

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства»
(ПГУАС)

Н.А. Очкина, Т.С. Шмарова, З.А. Сидякина

**ФИЗИКА.
ВОЛНОВАЯ ОПТИКА. КВАНТОВАЯ ОПТИКА.
КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА**

ПРАКТИКУМ

Рекомендовано Редсоветом университета в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся по направлениям 21.03.02 «Землеустройство и кадастры», 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов», 23.03.01 «Технология транспортных процессов», 27.03.01 «Стандартизация и метрология», 09.03.02 «Информационные системы и технологии», 35.03.02 «Технологии лесозаготовительных и деревообрабатывающих производств», 08.03.01 «Строительство», 08.05.01 «Строительство уникальных зданий и сооружений», 20.03.01 «Техносферная безопасность»

Под общей ред. доктора технических наук,
профессора Г.И. Грейсуха

Пенза 2015

УДК 535+530.145+593.14(075.8)

ББК 22.34+22.314+22.383я73

О-95

Рецензенты: кандидат технических наук, доцент
С.В. Тертычная (ПГУ);
кандидат физико-математических
наук, доцент П.П. Мельниченко
(ПГУАС)

Очкина Н.А.

Физика. Волновая оптика. Квантовая оптика. Квантовая
О-95 механика. Практикум: учеб. пособие / Н.А. Очкина, Т.С. Шмарова,
З.А. Сидякина; под общ. ред. Г.И. Грейсуха. – Пенза: ПГУАС,
2015. – 136 с.

Приведены основные типы тестов и задач по курсу физики (разделы «Волновая оптика», «Квантовая оптика», «Квантовая механика») с учетом требований Государственного образовательного стандарта. Содержательная основа учебного пособия соответствует базовой программе по дисциплине «Физика» для технических вузов.

Учебное пособие подготовлено на кафедре «Физика и химия» и предназначено для студентов, обучающихся по направлениям 21.03.02 «Землеустройство и кадастры», 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов», 23.03.01 «Технология транспортных процессов», 27.03.01 «Стандартизация и метрология», 09.03.02 «Информационные системы и технологии», 35.03.02 «Технологии лесозаготовительных и деревообрабатывающих производств», 08.03.01 «Строительство», 08.05.01 «Строительство уникальных зданий и сооружений», 20.03.01 «Техносферная безопасность» для практических занятий и самостоятельной работы. Пособие может быть использовано студентами других форм обучения: заочной, дистанционной, экстерната.

© Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства, 2015

© Очкина Н.А., Шмарова Т.С.,
Сидякина З.А. 2015

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее учебное пособие составлено в соответствии с программой курса «Физика» Федерального Государственного стандарта высшего и профессионального образования для направлений подготовки бакалавров 20.03.01 «Техносферная безопасность», 21.03.02 «Землеустройство и кадастры», 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов», 23.03.01 «Технология транспортных процессов», 27.03.01 «Стандартизация и метрология», 09.03.02 «Информационные системы и технологии», 35.03.02 «Технологии лесозаготовительных и деревообрабатывающих производств», 08.03.01 «Строительство», 08.05.01 «Строительство уникальных зданий и сооружений».

Учебное пособие преследует следующие цели:

- формирование у студентов целостного систематизированного представления о явлениях природы, в том числе оптических явлениях;
- освоение ими методов получения знаний о природе;
- формирование понимания роли законов физики в описании явлений природы;
- ознакомление с различными областями технического приложения законов физики;
- воспитание всесторонне образованных культурных людей, разбирающихся в сущности глобальных, в том числе экологических проблем;
- формирование навыков адекватного поведения в окружающем мире.

Пособие содержит четыре главы:

1. Волновая оптика.
2. Квантовая оптика.
3. Атом водорода по теории Бора.
4. Квантовая механика.

Вначале каждого из параграфов соответствующей главы приведены основные формулы и законы, а также примеры решения двух-пяти задач. Затем следует перечень тестов и задач, предназначенных для самостоятельного решения. В текстах задач имеются рисунки, поясняющие их условия.

В конце пособия имеется библиографический список основной и дополнительной литературы, по которой можно подготовиться к выполнению представленных заданий.

ВВЕДЕНИЕ

Физика является одной из тех наук, знание которой необходимо для успешного изучения общенаучных и специальных дисциплин.

При изучении курса физики студенты должны прочно усвоить основные законы и теории, овладеть необходимыми приемами умственной деятельности, важным компонентом которой является умение решать физические задачи.

Систематическое решение физических задач является условием успешного изучения явлений природы. Решение задач помогает уяснить физический смысл явлений, закрепляет в памяти основные физические законы, прививает навыки практического применения теоретических знаний, знакомит с характерными масштабами явлений и порядками физических величин, встречающихся на практике. Решение физических задач способствует формированию у студентов инженерного мышления, без которого невозможна успешная творческая трудовая деятельность.

Настоящее учебное пособие призвано сформировать у студентов навыки самостоятельного решения задач по физике.

1. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

1.1. Интерференция света

Основные формулы

- Абсолютный показатель преломления среды

$$n = \frac{c}{v},$$

где c – скорость света в вакууме; v – скорость света в среде.

- Оптическая длина пути световой волны

$$L = nl,$$

где l – геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n .

- Оптическая разность хода двух световых волн

$$\Delta = L_2 - L_1;$$

$$L_2 = n_2 l_2, \quad L_1 = n_1 l_1.$$

• Связь разности фаз $\Delta\varphi$ колебаний с оптической разностью хода световых волн

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda},$$

где $\Delta\varphi$ – разность фаз колебаний; Δ – оптическая разность хода волн; λ – длина волны.

- Условие максимума интенсивности света при интерференции

$$\Delta = \pm k\lambda, \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

или $\Delta\varphi = 2k\pi$ (фазы одинаковы).

- Условие минимума интенсивности света при интерференции

$$\Delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

или $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$ (фазы противоположны).

• Оптическая разность хода световых волн, отраженных от верхней и нижней поверхностей тонкой плоскопараллельной пластинки или пленки, находящейся в воздухе,

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2},$$

где d – толщина пластинки (пленки); i – угол падения; λ – длина волны света.

Радиусы светлых колец Ньютона в отраженном свете (или темных в проходящем)

$$r_k = \sqrt{(2k-1)R\frac{\lambda}{2}},$$

где k – номер кольца ($k = 1, 2, 3, \dots$); R – радиус кривизны поверхности линзы, соприкасающейся с плоскопараллельной стеклянной пластинкой.

Радиусы темных колец в отраженном свете (или светлых в проходящем)

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}.$$

Примеры решения задач

Пример 1. Два когерентных монохроматических источника света расположены друг от друга на расстоянии 1 мм и удалены от экрана на расстояние 2,5 м. Определите ширину интерференционных полос на экране, если длина волны света равна 0,5 мкм.

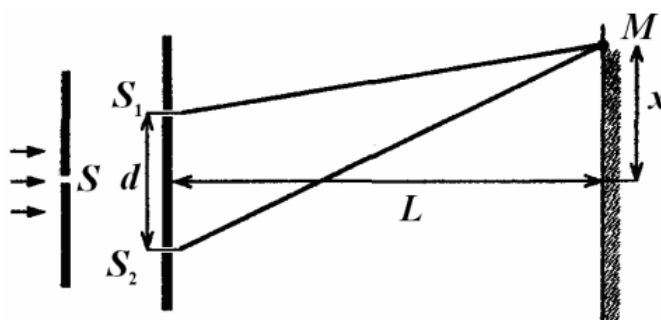
Дано:

$$d = 1 \text{ мм} = 10^{-3} \text{ м}$$

$$L = 2,5 \text{ м}$$

$$\lambda = 0,5 \text{ мкм} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$\Delta x - ?$$



Решение

Шириной интерференционной полосы называется расстояние между соседними максимумами (середины светлых полос) или минимумами (середины темных полос).

Разность хода двух когерентных лучей, интерферирующих в некоторой точке экрана

$$\Delta = \frac{x \cdot d}{L},$$

где x – расстояние точки наложения лучей от середины интерференционной картины; d – расстояние между источниками; L – удаление экрана от источников света.

В точке экрана наблюдается интерференционный максимум, если

$$\Delta = \pm k\lambda.$$

Разности хода лучей для двух соседних светлых полос соответственно равны

$$\Delta_1 = \frac{dx_1}{L} \quad \text{и} \quad \Delta_2 = \frac{dx_2}{L},$$

или

$$k\lambda = \frac{dx_1}{L} \quad \text{и} \quad (k+1)\lambda = \frac{dx_2}{L},$$

где x_1 и x_2 – расстояния полос от середины интерференционной картины.

Вычитая из второго уравнения первое, получим

$$\frac{d}{L}(x_2 - x_1) = \lambda,$$

откуда расстояние между соседними максимумами

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{\lambda L}{d}.$$

$$\Delta x = \frac{0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 2,5}{10^{-3}} = 1,25 \text{ мм.}$$

Ответ: $\Delta x = 1,25 \text{ мм.}$

Пример 2. На мыльную пленку под углом $i = 30^\circ$ падает параллельный пучок монохроматических лучей с длиной волны $0,589 \text{ мкм}$. При какой минимальной толщине пленки отраженные лучи максимально ослаблены в результате интерференции? Показатель преломления мыльной воды $1,33$.

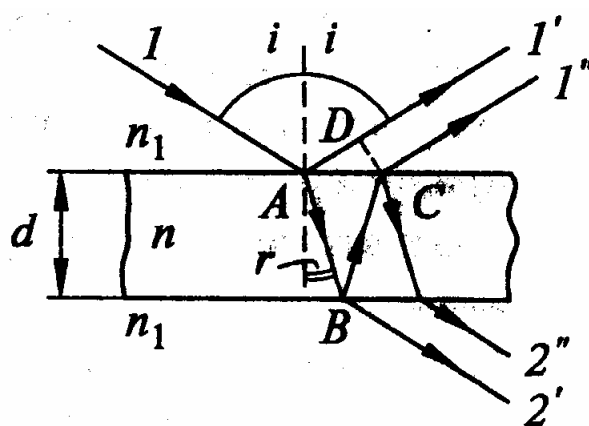
Дано:

$$i = 30^\circ$$

$$\lambda = 0,589 \text{ мкм} = 0,589 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$n = 1,33$$

$$d_{\min} - ?$$



Решение:

Разность хода световых лучей, интерферирующих в тонкой пленке, равна

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}, \quad (1)$$

где d – толщина пленки; i – угол падения; $\frac{\lambda}{2}$ – дополнительная разность хода, связанная с отражением света от верхней поверхности пленки (от оптически более плотной среды).

Лучи, отраженные от двух поверхностей пленки, ослабляют друг друга при условии, что

$$\Delta = \pm(2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Минимальное значение разности хода, при которой свет ослабляется, соответствует значению $k = 1$,

$$\Delta = \pm(2 \cdot 1 + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} = \frac{3\lambda}{2}.$$

Подставляя это значение разности хода лучей в уравнение (1), получим

$$\frac{3}{2}\lambda = 2d_{\min} \sqrt{(n^2 - \sin^2 i)} + \frac{\lambda}{2}.$$

Из последней формулы выразим минимальную толщину пленки

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{2\sqrt{(n^2 - \sin^2 i)}}.$$

$$d_{\min} = \frac{0,589 \cdot 10^{-6}}{2\sqrt{(1,33^2 - \sin^2 30^\circ)}} = 0,239 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

Ответ: $d_{\min} = 0,239 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$

Пример 3. Между двумя стеклянными шлифованными пластинками протянут волос так, что образовался воздушный клин. Диаметр волоса $5 \cdot 10^{-2}$ мм. Определите расстояние от волоса до вершины воздушного клина, если лучи длиной волны 0,5 мкм при нормальном падении на пластинку дают в отраженном свете 8 интерференционных полос на 8 см длины пластинки.

Дано:

$$d = 5 \cdot 10^{-2} \text{ мм}$$

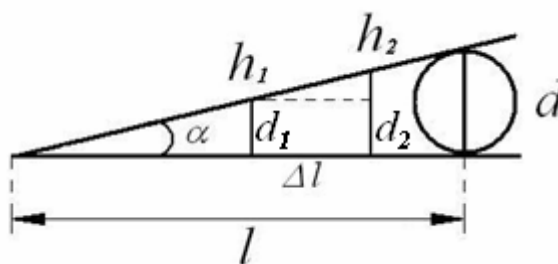
$$= 5 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

$$\lambda = 0,5 \text{ мкм} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$i = 0^\circ$$

$$\Delta l = 1 \text{ см} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$l = ?$$



Решение

Из рисунка видно, что расстояние от волоса до вершины клина

$$l = d \cdot \operatorname{ctg} \alpha.$$

Для того чтобы выразить $\operatorname{ctg} \alpha$, выделим участок Δl длиной в 1 см. Толщина клина в начале и конце выделенного участка соответственно равна d_1 и d_2 . Из рисунка видно, что $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\Delta l}{(d_2 - d_1)}$.

Если принять за ширину интерференционной полосы расстояние между соседними максимумами, то разности хода лучей, отраженных от нижней и верхней поверхности клина, в начале и конце выделенного участка, будут соответственно равны

$$\Delta_1 = k\lambda; \quad \Delta_2 = (k + 8)\lambda. \quad (1)$$

Учитывая, что угол между поверхностями клина очень мал, можно пренебречь изменением толщины клина и считать, что условия интерференции отраженных от нижней и верхней поверхностей клина лучей такие же, как и в тонкой пленке, ограниченной плоскопараллельными поверхностями.

При нормальном падении лучей ($i = 0^\circ$)

$$\Delta_1 = 2d_1n + \frac{\lambda}{2}, \quad \Delta_2 = 2d_2n + \frac{\lambda}{2}. \quad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) следует, что

$$k\lambda = 2d_1n + \frac{\lambda}{2}, \quad (3)$$

$$(k + 8)\lambda = 2d_2n + \frac{\lambda}{2}. \quad (4)$$

Вычитая уравнение (3) из уравнения (4), получим

$$d_2 - d_1 = \frac{4\lambda}{n},$$

откуда

$$l = \frac{d\Delta l n}{4\lambda},$$

$$l = \frac{5 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-2} \cdot 1}{4 \cdot 10^{-6}} = 0,25 \text{ м.}$$

Ответ: $l = 0,25 \text{ м.}$

Пример 4. На сколько изменится радиус первого темного кольца Ньютона, наблюдаемого в отраженном свете ($\lambda = 0,64 \text{ мкм}$) если пространство между пластинкой и линзой заполнить водой? Абсолютный показатель преломления воды 1,33. Радиус сферической поверхности линзы 1 м.

Дано:

$$\lambda = 0,64 \text{ мкм} = 0,64 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$n_{\text{в}} = 1,33$$

$$R = 1 \text{ м}$$

$$k = 1$$

$$\Delta r - ?$$

Решение

Радиусы темных колец, наблюдаемых в отраженном свете для случая, когда между пластиной и линзой находится воздух, рассчитываются по формуле

$$r_k = \sqrt{kR\lambda},$$

где k – номер кольца.

Если же пространство между пластиной и линзой заполнено водой, то радиус кольца будет равен

$$r_2 = \sqrt{\frac{kR\lambda}{n_{\text{в}}}}.$$

Изменение радиуса кольца при замене воздуха водой составит

$$\Delta r = \sqrt{kR\lambda} - \sqrt{\frac{kR\lambda}{n_{\text{в}}}} = \sqrt{kR\lambda} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{n_{\text{в}}}}\right)$$

$$\Delta r = \sqrt{1 \cdot 0,64 \cdot 10^{-6}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1,33}}\right) = 0,104 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Ответ: $\Delta r = 0,104 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$

Тесты

1. Что такое интерференция?

1) явление зависимости показателя преломления среды от длины волны;

2) явление огибания волнами препятствий и захождение в область геометрической тени;

3) явление наложения падающей и отраженной волн, в результате чего образуются стоячие волны;

4) явление наложения в пространстве двух или нескольких когерентных волн, в результате чего происходит пространственное перераспределение светового потока.

2. Укажите необходимое и достаточное условие для интерференции двух волн:

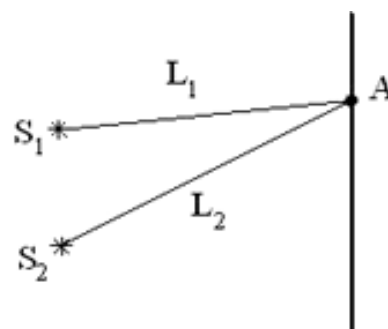
- 1) постоянная для каждой точки разность фаз и одинаковое направление колебаний;
- 2) одинаковая частота и одинаковое направление колебаний;
- 3) одинаковая амплитуда и одинаковая частота колебаний;
- 4) одинаковая частота и постоянная для каждой точки разность фаз.

3. При каком сдвиге фаз в колебаниях вектора напряженности электрического поля в данной точке экрана две плоские световые волны с длиной волны 400 нм и 800 нм и с одинаковой амплитудой полностью гасят друг друга при интерференции?

- 1) при сдвиге фаз, равном $\frac{\pi}{2}$;
- 2) при сдвиге фаз, равном π ;
- 3) при сдвиге фаз, равном 2π ;
- 4) ни при каком сдвиге фаз.

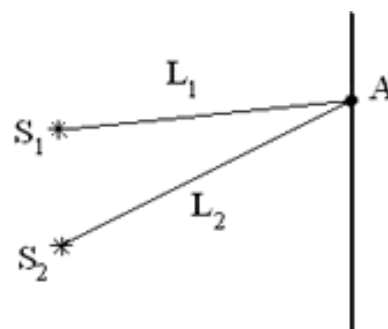
4. При каком условии в т.А наблюдается минимум интерференции в воздухе, если S_1 и S_2 – источники когерентных волн, а L_1 и L_2 – расстояния от т.А до источников?

- 1) $L_2 - L_1 = m \frac{\lambda}{4}$, $m=0, 1, 2, \dots$;
- 2) $L_2 - L_1 = m \frac{\lambda}{2}$, $m=0, 1, 2, \dots$;
- 3) $L_2 - L_1 = 2m \frac{\lambda}{2}$, $m=0, 1, 2, \dots$;
- 4) $L_2 - L_1 = (2m - 1) \frac{\lambda}{2}$, $m=1, 2, 3, \dots$



5. При каком условии в т. А наблюдается максимум интерференции в воздухе, если S_1 и S_2 – источники когерентных волн, а L_1 и L_2 – расстояния от т. А до источников?

- 1) $L_2 - L_1 = (2m - 1) \frac{\lambda}{4}$, $m=1, 2, 3, \dots$;
- 2) $L_2 - L_1 = m \frac{\lambda}{2}$, $m=0, 1, 2, \dots$;
- 3) $L_2 - L_1 = 2m \frac{\lambda}{2}$, $m=0, 1, 2, \dots$;
- 4) $L_2 - L_1 = (2m - 1) \frac{\lambda}{2}$, $m=1, 2, 3, \dots$



6. Разность хода двух волн, испущенных когерентными источниками с одинаковой начальной фазой, равна $\frac{\lambda}{2}$. Амплитуда колебаний в каждой волне равна a . Чему равна амплитуда A результирующего колебания в этой точке вследствие интерференции волн?

- 1) $A = 0$; 2) $A = a$; 3) $A = 2a$; 4) $0 < A < a$.

7. Как соотносятся между собой расстояния между максимумами Δx и минимумами $\Delta x'$ интерференции?

- 1) $\Delta x = 2\Delta x'$; 2) $\Delta x = \Delta x'$; 3) $\Delta x \gg \Delta x'$; 4) $\Delta x \ll \Delta x'$.

8. При выполнении какого условия когерентные волны с фазами ϕ_1 и ϕ_2 и разностью хода Δ при наложении максимально усиливаются ($k = 0, 1, 2, \dots$)?

- 1) $\phi_1 - \phi_2 = \frac{\pi}{2}$; 2) $\phi_1 - \phi_2 = (2k + 1)\pi$;
 3) $\phi_1 - \phi_2 = 2k\pi$; 4) $\Delta = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$.

9. Укажите условие минимума при интерференции в тонких пленках:

- 1) $y_k = \frac{k\lambda L}{d}$; 2) $2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} = m\lambda_0$;
 3) $y_k = \frac{(2k + 1)\frac{\lambda}{2}L}{d}$; 4) $2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} = (2m - 1)\frac{\lambda_0}{2}$.

10. Укажите условие максимума при интерференции в тонких пленках:

- 1) $y_k = \frac{k\lambda L}{d}$; 2) $2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} = m\lambda_0$;
 3) $y_k = \frac{(2k + 1)\frac{\lambda}{2}L}{d}$; 4) $2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} = (2m - 1)\frac{\lambda_0}{2}$.

11. Какое соотношение должно быть между расстоянием до экрана от источников когерентных волн L и расстоянием между источниками d , чтобы наблюдать визуально интерференционную картину?

- 1) $L = d$; 2) $L \gg d$; 3) $L \ll d$; 4) $d = 10L$.

12. При какой разности хода наблюдается интерференционный максимум при наложении двух когерентных волн с длинами 2 мкм?

- 1) 1,5 мкм; 2) 0,5 мкм; 3) 2 мкм; 4) 1 мкм.

13. При какой разности хода наблюдается интерференционный минимум при наложении двух когерентных волн с длинами 2 мкм?

- 1) 1,5 мкм; 2) 0,5 мкм; 3) 2 мкм; 4) 1 мкм.

14. Что будет наблюдаться в данной точке пространства, если оптическая разность хода интерферирующих в этой точке лучей равна $\frac{5\lambda}{2}$?

- 1) минимум интенсивности света;
2) максимум интенсивности света;
3) интенсивности лучей складываются;
4) интенсивности лучей вычитаются.

15. Тонкая пленка, освещенная белым светом, вследствие явления интерференции в отраженном свете имеет зеленый цвет. Каким станет цвет пленки при увеличении ее толщины?

- 1) станет красным; 2) станет синим;
3) не изменится; 4) станет белым.

16. Тонкая пленка, освещенная белым светом, вследствие явления интерференции в отраженном свете имеет зеленый цвет. Каким станет цвет пленки при увеличении ее показателя преломления?

- 1) станет красным; 2) станет синим;
3) не изменится; 4) станет белым.

17. Ширина интерференционной полосы какого цвета будет наибольшей?

- 1) фиолетового; 2) синего; 3) зеленого; 4) красного.

18. На плоскую непрозрачную пластину с двумя узкими параллельными щелями падает по нормали плоская монохроматическая волна из зеленой части видимого спектра. За пластиной на параллельном ей экране наблюдается интерференционная картина. Как изменится интерференционная картина, если использовать монохроматический свет из красной части видимого спектра?

- 1) расстояние между интерференционными полосами увеличится;
2) расстояние между интерференционными полосами уменьшится;
3) расстояние между интерференционными полосами не изменится;
4) интерференционная картина исчезнет.

19. Интерференционная картина наблюдается в белом свете. Как окрашен центральный максимум?

- 1) в белый цвет; 2) в красный цвет;
3) в синий цвет; 4) в фиолетовый цвет.

20. Тонкая плоскопараллельная пластина освещается параллельным пучком белого света. Ни для одной длины волны не выполняется условие максимума. Как окрашена пластина?

- 1) в белый цвет; 2) в красный цвет;
3) в синий цвет; 4) темная.

21. Каким явлением объясняется постоянно меняющаяся радужная окраска мыльных пузырей?

- 1) дисперсией света; 2) дифракцией света;
3) интерференцией света; 4) поляризацией света.

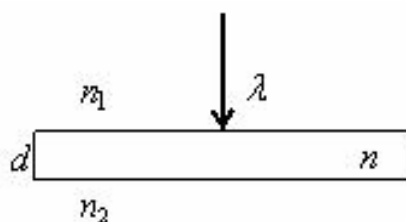
Задачи для самостоятельного решения

1. Разность хода двух интерферирующих лучей равна $\frac{\lambda}{4}$. Чему равна разность фаз колебаний?

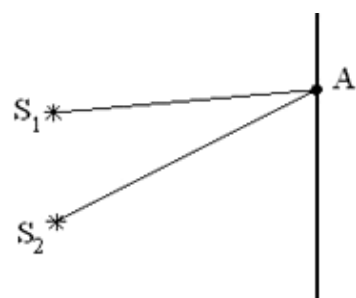
2. Разность фаз двух интерферирующих световых волн равна 5π , а разность хода между ними равна $12,5 \cdot 10^{-7}$ м. Какую длину имеют эти волны?

3. При какой разности хода возникает максимум второго порядка при интерференции когерентных лучей с длиной волны 400 нм?

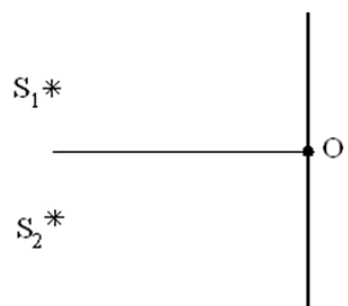
4. Тонкая стеклянная пластинка с показателем преломления n и толщиной d помещена между двумя средами с показателями преломления n_1 и n_2 , причем $n_1 < n > n_2$. На пластинку нормально падает свет с длиной волны λ . Чему равна разность хода интерферирующих отраженных лучей?



5. Для т.А оптическая разность хода лучей от двух когерентных источников S_1 и S_2 равна 1,2 мкм. Каков результат интерференции в т.А, если длина волны в вакууме 480 нм?



6. Чему равна разность фаз колебаний, возбуждаемых волнами от двух когерентных источников S_1 и S_2 в т.О (центральный максимум)?



7. Разность фаз колебаний в данной точке 8π . Каков результат интерференции в этой точке?

8. Разность фаз колебаний в данной точке 5π . Каков результат интерференции в этой точке?

9. Когерентные источники света S_1 и S_2 находятся в среде с показателем преломления, равным 2, и испускают свет с частотой $4 \cdot 10^{14}$ Гц. Каков порядок интерференционного максимума в точке, в которой геометрическая разность хода лучей равна 1,5 мкм?

10. Когерентные источники света S_1 и S_2 находятся в среде с показателем преломления 1,5. Геометрическая разность хода испускаемых ими лучей в точке, где наблюдается второй интерференционный минимум, равна 0,6 мкм. Определите частоту источников света.

11. Расстояние между источниками в опыте Юнга увеличили в 2 раза. Как изменится расстояние от первого максимума интерференционной картины до центральной линии экрана?

12. В опыте Юнга щели, расположенные на расстоянии 0,3 мм, освещались монохроматическим светом с длиной волны 0,6 мкм. Определите расстояние от щелей до экрана, если ширина интерференционных полос равна 1 мм.

13. Свет от проекционного фонаря, пройдя через синее стекло, падал на картон с двумя маленькими отверстиями и далее направлялся на экран. Расстояние между интерференционными полосами на экране 0,8 мм, расстояние между отверстиями 1 мм, расстояние от отверстий до экрана 1,7 м. Найдите длину световой волны.

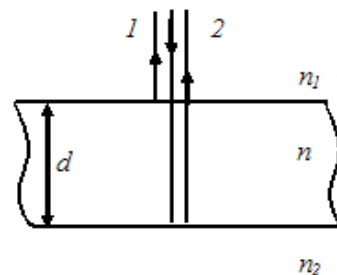
14. При наблюдении интерференции фиолетового света в опыте Юнга расстояние между соседними темными полосами на экране равно 2 мм. Каким станет это расстояние, если источник фиолетового света заменили источником красного света, длина волны которого в 1,5 раза больше?

15. Расстояние между соседними темными интерференционными полосами на экране 1,6 мм. Когерентные источники света лежат в плоскости, параллельной экрану, на расстоянии 8 м от него. Длина световой волны 600 нм. Чему равно расстояние (в мм) между источниками? При расчетах принять, что $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha$.

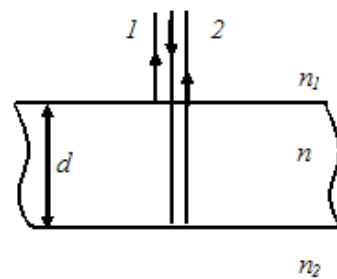
16. Как изменится ширина полосы при интерференции, если расстояние между источниками уменьшить в 2 раза?

17. Расстояние от источников до экрана уменьшили в 4 раза. Как изменится ширина интерференционной полосы при прочих равных условиях?

18. Тонкая стеклянная пластинка с показателем преломления $n = 1,5$ и толщиной $d = 2$ мкм помещена между двумя средами с показателями преломления $n_1 = 1,2$ и $n_2 = 1,6$. На пластинку по нормали падает свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Найдите разность хода (в нм) интерферирующих отраженных лучей.



19. Тонкая стеклянная пластинка с показателем преломления $n = 1,5$ и толщиной $d = 2$ мкм помещена между двумя средами с показателями преломления $n_1 = 1,2$ и $n_2 = 1,3$. На пластинку по нормали падает свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Найдите разность хода (в нм) интерферирующих отраженных лучей.



20. Тонкая мыльная пленка освещается светом с длиной волны 0,6 мкм. Насколько отличаются разности хода двух отраженных волн для светлой и для следующей за ней темной интерференционных полос?

21. Какую наименьшую толщину должна иметь прозрачная пластина из вещества с показателем преломления, равным n , чтобы при нормальном падении на неё света с длиной волны λ она в отраженном свете казалась черной?

22. Мыльный пузырь имеет зеленую окраску ($\lambda = 540$ нм) в области точки, ближайшей к наблюдателю. Показатель преломления мыльной воды 1,35. Какова минимальная толщина пузыря (в нм) в указанной области?

23. На пути плоской световой волны, распространяющейся в воздухе, поместили стеклянную пластинку толщиной 1 см. Показатель преломления стекла 1,5. Пластинка расположена перпендикулярно направлению распространения света. Насколько увеличилась оптическая длина пути (в мм)?

24. В опыте с интерферометром Майкельсона для смещения интерференционной картины на 500 полос потребовалось переместить зеркало на расстояние 0,161 мм. Чему равна длина волны падающего света в нанометрах?

25. Плосковыпуклая линза выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке (установка для наблюдения колец Ньютона). На плоскую поверхность линзы нормально падает свет с длиной волны 0,6 мкм. Какова толщина воздушного зазора (в нм) в том месте, где в отраженном свете видно первое светлое кольцо?

26. Плосковыпуклая линза выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке (установка для наблюдения колец Ньютона). На плоскую поверхность линзы нормально падает свет с длиной волны 0,6 мкм. Какова толщина воздушного зазора (в нм) в том месте, где в отраженном свете видно первое темное кольцо?

27. Плосковыпуклая линза, радиус кривизны которой 12 м, положена выпуклой стороной на плоскопараллельную пластинку. На плоскую грань линзы нормально падает монохроматический свет и в отраженном свете образуются темные и светлые кольца. Определите длину волны монохроматического света, если радиус шестого темного кольца равен $7,2 \cdot 10^{-3}$ м.

28. Установка для получения колец Ньютона освещается нормально падающим монохроматическим светом. Радиус четвертого темного кольца, наблюдаемого в отраженном свете, равен 4 мм. Найдите длину волны падающего света, если радиус кривизны линзы 8 м.

29. Два гармонических осциллятора, колеблющихся с одинаковыми частотами и начальными фазами, находятся на расстоянии $l = 2\lambda$ друг от друга, где λ – длина волны излучения. Расстояние L до точки наблюдения М много больше расстояния l между осцилляторами. При каком угле излучения φ амплитуда результирующей волны максимальна?



30. Два полупрозрачных зеркала расположены параллельно друг другу. На них перпендикулярно плоскости зеркал падает световая волна, частота которой $0,5 \cdot 10^{15}$ Гц. При каком минимальном расстоянии между зеркалами может наблюдаться первый интерференционный минимум в отраженном свете?

31. Два полупрозрачных зеркала расположены параллельно друг другу. На них перпендикулярно плоскостям этих зеркал падает световая волна. Длина волны равна 600 нм. При каком минимальном расстоянии между зеркалами может наблюдаться первый интерференционный максимум в отраженном свете?

32. Два полупрозрачных зеркала расположены параллельно друг другу. На них перпендикулярно плоскостям этих зеркал падает световая волна, частота которой равна $0,5 \cdot 10^{15}$ Гц. При каком минимальном расстоянии между зеркалами может наблюдаться первый интерференционный минимум в проходящем свете?

33. На плоскую непрозрачную пластину с параллельными щелями S_1 и S_2 по нормали падает плоская монохроматическая световая волна так, что щели служат когерентными источниками света. Параллельно пластине на расстоянии 20 см от нее установлен экран. Расстояние между центральным и первым максимумами интерференционной картины на экране равно 1 мм. Чему равна длина волны падающего света, выраженная в нанометрах, если расстояние между щелями равно 0,1 мм?

34. В опыте с зеркалами Френеля расстояние d между мнимыми изображениями источника света равно 0,5 мм, а расстояние l от них до экрана равно 3 м. Длина волны $\lambda = 0,6$ мкм. Определите ширину интерференционных полос на экране.

35. В установке для наблюдения колец Ньютона свет с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм падает нормально на плосковыпуклую линзу с радиусом кривизны $R_1 = 1$ м, положенную выпуклой стороной на вогнутую поверхность плосковогнутой линзы с радиусом кривизны $R_2 = 2$ м. Определите радиус третьего темного кольца Ньютона, наблюдаемого в отраженном свете.

36. На экране наблюдается интерференционная картина от двух когерентных источников света с длиной волны $\lambda = 480$ нм. Когда на пути одного из пучков поместили тонкую пластинку из плавленого кварца с показателем преломления $n = 1,46$, то интерференционная картина сместилась на 69 полос. Определите толщину кварцевой пластинки.

37. Две плоскопараллельные стеклянные пластинки образуют клин с углом $\alpha = 30^\circ$. Пространство между пластинками заполнено глицерином. На клин нормально к его поверхности падает пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 500$ нм. В отраженном свете наблюдается интерференционная картина. Какое число темных интерференционных полос находится на 1 см длины клина?

38. Определите перемещение зеркала в интерферометре Майкельсона, если интерференционная картина сместилась на 100 полос? Опыт проводился со светом с длиной волны $\lambda = 546$ нм.

1.2. Дифракция света

Основные формулы

- Радиус k -й зоны Френеля:
для сферической волны

$$r_k = \sqrt{\frac{ab}{a+b} k\lambda},$$

где a – расстояние диафрагмы с круглым отверстием от точечного источника света; b – расстояние диафрагмы от экрана, на котором ведется наблюдение дифракционной картины; k – номер зоны Френеля; λ – длина волны;

для плоской волны

$$r_k = \sqrt{bk\lambda}.$$

- Дифракция света на одной щели при нормальном падении лучей.
Условие минимумов интенсивности света

$$a \sin \varphi = \pm k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots,$$

где a – ширина щели; φ – угол дифракции; k – номер минимума; λ – длина волны.

Условие максимумов интенсивности света

$$a \sin \varphi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

- Дифракция света на дифракционной решетке при нормальном падении лучей. Условие главных максимумов интенсивности

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

где d – период решетки; k – номер главного максимума; φ – угол между нормалью к поверхности решетки и направлением дифрагированных волн.

- Разрешающая сила дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN,$$

где $\Delta\lambda$ – наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий, при которой эти линии могут быть видны отдельно в спектре,

полученном посредством данной решетки; N – число штрихов решетки; k – порядковый номер дифракционного максимума.

- Угловая дисперсия дифракционной решетки

$$D_{\varphi} = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{k}{d \cdot \cos\varphi}.$$

- Линейная дисперсия дифракционной решетки

$$D_l = \frac{\delta l}{\delta\lambda}.$$

- Для малых углов дифракции

$$D_l \approx FD_{\varphi} \approx F \frac{k}{d},$$

где F – главное фокусное расстояние линзы, собирающей на экране дифрагирующие волны.

- Разрешающая сила объектива телескопа

$$R = \frac{1}{\beta} = \frac{D}{1,22\lambda},$$

где β – наименьшее угловое расстояние между двумя светлыми точками, при котором изображения этих точек в фокальной плоскости объектива могут быть видны раздельно; D – диаметр объектива; λ – длина волны.

- Формула Вульфа – Бреггов:

$$2d \sin\theta = k\lambda,$$

где d – расстояние между атомными плоскостями кристалла; θ – угол скольжения, определяющий направление, в котором имеет место зеркальное отражение лучей.

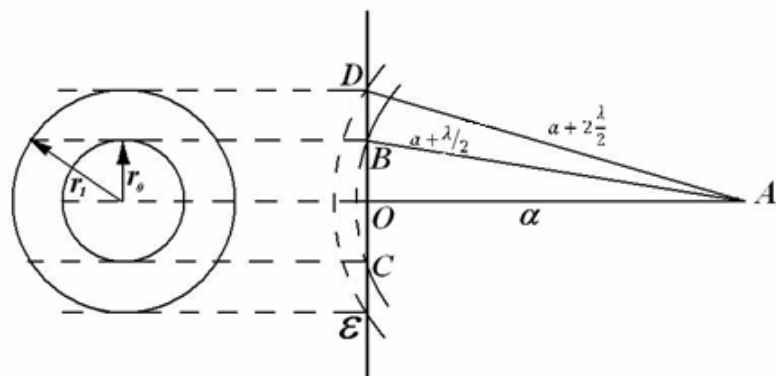
Примеры решения задач

Пример 1. Сравните между собой площади центральной и первой зон Френеля, построенных из точки наблюдения, отстоящих на расстоянии a от плоского фронта волны.

Дано:

a – расстояние от плоского фронта волны до точки наблюдения.

Сравнить S_0 и S_1



Решение

Для получения центральной зоны Френеля из точки наблюдения A описывают сферу радиуса $a + \frac{\lambda}{2}$. На рисунке дуга окружности BC представляет собой часть линии пересечения этой сферы с плоскостью чертежа. Пересечение сферы с волновым фронтом DE также даст окружность, ограничивающую участок фронта в виде круга радиуса r_0 , представляющий собой центральную зону Френеля.

Первую зону получают, описывая из точки A сферу радиуса $a + 2\frac{\lambda}{2}$. Ее пересечение с фронтом волны также дает окружность, но уже большего радиуса r_1 .

Часть волнового фронта, заключенная между двумя окружностями и имеющая вид плоского кольца, является первой зоной Френеля.

Площадь центральной зоны Френеля

$$S_0 = \pi r_0^2.$$

Площадь первой зоны равна разности площадей большего круга радиуса r_1 и малого круга радиуса r_0

$$S_1 = \pi r_1^2 - \pi r_0^2 = \pi(r_1^2 - r_0^2).$$

Из рисунка видно, что квадрат радиуса центральной зоны Френеля

$$r_0^2 = (OB)^2 = (AB)^2 - (AO)^2$$

или

$$r_0^2 = \left(a + \frac{\lambda}{2}\right)^2 - a^2 = a\lambda + \frac{\lambda^2}{4}.$$

Отбрасывая за малостью член, содержащий λ^2 , получим

$$r_0^2 = a\lambda.$$

Аналогично

$$r_1^2 = (OD)^2 = (AD)^2 - (AO)^2$$

или

$$r_1^2 = (a + \lambda)^2 - a^2 = 2a\lambda + \lambda^2 \approx 2a\lambda,$$

Площади центральной и первой зоны Френеля соответственно равны:

$$S_0 = \pi r_0^2 = \pi a\lambda; \tag{1}$$

$$S_1 = \pi(r_1^2 - r_0^2) = \pi a\lambda. \tag{2}$$

Из (1) и (2) следует, что

$$S_0 = S_1.$$

Ответ: $S_0 = S_1$.

Пример 2. Ширина щели, освещаемой монохроматическим светом ($\lambda = 0,45$ мкм), равна $0,15$ мм. С помощью линзы дифракционная картина наблюдается на экране, расположенном в ее фокальной плоскости. Определите расстояние между минимумами второго порядка, если оптическая сила линзы 5 дптр.

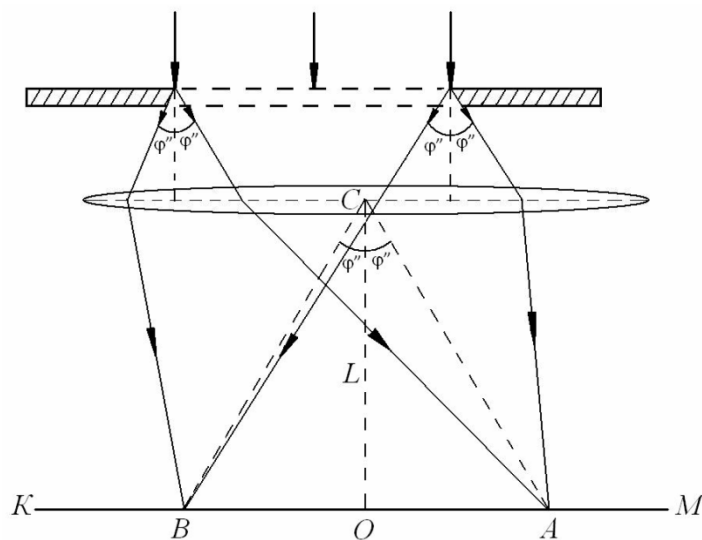
Дано:

$$\lambda = 0,45 \text{ мкм} = 0,45 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$a = 0,15 \text{ мм} = 0,15 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$D = 5 \text{ дптр}$$

$AB - ?$



Решение

Дифракционные минимумы образуются по обе стороны от середины дифракционной картины в результате интерференции дифрагированных лучей, собираемых линзой в точках ее фокальной плоскости.

Пусть точки A и B экрана KM соответствуют минимумам второго порядка. В этих точках соберутся лучи, дифрагированные под соответствующим этому порядку углом φ'' . Для получения точек A и B на рисунке проводим через оптический центр линзы C побочные оптические оси, составляющие угол φ'' с главной оптической осью.

Пересечения этих осей с фокальной плоскостью линзы и дадут искомые точки. Для полноты картины изобразим ход лучей, прошедших линзу.

В задаче требуется определить расстояние AB , равное $2OA$.

Из прямоугольного треугольника AOC следует, что

$$OA = OC \operatorname{tg} \varphi''.$$

По условию задачи дифракционная картина находится в фокальной плоскости линзы.

$$\text{Поэтому } OC = F = \frac{1}{D},$$

где D – оптическая сила линзы; F – фокусное расстояние.

Минимумы образуются при углах дифракции, удовлетворяющих условию

$$\sin \varphi = \frac{k\lambda}{a},$$

где a – ширина щели; k – порядок минимума.

Для минимума второго порядка угол дифракции φ'' очень мал, поэтому приближенно можно считать, что

$$\sin \varphi'' = \text{tg } \varphi''.$$

Так как $k = 2$, то

$$\text{tg } \varphi'' = \frac{2\lambda}{a}.$$

$$AB = 2OA = 2OC \text{tg } \varphi'' = 2OC \frac{2\lambda}{a} = \frac{4\lambda}{Da}.$$

$$AB = \frac{4 \cdot 0,45 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 0,15 \cdot 10^{-3}} = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Ответ: $AB = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$

Пример 3. Какую постоянную должна иметь дифракционная решетка шириной $l = 2,5 \text{ см}$ для того, чтобы ее разрешающая способность в области зеленых лучей ($\lambda = 0,55 \text{ мкм}$) в спектре первого порядка ($k = 1$) составляла $\Delta\lambda = 55 \text{ пм}$?

Дано:

$$\begin{aligned} l &= 2,5 \text{ см} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\ \lambda &= 0,55 \text{ мкм} = 0,55 \cdot 10^{-6} \text{ м} \\ \Delta\lambda &= 55 \text{ пм} = 55 \cdot 10^{-12} \text{ м} \\ d &= ? \end{aligned}$$

Решение

Разрешающая способность дифракционной решетки характеризует ее свойство разделять излучения, близкие по длине волны. Она связана с другими характеристиками решетки следующими соотношениями:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN, \quad (1)$$

где N – число штрихов.

$$N = \frac{l}{d}, \quad (2)$$

где l – ширина решетки; d – постоянная (период) решетки.

Из (1) и (2) следует, что

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{kl}{d},$$

откуда

$$d = \frac{kl\Delta\lambda}{\lambda}.$$

$$d = \frac{2,5 \cdot 10^{-2} \cdot 55 \cdot 10^{-12}}{0,55 \cdot 10^{-6}} = 2,5 \text{ мкм.}$$

Ответ: $d = 2,5$ мкм.

Пример 4. Определите линейную дисперсию дифракционной решетки для света с длиной волны $\lambda = 0,589$ мкм в спектре второго порядка, если период решетки $d = 4$ мкм. Фокусное расстояние линзы, проектирующей спектр на экран, равно 50 см.

Дано:

$$\lambda = 0,589 \text{ мкм} = 0,589 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$d = 4 \text{ мкм} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$k = 2$$

$$F = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$$

$$D_l - ?$$

Решение

Линейной дисперсией D_l дифракционной решетки называется величина, характеризующая ширину спектра, полученного с данной установкой, состоящей из дифракционной решетки и линзы. Она связана с угловой дисперсией D_φ следующим соотношением:

$$D_l \approx F D_\varphi. \quad (1)$$

Угловой дисперсией дифракционной решетки называется величина, характеризующая ширину спектра, полученного с ее помощью. Чем больше дисперсия, тем на больший угловой интервал растягивается данный интервал волн

$$D_\varphi = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{k}{d \cdot \cos\varphi}. \quad (2)$$

Воспользовавшись условием дифракционного максимума $d \sin\varphi = \pm k\lambda$, выразим $\cos\varphi$ через $\sin\varphi$

$$\cos\varphi = \sqrt{1 - \sin^2\varphi} = \sqrt{1 - \left(\frac{k\lambda}{d}\right)^2}. \quad (3)$$

Из (1), (2) и (3) следует, что линейная дисперсия решетки равна

$$D_l = \frac{kF}{d \sqrt{1 - \left(\frac{k\lambda}{d}\right)^2}}.$$

$$D_l = \frac{2 \cdot 0,5}{4 \cdot 10^{-6} \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot 0,589 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-6}}\right)^2}} = 0,262.$$

Ответ: $D_l = 0,262$.

Тесты

1. Если за непрозрачным диском, освещенным ярким источником света небольшого размера, поставить обратимую фотопленку, исключив попадание на нее отраженных от стен комнаты лучей, то при ее проявлении после большой выдержки в центре тени можно обнаружить светлое пятно. Какое явление при этом наблюдается?

- 1) преломление света;
- 2) поляризация света;
- 3) рассеяние света;
- 4) дисперсия света;
- 5) дифракция света.

2. На свету CD-диск имеет радужную окраску. Какое физическое явление лежит в основе этого?

- 1) интерференция света;
- 2) отражение света;
- 3) дифракция света;
- 4) дисперсия света.

3. Что такое дифракция?

1) явление зависимости показателя преломления среды от длины волны;

2) явление огибания волнами препятствий и захождение в область геометрической тени;

3) явление наложения падающей и отраженной волн, в результате чего образуются стоячие волны;

4) явление, при котором колебания светового вектора каким-либо образом упорядоченно (линейно, эллиптически, циркулярно).

4. Укажите условие минимума при дифракции на щели.

1) $\Delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$;

2) $b \sin \varphi = k\lambda$, b – ширина щели;

3) $d \sin \varphi = k\lambda$, d – период решетки;

4) $b \sin \varphi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$, b – ширина щели.

5. Укажите условие главных максимумов при дифракции на решетке.

- 1) $\Delta = 2k \frac{\lambda}{2}$; 2) $k \sin \varphi = d\lambda$;
 3) $d \sin \varphi = k\lambda$; 4) $d \sin \varphi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$;

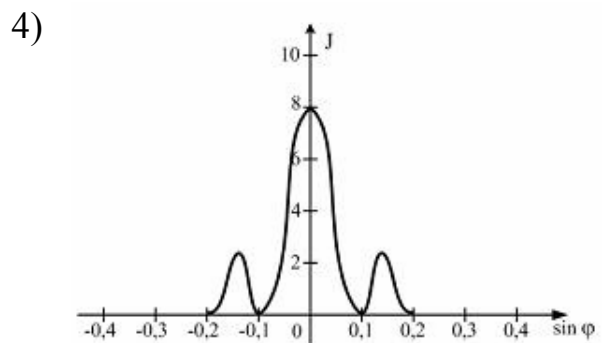
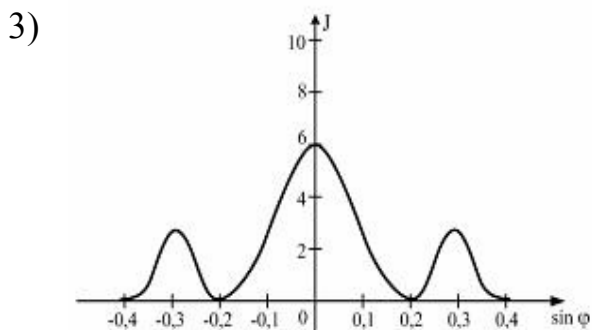
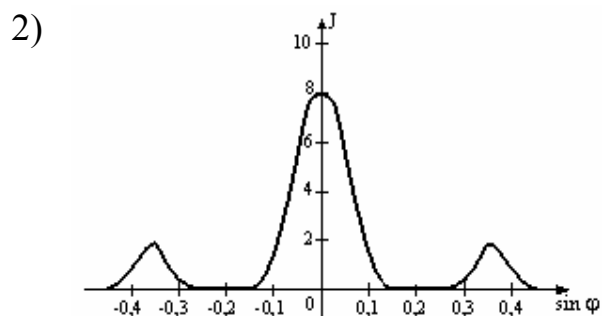
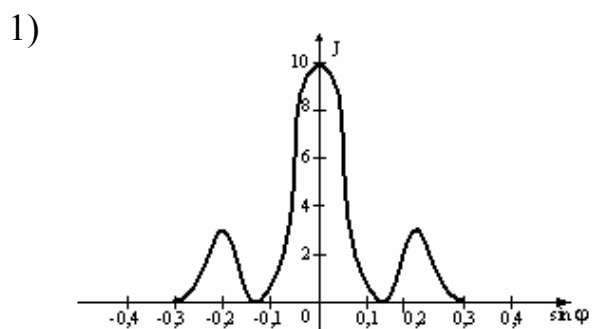
6. Каково условие главных минимумов при дифракции на решетке?

- 1) $\Delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$; 2) $b \sin \varphi = k\lambda$;
 3) $d \sin \varphi = k\lambda$; 4) $d \sin \varphi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$.

7. Условие максимума в дифракционной картине, полученной с помощью решетки, $d \sin \varphi = k\lambda$. Чем является k в этой формуле?

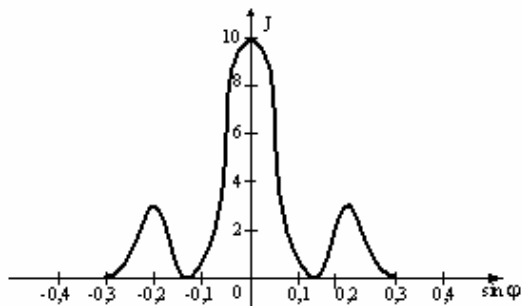
- 1) целым числом; 2) четным числом;
 3) нечетным числом; 4) дробным числом.

8. Одна и та же дифракционная решетка освещается различными монохроматическими излучениями с различными интенсивностями. Какой рисунок соответствует случаю освещения светом с наибольшей частотой? (J – интенсивность света, φ – угол дифракции).

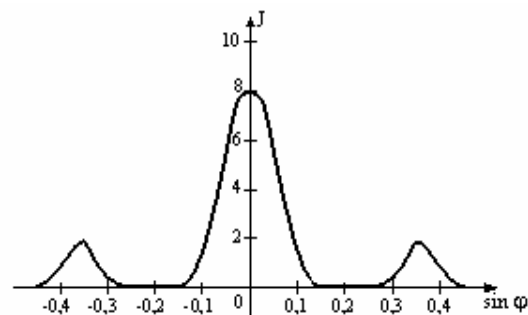


9. Одна и та же дифракционная решетка освещается различными монохроматическими излучениями с разными интенсивностями. Какой рисунок соответствует случаю освещения светом с наибольшей длиной волны? (J – интенсивность света, φ – угол дифракции).

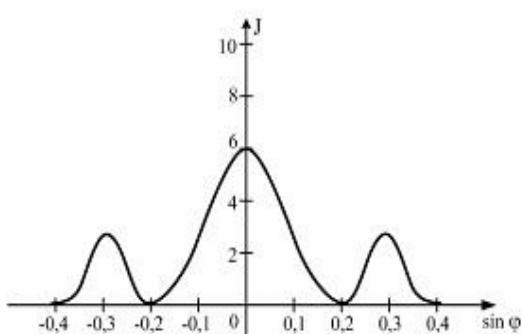
1)



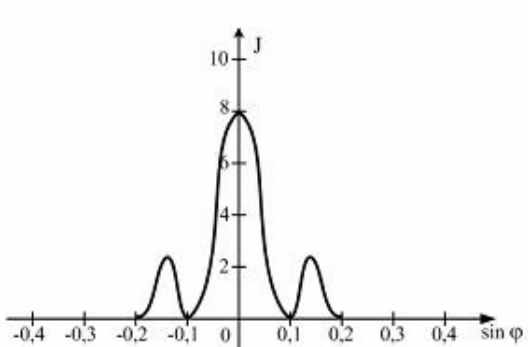
2)



3)



4)



10. Для каких лучей угол дифракции в спектре k -го порядка наибольший?

- 1) фиолетовых; 2) зеленых; 3) красных; 4) желтых.

11. Дифракционная решетка освещается зеленым светом. Что произойдет с картиной дифракционного спектра на экране при освещении решетки красным светом?

- 1) сузится; 2) расширится;
3) исчезнет; 4) не изменится;
5) ответ неоднозначный, т.к. зависит от параметров решетки.

12. Чему равна разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний в центре экрана от двух соседних зон Френеля?

- 1) $\Delta\varphi = \pi$ 2) $\Delta\varphi = 2\pi$ 3) $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ 4) $\Delta\varphi = \frac{\pi}{4}$

13. Отверстие оставляет открытой одну зону Френеля, амплитуда колебаний которой в центре экрана равна A_1 . Чему равна амплитуда результирующих колебаний в центре экрана?

- 1) $A = \frac{A_1}{2}$; 2) $A = A_1$; 3) $A = \frac{A_1}{4}$; 4) $A = 2A_1$.

14. Отверстие оставляет открытыми две зоны Френеля, амплитуды колебаний которых в центре экрана равны A_1 и A_2 . Чему равна амплитуда результирующего колебания в центре экрана?

- 1) $A = 0$; 2) $A = 2A_2$; 3) $A = A_1 + A_2$; 4) $A = 2A_1$.

15. Щель освещается белым светом. Какой цвет имеет центральный максимум?

- 1) белый; 2) красный; 3) фиолетовый; 4) желтый.

16. Дифракционная решетка освещается белым светом. Какой цвет имеет центральный максимум?

- 1) белый; 2) красный; 3) фиолетовый; 4) желтый.

17. Дифракционная решетка освещается белым светом. Максимумы какого цвета ближе расположены к центру дифракционной картины?

- 1) зеленого; 2) красного; 3) фиолетового; 4) желтого.

18. Дифракционная решетка освещается белым светом. Максимумы какого цвета дальше расположены от центра дифракционной картины?

- 1) зеленого; 2) красного; 3) фиолетового; 4) желтого.

19. Дифракционная картина наблюдается на непрозрачном диске, закрывающем 5 зон Френеля. Что наблюдается в центре дифракционной картины?

- 1) тень от диска; 2) максимум интенсивности;
3) светлое пятно; 4) минимум интенсивности.

20. Отверстие оставляет открытыми три зоны Френеля, амплитуды колебаний которых в центре экрана равны A_1 , A_2 и A_3 . Чему равна амплитуда результирующего колебания в центре экрана?

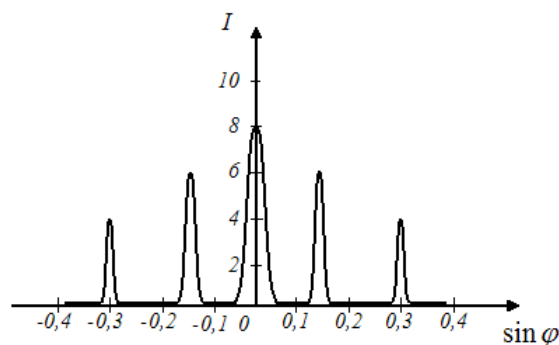
- 1) $A = A_1 - A_2 + A_3$; 2) $A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_3}{2}$;
3) $A = A_1 + A_2 + A_3$; 4) $A = \frac{A_1}{2} - \frac{A_2}{2} + \frac{A_3}{2}$.

Задачи для самостоятельного решения

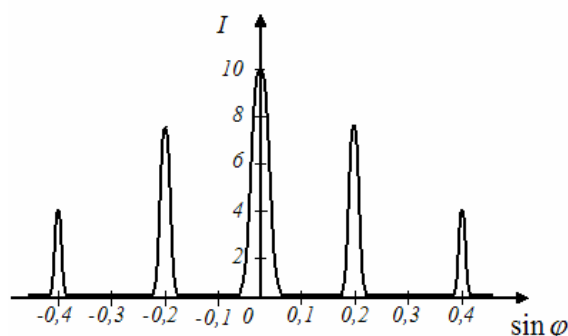
1. Постоянная дифракционной решетки равна 2 мкм. Каков наибольший порядок спектра для желтой линии натрия, соответствующей длине волны 589 нм?

2. На дифракционную решетку по нормали к ее поверхности падает плоская световая волна с длиной волны λ . Каков наибольший порядок максимума, наблюдаемого в фокальной плоскости собирающей линзы, если постоянная решетки $d = 4,5\lambda$?

3. При дифракции на дифракционной решетке с периодом, равным 0,004 мм, наблюдается зависимость интенсивности монохроматического излучения от синуса угла дифракции, представленная на рисунке (изображены только главные максимумы). Чему равна длина волны монохроматического излучения?



4. При дифракции на дифракционной решетке наблюдается зависимость интенсивности излучения с длиной волны 400 нм от синуса угла дифракции, представленная на рисунке (изображены только главные максимумы). Чему равно количество штрихов на 1 мм длины решетки?



5. Сколько штрихов содержит дифракционная решетка длиной 1 см, если при нормальном падении на нее света с длиной волны 0,5 мкм максимум второго порядка наблюдается под углом 30° ?

6. Дифракционная решетка содержит 500 штрихов на 1 мм. Какова длина волны падающего света, если второй дифракционный максимум наблюдается под углом 30° ?

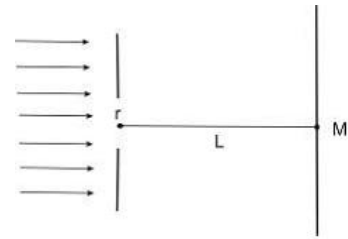
7. Дифракционная решетка содержит 500 штрихов на 1 мм. Длина волны падающего света равна 500 нм. Под каким углом наблюдается третий дифракционный минимум?

8. Определите число штрихов на 1 мм дифракционной решетки, если углу $\frac{\pi}{2}$ соответствует максимум пятого порядка для монохроматического света с длиной волны 0,5 мкм.

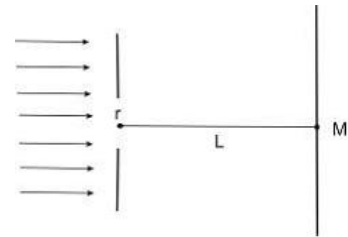
9. Дифракционная решетка содержит 500 штрихов на 1 мм. Какова длина волны падающего света, если первый дифракционный минимум наблюдается под углом 30° ?

10. Дифракционная решетка содержит 500 штрихов на 1 мм. Длина волны падающего света равна 760 нм. Под каким углом наблюдается первый дифракционный максимум?

11. На диафрагму с круглым отверстием радиусом 2 мм падает нормально параллельный пучок света длиной волны 0,5 мкм. На пути лучей, прошедших через отверстие, на расстоянии 1 м помещают экран. Сколько зон Френеля укладывается в отверстие диафрагмы для т.М?



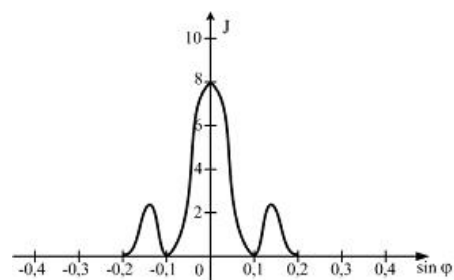
12. На диафрагму с круглым отверстием радиусом 1 мм падает нормально параллельный пучок света длиной волны 0,5 мкм. На пути лучей, прошедших через отверстие, на расстоянии 1 м помещают экран. Сколько зон Френеля укладывается в отверстие диафрагмы для т.М? Что будет наблюдаться в центре экрана в т.М?



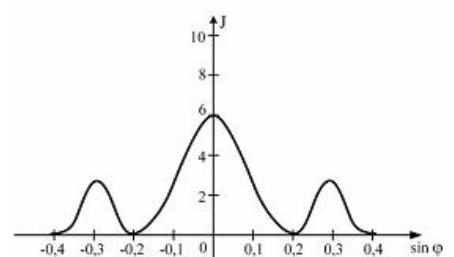
13. Плоская световая волна с длиной волны 0,6 мкм падает на диафрагму со щелью шириной 10^{-5} м. Определите, под каким углом к первоначальному распространению света будут открыты семь зон Френеля. Минимум или максимум интенсивности будет при этом наблюдаться на экране за диафрагмой?

14. Определите расстояние от точки наблюдения до отверстия, если отверстие открывает: 1) две зоны Френеля, 2) три зоны Френеля.

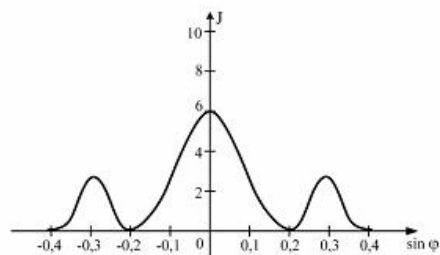
15. При наблюдении дифракции на щели получена зависимость интенсивности монохроматического излучения длиной волны 500 нм от синуса угла дифракции (см. рисунок). Найдите ширину щели.



16. На узкую щель шириной b падает нормально плоская световая волна длиной λ . На рисунке схематически представлена зависимость интенсивности света от синуса угла дифракции. Чему равно отношение $\frac{b}{\lambda}$?



17. На узкую щель шириной b падает нормально плоская световая волна длиной λ . На рисунке схематически представлена зависимость интенсивности света от синуса угла дифракции. Расстояние от щели до экрана составляет 0,5 м. Чему равна ширина центрального максимума (в см)? (Учсть, что $\sin \varphi \approx \text{tg} \varphi$.)



1.3. Поляризация света

Основные формулы

- Угол полной поляризации отраженного света (угол Брюстера)

$$i_B = \text{arctg} n_{21},$$

где i_B – угол падения, при котором отраженная световая волна полностью поляризована; n_{21} – показатель преломления вещества, от поверхности которого происходит отражение относительно среды, откуда падает луч.

- Формула Френеля:

$$I = \frac{1}{2} I_0 \left[\frac{\sin^2(i - r)}{\sin^2(i + r)} + \frac{\text{tg}^2(i - r)}{\text{tg}^2(i + r)} \right],$$

где I – интенсивность света, отраженного от поверхности диэлектрика; I_0 – интенсивность естественного света, падающего на поверхность диэлектрика; i – угол падения лучей; r – угол преломления.

- Закон Малюса:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi,$$

где I_0 – интенсивность света, прошедшего через поляризатор; I – интенсивность света, вышедшего из анализатора; φ – угол между плоскостями поляризации поляризатора и анализатора.

- Степень поляризации

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где I_{\max} и I_{\min} – максимальная и минимальная интенсивности частично-поляризованного света, пропускаемого анализатором.

• Коэффициент отражения света при нормальном падении на границу раздела сред:

$$\rho = \frac{(n - 1)^2}{(n + 1)^2}.$$

- Угол вращения плоскости поляризации в сахарном растворе

$$\varphi = \alpha cl,$$

где φ – угол поворота плоскости поляризации; c – концентрация сахарного раствора; l – длина трубки с раствором; α – удельное вращение сахарного раствора (величина, численно равная углу поворота плоскости поляризации при концентрации раствора, равной единице, если длина трубки равна 1 дм).

Примеры решения задач

Пример 1. Луч естественного света отражается от плоского стеклянного дна сосуда, наполненного водой. Каков должен быть угол падения луча, чтобы отраженный луч был максимально поляризован? Абсолютный показатель преломления стекла $n_{ст} = 1,52$, воды – $n_{в} = 1,33$.

Дано:

$$n_{ст} = 1,52$$

$$n_{в} = 1,33$$

$$i_{Б} - ?$$

Решение

По закону Брюстера отраженный луч максимально поляризован при условии, что

$$\operatorname{tg} i_{Б} = n_{21}.$$

По условию задачи луч отражается от стекла в воду, следовательно

$$n_{21} = \frac{n_{ст}}{n_{в}}.$$

Тогда

$$\operatorname{tg} i_{Б} = \frac{n_{ст}}{n_{в}} = \frac{1,52}{1,33} = 1,14.$$

$$i_{Б} = \operatorname{arctg} 1,14 = 48^{\circ}48'.$$

Ответ: $i_{Б} = 48^{\circ}48'$.

Пример 2. Естественный луч света падает на плоскопараллельную стеклянную пластинку. Угол падения равен углу полной поляризации. Какую часть интенсивности падающего естественного света составит при этом интенсивность отраженного луча? Показатель преломления стекла $n_{ст} = 1,52$.

Дано:

$$n_{ст} = 1,52$$

$$i = i_{Б}$$

$$\frac{I}{I_0} - ?$$

Решение

Согласно формуле Френеля интенсивность света I , отраженного от поверхности диэлектрика,

$$I = \frac{1}{2} I_0 \left[\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} + \frac{\operatorname{tg}^2(i-r)}{\operatorname{tg}^2(i+r)} \right], \quad (1)$$

где I_0 – интенсивность естественного света, падающего на поверхность диэлектрика; i – угол падения лучей; r – угол преломления.

При угле падения i , равном углу полной поляризации i_B , отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны, поэтому

$$i_B + r = \frac{\pi}{2}.$$

В этом случае формула (1) приобретает вид

$$I = \frac{1}{2} I_0 \sin^2(i_B - r),$$

поэтому

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{2} \sin^2(i_B - r).$$

Согласно закону Брюстера

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21},$$

откуда

$$i_B = \operatorname{arctg} 1,52 = 56^\circ 40', \quad r = 90^\circ - 56^\circ 40' = 33^\circ 20'.$$

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{2} \sin^2 33^\circ 20' = 0,078.$$

Ответ: $\frac{I}{I_0} = 0,078.$

Пример 3. На пути плоскополяризованного луча света поместили пластинку кварца, вырезанную параллельно оптической оси кристалла. Какой толщины должна быть пластинка, для того чтобы образующаяся разность хода между обыкновенными и необыкновенными лучами составила $1/4$ длины волны желтого света ($\lambda = 0,589$ мкм)? Максимальный показатель преломления необыкновенного луча данной длины волны $n_n = 1,553$, показатель преломления обыкновенного луча для кварца $n_o = 1,543$.

Дано:

$$\lambda = 0,589 \text{ мкм} = 0,589 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$n_n = 1,553$$

$$n_o = 1,543$$

$$\Delta = \frac{\lambda}{4}$$

$$l - ?$$

Решение

Попадая в пластинку из кварца, поляризованный свет распространяется в ней как два луча: обыкновенный и необыкновенный.

Эти лучи поляризованы в двух взаимно перпендикулярных плоскостях.

Оба луча идут в одном и том же направлении, но с разными скоростями.

Различие в скоростях будет максимальным, так как по условию лучи распространяются в пластинке перпендикулярно оси кристалла.

Оптическая разность хода лучей

$$\Delta = ln_n - ln_0 = l(n_n - n_0), \quad (1)$$

где l – толщина кварцевой пластинки; n_n – максимальное значение показателя преломления необыкновенного луча; n_0 – показатель преломления обыкновенного луча данной длины волны для кварца.

Из формулы (1) выразим толщину пластинки

$$l = \frac{\Delta}{n_n - n_0} = \frac{\lambda}{4 \cdot (n_n - n_0)}.$$

$$l = \frac{0,589 \cdot 10^{-6}}{4(1,553 - 1,544)} = 14,7 \text{ мкм.}$$

Ответ: $l = 14,7$ мкм.

Пример 4. Какой процент первоначальной интенсивности сохранится после прохождения света через два николя, если угол между плоскостями поляризации их составляет $\varphi = 75^\circ$ и каждый из николей в отдельности поглощает 5% падающего на него света?

Дано:

$$\varphi = 75^\circ$$

$$\frac{\Delta I}{I} = 0,05$$

$$\frac{I}{I_0} = ?$$

Решение

Интенсивность света, прошедшего через первый николю,

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 \cdot 0,95,$$

где I_0 – первоначальная интенсивность света, падающего на первый николю (поляризатор).

Согласно закону Малюса интенсивность света, прошедшего через анализатор, равна

$$I_2 = I_1 \cdot \cos^2 \varphi.$$

Но так как и во втором николе (анализаторе) происходит ослабление интенсивности на 5%, то свет, прошедший через оба николя, будет иметь интенсивность

$$I = \frac{1}{2} I_0 \cdot 0,95 \cdot \cos^2 75^\circ \cdot 0,95 = 0,03 I_0.$$

Поэтому

$$\frac{I}{I_0} = 3\%.$$

Ответ: $\frac{I}{I_0} = 3\%.$

Тесты

1. Что такое поляризация?

- 1) явление зависимости показателя преломления среды от длины волны;
- 2) явление огибания волнами препятствий и захождение в область геометрической тени;
- 3) явление наложения падающей и отраженной волн, в результате чего образуются стоячие волны;
- 4) явление, при котором колебания светового вектора каким-либо образом упорядочены (линейно, эллиптически, циркулярно).

2. Поляризация света доказывает, что свет – это...

- 1) поток заряженных частиц;
- 2) поток электрически нейтральных частиц;
- 3) поперечная волна;
- 4) продольная волна.

3. Что можно сказать о колебаниях вектора \vec{E} в луче естественного света?

- 1) колебания вектора \vec{E} происходят строго в одной плоскости;
- 2) колебания вектора \vec{E} происходят во всевозможных направлениях;
- 3) колебания вектора \vec{E} происходят с различными частотами, амплитудами и фазами;
- 4) колебания вектора \vec{E} происходят с одинаковыми частотами.

4. Естественный свет проходит через стеклянную пластинку и частично поляризуется. Как изменится степень поляризации света, если на пути света поставить еще одну такую же пластинку?

- 1) уменьшится
- 2) увеличится;
- 3) не изменится.

5. Что называется плоскостью поляризации?

- 1) плоскость колебаний светового вектора (напряженности электрического поля световой волны);

2) плоскость колебаний вектора напряженности магнитного поля световой волны;

3) плоскость, в которой лежат отраженный луч, преломленный луч и перпендикуляр к точке падения;

4) плоскость, перпендикулярная вектору скорости световой волны, в которой происходят колебания векторов напряженности электрического и напряженности магнитного полей.

6. Что называется плоскостью колебаний?

1) плоскость колебаний светового вектора (напряженности электрического поля световой волны);

2) плоскость колебаний вектора напряженности магнитного поля световой волны;

3) плоскость, в которой лежат отраженный луч, преломленный луч и перпендикуляр к точке падения;

4) плоскость, перпендикулярная вектору скорости световой волны, в которой происходят колебания векторов напряженности электрического и напряженности магнитного полей.

7. Что представляет собой явление двойного лучепреломления?

1) раздваивание каждого падающего луча на границе двух диэлектриков;

2) раздваивание каждого падающего луча в прозрачных кристаллах, кроме кристаллов кубической формы;

3) отражение падающего луча от верхней и нижней поверхности прозрачной пленки;

4) отражение при падении света из оптически более плотной среды в оптически менее плотную при углах падения от $\alpha_{\text{пр}}$ до $\frac{\pi}{2}$.

8. Какая формула выражает закон Брюстера?

1) $\text{tg}(i_{\text{пр}}) = n$; 2) $I = I_0 \cos^2 \alpha$;

3) $\text{tg}(i) = n$; 4) $\text{tg}(i) = \frac{1}{n}$.

9. Какая формула выражает закон Малюса?

1) $\text{tg}(i_{\text{пр}}) = n$; 2) $I = I_0 \cos^2 \alpha$;

3) $\text{tg}(i) = n$; 4) $D = \frac{dn}{d\lambda}$.

10. Пучок естественного света проходит через два идеальных поляризатора. Интенсивность естественного света равна I_0 , угол между плоскостями пропускания поляризаторов равен φ . Чему равна интенсивность света после первого поляризатора?

- 1) $I = \frac{I_0}{2}$; 2) $I = \frac{I_0}{2} \cos^2 \varphi$;
3) $I = I_0$; 4) $I = I_0 \cos^2 \varphi$.

11. Плоскополяризованный свет падает на анализатор. Какие изменения происходят с лучом при вращении анализатора вокруг направления луча?

- 1) в соответствии с законом Малюса изменяется интенсивность света;
2) изменяется направление плоскости колебаний;
3) изменяется направление плоскости поляризации;
4) интенсивность выходящего луча не изменяется.

12. Естественный свет падает на границу раздела двух диэлектриков под углом Брюстера. Что можно сказать об отраженном луче?

- 1) частично поляризован;
2) плоскополяризован;
3) полностью поляризован в плоскости падения;
4) с преломленным лучом составляет угол 90° .

13. На идеальный поляризатор падает свет интенсивности I_0 от обычного источника. Как меняется интенсивность света за поляризатором при его вращении вокруг направления распространения луча?

- 1) меняется от I_{\min} до I_{\max} ; 2) меняется от I_0 до I_{\max} ;
3) не меняется и равна I_0 ; 4) не меняется и равна $\frac{1}{2} I_0$.

14. Естественный свет падает на границу раздела двух диэлектриков под углом Брюстера. Что при этом происходит?

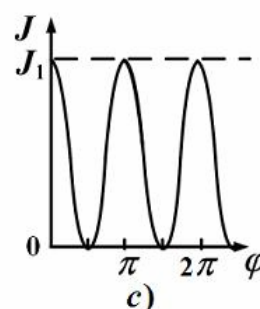
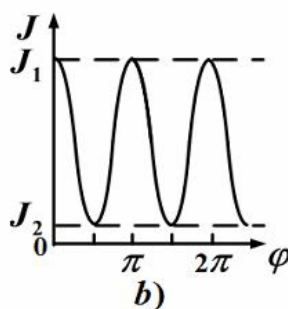
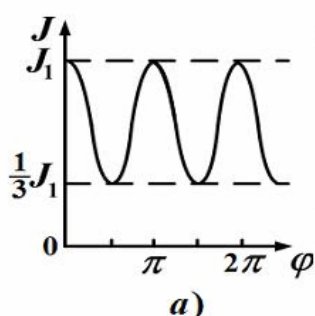
- 1) двойное лучепреломление;
2) поворот плоскости поляризации;
3) поляризация отраженного и преломленного лучей;
4) дисперсия света.

15. На диэлектрическое зеркало под углом Брюстера падает луч естественного света. Укажите верные утверждения.

- 1) оба луча не поляризованы;

- 2) отраженный луч поляризован частично;
- 3) преломленный луч полностью поляризован;
- 4) отраженный луч полностью поляризован.

16. На рисунке представлены графики зависимости интенсивности J света, прошедшего через поляризатор, от угла поворота φ поляризатора для трех разных световых пучков. Укажите верное для данных графиков соотношение степеней поляризации падающих на поляризатор световых волн:



- 1) $P_a < P_b < P_c$;
- 2) $P_a = P_b < P_c$;
- 3) $P_a > P_b > P_c$;
- 4) $P_a < P_b = P_c$.

17. Что такое дисперсия?

- 1) явление зависимости показателя преломления среды от длины волны;
- 2) явление огибания волнами препятствий и захождение в область геометрической тени;
- 3) явление, при котором колебания светового вектора каким-либо образом упорядочены (линейно, эллиптически, циркулярно);
- 4) явление наложения в пространстве двух или нескольких когерентных волн, в результате чего происходит пространственное перераспределение светового потока.

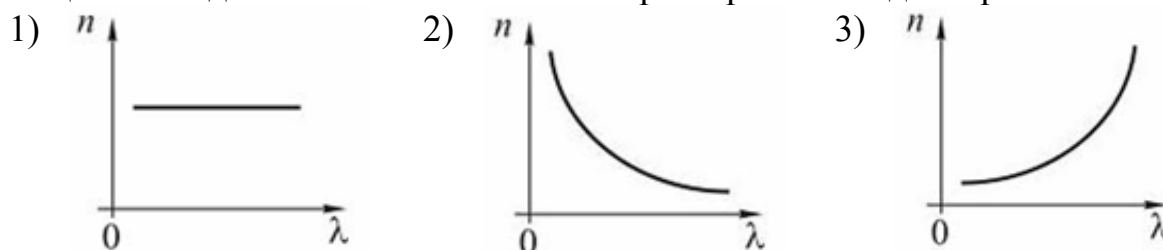
18. Чем обусловлено разложение белого света в спектр при прохождении через призму?

- 1) интерференцией света;
- 2) дисперсией света;
- 3) отражением света;
- 4) дифракцией света.

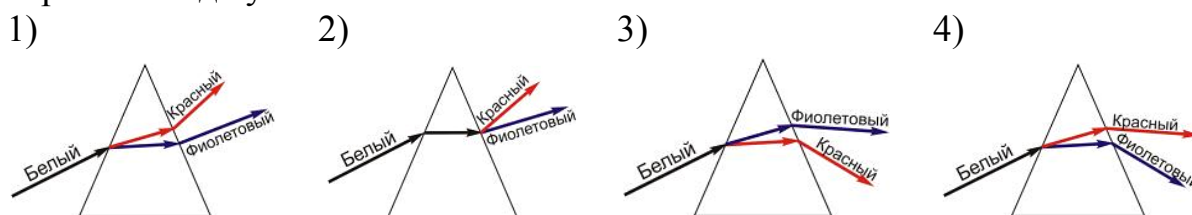
19. Каким явлением объясняется радуга на небе?

- 1) дисперсией света;
- 2) дифракцией света;
- 3) интерференцией света;
- 4) поляризацией света.

20. На каком рисунке отражена зависимость показателя преломления n вещества от длины световой волны λ при нормальной дисперсии?



21. В стеклянной призме происходит разложение белого света в спектр. На рисунках представлен ход лучей в призме. Какой рисунок правильно отражает ход лучей?



22. Разложение пучка солнечного света в спектр при прохождении его через призму объясняется тем, что свет состоит из набора электромагнитных волн разной длины, которые, попадая в призму,...

- 1) движутся с разной скоростью;
- 2) имеют одинаковую частоту;
- 3) поглощаются в разной степени;
- 4) имеют одинаковую длину волны.

23. На переднюю грань прозрачной стеклянной призмы падают параллельные друг другу зеленый и красный лучи. Каков ход этих лучей после прохождения призмы?

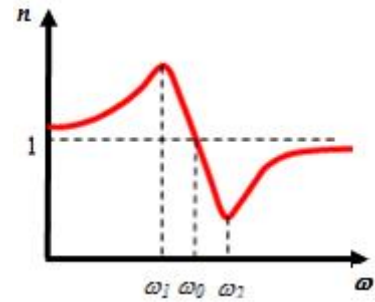
- 1) они останутся параллельными;
- 2) они разойдутся так, что не будут пересекаться;
- 3) они пересекутся;
- 4) ответ зависит от сорта стекла.

24. Показатель преломления воды для красного света равен 1,329, а для голубого – 1,337. Какое явление наблюдается в связи с этим при прохождении света в воде?

- 1) нормальная дисперсия;
- 2) аномальная дисперсия;
- 3) оптическая активность;
- 4) поляризация.

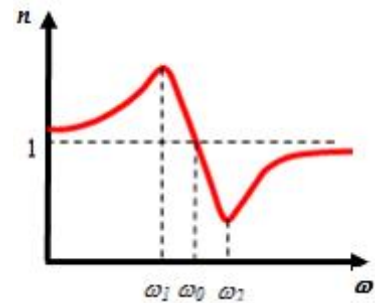
25. На рисунке изображена дисперсионная кривая для некоторого вещества. Для какого диапазона частот наблюдается интенсивное поглощение света?

- 1) от ω_1 до ω_2 ; 2) от 0 до ω_1 ;
- 3) от ω_1 до ω_0 ; 4) от ω_2 до ∞ .



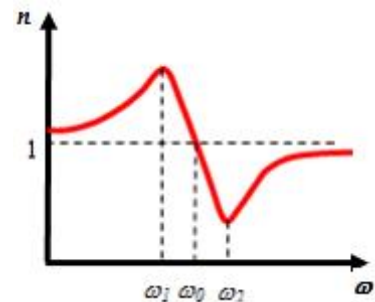
26. Кривая дисперсии в области одной из полос поглощения имеет вид, показанный на рисунке. Для какого диапазона частот наблюдается нормальная дисперсия?

- 1) $\omega_1 < \omega < \omega_2$; 2) $\omega < \omega_1$;
- 3) $\omega < \omega_1, \omega > \omega_2$; 4) $\omega > \omega_2$.

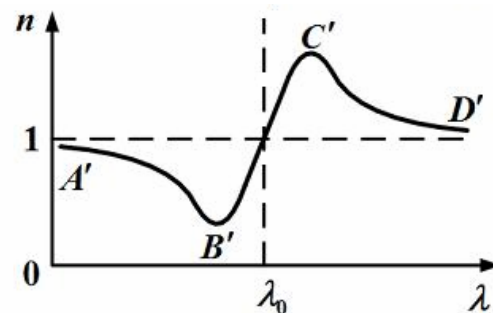
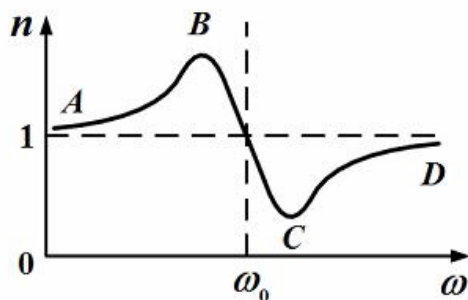


27. На рисунке изображена дисперсионная кривая для некоторого вещества. Для какого диапазона частот наблюдается аномальная дисперсия?

- 1) от ω_1 до ω_2 ; 2) от 0 до ω_1 ;
- 3) от ω_1 до ω_0 ; 4) от ω_2 до ∞ .



28. Графики дисперсионных кривых зависимостей показателя преломления среды от частоты ω и длины волны λ света имеют вид, представленный на рисунках:

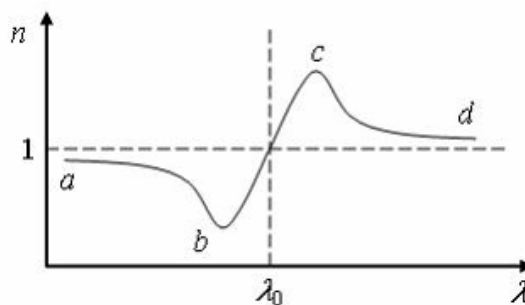


Чему соответствуют участки кривых AB и $C'D'$?

- 1) AB и $C'D'$ – нормальной дисперсии;
- 2) AB и $C'D'$ – аномальной дисперсии;
- 3) AB – аномальной дисперсии, $C'D'$ – нормальной дисперсии;
- 4) AB – нормальной дисперсии, $C'D'$ – аномальной дисперсии.

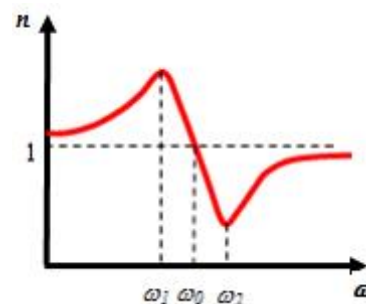
29. Кривая дисперсии в области одной из полос поглощения имеет вид, показанный на рисунке. Каково соотношение между фазовой v и групповой u скоростями для участка bc ?

- 1) $u > v > c$; 2) $u > v$;
 3) $u < v$; 4) $u = v$.



30. Кривая дисперсии в области одной из полос поглощения имеет вид, показанный на рисунке. Для какой области частот групповая скорость u света в веществе больше фазовой скорости v ?

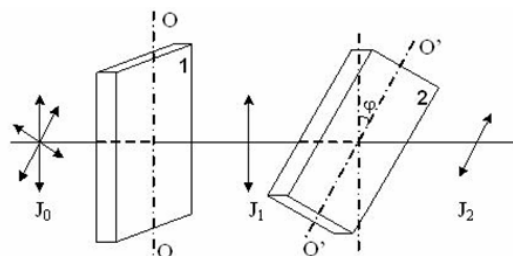
- 1) $\omega_1 < \omega < \omega_2$; 2) $\omega > \omega_2$;
 3) $\omega < \omega_1, \omega > \omega_2$; 4) $\omega < \omega_1$.



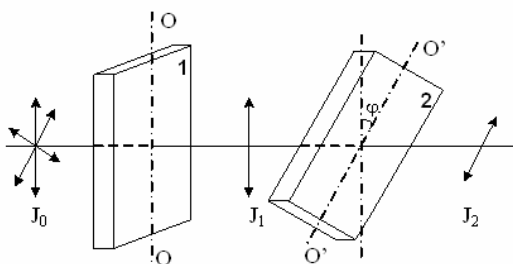
Задачи для самостоятельного решения

1. Угол между плоскостями пропускания двух поляризаторов равен 45° . Как изменится интенсивность света, прошедшего через оба поляризатора, если угол увеличить в 2 раза?

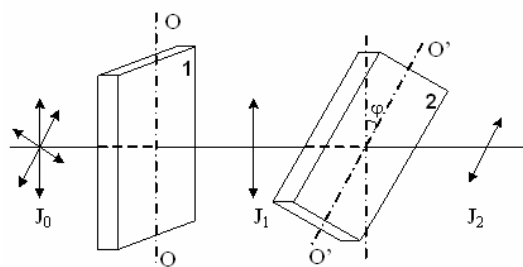
2. На пути естественного света помещены две пластинки турмалина. После прохождения пластинки 1 свет полностью поляризован. $J_2 = J_1$, где J_1 и J_2 – интенсивности света, прошедшего пластинки 1 и 2 соответственно. Чему равен угол между направлениями OO и $O'O'$?



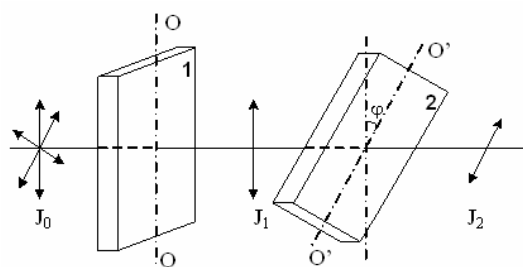
3. На пути естественного света помещены две пластины турмалина. После прохождения пластины 1 свет полностью поляризован. J_1 и J_2 – интенсивности света, прошедшего через пластинки 1 и 2 соответственно. Угол между направлениями OO и $O'O'$ $\phi = 60^\circ$. Каким соотношением связаны J_1 и J_2 ?



4. На пути естественного света помещены две пластины турмалина. После прохождения пластины 1 свет полностью поляризован. $J_2 = \frac{3}{4}J_1$, где J_1 и J_2 – интенсивности света, прошедшего через пластинки 1 и 2 соответственно. Чему равен угол между направлениями OO и $O'O'$?



5. На пути естественного света помещены две пластины турмалина. После прохождения пластины 1 свет полностью поляризован. J_0 – интенсивность естественного света, J_1 и J_2 – интенсивности света, прошедшего через пластинки 1 и 2 соответственно. Угол между направлениями OO и $O'O'$ $\varphi = 30^\circ$. Каким соотношением связаны J_2 и J_0 ?



6. Естественный свет проходит через два поляризатора, угол между главными плоскостями которых 30° . Во сколько раз изменится интенсивность света, прошедшего через эту систему, если угол между плоскостями поляризаторов увеличить в два раза?

7. Естественный свет падает на систему из 5 последовательно расположенных поляроидов, причем плоскость пропускания каждого последующего поляроида образует угол 30° с плоскостью пропускания предыдущего. Каким соотношением связана интенсивность света на выходе из системы с интенсивностью света на входе? Поглощением света в поляроидах пренебречь.

8. Естественный свет с интенсивностью J_0 падает на вход устройства, состоящего из двух скрещенных поляроидов. Между поляроидами поместили третий поляроид, ось которого составляет с осью первого угол α . Каково отношение интенсивности света, прошедшего через систему, к интенсивности падающего на систему света?

9. Анализатор в 2 раза уменьшает интенсивность линейно поляризованного света, проходящего к нему от поляризатора. Если между поляризатором и анализатором поместить кварцевую пластинку, то свет через такую систему проходить не будет. На какой угол при этом кварцевая пластинка поворачивает плоскость поляризации?

10. Пластинку из оптически активного вещества толщиной $d = 2$ мм поместили между параллельными николями, в результате чего плоскость поляризации монохроматического света повернулась на угол $\varphi = 30^\circ$. При какой минимальной толщине (в мм) пластинки поле зрения поляриметра станет совершенно темным?

11. Пластинку из оптически активного вещества толщиной $d = 1$ мм поместили между параллельными николями, в результате чего плоскость поляризации монохроматического света повернулась на угол $\varphi = 60^\circ$. При какой минимальной толщине (в мм) пластинки поле зрения поляриметра станет совершенно темным?

12. Кварцевую пластинку толщиной 3 мм, вырезанную перпендикулярно оптической оси, поместили между двумя поляризаторами. Определите постоянную вращения кварца для красного света, если его интенсивность после прохождения этой системы максимальна, когда угол между главными плоскостями поляризаторов 45° .

13. Раствор сахара с концентрацией $0,25$ г/см³ толщиной 18 см поворачивает плоскость поляризации монохроматического света на угол 30° . Другой раствор толщиной 16 см поворачивает плоскость поляризации этого же света на угол 24° . Определите концентрацию сахара во втором растворе.

14. При падении света из воздуха на диэлектрик отраженный луч полностью поляризован. Угол падения 60° . Чему равен угол преломления?

15. При падении света из воздуха на диэлектрик отраженный луч полностью поляризован. Угол преломления равен 30° . Чему равен показатель преломления диэлектрика?

16. Естественный свет падает на кристалл алмаза под углом полной поляризации. Найдите угол преломления света.

17. Определите угол полной поляризации при отражении света от диэлектрика, показатель преломления которого равен $\sqrt{3}$.

18. Угол Брюстера при падении света из воздуха на диэлектрик равен 60° . Чему равна скорость света в диэлектрике?

19. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности воды, были максимально поляризованы?

20. Для того чтобы уменьшить блеск водной поверхности озера, обусловленный отражением от нее солнечных лучей, применяют солнцезащитные очки с поляроидами. Под каким углом к горизонту находится Солнце, если отраженные солнечные лучи от поверхности озера полностью гасятся поляроидом? Как при этом ориентирована плоскость пропускания поляроида? Показатель преломления воды равен 1,33.

21. Естественный свет падает на поверхность диэлектрика под углом полной поляризации. Коэффициент отражения света равен 0,92. Найдите степень поляризации преломленного луча.

22. Естественный свет падает на поверхность диэлектрика под углом полной поляризации. Коэффициент пропускания света равен 0,085. Найдите степень поляризации преломленного луча.

23. Естественный свет падает на поверхность диэлектрика под углом полной поляризации. Степень поляризации преломленного луча составляет 0,09. Найдите коэффициент отражения света.

24. Естественный свет проходит через два поляризатора, угол между главными плоскостями которых 30° . Во сколько раз уменьшится интенсивность света после прохождения этой системы? Считать, что каждый поляризатор отражает и поглощает 10 % падающего на него света.

25. Чему равен угол между главными плоскостями двух поляризаторов, если интенсивность света, прошедшего через них, уменьшилась в 5,3 раза? Считать, что каждый поляризатор отражает и поглощает 13 % падающего на них света.

26. Измерение дисперсии показателя преломления оптического стекла дало $n_1 = 1,528$ для $\lambda_1 = 0,434$ мкм и $n_2 = 1,523$ для $\lambda_2 = 0,486$ мкм. Вычислить отношение групповой скорости к фазовой для света с длиной волны 0,434 мкм.

27. Вычислить групповую и фазовую скорости света с длиной волны 643,8 нм в воде, если известно, что показатель преломления для этой длины волны равен 1,3314, а для волны длиной 656,3 нм он равен 1,3311.

28. Вычислить разницу между фазовой и групповой скоростью для света с длиной волны 0,768 мкм в стекле, если известно, что показатель преломления для этой длины волны равен 1,511, а для волны длиной 0,656 мкм он равен 1,514.

29. Найти отношение групповой скорости к фазовой для света с длиной волны 0,6 мкм в среде с показателем преломления 1,5 и дисперсией $-5 \cdot 10^4 \text{ м}^{-1}$.

2. КВАНТОВООПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ. ФИЗИКА АТОМА

2.1. Законы теплового излучения

Основные формулы

- Закон Стефана – Больцмана:

Энергетическая светимость абсолютно черного тела M_e^0 (энергия, излучаемая в единицу времени единицей поверхности абсолютно черного тела) прямопропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры:

$$M_e^0 = \sigma T^4,$$

где T – термодинамическая температура; σ – постоянная Стефана – Больцмана ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$).

Если излучаемое тело не является абсолютно черным, то

$$M_e = k\sigma T^4,$$

где k – коэффициент черноты ($k < 1$).

- Первый закон Вина (закон смещения):

Длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения, обратно пропорциональна абсолютной температуре тела:

$$\lambda_m = \frac{b_1}{T},$$

где λ_m – длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения; $b_1 = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ – первая постоянная Вина.

- Второй закон Вина:

Максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела прямо пропорционален пятой степени абсолютной температуры:

$$M_{e,\lambda_{\max}}^0 = b_2 T^5,$$

где $b_2 = 1,29 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/м}^3 \cdot \text{К}^5$.

- Формула Планка:

$$M_{e,\lambda}^0 = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k T}} - 1},$$

где h – постоянная Планка ($h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$); k – постоянная Больцмана ($k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$); c – скорость света в вакууме ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$).

Примеры решения задач

Пример 1. Какую мощность излучает Солнце? Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела. Температура поверхности Солнца 5800 К, его радиус $6,95 \cdot 10^5$ км.

Дано:

$$T = 5800 \text{ К}$$

$$R = 6,95 \cdot 10^8 \text{ м}$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$$

$$N - ?$$

Решение

Мощность излучения

$$\Phi_e = M_e \cdot S.$$

Согласно закону Стефана – Больцмана энергетическая светимость

$$M_e^0 = \sigma \cdot T^4.$$

Площадь поверхности Солнца

$$S = 4\pi R^2,$$

тогда

$$\Phi_e = \sigma T^4 4\pi R^2.$$

$$\Phi_e = 4 \cdot 3,14 \cdot (6,95 \cdot 10^8)^2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 5800^4 = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ Вт}.$$

$$\text{Ответ: } \Phi_e = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ Вт}.$$

Пример 2. Мощность излучения абсолютно черного тела 34 кВт, а площадь его поверхности $0,6 \text{ м}^2$. Определите температуру этого тела.

Дано:

$$\Phi_e = 34 \text{ кВт} = 34 \cdot 10^3 \text{ Вт}$$

$$S = 0,6 \text{ м}^2$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$$

$$T - ?$$

Решение

Мощность излучения

$$\Phi_e = M_e^0 \cdot S.$$

По закону Стефана-Больцмана

$$M_e^0 = \sigma \cdot T^4, \text{ тогда } \Phi_e = \sigma T^4 S.$$

Выразим температуру тела:

$$T = \sqrt[4]{\frac{\Phi_e}{\sigma S}}$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{34 \cdot 10^3}{5,76 \cdot 10^{-8} \cdot 0,6}} = 1000 \text{ К}.$$

$$\text{Ответ: } T = 1000 \text{ К}.$$

Пример 3. Мощность излучения абсолютно черного тела 10 кВт. Найдите площадь излучающей поверхности, если максимум спектральной плотности его энергетической светимости приходится на длину волны 700 нм.

Дано:
 $\Phi_e = 10 \text{ кВт} = 10^4 \text{ Вт}$
 $\lambda_{\text{max}} = 700 \text{ нм} = 7 \cdot 10^{-7} \text{ м}$
 $S - ?$

Решение
 Мощность излучения тела
 $\Phi_e = M_e^0 \cdot S$.
 Энергетическая светимость абсолютно черного тела

$$M_e^0 = \sigma \cdot T^4, \text{ тогда } \Phi_e = \sigma T^4 S.$$

По первому закону Вина $\lambda_{\text{max}} = \frac{b_1}{T}$, откуда $T = \frac{b_1}{\lambda_{\text{max}}}$.

Тогда
$$\Phi_e = S \cdot \sigma \cdot \left(\frac{b_1}{\lambda_{\text{max}}} \right)^4.$$

Выразим площадь излучающей поверхности

$$S = \frac{\Phi_e}{\sigma \left(\frac{b_1}{\lambda_{\text{max}}} \right)^4}.$$

$$S = \frac{10^4}{5,67 \cdot 10^{-8} \left(\frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{7 \cdot 10^{-7}} \right)^4} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Ответ: $S = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

Пример 4. При нагревании абсолютно черного тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась с 690 до 500 нм. Во сколько раз увеличилась при этом энергетическая светимость тела?

Дано:
 $\lambda_1 = 690 \text{ нм} = 69 \cdot 10^{-8} \text{ м}$
 $\lambda_2 = 590 \text{ нм} = 50 \cdot 10^{-8} \text{ м}$
 $M_{e2} / M_{e1} - ?$

Решение
 По первому закону Вина длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости тела:

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{b_1}{T}, \quad (1)$$

откуда
$$T = \frac{b_1}{\lambda_{\text{max}}}. \quad (2)$$

Энергетическая светимость абсолютно черного тела

$$M_e = \sigma T^4. \quad (3)$$

Подставив выражение (2) в (3), получим:

$$M_e = \sigma \left(\frac{b_1}{\lambda_{\text{max}}} \right)^4. \quad (4)$$

Энергетическая светимость тела при температуре T_1 равна

$$M_{e1} = \sigma \left(\frac{b_1}{\lambda_{\max 1}} \right)^4,$$

а при температуре T_2

$$M_{e2} = \sigma \left(\frac{b_1}{\lambda_{\max 2}} \right)^4.$$

Отношение этих величин

$$\frac{M_{e2}}{M_{e1}} = \frac{\sigma \left(\frac{b_1}{\lambda_{\max 2}} \right)^4}{\sigma \left(\frac{b_1}{\lambda_{\max 1}} \right)^4} = \left(\frac{\lambda_{\max 1}}{\lambda_{\max 2}} \right)^4.$$

$$\frac{M_{e2}}{M_{e1}} = \left(\frac{690 \cdot 10^{-9}}{500 \cdot 10^{-9}} \right)^4 = 3,63$$

Ответ: $\frac{M_{e2}}{M_{e1}} = 3,63.$

Пример 5. Определите, в какой части солнечного спектра спектральная плотность энергетической светимости имеет максимальное значение. Как велико это значение? Температура поверхности Солнца 6000 К .

Дано:

$$T = 6000 \text{ К}$$

$$\lambda_{\max} - ?$$

$$M_{e,\lambda_{\max}}^0 - ?$$

Решение

Согласно закону смещения Вина длина волны, на которую приходится максимум излучательной способности абсолютно черного тела,

$$\lambda_{\max} = \frac{b_1}{T}.$$

$$\lambda_{\max} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{6000} = 0,482 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

Величину максимальной плотности энергетической светимости найдем, подставив в формулу Планка полученное значение λ_{\max} :

$$M_e^0 = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1};$$

$$M_{e,\lambda}^0 = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} (3 \cdot 10^8)^2}{(0,482 \cdot 10^{-6})^5} \cdot \frac{1}{\frac{6,63 \cdot 10^{-34} (3 \cdot 10^8)^2}{e^{0,482 \cdot 10^{-6} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 6000} - 1}} = 1,04 \cdot 10^{14} \text{ Вт/м}^3$$

Ответ: $\lambda_{\max} = 0,482 \cdot 10^{-6} \text{ м}$; $M_{e,\lambda}^0 = 1,04 \cdot 10^{14} \text{ Вт/м}^3$.

Тесты

1. Что такое тепловое излучение?

- 1) излучение, вызванное химическими реакциями;
- 2) излучение под действием падающего света;
- 3) излучение за счет энергии теплового движения атомов и молекул;
- 4) излучение, обусловленное ядерными реакциями.

2. Что называется энергетической светимостью тела?

- 1) энергия, излучаемая телом за 1 с при данной температуре;
- 2) энергия, излучаемая 1 м² тела за 1 с при данной температуре в интервале длин волн от λ_1 до λ_2 ;
- 3) энергия, излучаемая 1 м² тела за 1 с при данной температуре в интервале длин волн от 0 до ∞ ;
- 4) энергия, излучаемая телом за 1 с при данной температуре во всем мыслимом интервале длин волн.

3. Какая формула выражает спектральную плотность энергетической светимости реального тела?

- 1) $M_{e,\lambda} = \frac{\delta M_e}{d\lambda}$;
- 2) $M_e^0 = \int_0^{\infty} M_{e,\lambda}^0 d\lambda$;
- 3) $M_e = \int_0^{\infty} M_{e,\lambda} d\lambda$;
- 4) $M_{e,\lambda}^0 = \frac{M_{e,\lambda}}{\alpha_\lambda}$.

4. Укажите единицу измерения спектральной плотности энергетической светимости:

- 1) $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}$;
- 2) $\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2}$;
- 3) $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$;
- 4) $\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$.

5. Чему равна энергетическая светимость реального тела?

$$1) M_{e,\lambda} = \frac{\delta M_e}{d\lambda}; \quad 2) M_e^0 = \int_0^{\infty} M_{e,\lambda}^0 d\lambda;$$

$$3) M_e = \int_0^{\infty} M_{e,\lambda} d\lambda; \quad 4) M_{e,\lambda}^0 = \frac{M_{e,\lambda}}{\alpha_\lambda}.$$

6. Какое утверждение неверно выражает физический смысл интеграла

$\int_0^{\infty} M_{e,\lambda}^0 d\lambda$ ($M_{e,\lambda}^0$ – спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела)?

1) это энергетическая светимость абсолютно черного тела;

2) это максимальная спектральная плотность излучения абсолютно черного тела;

3) это величина, равная σT^4 ;

4) это энергия, излучаемая 1 м^2 за 1 с во всем диапазоне длин волн.

7. Как найти спектральный коэффициент поглощения?

$$1) M_{e,\lambda} = \frac{\delta M_e}{d\lambda}; \quad 2) M_e = \int_0^{\infty} M_{e,\lambda} d\lambda;$$

$$3) \alpha_\lambda = \frac{\delta \Phi_e^{\text{погл}}}{\delta \Phi_e^{\text{пад}}}; \quad 4) M_e^0 = \int_0^{\infty} M_{e,\lambda}^0 d\lambda.$$

8. Как найти энергетическую светимость абсолютно черного тела?

$$1) M_{e,\lambda} = \frac{\delta M_e}{d\lambda}; \quad 2) M_e = \int_0^{\infty} M_{e,\lambda} d\lambda;$$

$$3) M_e^0 = \int_0^{\infty} M_{e,\lambda}^0 d\lambda; \quad 4) M_{e,\lambda}^0 = \frac{M_{e,\lambda}}{\alpha_\lambda}.$$

9. Укажите единицу измерения энергетической светимости нагретого тела (в СИ).

$$1) \frac{\text{Дж}}{\text{с}}; \quad 2) \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2}; \quad 3) \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}; \quad 4) \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}.$$

10. Какая формула выражает закон Стефана – Больцмана для абсолютно черного тела?

$$1) M_e^0 = \sigma T^4; \quad 2) M_e = k\sigma T^4; \quad 3) \lambda_{\text{max}} = \frac{b_1}{T}; \quad 4) M_{e,\lambda_{\text{max}}}^0 = b_2 T^5.$$

11. Какая формула выражает закон Стефана – Больцмана для реального тела?

1) $M_e^0 = \sigma T^4$; 2) $M_e = k\sigma T^4$; 3) $\lambda_{\max} = \frac{b_1}{T}$; 4) $M_{e,\lambda_{\max}}^0 = b_2 T^5$.

12. Какая формула выражает первый закон Вина?

1) $M_e^0 = \sigma T^4$; 2) $M_e = k\sigma T^4$; 3) $\lambda_{\max} = \frac{b_1}{T}$; 4) $M_{e,\lambda_{\max}}^0 = b_2 T^5$.

13. Какая формула выражает второй закон Вина?

1) $M_e^0 = \sigma T^4$; 2) $M_e = k\sigma T^4$; 3) $\lambda_{\max} = \frac{b_1}{T}$; 4) $M_{e,\lambda_{\max}}^0 = b_2 T^5$.

14. Укажите, как читается второй закон Вина.

1) длина волны, на которую приходится максимальное значение спектральной плотности излучения, обратно пропорциональна абсолютной температуре абсолютно черного тела;

2) энергетическая светимость абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его абсолютной температуры;

3) максимальная лучеиспускательная способность абсолютно черного тела пропорциональна абсолютной температуре в пятой степени;

4) для всех тел отношение излучательной способности к поглощательной равно излучательной способности абсолютно черного тела при той же температуре и частоте.

15. Какая формула выражает закон Кирхгофа?

1) $M_e^0 = \sigma T^4$; 2) $M_{e,\lambda}^0 = \frac{M_{e,\lambda}}{\alpha_\lambda} = f(\lambda, T)$;

3) $\lambda_{\max} = \frac{b_1}{T}$; 4) $M_{e,\lambda_{\max}}^0 = b_2 T^5$.

16. Что такое универсальная функция Кирхгофа?

1) спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела при температуре T и длине волны λ ;

2) отношение спектральной плотности энергетической светимости тела к его спектральной поглощательной способности;

3) энергетическая светимость абсолютно черного тела при температуре T ;

4) спектральная поглощательная способность тела при температуре T в интервале длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$.

17. Выберите верное утверждение.

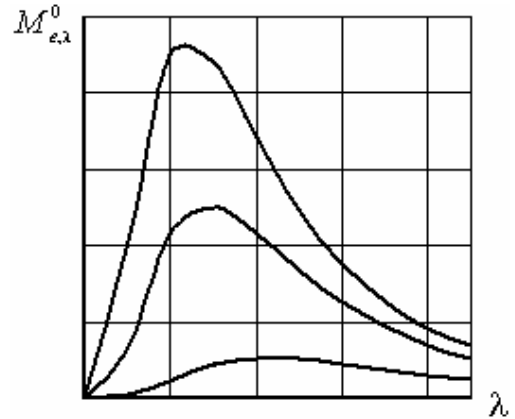
1) графики не должны пересекать начало координат;

2) максимум графиков при повышении температуры должен смещаться в сторону более длинных волн;

3) площадь фигуры, расположенной под графиком, соответствует энергетической светимости тела;

4) длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности, пропорциональна температуре

5) при более высоких температурах максимальная спектральная плотность энергетической светимости возрастает пропорционально T^5 , но площадь под соответствующим графиком остается постоянной.



18. Укажите правильные утверждения.

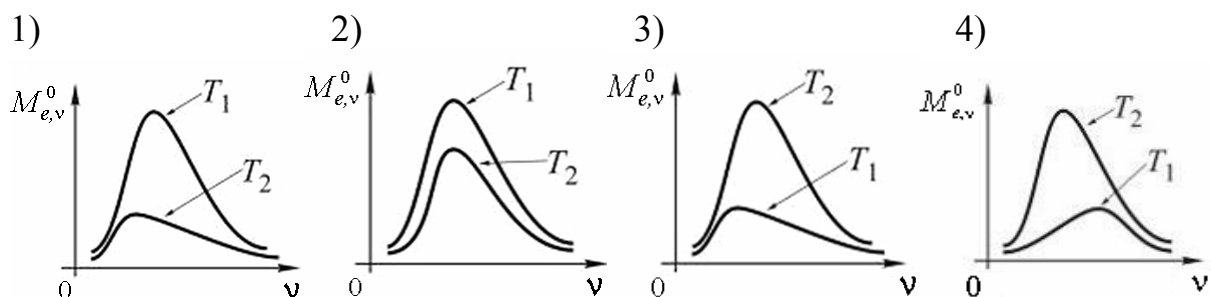
1) при понижении температуры тела максимум спектральной плотности энергетической светимости смещается в область длинных волн;

2) частота, на которую приходится максимум излучения, прямо пропорциональна абсолютной температуре тела;

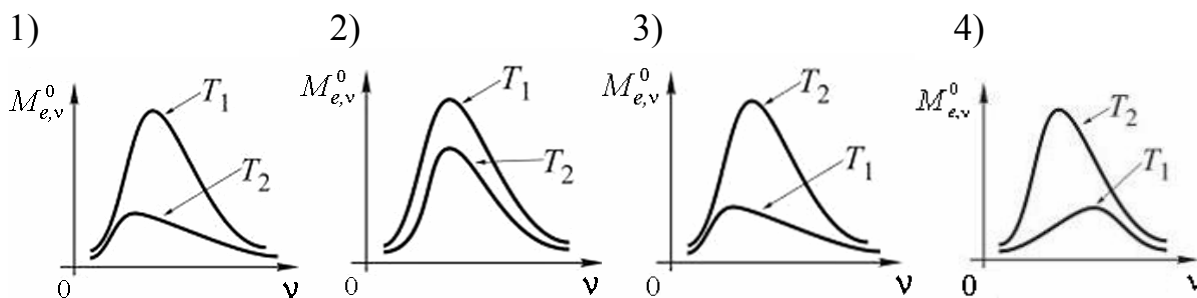
3) полная лучеиспускательная способность абсолютно черного тела пропорциональна T^4 ;

4) полная лучеиспускательная способность абсолютно черного тела прямо пропорциональна его термодинамической температуре

19. На каком рисунке верно представлено распределение энергии в спектре излучения абсолютно черного тела в зависимости от частоты излучения для температур T_1 и T_2 ($T_1 > T_2$)?



20. На каком рисунке верно представлено распределение энергии в спектре излучения абсолютно черного тела в зависимости от частоты излучения для температур T_1 и T_2 ($T_2 > T_1$)?



21. Как изменяется с увеличением частоты спектральная плотность энергии в спектре излучения абсолютно черного тела согласно формуле Рэлея – Джинса?

- 1) неограниченно возрастает;
- 2) убывает пропорционально T^1 ;
- 3) возрастает пропорционально T^2 ;
- 4) стремится к нулю;
- 5) возрастает пропорционально T^4 .

22. Как изменяется с увеличением частоты спектральная плотность энергии в спектре излучения абсолютно черного тела согласно формуле Планка?

- 1) неограниченно возрастает;
- 2) убывает пропорционально T^1 ;
- 3) возрастает пропорционально T^2 ;
- 4) стремится к нулю;
- 5) возрастает пропорционально T^4 .

23. Как изменяется энергетическая светимость абсолютно черного тела с увеличением температуры?

- 1) неограниченно возрастает;
- 2) убывает пропорционально T^1 ;
- 3) возрастает пропорционально T^2 ;
- 4) стремится к нулю;
- 5) возрастает пропорционально T^4 .

24. Как изменяется длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергии в спектре излучения абсолютно черного тела, с увеличением температуры?

- 1) неограниченно возрастает;
- 2) убывает пропорционально T^1 ;
- 3) возрастает пропорционально T^2 ;
- 4) стремится к нулю;
- 5) возрастает пропорционально T^4 .

25. Абсолютно черное тело и серое тело имеют одинаковую температуру. Что можно сказать об интенсивности излучения этих тел?

- 1) одинакова у обоих тел;
- 2) больше у абсолютно черного тела;
- 3) равна нулю у абсолютно черного тела;
- 4) больше у серого тела.

26. По мере нагревания тела его свечение изменяется следующим образом. При комнатной температуре свечение в видимой области спектра не наблюдается. По мере повышения температуры тело начинает светиться малиновым светом, переходящим в красный цвет («красное каление»), а затем в белый («белое каление»). Чем объясняются закономерности изменения цвета свечения тела при его нагревании?

- 1) законом смещения Вина;
- 2) законами смещения Вина и Стефана – Больцмана;
- 3) законом Кирхгофа;
- 4) законом Стефана – Больцмана.

27. Какого цвета мы видим абсолютно черное тело?

- 1) черного;
- 2) фиолетового;
- 3) красного;
- 4) любого цвета в зависимости от температуры тела.

28. Красное и голубое стекла сложены вместе. Какие лучи проходят через эту пару стекол?

- 1) голубые;
- 2) красные;
- 3) красные и голубые;
- 4) видимые лучи не проходят.

29. Одно стекло пропускает желтые, зеленые и голубые лучи, другое – красные, желтые и зеленые, третье – зеленые, голубые и синие. Какие лучи пройдут через эти стекла, сложенные вместе?

- 1) желтые;
- 2) оранжевые и фиолетовые;
- 3) зеленые;
- 4) все видимые лучи.

30. Тело нагрето до 4000 К. В какой области излучения находится максимум спектральной плотности энергетической светимости?

- 1) в видимой области излучения;
- 2) в инфракрасной области излучения;
- 3) в ультрафиолетовой области излучения;
- 4) в области рентгеновского излучения.

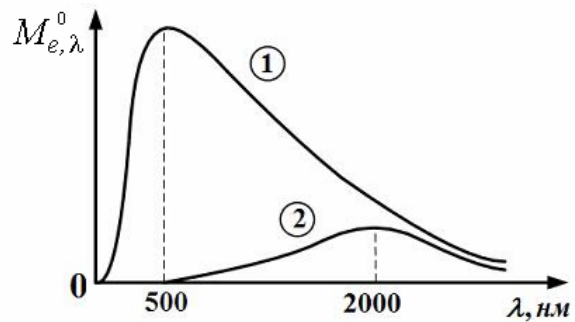
Задачи для самостоятельного решения

1. Максимум спектральной плотности излучения Солнца приходится на видимый свет с длиной волны 0,47 мкм. Чему равна абсолютная температура поверхности Солнца?

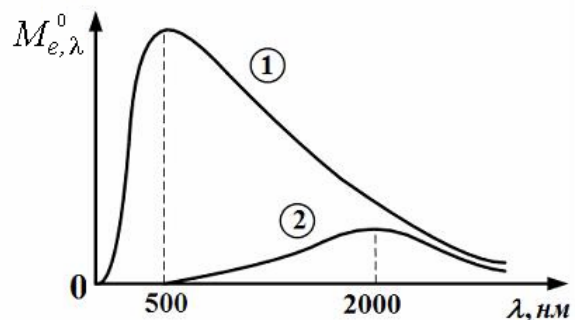
2. Черное тело нагрели до температуры 500 К. Найдите длину волны, на которую приходится максимум спектральной плотности излучения.

3. На какую длину волны приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела при 0°C?

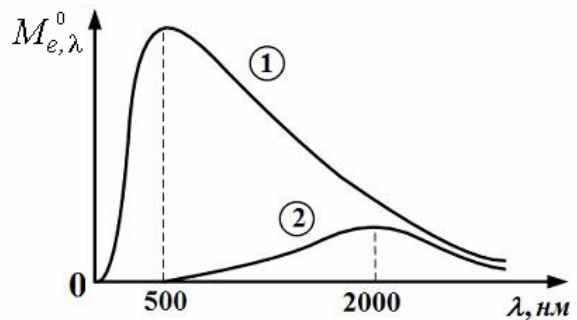
4. На рисунке показаны кривые зависимости спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела от длины волны при разных температурах. Кривая 2 соответствует спектру излучения абсолютно черного тела при температуре 1500 К. Какой температуре (в К) соответствует кривая 1?



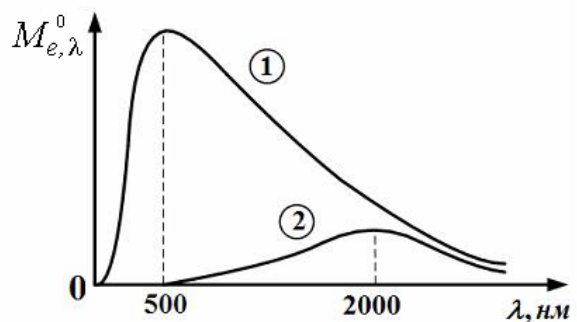
5. На рисунке показаны кривые зависимости спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела от длины волны при разных температурах. Кривая 2 соответствует спектру излучения абсолютно черного тела при температуре 1450 К. Какой температуре (в К) соответствует кривая 1?



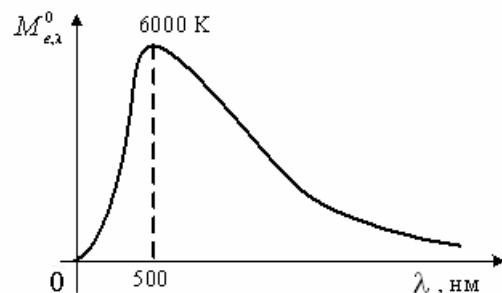
6. На рисунке показаны кривые зависимости спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела от длины волны при разных температурах. Кривая 2 соответствует спектру излучения абсолютно черного тела при температуре 300 К. Какой температуре (в К) соответствует кривая 1?



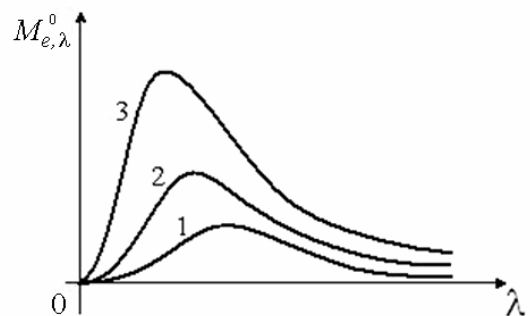
7. На рисунке показаны кривые зависимости спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела от длины волны при разных температурах. Как изменилась температура абсолютно черного тела, если длина волны, соответствующая максимуму излучения, увеличилась в 4 раза?



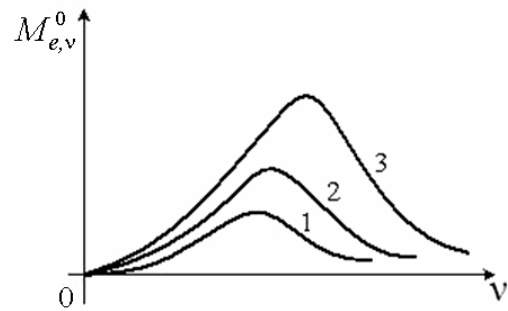
8. На рисунке представлено распределение энергии в спектре излучения абсолютно черного тела в зависимости от длины волны для температуры 6000 К. Чему будет равна длина волны (в нм), соответствующая максимуму излучения, при увеличении температуры в 2 раза?



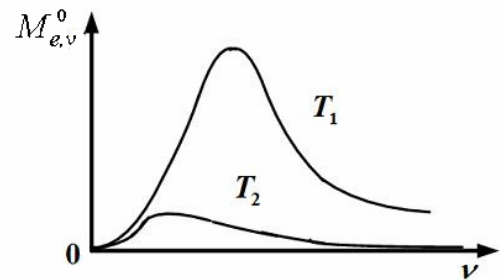
9. На рисунке представлены графики зависимости спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела от длины волны при различных температурах. Какой график соответствует наименьшей температуре?



10. На рисунке представлены графики зависимости спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела от частоты при различных температурах. Какой график соответствует наименьшей температуре?



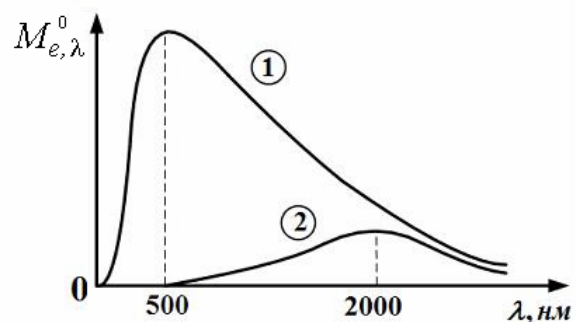
11. При уменьшении температуры площадь фигуры под графиком спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела $M_{e,\nu}^0$ уменьшилась в 16 раз. Чему равно отношение температур $\frac{T_1}{T_2}$?



12. Как и во сколько раз изменится энергетическая светимость черного тела, если его термодинамическая температура уменьшится в 2 раза?

13. Температура первого тела в 3 раза выше чем второго. Чему равно отношение энергетической светимости первого тела к энергетической светимости второго тела?

14. На рисунке представлены кривые зависимости спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела от длины волны при различных температурах. Чему равно отношение энергетических светимостей $\frac{M_{e1}^0}{M_{e2}^0}$ при этих температурах?



15. При температуре окружающей среды $t_0 = 17^\circ\text{C}$ тело излучает в 81 раз больше энергии, чем поглощает. Чему равна температура тела в градусах Цельсия?

16. Как изменится длина волны в максимуме спектральной плотности излучения абсолютно черного тела при увеличении абсолютной температуры тела в 2 раза?

17. При изменении температуры серого тела максимум спектральной плотности энергетической светимости сместился с длины волны 1800 нм на длину волны 600 нм. Как при этом изменилась энергетическая светимость?

18. Черное тело нагрели от температуры 500 К до температуры 2000 К. Определите, во сколько раз увеличилась его энергетическая светимость.

19. Черное тело нагрели от температуры 500 К до температуры 2000 К. Как изменилась длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости?

20. Шарик остывает от температуры 27°C до температуры 20°C. Как и насколько изменилась длина волны, соответствующая максимальной спектральной плотности его энергетической светимости?

21. Черное тело находится при температуре 2900 К. При его остывании длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на 9 мкм. Определите температуру, до которой тело охладилось.

2.2. Фотоэффект

Основные формулы

- Энергия фотона (кванта света)

$$\varepsilon = h \cdot \nu,$$

где h – постоянная Планка ($h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с); ν – частота световой волны.

- Формула Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$h\nu = A + \frac{m\nu^2}{2},$$

где A – работа выхода электрона из металла, m – масса электрона; ν – начальная скорость фотоэлектрона.

Если $\nu = 0$, то

$$h\nu_0 = A,$$

где ν_0 – минимальная частота излучения, при которой возможен фотоэффект (красная граница фотоэффекта).

Примеры решения задач

Пример 1. Определите красную границу фотоэффекта, если энергия фотона $\varepsilon = 5 \text{ эВ}$, а кинетическая энергия электрона равна работе выхода.

Дано:

$$\varepsilon = 5 \text{ эВ} = 5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 8 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$E_k = A$$

$$\lambda_k - ?$$

Решение

Красной границей фотоэффекта называют наибольшую длину волны света, с которой начинает наблюдаться фотоэффект.

Энергия фотона, падающего на поверхность металла,

$$h\nu = A + E_k,$$

где ε – энергия фотона; A – работа выхода электрона из металла; E_k – кинетическая энергия электрона.

Так как

$$\nu = \frac{c}{\lambda}, \text{ то } h \frac{c}{\lambda} = A + E_k,$$

где λ – длина волны падающего света.

Фотоэффект начинается при условии, если энергия падающего фотона становится равной работе выхода:

$$h \frac{c}{\lambda_k} = A,$$

где λ_k – красная граница фотоэффекта.

По условию задачи $E_k = A$, поэтому

$$\varepsilon = 2A = 2h \frac{c}{\lambda_k},$$

откуда

$$\lambda_k = \frac{2hc}{\varepsilon}.$$

$$\lambda_k = \frac{2 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{8 \cdot 10^{-19}} = 4,97 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Ответ: $\lambda_k = 4,97 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$

Пример 2. Какую скорость будет иметь электрон, если длина волны фотона, выбивающего его, равна $\lambda = 0,2 \text{ мкм}$? Работа выхода электрона из металла равна $\varepsilon = 5 \text{ эВ}$. Масса покоящегося электрона $m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$.

Дано:

$$\lambda = 0,2 \text{ мкм} = 0,2 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$\varepsilon = 5 \text{ эВ} = 5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 8 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

ν – ?

Решение

Согласно уравнению Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$h\nu = A + E_{\text{к}}, \quad (1)$$

где $h\nu$ – энергия падающего фотона; A – работа выхода электрона из металла; $E_{\text{к}}$ – кинетическая энергия выбитого электрона.

Из уравнения (1) следует, что

$$E_{\text{к}} = h\nu - A.$$

Так как скорость выбитого электрона ($\nu \ll c$, c – скорость света), то

$$E_{\text{к}} = \frac{m_0 \nu^2}{2}, \quad (2)$$

где m_0 – масса покоя электрона.

Частота падающего фотона

$$\nu = \frac{c}{\lambda}. \quad (3)$$

Подставив (2) и (3) в формулу (1), получим

$$\frac{m_0 \nu^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - A,$$

откуда

$$\nu = \sqrt{\frac{2(hc - \lambda A)}{m_0 \lambda}}.$$

$$\nu = \sqrt{\frac{2(6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 - 2 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot 10^{-19})}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 0,2 \cdot 10^{-6}}} = 6,51 \cdot 10^5 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\nu = 6,51 \cdot 10^5 \text{ м/с}$.

Пример 3. Для определения постоянной Планка был поставлен опыт, в котором при освещении фотоэлемента гальванометр регистрирует слабый фототок, когда контакт потенциометра находится в крайнем положении. Скользящий контакт передвигают, постепенно увеличивая запирающее напряжение до тех пор, пока не прекратится фототок. При освещении фотоэлемента красным светом с частотой $\nu_1 = 3,9 \cdot 10^{14}$ Гц запирающее напряжение $U_1 = 0,5$ В, а при освещении фиолетовым светом с частотой

$\nu_2 = 7,5 \cdot 10^{14}$ Гц запирающее напряжение $U_2 = 2$ В. Какое значение постоянной Планка было получено?

Дано:

$\nu_1 = 3,9 \cdot 10^{14}$ Гц
$U_1 = 0,5$ В
$\nu_2 = 7,5 \cdot 10^{14}$ Гц
$U_2 = 2$ В
$h - ?$

Решение

Запишем уравнения Эйнштейна для двух указанных случаев фотоэффекта:

$$h\nu_1 = A + \frac{m\nu_1^2}{2}, \quad h\nu_2 = A + \frac{m\nu_2^2}{2}.$$

Электроны, вылетевшие с поверхности металла, задерживаются тормозящим электрическим полем. Изменение их кинетической энергии в этом случае равно работе электрического поля

$$\frac{m\nu^2}{2} = eU.$$

Тогда первые два равенства можно представить в виде:

$$h\nu_1 = A + eU_1, \quad h\nu_2 = A + eU_2.$$

При вычитании первого выражения из второго получаем

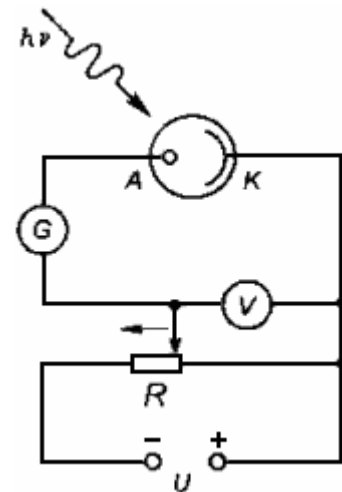
$$h(\nu_1 - \nu_2) = e(U_2 - U_1),$$

откуда

$$h = \frac{e(U_2 - U_1)}{\nu_1 - \nu_2}.$$

$$h = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} (2 - 0,5)}{(7,5 - 3,9)10^{14}} = 6,7 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}.$$

Ответ: $h = 6,7 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.



Тесты

1. На что расходуется энергия фотона при фотоэффекте?
 - 1) на увеличение внутренней энергии вещества;
 - 2) на совершение работы выхода и сообщение выбитому из вещества электрону кинетической энергии;
 - 3) на совершение работы выхода и сообщение выбитому из вещества атому кинетической энергии;
 - 4) на деформацию вещества.

2. При каком условии кинетическая энергия электронов при внешнем фотоэффекте увеличивается?

- 1) при увеличении интенсивности светового потока;
- 2) при уменьшении работы выхода электронов металла;
- 3) при увеличении работы выхода электронов металла;
- 4) при уменьшении энергии падающего кванта.

3. Интенсивность света, падающего на металлическую пластинку, уменьшается, а частота – увеличивается. Как меняется число фотоэлектронов, покидающих пластинку в единицу времени?

- 1) увеличивается;
- 2) уменьшается;
- 3) остается прежним;
- 4) сначала увеличивается, потом уменьшается.

4. Свет, падающий на металл, вызывает эмиссию электронов из металла. Как изменяется количество выбитых из металла электронов и их кинетическая энергия, если интенсивность света уменьшается, а частота остается неизменной?

1) количество выбитых электронов остаётся неизменным, а их кинетическая энергия увеличивается;

2) количество выбитых электронов остаётся неизменным, а их кинетическая энергия уменьшается;

3) количество выбитых электронов уменьшается, а их кинетическая энергия остаётся неизменной;

4) количество выбитых электронов и их кинетическая энергия увеличиваются;

5) количество выбитых электронов увеличивается, а их кинетическая энергия уменьшается.

5. От чего зависит при внешнем фотоэффекте в металле максимальная скорость вылета фотоэлектронов?

1) величины напряжения, приложенного к фотоэлементу;

2) угла падения излучения на поверхность металла;

3) интенсивности излучения;

4) частоты излучения.

6. Укажите уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта.

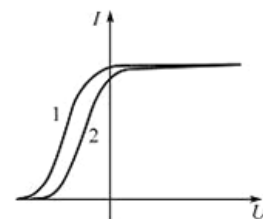
$$1) h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{m\nu_{\text{max}}^2}{2}; \quad 2) eU_3 = \frac{m\nu_{\text{max}}^2}{2};$$

$$3) A_{\text{вых}} = h\nu_{\text{кр}}; \quad 4) p = \frac{E_e}{c}(1 + \rho).$$

7. Энергия фотона, поглощенного при фотоэффекте, равна ϵ . Сравните кинетическую энергию электрона, вылетевшего с поверхности металла под действием этого фотона, с энергией фотона ϵ .

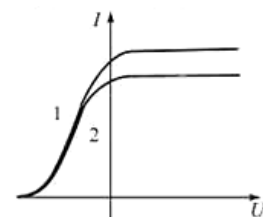
- 1) кинетическая энергия электрона больше ϵ ;
- 2) кинетическая энергия электрона меньше ϵ ;
- 3) кинетическая энергия электрона равна ϵ ;
- 4) кинетическая энергия электрона может быть больше или меньше ϵ при разных условиях.

8. На рисунке приведены две вольтамперные характеристики вакуумного фотоэлемента. E – освещенность фотоэлемента, ν – частота падающего на него света. Какие соотношения справедливы для данного случая?



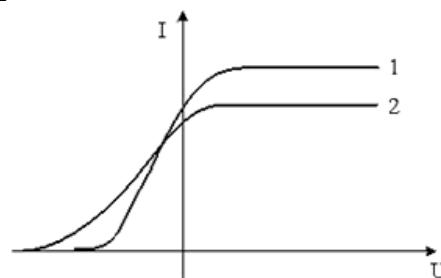
- 1) $\nu_1 = \nu_2, E_1 < E_2$;
- 2) $\nu_1 < \nu_2, E_1 = E_2$;
- 3) $\nu_1 > \nu_2, E_1 = E_2$;
- 4) $\nu_1 = \nu_2, E_1 > E_2$.

9. На рисунке приведены две вольтамперные характеристики вакуумного фотоэлемента. E – освещенность фотоэлемента, ν – частота падающего на него света. Какие соотношения справедливы для данного случая?



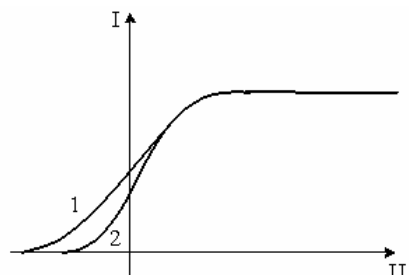
- 1) $\nu_1 = \nu_2, E_1 < E_2$;
- 2) $\nu_1 < \nu_2, E_1 = E_2$;
- 3) $\nu_1 > \nu_2, E_1 = E_2$;
- 4) $\nu_1 = \nu_2, E_1 > E_2$.

10. На рисунке приведены две вольтамперные характеристики вакуумного фотоэлемента. E – освещенность фотоэлемента, λ – длина волны падающего на него света. Какие соотношения справедливы для данного случая?



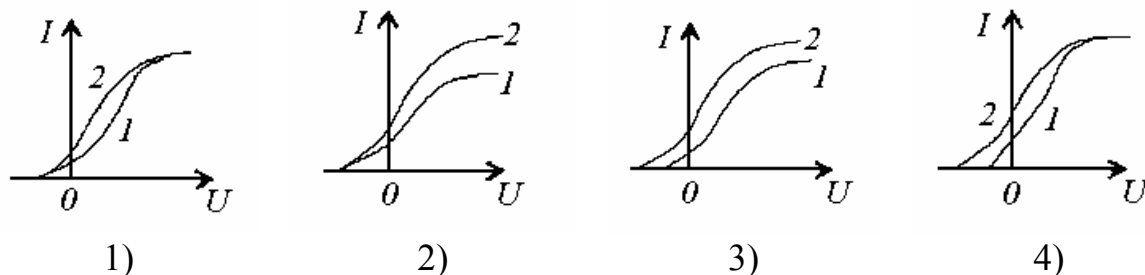
- 1) $\lambda_1 < \lambda_2, E_1 > E_2$;
- 2) $\lambda_1 < \lambda_2, E_1 < E_2$;
- 3) $\lambda_1 > \lambda_2, E_1 > E_2$;
- 4) $\lambda_1 > \lambda_2, E_1 < E_2$.

11. На рисунке приведены две вольтамперные характеристики вакуумного фотоэлемента. E – освещенность фотоэлемента, λ – длина волны падающего на него света. Какие соотношения справедливы для данного случая?

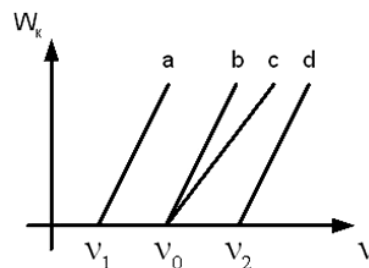


- 1) $\lambda_1 = \lambda_2, E_1 > E_2$
- 2) $\lambda_1 > \lambda_2, E_1 = E_2$;
- 3) $\lambda_1 < \lambda_2, E_1 = E_2$
- 4) $\lambda_1 = \lambda_2, E_1 < E_2$.

12. Длина волны света, падающего на фотоэлемент, остается неизменной. Световой поток увеличивается ($\Phi_2 > \Phi_1$). На каком рисунке правильно представлены изменения в вольтамперной характеристике?

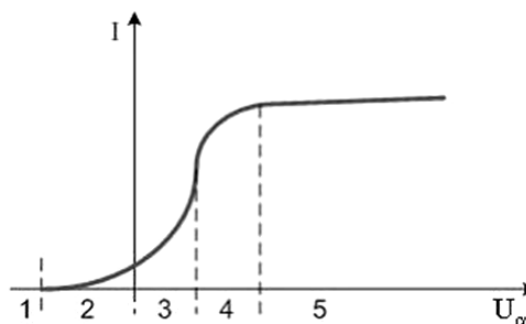


13. В опытах по внешнему фотоэффекту изучалась зависимость энергии фотоэлектронов от частоты падающего света. Для некоторого материала фотокатода исследованная зависимость представлена на рисунке линией b . Какой прямой будет соответствовать зависимость при замене материала фотокатода на материал с меньшей работой выхода?



- 1) d , параллельной линии b ;
- 2) c , имеющей меньший угол наклона, чем линия b ;
- 3) b , т.е. останется той же самой;
- 4) a , параллельной линии b .

14. На рисунке приведена вольт-амперная характеристика (ВАХ) фотоприемника с внешним фотоэффектом. Какая область на графике этой ВАХ соответствует попаданию всех, вылетевших в результате фотоэмиссии электронов, на анод фотоприемника?



- 1) область 1;
- 2) область 2;
- 3) область 3;
- 4) область 4;
- 5) область 5.

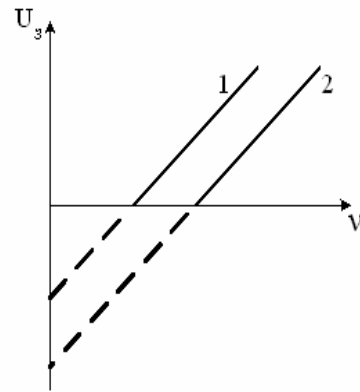
15. При изучении внешнего фотоэффекта были получены две зависимости задерживающего напряжения U_z от частоты ν падающего света. Укажите верное утверждение.

1) зависимости получены для одного и того же металла при различных его освещенностях, при этом освещенность первого металла больше;

2) зависимости получены для одного и того же металла при различных его освещенностях, при этом освещенность второго металла больше;

3) зависимости получены для двух различных металлов, при этом работа выхода для первого металла больше;

4) зависимости получены для двух различных металлов, при этом работа выхода для второго металла больше.



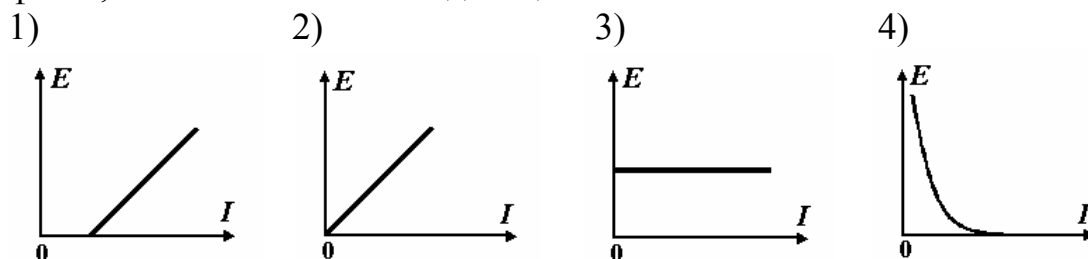
16. От чего зависит красная граница фотоэффекта?

- 1) от интенсивности света, падающего на металл;
- 2) от свойств вещества фотокатода;
- 3) от освещенности металла;
- 4) от длины волны падающего света.

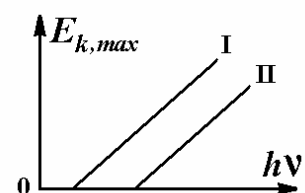
17. От чего зависит величина фототока насыщения при внешнем фотоэффекте?

- 1) от величины задерживающего потенциала;
- 2) от работы выхода освещаемого материала;
- 3) от состояния поверхности освещаемого материала;
- 4) от интенсивности падающего света.

18. На каком графике правильно представлена зависимость максимальной энергии электронов, вылетевших из пластины в результате фотоэффекта, от интенсивности падающего света?

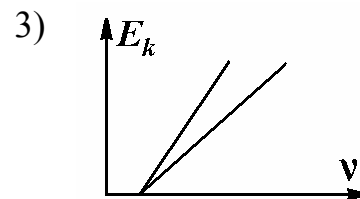
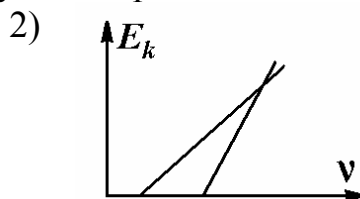
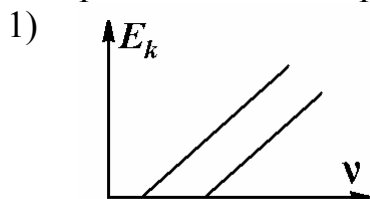


19. На рисунке приведены графики зависимости максимальной энергии фотоэлектронов от энергии падающих на фотокатод фотонов. В каком случае материал катода фотоэлемента имеет меньшую работу выхода?

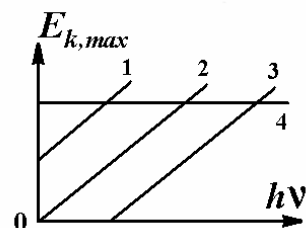


- 1) I;
- 2) II;
- 3) одинаковую;
- 4) ответ неоднозначен.

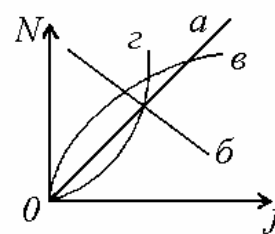
20. На рисунках приведены по два графика зависимостей кинетической энергии фотоэлектронов от частоты при фотоэффекте для двух различных материалов. Какой из рисунков верен?



21. На рисунке приведены варианты графика зависимости максимальной энергии фотоэлектронов от энергии падающих на фотокатод фотонов. В каком случае график соответствует законам фотоэффекта?



22. На металлическую пластину падает монохроматический свет. Укажите график, правильно отображающий зависимость количества фотоэлектронов N , вылетающих с поверхности металла в единицу времени, от интенсивности света J .



23. Металлическую пластину освещали монохроматическим светом одинаковой интенсивности: сначала красным, потом зеленым, затем синим. В каком случае максимальная кинетическая энергия вылетающих фотоэлектронов была наибольшей?

- 1) при освещении красным светом;
- 2) при освещении зеленым светом;
- 3) при освещении синим светом;
- 4) во всех случаях одинаковой.

24. Поверхность металла освещают светом, длина волны которого меньше длины волны λ , соответствующей красной границе фотоэффекта для данного вещества. Что произойдет при увеличении интенсивности света?

- 1) будет увеличиваться количество фотоэлектронов;
- 2) будет увеличиваться энергия фотоэлектронов;
- 3) будет увеличиваться как энергия, так и количество фотоэлектронов;
- 4) фотоэффект не будет происходить при любой интенсивности света.

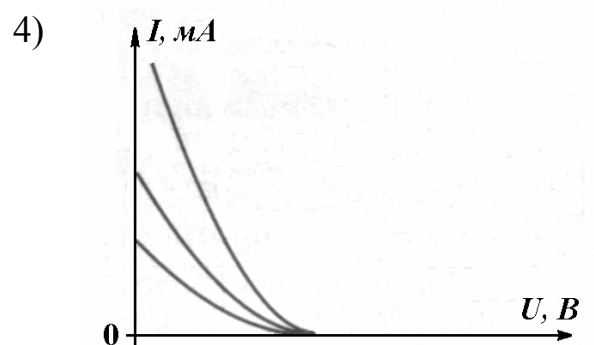
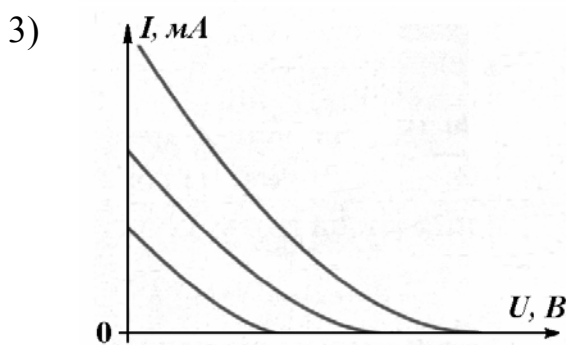
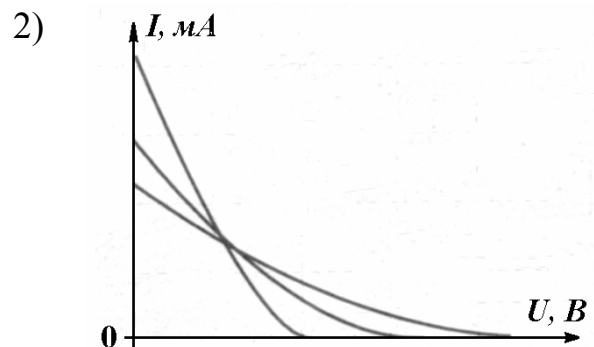
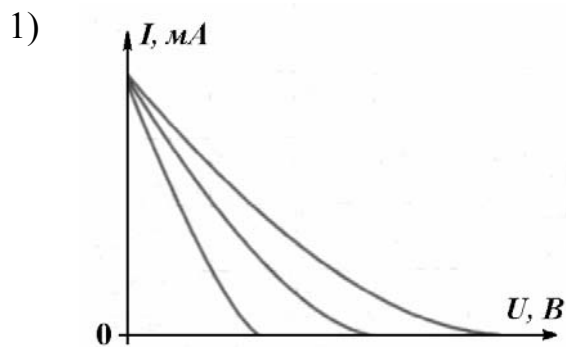
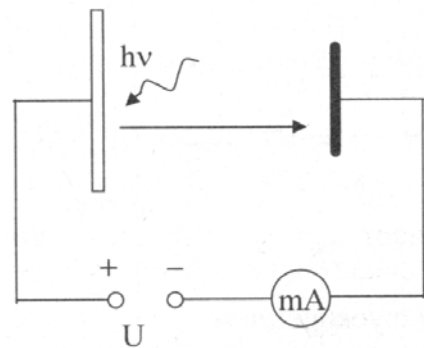
25. Работа выхода из материала 1 больше, чем работа выхода из материала 2. Максимальная длина волны, при которой может наблюдаться фотоэффект на материале 1, равна λ_1 , максимальная длина волны, при которой может наблюдаться фотоэффект на материале 2, равна λ_2 . Сравните длины волн λ_1 и λ_2 .

- 1) $\lambda_1 < \lambda_2$; 2) $\lambda_1 = \lambda_2$; 3) $\lambda_1 > \lambda_2$;
 4) λ_1 может быть как больше, так и меньше λ_2 .

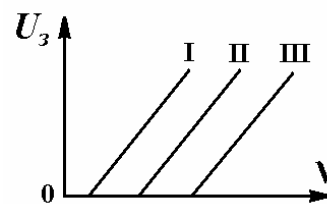
26. Какой минимальной энергией должны обладать фотоны, чтобы вызвать фотоэффект в цезии. Работа выхода электронов из цезия равна 1,8 эВ.

- 1) 3,6 эВ 2) 0,9 эВ 3) 1,8 эВ 4) 4,5 эВ

27. Были проведены эксперименты по измерению зависимости фототока от приложенного напряжения между фотокатодом и анодом, в которых металлическая пластинка фотокатода освещалась монохроматическим светом одной и той же частоты, но разной интенсивности. На каком из рисунков правильно отражены результаты экспериментов?



28. На рисунке приведены зависимости запирающего напряжения от частоты облучающего света, падающего на катод фотоэлемента, для разных материалов катода. Какой из материалов имеет большую работу выхода?



- 1) I; 2) II; 3) III;
4) все материалы имеют одинаковую работу выхода.

29. Вылетающие при фотоэффекте электроны задерживаются напряжением. Чему равна максимальная скорость фотоэлектронов (e – элементарный электрический заряд; m – масса электрона)?

- 1) $\frac{mU_3}{e}$; 2) $\frac{eU_3}{m}$; 3) $\sqrt{\frac{eU_3}{m}}$; 4) $\sqrt{\frac{2eU_3}{m}}$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Определите работу выхода электронов из вольфрама, если красная граница фотоэффекта для него 275 нм.

2. Катод вакуумного фотоэлемента освещается светом с энергией квантов 10 эВ. Фототок прекращается при подаче на фотоэлемент задерживающего напряжения 4 В. Чему равна работа выхода электронов из катода (в эВ)?

3. При освещении металла излучением с длиной волны λ_0 фототок прекращается при задерживающем напряжении U_0 . Если изменить длину волны излучения в 1,5 раза, то задерживающее напряжение увеличится в 2 раза. Работа выхода электронов из металла 4 эВ. Чему равно задерживающее напряжение U_0 в вольтах для излучения с длиной волны λ_0 ?

4. Определите постоянную Планка, если известно, что для прекращения фотоэффекта, вызванного облучением некоторого металла светом с частотой $2,2 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$, необходимо приложить задерживающее напряжение 6,6 В, а светом с частотой $4,6 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ – задерживающее напряжение 16,5 В.

5. Уединенный медный шарик освещается ультрафиолетовым излучением с длиной волны 165 нм. Работа выхода для меди равна 4,5 эВ. Найдите максимальный потенциал, до которого может зарядиться шарик.

6. Энергия фотонов, падающих на катод, в 4 раза больше работы выхода материала катода. Каково отношение максимальной кинетической энергии фотоэлектронов к работе выхода?

7. Фотоны с энергией 2,1 эВ вызывают фотоэффект с поверхности цезия, для которого работа выхода равна 1,9 эВ. На сколько (в эВ) нужно увеличить энергию фотона, чтобы максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов увеличилась в 2 раза?

8. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов, вылетающих из металлической пластинки под действием света, равна 2 эВ. Длина волны падающего света составляет $\frac{2}{3}$ длины волны, соответствующей красной границе фотоэффекта для этого металла. Какова работа выхода электронов?

9. Электрон вылетает из пластинки цезия с кинетической энергией 1,3 эВ. Чему будет равна длина волны света, вызывающего фотоэффект, при работе выхода электрона из цезия 1,8 эВ?

10. При облучении металлического фотокатода светом длиной волны 400 нм максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов равна 1,0 эВ. Найдите красную границу фотоэффекта для металла фотокатода.

11. Красная граница фотоэффекта исследуемого металла соответствует длине волны 600 нм. Какова длина волны света, выбивающего из него фотоэлектроны, максимальная кинетическая энергия которых в 3 раза меньше энергии падающих фотонов?

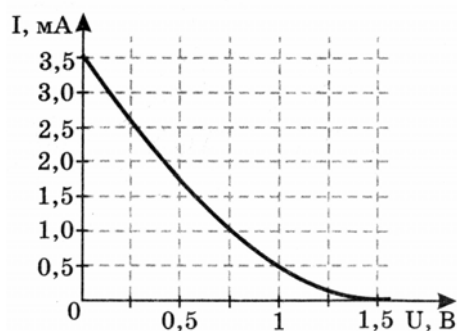
12. Работа выхода электрона из платины равна 5,3 эВ. Найдите частоту света, который следует направить на поверхность платины, чтобы максимальная скорость фотоэлектронов составляла 3000 км/с.

13. Красная граница фотоэффекта для лития определяется длиной волны 540 нм. Максимальная скорость вылета электронов 10^6 м/с. Какова частота света, которым освещается катод?

14. При освещении металла светом с длинами волн λ_1 и λ_2 обнаружено, что максимальные скорости фотоэлектронов отличаются в 2 раза. Чему равна работа выхода электронов из металла?

15. Максимальная скорость фотоэлектронов, выбиваемых светом с поверхности катода, при увеличении частоты света увеличилась в 3 раза. Как изменилась задерживающая разность потенциалов?

16. На графике приведена зависимость фототока от приложенного обратного напряжения при освещении металлической пластины (фотокатода) излучением энергией 4 эВ. Чему равна работа выхода для этого металла?



17. Фотоэлектроны, вырываемые светом с поверхности цезия, полностью задерживаются обратным потенциалом 0,75 В. Работа выхода электрона из цезия составляет $3,2 \cdot 10^{-19}$ Дж. Чему равна длина световой волны?

18. Красная граница фотоэффекта для натрия 540 нм. С какой максимальной кинетической энергией вылетают фотоэлектроны из натриевого фотокатода, освещенного светом длиной волны 450 нм?

19. Изолированная металлическая пластинка освещается светом с длиной волны 450 нм. Работа выхода 2 эВ. До какого потенциала зарядится пластинка при непрерывном действии света?

20. Для измерения постоянной Планка катод вакуумного фотоэлемента освещают монохроматическим светом. При длине волны 628 нм ток фотоэлектронов прекращается, если в цепь между катодом и анодом включить источник задерживающего напряжения не меньше определенной величины. При увеличении длины волны света на 25 % задерживающее напряжение меньше на 0,4 В. Определите постоянную Планка.

21. При освещении катода светом с длиной волн сначала 440 нм, затем 680 нм обнаружили, что запирающий потенциал изменился в 3,3 раза. Определите работу выхода электрона.

22. Изолированный шар из вольфрама радиусом 10 мм, покрытый тонким слоем цезия, освещают аргоновым лазером, дающим излучение с длиной волны 800 нм. Какой заряд может приобрести шар, если красная граница фотоэффекта для цезия на вольфраме равна 900 нм?

2.3. Давление света. Фотоны

Основные формулы

- Давление, производимое светом при нормальном падении,

$$p = \frac{E}{c}(1 + \rho),$$

где E – количество энергии, падающей на единицу поверхности за единицу времени; c – скорость света в вакууме; ρ – коэффициент отражения.

- Энергия фотона

$$\varepsilon = h \cdot \nu = h \frac{c}{\lambda},$$

где h – постоянная Планка ($h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с); ν – частота световой волны; λ – длина волны.

- Масса и импульс фотона

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}; \quad p = mc = \frac{h}{\lambda}.$$

Примеры решения задач

Пример 1. Черная поверхность освещается лучами монохроматического источника ($\lambda = 0,589$ мкм). При этом на каждый 1 м^2 поверхности за 1 с падает $N = 10^{16}$ фотонов. Определите величину светового давления. Каково было бы давление, если бы поверхность была зеркальной?

Дано:

$$N = 10^{16}$$

$$\lambda = 0,589 \text{ мкм} = 0,589 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$\rho_1 = 0$$

$$\rho_2 = 1$$

$$p_1 - ?, \quad p_2 - ?$$

Решение

Давление света

$$p = \frac{N h \nu}{c} (\rho + 1),$$

где N – число фотонов, падающих за 1 с на 1 м^2 поверхности; c – скорость света в вакууме;

ρ – коэффициент отражения, равный нулю для черной поверхности и единице в случае зеркальной поверхности.

Так как $\nu = \frac{c}{\lambda}$, то

$$p = \frac{N h}{\lambda} \cdot (\rho + 1).$$

1. Для черной поверхности

$$p_1 = \frac{10^{16} \cdot 6,63 \cdot 10^{-31}}{0,589 \cdot 10^{-6}} (0 + 1) = 1,13 \cdot 10^{-8} \text{ Па}.$$

2. Для зеркальной поверхности

$$p_2 = \frac{10^{16} \cdot 6,63 \cdot 10^{-31}}{0,589 \cdot 10^{-6}} (1+1) = 2,26 \cdot 10^{-8} \text{ Па.}$$

Ответ: $p_1 = 1,13 \cdot 10^{-8} \text{ Па}$; $p_2 = 2,26 \cdot 10^{-8} \text{ Па}$.

Пример 2. Давление света, производимое на зеркальную поверхность, равно 5 мПа. Определите концентрацию фотонов вблизи поверхности, если длина волны света, падающего на поверхность, равна 0,5 мкм.

Дано:

$$\lambda = 0,5 \text{ мкм} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$p = 5 \text{ мПа} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Па}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$$

$n - ?$

Решение

Давление монохроматического света, падающего перпендикулярно поверхности, определяется по формуле

$$p = \frac{h\nu}{c} N(\rho + 1),$$

где N – число фотонов, падающих в единицу времени на единицу площади поверхности; ν – частота монохроматического излучения; ρ – коэффициент отражения поверхности.

Так как поверхность зеркальная, то $\rho = 1$.

Частота света

$$\nu = \frac{c}{\lambda},$$

концентрация фотонов вблизи поверхности $n = \frac{N}{c} \Rightarrow N = cn$.

Подставляя ρ , ν , N в формулу давления света p , получаем $p = \frac{2hnc}{\lambda}$, откуда

$$n = \frac{p\lambda}{2hc}.$$

$$n = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 6,3 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-3}.$$

Ответ: $6,3 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-3}$

Пример 3. Давление света с длиной волны 400 нм, падающего нормально на черную поверхность, равно 2 нПа. Определите число фотонов, падающих за время 10 с на площадь 1 мм² этой поверхности.

Дано:

$$p = 2 \text{ нПа} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Па}$$

$$\lambda = 400 \text{ нм} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$t = 10 \text{ с}$$

$$S = 1 \text{ мм}^2 = 10^{-6} \text{ м}^2$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

$$N_0 - ?$$

Решение

Давление монохроматического света, падающего перпендикулярно поверхности

$$p = \frac{h\nu}{c} N(\rho + 1), \quad (1)$$

где $N = \frac{N_0}{St}$ – число фотонов, падающих в единицу времени на единицу площади поверхности;

ν – частота падающего монохроматического света,

$$\nu = \frac{c}{\lambda};$$

ρ – коэффициент отражения поверхности.

Для черной поверхности $\rho = 0$.

Подставляя ρ , ν и N в выражение (1), получаем

$$p = \frac{hN_0}{\lambda St},$$

откуда

$$N_0 = \frac{p\lambda St}{h}.$$

$$N_0 = \frac{2 \cdot 10^{-9} \cdot 4 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-6} \cdot 10}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 1,2 \cdot 10^{13}.$$

Ответ: $1,2 \cdot 10^{13}$.

Тесты

1. Чему равно давление света?

1) $p = nkT$; 2) $p = m\nu$; 3) $A_{\text{вых}} = h\nu_{\text{кр}}$; 4) $p = \frac{E_e}{c}(1 + \rho)$.

2. На зеркальную поверхность направляют поочередно поток одинаковой интенсивности фиолетовых, зеленых, желтых и красных лучей. Для лучей какого цвета давление света на эту поверхность будет наименьшим?

1) красного; 2) желтого; 3) фиолетового; 4) зеленого.

3. Монохроматический пучок света с длиной волны λ падает нормально на поверхность тела и полностью ею поглощается. Световое давление на поверхность равно p . Чему равно число фотонов, ежесекундно падающих на единицу ее площади?

1) $\frac{p\lambda}{h}$; 2) $\frac{h\lambda}{p}$; 3) $\frac{h}{p\lambda}$; 4) $\frac{p^2\lambda}{h}$.

4. Какой импульс сообщает стенке фотон, отраженный от нее, если он падает на стенку нормально?

- 1) $\frac{h}{\lambda}$; 2) $2h\nu$; 3) $\frac{2h}{\lambda}$; 4) $\frac{2h\nu}{c}$.

5. Какой импульс сообщает стенке поглощенный фотон, если он падает на стенку нормально?

- 1) $\frac{h}{\lambda}$; 2) $\frac{2h}{\lambda}$; 3) $\frac{h\nu}{c^2}$; 4) $\frac{2h\nu}{c^2}$.

6. От чего зависит давление света на поверхность?

- 1) от коэффициента отражения поверхности;
2) от числа фотонов, падающих в единицу времени на единицу площади поверхности;
3) от длины волны и частоты фотонов;
4) от угла падения света на поверхность тела.

7. Чему равен суммарный импульс, сообщаемый единице поверхности в единицу времени всеми поглощенными фотонами, если интенсивность падающего света I , коэффициент отражения ρ , свет падает по нормали к поверхности?

- 1) $\frac{2\rho I}{c}$; 2) $\frac{\rho I}{c}$; 3) $(1-\rho)\frac{I}{h\nu}$; 4) $(1-\rho)\frac{I}{c}$.

8. Укажите верные утверждения:

- 1) импульс фотона направлен по световому лучу;
2) импульс, передаваемый фотоном поверхности, направлен по световому лучу;
3) давление света на зеркальную поверхность в два раза меньше, чем на зачерненную;
4) давление света $p = \frac{E_e}{c}(1 + \rho)$, где ρ – коэффициент отражения.

9. Укажите неверные утверждения:

- 1) давление света $p = w(1 + \rho)$, где ρ – коэффициент отражения;
2) давление света на зеркальную поверхность в два раза больше, чем на зачерненную;
3) давление света на зеркальную поверхность в два раза меньше, чем на зачерненную;
4) объемная плотность энергии световой волны $w = \frac{E_e}{c}$.

10. Какое значение не может принимать коэффициент отражения поверхности?

- 1) 1; 2) 0; 3) 1,5; 4) 0,5.

11. Укажите единицу измерения энергетической освещенности:

- 1) $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$; 2) Па; 3) $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$; 4) $\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2}$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Как изменится световое давление, если зачерненную пластинку, на которую падает свет, заменить на зеркальную той же площади?

2. На зеркальную пластинку падает поток света. Как изменится световое давление, если число фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени, увеличить в 2 раза, а зеркальную пластинку заменить черной?

3. На черную пластинку падает поток света. Как изменится световое давление, если число фотонов, падающих на единицу площади поверхности в единицу времени, увеличить в 4 раза, а черную пластинку заменить зеркальной?

4. Один и тот же световой поток падает нормально на зеркальную и абсолютно черную поверхности. Чему равно отношение давления света на первую и вторую поверхности?

5. На зеркальную пластинку падает поток света. Число фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени, увеличили в два раза, а зеркальную поверхность заменили черной. Чему равно отношение светового давления к первоначальному?

6. Давление света на поверхность, имеющую коэффициент отражения 0,25, составило 0,25 мкПа. Чему равна энергетическая освещенность этой поверхности?

7. Чему равно давление света (в мкПа) на поверхность, имеющую коэффициент отражения 0,5, при энергетической освещенности $200 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$?

8. Плотность потока энергии в импульсе излучения лазера может достигать значения $10^{20} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$. Определите давление такого излучения, нормально падающего на черную поверхность.

9. Давление света на поверхность при энергетической освещенности $120 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ составило 0,5 мкПа. Найдите коэффициент отражения этой поверхности в процентах.

10. Свет, падая перпендикулярно на абсолютно черную поверхность, оказывает такое же давление, как и на зеркальную. Чему равен угол падения (отсчитывая от нормали) на зеркальную поверхность?

11. Параллельный пучок света с длиной волны 600 нм падает на зачерненную поверхность по нормали к ней. Концентрация фотонов в пучке составляет $3,0 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}$. Чему равно давление света на поверхность? Ответ выразите в мкПа и округлите до целых.

12. Давление света, нормально падающего на поверхность, равно 2 мкПа. Определите концентрацию фотонов вблизи поверхности, если длина волны света равна 0,45 мкм, а коэффициент отражения 0,5.

13. Солнечный свет падает на зеркальную поверхность по нормали к ней. Интенсивность солнечного излучения равна $1,37 \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2}$. Чему равно давление света на поверхность? Ответ выразите в мкПа и округлите до целых.

14. Лазер на рубине излучает в импульсе длительностью 0,5 мс энергию 1 Дж в виде почти параллельного пучка с площадью сечения $0,8 \text{ см}^2$. Найдите давление света на площадку, расположенную перпендикулярно пучку, если коэффициент отражения поверхности 0,8.

15. Длительность импульса лазера равна 1 нс, энергия в импульсе равна 0,3 Дж. Свет лазера падает на закопченное черное стекло перпендикулярно ему. Чему равно давление света на пластину во время импульса, если диаметр лазерного пучка равен 1 мм?

16. Давление монохроматического света с длиной волны 600 нм на зачерненную поверхность, расположенную перпендикулярно падающим лучам, равно 0,1 мкПа. Определите число фотонов, падающих на поверхность площадью 10 см^2 за 1 с.

17. Свет с длиной волны 0,5 мкм нормально падает на зеркальную поверхность и производит на нее давление 4 мкПа. Определите число фотонов, ежесекундно падающих на 1 см^2 этой поверхности.

18. Луч лазера мощностью 50 мВт падает на поглощающую поверхность. Какова сила светового давления луча на эту поверхность?

19. Поток фотонов длиной волны 450 нм, падающий по нормали на идеальное зеркало, оказывает на него давление p_1 . Какое давление оказывает на реальное зеркало поток фотонов с той же плотностью числа частиц и длиной волны 630 нм, если он падает по нормали на зеркало, которое отражает долю 0,8 падающего света, а остальное поглощает?

20. Пучок монохроматического света с длиной волны 663 нм падает нормально на зеркальную плоскую поверхность. Поток энергии 0,6 Вт. Определите силу светового давления, испытываемую этой поверхностью, а также число фотонов, падающих на нее за 5 с.

21. Чему равно давление света на зеркальную поверхность, если на 1 м^2 за 1 минуту падает энергия 90 кДж?

2.4. Эффект Комптона

Основные формулы

- Изменение длины волны $\Delta\lambda$ фотона при рассеянии его на электроны на угол θ

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c}(1 + \cos\theta),$$

где m_0 – масса покоя электрона отдачи.

- Комптоновская длина волны

$$\lambda_C = \frac{h}{m_0c},$$

где m_0 – масса покоя электрона.

(При рассеянии фотона на электроны $\lambda_C = 2,436 \text{ пм.}$)

Примеры решения задач

Пример 1. Фотон с энергией 0,51 МэВ при рассеянии на свободном электроны потерял половину своей энергии. Определите угол рассеяния фотона.

Дано:
 $\varepsilon_\gamma = 0,51 \text{ МэВ} = 8,16 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}$
 $\varepsilon_{\gamma'} = \varepsilon_\gamma / 2$
 $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$
 $m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
 $\theta = ?$

Решение

Согласно эффекту Комптона

$$\lambda' - \lambda = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \theta / 2, \quad (1)$$

где λ и λ' – длины волн падающего и рассеянного излучения; m_0 – масса покоя электрона; θ – угол рассеяния.

Так как $\varepsilon_\gamma = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ и $\varepsilon_{\gamma'} = h\nu' = \frac{hc}{\lambda'}$ то

$$\lambda = \frac{hc}{\varepsilon_\gamma}, \quad \lambda' = \frac{hc}{\varepsilon_{\gamma'}} = \frac{2hc}{\varepsilon_\gamma}. \quad (2)$$

Подставляя выражение для длин волн λ и λ' в формулу (1) получим:

$$\frac{2hc}{\varepsilon_\gamma} - \frac{hc}{\varepsilon_\gamma} = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \theta / 2.$$

Отсюда угол рассеяния $\sin \theta / 2 = \sqrt{\frac{m_0 c^2}{2\varepsilon_\gamma}}$, $\theta = 2 \arcsin \sqrt{\frac{m_0 c^2}{2\varepsilon_\gamma}}$.

$$\theta = 2 \arcsin \sqrt{\frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{2 \cdot 8,16 \cdot 10^{-14}}} = 2 \arcsin 0,71 = 90^\circ.$$

Ответ: $\theta = 90^\circ$.

Пример 2. Фотон с энергией $\varepsilon = 0,81 \text{ МэВ}$ испытывает комптоновское рассеяние на электроне под углом $\varphi = 120^\circ$. Определите энергию фотона после рассеяния и изменение энергии электрона.

Дано:
 $\varepsilon = 0,81 \text{ МэВ} = 1,28 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$
 $\varphi = 120^\circ$
 $\varepsilon' = ?$; $\Delta W = ?$

Решение

Из закона сохранения энергии следует, что энергия падающего фотона

$$\varepsilon = \varepsilon' + \Delta W, \quad (1)$$

где ε' – энергия рассеянного фотона; ΔW – изменение энергии электрона, испытавшего столкновение с фотоном.

$$\varepsilon' = h \frac{c}{\lambda_1},$$

где h – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме; λ_1 – длина волны рассеянного света.

Длина волны рассеянного света равна

$$\lambda_1 = \lambda + 2 \frac{h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\varphi}{2},$$

где λ – длина волны падающего света; h – постоянная Планка; m_0 – масса покоящегося электрона; φ – угол рассеяния.

Длина световой волны до рассеяния

$$\lambda = \frac{hc}{\varepsilon}.$$

Поэтому

$$\varepsilon' = \frac{hc}{\frac{hc}{\varepsilon} + 2 \frac{h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\varphi}{2}} = \frac{c}{\frac{c}{\varepsilon} + 2 \frac{1}{m_0 c} \sin^2 \frac{\varphi}{2}}.$$

$$\varepsilon' = \frac{3 \cdot 10^8}{\frac{3 \cdot 10^8}{1,28 \cdot 10^{-13}} + 2 \frac{1}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} \sin^2 \frac{120}{2}} = 3,84 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}.$$

Изменение энергии электрона

$$\Delta W = \varepsilon - \varepsilon'.$$

$$\Delta W = (12,8 - 3,84) \cdot 10^{-14} = 8,96 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}.$$

$$\text{Ответ: } \varepsilon' = 3,84 \cdot 10^{-14} \text{ Дж, } \Delta W = 8,96 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}.$$

Тесты

1. Что такое эффект Комптона?

- 1) испускание электронов веществом под действием электромагнитного излучения;
- 2) самопроизвольное испускание электронов веществом;
- 3) явление уменьшения энергии световой волны при ее распространении в веществе вследствие преобразования энергии волны в другие виды энергии;
- 4) упругое рассеяние коротковолнового электромагнитного излучения на свободных электронах вещества, сопровождающееся увеличением длины волны.

2. Укажите верные утверждения.

- 1) длина волны рассеянного фотона больше длины волны падающего фотона;
- 2) частота рассеянного фотона больше частоты падающего фотона;

- 3) частота рассеянного фотона меньше частоты падающего фотона;
- 4) длина волны рассеянного фотона меньше длины волны падающего фотона.

3. От чего зависит величина изменения длины волны излучения при комптоновском рассеянии?

- 1) от угла рассеяния излучения;
- 2) от свойств рассеивающего вещества;
- 3) от энергии падающего фотона.

4. Чему равно изменение длины волны гамма-лучей при комптоновском рассеянии на свободных электронах на угол $\frac{\pi}{3}$?

- 1) $\frac{\sqrt{3}h}{2mc}$;
- 2) $\frac{h}{mc}$;
- 3) $\frac{h}{2mc}$;
- 4) $\frac{2h}{mc}$.

5. В опыте Комптона наблюдалось рассеяние рентгеновских лучей на графите. Укажите верное утверждение:

- 1) энергия рассеянного фотона больше энергии падающего на графит фотона;
- 2) частоты падающего и рассеянного фотонов равны;
- 3) столкновение фотона с электроном в графите является упругим;
- 4) длина волны рассеянного фотона зависит от угла рассеяния Θ .

6. Укажите верное утверждение. В опыте по рассеянию рентгеновских лучей на графите...

- 1) фотон имеет импульс $p_\phi = \frac{h\nu}{c}$;
- 2) фотон имеет энергию $\varepsilon = h\nu$ и массу $m = \frac{h\nu}{c^2}$;
- 3) электрон отдачи до удара с фотоном имеет энергию $W_0 = m_0c^2$, где m_0 – масса покоя электрона;
- 4) фотон, столкнувшись с электроном, передает ему часть своей энергии и импульса.

7. Укажите неверное утверждение:

- 1) масса электрона отдачи после столкновения с фотоном не изменяется;
- 2) удар фотона с электроном является абсолютно упругим;
- 3) Комптон установил, что $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \Lambda_k(1 - \cos\Theta)$;

4) частота рентгеновских лучей, рассеянных на графите, уменьшается.

8. Укажите закон сохранения энергии для системы «фотон–электрон» в опыте Комптона:

$$\begin{array}{ll} 1) h\nu = h\nu' + \frac{m\nu^2}{2}; & 2) h\frac{c}{\lambda} + m_0c^2 = h\frac{c}{\lambda'} + mc^2; \\ 3) h\nu = h\nu' + mc^2; & 4) h\frac{c}{\lambda} + m_0c^2 = h\frac{c}{\lambda'} + \frac{m\nu^2}{2}. \end{array}$$

9. Чему равна комптоновская длина волны?

$$1) \frac{h\nu}{mc}; \quad 2) \frac{h}{mc}; \quad 3) \frac{h}{2mc}; \quad 4) \frac{2h\nu}{mc}.$$

10. В опыте Комптона $\Delta\lambda = \Lambda_k(1 - \cos\Theta)$. Укажите верное утверждение:

- 1) величина $\Delta\lambda$ зависит от длины волны падающего фотона;
- 2) величина $\Delta\lambda$ зависит от природы рассеивающего вещества;
- 3) значение Λ_k одинаково для графита и парафина;
- 4) $\Delta\lambda$ возрастает с увеличением угла рассеяния Θ .

11. Рассматривая рассеяние рентгеновских лучей на графите, Комптон при выводе формулы $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\Theta)$ использовал законы сохранения энергии и импульса. Какое утверждение не соответствует выводу этой формулы?

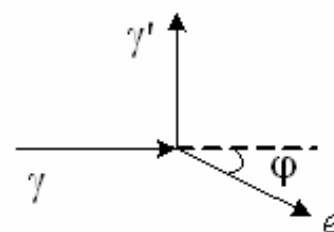
$$\begin{array}{l} 1) h\nu = h\nu' + mc^2, \text{ где } m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \\ 2) \vec{p}_e = \vec{p}_\phi - \vec{p}'_\phi, \text{ где } p_e - \text{импульс электрона отдачи}; \\ 3) h\nu + m_0c^2 = h\nu' + mc^2, \text{ где } m_0 - \text{масса покоя электрона}; \\ 4) p_e = m\nu, p_\phi = \frac{h\nu}{c}, p'_\phi = \frac{h\nu'}{c}. \end{array}$$

12. Укажите единицы измерения импульса фотона.

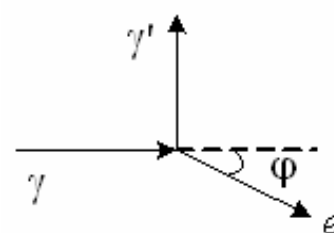
$$1) \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}; \quad 2) \frac{\text{МэВ} \cdot \text{с}}{\text{м}}; \quad 3) \frac{\text{МэВ} \cdot \text{м}}{\text{с}}; \quad 4) \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}.$$

Задачи для самостоятельного решения

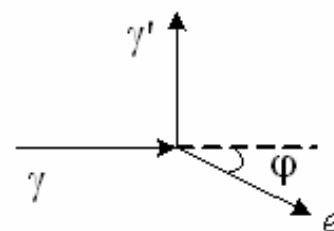
1. На рисунке показаны направления падающего фотона γ , рассеянного фотона γ' и электрона отдачи e . Угол рассеяния 90° . Направление движения электрона отдачи составляет с направлением падающего фотона угол $\varphi = 30^\circ$. Импульс падающего фотона p_ϕ . Чему равен импульс электрона отдачи?



2. Эффект Комптона наблюдается на почти свободных электронах. На рисунке показаны направления падающего фотона γ , рассеянного фотона γ' и электрона отдачи e . Угол рассеяния 90° , направление движения электрона отдачи составляет с направлением падающего фотона угол $\varphi = 30^\circ$. Как изменится при рассеянии импульс фотона?



3. При наблюдении эффекта Комптона угол рассеяния фотона на покоившемся свободном электроне равен 90° , направление движения электрона отдачи составляет с направлением падающего фотона угол 30° . Импульс рассеянного фотона $2 \frac{\text{МэВ} \cdot \text{с}}{\text{м}}$. Чему равен импульс электрона отдачи в тех же единицах?



4. Насколько изменяется длина волны рентгеновских лучей при комптоновском рассеянии под углом 60° ? Комптоновская длина волны равна $2,4363 \cdot 10^{-12}$ м.

5. Найдите длину волны рентгеновских лучей после комптоновского рассеяния под углом 90° . Длина волны до рассеяния была равна 20 пм.

6. При облучении графита рентгеновскими лучами длина волны излучения, рассеянного под углом 45° , оказалась равной 10,7 пм. Какова длина волны падающих лучей?

7. Длина волны рентгеновских лучей после комптоновского рассеяния увеличилась на 0,3 пм. Найдите угол рассеяния.

8. Длина волны рентгеновских лучей после комптоновского рассеяния увеличилась с 2 до 2,4 пм. Найдите энергию электронов отдачи.

9. Угол рассеяния рентгеновских лучей с длиной волны 5 пм равен 30° , а электроны отдачи движутся под углом 60° к направлению падающих лучей. Найдите импульс электронов отдачи и импульс фотонов рассеянных лучей.

10. Рентгеновские лучи с длиной волны 20 пм рассеиваются под углом 90° . Найдите импульс электронов отдачи.

11. Фотон с энергией 100 кэВ в результате комптоновского рассеяния на электроне отклонился на угол 90° . Чему равна энергия рассеянного фотона? Ответ выразите в кэВ и округлите до целого числа. Учтите, что энергия покоя электрона 511 кэВ.

12. Длина волны гамма-лучей при комптоновском рассеянии на свободных электронах увеличилась на $\frac{h}{2mc}$. Чему равен угол рассеяния в градусах?

13. Длина волны гамма-лучей при комптоновском рассеянии на свободных электронах увеличилась на $\frac{h}{mc}$. Чему равен угол рассеяния в градусах?

14. При каком угле (в градусах) комптоновского рассеяния фотонов изменение длины волны максимально?

15. Фотон с длиной волны 4,86 пм рассеялся на первоначально покоившемся свободном электроне. Комптоновская длина волны для электрона равна $2,43 \cdot 10^{-12}$ м. Чему равно отношение максимально возможной длины волны рассеянного фотона к его первоначальной длине?

16. При рассеянии фотона на свободном электроне кинетическая энергия отдачи электрона максимальна. Чему при этом равен угол рассеяния в градусах?

17. В явлении Комптона энергия падающего фотона распределяется поровну между рассеянным фотоном и электроном отдачи. Угол рассеяния равен 90° . Комптоновская длина волны электрона $2,43 \cdot 10^{-12}$ м. Чему равна длина волны рассеянного фотона в фемтометрах (10^{-15})?

18. Монохроматическое рентгеновское излучение с длиной волны $\lambda = \frac{\Lambda}{2}$, где $\Lambda = \frac{h}{mc} = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м – комптоновская длина волны для электрона, падает на рассеивающее вещество. Чему равно отношение длин волн $\frac{\lambda'_1}{\lambda'_2}$ излучения, рассеянного под углами 120° и 60° соответственно?

19. Фотон с длиной волны 100 пм рассеялся под углом 180° на свободном электроне. Определите в эВ кинетическую энергию электрона отдачи.

20. Гамма-фотон с длиной волны 1,2 пм в результате комптоновского рассеяния на свободном электроне отклонился от первоначального направления на угол 60° . Определите кинетическую энергию и импульс электрона отдачи. До столкновения электрон покоился.

21. В результате комптоновского рассеяния на свободном электроне длина волны гамма-фотона увеличилась в два раза. Найдите кинетическую энергию и импульс электрона отдачи, если угол рассеяния фотона равен 60° . До столкновения электрон покоился.

22. В результате комптоновского рассеяния на свободном электроне энергия гамма-фотона уменьшилась в три раза. Угол рассеяния фотона равен 60° . Найдите кинетическую энергию и импульс электрона отдачи. До столкновения электрон покоился.

23. Гамма-фотон с энергией 1,02 МэВ в результате комптоновского рассеяния на свободном электроне отклонился от первоначального направления на угол 90° . Определите кинетическую энергию и импульс электрона отдачи. До столкновения электрон покоился.

24. Гамма-фотон с длиной волны 2,43 пм испытал комптоновское рассеяние на свободном электроне строго назад. Определите кинетическую энергию и импульс электрона отдачи. До столкновения электрон покоился.

25. Первоначально покоившийся свободный электрон в результате комптоновского рассеяния на нем гамма-фотона с энергией 0,51 МэВ приобрел кинетическую энергию 0,06 МэВ. Чему равен угол рассеяния фотона?

26. Фотон с энергией 0,75 МэВ рассеялся на свободном электроне под углом 60° . Принимая, что кинетическая энергия и импульс электрона до

соударения с фотоном были пренебрежимо малы, определите энергию рассеянного фотона и кинетическую энергию электрона отдачи.

27. Энергия рентгеновских лучей равна 0,72 МэВ. Найдите энергию электрона отдачи, если известно, что длина волны рентгеновских лучей после комптоновского рассеяния изменилась на 20 %.

3. АТОМ ВОДОРОДА ПО ТЕОРИИ БОРА. РЕНТГЕНОВСКИЕ ЛУЧИ

Основные формулы

• *Первый постулат Бора*: движение электрона вокруг ядра возможно только по определенным орбитам, радиусы которых удовлетворяют соотношению:

$$m v_n r_n = n \frac{h}{2\pi},$$

где m – масса электрона; v_n – скорость электрона на n -й орбите; r_n – радиус орбиты; h – постоянная Планка; n – главное квантовое число.

• *Второй постулат Бора*: частота излучения ν , соответствующая переходу электрона с одной орбиты на другую, определяется по формуле

$$h\nu = W_n - W_k,$$

где k и n – номера орбит; W_k и W_n – соответствующие им значения энергии электрона.

• Энергия электрона, находящегося на n -й орбите,

$$W_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2n^2}.$$

• Частота ν (длина волны λ), соответствующая линиям водородного спектра,

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = Rc \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где k и n – номера орбит; c – скорость распространения света в вакууме; R – постоянная Ридберга, равная

$$R = \frac{e^4 m}{8\epsilon_0^2 h^3 c} = 1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}.$$

Здесь e – заряд электрона; m – масса электрона; h – постоянная Планка; ϵ_0 – электрическая постоянная.

• Частота ν (длина волны λ) для водородоподобного иона

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = RcZ^2 \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где Z – порядковый номер элемента в таблице Менделеева.

- Уравнение Вульфа – Брэггов

$$2d \sin \varphi = m\lambda, \quad (m = 1, 2, 3 \dots),$$

где d – постоянная решетки кристалла (расстояние между атомными плоскостями кристалла), φ – угол между пучком рентгеновских лучей и поверхностью кристалла.

- Частота ν_0 , соответствующая коротковолновой границе сплошного рентгеновского спектра,

$$\nu_0 = \frac{eU}{h},$$

где U – разность потенциалов, приложенная к электродам рентгеновской трубки.

- Формула Мозли

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = Rc(Z - b)^2 \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где Z – порядковый номер элемента, из которого сделан антикатод; b – постоянная экранирования, или

$$\sqrt{\nu} = a(Z - b), \quad \text{где } a = \sqrt{Rc \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)}.$$

- Интенсивность пучка рентгеновских лучей, прошедших сквозь пластинку толщиной x ,

$$I = I_0 e^{-\mu \cdot x},$$

где I_0 – интенсивность пучка излучения, падающего на пластинку; μ [м^{-1}] – линейный коэффициент поглощения. Коэффициент поглощения μ зависит от длины волны рентгеновских лучей и от плотности вещества. Массовый коэффициент поглощения μ_M связан с линейным коэффициентом поглощения μ соотношением $\mu_M [\text{м}^2 / \text{кг}] = \mu / \rho$, где ρ – плотность вещества. Поглощение рентгеновских лучей различными веществами характеризуют так называемой «толщиной слоя половинного ослабления», т.е. толщиной слоя $x_{1/2}$, уменьшающей вдвое интенсивность падающих лучей.

Примеры решения задач

Пример 1. Вычислите длину волны света, излучаемого атомом водорода при переходе электрона с пятого энергетического уровня на третий. Определите энергию, массу и количество движения испускаемого фотона.

Дано:

$$n = 3$$

$$m = 5$$

$$\lambda - ?; \varepsilon - ?;$$

$$m - ?; p - ?$$

Решение

Длину волны испускаемого излучения можно найти, воспользовавшись сериальной формулой для водорода ($Z = 1$)

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (1)$$

где R – постоянная Ридберга; m и n – главные квантовые числа.

Из формулы (1) выразим длину волны

$$\lambda = \frac{n^2 m^2}{R(m^2 - n^2)}.$$

$$\lambda = \frac{3^2 \cdot 5^2}{1,10 \cdot 10^7 \cdot (5^2 - 3^2)} = 1,28 \text{ мкм}.$$

Энергия фотона

$$\varepsilon = h \cdot \nu = h \frac{c}{\lambda},$$

где h – постоянная Планка ($h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с); ν – частота световой волны; λ – длина волны.

$$\varepsilon = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{1,28 \cdot 10^{-6}} = 1,55 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Масса фотона

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2}.$$

$$m = \frac{1,55 \cdot 10^{-19}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 1,72 \cdot 10^{-35} \text{ кг}.$$

Количество движения (импульс) фотона

$$p = mc.$$

$$p = 1,72 \cdot 10^{-35} \cdot 3 \cdot 10^8 = 5,15 \cdot 10^{-27} \text{ кг·м/с}.$$

Ответ: $\lambda = 1,28 \text{ мкм}$; $\varepsilon = 1,55 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$; $m = 1,72 \cdot 10^{-35} \text{ кг}$;

$p = 5,15 \cdot 10^{-27} \text{ кг·м/с}$.

Пример 2. Найти значение кинетической, потенциальной и полной энергии электрона на первой боровской орбите в атоме водорода.

Дано:	Решение
$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл	Рассмотрим движение электрона по круговым орбитам в атоме водорода, состоящем из ядра с зарядом $+e$ и электрона с зарядом $-e$.
$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг	Стационарная электронная орбита представляет собой устойчивое состояние и определяется условием квантования Бора
$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м	
$h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с	
$n = 1$	
$K - ?$	$mvr = \frac{nh}{2\pi},$ (1)
$\Pi - ?$	
$E - ?$	

а также тем, что центростремительная сила равна силе электростатического притяжения между электроном и ядром

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (2)$$

Выражая r из формулы (1) и подставляя это выражение в формулу (2), получим:

$$v = \frac{e^2}{2n\epsilon_0 h}. \quad (3)$$

Чтобы определить радиусы допустимых орбит, подставим выражение (3) в (2), тогда

$$r = \frac{nh}{2\pi m v} = \frac{nh 2\pi\epsilon_0 h}{2\pi m e^2} = \frac{h^2 \epsilon_0 n^2}{\pi m_e e^2}. \quad (4)$$

Зная зависимости v и r от квантового числа n , получим выражения для кинетической, потенциальной и полной энергии электрона в атоме водорода:

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{m_e e^4}{8n^2 \epsilon_0^2 h^2}; \quad \Pi = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e^2 \pi m_e e^2}{4\pi\epsilon_0 h^2 \epsilon_0 n^2} = -\frac{m_e e^4}{4n^2 \epsilon_0^2 h^2};$$

$$E = \Pi + K = -\frac{m_e e^4}{8n^2 \epsilon_0^2 h^2}.$$

Знак «-» означает, что электрон находится в связанном состоянии.

$$K = \frac{1,6^4 \cdot 10^{-76} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{8 \cdot 1 \cdot 8,85^2 \cdot 10^{-24} \cdot 6,62^2 \cdot 10^{-68}} = 2,17 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 13,6 \text{ эВ}.$$

$$\Pi = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6^4 \cdot 10^{-76}}{4 \cdot 8,85^2 \cdot 10^{-24} \cdot 6,62^2 \cdot 10^{-68}} = -4,34 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = -27,2 \text{ эВ.}$$

$$E = K + \Pi = -2,17 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = -13,6 \text{ эВ.}$$

Ответ: $K = 13,6 \text{ эВ}$; $\Pi = -27,2 \text{ эВ}$; $E = -13,6 \text{ эВ}$.

Пример 3. Найти период обращения электрона на первой боровской орбите в атоме водорода и его угловую скорость.

Дано:	Решение
$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$	Используя зависимость r и v от квантового числа n , полученные в предыдущей задаче,
$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$	
$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$	$v = \frac{e^2}{2n\epsilon_0 h}, \quad r = \frac{h^2 \epsilon_0 n^2}{\pi m_e e^2}$
$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$	и связь между v , ω и r
$n = 1$	
$T - ?$	$\omega = \frac{v}{r},$
$\omega - ?$	

найдем зависимость T и ω от квантового числа n :

$$\omega = \frac{e^2 \pi m_e e^2}{2n\epsilon_0 h^2 n^2 \epsilon_0} = \frac{\pi m_e e^4}{2n^3 \epsilon_0^2 h^3};$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi 2n^3 \epsilon_0^2 h^3}{\pi m_e e^4} = \frac{4n^3 \epsilon_0^2 h^3}{m_e e^4}.$$

$$\omega = \frac{3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6^4 \cdot 10^{-76}}{2 \cdot 8,85^2 \cdot 10^{-24} \cdot 6,62^3 \cdot 10^{-102}} = 4,12 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}.$$

$$T = \frac{4 \cdot (8,85^2) \cdot 10^{-24} \cdot (6,62)^3 \cdot 10^{-102}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (1,6)^4 \cdot 10^{-76}} = 1,52 \cdot 10^{-16} \text{ с.}$$

Ответ: $\omega = 4,12 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$; $T = 1,52 \cdot 10^{-16} \text{ с}$.

Пример 4. Электрон в атоме водорода находится в основном стационарном состоянии. Сравните энергию ионизации атома водорода с кинетической энергией электрона, вращающегося вокруг ядра (учесть, что электрон движется по круговой орбите).

Дано:	Решение
$n = 1$	Кулоновская сила представляет собой центростремительную силу, удерживающую электрон на круговой орбите
$\frac{K}{W_{\text{ион}}} - ?$	

$$\frac{m_e v_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r_n^2}, \quad (1)$$

где v_n – линейная скорость электрона; r_n – радиус n -й орбиты; Z – зарядовое число; e – элементарный заряд ($e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл); ϵ_0 – электрическая постоянная ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м).

С другой стороны, согласно первому постулату Бора

$$m_e v_n r_n = n \frac{h}{2\pi}, \quad (2)$$

где n – главное квантовое число.

Из уравнений (1) и (2) следует, что $v_n = \frac{Ze^2}{2\epsilon_0 n h}$.

Кинетическая энергия электрона равна

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{m_e e^4}{8n^2 \epsilon_0^2 h^2}.$$

$$K = \frac{1}{8 \cdot (8,85 \cdot 10^{-12})^2} \cdot \frac{9,1 \cdot 10^{-31} (1,6 \cdot 10^{-19})^4}{1^2 (6,62 \cdot 10^{-34})^2} = 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж.}$$

Энергия ионизации равна энергии поглощаемого кванта $W_{\text{ион}} = h \frac{c}{\lambda}$,

где h – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме; $\frac{1}{\lambda}$ – волновое число, которое согласно серийной формуле для водорода ($Z = 1$) равно:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right),$$

где R – постоянная Ридберга, а n и m – главные квантовые числа, соответствующие энергетическим уровням, между которыми осуществляется переход.

Поэтому

$$W_{\text{ион}} = hcR \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right);$$

$$W_{\text{ион}} = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1,097 \cdot 10^7 \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty} \right) \text{ Дж} = 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж.}$$

$$\frac{K}{W_{\text{ион}}} = \frac{2,18 \cdot 10^{-18}}{2,18 \cdot 10^{-18}} = 1.$$

Ответ: $K = W_{\text{ион}}$.

Пример 5. Вычислите, пользуясь теорией Бора, длины волн, соответствующие четырем основным видимым линиям серии Бальмера.

Решение

Кулоновская сила притяжения электрона к ядру, удерживающая электрон на круговой орбите

$$\frac{m_e v_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_n^2}, \quad (1)$$

где n – главное квантовое число; m_e – масса электрона.

С другой стороны, согласно первому постулату Бора

$$m_e v_n r_n = n \frac{h}{2\pi}, \quad (2)$$

где h – постоянная Планка.

Решая систему уравнений (1) и (2) относительно v_n и r_n , получим:

$$v_n = \frac{e^2}{2\epsilon_0 n h} \quad \text{и} \quad r_n = \frac{\epsilon_0 n^2 h^2}{\pi m_e e^2}.$$

Потенциальная энергия электрона

$$W_{\text{п}} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_n} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2 \pi e^2 m_e}{\epsilon_0 n^2 h^2} = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 n^2 h^2}.$$

Кинетическая энергия электрона

$$W_{\text{к}} = \frac{m_e v_n^2}{2} = \frac{m_e e^4}{2 \cdot 4\epsilon_0^2 n^2 h^2} = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 n^2 h^2}.$$

Полная механическая энергия электрона

$$W_{\text{полн}} = W_{\text{п}} + W_{\text{к}} = -\frac{m_e e^4}{4\epsilon_0^2 n^2 h^2} + \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 n^2 h^2} = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 n^2 h^2}.$$

Обращаем внимание на отрицательный знак, стоящий перед выражением полной энергии. Следовательно, полная энергия электрона в атоме растет с возрастанием значений главного квантового числа n и обращается в нуль при $n = \infty$.

При переходе электрона с более удаленной орбиты с главным квантовым числом m на орбиту, расположенную ближе к ядру, которой соответствует главное квантовое число n , выделяется квант энергии

$$h\nu = W_{\text{полн}}^m - W_{\text{полн}}^n = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 m^2 h^2} + \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 n^2 h^2} = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right).$$

Выразим частоту ν через длину волны λ и преобразуем выражение, стоящее в скобках:

$$h \frac{c}{\lambda} = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{m^2 - n^2}{n^2 m^2}. \quad (3)$$

Из уравнения (3) выразим длину волны:

$$\lambda = \frac{hc 8\epsilon_0^2 h^2 n^2 m^2}{m_e e^4 (m^2 - n^2)} = \frac{8\epsilon_0^2 c h^3 n^2 m^2}{m_e e^4 (m^2 - n^2)}. \quad (4)$$

Подставляя в формулу (4) числовые значения величин, вычислим длины волн для четырех основных видимых линий серии Бальмера.

$$\text{Для линии } H_\alpha: \lambda_\alpha = 9,13 \cdot \frac{36}{5} \cdot 10^{-8} \text{ м} = 6570 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

$$\text{Для линии } H_\beta: \lambda_\beta = 9,13 \cdot \frac{16}{3} \cdot 10^{-8} \text{ м} = 4870 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

$$\text{Для линии } H_\gamma: \lambda_\gamma = 9,13 \cdot \frac{100}{21} \cdot 10^{-8} \text{ м} = 4340 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

$$\text{Для линии } H_\delta: \lambda_\delta = 9,13 \cdot \frac{9}{2} \cdot 10^{-8} \text{ м} = 4101 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

$$\text{Ответ: } \lambda_\alpha = 6570 \cdot 10^{-10} \text{ м}; \lambda_\beta = 4870 \cdot 10^{-10} \text{ м}; \\ \lambda_\gamma = 4340 \cdot 10^{-10} \text{ м}; \lambda_\delta = 4101 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

Пример 6. Определите квантовые числа атома лития (${}^7_3\text{Li}$), находящегося в основном стационарном состоянии.

Решение

Атом лития ${}^7_3\text{Li}$ имеет три электрона.

Основному состоянию отвечает такое их расположение, при котором два из них будут находиться в 1-й электронной оболочке и один – во 2-й.

Значение главного квантового числа n для 1-й электронной оболочки равно 1.

Орбитальное квантовое число принимает значения:

$$l = 0, 1, 2, 3, \dots, (n - 1).$$

С другой стороны, число значений орбитального квантового числа не может быть больше n . Следовательно, в нашем случае оно принимает только одно значение, равное 0.

Магнитное квантовое число m принимает значения:

$$m = l, \dots, 2, 1, 0, -1, -2, \dots, -l,$$

то есть всего $2l + 1$ значений.

Следовательно, магнитное квантовое число будет иметь также лишь одно значение ($2 \cdot 0 + 1 = 1$), равное 0.

Два электрона на круговой орбите первой электронной оболочки будут отличаться лишь значениями спинового квантового числа s :

$$+\frac{1}{2} \text{ и } -\frac{1}{2}.$$

Итак, квантовые числа для электронов, находящихся в 1-й электронной оболочке, будут:

$$n = 1; l = 0; m = 0; s_1 = +\frac{1}{2} \text{ и } s_2 = -\frac{1}{2}.$$

Электрону 2-й оболочки будет соответствовать главное квантовое число $n = 2$.

Из двух возможных значений орбитального квантового числа (0 или 1) будет иметь место только первое из них, так как атом находится в основном состоянии: $l = 0$.

Поэтому и магнитное квантовое число примет всего лишь одно значение ($2 \cdot 0 + 1 = 1$), равное 0.

Спиновое квантовое число принимает два значения:

$$+\frac{1}{2} \text{ и } -\frac{1}{2}.$$

Итак, квантовые числа для электрона, находящегося во 2-й оболочке, для основного стационарного состояния атома будут равны:

$$n = 2; l = 0; m = 0; s_1 = +\frac{1}{2} \text{ и } s_2 = -\frac{1}{2}.$$

Пример 7. Граничная длина волны K_α -серии характеристического рентгеновского излучения для некоторого элемента равна 0,0205 нм. Определите этот элемент.

Дано:

$$n = 2$$

$$\lambda_{K_\alpha} = 0,205 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$i = 1$$

$$\sigma = 1$$

$$Z = ?$$

Решение

Из формулы Мозли

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z - \sigma)^2 \left[\frac{1}{i^2} - \frac{1}{n^2} \right],$$

где λ – длина волны характеристического излучения, равная $\lambda = c / \nu$ (c – скорость света, ν – частота, соответствующая длине волны λ); R – постоянная Ридберга;

Z – порядковый номер элемента, из которого изготовлен электрод; σ – постоянная экранирования; i – номер энергетического уровня, на который переходит электрон; n – номер энергетического уровня, с которого переходит электрон (для K_{α} -серии $i = 1$, $n = 2$, $\sigma = 1$), находим Z :

$$Z = \sqrt{\frac{4}{3\lambda R}} + 1.$$

$$Z = \sqrt{\frac{4}{3 \cdot 0,205 \cdot 10^{-10} \cdot 1,097 \cdot 10^7}} + 1 = 78.$$

Порядковый номер 78 имеет платина.

Ответ: $Z = 78$ (платина).

Тесты

1. Что является источником линейчатых спектров испускания?
 - 1) атомарные газы;
 - 2) жидкости;
 - 3) твердые тела;
 - 4) молекулярные газы.

2. Что является источником полосатых спектров испускания?
 - 1) атомарные газы;
 - 2) жидкости;
 - 3) твердые тела;
 - 4) молекулярные газы.

3. В каком случае наблюдается спектр поглощения газа?
 - 1) при быстром сжатии газа;
 - 2) при охлаждении газа;
 - 3) при пропускании через газ белого света;
 - 4) при пропускании через газ монохроматического света.

4. Чем обоснована планетарная модель атома?
 - 1) расчетами движения небесных тел;
 - 2) опытами по рассеянию альфа-частиц;
 - 3) фотографиями атомов в микроскопе;
 - 4) опытами по изучению естественной радиоактивности.

5. Чему равно главное квантовое число, соответствующее основному стационарному состоянию атома?
 - 1) $n = 1$;
 - 2) $n = 2$;
 - 3) $n = 3$;
 - 4) $n = 4$.

6. Какое из приведенных ниже утверждений является постулатом Бора?
 - 1) излучение света происходит при переходе из стационарного состояния с большей энергией в стационарное состояние с меньшей энергией, энергия излученного фотона равна разности энергий стационарных состояний;

- 2) в процессе движения электронов вокруг атомных ядер по круговым орбитам должно происходить излучение электромагнитных волн;
- 3) атом состоит из положительно заряженного ядра и электронов;
- 4) ядро атома состоит из протонов и нейтронов.

7. Какое из приведенных ниже высказываний правильно описывает способность атомов к излучению и поглощению энергии? Изолированные атомы могут:

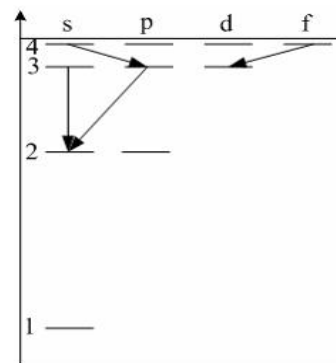
- 1) поглощать и излучать любую порцию энергии;
- 2) поглощать и излучать лишь некоторый дискретный набор значений энергии;
- 3) поглощать любую порцию энергии, а излучать лишь некоторый дискретный набор значений энергии;
- 4) излучать любую порцию энергии, а поглощать лишь некоторый дискретный набор значений энергии.

8. Чему равна частота фотона, испускаемого при переходе атома из одного стационарного состояния с энергией E_m в другое стационарное состояние с энергией E_n ?

- 1) $\frac{E_m}{h}$;
- 2) $\frac{E_n}{h}$;
- 3) $\frac{(E_m + E_n)}{h}$;
- 4) $\frac{(E_m - E_n)}{h}$.

9. Укажите запрещенный переход в энергетическом спектре атома водорода:

- 1) $3s \rightarrow 2s$;
- 2) $3p \rightarrow 2s$;
- 3) $4f \rightarrow 3d$;
- 4) $4s \rightarrow 3p$.

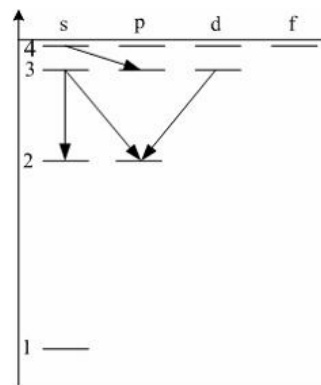


10. Какое излучение наблюдается при переходе электрона в атоме водорода на низший энергетический уровень?

- 1) ультрафиолетовое;
- 2) инфракрасное;
- 3) видимое;
- 4) рентгеновское.

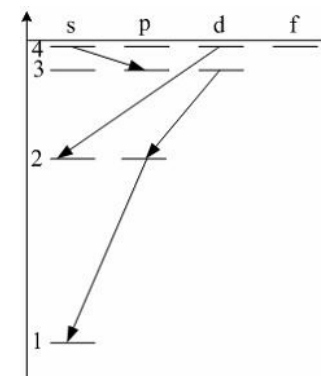
11. Укажите запрещенный переход в энергетическом спектре атома водорода:

- 1) $3s \rightarrow 2s$;
- 2) $3d \rightarrow 2p$;
- 3) $3s \rightarrow 2p$;
- 4) $4s \rightarrow 3p$.



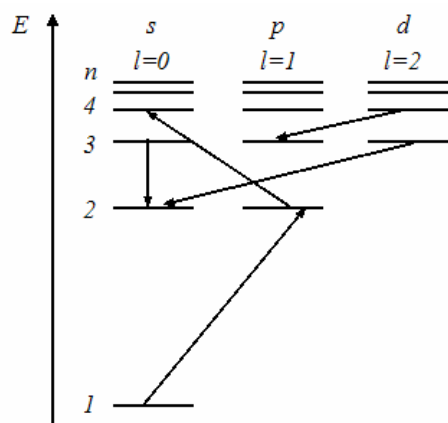
12. Укажите запрещенный переход в энергетическом спектре атома водорода:

- 1) $4s \rightarrow 3p$;
- 2) $2p \rightarrow 1s$;
- 3) $3d \rightarrow 2p$;
- 4) $4d \rightarrow 2s$.



13. На рисунке изображена схема энергетических уровней атома водорода. Показаны состояния с различными значениями орбитального квантового числа. Какие переходы являются запрещенными правилом отбора для орбитального квантового числа?

- 1) $2p \rightarrow 4s$;
- 2) $4d \rightarrow 3p$;
- 3) $3s \rightarrow 2s$;
- 4) $3d \rightarrow 2s$;
- 5) $1s \rightarrow 2p$.



14. В каком случае происходит излучение спектральной линии в видимой области спектра атома водорода?

- 1) при переходе электрона со второго энергетического уровня на первый;
- 2) при переходе электрона с третьего энергетического уровня на первый;
- 3) при переходе электрона со второго энергетического уровня на третий;
- 4) при переходе электрона с пятого энергетического уровня на второй.

15. Каким переходам электрона в атоме водорода соответствуют спектральные линии в ультрафиолетовой области спектра?

- 1) при переходе с четвертой орбиты на первую;
- 2) при переходе с третьей орбиты на вторую;
- 3) при переходе с третьей орбиты на первую;
- 4) при переходе с пятой орбиты на третью.

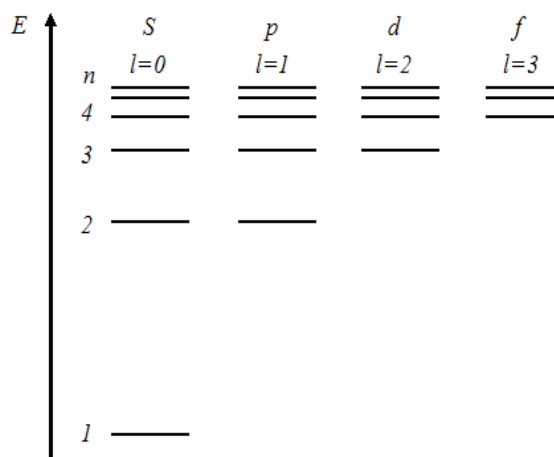
16. Каким переходам электрона в атоме водорода соответствуют спектральные линии в инфракрасной области спектра?

- 1) при переходе с четвертого уровня на третий;
- 2) при переходе с третьего уровня на второй;
- 3) при переходе с четвертого уровня на первый;
- 4) при переходе с пятого уровня на третий.

17. В каком случае происходит поглощение света атомом водорода?

- 1) при переходе электрона со второго энергетического уровня на первый;
- 2) при переходе электрона со второго энергетического уровня на третий;
- 3) при переходе электрона с пятого энергетического уровня на третий;
- 4) при переходе электрона с первого энергетического уровня на второй.

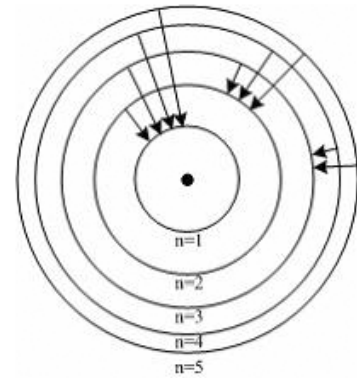
18. На рисунке изображена схема энергетических уровней атома водорода. Показаны состояния с различными значениями орбитального квантового числа. Какие переходы дают серию Бальмера?



- 1) $np \rightarrow 1s$ ($n = 2, 3, 4 \dots$);
- 2) $np \rightarrow 3d$ ($n = 4, 5, 6 \dots$);
- 3) $nf \rightarrow 3d$ ($n = 4, 5, 6 \dots$);
- 4) $nd \rightarrow 2p$ ($n = 3, 4, 5 \dots$);
- 5) $np \rightarrow 2s$ ($n = 3, 4, 5 \dots$);
- 6) $ns \rightarrow 2p$ ($n = 3, 4, 5 \dots$).

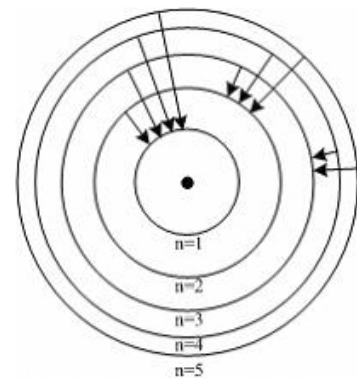
19. На рисунке изображены стационарные орбиты атома водорода согласно модели Бора, а также переходы электрона с одной стационарной орбиты на другую, сопровождающиеся излучением кванта энергии. Какой переход соответствует наибольшей частоте кванта в серии Лаймана?

- 1) $n = 2 \rightarrow n = 1$; 2) $n = 5 \rightarrow n = 3$;
3) $n = 3 \rightarrow n = 2$; 4) $n = 5 \rightarrow n = 1$.



20. На рисунке изображены стационарные орбиты атома водорода согласно модели Бора, а также переходы электрона с одной стационарной орбиты на другую, сопровождающиеся излучением кванта энергии. Какой переход соответствует наибольшей частоте кванта в серии Пашена?

- 1) $n = 4 \rightarrow n = 3$; 2) $n = 5 \rightarrow n = 3$;
3) $n = 5 \rightarrow n = 2$; 4) $n = 5 \rightarrow n = 1$.



21. Чему равна частота спектральной линии, соответствующей переходу электрона с n -й орбиты на k -ю?

- 1) $R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$; 2) $\frac{1}{R} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$;
3) $R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right)$; 4) $Rc \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$.

22. Чему равна скорость движения электрона в атоме водорода на n -й орбите?

- 1) $\frac{1}{n^2} \cdot \frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2}$; 2) $\frac{1}{n} \cdot \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar}$;
3) $\frac{n\hbar}{mr_n}$; 4) $n^2 \cdot \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2}$.

23. Укажите верные утверждения:

- 1) движение электрона по стационарным орбитам сопровождается излучением;
2) кинетическая энергия электрона, вращающегося вокруг ядра, зависит от главного квантового числа;
3) скорость движения электрона уменьшается с увеличением радиуса электронной орбиты;

4) произведение скорости электрона и его радиуса орбиты зависит от главного квантового числа.

24. Укажите верные утверждения:

- 1) радиус электронной орбиты пропорционален порядковому номеру орбиты;
- 2) момент импульса электрона в атоме квантуется;
- 3) момент импульса электрона на стационарной орбите $L = I\omega$, где I – момент инерции, ω – угловая скорость электрона;
- 4) $m v_1 r_1 = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с .

25. Укажите верные утверждения:

- 1) энергия атома возрастает с увеличением радиуса электронной орбиты;
- 2) энергия атома возрастает с увеличением квантового числа;
- 3) для атома водорода $m v_1 r_1 = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с ;
- 4) произведение скорости электрона и его радиуса орбиты зависит от главного квантового числа.

26. Укажите верные утверждения. С увеличением главного квантового числа в атоме водорода:

- 1) скорость электрона увеличивается;
- 2) скорость электрона уменьшается;
- 3) импульс электрона увеличивается;
- 4) полная энергия атома увеличивается.

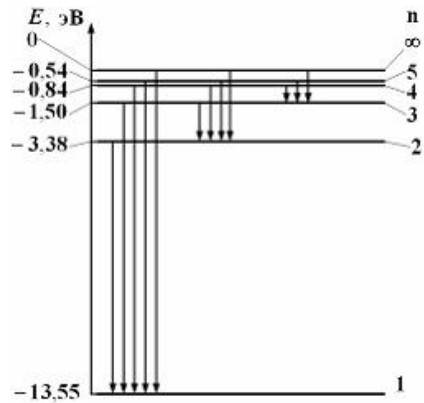
27. Укажите верные соотношения:

- 1) $E_1 < E_2 < E_3 < \dots < E_n$, где E_k – полная энергия электрона в атоме на k – й орбите, $k = 1, 2, \dots, n$;
- 2) $L_1 : L_2 : L_3 = 1 : 2 : 3$, где $L_n = m v_n r_n$;
- 3) $r_1 : r_2 : r_3 = 1 : 2 : 3$, где r – радиус боровской орбиты;
- 4) $L_1 : L_2 : L_3 = 3 : 2 : 1$.

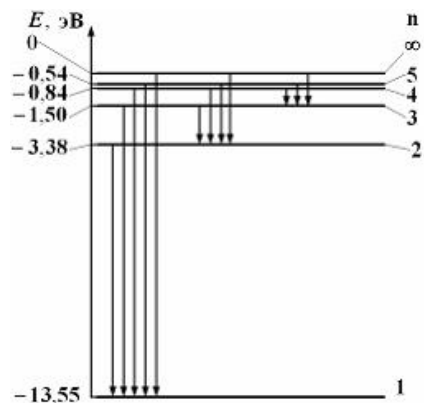
Задачи для самостоятельного решения

1. Определите длину волны света, испускаемого атомом водорода при его переходе из стационарного состояния с энергией $E_3 = -1,5$ эВ в состояние с энергией $E_2 = -3,37$ эВ.

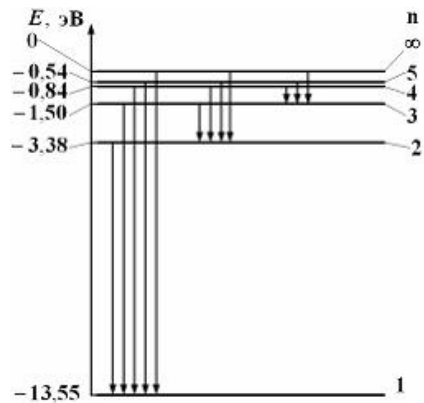
2. На рисунке дана схема энергетических уровней атома водорода, а также условно изображены переходы электрона с одного уровня на другой, сопровождающиеся излучением кванта энергии. Чему равно отношение максимальной частоты линии серии Пашена к минимальной частоте линии серии Бальмера?



3. На рисунке дана схема энергетических уровней атома водорода, а также условно изображены переходы электрона с одного уровня на другой, сопровождающиеся излучением кванта энергии. Чему равна наибольшая длина волны спектральной линии (в нм) серии Лаймана?



4. На рисунке дана схема энергетических уровней атома водорода, а также условно изображены переходы электрона с одного уровня на другой, сопровождающиеся излучением кванта энергии. Чему равно отношение минимальной частоты линии серии Лаймана к максимальной частоте линии серии Бальмера?



5. Сколько линий спектра атома водорода попадает в видимую область ($\lambda = 0,40-0,76$ мкм)? Вычислите длины волн этих линий. Каким цветам они соответствуют?

6. Определите максимальную и минимальную энергию фотона в видимой серии спектра водорода (серии Бальмера).

7. Определите длину волны света, испускаемого атомом водорода при его переходе из состояния с энергией E_4 в состояние с энергией E_2 .

8. Атом водорода переведен из нормального состояния в возбужденное, характеризующееся главным квантовым числом 3. Какие спектральные

линии могут появиться в спектре водорода при переходе атома из возбужденного состояния в нормальное?

9. При переходе электрона в водородоподобном атоме с одной из возможных орбит на другую, более близкую к ядру, энергия атома уменьшается на 1,892 эВ. Определите длину волны излучения.

10. Модули энергии атома водорода в основном и первом возбужденном состоянии различаются в 4 раза, а в основном и втором возбужденном состоянии – в 9 раз. Найдите отношение частот линий спектра поглощения атома водорода, соответствующих переходам с основного на первый и с основного на второй возбужденный уровень.

11. При переходе электрона с некоторой орбиты на вторую атом водорода испускает свет длиной волны $4,34 \cdot 10^{-7}$ м. Найдите номер неизвестной орбиты.

12. При анализе спектра атомарного водорода, полученного с помощью дифракционной решетки с периодом d , было установлено, что дифракционный максимум m -го порядка, наблюдаемый под углом дифракции φ , соответствует одной из линий серии Лаймана. Определите номер энергетического уровня, с которого произошли электронные переходы.

13. Определите энергию ионизации атома водорода.

14. Найдите скорость электрона на первой боровской орбите в атоме водорода. Радиус орбиты $R_1 = 0,53 \cdot 10^{-10}$ м.

15. Каково ускорение электрона на первой боровской орбите в атоме водорода?

16. Определите потенциал ионизации атома водорода.

17. Чему равен боровский радиус однократно ионизированного атома лития?

18. Найдите потенциал ионизации двукратно ионизированного атома лития.

19. Вычислите постоянную Ридберга и боровский радиус для мезоатома – атома, состоящего из протона (ядра атома водорода) и мюона (части-

цы, имеющей такой же заряд, как у электрона, и массу, равную 207 массам электрона).

20. На какой орбите скорость электрона в атоме водорода равна 734 км/с?

21. Радиус n -й круговой орбиты электрона в теории Бора для атома водорода выражается через радиус первой орбиты соотношением $r_n = r_1 n^2$. Как и во сколько раз изменяется скорость электрона при переходе с первой орбиты на вторую?

22. Чему равен импульс электрона, находящегося на первой боровской орбите, радиус которой равен $53 \cdot 10^{-12}$ м?

23. Электрон перешел с одной орбиты на другую, при этом радиус орбиты увеличился в 4 раза. Как изменилась кинетическая энергия электрона?

24. $L = mvr$ – момент импульса электрона в атоме водорода. Найдите соотношение $L_1 : L_2 : L_3$.

25. Определите изменение момента импульса электрона при переходе его из первого возбужденного состояния ($n = 2$) в основное.

4. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

4.1. Волновые свойства микрочастиц

Основные формулы

- Фазовая скорость

$$v = \frac{\omega}{k},$$

где ω – циклическая (круговая частота); k – волновое число ($k = \frac{2\pi}{\lambda}$).

- Групповая скорость

$$u = \frac{d\omega}{dk}.$$

- Соотношения де Бройля:

$$E = h\nu, \quad p = \frac{h}{\lambda}.$$

• Пучок элементарных частиц обладает свойством плоской волны, распространяющейся в направлении перемещения этих частиц. Длина волны λ , соответствующая этому пучку, определяется соотношением де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{m\nu} = \frac{h}{\sqrt{2W_k m}},$$

где ν – скорость частиц; m – масса частиц; W_k – их кинетическая энергия.

- Соотношения неопределенностей:

а) для координаты и импульса частицы

$$\Delta p_x \Delta x \geq \hbar,$$

где Δp_x – неопределенность проекции импульса частицы на ось x ; Δx – неопределенность координаты частицы;

б) для энергии и времени

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar,$$

где ΔE – неопределенность энергии данного квантового состояния; Δt – время пребывания системы в этом состоянии.

Примеры решения задач

Пример 1. Найти длину волны де Бройля для электрона, движущегося по первой боровской орбите в атоме водорода.

Дано: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с $n = 1$ <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $\lambda - ?$	Решение Согласно теории де Бройля, движущейся частице соответствует длина волны $\lambda = \frac{h}{p}, \quad (1)$ где p – импульс частицы, $p = m_e v. \quad (2)$
--	---

Зависимость скорости электрона от порядкового номера орбиты выражается формулой

$$v = \frac{e^2}{2n\epsilon_0 h}. \quad (3)$$

Подставив (2) и (3) в выражение (1), получим

$$\lambda = \frac{h \cdot 2n\epsilon_0 h}{m_e e^2} = \frac{2n\epsilon_0 h^2}{m_e e^2}.$$

$$\lambda = \frac{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 6,62^2 \cdot 10^{-68}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6^2 \cdot 10^{-38}} = 3,3 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

Ответ: $3,3 \cdot 10^{-10}$ м.

Пример 2. Какой кинетической энергией должен обладать протон, чтобы длина волны де Бройля протона равнялась его комптоновской длине волны?

Дано: $\lambda_B = \lambda_C$ <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $E_k - ?$	Решение Длина волны де Бройля λ_B и комптоновская λ_C длина волны определяются по формулам
--	---

$$\lambda_B = \frac{h}{p}, \quad \lambda_C = \frac{h}{mc}.$$

Импульс движущегося протона

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Так как $\lambda_B = \lambda_C$, то $p = mc$ и $mc = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$,

откуда $\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, а $v = \frac{c}{\sqrt{2}}$.

Кинетическая энергия протона

$$E_k = E - E_0,$$

где $E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ – полная энергия; $E_0 = m_0c^2$ – энергия покоя.

$$E_k = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0c^2 = E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right).$$

$$E_k = E_0(\sqrt{2} - 1) = 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} \cdot 0,41 = 6,23 \cdot 10^{-11} \text{ Дж.}$$

Ответ: $E_k = 6,23 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}$

Пример 3. Кинетическая энергия электрона в атоме водорода порядка 10 эВ. Используя соотношение неопределенностей, оцените минимальные линейные размеры атома.

Дано:

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$E = 10 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$$

$r = ?$

Решение

Соотношение неопределенностей Гейзенберга:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar,$$

где Δx – неопределенность координаты; Δp_x – неопределенность импульса; \hbar – приведенная постоянная Планка.

Предполагая, что $\Delta x \approx r$ (линейный размер атома), получим $r = \frac{\hbar}{\Delta p}$.

Импульс электрона, обладающего кинетической энергией E , равен

$$p = \sqrt{2mE}.$$

Предполагая, что по порядку величины $\Delta p \approx p$, оценим r :

$$r = \frac{\hbar}{\sqrt{2mE}}.$$

$$r = \frac{1,05 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-18}}} = 0,62 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

Ответ: $r = 0,62 \cdot 10^{-10}$ м.

Пример 4. Используя соотношение неопределенностей Гейзенберга, покажите, что ядра атомов не могут содержать электронов. Считать радиус ядра равным 10^{-13} см.

<p>Дано:</p> <p>$R_{\text{я}} = 10^{-15}$ м</p> <p>$h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с</p> <p>$\Delta v_x = ?$</p>	<p>Решение</p> <p>Соотношение неопределенностей Гейзенберга:</p> $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar = h/(2\pi),$ <p>где Δx – неопределенность координаты; Δp_x – неопределенность импульса; h – постоянная Планка.</p>
--	--

Если неопределенность координаты принять равной радиусу ядра, т.е. $\Delta x = R_{\text{я}}$, то неопределенность импульса электрона

$$\Delta p_x = \hbar / (2\Delta x).$$

Так как $\Delta p_x = m\Delta v_x$, то $m\Delta v_x = \hbar / (2\pi\Delta x)$ и $\Delta v_x = \hbar / (2\pi\Delta x \cdot m)$.

Неопределенность скорости электрона

$$\Delta v_x = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-15} \cdot 6,28} = 1,158 \cdot 10^{11} \text{ м/с.}$$

Ответ: $\Delta v_x = 1,158 \cdot 10^{11}$ м/с.

Пример 5. Атом испустил фотон с длиной волны $\lambda = 0,55$ мкм. Продолжительность излучения $t = 10$ нс. Определите наименьшую погрешность, с которой может быть измерена длина волны излучения.

<p>Дано:</p> <p>$\lambda = 0,55$ мкм = $0,55 \cdot 10^{-6}$ м</p> <p>$t = 10$ нс</p> <p>$\Delta \lambda = ?$</p>	<p>Решение</p> <p>Энергия фотона</p> $E = h \cdot \nu = h \frac{c}{\lambda},$ $dE = -hc \frac{d\lambda}{\lambda^2} \text{ или } \Delta E = -hc \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2}, \text{ откуда } \Delta \lambda = \frac{(\Delta E)\lambda^2}{hc}.$
--	--

Соотношение неопределенностей Гейзенберга для энергии и времени

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}.$$

Отсюда $\Delta E = \frac{h}{t2\pi}$.

Подставляя ΔE в формулу для $\Delta\lambda$, получим $\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{t2\pi c}$.

$$\Delta\lambda = \frac{(0,55 \cdot 10^{-6})^2}{10^{-8} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^8} = 1,6 \cdot 10^{-14} \text{ м.}$$

Ответ: $\Delta\lambda = 1,6 \cdot 10^{-14} \text{ м.}$

Тесты

1. Кому принадлежит идея о том, что все микрочастицы обладают волновыми свойствами?

- 1) Планку;
- 2) Бору;
- 3) Резерфорду;
- 4) де Бройлю.

2. Укажите верное утверждение:

- 1) гипотеза де Бройля была опровергнута путем теоретических рассуждений;
- 2) гипотеза де Бройля была опровергнута экспериментально;
- 3) гипотеза де Бройля была подтверждена в экспериментах по дифракции электронов;
- 4) гипотеза де Бройля была подтверждена в экспериментах по выбиванию электронов из металлов при освещении.

3. Укажите верное утверждение:

- 1) волновыми свойствами обладает только фотон;
- 2) волновыми свойствами обладает только электрон;
- 3) волновыми свойствами обладают как фотон, так и электрон;
- 4) волновыми свойствами не обладают ни фотон, ни электрон.

4. Укажите частицы, способные к интерференции:

- 1) только фотоны;
- 2) только электроны;
- 3) только протоны;
- 4) фотоны, электроны и протоны.

5. По какой формуле можно вычислить длину волны де Бройля?

1) $\lambda = \frac{h}{p}$; 2) $\lambda = cT$; 3) $\lambda = \frac{2\pi}{k}$; 4) $\lambda = \frac{2\pi\Delta x}{\Delta\varphi}$.

6. Каким соотношением может быть выражена масса фотона?

1) $m = \frac{h}{\lambda c}$; 2) $m = \frac{h\nu}{c}$; 3) $m = \frac{h\lambda}{c}$; 4) $m = m_0 + \frac{h}{\lambda c}$.

7. Покоящийся атом массой m излучает квант света частотой ν . Какой при этом он приобретает импульс?

1) 0; 2) $\frac{h\nu}{c}$; 3) $m\nu$; 4) $\frac{h\nu}{mc}$.

8. В спектре излучения газообразного вещества имеются две линии, соответствующие длинам волн $\lambda_1 < \lambda_2$. Чему равен максимальный импульс фотона, покидающего светящийся газ?

1) $\frac{h\lambda_1}{c}$; 2) $\frac{h}{\lambda_1}$; 3) $\frac{h}{\lambda_2}$; 4) $\frac{h\lambda_2}{c}$.

9. Укажите верное утверждение:

- 1) групповая скорость волны де Бройля не имеет смысла как физическая величина;
- 2) групповая скорость волны де Бройля равна скорости частицы;
- 3) групповая скорость волны де Бройля зависит от квадрата длины волны;
- 4) групповая скорость волны де Бройля больше скорости света в вакууме;
- 5) групповая скорость волны де Бройля равна скорости света в вакууме.

10. Укажите частицу, обладающую наименьшей длиной волны, если скорости частиц одинаковы:

- 1) альфа-частица; 2) электрон;
- 3) нейтрон; 4) протон.

11. Длина волны де Бройля для электрона больше, чем для альфа-частицы. Импульс какой частицы больше?

- 1) электрона;
- 2) альфа-частицы;
- 3) импульсы одинаковы;
- 4) величина импульса не связана с длиной волны.

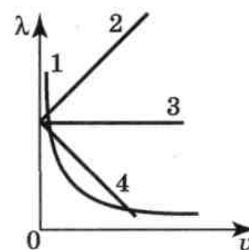
12. Импульс электрона больше импульса альфа-частицы. Сравните длины волн де Бройля этих частиц:

- 1) у альфа-частицы длина волны больше;
- 2) у электрона длина волны больше;
- 3) длины волн у альфа-частицы и электрона равны;
- 4) для ответа не хватает данных.

13. Два электрона движутся со скоростями v и $2v$. Сравните длины волн де Бройля λ_1 и λ_2 , соответствующие первому и второму электронам:

- 1) $\lambda_1 > \lambda_2$;
- 2) $\lambda_1 < \lambda_2$;
- 3) n ;
- 4) электрон нельзя характеризовать длиной волны.

14. На каком из графиков (см. рисунок) правильно показана зависимость длины волны де Бройля электрона от его скорости?



15. Для какого вида излучения импульс фотона имеет наименьшее значение?

- 1) для рентгеновского излучения;
- 2) для видимого излучения;
- 3) для ультрафиолетового излучения;
- 4) для инфракрасного излучения.

16. Для какого вида излучения импульс фотона имеет наибольшее значение?

- 1) для рентгеновского излучения;
- 2) для видимого излучения;
- 3) для ультрафиолетового излучения;
- 4) для инфракрасного излучения.

17. Частица, двигаясь со скоростью 1400 м/с, имеет такой же импульс, как фотон светового излучения с длиной волны 520 нм. Как она называется?

- 1) альфа-частица;
- 2) электрон;
- 3) атом водорода;
- 4) песчинка массой 1 мг.

18. Электрон падает нормально на щель шириной a со скоростью v_y . Укажите верные утверждения:

- 1) с уменьшением a неопределенность импульса Δp_x возрастает;

2) определить точно координату и импульс электрона, пролетающего сквозь щель, невозможно;

3) с ростом угла дифракции φ неопределенность импульса электрона уменьшается;

4) длина волны де Бройля электрона, пролетающего сквозь щель, $\lambda = \frac{h}{mv}$.

19. Укажите верные утверждения:

1) чем точнее определена скорость микрочастицы, тем больше неопределенность ее координаты;

2) гипотезу де Бройля впервые на опыте подтвердили Дэвиссон и Джермер;

3) в опыте Дэвиссона и Джермера длина волны де Бройля электрона рассчитывалась по формуле $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2eUm}}$, где U – ускоряющее напряжение;

4) если одиночный электрон падает нормально на щель шириной a со скоростью v_y , то неопределенность его импульса $\Delta p_x \geq \frac{\hbar}{a}$.

20. Электрон летит сквозь щель шириной a со скоростью v_y . Укажите верные утверждения:

1) неопределенность его координаты $\Delta x = a$;

2) $p_y = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{a}$;

3) $\Delta p_x = p_y \operatorname{tg} \varphi$, где φ – угол дифракции;

4) чем меньше ширина щели, тем меньше неопределенность импульса электрона.

21. Укажите верные утверждения:

1) формула де Бройля справедлива для фотона;

2) $\Delta x \Delta p_x$ меньше \hbar ;

3) все движущиеся микрочастицы обладают волновыми свойствами;

4) движущиеся молекулы обладают волновыми свойствами.

Задачи для самостоятельного решения

1. Два источника излучают свет с длиной волны 375 нм и 750 нм. Чему равно отношение импульсов фотонов, излучаемых первым и вторым источниками?

2. Модуль импульса фотона в первом пучке света в 2 раза больше модуля импульса фотона во втором пучке. Найдите отношение длины волны в первом пучке света к длине волны во втором пучке.

3. Модуль импульса фотона в первом пучке света в 2 раза больше, чем во втором пучке. Найдите отношение периода колебаний электрического поля в первом пучке света к периоду колебаний этого поля во втором пучке.

4. Чему равен импульс, полученный атомом при поглощении фотона из светового пучка с частотой $1,5 \cdot 10^{14}$ Гц?

5. Чему равен импульс, который передает фотон излучения с длиной волны $6,6 \cdot 10^{-7}$ м телу, полностью поглощающему свет?

6. Чему равна длина волны де Бройля для частицы, обладающей импульсом $100 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$?

7. Пучок электронов, пройдя через узкую щель, создает такую же дифракционную картину, как и монохроматическое излучение с $\lambda = 55 \text{ нм}$. Чему равна скорость электронов в пучке?

8. Чему равно отношение длин волн де Бройля протона и нейтрона, если они движутся с одинаковыми скоростями?

9. Найдите отношение скоростей протона и альфа-частицы, длины волн де Бройля которых одинаковы.

10. Отношение скоростей двух микрочастиц $\frac{v_1}{v_2} = 4$. Чему равно отношение масс этих частиц $\frac{m_1}{m_2}$, если их длины волн де Бройля удовлетворяют соотношению $\lambda_2 = 2\lambda_1$?

11. Позитрон, протон, нейтрон и альфа-частица имеют одинаковую длину волны де Бройля. Какая частица обладает наибольшей скоростью?

12. Чему равен импульс фотона с энергией 5 эВ ?

13. Атом испустил фотон с энергией $6 \cdot 10^{-18}$ Дж. Каково изменение импульса атома?

14. Энергия фотона в первом пучке света в 2 раза больше энергии фотона во втором пучке. Чему равно отношение модуля импульса фотона в первом пучке света к модулю импульса во втором?

15. Как изменилась длина волны де Бройля при возрастании и массы, и скорости нерелятивистской частицы в 2 раза?

16. Протон и дейтрон прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов. Чему равно отношение их длин волн де Бройля?

17. В опыте Дэвиссона и Джермера исследовалась дифракция прошедших ускоряющее напряжение электронов на монокристалле никеля. Как изменится длина волны де Бройля электрона, если ускоряющее напряжение уменьшить в 2 раза?

18. Чему равно отношение длин волн де Бройля для дейтрона и альфа-частицы, если они прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов?

19. Найдите длину волны де Бройля для электрона, имеющего кинетическую энергию 100 эВ.

20. Найдите длину волны де Бройля для протона, имеющего кинетическую энергию 100 эВ.

21. Определите длину волны де Бройля, соответствующей средней квадратичной скорости молекул водорода при комнатной температуре (20°C).

22. Электрон локализован в пространстве в пределах $\Delta x = 1,0$ мкм. Учитывая, что постоянная Планка $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, а масса электрона $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, найдите наименьшее значение неопределенности скорости Δv_x (в м/с).

23. Положение пылинки массой $m = 10^{-9}$ кг можно установить с неопределенностью $\Delta x = 0,1$ мкм. Учитывая, что постоянная Планка $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, найдите наименьшее значение неопределенности скорости Δv_x (в м/с).

24. Найдите отношение неопределенностей проекций скоростей нейтрона и альфа-частицы на некоторое направление при условии, что соответствующие координаты частиц определены с одинаковой точностью.

25. Положения бусинки массой 1 г и электрона ($m \approx 10^{-30}$ кг) определены с одинаковой погрешностью 10^{-7} м. Квантовомеханическая неопределенность x -компоненты скорости бусинки составляет примерно 10^{-24} м/с. Какова неопределенность x -компоненты скорости электрона?

26. Высокая монохроматичность лазерного излучения обусловлена относительно большим временем жизни электронов в метастабильном состоянии – $\approx 10^{-3}$ с. Учитывая, что постоянная Планка $\hbar = 6,6 \cdot 10^{-16}$ эВ·с, найдите ширину метастабильного уровня (в эВ).

27. Высокая монохроматичность лазерного излучения обусловлена относительно большим временем жизни электронов в метастабильном состоянии $\approx 10^{-3}$ с. Учитывая, что постоянная Планка $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, найдите ширину метастабильного уровня (в эВ).

28. Среднее время жизни π^0 -мезона равно $1,9 \cdot 10^{-16}$ с. Какова наименьшая энергетическая разрешающая способность прибора, с помощью которого можно зарегистрировать π^0 -мезон? Ответ выразите в эВ и округлите до целых; используйте значение постоянной Планка $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

29. Пучок электронов движется вдоль оси x со скоростью 10^8 м/с, определяемой с точностью 0,01 %. Какова точность определения координаты электрона?

4.2. Простейшие случаи движения микрочастиц

Основные формулы

- Основное уравнение квантовой механики (уравнение Шредингера)

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + U(x, y, z) \cdot \psi = i\hbar \frac{d\psi}{dt},$$

где i – мнимая единица ($\sqrt{-1}$); m – масса частицы, $\psi(x, t)$ – волновая функция, описывающая состояние частицы; Δ – оператор Лапласа

$$(\Delta \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}).$$

При решении уравнения Шредингера следует иметь в виду стандартные условия, которым должна удовлетворять волновая функция: конечность, однозначность, непрерывность самой ψ -функции и ее первой производной.

- Уравнение Шредингера для стационарных состояний

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0,$$

где E – полная энергия частицы; $U(x, y, z)$ – потенциальная энергия.

- Вероятность dW обнаружить частицу в интервале от x до $x + dx$ выражается формулой

$$dW = |\psi(x)|^2 dx,$$

где $|\psi(x)|^2$ – плотность вероятности.

Вероятность W обнаружить частицу в интервале от x_1 до x_2 находится интегрированием dW в указанных пределах:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx.$$

- Собственное значение энергии E_n частицы, находящейся на n -м энергетическом уровне в бесконечно глубоком одномерном прямоугольном потенциальном ящике, определяется формулой

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2, \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

где l – ширина потенциального ящика.

- Соответствующая этой энергии собственная волновая функция имеет вид

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x.$$

- Коэффициент преломления n волн де Бройля на границе низкого потенциального барьера бесконечной ширины

$$n = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{k_2}{k_1},$$

где λ_1 и λ_2 – длины волн де Бройля в областях I и II (частица движется из области I во II); k_1 и k_2 – соответствующие значения волновых чисел.

- Коэффициенты отражения ρ и пропускания τ волн де Бройля через низкий ($U < E$) потенциальный барьер бесконечной ширины

$$\rho = \left| \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right|^2; \quad \tau = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2},$$

где k_1 и k_2 – волновые числа волн де Бройля в областях I и II.

- Коэффициент прозрачности D прямоугольного потенциального барьера конечной ширины

$$D \approx \exp \left[-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U - E)d} \right],$$

где U – высота потенциального барьера; E – энергия частицы; d – ширина барьера.

Примеры решения задач

Пример 1. Электрон находится в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы $l = 1$ нм. Определите наименьшую разность энергетических уровней электрона.

<p>Дано:</p> <p>$l = 1$ нм $= 10^{-9}$ м</p> <p>$\Delta E_{\min} - ?$</p>	<p>Решение</p> <p>Энергия электрона E_n, находящегося в потенциальной яме шириной l, на n-м энергетическом уровне определяется по формуле</p>
--	--

$$E_n = \frac{h^2}{8ml^2} n^2.$$

Разность $\Delta E_{n, n+1}$ энергий электрона на соседних n и $(n+1)$ -уровнях равна

$$\Delta E_{n, n+1} = \frac{h^2}{8ml^2} (2n + 1).$$

Очевидно, что ΔE будет минимальна при $n = 1$.

$$\Delta E_{\min} = \frac{6,63^2 \cdot 3 \cdot 10^{-68}}{8 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-18}} = 1,8 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$$

Ответ: $\Delta E_{\min} = 1,8 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Пример 2. Частица находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l на втором энергетическом уровне. В каких

точках ямы плотность вероятности обнаружения частицы совпадает с классической плотностью вероятности?

Дано:

l – ширина ямы

$w_n = w_\infty$

$n = 2$

$x = ?$

Решение

Волновая функция ψ , описывающая состояние частицы в бесконечно глубокой одномерной яме шириной l , имеет вид

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x. \quad (1)$$

Согласно физическому смыслу волновой функции

$$|\psi|^2 = w, \quad (2)$$

где w – плотность вероятности обнаружения частицы в точке с координатой x .

Если частица находится на втором энергетическом уровне ($n = 2$), то

$$w_2 = \frac{2}{l} \sin^2 \left(\frac{2\pi x}{l} \right). \quad (3)$$

Классическая плотность вероятности (при $n \rightarrow \infty$) в соответствии с принципом Бора

$$w_\infty = \frac{1}{l} \quad (4)$$

Приравнявая по условию задачи выражения (3) и (4), получим

$$\sin^2 \left(\frac{2\pi x}{l} \right) = \frac{1}{2}. \quad (5)$$

Решая уравнение (5), найдем

$$x = \left(k \pm \frac{1}{4} \right) \frac{l}{2}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

В пределах ямы ($0 \leq x \leq l$) таких точек будет четыре:

$$x = \frac{l}{8}, \frac{3l}{8}, \frac{5l}{8}, \frac{7l}{8}.$$

Ответ: $x = \frac{l}{8}, \frac{3l}{8}, \frac{5l}{8}, \frac{7l}{8}.$

Пример 3. Частица в потенциальной яме шириной l в возбужденном состоянии. Определите вероятность нахождения частицы в интервале $0 < x < \frac{l}{4}$ на втором энергетическом уровне.

Дано:

$$0 < x < \frac{l}{4}$$

$$n = 2$$

$$w = ?$$

Решение

Волновая функция $\psi(x)$, описывающая состояние частицы в потенциальной яме шириной l , на n -м энергетическом уровне имеет вид

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x.$$

Вероятность нахождения частицы в заданном интервале определяется интегралом квадрата модуля волновой функции:

$$w = \int_0^{l/4} |\psi(x)|^2 dx = \int_0^{l/4} \left(\sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n x}{l} \right)^2 dx = \frac{2}{l} \int_0^{l/4} \sin^2 \frac{\pi n x}{l} dx. \quad (1)$$

Известно, что

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\alpha).$$

Тогда

$$\sin^2 \frac{\pi n x}{l} = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi n x}{l} \right).$$

$$\begin{aligned} w &= \frac{2}{l} \int_0^{l/4} \left(1 - \cos \frac{2\pi n x}{l} \right) dx = \frac{1}{l} \int_0^{l/4} dx - \frac{1}{l} \int_0^{l/4} \cos 2\pi n \frac{x}{l} dx = \frac{1}{l} x \Big|_0^{l/4} - \frac{1}{2\pi n} \sin \frac{2\pi n x}{l} \Big|_0^{l/4} = \\ &= \frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi n} \sin \frac{2\pi n \cdot \frac{l}{4}}{l} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} = \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Ответ: $w = \frac{1}{4}$.

Пример 4. Определите, при какой ширине одномерной потенциальной ямы дискретность энергии электрона становится сравнимой с энергией теплового движения при температуре $T = 300$ К.

Дано:

$$T = 300 \text{ К}$$

$$l = ?$$

Решение

Энергия электрона E , находящегося в потенциальной яме шириной l , на n -м энергетическом уровне

$$E_n = \frac{h^2}{8ml^2} n^2.$$

Дискретность (разность) ΔE энергии электрона на n -м и $(n+1)$ -м уровнях равна

$$\Delta E = \frac{h^2}{8ml^2}(2n+1).$$

Энергия теплового движения электрона

$$W = \frac{3}{2}kT,$$

где k – постоянная Больцмана; T – температура.

Приравнявая W и ΔE ,

$$\frac{3}{2}kT = \frac{h^2}{8ml^2}(2n+1),$$

выразим ширину ямы:

$$l = h \sqrt{\frac{2n+1}{12mkT}}.$$

Наименьшая ширина ямы будет при $n = 1$.

$$l = 6,63 \cdot 10^{-34} \sqrt{\frac{3}{12 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}} = 5,4 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

Ответ: $l = 5,4 \cdot 10^{-9} \text{ м}$

Тесты

1. Что можно определить с помощью волновой функции, являющейся решением уравнения Шредингера?

- 1) вероятность того, что частица находится в определенной области пространства;
- 2) траекторию частицы;
- 3) местонахождение частицы;
- 4) средние значения физических величин, характеризующих частицу.

2. Задана пси-функция $\psi(x, y, z)$ частицы. Каким выражением определяется вероятность того, что частица будет обнаружена в объёме V ?

- 1) $\frac{|\psi(x, y, z)|^2}{V}$;
- 2) $\frac{\psi(x, y, z)}{V}$;
- 3) $\frac{\psi^2(x, y, z)}{V}$;
- 4) $\int_V |\psi(x, y, z)|^2 dV$;
- 5) $|\psi(x, y, z)|^2$.

3. Какой смысл имеет квадрат модуля волновой функции?

- 1) вероятность нахождения частицы в объеме dV ;
- 2) достоверность нахождения частицы в данном объеме;
- 3) плотность вероятности;
- 4) вероятность пребывания частицы в данной точке пространства.

4. Укажите стационарное уравнение Шредингера для электрона в водородоподобном ионе:

$$\begin{aligned} 1) \Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0; & \quad 2) -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta\psi + U(x, y, z) \cdot \psi = i\hbar \frac{d\psi}{dt}; \\ 3) \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0; & \quad 4) \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m \cdot \omega_0^2 \cdot x^2}{2} \right) \psi = 0. \end{aligned}$$

5. Укажите стационарное уравнение Шредингера для частицы в потенциальном поле:

$$\begin{aligned} 1) \Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0; & \quad 2) -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta\psi + U(x, y, z) \cdot \psi = i\hbar \frac{d\psi}{dt}; \\ 3) \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0; & \quad 4) \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m \cdot \omega_0^2 \cdot x^2}{2} \right) \psi = 0. \end{aligned}$$

6. Укажите стационарное уравнение Шредингера для линейного гармонического осциллятора:

$$\begin{aligned} 1) \Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0; & \quad 2) -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta\psi + U(x, y, z) \cdot \psi = i\hbar \frac{d\psi}{dt}; \\ 3) \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0; & \quad 4) \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m \cdot \omega_0^2 \cdot x^2}{2} \right) \psi = 0. \end{aligned}$$

7. Какое уравнение описывает движение частицы в трехмерном бесконечно глубоком потенциальном ящике?

$$\begin{aligned} 1) \nabla^2\psi + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0; & \quad 2) \nabla^2\psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0; \\ 3) \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0; & \quad 4) \nabla^2\psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0) \psi = 0. \end{aligned}$$

8. Какое уравнение описывает движение частицы вдоль оси Ox под действием квазиупругой силы?

$$1) \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{kx^2}{2} \right) \psi = 0; \quad 2) \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0;$$

$$3) \nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0; \quad 4) \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0) \psi = 0.$$

9. Укажите нестационарное уравнение Шредингера:

$$1) \nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0; \quad 2) -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + U(x, y, z, t) \cdot \psi = i\hbar \frac{d\psi}{dt};$$

$$3) \Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0; \quad 4) \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m \cdot \omega_0^2 \cdot x^2}{2} \right) \psi = 0.$$

10. Какое уравнение описывает одномерное движение свободной частицы?

$$1) \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{kx^2}{2} \right) \psi = 0; \quad 2) \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0;$$

$$3) \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0) \psi = 0; \quad 4) \nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0.$$

11. Укажите уравнение движения электрона в глубокой потенциальной яме:

$$1) -\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{d^2 \psi}{dx^2} = i\hbar \frac{d\psi}{dt}; \quad 2) \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m \cdot \omega_0^2 \cdot x^2}{2} \right) \psi = 0;$$

$$3) \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0) \psi = 0; \quad 4) \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0.$$

12. Стационарное уравнение Шредингера имеет вид:

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0. \text{ Что описывает это уравнение?}$$

- 1) электрон в водородоподобном атоме;
- 2) движение свободной частицы;
- 3) электрон в трехмерном потенциальном ящике;
- 4) линейный гармонический осциллятор.

13. Стационарное уравнение Шредингера имеет вид: $\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0.$

Что описывает это уравнение?

- 1) частицу в трехмерном потенциальном ящике с бесконечно высокими стенками;
- 2) частицу в одномерном потенциальном ящике с бесконечно высокими стенками;

- 3) электрон в атоме водорода;
- 4) линейный гармонический осциллятор.

14. Какие утверждения верны для уравнения Шредингера $\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - \frac{m \cdot \omega^2 \cdot x^2}{2})\psi = 0$?

- 1) уравнение стационарно;
- 2) уравнение соответствует трехмерному случаю;
- 3) уравнение характеризует состояние частицы в бесконечно глубоком прямоугольном потенциальном ящике;
- 4) уравнение характеризует движение частицы вдоль оси ОХ под действием квазиупругой силы, пропорциональной смещению частицы от положения равновесия.

15. Установите соответствие между квантово-механическими задачами и уравнениями Шредингера для них:

1) электрон в одномерном потенциальном ящике с бесконечно высокими стенками;

А. $\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E - \frac{kx^2}{2}\right)\psi = 0$;

2) линейный гармонический осциллятор;

Б. $\nabla^2\psi + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi = 0$;

3) электрон в атоме водорода.

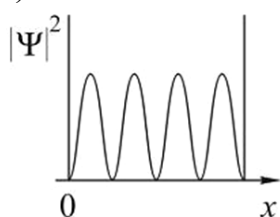
В. $\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U_0)\psi = 0$;

Г. $\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi = 0$;

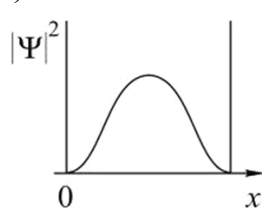
Д. $\nabla^2\psi + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}\right)\psi = 0$.

16. На рисунках приведены картины распределения плотности вероятности нахождения микрочастицы в потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Какой рисунок соответствует состоянию с квантовым числом $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$?

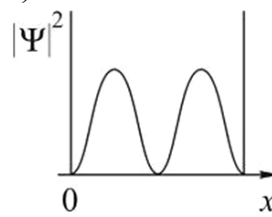
1)



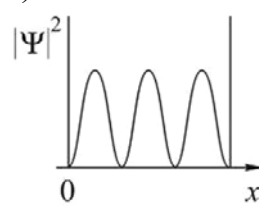
2)



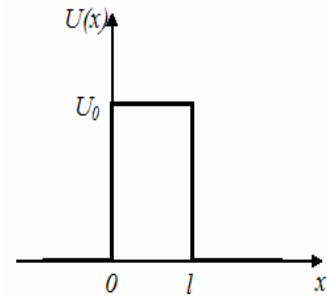
3)



4)



17. Частица, движущаяся слева направо, встречает на своем пути потенциальный барьер высоты U_0 и ширины l . Какое утверждение верно согласно квантовой механике?



1) если энергия частицы больше высоты барьера ($E > U_0$), то есть отличная от нуля вероятность того, что частица отразится от барьера и будет двигаться в обратном направлении

2) если энергия частицы меньше высоты барьера ($E < U_0$), то частица отразится от барьера и будет двигаться в обратном направлении; проникнуть сквозь барьер она не может;

3) если энергия частицы больше высоты барьера ($E > U_0$), частица беспрепятственно пройдет над барьером;

4) если энергия частицы меньше высоты барьера ($E < U_0$), то есть отличная от нуля вероятность того, что частица проникнет сквозь барьер и окажется в области, где $x > l$.

18. От чего зависит коэффициент прозрачности потенциального барьера?

1) от ширины барьера d ;

2) от высоты барьера U ;

3) от массы движущейся микрочастицы m ;

4) от полной энергии микрочастицы E .

19. Электрон находится в потенциальной яме ($0 < x < l$) с высокими стенками. Чему равна его потенциальная энергия?

1) $U = 0$, если $0 < x < l$;

2) $U = 0$, если $x = 0$, $x = l$;

3) $U = \infty$, если $x = 0$, $x = l$;

4) $U = \infty$, если $x \geq l$.

20. Укажите ψ -функцию, соответствующую квантовому состоянию частицы, находящейся в яме с квантовым числом $n = 4$.

1) $\psi = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi x}{l}$;

2) $\psi = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{4\pi x}{l}$;

3) $\psi = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{2\pi x}{l}$;

4) $\psi = \sqrt{\frac{l}{2}} \sin \frac{4\pi x}{l}$.

21. Вероятность просачивания микрочастицы сквозь потенциальный барьер...

1) увеличивается с ростом высоты потенциального барьера;

- 2) уменьшается с ростом ширины потенциального барьера;
- 3) увеличивается с ростом энергии микрочастицы;
- 4) уменьшается с ростом массы микрочастицы

22. Какое значение может иметь главное квантовое число частицы в глубокой потенциальной яме, если известно, что плотность вероятности обнаружения частицы $|\psi|^2$ в центре ямы равна нулю?

- 1) $n = 1$;
- 2) $n = 2$;
- 3) $n = 3$;
- 4) $n = 4$.

23. Собственные функции электрона в атоме водорода ψ_{nlm} содержат три целочисленных параметра n , l и m . Параметр n называется главным квантовым числом, параметры l и m – орбитальным и магнитным квантовыми числами соответственно. Что определяет магнитное квантовое число m ?

- 1) модуль орбитального момента импульса электрона;
- 2) проекцию орбитального момента импульса электрона на некоторое направление;
- 3) модуль собственного момента импульса электрона;
- 4) энергию электрона в атоме водорода.

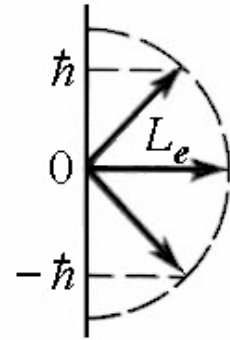
24. Собственные функции электрона в атоме водорода ψ_{nlm} содержат три целочисленных параметра n , l и m . Параметр n называется главным квантовым числом, параметры l и m – орбитальным и магнитным квантовыми числами соответственно. Что определяет орбитальное квантовое число l ?

- 1) модуль орбитального момента импульса электрона;
- 2) проекцию орбитального момента импульса электрона на некоторое направление;
- 3) модуль собственного момента импульса электрона;
- 4) энергию электрона в атоме водорода.

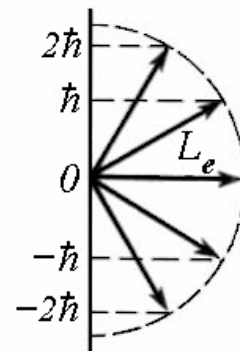
25. Выберите верные утверждения.

- 1) состояние электрона в атоме характеризуется тремя квантовыми числами;
- 2) принцип Паули справедлив только для фермионов;
- 3) магнитное спиновое квантовое число может иметь только два значения $m_s = \pm \frac{1}{2}$.

26. Момент импульса электрона в атоме и его пространственные ориентации могут быть условно изображены векторной схемой, на которой длина вектора пропорциональна модулю орбитального момента импульса \vec{L}_e электрона. На рисунке приведены возможные ориентации вектора \vec{L}_e . Чему равна величина орбитального момента импульса (в единицах \hbar) для указанного состояния?

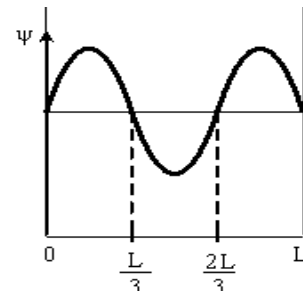


27. Момент импульса электрона в атоме и его пространственные ориентации могут быть условно изображены векторной схемой, на которой длина вектора пропорциональна модулю орбитального момента импульса \vec{L}_e электрона. На рисунке приведены возможные ориентации вектора \vec{L}_e . Чему равно значение орбитального квантового числа для указанного состояния?

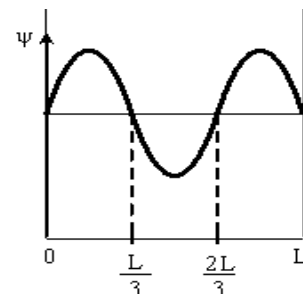


Задачи для самостоятельного решения

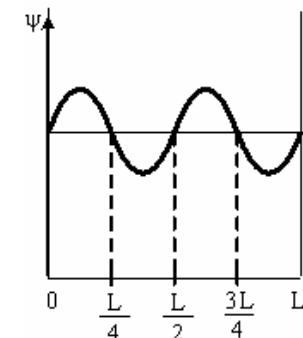
1. ψ -функция имеет вид, указанный на рисунке. Какова вероятность обнаружить электрон на участке $\frac{L}{6} < x < \frac{5L}{6}$?



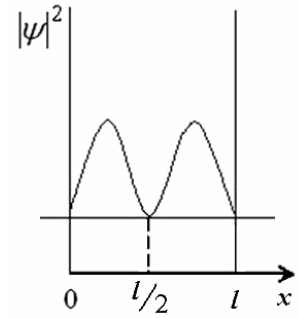
2. ψ -функция имеет вид, указанный на рисунке. Какова вероятность обнаружить электрон на участке $\frac{L}{6} < x < L$?



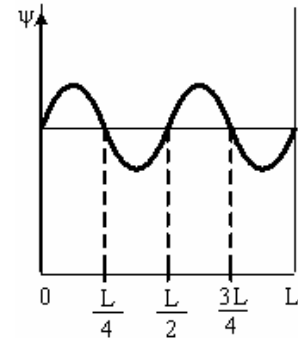
3. ψ -функция имеет вид, указанный на рисунке. Какова вероятность обнаружить электрон на участке $\frac{3L}{8} < x < L$?



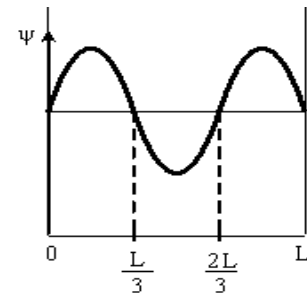
4. На рисунке изображена плотность вероятности обнаружения микрочастицы на различных расстояниях от «стенок» ямы. Какова вероятность ее обнаружить на участке $\frac{L}{4} < x < \frac{3L}{4}$?



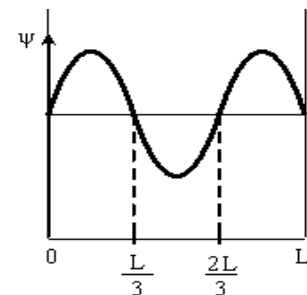
5. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками в состоянии с квантовым числом $n=4$. ψ -функция электрона в этом состоянии имеет вид, указанный на рисунке. Какова вероятность обнаружить электрон на участке $\frac{L}{8} < x < \frac{L}{2}$?



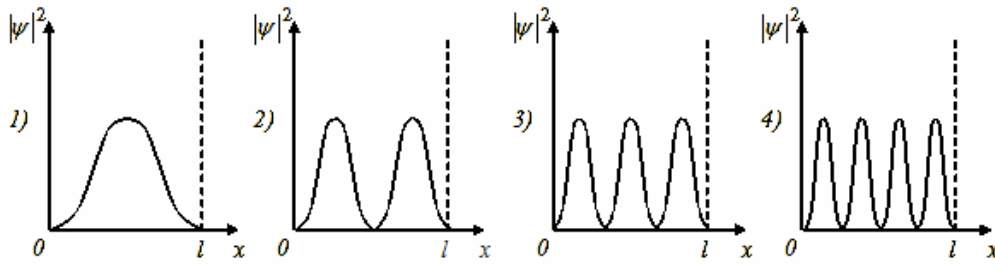
6. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками в состоянии с квантовым числом $n=3$. ψ -функция электрона в этом состоянии имеет вид, указанный на рисунке. Какова вероятность обнаружить электрон на участке $\frac{L}{6} < x < \frac{5L}{6}$?



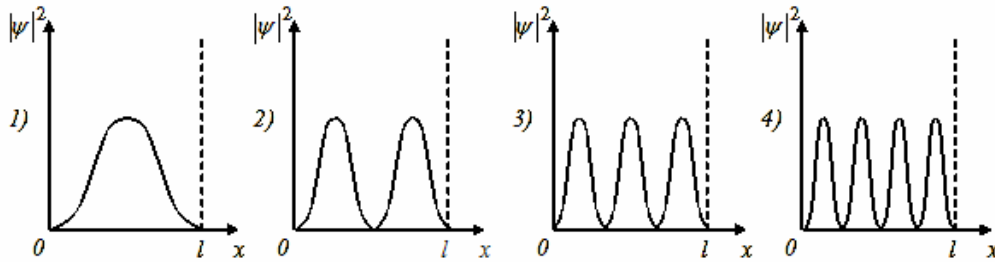
7. ψ -функция электрона в одномерном потенциальном ящике шириной L имеет вид, указанный на рисунке. Какова вероятность обнаружить электрон на участке $\frac{L}{6} < x < \frac{L}{2}$?



8. На рисунках схематически представлены графики распределения плотности вероятности обнаружения электрона по ширине одномерного потенциального ящика с бесконечно высокими стенками для состояний с различными значениями главного квантового числа n . Чему равна вероятность обнаружить электрон в интервале от $\frac{3L}{8}$ до L в состоянии с $n=4$?



9. На рисунках схематически представлены графики распределения плотности вероятности обнаружения электрона по ширине одномерного потенциального ящика с бесконечно высокими стенками для состояний с различными значениями главного квантового числа n . Чему равно отношение вероятности обнаружить электрон на первом энергетическом уровне в левой половине ящика к вероятности обнаружить электрон на четвертом энергетическом уровне в интервале от $\frac{L}{4}$ до $\frac{L}{2}$?



10. Определите координаты точек ($0 < x < l$) глубокой потенциальной ямы, в которых плотность вероятности обнаружения электрона на первом энергетическом уровне равна $w = \frac{3}{2l}$ (l – ширина ямы).

11. Определите плотность вероятности обнаружения электрона на первом энергетическом уровне в глубокой потенциальной яме шириной l в точке x на расстоянии $\frac{l}{3}$ от борта ямы.

12. Альфа-частица находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме. Чему равна ширина ямы, если минимальная энергия частицы составляет 6 МэВ?

13. Электрон находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной 0,1 нм. Вычислите длину волны излучения при переходе электрона со второго на первый энергетический уровень.

14. Протон находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной 0,01 пм. Вычислите длину волны излучения при переходе протона со третьего на второй энергетический уровень.

15. Частица находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l в первом возбужденном состоянии. В каких точках ямы плотность вероятности обнаружения частицы максимальна, а в каких минимальна?

16. Частица находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l на втором энергетическом уровне. Определите вероятность обнаружения частицы в пределах от 0 до $\frac{l}{3}$.

17. Частица находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l в основном состоянии. Определите отношение вероятностей нахождения частицы в пределах от 0 до $\frac{l}{3}$ и от $\frac{l}{3}$ до $\frac{2l}{3}$.

18. Частица находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l . Вычислите отношение вероятностей нахождения частицы в пределах от 0 до $\frac{l}{4}$ для первого и второго энергетических уровней.

19. Собственные функции электрона в одномерном потенциальном ящике с бесконечно высокими стенками имеют вид $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi}{L} x$, где L – ширина ящика, n – квантовое число, имеющее смысл номера энергетического уровня. N – число узлов ψ_n – функции на отрезке $0 \leq x \leq L$ и $\frac{N_{n+1}}{N_{n-1}} = 5$. Чему равно число n ?

20. Частица находится в потенциальном ящике шириной L с бесконечно высокими стенками в определенном энергетическом состоянии E_n с квантовым числом n . Известно, что $\frac{E_{n+1}}{E_{n-1}} = 4$. Чему в этом случае равно n ?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Решение предложенных тестов и задач позволит глубже изучить вопросы, связанные с процессами испускания света, природой света и световых явлений, понять квантовую природу электромагнитного излучения, волновые свойства микрочастиц, строение и свойства атомных ядер, структуру микромира.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. ОСНОВНЫЕ ПОСТОЯННЫЕ

Скорость света в вакууме	$c = 3 \cdot 10^8$ м/с
Гравитационная постоянная	$G = 6,7 \cdot 10^{-11}$ м ³ /(кг·с ²)
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Постоянная Больцмана	$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд	$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6}$ Гн/м
Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Масса покоя электрона	$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	$m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1,6749 \cdot 10^{-27}$ кг
Число Пифагора	$\pi = 3,14$
Основание натурального логарифма	$e = 2,7$

2. ПРОИЗВОДНЫЕ ОТ ОСНОВНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ПОСТОЯННЫХ

Универсальная газовая постоянная	$R = kN_A = 8,31$ Дж/(моль·К)
Постоянная Фарадея	$F = eN_A = 9,6 \cdot 10^4$ Кл/моль
Удельный заряд электрона	$e/m_e = 1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг
Удельный заряд протона	$e/m_p = 0,96 \cdot 10^8$ Кл/кг
Радиус Бора	$r_0 = 5,29 \cdot 10^{-11}$ м
Энергия покоя электрона	$m_e c^2 = 8,187 \cdot 10^{-14}$ Дж
Энергия покоя протона	$m_p c^2 = 1,503 \cdot 10^{-10}$ Дж
Энергия покоя нейтрона	$m_n c^2 = 1,505 \cdot 10^{-10}$ Дж

3. ЕДИНИЦЫ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН В АТОМНОЙ И ЯДЕРНОЙ ФИЗИКЕ

Атомная единица массы	1 а.е.м. = $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
Электронвольт	1 эВ = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж
Энергетические эквиваленты ($E = mc^2$)	1 а.е.м. = 931,5 МэВ
Масса покоя электрона	$m_e c^2 = 0,51$ МэВ
Масса покоя протона	$m_p c^2 = 938,27$ МэВ
Масса покоя нейтрона	$m_n c^2 = 939,56$ МэВ

4. МНОЖИТЕЛИ И ПРИСТАВКИ ДЛЯ ОБРАЗОВАНИЯ ДЕСЯТИЧНЫХ КРАТНЫХ И ДОЛЬНЫХ ЕДИНИЦ И ИХ НАИМЕНОВАНИЙ

Множитель	Приставка		Пример	
	Наименование	Обозначение		
10^{18}	экса	Э	эксаметр	Эм
10^{15}	пета	П	петагерц	ПГц
10^{12}	тера	Т	тераджоуль	ТДж
10^9	гига	Г	гигапаскаль	ГПа
10^6	мега	М	меганьютон	МН
10^3	кило	к	километр	км
10^2	гекто	г	гектоватт	гВт
10^1	дека	да	декалитр	дал
10^{-1}	деци	д	дециметр	дм
10^{-2}	санти	с	сантиметр	см
10^{-3}	милли	м	милливольт	мВ
10^{-6}	микро	мк	микроампер	мкА
10^{-9}	нано	н	наносекунда	нс
10^{-12}	пико	п	пикофарад	пФ
10^{-15}	фемто	ф	фемтограмм	фг
10^{-18}	атто	а	аттокулон	аКл

5. СПЕКТР ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ И ДИАПАЗОН МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

Название	Интервал длин волн, м	Интервал частот, Гц
Электромагнитные волны	$10^{11} \dots 10^5$	$3 \cdot 10^{-3} \dots 3 \cdot 10^3$
<i>Радиоволны:</i>		
сверхдлинные (СДВ)	$10^5 \dots 10^4$	$3 \cdot 10^3 \dots 3 \cdot 10^4$
длинные (ДВ)	$10^4 \dots 10^3$	$3 \cdot 10^4 \dots 3 \cdot 10^5$
средние (СВ)	$10^3 \dots 10^2$	$3 \cdot 10^5 \dots 3 \cdot 10^6$
короткие (КВ)	$10^2 \dots 10$	$3 \cdot 10^6 \dots 3 \cdot 10^7$
ультракороткие (УКВ)	$10 \dots 10^{-4}$	$3 \cdot 10^7 \dots 3 \cdot 10^{12}$
<i>Излучения оптического диапазона:</i>		
инфракрасное	$10^{-3} \dots 760 \cdot 10^{-9}$	$0,3 \cdot 10^{12} \dots 4 \cdot 10^{14}$
видимый свет	$760 \cdot 10^{-9} \dots 380 \cdot 10^{-9}$	$4 \cdot 10^{14} \dots 8 \cdot 10^{14}$
ультрафиолетовое	$380 \cdot 10^{-9} \dots 10 \cdot 10^{-9}$	$8 \cdot 10^{14} \dots 3 \cdot 10^{16}$
рентгеновское	$80 \cdot 10^{-9} \dots 0,001 \cdot 10^{-9}$	$3,7 \cdot 10^{15} \dots 3,0 \cdot 10^{20}$
гамма-излучение	$\leq 0,01 \cdot 10^{-9}$	$\geq 3 \cdot 10^{19}$
<i>Диапазон механических колебаний:</i>		
инфразвук		≤ 16
звук		$16 \dots 20 \cdot 10^3$
ультразвук		$\geq 20 \cdot 10^3$

6. ПОКАЗАТЕЛИ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Вещество	<i>n</i>	Вещество	<i>n</i>
Ацетон	1,36	Органическое стекло	1,50
Алмаз	2,42	Рубин	1,76
Бензин	1,41	Серная кислота	1,43
Бензол	1,50	Серовуглерод	1,63
Вода	1,33	Скипидар	1,47
Глицерин	1,47	Слюда	1,58
Касторовое масло	1,48	Спирт	1,36
Каменная соль	1,54	Стекло (обычное)	1,48...1,53
Кварц	1,54	Стекло (оптическое)	1,47...2,04
Корунд	1,77	Эфир	1,35
Лед	1,31		

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дмитриева, В.Ф. Основы физики [Текст] / В.Ф. Дмитриева, В.Л. Прокофьев. – М.: Высшая школа, 2009. – 526 с.
2. Волькенштейн, В.С. Сборник задач по общему курсу физики [Текст] / В.С. Волькенштейн. – М.: Наука, 2008. – 478 с.
3. Коган, Л.М. Учись решать задачи по физике [Текст] / Л.М. Коган. – М.: Высшая школа, 1993. – 368 с.
4. Трофимова, Т.И. Сборник задач по курсу физики с решениями [Текст] / Т.И. Трофимова, З.Г. Павлова. – М.: Абрис, 2012. – 312 с.
5. Яворский, Б.М., Детлаф, А.А., Лебедев, А.К. Справочник по физике для инженеров и студентов вузов [Текст] / Б.М. Яворский, А.А. Детлаф, А.К. Лебедев. – 8-е изд. – М.: Оникс, Мир и образование, 2006. – 524 с.
6. Задачник по физике [Текст] / А.Г. Чертов, А.А. Воробьев. – 7-е изд., перераб. и доп. – М.: Физматлит, 2001. – 640 с.
7. Савельев, И.В. Курс общей физики [Текст] / И.В. Савельев. – СПб.: Лань, 2007. – Т.1. Механика. – 137 с.
8. Иродов, И.Е. Задачи по общей физике [Текст] / И.Е. Иродов. – СПб.: Лань, 2007.
9. Калашников, Н.П. Физика: интернет-тестирование базовых знаний [Текст] / Н.П. Калашников, Н.М. Кожевников. – СПб., М., Кр-р.: Лань, 2009.
10. Детлаф, А.А. Курс физики [Текст] / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М.: Академия, 2007. – 534 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ВВЕДЕНИЕ	4
1. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА.....	5
1.1. Интерференция света	5
1.2. Дифракция света.....	19
1.3. Поляризация света.....	31
2. КВАНТОВООПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ. ФИЗИКА АТОМА.....	46
2.1. Законы теплового излучения.....	46
2.2. Фотоэффект.....	59
2.3. Давление света. Фотоны	72
2.4. Эффект Комптона.....	78
3. АТОМ ВОДОРОДА ПО ТЕОРИИ БОРА. РЕНТГЕНОВСКИЕ ЛУЧИ....	87
4. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ.....	105
4.1. Волновые свойства микрочастиц.....	105
4.2. Простейшие случаи движения микрочастиц.....	115
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	130
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	134

Учебное издание

Очкина Наталья Александровна
Шмарова Татьяна Сергеевна
Сидякина Зоя Александровна

ФИЗИКА. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА. КВАНТОВАЯ ОПТИКА.
КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА
ПРАКТИКУМ

Учебное пособие

Под общ. ред. д-ра техн. наук, проф. Г.И. Грейсуха

Редактор Н.Ю. Шалимова
Верстка Н.А. Сазонова

Подписано в печать 9.12.2014. Формат 60×84/16.
Бумага офисная «Снегурочка». Печать на ризографе.
Усл. печ. л. 7,9. Уч.-изд. л. 8,5. Тираж 80 экз.
Заказ №1.



Издательство ПГУАС.
440028, г.Пенза, ул. Германа Титова, 28.