$

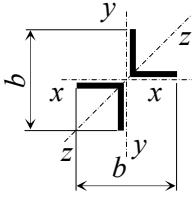
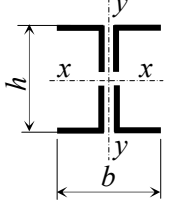
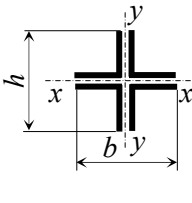
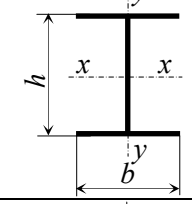
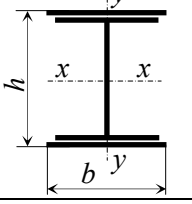
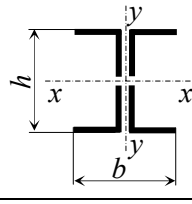
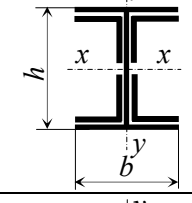
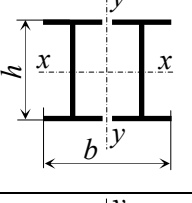
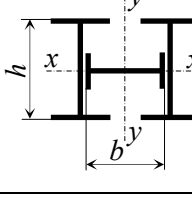
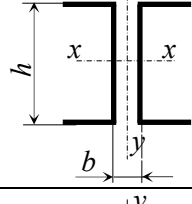
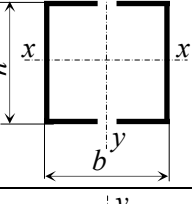
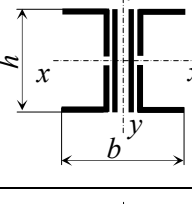
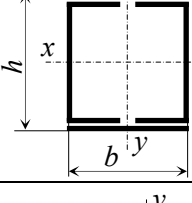
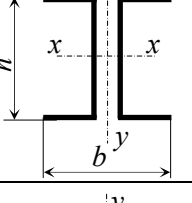
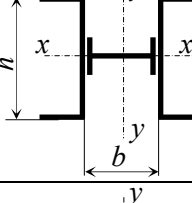
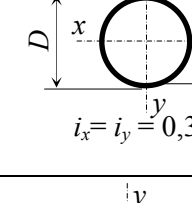
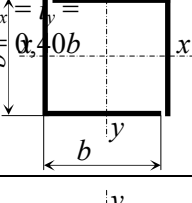
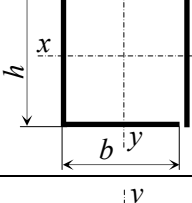
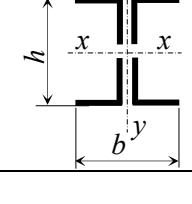
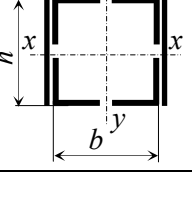
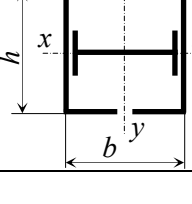
1	2
	<p>Прямоугольный треугольник*</p> $A = \frac{bh}{2}; I_x = \frac{bh^3}{36}; I_{x_1} = \frac{bh^3}{12}; I_{x_2} = \frac{bh^3}{4}$ $I_{y_1} = \frac{hb^3}{12}; I_y = \frac{hb^3}{36}; I_{xy} = \frac{b^2h^2}{72}$
	<p>Круг</p> $A = \pi R^2 = \frac{\pi D^2}{4} = 0,785D^2$ $I_x = I_y = \frac{\pi R^4}{4} = \frac{\pi D^4}{64} = 0,78R^4 = 0,05D^4$ $I_p = 2I_x = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi D^4}{32} = 1,57R^4 = 0,1D^4$ $I_{xy} = 0$
	<p>Труба</p> $A = \frac{\pi D^2}{4}(1 - a^2) = 0,785D^2(1 - a^2) \quad a = \frac{d}{D}$ $I_x = I_y = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64} = 0,05D^4(1 - a^4)$ $I_p = \frac{\pi D^4}{32}(1 - a^4) = 0,1D^4(1 - a^4); I_{xy} = 0$
	<p>Полукруг</p> $A = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{\pi D^2}{8} = 0,393D^2$ $y_c = \frac{4R}{3\pi} = 0,212D; I_x = 0,00686D^4 = 0,11R^4$ $I_y = \frac{\pi R^4}{8} = 0,0246D^4 = 0,393R^4; I_{xy} = 0$

Окончание приложения 5

1	2
	<p>Четверть круга*</p> $A = \frac{\pi R^2}{4} = 0,785R^2$ $x_c = y_c = \frac{4R}{3\pi} = 0,425R$ $I_x = I_y = R^4 \left(\frac{\pi}{16} - \frac{4}{9\pi} \right) = 0,0547R^4$ $ I_{xy} = R^4 \left(\frac{4}{9\pi} - \frac{1}{8} \right) = 0,0165R^4$
<p>* Центробежный момент инерции прямоугольного треугольника и четверти круга принимается положительным, если заштрихованные части располагаются в I и III координатных четвертях, и отрицательным, если – во II и IV координатных четвертях.</p>	

Приложение 6

ПРИБЛИЖЁННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ РАДИУСОВ
ИНЕРЦИИ i_x и i_y СЕЧЕНИЙ

 <p>$i_x = 0,21b$ $i_y = 0,21b$ $i_z = 0,185b$</p>	 <p>$i_x = 0,43h$ $i_y = 0,43b$</p>	 <p>$i_x = 0,21h$ $i_y = 0,21b$</p>
 <p>$i_x = 0,43h$ $i_y = 0,24b$</p>	 <p>$i_x = 0,42h$ $i_y = 0,22b$</p>	 <p>$i_x = 0,40h$ $i_y = 0,21b$</p>
 <p>$i_x = 0,43h$ $i_y = 0,24b$</p>	 <p>$i_x = 0,39h$ $i_y = 0,52b$</p>	 <p>$i_x = 0,32h$ $i_y = 0,49b$</p>
 <p>$i_x = 0,38h$ $i_y = 0,60b$</p>	 <p>$i_x = 0,38h$ $i_y = 0,44b$</p>	 <p>$i_x = 0,37h$ $i_y = 0,54b$</p>
 <p>$i_x = 0,44h$ $i_y = 0,38b$</p>	 <p>$i_x = 0,44h$ $i_y = 0,32b$</p>	 <p>$i_x = 0,32h$ $i_y = 0,58b$</p>
 <p>$i_x = i_y = 0,354d_{cp}$</p>	 <p>$i_x = i_y = 0,40b$</p>	 <p>$i_x = 0,37h$ $i_y = 0,42b$</p>
 <p>$i_x = 0,45h$ $i_y = 0,24b$</p>	 <p>$i_x = 0,37h$ $i_y = 0,45b$</p>	 <p>$i_x = 0,32h$ $i_y = 0,40b$</p>

О Г Л А В Л Е Н И Е

ВВЕДЕНИЕ	3
Задача №1. РАСЧЁТ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТОГО БРУСА БОЛЬШОЙ ЖЁСТКОСТИ	5
Задача №2. РАСЧЁТ ЦЕНТРАЛЬНО-СЖАТОГО СТАЛЬНОГО СТЕРЖНЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ	24
КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ И УМЕНИЙ СТУДЕНТОВ НА ЗАЩИТЕ РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ	40
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	41
ПРИЛОЖЕНИЕ	42

Учебное издание

Зернов Владимир Викторович

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебно-методическое пособие
к выполнению расчётно-графической работы
по направлению подготовки 08.03.01 «Строительство»

Редактор М.А. Сухова

Верстка Н.А. Сазонова

Подписано в печать 14.04.16. Формат 60×84/16.
Бумага офисная «Снегурочка». Печать на ризографе.
Усл. печ. л. 3,02. Уч.-изд. л. 3,25. Тираж 80 экз.
Заказ №269.

Издательство ПГУАС.
440028, г.Пенза, ул. Германа Титова, 28.