

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства»
(ПГУАС)

Н.А. Очкина

ФИЗИКА

ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Рекомендовано Редсоветом университета
в качестве учебного пособия для студентов,
обучающихся по направлению 08.03.01 «Строительство»

Под общей ред. доктора технических наук,
профессора Г.И. Грейсуха

Пенза 2016

УДК 537
ББК 22.313
О-95

Рецензенты: кандидат технических наук, доцент
С.В. Тертычная (ПГУ);
кандидат физико-математических
наук, доцент П.П. Мельниченко
(ПГУАС)

Очкина Н.А.

Физика. Основы классической электродинамики: учеб. пособие
О-95 по направлению подготовки 08.03.01 «Строительство»/ Н.А. Оч-
кина; под общ. ред. д-ра техн. наук, проф. Г.И. Грейсуха. – Пенза:
ПГУАС, 2016. – 184 с.

Кратко изложен материал по шести разделам электродинамики вузовского курса общей физики. Рассмотрены основные вопросы электростатики, законы цепей постоянного электрического тока, элементы теории магнитного поля, индукционные явления, основы электромагнитной теории Максвелла. Приведены вопросы для самоконтроля и повторения.

Подготовлено на кафедре «Физика и химия» и предназначено для использования студентами, обучающимися по направлению подготовки 08.03.01 «Строительство», при изучении дисциплины «Физика».

© Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства, 2016
© Очкина Н.А., 2016

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее учебное пособие написано в соответствии с программой курса «Физика» ФГОС ВО третьего поколения для направления подготовки 08.03.01 «Строительство» и имеет целью совершенствование следующих компетенций:

способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического и компьютерного моделирования, теоретического и экспериментального исследования;

способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь их для решения соответствующий физико-математический аппарат;

способность владеть эффективными правилами, методами и средствами сбора, обмена, хранения и обработки информации, навыками работы с компьютером как средством управления информацией.

Пособие содержит шесть глав, в которых последовательно излагаются основные вопросы, предусмотренные государственными образовательными стандартами для изучения раздела «Основы классической электродинамики» по дисциплине «Физика» в высших учебных заведениях.

В каждой главе дается подробное изложение основ теории по электрическим и магнитным явлениям и приводятся вопросы для самоконтроля, которые помогут студентам самостоятельно оценить качество усвоения теоретического материала.

Систематическая работа с пособием, в учебной аудитории, и во внеаудиторное время способствует формированию у студентов:

знаний сущности **основных** физических явлений и физических законов в области электричества и магнетизма;

умений использовать основные законы электромагнетизма в профессиональной деятельности; применять методы компьютерного моделирования для теоретического и экспериментального исследований;

вырабатывает способность *владеть* эффективными правилами, методами и средствами сбора, обмена, хранения и обработки информации, навыками работы с компьютером как средством управления информацией; приемами правильной эксплуатации основных приборов и оборудования; методами обработки и интерпретирования результатов эксперимента.

В тексте учебного пособия наиболее важные положения и термины, а также формулировки законов выделены *курсивом*. Это способствует более эффективно усвоению материала студентами.

ВВЕДЕНИЕ

Электродинамика – это наука о свойствах и закономерностях поведения особого вида материи – электромагнитного поля, осуществляющего взаимодействие между электрически заряженными телами или частицами.

Электромагнитное взаимодействие является одним из четырёх фундаментальных взаимодействий. Оно не универсальное и в зависимости от знака заряда может выступать как притяжение, либо как отталкивание. Электромагнитное взаимодействие относительно сильное и проявляется на любых расстояниях, поэтому с ним связано большое количество явлений. Оно определяет возникновение атомов, молекул и макроскопических тел; электромагнитные распады ядер и частиц; процессы ионизации и возбуждения атомов среды. Примерами проявления электромагнитного взаимодействия на макроскопическом уровне являются силы упругости в твёрдых телах, силы вязкости и поверхностного натяжения в жидкостях.

К созданию электродинамики привела длинная цепь планомерных исследований и случайных открытий, начиная с обнаружения способности янтаря, потертого о шерсть, притягивать легкие предметы и заканчивая гипотезой Д. Максвелла о порождении магнитного поля переменным электрическим полем. Лишь во второй половине XIX в., после создания электродинамики, началось широкое практическое использование электромагнитных явлений. Изобретение радио А.С.Поповым (1859-1906) и Г. Маркони (1874-1937) – одно из важнейших применений принципов новой теории. Электромагнитные взаимодействия широко используются в радиотехнике, электронике, электротехнике.

Как отдельная часть физики **электродинамика** состоит из следующих разделов: учение о поле неподвижных электрически заряженных тел и частиц, учение об электрическом токе, учение о магнитном поле и электромагнитной индукции, учение об электромагнитных колебаниях и волнах.

Все эти разделы в единое целое объединяет учение Д. Максвелла, который не только разработал стройную теорию электромагнитного поля, но и доказал его реальное существование. Теория Д. Максвелла доказала, что известные в науке электрическое и магнитное поля являются проявлением единого электромагнитного поля в различных системах отсчета.

1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

1.1. Закон сохранения заряда. Взаимодействие зарядов. Закон Кулона

Известно, что одноименные заряды отталкиваются, разноименные – притягиваются. Если поднести заряженное тело (с любым зарядом) к легкому – незаряженному, то между ними будет притяжение (явление *электризации* легкого тела через *влияние*). На ближайшем к заряженному телу конце появляются заряды противоположного знака (индуцированные заряды). Это явление называется *электростатической индукцией*.

Опыт показывает, что возникновение заряда на любом теле сопровождается появлением заряда такой же величины, но противоположного знака на другом теле. Например, при трении стеклянной палочки о шелк заряжаются оба тела: палочка отрицательно, шелк положительно.

Таким образом, всякий *процесс заряджения* есть *процесс разделения зарядов*. Сумма зарядов тел при этом не изменяется, заряды только перераспределяются. Отсюда следует *закон сохранения заряда* – один из фундаментальных законов природы, сформулированный в 1747 г. Б. Франклином и подтвержденный в 1843 г. М. Фарадеем: *алгебраическая сумма зарядов, возникающих при любом электрическом процессе на всех телах, участвующих в процессе всегда равна нулю*. Или: *суммарный электрический заряд замкнутой системы тел не изменяется*.

Электрические заряды не существуют сами по себе, а являются внутренними свойствами элементарных частиц – электронов, протонов и др.

В 1914 г. американский физик Р. Милликен экспериментально установил, что *электрический заряд дискретен*. Заряд любого тела составляет целое кратное от *элементарного электрического заряда* $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

$$q = \pm ne,$$

где n – целое число.

Электрон и *протон* являются соответственно носителями элементарных отрицательного и положительного зарядов.

Например, наша Земля имеет отрицательный заряд $6 \cdot 10^5$ Кл. Это установлено по измерению напряженности электростатического поля в атмосфере Земли.

Большой вклад в исследование явлений электростатики внес знаменитый французский ученый Ш. Кулон. В 1785 г. он экспериментально установил закон взаимодействия двух *неподвижных точечных* электрических зарядов в вакууме: *сила F взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов q_1 и q_2 в вакууме прямопропорциональна произведению*

модулей зарядов и обратнопропорциональна квадрату расстояния r между ними.

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}, \quad (1.1)$$

где $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ – коэффициент пропорциональности, зависящий от системы

единиц; ϵ_0 – электрическая постоянная $\left(\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} \right)$.

Кулоновские силы существенны до расстояний порядка 10^{-15} м (нижний предел). На меньших расстояниях начинают действовать ядерные силы. Что касается верхнего предела, то он стремится к бесконечности.

Принципиальное отличие кулоновских сил от гравитационных состоит в том, что последние всегда являются силами притяжения.

Точечным зарядом (q) называется заряженное тело, размеры которого пренебрежительно малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которым оно взаимодействует.

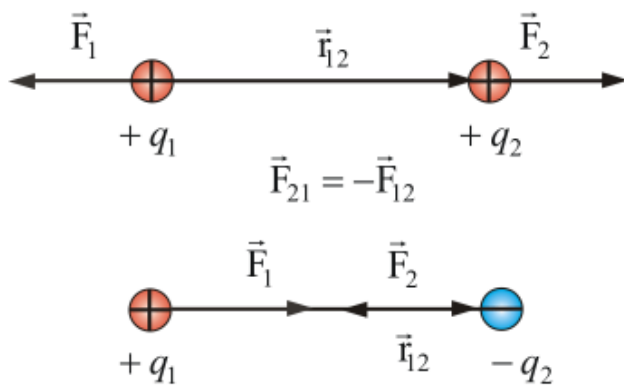


Рис. 1.1

В электростатике взаимодействие зарядов подчиняется третьему закону Ньютона: *силы взаимодействия между зарядами равны по величине и направлены противоположно друг другу вдоль прямой, соединяющей заряды* (рис. 1.1).

Если заряды не точечные, то закон Кулона нужно интегрировать по объему.

1.2. Электрическое поле.

Напряженность электрического поля

Для понимания происхождения и передачи взаимодействия между зарядами, необходимо допустить наличие между ними какого-либо физического агента, обуславливающего это взаимодействие. Этим агентом является *электрическое поле*.

Вокруг заряда всегда есть *электрическое поле*, основное свойство которого заключается в том, что на всякий другой заряд, помещенный в это поле, действует сила.

Электрическое поле неподвижных и не меняющихся со временем зарядов называется *электростатическим*.

Силовой характеристикой поля создаваемого зарядом q является отношение силы действующей на заряд к величине этого заряда называемое *напряженностью электростатического поля*, т.е.

$$E = \frac{F}{q} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (1.2)$$

где r – расстояние от заряда q до точки поля, в которой определяют напряженность.

Тогда $\vec{F} = q\vec{E}$, при $q = +1$ Кл, $\vec{F} = \vec{E}$.

Вектор напряженности электростатического поля равен силе, действующей в данной точке на помещенный в нее пробный единичный положительный заряд.

Направление вектора напряженности определяет направление силы, действующей на положительный заряд, помещенный в рассматриваемую точку поля.

Из формулы (1.2) следует, что единица измерения напряженности электростатического поля – Н/Кл.

1 Н/Кл – напряженность такого поля, которое на точечный заряд 1 Кл действует с силой в 1 Н.

1.3. Принцип суперпозиции

Важнейшей задачей электростатики является оценка параметров поля при заданном, стационарном, распределении зарядов в пространстве. Один из способов её решения основан на *принципе суперпозиции*. Суть его в следующем.

Если поле создается несколькими точечными зарядами, то на пробный заряд q действует со стороны заряда q_k такая сила, как если бы других зарядов не было. Результирующая сила, действующая на заряд q , определится выражением:

$$\vec{F} = \sum_k \vec{F}_k. \quad (1.3)$$

Выражение (1.3) – *принцип суперпозиции или независимости действия сил*.

Т.к. $\vec{F} = q\vec{E}$, то \vec{E} – результирующая напряженность поля в точке, где расположен пробный заряд, так же подчиняется принципу суперпозиции:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots = \sum_k \vec{E}_k. \quad (1.4)$$

Это соотношение выражает принцип наложения или *суперпозиции электрических полей* и представляет важное свойство электрического поля. *напряженность результирующего поля, системы точечных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, созданных в данной точке каждым из них в отдельности.*

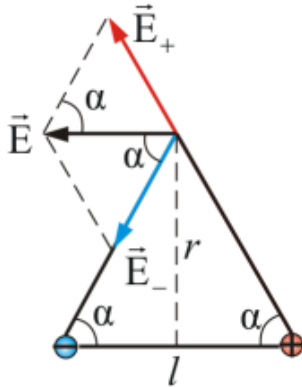


Рис.1.2

Рассмотрим применение принципа суперпозиции в случае поля, созданного электрической системой из двух зарядов. l – расстояние между зарядами (рис. 1.2).

Поля, создаваемые различными зарядами, не влияют друг на друга, поэтому вектор \vec{E} результирующего поля нескольких зарядов q_1, q_2, q_3, \dots может быть найден по правилу сложения векторов (правило параллелограмма).

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 \dots = \sum_k \vec{E}_k.$$

В случае двух зарядов

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-, \quad |\vec{E}_+| = |\vec{E}_-| \quad \text{и} \quad \frac{d\phi}{dl} = -E_x = 0, \quad \text{так как задача симметрична.}$$

В данном случае

$$E_- = E_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)}} \quad \text{и} \quad \cos \alpha = \frac{l}{2\sqrt{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)}}.$$

Следовательно,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}. \quad (1.5)$$

Рассмотрим другой пример. Найдем напряженность электростатического поля \vec{E} , создаваемого двумя положительными зарядами q_1 и q_2 в точке A , находящейся на расстоянии r_1 от первого и r_2 от второго зарядов (рис. 1.3).

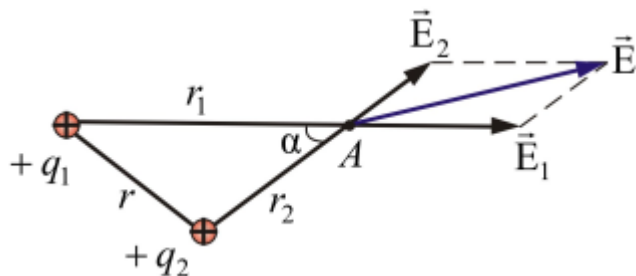


Рис.1.3

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}; \quad E_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}.$$

Воспользуемся теоремой косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos \alpha} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} - \frac{2q_1q_2}{r_1^2r_2^2} \cos \alpha}, \quad (1.6)$$

где $\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - r^2}{2r_1r_2}$.

Если поле создается *не точечными зарядами*, то используют обычный в таких случаях прием. Тело разбивают на бесконечно малые элементы и определяют напряженность поля создаваемого каждым элементом, затем интегрируют по всему телу:

$$\vec{E} = \int d\vec{E}, \quad (1.7)$$

где $d\vec{E}$ – напряженность поля, обусловленная заряженным элементом.

Интеграл может быть линейным, по площади или по объему в зависимости от формы тела. Для решения подобных задач пользуются соответствующими значениями плотности заряда:

$$\lambda = \frac{dq}{dl} \text{ – линейная плотность заряда (Кл/м);}$$

$$\sigma = \frac{dq}{dS} \text{ – поверхностная плотность заряда Кл/м}^2\text{;}$$

$$\rho = \frac{dq}{dV} \text{ – объемная плотность заряда Кл/м}^3\text{.}$$

Например, определим напряженность электрического поля в точке A (рис. 1.4) на расстоянии x от бесконечно длинного, линейного, равномерно распределенного заряда. Пусть λ – заряд, приходящийся на единицу длины.

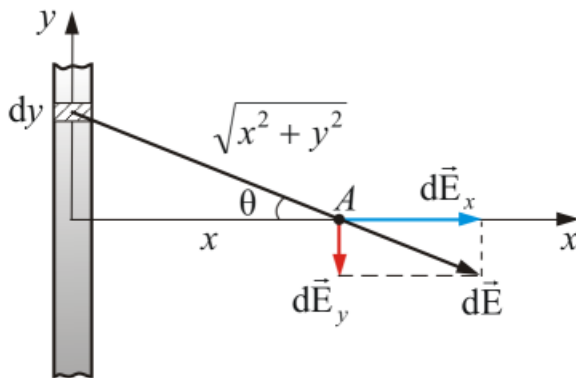


Рис.1.4

Будем считать, что x мало по сравнению с длиной проводника. Выберем систему координат так, чтобы ось y совпадала с проводником. Элемент длины dy , несет заряд $dq = \lambda dy$. Создаваемая этим элементом напряженность электрического поля в точке A :

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda \cdot dy}{(x^2 + y^2)}. \quad (1.8)$$

Вектор $d\vec{E}$ имеет проекции dE_x и dE_y , причем $dE_x = dE \cos \theta$, $dE_y = dE \sin \theta$. Т.к. проводник бесконечно длинный, а задача симметричная, то y -компонента вектора $d\vec{E}$ обратится в ноль (скомпенсируется), т.е. $E_y = \int dE \sin \theta = 0$.

$$\text{Тогда } E = E_x = \int dE \cos \theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\cos \theta \cdot dy}{x^2 + y^2}.$$

$$\text{Выразим } y \text{ через } \theta. \text{ Т.к. } y = x \cdot \operatorname{tg} \theta, \text{ то } dy = \frac{x d\theta}{\cos^2 \theta} \text{ и } (x^2 + y^2) = \frac{x^2}{\cos^2 \theta},$$

тогда

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{x} \int_{-\frac{x}{2}}^{\frac{x}{2}} \cos \theta d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x}. \quad (1.9)$$

Таким образом, напряженность электрического поля линейно распределенных зарядов изменяется обратно пропорционально расстоянию до заряда.

Этот результат, полученный для бесконечно длинного линейного заряда, с хорошей точностью справедлив и для линейного заряда конечной длины при условии, что x мало по сравнению с расстоянием от точки A до концов проводника.

Если же поле создано сложными по форме заряженными телами и неравномерно заряженными телами, то используя принцип суперпозиции, трудно рассчитать результирующее поле.

В формуле (1.7) $d\vec{E}$ – векторная величина:

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}, \quad (1.10)$$

так что интегрирование может оказаться непростым. Поэтому для вычисления \vec{E} часто пользуются другими методами, которые будут рассмотрены позже. Однако в некоторых, относительно простых случаях эти формулы позволяют аналитически рассчитать \vec{E} .

1.4. Электрическое поле диполя

Электрическим диполем называется система двух одинаковых по величине, но разноименных точечных зарядов, расстояние между которыми l значительно меньше расстояния до тех точек, в которых определяется поле системы (U_{np}) (рис. 1.5).

l – плечо диполя (вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному и численно равный расстоянию между зарядами).

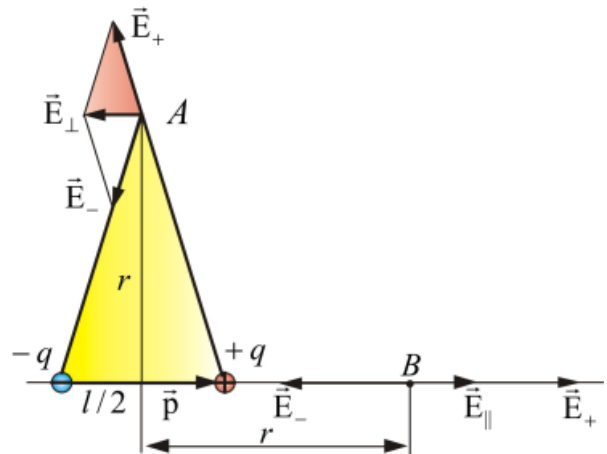


Рис.1.5

Пример 1. Найдем напряженность электрического поля в точке A , лежащей на прямой, проходящей через центр диполя и перпендикулярной к его оси (см. рис. 1.5)

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (\text{т.к. } l \ll r). \quad (1.11)$$

Из подобия заштрихованных треугольников следует:

$$\frac{E_{\perp}}{E_+} = \frac{l}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}}} \approx \frac{l}{r}, \quad \text{отсюда} \quad E_{\perp} = E_+ \frac{l}{r} = \frac{ql}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (1.12)$$

$\vec{p} = q\vec{l}$ – электрический момент диполя (или дипольный момент) – произведение положительного заряда диполя на плечо \vec{l} . Направление \vec{p} совпадает с направлением \vec{l} , т.е. от отрицательного заряда к положительному. Тогда, учитывая, что $ql = p$ получим:

$$E_{\perp} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3}, \quad \text{или} \quad \vec{E}_{\perp} = \frac{-\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3}. \quad (1.13)$$

Пример 2. Определим напряженность электрического поля на оси диполя, в точке B (см. рис. 1.5):

$$\vec{E}_{\parallel} = \frac{2ql}{4\pi\epsilon_0 r^3}, \quad \text{или} \quad \vec{E}_{\parallel} = \frac{2\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3}. \quad (1.14)$$

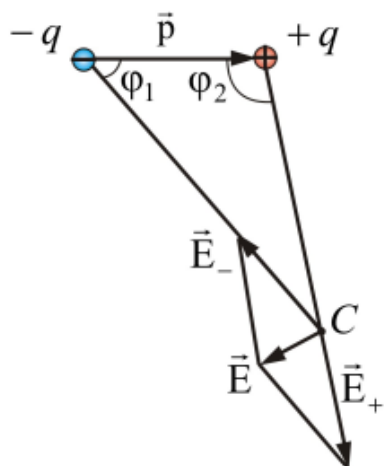


Рис.1.6

Пример 3. Найдем напряженность электрического поля в произвольной точке C (рис. 1.6).

$$E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{3 \cos^2 \varphi + 1}, \quad (1.15)$$

где $\varphi \approx \varphi_1 \approx \varphi_2$.

$$\text{При } \varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{2}, \quad E_1 = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3}.$$

$$\text{При } \varphi_1 = \varphi_2 = 0, \quad E_2 = \frac{2p}{4\pi\epsilon_0 r^3}.$$

Из приведенных примеров видно, что напряженность электрического поля системы зарядов равна геометрической сумме напряженностей полей каждого из зарядов в отдельности (*принцип суперпозиции*).

1.5. Взаимодействие двух диполей

Рассмотрим взаимодействие диполей, расположенных вдоль одной оси. Расстояние между центрами диполей обозначим r ; Пусть это расстояние много больше плеча диполя: $r \gg l$ (рис. 1.7).

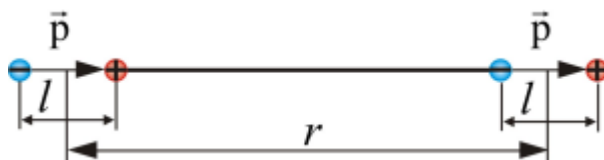


Рис.1.7

Сила взаимодействия диполей складывается из четырех компонентов – двух сил отталкивания между одноименными зарядами и двух сил притяжения – между разноименными зарядами:

$$F = \frac{(-q)(-q)}{4\pi\epsilon_0 r^2} + \frac{qq}{4\pi\epsilon_0 r^2} + \frac{(-q)(q)}{4\pi\epsilon_0 (r-l)^2} + \frac{(-q)(q)}{4\pi\epsilon_0 (r+l)^2} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{2}{r^2} - \frac{1}{(r-l)^2} - \frac{1}{(r+l)^2} \right].$$

После нескольких преобразований получим:
$$F = \frac{6q^2 l^2}{4\pi\epsilon_0 r^2 (r^2 - l^2)^2} \left(r^2 - \left(\frac{l^2}{3} \right) \right)$$

Обозначив $ql = p_l$ и отбрасывая l^2 , как очень малую величину по сравнению с r^2 , имеем:

$$F = -\frac{6p_l^2}{4\pi\epsilon_0 r^4}. \quad (1.16)$$

Нетрудно обобщить это выражение для случая взаимодействия диполей с разными электрическими моментами \vec{p}_{1l} и \vec{p}_{2l} :

$$F = -\frac{6p_{1l}p_{2l}}{4\pi\epsilon_0 r^4}. \quad (1.17)$$

Таким образом, если дипольные моменты двух диполей расположены вдоль одной прямой и одинаково направлены, то они притягиваются, причем сила притяжения пропорциональна произведению электрических моментов диполей и обратно пропорциональна четвертой степени расстояния между ними.

Следовательно, дипольное взаимодействие убывает с расстоянием значительно быстрее, чем взаимодействие между точечными зарядами.

Вычислим силу взаимодействия между диполями, расположенными так, как показано на рис. 1.8.

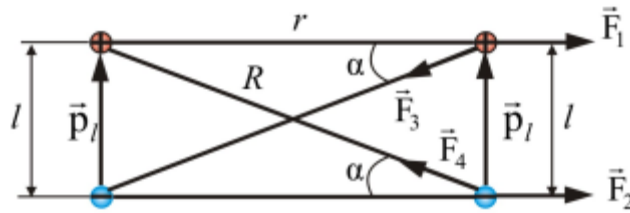


Рис. 1.8

Равнодействующая сила

$$F = F_1 + F_2 - F_3 \cos \alpha - F_4 \cos \alpha = \frac{2q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} - \frac{2q^2 \cos \alpha}{4\pi\epsilon_0 R^2}.$$

Учитывая, что $\cos \alpha = \frac{r}{R}$ и $R^2 - r^2 = l^2$ получаем после нескольких преобразований

$$F = \frac{2q^2 l^2 (R^2 + Rr + r^2)}{4\pi\epsilon_0 r^2 R^3 (R + r)}.$$

Полагая, как и выше, что $l \ll R$, следовательно $R \approx r$, имеем

$$F = \frac{2q^2 l^2 3r^2}{4\pi\epsilon_0 2r^6} = \frac{3P_l^2}{4\pi\epsilon_0 r^4}. \quad (1.18)$$

Из формул (1.17) и (1.18) видно, что, в отличие от центральных сил (гравитационных и кулоновских), сила взаимодействия между диполями зависит не только от расстояния между ними, но и от их взаимной ориентации. Аналогичными свойствами обладают ядерные силы.

1.6. Линии напряженности

Для того чтобы описать электрическое поле, нужно задать вектор напряженности в каждой точке поля. Это можно сделать аналитически или графически. М. Фарадей предложил изображать электрическое поле графически силовыми линиями, называемыми линиями напряженности.

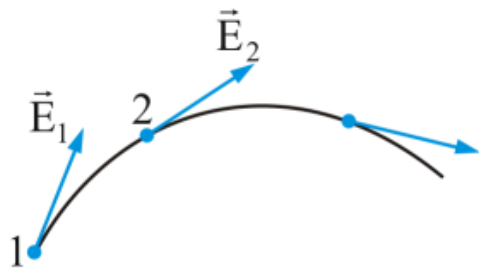


Рис.1.9

Линии напряженности – это линии, касательные к которым в каждой точке поля совпадают с направлением вектора напряженности.

Свойства линий напряженности:

- 1) линии напряжённости электростатического поля незамкнуты; они начинаются на положительных зарядах (или в бесконечности) и заканчиваются на отрицательных зарядах (или в бесконечности);
- 2) линии напряжённости не пересекаются, так как в каждой точке поля вектор напряжённости имеет лишь одно направление;
- 3) плотность силовых линий характеризует модуль напряжённости электростатического поля. Вблизи точечных зарядов линии сгущаются, и напряженность поля \vec{E} возрастает.

Для экспериментального воспроизведения линий напряжённости в стеклянный сосуд с плоским дном наливают какую-либо изолирующую жидкость (дистиллированную воду, глицерин, касторовое масло). В жидкости равномерно распределяют игольчатые частички (асбест, измельченный волос, гипсовые опилки). При погружении в жидкость электродов, опилки под действием электростатического поля выстраиваются вдоль силовых линий.

Рассмотрим случай *однородного электрического поля*.

Однородным называется электростатическое поле, во всех точках которого напряженность одинакова по величине и направлению, т.е. $\vec{E} = \text{const}$. Однородное электростатическое поле изображают параллельными силовыми линиями на равном расстоянии друг от друга (такое поле существует, например, между пластинами плоского конденсатора) (рис. 1.10).

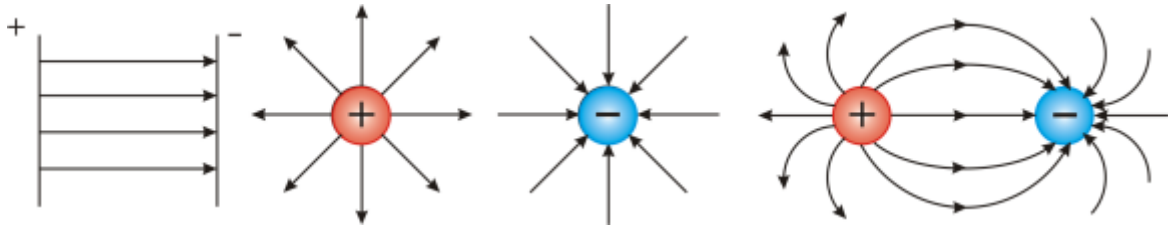


Рис.1.10

В случае точечного заряда, линии напряженности исходят из положительного заряда и уходят в бесконечность; и из бесконечности входят в отрицательный заряд. Т.к. $E \approx \frac{1}{r^2}$, то и густота силовых линий обратно пропорциональна квадрату расстояния от заряда. Т.к. площадь поверхности сферы, через которую проходят эти линии сама возрастает пропорционально квадрату расстояния, то общее число линий остается постоянным на любом расстоянии от заряда.

Для системы зарядов, силовые линии направлены от положительного заряда к отрицательному (см. рис. 1.10).

Из рис. 1.11 видно, что густота силовых линий пропорциональна модулю вектора \vec{E} .

Густота силовых линий должна быть такой, чтобы единичную площадку, нормальную к вектору напряженности пересекало такое их число, которое равно модулю вектора напряженности $|\vec{E}|$, т.е.

$$|\vec{E}| = \frac{\text{число линий}}{\text{площадь}} = \frac{\Phi}{S}.$$

Пример 1. Если на рис. 1.11 выделить площадку, $S = 2 \text{ м}^2$, то напряженность изображенного поля будет равна

$$E = 2 \text{ Н/Кл.}$$

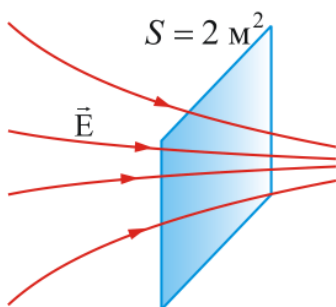


Рис.1.11

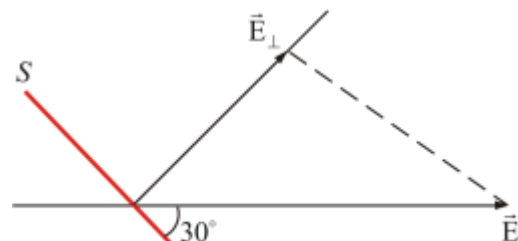


Рис.1.12

Пример 2. Площадка $S = 3 \text{ м}^2$ находится в однородном поле с напряженностью 100 Н/Кл . Сколько линий напряженности пересекает эту площадку, если угол, перпендикуляром к площадке и вектором \vec{E} составляет 30° (рис. 1.12).

$$E_{\perp} = E \sin 30^\circ = 50 \text{ Н/Кл}. \quad \Phi = E_{\perp} S = 50 \cdot 3 = 150 \text{ линий}.$$

1.7. Поток вектора напряженности



Рис.1.13

Число линий вектора \vec{E} , пронизывающих некоторую поверхность S , называется *поток вектора напряженности* Φ_E .

Для вычисления потока вектора \vec{E} необходимо разбить площадь S на элементарные площадки dS , в пределах которых поле будет однородным (рис.1.13).

Поток напряженности через такую элементарную площадку (рис.1.14) будет равен

$$d\Phi_E = E dS_{\perp} = E dS \cos \alpha = E_n dS,$$

где α – угол между силовой линией и нормалью \vec{n} к площадке dS ; dS_{\perp} – проекция вектора $d\vec{S}$ на плоскость, перпендикулярную силовым линиям. Тогда поток вектора напряженности поля через всю поверхность площадки S будет равен

$$\Phi_E = \int_S E dS \cos \alpha. \quad (1.19)$$

Так как $E \cos \alpha = E_n$, то

$$\Phi_E = \int_S E_n dS, \quad (1.20)$$

где E_n – проекция вектора \vec{E} на нормаль и к поверхности dS .

Поток вектора *напряженности* – скаляр, который в зависимости от величины угла α может быть как положительным, так и отрицательным.

Рассмотрим примеры, изображенные на рис. 1.15 и 1.16.

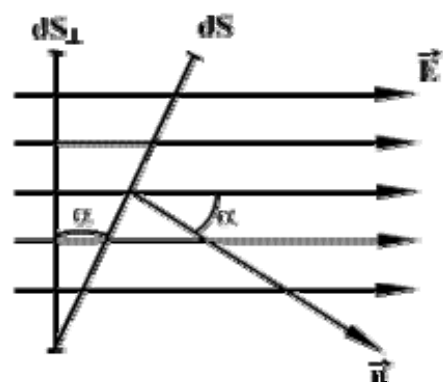


Рис.1.14

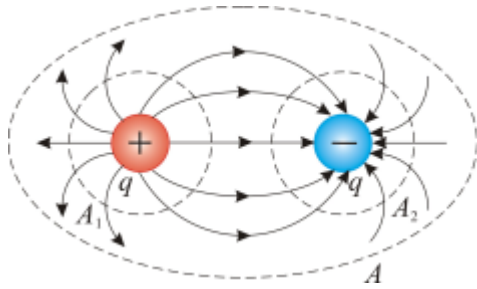


Рис.1.15

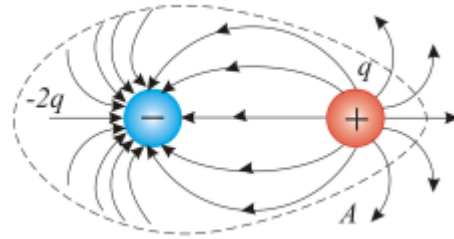


Рис.1.16

Для рис. 1.15 – поверхность A_1 окружает положительный заряд и поток здесь направлен наружу, т.е. $\Phi_E > 0$. Поверхность A_2 окружает отрицательный заряд, здесь $\Phi_E < 0$ и направлен внутрь. Общий поток через поверхность A равен нулю.

Для рис. 1.16 поток будет не равен нулю, если суммарный заряд внутри поверхности не равен нулю. Для этой конфигурации поток через поверхность A отрицательный (подсчитайте число силовых линий).

1.8. Теорема Остроградского-Гаусса

Рассмотрим рис. 1.17. Для данной конфигурации поток вектора напряженности через произвольную элементарную площадку dS будет равен:

$$d\Phi_E = E dS \cos \alpha = E_n dS. \quad (1.21)$$

В однородном поле $\Phi_E = ES$. В произвольном электрическом поле

$$\Phi_E = \int_S E_n dS = \int_S \vec{E} d\vec{S}, \quad (1.22)$$

где $d\vec{S} = dS \vec{n}$, т.е. ориентация dS в пространстве задается с помощью единичного вектора \vec{n} .

Таким образом, направление вектора $d\vec{S}$ совпадает с направлением \vec{n} внешней нормали к поверхности.

Подсчитаем поток вектора \vec{E} через произвольную замкнутую поверхность S , окружающую точечный заряд q (рис. 1.18). Окружим заряд q сферой S_1 .

Центр сферы совпадает с центром заряда. Радиус сферы S_1 равен R_1 .

В каждой точке поверхности S_1 проекция \vec{E} на направление внешней нормали одинакова и равна:

$$E_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R_1^2}.$$

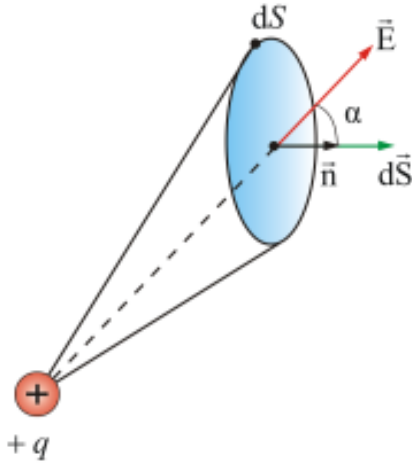


Рис.1.17

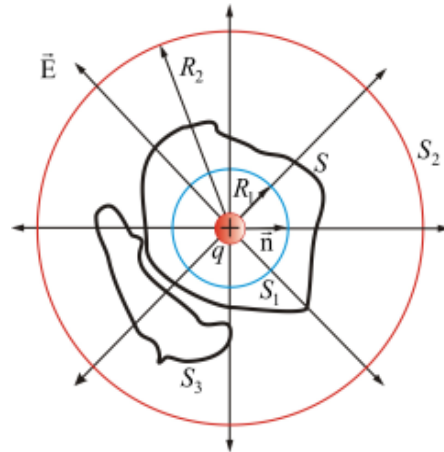


Рис.1.18

Тогда поток вектора напряженности через S_1

$$\Phi_E = \oint_{S_1} E_n dS = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_1^2} 4\pi R_1^2 = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Подсчитаем поток вектора напряженности через сферу S_2 , имеющую радиус R_2 :

$$\Phi_E = \oint_{S_2} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2^2} dS = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2^2} 4\pi R_2^2 = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Из непрерывности линии вектора \vec{E} следует, что поток и через *любую произвольную* поверхность S будет равен этой же величине:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{q}{\epsilon_0}. \quad (1.23)$$

Формула (1.23) – теорема Гаусса для электрического поля, созданного уединенным точечным зарядом.

Полученный результат справедлив для любого числа произвольно расположенных зарядов, находящихся внутри поверхности:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{\sum q}{\epsilon_0}. \quad (1.24)$$

Поток вектора напряженности электрического поля в вакууме через замкнутую поверхность пропорционален алгебраической сумме всех зарядов, расположенных внутри поверхности.

При вычислении потока вектора напряженности через замкнутую поверхность, вектор нормали \vec{n} следует считать направленным наружу.

Линии \vec{E} , выходящие из объема, ограниченного данной поверхностью, создают положительный поток, линии же, входящие в объем – отрицательный поток.

Если между сферами S_1 и S_2 расположить ещё одну поверхность S_3 , не охватывающую заряд, то, как видно из рис. 1.18, каждая линия напряженности \vec{E} будет дважды пересекать эту поверхность: один раз с положительной стороны – войдет в поверхность S_3 , другой раз – с отрицательной стороны – выйдет из поверхности S_3 . В результате алгебраическая сумма линий напряженности, проходящая через замкнутую поверхность S_3 будет равна нулю, т.е. *полный поток, проходящий через S_3 , равен нулю.*

Таким образом, для точечного заряда q , полный поток через любую замкнутую поверхность S будет равен:

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \text{ – если заряд расположен внутри замкнутой поверхности;}$$

$$\Phi_E = 0 \text{ – если заряд расположен вне замкнутой поверхности.}$$

Этот результат не зависит от формы поверхности, и знак потока совпадает со знаком заряда.

В общем случае электрические заряды могут быть распределены непрерывно с некоторой объемной плотностью $\rho = \frac{dq}{dV}$ различной в разных местах пространства. Здесь dV – физически бесконечно малый объем, под которым следует понимать *такой объем, который с одной стороны достаточно мал, чтобы в пределах его плотность заряда считать одинаковой, а с другой – достаточно велик, чтобы не могла проявиться дискретность заряда*, т.е. то, что любой заряд кратен целому числу элементарных зарядов электрона e^- или протона p^+ .

Суммарный заряд объема dV будет равен:

$$\sum q_i = \int_V \rho dV. \quad (1.25)$$

Тогда

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV \quad (1.26)$$

– это ещё одна форма записи теоремы Остроградского–Гаусса, если заряд неравномерно распределен по объему.

В то время как само поле \vec{E} зависит от конфигурации всех зарядов, поток Φ_E сквозь произвольную замкнутую поверхность определяется

только алгебраической суммой зарядов внутри поверхности S . Это значит, что если передвинуть заряды, то \vec{E} изменится всюду, и на поверхности S , а поток вектора \vec{E} через эту поверхность останется прежним.

1.9. Вычисление электрических полей с помощью теоремы Остроградского-Гаусса

1.9.1. Поле бесконечной однородно заряженной плоскости

Поверхностная плотность заряда на произвольной плоскости площадью S определяется по формуле

$$\sigma = \frac{dq}{dS},$$

где dq – заряд, сосредоточенный на площади dS ; dS – физически бесконечно малый участок поверхности.

Пусть σ во всех точках плоскости S одинакова. Заряд q – положительный. Напряженность \vec{E} во всех точках будет иметь направление, перпендикулярное плоскости S (рис. 1.19).

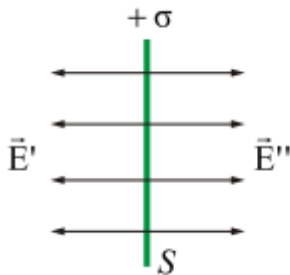


Рис.1.19

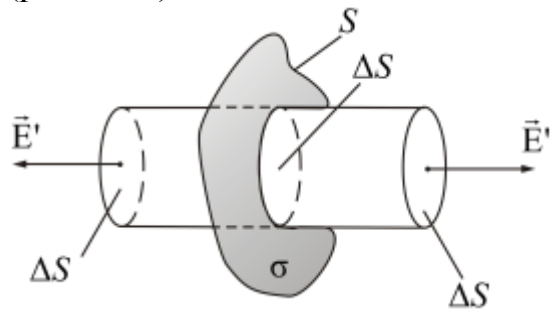


Рис.1.20

Очевидно, что в симметричных, относительно плоскости точках, напряженность \vec{E} будет одинакова по величине и противоположна по направлению.

Представим себе цилиндр с образующими, перпендикулярными плоскости, и основаниями ΔS , расположенными симметрично относительно плоскости (рис. 1.20).

Тогда $E' = E'' = E$.

Применим теорему Остроградского-Гаусса. Поток Φ_E через боковую часть поверхности цилиндра равен нулю, т.к. $E_n = 0$. Для основания цилиндра $E_n = E$.

Суммарный поток через замкнутую поверхность (цилиндр) будет равен:

$$\Phi_E = 2\Delta S E .$$

Внутри поверхности заключен заряд $q = \sigma\Delta S$.

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} = 2\Delta S E = \sigma\Delta S \frac{1}{\epsilon_0} ;$$

откуда напряженность поля плоскости S равна:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} . \tag{1.27}$$

Полученный результат не зависит от длины цилиндра. Это значит, что на любом расстоянии от плоскости $E = \text{const}$.

1.9.2. Поле двух равномерно заряженных плоскостей

Пусть две бесконечные плоскости заряжены разноименными зарядами с одинаковой по величине плотностью σ (рис. 1.21).

Результирующее поле, находится как суперпозиция полей, создаваемых каждой из плоскостей $E = E_+ + E_-$.

Тогда внутри плоскостей

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} . \tag{1.28}$$

Вне плоскостей напряженность поля $E = 0$.

Полученный результат справедлив и для плоскостей конечных размеров, если расстояние между плоскостями гораздо меньше линейных размеров плоскостей (плоский конденсатор).

Между пластинами конденсатора действует сила взаимного притяжения (на единицу площади пластин):

$$F_{\text{ед}} = \frac{F}{S} = \frac{S\sigma E}{S} ,$$

$$\text{т.е.} \quad F_{\text{ед}} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0\epsilon} \tag{1.29}$$

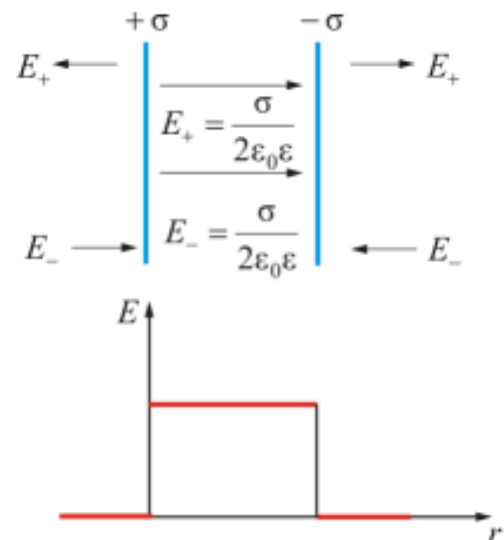


Рис.1.21

Механические силы, действующие между заряженными телами, называют *пондермоторными*.

Тогда сила притяжения между пластинами конденсатора:

$$F = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0}, \quad (1.30)$$

где S – площадь обкладок конденсатора. Т.к. $\sigma = \frac{q}{S} = E\varepsilon_0$, то

$$F = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon S} = \frac{\varepsilon_0 E^2 S}{2}. \quad (1.31)$$

Это формула для расчета пондермоторной силы.

1.9.3. Поле заряженного бесконечно длинного цилиндра (нити)

Пусть поле создается бесконечной цилиндрической поверхностью радиуса R , заряженной с постоянной линейной плотностью $\lambda^+ = \frac{dq}{dl}$, где dq – заряд, сосредоточенный на отрезке цилиндра (рис. 1.22).

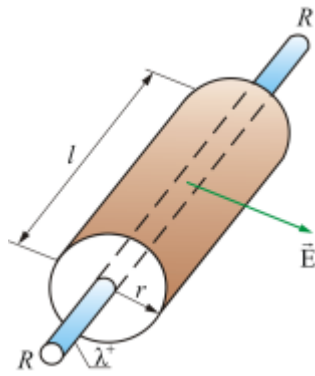


Рис.1.22

Из соображений симметрии следует, что вектор \vec{E} в любой точке будет направлен вдоль радиуса, перпендикулярно оси цилиндра.

Представим вокруг цилиндра (нити) коаксиальную замкнутую поверхность (цилиндр в цилиндре) радиуса r и длиной l (основания цилиндров перпендикулярны оси). Для оснований цилиндров $E_n = 0$ для боковой поверхности $E_n = E(r)$ т.е. зависит от расстояния r .

Следовательно, поток вектора \vec{E} через рассматриваемую поверхность, равен

$$\Phi_E = E(r)S = E(r)2\pi rl.$$

При $r \geq R$ на поверхности будет заряд $q = \lambda l$. По теореме Остроградского-Гаусса $E(r)2\pi rl = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$, откуда

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \text{ при } r \geq R. \quad (1.32)$$

Если $r < R$, $E(r) = 0$, т.к. внутри замкнутой поверхности зарядов нет (рис. 1.23).

Если уменьшать радиус цилиндра R (при $\lambda = \text{const}$), то можно вблизи поверхности получить поле с очень большой напряженностью и, при $R \rightarrow 0$, получить нить.

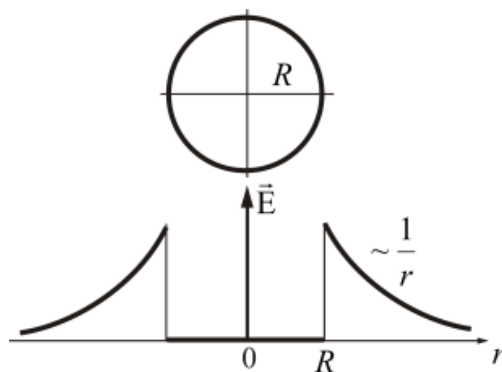


Рис.1.23

1.9.4. Поле двух коаксиальных цилиндров с линейной плотностью λ , одинаковой по модулю, но разного знака

Внутри меньшего и вне большего цилиндров поле будет отсутствовать $E = 0$ (рис. 1.24).

В зазоре между цилиндрами, поле определяется так же, как и в предыдущем случае:

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}.$$

Это справедливо и для бесконечно длинного цилиндра, и для цилиндров конечной длины, если зазор между цилиндрами намного меньше длины цилиндров (цилиндрический конденсатор).

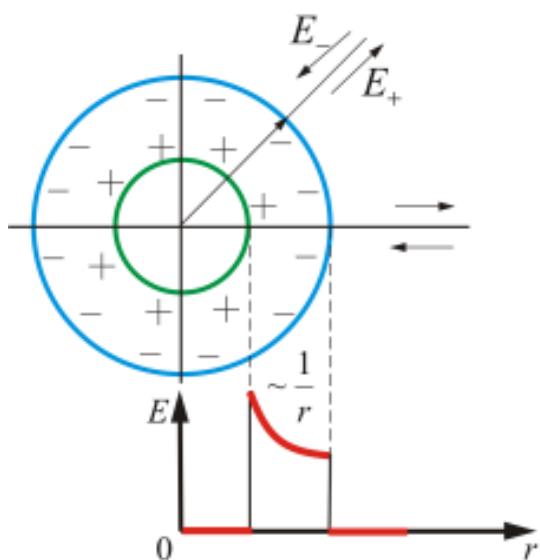


Рис.1.24

1.9.5. Поле заряженного пустотелого шара

Пустотелый шар (или сфера) радиуса R заряжен положительным зарядом с поверхностной плотностью σ . Поле в данном случае будет центрально симметричным, \vec{E} – в любой точке проходит через центр шара. $\vec{E} = E(r)$, и силовые линии поля перпендикулярны поверхности шара в любой точке. Вообразим вокруг шара – сферу радиуса r (рис. 1.25).

Если $r \geq R$ то внутрь воображаемой сферы попадет весь заряд q , распределенный по сфере, тогда

$$\Phi_E = E(r)S = E(r)4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0},$$

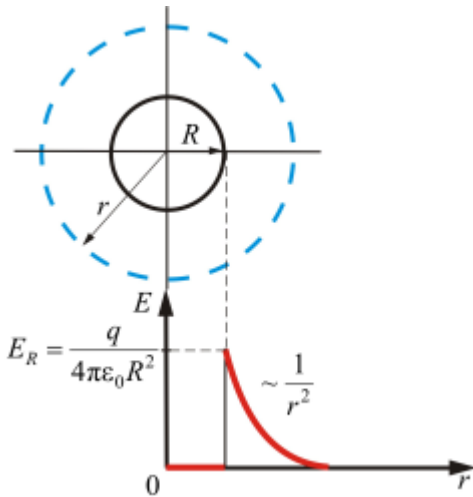


Рис.1.25

откуда напряженность поля вне сферы:

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (1.33)$$

Внутри сферы, при $r < R$ поле будет равно нулю, т.к. там нет зарядов: $E(r) = 0$.

Как видно из (1.33) вне сферы поле тождественно полю точечного заряда той же величины, помещенному в центр сферы.

1.9.6. Поле объемного заряженного шара

Для поля вне шара радиусом R (рис. 1.26) получается тот же результат, что и для пустотелой сферы, т.е. справедлива формула:

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Но внутри шара при $r < R$ сферическая поверхность будет содержать в себе заряд, равный

$$q = \rho \frac{4}{3} \pi r^3,$$

где ρ – объемная плотность заряда, равная:

$$\rho = \frac{q}{V}; \quad V = \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ – объем шара.}$$

Тогда по теореме Остроградского-Гаусса запишем:

$$\Phi_E = E(r)S = E(r)4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \frac{4}{3} \pi r^3,$$

т.е. внутри шара

$$E(r) = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}. \quad (1.34)$$

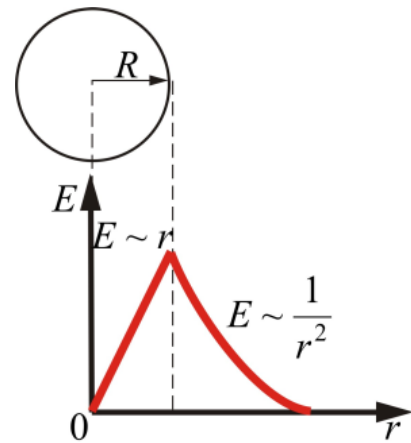


Рис.1.26

1.10 Теорема о циркуляции вектора напряженности

Рассмотрим электрическое поле, создаваемое неподвижным точечным зарядом q' . В любой точке этого поля на пробный точечный заряд q действует сила \vec{F} (рис. 1.27).

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} = F(r) \frac{\vec{r}}{r},$$

где $F(r)$ – модуль вектора силы \vec{F} , $\frac{\vec{r}}{r}$ – единичный вектор, определяющий положение заряда q относительно q' , ϵ_0 – электрическая постоянная.

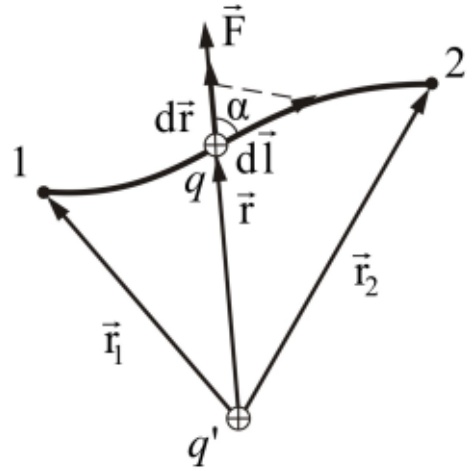


Рис.1.27

Для того, чтобы доказать, что электростатическое поле потенциально, нужно доказать, что силы этого поля консервативны. Из механики известно, что любое стационарное поле центральных сил является консервативным, т.е. работа сил этого поля не зависит от формы траектории, а зависит только от положения конечной и начальной точек.

Вычислим работу, которую совершает электростатическое поле, созданное зарядом q' при перемещении заряда q из точки 1 в точку 2.

Работа на пути dl равна:

$$dA = Fdr = Fdl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} dl \cos \alpha,$$

где dr – приращение радиус-вектора \vec{r} при перемещении на dl ; $dr = dl \cos \alpha$, т. е.

$$dA = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr.$$

Тогда полная работа при перемещении q' из точки 1 в точку 2 равна интегралу:

$$A_{12} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right] \quad (1.35)$$

Из формулы (1.35) видно, что работа электростатических сил не зависит от формы траектории, а только лишь от координат начальной и конечной точек перемещения. Следовательно, силы поля электростатического поля консервативны, а само поле – потенциально.

Этот вывод можно распространить и на поле, созданное системой зарядов, так как по принципу суперпозиции полей: $\vec{E} = \sum_k \vec{E}_k$.

Если в качестве пробного заряда, перенесенного из точки 1 (рис. 1.28) поля в точку 2, взять положительный единичный заряд q , то элементарная работа сил поля будет равна:

$$dA = q\vec{E}d\vec{l}. \quad (1.36)$$

Тогда суммарная работа равна:

$$A = q \int_1^2 \vec{E}d\vec{l}. \quad (1.37)$$

Такой интеграл по замкнутому контуру называется *циркуляцией вектора \vec{E}* .

Из независимости линейного интеграла от пути между двумя точками следует, что по *произвольному замкнутому пути*:

$$\oint \vec{E}d\vec{l} = 0. \quad (1.38)$$

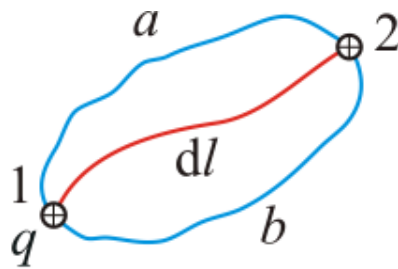


Рис.1.28

Это утверждение называют *теоремой о циркуляции вектора напряженности \vec{E}* .

Для доказательства теоремы разобьем произвольную замкнутую траекторию на две части: 1a2 и 2b1 (рис. 1.28). Из сказанного выше следует, что

$$\int_1^2 E dl = - \int_2^1 E dl.$$

Тогда работа по замкнутому пути:

$$A = q \oint \vec{E}d\vec{l} = q \int_1^2 \vec{E}d\vec{l} - q \int_2^1 \vec{E}d\vec{l} = 0.$$

Поле, обладающее такими свойствами, называется *потенциальным*. Любое электростатическое поле является потенциальным.

1.11. Работа электростатического поля

Электростатическое поле потенциальное. Следовательно, можно ввести функцию состояния, зависящую от координат – *потенциальную энергию*.

Исходя из принципа суперпозиции сил $\vec{F} = \sum_k \vec{F}_k$, можно показать, что общая работа A при перемещении заряда q' будет равна сумме работ каждой силы:

$$A = \sum_k A_k.$$

Здесь каждое слагаемое не зависит от формы траектории, следовательно, не зависит от формы траектории и сумма работ.

Работу сил электростатического поля можно выразить через *убыль потенциальной энергии* – разность двух функций состояний:

$$A_{12} = W_1 - W_2. \quad (1.39)$$

Это выражение можно переписать в виде:

$$A_{12} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r_2}. \quad (1.40)$$

Сопоставляя формулы (1.39) и (1.40), получаем выражение для потенциальной энергии заряда q' в поле заряда q :

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r} + \text{const}. \quad (1.41)$$

Потенциальную энергию определяют с точностью до постоянной интегрирования.

Значение константы в выражении для W выбирают таким образом, чтобы при удалении заряда на бесконечность (т.е. при $r \rightarrow \infty$), потенциальная энергия обращалась в нуль.

Выражение (1.41.) справедливо для одного заряда. Для системы зарядов суммарная энергия

$$W = \sum_k W_k.$$

1.12. Потенциал электростатического поля

Разные пробные заряды q', q'', \dots в одной и той же точке поля обладают разными энергиями W', W'' и так далее. Однако отношение $\frac{W}{q}$ для всех зарядов одинаково. Это отношение представляет собой величину,

являющуюся энергетической характеристикой электрического поля и называемую *потенциалом*:

$$\varphi = \frac{W}{q'}. \quad (1.42)$$

Потенциал в данной точке электрического поля – скалярная физическая величина, численно равная потенциальной энергии, которой обладает в этой точке поля единичный положительный заряд.

Подставив в (1.42) значение потенциальной энергии, получим выражение для потенциала в точке поля, созданного точечным зарядом:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}. \quad (1.43)$$

Потенциал, как и потенциальную энергию, определяют с точностью до постоянной интегрирования. Поскольку физический смысл имеет не потенциал, а разность потенциалов, поэтому договорились считать, что потенциал точки, удаленной в бесконечность, равен нулю. Когда говорят о потенциале такой-то точки, имеют в виду разность потенциалов между этой точкой и точкой, удаленной в бесконечность.

Другое определение потенциала:

$$\varphi = \frac{A_\infty}{q} \text{ или } A_\infty = q\varphi,$$

т.е. потенциал численно равен работе, которую совершают силы электрического поля над единичным положительным зарядом при удалении его из данной точки поля в бесконечность (или наоборот – такую же работу нужно совершить, чтобы переместить единичный положительный заряд из бесконечности в данную точку поля). При этом $\varphi > 0$, если $q > 0$.

Если поле создается системой зарядов, то, используя принцип суперпозиции, получаем:

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_k \frac{q_k q}{r_k}. \quad (1.44)$$

Тогда и для потенциала $\varphi = \sum_k \varphi_k$, или

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_k \frac{q_k}{r_k}, \quad (1.45)$$

т.е. потенциал поля, создаваемый системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из зарядов в отдельности.

Выразим работу сил электростатического поля над зарядом q через разность потенциалов между начальной и конечной точками его траектории:

$$A_{12} = W_1 - W_2 = \varphi_1 q - \varphi_2 q = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (1.46)$$

Таким образом, работа над зарядом q равна произведению заряда на убыль потенциала. То есть

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU.$$

$$A = qU, \quad (1.47)$$

где U – напряжение.

1.13. Связь напряженности и потенциала

Электростатическое поле можно описать либо с помощью векторной величины \vec{E} , либо с помощью скалярной величины φ . Очевидно, что между этими величинами должна существовать определенная связь. Найдем ее.

Пусть заряд q движется по произвольной траектории длиной l в электростатическом поле с напряженностью \vec{E} .

Работа, совершенная силами электростатического поля на бесконечно малом отрезке dl :

$$dA = F_l dl = E_l q dl, \quad (1.48)$$

где E_l – проекция \vec{E} на $d\vec{l}$.

С другой стороны, эта работа равна убыли потенциальной энергии заряда, перемещенного на расстояние dl :

$$dA = -q d\varphi, \quad E_l q dl = -q d\varphi,$$

откуда

$$E_l = -\frac{d\varphi}{dl}. \quad (1.49)$$

Для ориентации $d\vec{l}$ (направление перемещения) в пространстве, надо знать проекции \vec{E} на оси координат:

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}.$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial\varphi}{\partial x} \vec{i} - \frac{\partial\varphi}{\partial y} \vec{j} - \frac{\partial\varphi}{\partial z} \vec{k}. \quad (1.50)$$

Сумма первых производных от какой-либо функции по координатам есть градиент этой функции, то есть

$$\text{grad } \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k}.$$

Тогда формулу (1.50) можно переписать в виде:

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi. \quad (1.51)$$

Знак минус означает, что вектор \vec{E} направлен в сторону уменьшения потенциала электрического поля.

1.14. Силовые линии и эквипотенциальные поверхности

Направление *силовой линии* (линии напряженности) в каждой точке поля совпадает с направлением вектора \vec{E} . Отсюда следует, что напряженность \vec{E} равна разности потенциалов U , приходящейся на единицу длины силовой линии.

Именно вдоль силовой линии происходит максимальное изменение потенциала. Поэтому всегда можно определить \vec{E} между двумя точками, измеряя U между ними, причем тем точнее, чем ближе точки. В однородном электрическом поле силовые линии – прямые. Поэтому здесь определить \vec{E} наиболее просто:

$$E = \frac{U}{l}. \quad (1.52)$$

Воображаемая поверхность, все точки которой имеют одинаковый потенциал, называется *эквипотенциальной поверхностью*. Уравнение этой поверхности имеет вид

$$\varphi = \varphi(x, y, z) = \text{const}. \quad (1.53)$$

Графическое изображение силовых линий и эквипотенциальных поверхностей показано на рис. 1.29.

При перемещении по этой поверхности на dl потенциал не изменится: $d\varphi = 0$. Отсюда следует, что проекция вектора \vec{E} на dl равна нулю, то есть $E_l = 0$. Следовательно, вектор напряженности \vec{E} в каждой точке направлен по нормали к эквипотенциальной поверхности.

Эквипотенциальных поверхностей можно провести сколь угодно много. По густоте эквипотенциальных поверхностей можно судить о

величине вектора \vec{E} , при условии, что разность потенциалов между двумя соседними эквипотенциальными поверхностями постоянна.

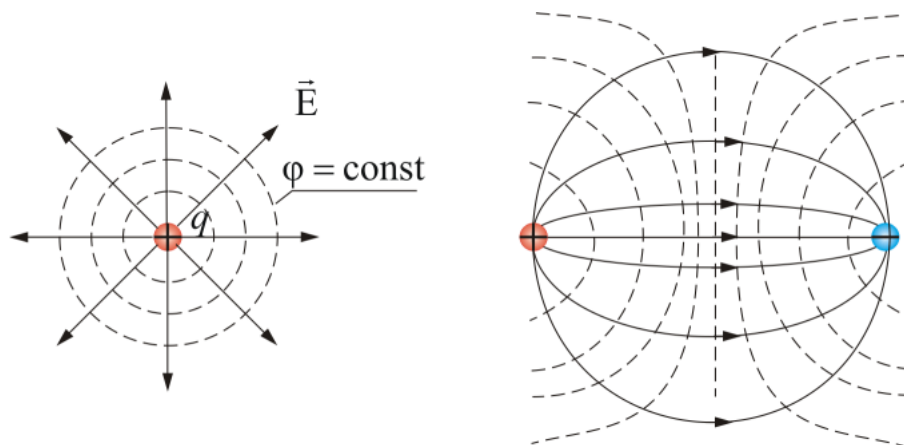


Рис.1.29

Формула $\vec{E} = -\text{grad } \varphi$ выражает связь потенциала с напряженностью и позволяет по известным значениям φ найти напряженность в каждой точке поля. Можно решить и обратную задачу, т.е. по известным значениям \vec{E} в каждой точке поля найти разность потенциалов между двумя произвольными точками поля. Для этого воспользуемся тем, что работа, совершаемая силами поля над зарядом q при перемещении его из точки 1 в точку 2, может быть, вычислена по формуле:

$$A_{12} = q \int_1^2 (\vec{E}, d\vec{l}).$$

С другой стороны эту работу можно представить в виде:

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2), \text{ тогда } \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 (\vec{E}, d\vec{l}).$$

Интеграл можно вычислять по любой линии, соединяющие точку 1 и точку 2, так как работа сил поля не зависит от формы траектории движения заряда. Для обхода по замкнутому контуру $\varphi_1 = \varphi_2$ получим:

$$\oint (\vec{E} d\vec{l}) = 0,$$

т.е. циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю.

Поле, обладающее этим свойством, называется потенциальным.

Из обращения в нуль циркуляции вектора \vec{E} следует, что линии \vec{E} электростатического поля не могут быть замкнутыми: они начинаются

на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных зарядах или уходят в бесконечность (см. рис. 1.29).

Это соотношение верно только для электростатического поля. Поле движущихся зарядов не является потенциальным, и для него это соотношение не выполняется.

1.15. Расчет потенциалов простейших электростатических полей

Рассмотрим несколько примеров вычисления разности потенциалов между точками поля, созданного некоторыми заряженными телами.

1.15.1. Разность потенциалов между точками поля, образованного двумя бесконечными заряженными плоскостями

Из формулы $E = -\frac{d\varphi}{dl}$ следует, что

$$d\varphi = -Edl, \quad (1.54)$$

где $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ – напряженность электростатического поля между заряженными

плоскостями; $\sigma = \frac{q}{S}$ – поверхностная плотность заряда.

Чтобы получить выражение для разности потенциалов между плоскостями, проинтегрируем выражение (1.54):

$$\int_1^2 d\varphi = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \int_{x_1}^{x_2} dx,$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}(x_2 - x_1), \text{ или } \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(x_2 - x_1). \quad (1.55)$$

При $x_1 = 0$ и $x_2 = d$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0}. \quad (1.56)$$

На рис.1.30 изображены графики зависимости напряженности E и потенциала φ от расстояния между плоскостями.

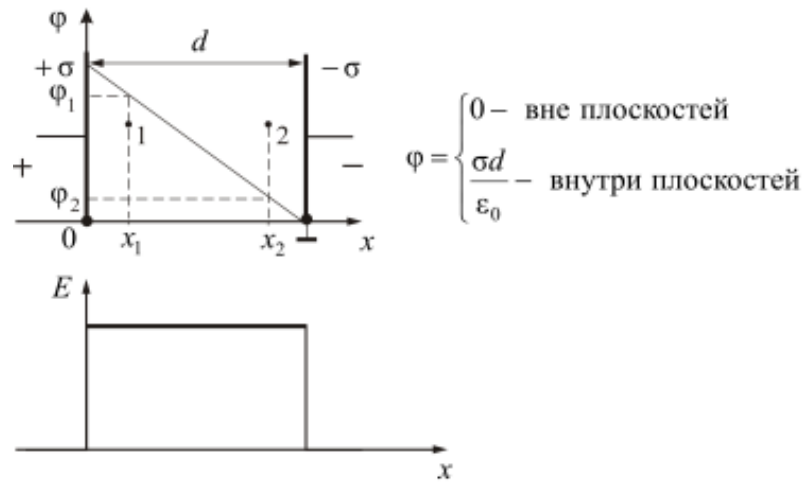


Рис.1.30

1.15.2. Разность потенциалов между точками поля, образованного бесконечно длинной цилиндрической поверхностью

Согласно теореме Остроградского-Гаусса $\Phi_E = \oint_S E dS = \frac{q}{\epsilon_0}$ (рис. 1.31).

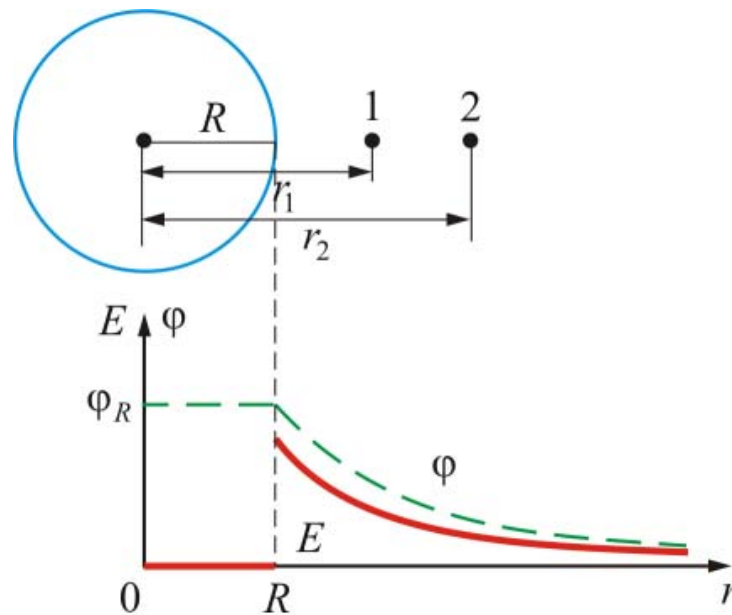


Рис.1.31

При $r < R$, $E(r) = 0$, при $r = R$, $E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$, при $r \geq R$ $E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$

Т.к. $d\varphi = -E dr$ то $\int_1^2 d\varphi = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r}$. Из этой формулы найдем разность потенциалов в произвольных точках 1 и 2:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1} = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Внутри и на поверхности цилиндра

$$\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{R} = \text{const}.$$

Вне цилиндра

$$\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{R}.$$

На рис. 1.31 изображена зависимость напряженности E и потенциала φ от r .

1.15.3. Разность потенциалов между обкладками цилиндрического конденсатора

В п. 1.9.4 показано, что (рис. 1.32) внутри меньшего и вне большего цилиндров зарядов нет ($E = 0$), между цилиндрами, когда $R_1 < r < R_2$,

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}.$$

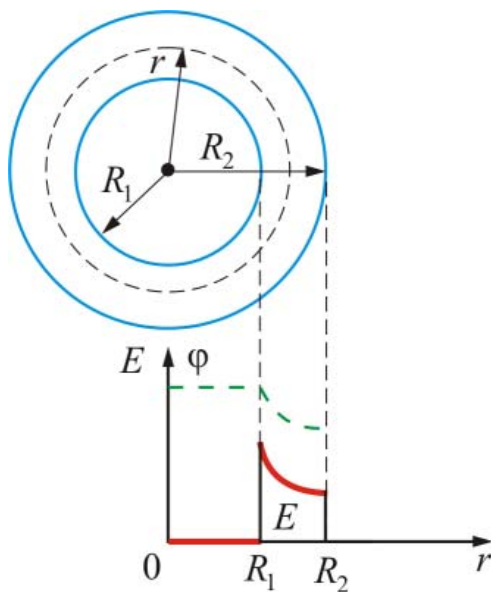


Рис.1.32

Разность потенциалов между обкладками цилиндрического конденсатора будет равна:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Таким образом, внутри меньшего цилиндра имеем $\varphi = \text{const}$, $E = 0$, между обкладками потенциал уменьшается по логарифмическому закону, а вторая обкладка (вне цилиндров) экранирует электрическое поле и φ и E равны нулю.

Внутри меньшего цилиндра ($r < R_1$):

$$\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1} = \text{const}.$$

Между цилиндрами ($R_1 < r < R_2$):

$$\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{R_1}.$$

Вне цилиндров $\varphi = 0$.

На рис. 1.32 изображена зависимость напряженности E и потенциала φ от r .

1.15.4. Разность потенциалов между точками поля, образованного заряженной сферой (пустотелой)

Напряженность поля сферы (рис. 1.33) определяется по формуле

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Т.к. $d\varphi = -E dr$, то

$$\begin{aligned} \varphi_1 - \varphi_2 &= \int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \end{aligned}$$

$$\text{т.е. } \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

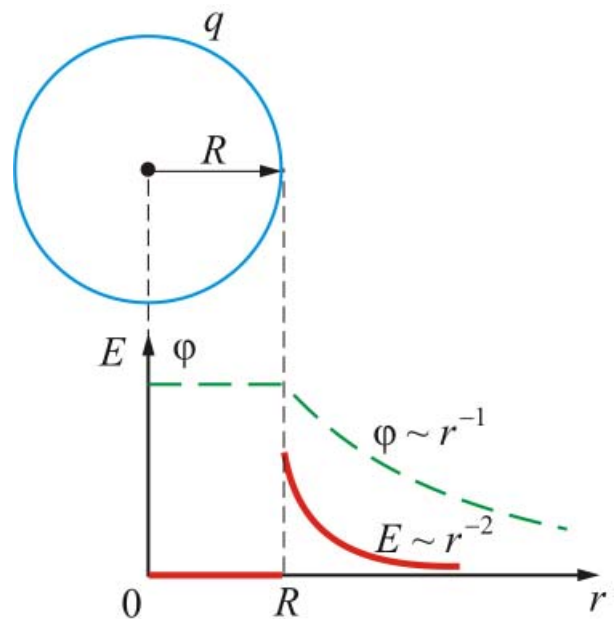


Рис.1.33

Внутри и на поверхности сферы ($r \leq R$)

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\sigma R}{\epsilon_0} = \text{const.}$$

Вне сферы ($r \geq R$)

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

1.15.5. Разность потенциалов внутри диэлектрического заряженного шара

Рассмотрим диэлектрический шар (рис. 1.34), заряженный с объемной плотностью

$$\rho = \frac{3q}{4\pi R^3}.$$

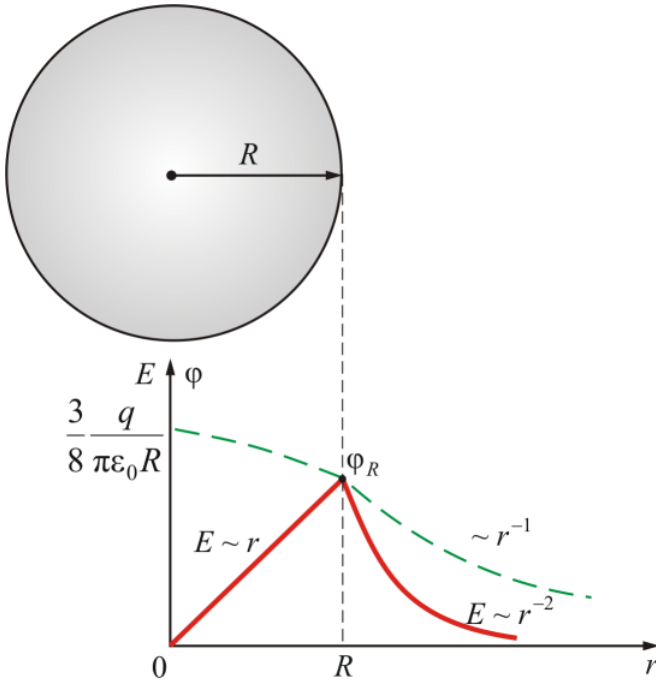


Рис.1.34

Напряженность электрического поля внутри шара

$$E(r) = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}.$$

Найдем разность потенциалов внутри шара:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_1^2 E dr,$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\rho}{3\epsilon_0} \int_1^2 r dr = -\frac{\rho}{6\epsilon_0} (r_2^2 - r_1^2),$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q(r_2^2 - r_1^2)}{4\pi\epsilon_0 2R^3}.$$

Из последней формулы находим, что: в центре шара ($r = 0$)

$$\varphi = \frac{3q}{8\pi\epsilon_0 R};$$

внутри шара ($r \leq R$)

$$\varphi = \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R} \left(3 - \frac{r^2}{R^2} \right);$$

на поверхности и вне шара ($r \geq R$)

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Как видно, с помощью теоремы Гаусса сравнительно просто можно рассчитать величины E , u , φ от различных заряженных поверхностей.

Напряженность поля в вакууме изменяется скачком при переходе через заряженную поверхность.

Потенциал поля – всегда непрерывная функция координат.

1.16. Поляризация диэлектриков

Все известные в природе вещества, в соответствии с их способностью проводить электрический ток, делятся на три основных класса: *диэлектрики, полупроводники и проводники*. Если удельное сопротивление у проводников равно $\rho_{\text{пр}} = 10^{-8} - 10^{-6} \text{ Ом/м}$, то у диэлектриков $\rho_{\text{д}} = 10^8 - 10^{18} \text{ Ом/м}$, а полупроводники занимают промежуточную область $\rho_{\text{д}} > \rho_{\text{п/п}} > \rho_{\text{пр}}$.

В идеальном диэлектрике свободных зарядов, то есть зарядов, способных перемещаться на значительные расстояния (превосходящие расстояния между атомами), нет. Но это не значит, что диэлектрик, помещенный в электростатическое поле, не реагирует на него, что в нем ничего не происходит.

Любое вещество состоит из атомов, образованных положительными ядрами и отрицательными электронами. Поэтому в диэлектриках происходит поляризация.

Поляризацией называется смещение электрических зарядов вещества под действием электрического поля. Способность к поляризации является основным свойством диэлектриков.

Видов поляризации много.

Поляризуемость диэлектрика включает *электронную, ионную и ориентационную* (дипольную) составляющие (рис. 1.35).

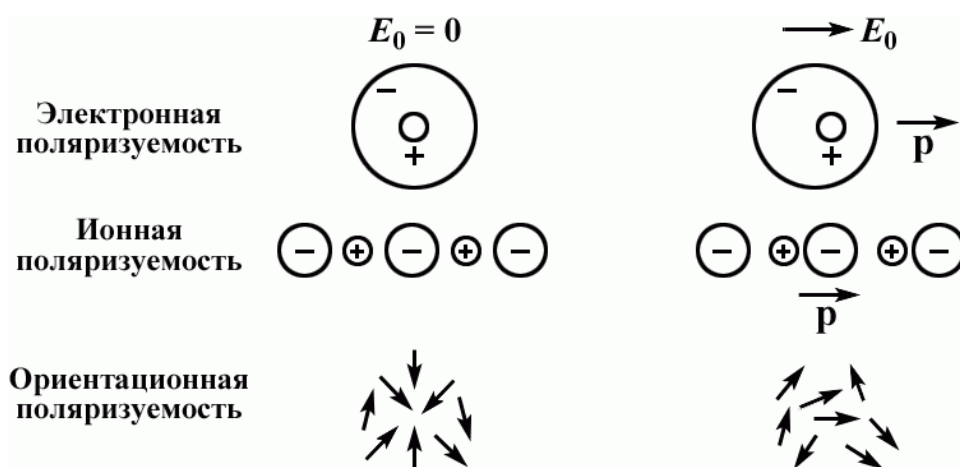


Рис.1.35

Электронная поляризуемость обусловлена смещением электронной оболочки атома относительно ядра. Ионная поляризуемость вызвана смещением заряженных ионов по отношению к другим ионам. Ориентационная (дипольная) поляризуемость возникает, когда вещество состоит из молекул, обладающих постоянными электрическими дипольными моментами, которые могут более или менее свободно изменять свою ориентацию во внешнем электрическом поле.

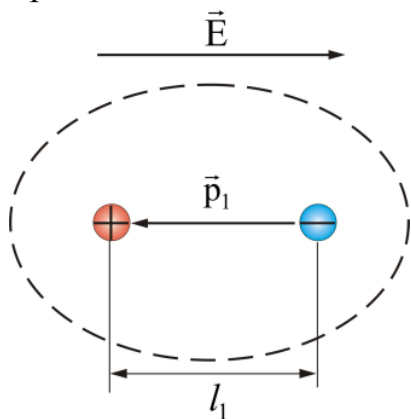


Рис.1.36

Существуют и другие виды поляризации. Главное в поляризации – смещение зарядов в электростатическом поле. В результате, каждая молекула или атом образует электрический момент \vec{p} (рис. 1.36):

$$\vec{p}_1 = q\vec{l}_1 . \quad (1.57)$$

Электрический момент \vec{p} пропорционален напряженности \vec{E} электростатического поля в месте нахождения молекулы, то есть внутри вещества.

К чему приводит поляризация? Рассмотрим рис. 1.37.

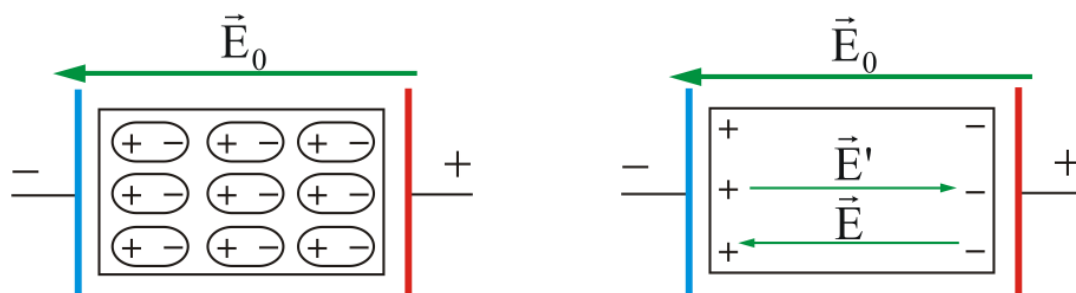


Рис.1.37

Внутри диэлектрика электрические заряды диполей компенсируют друг друга. Но на внешних поверхностях диэлектрика, прилегающих к электродам, появляются заряды противоположного знака (поверхностно связанные заряды).

Обозначим \vec{E}' – напряженность электростатического поля связанных зарядов. Оно направлено против внешнего поля с напряженностью \vec{E}_0 . Следовательно, величина напряженности результирующего электростатического поля внутри диэлектрика

$$E = E_0 - E' . \quad (1.58)$$

Таким образом, напряженность электростатического поля внутри диэлектрика всегда меньше напряженности внешнего поля. Выясним, во сколько раз?

Поместим диэлектрик в виде параллелепипеда в электростатическое поле с напряженностью \vec{E}_0 (рис. 1.38).

Электрический момент тела, \vec{p} определим по формуле:

$$\vec{p} = q\vec{l} = \sigma'S\vec{l} \text{ или } p = \sigma'Sl \cos \varphi, \quad (1.59)$$

где σ' – поверхностная плотность связанных зарядов.

Введем новое понятие – *вектор поляризации* $\vec{P} = \frac{\vec{P}}{V} = \sum \frac{\vec{P}_k}{V}$ – *электрический момент единичного объема*.

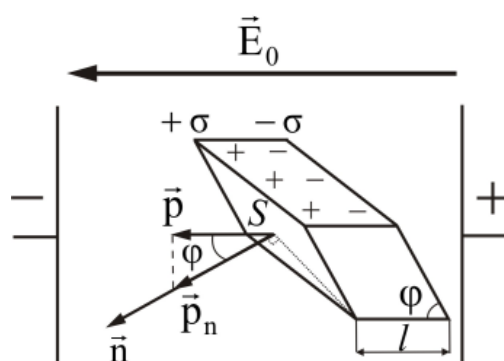


Рис.1.38

$$\vec{P} = \sum_k^n \vec{p}_{lk} = n\vec{p}_1, \quad (1.60)$$

где n – концентрация (число молекул в единице объема); \vec{p}_1 – электрический момент одной молекулы.

С учетом этого обстоятельства,

$$p = PV = PSl \cos \varphi, \quad (1.61)$$

(т.к. $V = Sl \cos \varphi$ – объем параллелепипеда).

Приравняем выражения (1.59) и (1.61) и учтем, что $P \cos \varphi = P_n$ – проекция \vec{P} на направление \vec{n} – вектора нормали, тогда

$$\sigma' = P_n. \quad (1.62)$$

Поверхностная плотность поляризационных зарядов равна нормальной составляющей вектора поляризации в данной точке поверхности.

Отсюда следует, что индуцированное в диэлектрике электростатическое поле будет влиять только на нормальную составляющую вектора напряженности \vec{E} электростатического поля в диэлектрике.

Вектор поляризации можно представить так:

$$\vec{P} = n\vec{p}_1 = n\alpha\epsilon_0\vec{E} = \chi\epsilon_0\vec{E}, \quad (1.63)$$

где α – поляризуемость молекул; $\chi = n\alpha$ – диэлектрическая восприимчивость – макроскопическая безразмерная величина, характеризующая поляризацию единицы объема.

Следовательно, и у результирующего поля изменяется только нормальная составляющая вектора напряженности \vec{E} , по сравнению с \vec{E}_0 . Тангенциальная составляющая остается без изменения.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' . \quad (1.64)$$

Напряженность электростатического поля в диэлектрике равна напряженности внешнего поля, деленной на диэлектрическую проницаемость среды ε :

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon} . \quad (1.65)$$

Величина $\varepsilon = 1 + \chi$ характеризует электрические свойства диэлектрика. ε – величина, показывающая во сколько раз напряженность электростатического поля внутри диэлектрика меньше, чем в вакууме:

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E} . \quad (1.66)$$

С учетом этого обстоятельства, при наличии диэлектрической среды во все формулы электростатики вносят поправки. Например, теорему Гаусса записывают в виде:

$$\Phi_E = \frac{\sum q_k}{\varepsilon_0 \varepsilon} , \text{ или закон Кулона в виде: } F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon r^2} .$$

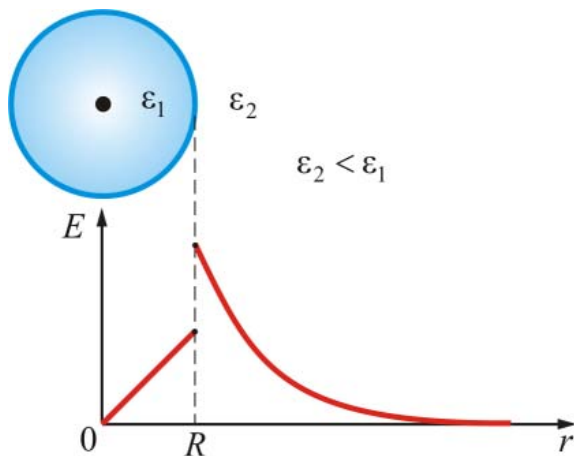


Рис.1.39

График зависимости напряженности поля шара от расстояния r , с учетом диэлектрической проницаемости двух сред (ε_1 и ε_2), показан на рис. 1.39.

Как видно из рисунка, напряженность поля \vec{E} изменяется скачком при переходе из одной среды ε_1 в другую ε_2 .

1.17. Различные виды диэлектриков

До сих пор мы рассматривали диэлектрики, которые приобретают электрический момент во внешнем электростатическом поле. Но есть и другие диэлектрики, например, сегнетоэлектрики, пьезоэлектрики.

1.17.1. Сегнетоэлектрики

В 1920 г. была открыта *спонтанная* (самопроизвольная) поляризация. Сначала её обнаружили у кристаллов сегнетовой соли ($\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$), а затем и у других кристаллов. Всю эту группу веществ назвали *сегнетоэлектрики* (или *ферроэлектрики*). Детальное исследование диэлектрических свойств этих веществ было проведено в 1930–1934 гг. И.В. Курчатовым. Все сегнетоэлектрики обнаруживают резкую анизотропию свойств (сегнетоэлектрические свойства могут наблюдаться только вдоль одной из осей кристалла). У изотропных диэлектриков поляризация всех молекул одинакова, у анизотропных – поляризация, и следовательно, вектор поляризации \vec{P} в разных направлениях разные. В настоящее время известно несколько сотен сегнетоэлектриков.

Сегнетоэлектрики обладают рядом своеобразных электрических свойств:

1. Диэлектрическая проницаемость ε сегнетоэлектриков очень велика ($10^3 \div 10^4$), в то время как у большинства обычных диэлектриков она составляет несколько единиц.

2. Диэлектрическая проницаемость ε сегнетоэлектриков является функцией напряженности \vec{E} внешнего электрического поля (рис. 1.40) и температуры (рис.1.41).

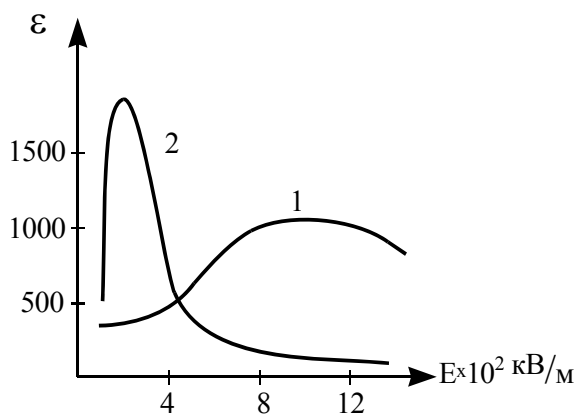


Рис. 1.40. Зависимость диэлектрической проницаемости ε сегнетоэлектриков от функции напряженности E внешнего электрического поля:

1 – титанат бария; 2 – сегнетова соль

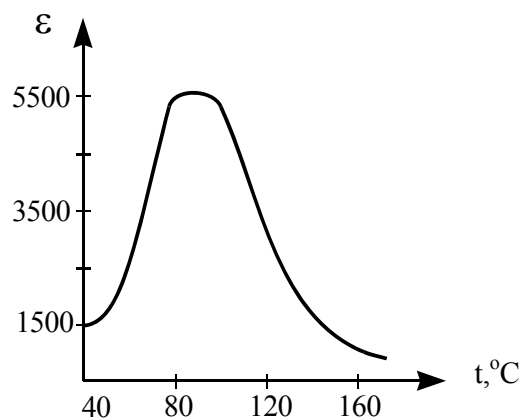


Рис. 1.41. Зависимость диэлектрической проницаемости ε сегнетоэлектриков от температуры (для титаната бария)

3. У сегнетоэлектриков температурная зависимость ε имеет один (рис. 1.41) или несколько выраженных максимумов (рис. 1.42). Температуры, при которых наблюдаются эти максимумы называются *точками Кюри*. (T_K).

Сегнетова соль имеет две точки Кюри ($+22,5^\circ\text{C}$ и -15°C).

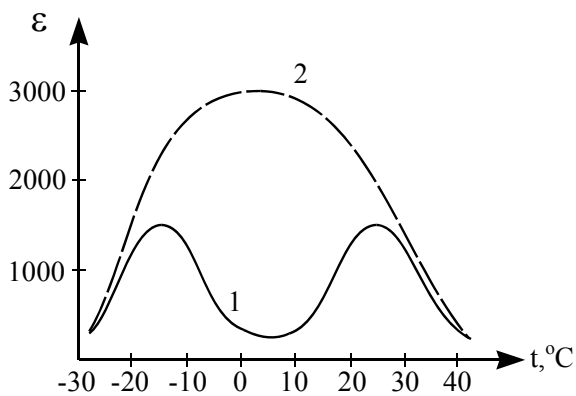


Рис. 1.42. Зависимость диэлектрической проницаемости ϵ сегнетоэлектриков от температуры (для сегнетовой соли при различных значениях напряженности поля: 1-500 В/м, 2- $5 \cdot 10^4$ В/м)

При нагревании сегнетоэлектрика выше T_K он утрачивает необыкновенные свойства и становится обычным диэлектриком. У сегнетоэлектриков, которые имеют две и больше точек Кюри, особые свойства наблюдаются только при температурах, лежащих в пределах между этими точками. Зависимость ϵ от температуры подчиняется закону Кюри-Вейсса:

$$\epsilon - 1 = \frac{9}{\beta(T - T_K)},$$

где β – константа, равная приблизительно $10^{-5} \div 10^{-6}$ град $^{-1}$.

4. Зависимость P от E не является линейной (рис. 1.43).

5. Для сегнетоэлектриков характерно явление насыщения, состоящее в том, что начиная с некоторого значения E , P не изменяется (P_s , рис. 1.43).

6. Всем сегнетоэлектрикам свойственен *гистерезис* (от греческого слова «гистерезис» – запаздывание), представляющий неоднозначную зависимость поляризованности P от напряженности электрического поля. Величина P определяется не только значением E в данный момент, но зависит еще от предшествующих состояний поляризации.

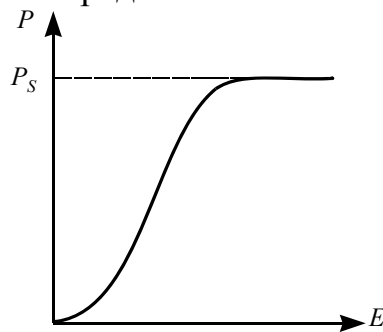


Рис.1.43

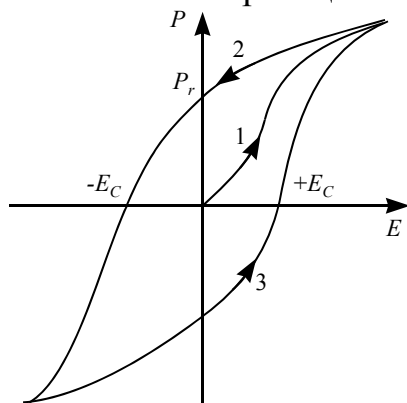


Рис.1.44

При циклических изменениях поля зависимость P от E изображают кривой, называемой *петлей гистерезиса*.

При первоначальном увеличении напряженности поля нарастание поляризованности описывается кривой 1. Уменьшение P происходит по ветви 2. При обращении E в нуль поляризованность не исчезает, а лишь уменьшается до значения P_r , называемого *остаточной поляризованностью*.

Это говорит о том, что в сегнетоэлектриках имеется остаточная поляризация. Чтобы свести ее к нулю, нужно приложить поле E_c противоположного направления. Величина E_c называется *коэрцитивной силой*. При дальнейшем изменении E получается ветвь 3 петли гистерезиса. При температурах выше точки Кюри зависимость P от E при не слишком больших значениях напряженности поля становится линейной (рис. 1.45).

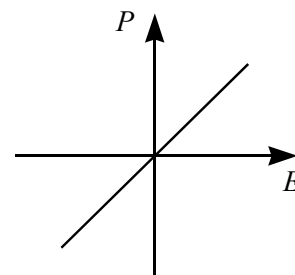


Рис.1.45

Сегнетоэлектрики используются для изготовления многих радиотехнических приборов, например, варикондов – конденсаторов с изменяемой емкостью.

1.17.2. Пьезоэлектрики

Некоторые диэлектрики поляризуются не только под действием электростатического поля, но и под действием механической деформации. Это явление называется *пьезоэлектрическим эффектом*.

Пьезоэлектрический эффект был открыт братьями Пьером и Жаком Кюри в 1880 году.

Если на грани кристалла наложить металлические электроды (обкладки), то при деформации кристалла с помощью силы \vec{F} на обкладках возникнет разность потенциалов. Если замкнуть обкладки, то потечет ток.

Продемонстрировать пьезоэффект можно с помощью рис. 1.46.

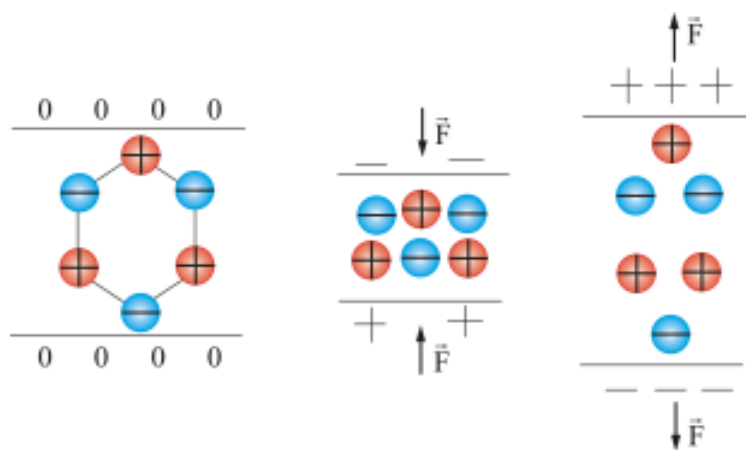


Рис.1.46

Сейчас известно более 1800 пьезокристаллов. Все сегнетоэлектрики обладают пьезоэлектрическими свойствами.

Возможен и обратный пьезоэлектрический эффект. Возникновение поляризации сопровождается механическими деформациями. Если на пьезо-

электрический кристалл подать напряжение, то возникнут механические деформации кристалла, причем, деформации будут пропорциональны приложенному электростатическому полю \vec{E}_0 .

Примеры применения пьезоэлектриков: генераторы ВЧ и пошаговые моторы, микрофоны, наушники, датчики давления, частотные фильтры, пьезоэлектрические адаптеры.

1.17.3. Пироэлектрики

Кроме сегнетоэлектриков, спонтанно поляризованными диэлектриками являются *пироэлектрики* (от греч. *pur* – огонь). Пироэлектрики – это кристаллические диэлектрики, обладающие спонтанной электрической поляризацией во всей температурной области, вплоть до температуры плавления.

В отличие от сегнетоэлектриков в пироэлектриках поляризация P линейно зависит от величины внешнего электрического поля, т.е. пироэлектрики являются линейными диэлектриками.

Пироэлектричество – появление электрических зарядов на поверхности некоторых кристаллов при их нагревании или охлаждении. При нагревании один конец диэлектрика заряжается положительно, а при охлаждении он же – отрицательно. Появление зарядов связано с изменением существующей поляризации при изменении температуры кристаллов. Типичный пироэлектрик – турмалин.

Все пироэлектрики являются пьезоэлектриками, но не наоборот. Некоторые пироэлектрики обладают сегнетоэлектрическими свойствами. Из сказанного следует, что понятие «пироэлектрик» является более общим, чем «сегнетоэлектрик». Можно сказать, что сегнетоэлектрики есть пироэлектрики с реориентируемой внешним полем поляризацией.

В качестве примеров использования пироэлектриков можно привести следующие: позисторы, детекторы ИК-излучения, болометры (датчики инфракрасного излучения), электрооптические модуляторы.

1.18. Вектор электрического смещения

Рассмотрим границу раздела двух сред с ϵ_1 и ϵ_2 , так что, $\epsilon_1 > \epsilon_2$ (рис. 1.47, а).

Напряженность электростатического поля E изменяется скачком при переходе из одной среды в другую.

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}, \text{ или } E_1 = E_2 \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}.$$

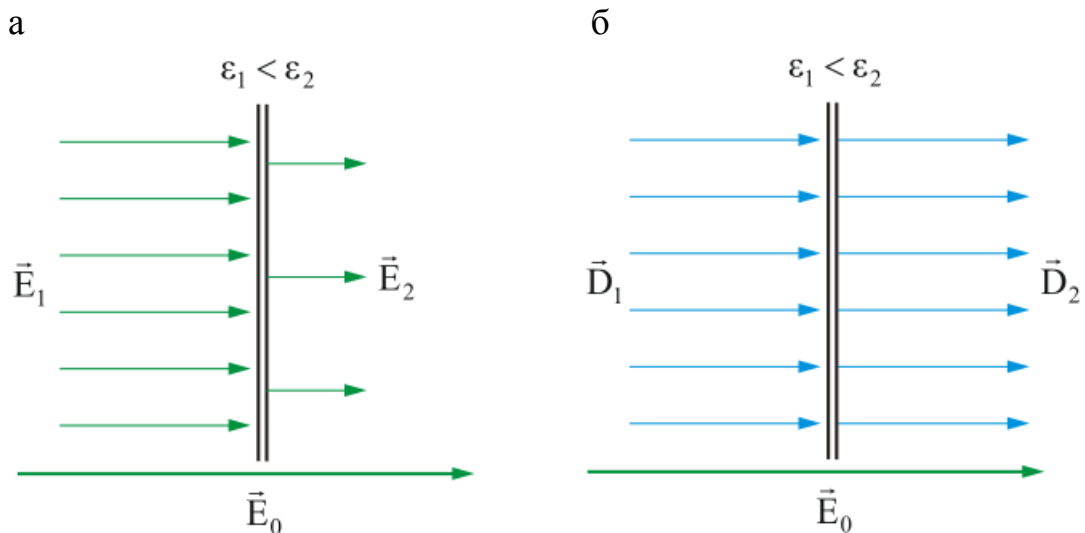


Рис.1.47

Главная задача электростатики – расчет электрических полей, то есть \vec{E}_0 в различных электрических аппаратах, кабелях, конденсаторах, и т.д. Эти расчеты сами по себе не просты, а наличие разного сорта диэлектриков и проводников еще более усложняют задачу.

Для упрощения расчетов была введена новая векторная величина – *вектор электрического смещения (электрическая индукция)*:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}. \quad (1.67)$$

Так как $\vec{E}_1 \epsilon_1 = \epsilon_2 \vec{E}_2$, тогда $\epsilon_0 \epsilon_1 \vec{E}_1 = \epsilon_0 \epsilon_2 \vec{E}_2$, отсюда

$$D_{1n} = D_{2n}. \quad (1.68)$$

Таким образом, вектор \vec{D} остается неизменным при переходе из одной среды в другую (рис. 1.47, б), и это облегчает расчет \vec{D} . Зная \vec{D} и ϵ , легко рассчитывать $\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon_0 \epsilon}$.

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} = (1 + \chi) \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \chi \epsilon_0 \vec{E},$$

отсюда можно записать:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad (1.69)$$

где $\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}$ – вектор поляризации; χ – диэлектрическая восприимчивость среды, характеризующая поляризацию единичного объема среды.

Таким образом, вектор \vec{D} – есть сумма (линейная комбинация) двух векторов различной природы: \vec{E} – главной характеристики поля и \vec{P} – поляризации среды.

В СИ: $[D] = [E] \cdot [\epsilon_0] = \frac{\text{Кл}}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$, т.е. это заряд, протекающий через единицу поверхности.

Для точечного заряда в вакууме $D = \frac{q}{4\pi r^2}$.

Для вектора \vec{D} имеет место принцип суперпозиции, как и для \vec{E} , т.е.

$$\vec{D} = \sum_{k=1}^n \vec{D}_k.$$

1.19. Поток вектора электрического смещения. Теорема Остроградского – Гаусса для вектора \vec{D}

Аналогично потоку вектора напряженности \vec{E}_0 ($\Phi_e = \int_S E_n dS$) можно ввести понятие потока для вектора \vec{D} (Φ_D).

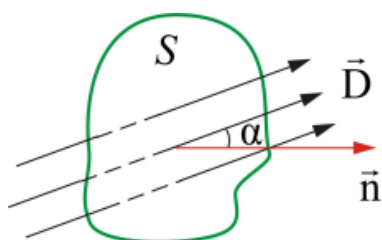


Рис.1.48

Пусть произвольную площадку S пересекают линии вектора электрического смещения \vec{D} под углом α к нормали \vec{n} (рис. 1.48).

$$\Phi_D = \int_S D_n dS.$$

В однородном электростатическом поле $\Phi_D = DS \cos \alpha = D_n S$.

Теорему Остроградского-Гаусса для вектора \vec{D} получим из теоремы Остроградского-Гаусса для вектора \vec{E}_0 :

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{\sum q_k}{\epsilon_0 \epsilon}, \text{ т.к. } E_n = \frac{D_n}{\epsilon_0 \epsilon}, \text{ то } \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon} \oint_S D_n dS = \frac{\sum q_k}{\epsilon_0 \epsilon}.$$

Теорема Остроградского-Гаусса для \vec{D} :

$$\Phi_D = \oint_S D_n dS = \sum q_k. \quad (1.70)$$

Поток вектора \vec{D} через любую замкнутую поверхность определяется только свободными зарядами, а не всеми зарядами внутри объема, ограниченного данной поверхностью. Это позволяет не рассматривать связанные (поляризованные) заряды, влияющие на \vec{E} и упрощает решение многих задач.

1.20. Изменение \vec{D} и \vec{E} на границе раздела двух диэлектриков

Рассмотрим простой случай (рис. 1.49): два бесконечно протяженных диэлектрика с ϵ_1 и ϵ_2 , имеющих общую границу раздела, пронизывает внешнее электростатическое поле \vec{E}_0 .

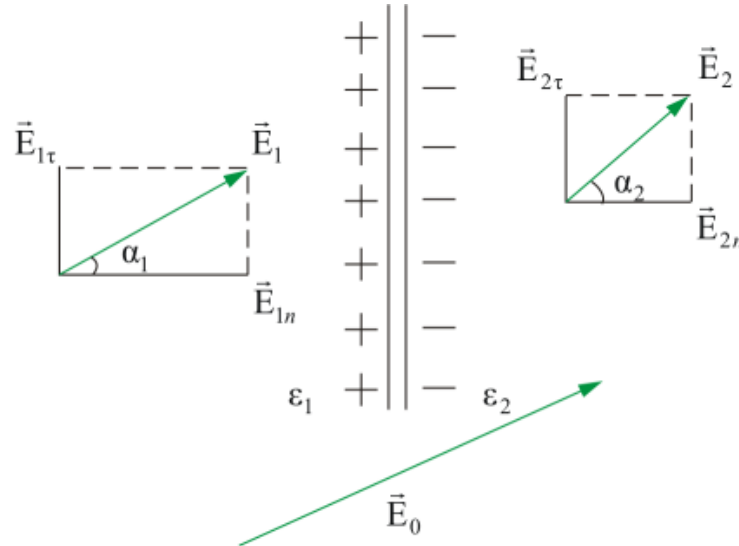


Рис.1.49

Пусть $\epsilon_2 > \epsilon_1$. Известно, что $\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$ и $E_{1x} = E_{2x}$.

Образовавшиеся поверхностные заряды изменяют только *нормальную составляющую* \vec{E} , а тангенциальная составляющая остается постоянной (см. рис. 1.49):

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{E_{2x} E_{1x}}{E_{2x} E_{1x}} = \frac{E_{1x}}{E_{2x}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1},$$

то есть направление вектора \vec{E} изменяется. Это закон преломления вектора напряженности электростатического поля.

Рассмотрим изменение вектора \vec{D} и его проекций D_n и D_x (рис. 1.50).

Т.к. $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$, то имеем:

$$D_{1x} = \epsilon_1 \epsilon_0 E_{1x}, \quad \vec{D}_{2x} = \epsilon_2 \epsilon_0 E_{2x},$$

$$\frac{D_{1x}}{D_{2x}} = \frac{\epsilon_1 \epsilon_0 E_{1x}}{\epsilon_2 \epsilon_0 E_{2x}} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_0 \epsilon_1 \epsilon_2} = 1,$$

т.е. $D_{1n} = D_{2n}$ – нормальная составляющая вектора \vec{D} не изменяется.

$$\frac{D_{1x}}{D_{2x}} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{1x}}{\varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{2x}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2};$$

$$D_{2x} = D_{1x} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1},$$

т.е. тангенциальная составляющая вектора \vec{D} увеличивается в $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$ раз (рис. 1.49).

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{D_{2x} D_{1n}}{D_{2n} D_{1x}} = \frac{D_{2\tau}}{D_{1\tau}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \quad (1.71)$$

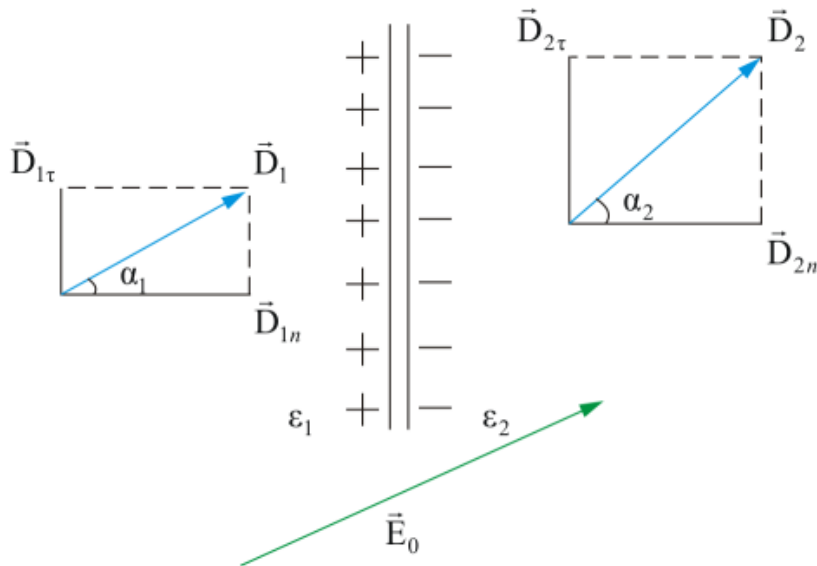


Рис.1.50

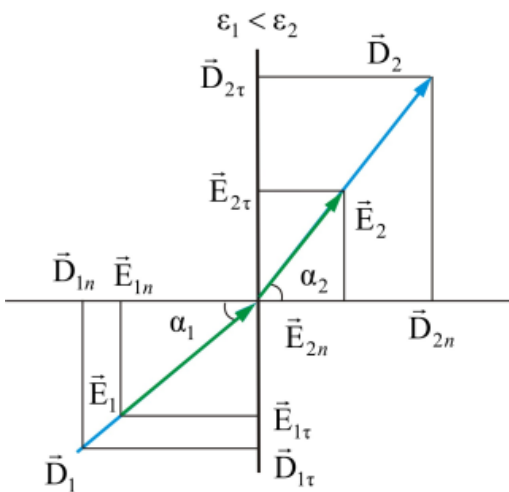


Рис.1.51

Это закон преломления вектора \vec{D} .

Объединим рис. 1.49 и 1.50 и проиллюстрируем на рис. 1.51 закон преломления для векторов \vec{E} и \vec{D} .

Как видно из рис. 1.51, при переходе из одной диэлектрической среды в другую вектор \vec{D} – преломляется на тот же угол, что и \vec{E} ($\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}$). Входя в диэлектрик с большей диэлектрической проницаемостью, линии \vec{D} и \vec{E} удаляются от нормали.

1.21. Напряженность и потенциал электростатического поля в проводнике

В проводниках имеются электрически заряженные частицы – носители заряда (электроны в металлах, ионы в электролитах), способные перемещаться по всему объему проводника под действием внешнего электростатического поля.

Носителями заряда в металлах являются электроны проводимости. Они возникают при конденсации паров металла за счет обобществления валентных электронов.

При отсутствии электростатического поля металлический проводник является электрически нейтральным – напряженность электростатического поля, создаваемого положительными и отрицательными зарядами внутри него равна нулю.

При внесении металлического проводника во внешнее электростатическое поле электроны проводимости перемещаются (перераспределяются) до тех пор, пока всюду внутри проводника поле электронов проводимости и положительных ионов не компенсирует внешнее поле.

Итак, в любой точке внутри проводника, находящегося в электростатическом поле $\vec{E} = 0$; $d\varphi = 0$ т.е. $\varphi = \text{const}$, в идеальном проводнике диэлектрическая проницаемость $\epsilon_{Me} \rightarrow \infty$.

На поверхности проводника напряженность \vec{E} (рис. 1.52) должна быть направлена по нормали к этой поверхности, иначе, под действием составляющей \vec{E}_τ , касательной к поверхности, заряды перемещались бы по проводнику, а это противоречило бы их статическому распределению.

Вне заряженного проводника поле есть, следовательно, должен быть вектор $\vec{E}_{Me} \rightarrow \infty$, и направлен он перпендикулярно поверхности.

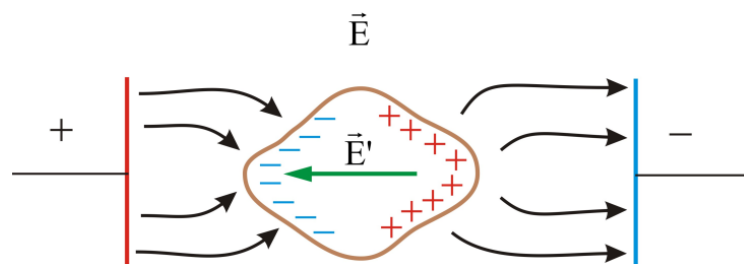


Рис.1.52

Таким образом, в установившемся состоянии в проводнике, помещенном в электростатическое поле имеем:

1. Появление у заряженной поверхности на металле заряда противоположного знака – *электростатическая индукция*. Этот процесс происходит очень быстро $\sim 10^{-8}$ с.

Электростатическое экранирование – внутри проводника поле не проникает.

Во всех точках внутри проводника $E=0$, а во всех точках на поверхности $E = E_n$ ($E_x = 0$);

Весь объем проводника, находящегося в электростатическом поле, *эквипотенциален*.

Действительно, в любой точке внутри проводника $\frac{d\varphi}{dl} = -E = 0$, следовательно, $\varphi = \text{const}$.

Поверхность проводника тоже эквипотенциальна: т.к. $\frac{d\varphi}{dl} = -E_x = 0$.

Потенциал поверхности равен потенциалу объема проводника.

В заряженном проводнике *некомпенсированные* заряды располагаются только на поверхности (их расталкивают кулоновские силы).

Можно доказать это последнее утверждение формально: проведем внутри проводника произвольную замкнутую поверхность S , ограничив некоторый объем внутри проводника. Тогда, согласно теореме Остроградского-Гаусса, суммарный заряд q этого объема равен

$$q = \oint_S D dS = \oint_S E \epsilon \epsilon_0 dS = 0, \text{ так как } E = 0.$$

1.22. Определение напряженности поля вблизи поверхности заряженного проводника

Выделим на поверхности S проводника площадку dS и построим на ней цилиндр с образующими, перпендикулярными к площадке dS , высотой dl (рис. 1.53).

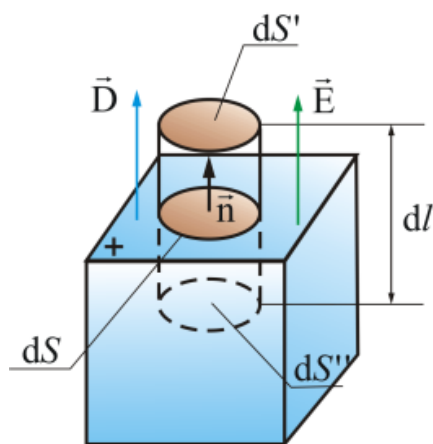


Рис.1.53

$$dS' = dS'' = dS.$$

На поверхности проводника вектор напряженности поля \vec{E} и вектор электрического смещения $\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$ перпендикулярны поверхности. Поэтому поток \vec{D} сквозь боковую поверхность равен нулю.

Поток вектора электрического смещения Φ_D через dS'' тоже равен нулю, так как $\vec{D} = 0$ лежит внутри проводника, где $d\Phi_D$ и,

следовательно, dS' . Отсюда следует, что поток $d\Phi_D = D_n dS$ сквозь замкнутую поверхность dS равен потоку \vec{D} через dS' :

$$d\Phi_D = D_n dS.$$

С другой стороны, по теореме Остроградского-Гаусса:

$$d\Phi_D = dq = \sigma dS,$$

где σ – поверхностная плотность зарядов на dS . Из равенства правых частей следует, что $D_n = \sigma$, тогда

$$E_n = \frac{D_n}{\epsilon_0 \epsilon} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}. \quad (1.72)$$

Итак, напряженность поля вблизи поверхности заряженного проводника прямопропорциональна поверхностной плотности зарядов.

Ранее был осуществлен расчет полей, создаваемые плоскостью, цилиндром, шаром, и везде получено, что $E \sim \sigma$. Этот вывод является общим, так как произвольные поверхности есть комбинации указанных выше простейших поверхностей.

1.23. Электрическая емкость

При сообщении проводнику заряда на его поверхности появляется потенциал ϕ , но если этот же заряд сообщить другому проводнику, то потенциал будет другой. Это зависит от геометрических параметров проводника. Но в любом случае потенциал ϕ пропорционален заряду q .

$$q = C\phi. \quad (1.73)$$

Коэффициент пропорциональности C называют электроемкостью.

Электроемкость – физическая величина, численно равная заряду, который необходимо сообщить проводнику для того, чтобы изменить его потенциал на единицу.

$$C = \frac{q}{\phi}. \quad (1.74)$$

Единица измерения емкости в СИ – фарада. $1 \text{ Ф} = 1 \text{ Кл}/1 \text{ В}$.

Если потенциал поверхности шара

$$\phi_{\text{шара}} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}, \quad (1.75)$$

то

$$C_{\text{шара}} = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R. \quad (1.76)$$

По этой формуле можно рассчитать емкость Земли. Если диэлектрическая проницаемость среды $\epsilon = 1$ (воздух, вакуум) и $R = R_{\text{земли}}$, то $C_3 = 7 \cdot 10^{-4}$ Ф или 700 мкФ.

Чаще на практике используют более мелкие единицы емкости: 1 нФ (нанофарада) = 10^{-9} Ф и 1 пкФ (пикофарада) = 10^{-12} Ф.

Необходимость в устройствах, накапливающих заряд, есть, а уединенные проводники обладают малой емкостью. Опытным путем было обнаружено, что электроемкость проводника увеличивается, если к нему поднести другой проводник – за счет явления *электростатической индукции*.

Конденсатор – это два проводника, называемые *обкладками*, расположенные близко друг к другу и разделенные слоем диэлектрика.

Конструкция такова, что внешние, окружающие конденсатор тела, не оказывают влияние на его электроемкость. Конденсаторы бывают плоские, цилиндрические и сферические.

Так как электростатическое поле находится внутри конденсатора, то линии электрического смещения начинаются на положительной обкладке, заканчиваются на отрицательной, и никуда не исчезают. Следовательно, заряды на обкладках *противоположны по знаку, но одинаковы по величине*.

Емкость конденсатора равна отношению заряда конденсатора к разности потенциалов между обкладками конденсатора:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}. \quad (1.77)$$

Кроме емкости каждый конденсатор характеризуется $U_{\text{раб}}$ (или $U_{\text{пр}}$) – максимальное допустимое напряжение, выше которого происходит пробой между обкладками конденсатора.

1.24. Соединение конденсаторов

Емкостные батареи – это комбинации параллельных и последовательных соединений конденсаторов.

1) Параллельное соединение конденсаторов (рис. 1.54):

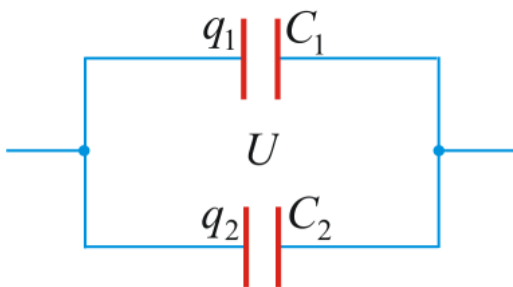


Рис.1.54

При параллельном соединении конденсаторов напряжения на их обкладках одинаковы $U_1 = U_2 = U$.

Заряды конденсаторов:

$$q_1 = C_1 U; \quad q_2 = C_2 U.$$

Суммарный заряд:

$$q = q_1 + q_2 = U(C_1 + C_2).$$

Общая емкость батареи:

$$C = \frac{q}{U} = C_1 + C_2.$$

При параллельном соединении k конденсаторов общая емкость

$$C = \sum_k C_k.$$

Общая емкость больше самой большой емкости, входящей в батарею.

2) Последовательное соединение конденсаторов (рис. 1.55).

В этом случае $q_1 = q_2 = q$.

Напряжения на конденсаторах:

$$U_1 = \frac{q}{C_1}; U_2 = \frac{q}{C_2}.$$

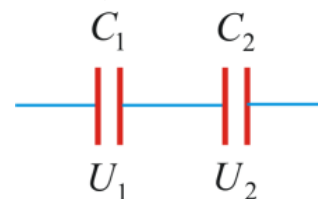


Рис.1.55

Общее напряжение $U = \sum_k U_k = q \sum_k \frac{1}{C_k}$, откуда

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}. \quad (1.78)$$

При последовательном соединении k конденсаторов

$$\frac{1}{C} = \sum_k \frac{1}{C_k}.$$

Таким образом, при последовательном соединении конденсаторов общая емкость меньше самой маленькой емкости, входящей в батарею:

1.25. Расчет емкостей различных конденсаторов

1.25.1. Емкость плоского конденсатора

Напряженность поля внутри конденсатора (рис. 1.56):

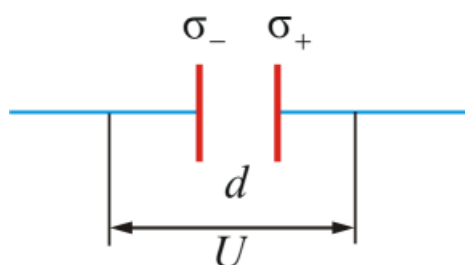


Рис.1.56

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}.$$

Напряжение между обкладками:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} E dx = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon} d,$$

где $d = x_1 - x_2$ — расстояние между обкладками.

Так как заряд конденсатора

$$q = \sigma S,$$

то

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{S}{d}. \quad (1.79)$$

Как видно из формулы, диэлектрическая проницаемость вещества оказывает существенное влияние на емкость конденсатора. Из формулы (1.79) можно получить единицу измерения ε_0 :

$$\varepsilon_0 = \frac{Cd}{\varepsilon S}, \quad (1.80)$$

$$[\varepsilon_0] = \frac{[C] \cdot [d]}{[S]} = \frac{\Phi \cdot \text{м}}{\text{м}^2} = \frac{\Phi}{\text{м}}.$$

1.25.2. Емкость цилиндрического конденсатора

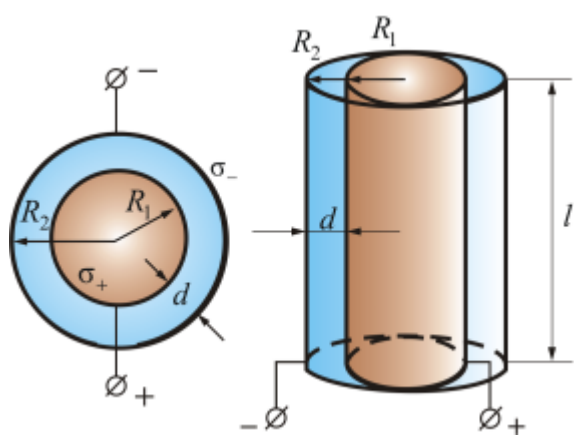


Рис.1.57

Разность потенциалов между обкладками цилиндрического конденсатора, изображенного на рис. 1.57, может быть рассчитана по формуле

$$\Delta\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon} \ln \frac{R_2}{R_1},$$

где λ – линейная плотность заряда, R_1 и R_2 – радиусы цилиндрических обкладок, l – длина конденсатора, $q = \lambda l$.

Тогда, так как $C = \frac{q}{\Delta\varphi}$, получим

$$C_{\text{цил}} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln \frac{R_2}{R_1}}. \quad (1.81)$$

Зазор между обкладками конденсатора мал $d = R_2 - R_1$, то есть $d \ll R_1$.

Тогда $\ln \frac{R_2}{R_1} \approx \frac{R_2 - R_1}{R_1}$.

$$C_{\text{цил}} \approx \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l R_1}{R_2 - R_1} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{S}{d}. \quad (1.82)$$

1.25.3. Емкость сферического конденсатора

Разность потенциалов между обкладками сферического конденсатора равна:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

Тогда, так как $C = \frac{q}{\Delta\varphi}$, получим

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1},$$

где R_1 и R_2 – радиусы обкладок.

В сферическом конденсаторе $R_1 \approx R_2$; $S = 4\pi R^2$.

$R_2 - R_1 = d$ – расстояние между обкладками.

Тогда

$$C_{\text{шар}} \approx \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon R^2}{d} = \epsilon_0\epsilon \frac{S}{d}. \quad (1.83)$$

Таким образом, емкость сферического конденсатора с достаточной степенью точности можно рассчитать так же, как и емкость плоского, и цилиндрического конденсаторов.

1.26. Энергия заряженного конденсатора

В рамках электростатики невозможно дать ответ на вопрос, где сосредоточена энергия конденсатора. Поля и заряды, их образовавшие, не могут существовать обособленно. Их не разделить. Однако переменные поля могут существовать независимо от порождающих их зарядов (излучение Солнца, радиоволны, ...), и они переносят энергию. Эти факты заставляют признать, что носителем энергии конденсатора является электростатическое поле.

При перемещении электрических зарядов силы кулоновского взаимодействия совершают определенную работу dA . Работа, совершенная системой, определяется убылью энергии взаимодействия $-dW$ зарядов

$$\delta A = -dW. \quad (1.84)$$

Энергия взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2 , находящихся на расстоянии r_{12} , численно равна работе по перемещению заряда q_1 в поле

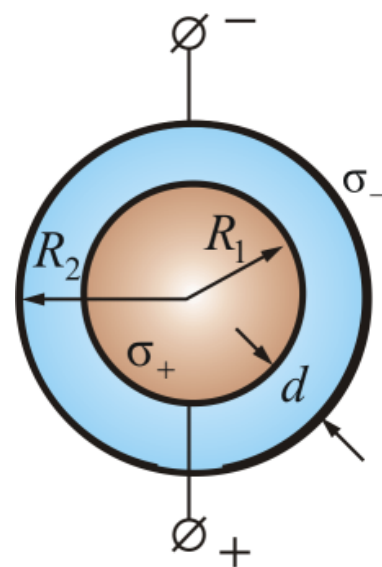


Рис.1.58

неподвижного заряда q_2 из точки с потенциалом $\varphi_1 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_{12}}$ в точку с потенциалом $\varphi_1 + d\varphi_1$:

$$\delta A = -q_1 d\varphi_1 = -d\left(\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}}\right) = -dW,$$

$$W = q_1 \varphi_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} + W_0.$$

Будем считать аддитивную постоянную W_0 , равной нулю. В этом случае W может быть и отрицательной величиной, если q_1 и q_2 – заряды противоположного знака.

Аналогично можно рассчитать энергию двух зарядов, рассмотрев перемещение заряда q_2 в поле неподвижного заряда q_1 из точки с потенциалом $\varphi_2 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_{12}}$ в точку с потенциалом $\varphi_2 + d\varphi_2$.

$$\delta A = -q_2 d\varphi_2 = -d\left(\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}}\right) = -dW,$$

$$W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}}. \quad (1.85)$$

Удобно записать энергию взаимодействия двух зарядов в симметричной форме

$$W = \frac{1}{2}(q_1 \varphi_1 + q_2 \varphi_2). \quad (1.86)$$

Для системы из n точечных зарядов (рис. 1.59) в силу принципа суперпозиции для потенциала, в точке нахождения k -го заряда, можно записать:

$$\varphi_k = (\varphi_{k,1} + \varphi_{k,2} + \dots + \varphi_{k,k-1} + \varphi_{k,k+1} + \dots + \varphi_{k,n}),$$

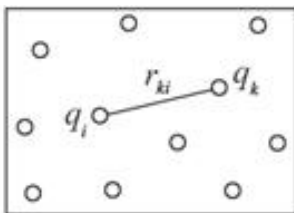


Рис.1.59

где $\varphi_{k,i}$ – потенциал i -го заряда в точке расположения k -го заряда.

В сумме исключен потенциал $\varphi_{k,k}$ т.е. не учитывается воздействие заряда самого на себя, равное для точечного заряда бесконечности.

Тогда взаимная энергия системы n зарядов равна:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n q_k \varphi_k = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \frac{q_k q_i}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} \quad (k \neq i). \quad (1.87)$$

Формула (1.87) справедлива лишь в случае, если расстояние между зарядами заметно превосходит размеры самих зарядов.

Рассчитаем энергию заряженного конденсатора. Конденсатор состоит из двух, первоначально незаряженных, пластин. Будем постепенно отнимать у нижней пластины заряд dq и переносить его на верхнюю пластину (рис. 1.60).

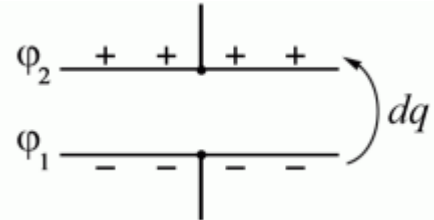


Рис.1.60

В результате между пластинами возникнет разность потенциалов $\varphi_2 - \varphi_1$. При переносе каждой порции заряда совершается элементарная работа

$$\delta A = -dq(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Воспользовавшись определением емкости $C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$, получаем:

$$\delta A = \frac{q dq}{C}.$$

Общая работа, затраченная на увеличение заряда пластин конденсатора от 0 до q , равна:

$$A = \int_0^q \delta A = \int_0^q \frac{q dq}{C} = \frac{q^2}{2C}. \quad (1.88)$$

При вычислении интеграла учтено, что емкость C не зависит от q и φ . Величина полной работы A равна энергии, запасенной конденсатором:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q(\varphi_1 - \varphi_2)}{2} = \frac{qU}{2}. \quad (1.89)$$

Формулу (1.89) можно также записать в виде

$$W = \frac{1}{2} C (\varphi_1 - \varphi_2)^2 = \frac{1}{2} C U^2. \quad (1.90)$$

Запасание энергии конденсатором наглядно проявляется при его подключении к электрической лампочке. Лампочка вспыхивает и гаснет при разрядке конденсатора (рис. 1.61).

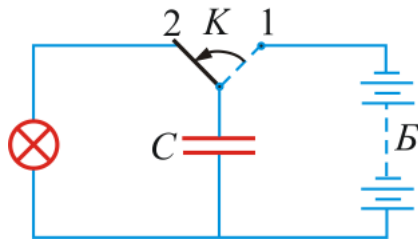


Рис.1.61

Силы электрического взаимодействия между пластинами конденсатора (пондермоторные силы) можно вычислить зная энергию взаимодействия обкладок.

При незначительном перемещении одной пластины в поле другой совершается работа

$$\delta A = -dW = Fdx, \text{ отсюда } F = -\frac{dW}{dx}.$$

Продифференцируем выражение для энергии конденсатора (1.89) и, подставив значение емкости конденсатора C , получим:

$$F = -\frac{dW}{dx} = -\frac{q^2}{2\epsilon_0\epsilon S}.$$

Модуль этого выражения дает величину пондермоторной силы:

$$F = \frac{q^2}{2\epsilon_0\epsilon S}. \quad (1.91)$$

1.27. Эмиссия электронов из проводников

При переходе границы раздела между проводником и вакуумом скачком изменяются напряженность и индукция электрического поля. С этим связаны специфические явления. Электрон свободен только в границе металла. Как только он пытается перейти границу «металл – вакуум», возникает кулоновская сила притяжения между электроном и образовавшимся на поверхности металла избыточным положительным зарядом (рис. 1.62).

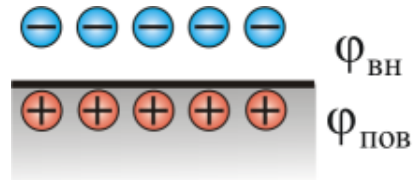


Рис.1.62

Вблизи поверхности металла образуется электронное облако, и на границе раздела «металл – вакуум» формируется двойной электрический слой с разностью потенциалов ($\Phi_{вн} = -\Phi_{пов}$). Скачки потенциала на границе металла показаны на рис. 1. 63.

В занятом металлом объеме образуется потенциальная энергетическая яма, так как в пределах металла электроны свободны, и их энергия взаимодействия с узлами решетки равна нулю. За пределами металла электрон приобретает энергию W_0 . Это энергия притяжения $10^6 - 10^8$ В/м. Для того, чтобы покинуть металл, электрон должен преодолеть потенциальный барьер и совершить работу

$$W_0 < 0. \quad (1.92)$$

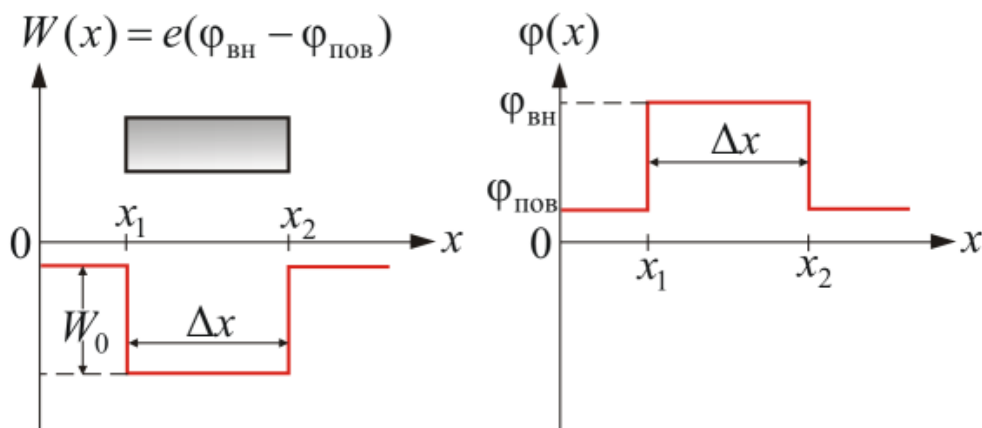


Рис.1.63

Эту работу называют *работой выхода электрона из металла*. Для ее совершения электрону необходимо сообщить достаточную энергию $A_{\text{вых}} = e(\varphi_{\text{вн}} - \varphi_{\text{пов}})$.

1.27.1. Термоэлектронная эмиссия

Величина работы выхода зависит от химической природы вещества, от его термодинамического состояния и от состояния поверхности раздела. Если энергия, достаточная для совершения работы выхода, сообщается электронам путем нагревания, то процесс выхода электронов из металла называют *термоэлектронной эмиссией*.

В классической термодинамике металл представляют в виде ионной решетки, заключающей в себе электронный газ. Считают, что сообщество свободных электронов подчиняется законам идеального газа. Следовательно, в соответствии с распределением Максвелла при температуре, отличной от 0 K , в металле есть какое-то количество электронов, тепловая энергия которых больше работы выхода. Эти электроны и покидают металл. Если температуру увеличить, то увеличивается и число таких электронов.

Явление испускания электронов нагретыми телами (эмиттерами) в вакуум или другую среду называется термоэлектронной эмиссией. Нагрев необходим для того, чтобы энергии теплового движения электрона было достаточно для преодоления сил кулоновского притяжения между отрицательно заряженным электроном и индуцируемым им на поверхности металла положительным зарядом при удалении электрона с поверхности металла (рис.1.64). Кроме того, при достаточно высокой температуре над поверхностью металла создается отрицательно заряженное электронное облако, препятствующее выходу электрона с поверхности металла в вакуум. Этими двумя и, возможно, другими причинами определяется величина работы выхода электрона из металла.

Явление термоэлектронной эмиссии открыто в 1883 г. американским изобретателем Эдисоном. Он наблюдал его в вакуумной лампе с двумя электродами – анодом, имеющим положительный потенциал, и катодом с отрицательным потенциалом. Катодом лампы может служить нить из тугоплавкого металла (вольфрам, молибден, тантал и др.), нагреваемая электрическим током (рис. 1.64). Такая лампа называется вакуумным диодом. Если катод холодный, то ток в цепи катод – анод практически отсутствует. При повышении температуры катода в цепи катод – анод появляется электрический ток, который тем больше, чем выше температура катода. При постоянной температуре катода ток в цепи возрастает с повышением разности потенциалов U между катодом и анодом и достигает некоторого стационарного значения, называемого *током насыщения* I_n . При этом все термоэлектроны, испускаемые катодом, достигают анода. Величина тока анода не пропорциональна U , и поэтому для вакуумного диода закон Ома не выполняется.

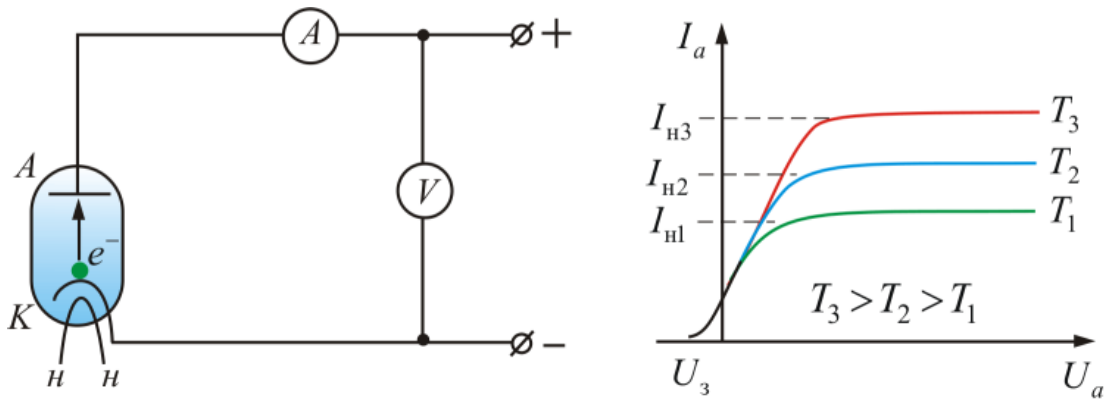


Рис.1.64

На рис. 1.64 показаны схема вакуумного диода и вольт-амперные характеристики (ВАХ) $I_a(U_a)$. Здесь U_3 – задерживающее напряжение при котором $I = 0$.

1.27.2 Холодная и взрывная эмиссия

Электронную эмиссию, вызываемую действием сил электрического поля на свободные электроны в металле, называют *холодной или автоэлектронной эмиссией*. Для этого должна быть достаточной напряженность поля и должно выполняться условие

$$A_{\text{вых}} = e(\varphi_{\text{вн}} - \varphi_{\text{пов}}) \leq eEd, \quad (1.93)$$

где d – толщина двойного электрического слоя на границе раздела сред. Обычно у чистых металлов $d \approx 10^{-10}$ м и $A_{\text{вых}} \approx 10^{-19}$ Дж = 1 эВ. При

$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл получим $E = 10^{10}$ В/м. На практике же холодная эмиссия наблюдается при значении напряженности поля порядка $10^6 - 10^8$ В/м. Такое несоответствие относят на счет несостоятельности классических представлений для описания процессов, происходящих на микроуровне.

Автоэлектронную эмиссию можно наблюдать в хорошо откачанной вакуумной трубке, катодом которой служит острие, а анодом – обычный электрод с плоской или мало изогнутой поверхностью. Напряженность электрического поля на поверхности острия с радиусом кривизны r и потенциалом U относительно анода равна

$$E = \frac{U}{r}.$$

При $r \sim 10^{-2}$ мм и $U \sim 10^3$ В, $E \sim 10^6$ В/см что приведет к появлению слабого тока, обусловленного автоэлектронной эмиссией с поверхности катода. Сила эмиссионного тока быстро нарастает с повышением разности потенциалов U . При этом катод специально не разогревается, поэтому эмиссия и называется холодной.

С помощью автоэлектронной эмиссии принципиально возможно получение плотности тока $10^6 - 10^8$ А/см², но для этого нужны эмиттеры в виде совокупности большого числа острий, что практически невозможно, и, кроме того, увеличение тока до 10^8 А/см² приводит к взрывообразному разрушению острий и всего эмиттера.

Плотность тока АЭЭ в условиях влияния объемного заряда равна (закон Чайльда-Ленгмюра)

$$j = AE^{3/2} \leq 10^8 \text{ А/см}^{-2},$$

где $A = \frac{4}{9} \varepsilon_0 \left(\frac{2e}{m} \right) E^{3/2} r^{-1/2}$ – коэффициент пропорциональности, определяемый геометрией и материалом катода.

Проще говоря, закон Чайльда – Ленгмюра показывает, что плотность тока пропорциональна $E^{3/2}$ (закон трех вторых).

Током автоэлектронной эмиссии при концентрации энергии в микрообъемах катода до 10^4 Дж·м⁻¹ и более (при общей энергии 10^{-8} Дж) может инициироваться качественно иной вид эмиссии, обусловленный *взрывом микроострий на катоде*.

При этом появляется ток электронов, который на порядки превосходит начальный ток – наблюдается *взрывная электронная эмиссия* (ВЭЭ). ВЭЭ была открыта и изучена в Томском политехническом институте в 1966 г. коллективом сотрудников под руководством Г.А. Месяца.

ВЭЭ – это единственный вид электронной эмиссии, позволяющий получить потоки электронов мощностью до 10^{13} Вт с плотностью тока до 10^9 А/см².

Ток ВЭЭ необычен по структуре. Он состоит из отдельных порций электронов 10^{11} - 10^{12} штук, имеющих характер электронных лавин, получивших название *эктонов*. Время образования лавин 10^{-9} - 10^{-8} с.

Появление электронов в эктоне вызвано быстрым перегревом микроучастков катода и является, по существу, разновидностью термоэлектронной эмиссии. Существование эктона проявляется в образовании кратера на поверхности катода. Прекращение эмиссии электронов в эктоне обусловлено охлаждением зоны эмиссии за счет теплопроводности, уменьшения плотности тока, испарения атомов.

Взрывная эмиссия электронов и эктоны играют фундаментальную роль в вакуумных искрах и дугах, в разрядах низкого давления, в сжатых и высокопрочных газах, в микропромежутках, т.е. там, где в наличии есть электрическое поле высокой напряженности на поверхности катода.

Явление взрывной электронной эмиссии послужило основой для создания импульсных электрофизических установок, таких как высокопоточные ускорители электронов, мощные импульсные и рентгеновские устройства, мощные релятивистские сверхвысокочастотные генераторы. Например, импульсные ускорители электронов имеют мощность 10^{13} Вт и более при длительности импульсов 10^{-10} - 10^{-6} с, токе электронов 10^6 А и энергии электронов 10^4 , 10^7 эВ. Такие пучки широко используются для исследований в физике плазмы, радиационной физике и химии, для накачки газовых лазеров и пр.

1.27.3. Фотоэлектронная эмиссия

Фотоэлектронная эмиссия (фотоэффект) заключается в «выбивании» электронов из металла при действии на него электромагнитного излучения.

Схема установки для исследования фотоэффекта и ВАХ аналогичны изображенным на рис. 1.64. Здесь, вместо разогрева катода, на него направляют поток фотонов или γ -квантов (рис. 1.65).

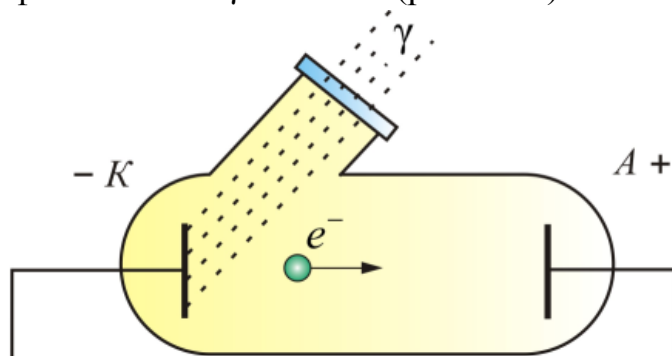


Рис.1.65

Закономерности фотоэффекта еще в большей степени не согласуются с классической теорией, чем в случае холодной эмиссии. По этой причине

рассмотрим теорию фотоэффекта при обсуждении квантовых представлений в оптике.

В физических приборах, регистрирующих γ – излучение, используют фотоэлектронные умножители (ФЭУ). Схема прибора приведена на рис. 1.66.

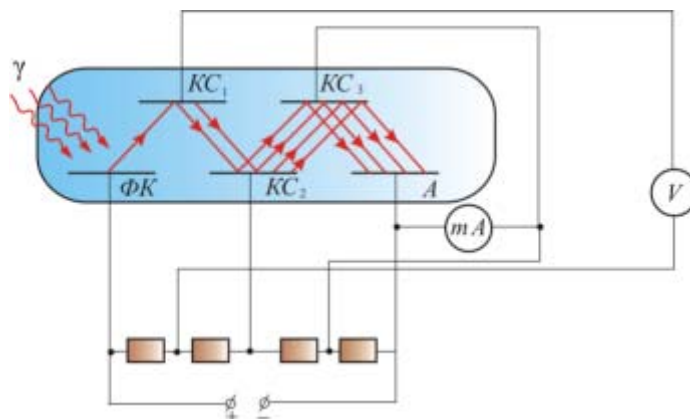


Рис.1.66

В нем используют два эмиссионных эффекта: фотоэффект и вторичную электронную эмиссию, которая заключается в выбивании электронов из металла при бомбардировке последнего другими электронами. Электроны выбиваются светом из фотокатода (ФК). Ускоряясь между ФК и первым эмиттером (КС₁), они приобретают энергию, достаточную, чтобы выбить большее число электронов из следующего эмиттера. Таким образом, умножение электронов происходит за счет увеличения их числа при последовательном прохождении разности потенциалов между соседними эмиттерами. Последний электрод называют коллектором. Регистрируют ток между последним эмиттером и коллектором. Таким образом, ФЭУ служит усилителем тока, а последний пропорционален излучению, попадающему на фотокатод, что и используют для оценки радиоактивности.

1.28. Контактные явления на границе раздела двух проводников

Как показывает опыт, на контакте двух различных металлов образуется двойной электрический слой и соответствующая разность потенциалов (рис. 1.67).

Появление двойного электрического слоя обусловлено различием работ выхода электронов из металлов. Чем она больше, тем меньше вероятность перехода электронами границы раздела. Поэтому со стороны металла с боль-

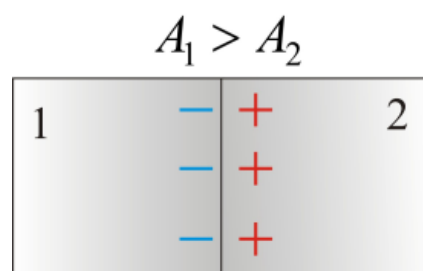


Рис.1.67

шей работой выхода накапливается отрицательный заряд, а с противоположной – положительный.

Это явление наблюдалось итальянским физиком Александром Вольта (1745–1827), который сформулировал два экспериментальных закона, известных как законы Вольта:

1. На контакте двух разных металлов возникает разность потенциалов, которая зависит от химической природы и от температуры спаев.

2. Разность потенциалов на концах последовательно соединенных проводников не зависит от промежуточных проводников и равна разности потенциалов, возникающей при соединении крайних проводников при той же температуре.

Результаты эксперимента можно объяснить с позиции классической электронной теории. Если принять, что потенциал за пределами металла равен нулю, то энергия электрона внутри металла с потенциалом φ_i определится выражением

$$W_i = e\varphi_i. \quad (1.94)$$

При соединении двух разных металлов (рис. 1.68) с работами выхода $A_1 = e\varphi_1$ и $A_2 = e\varphi_2$ возникает избыточный переход электронов из второго металла в первый, так как $A_1 < A_2$. В результате концентрация электронов n_1 в металле 1 увеличивается, по сравнению с n_2 , что порождает обратный избыточный поток электронного газа за счет диффузии, противоположный потоку, обусловленному разностью работ выхода.

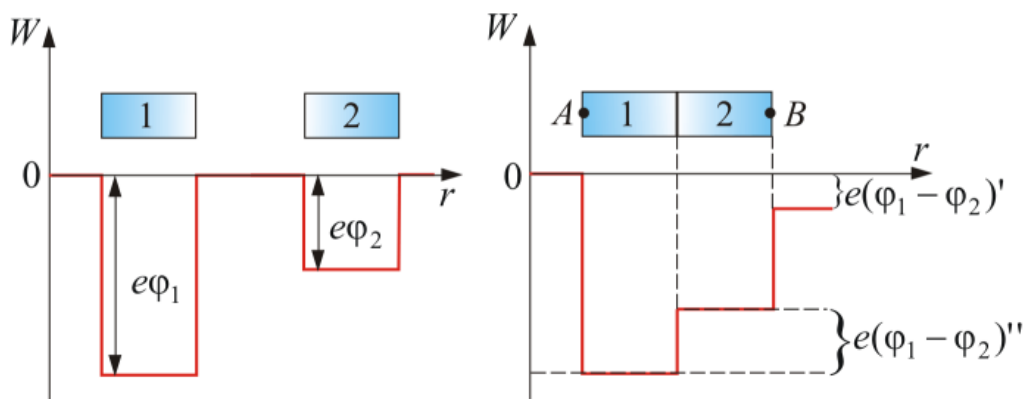


Рис.1.68

Установившаяся разность потенциалов в равновесном состоянии:

$$(\varphi_1 - \varphi_2) = (\varphi_1 - \varphi_2)' + (\varphi_1 - \varphi_2)'' ,$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2)'$ – разность потенциалов, обусловленная разными работами выхода электронов из металлов; $(\varphi_1 - \varphi_2)''$ – разность потенциалов,

возникающая на границе раздела за счет неодинаковой концентрации электронов в электронном газе.

Установившуюся разность потенциалов можно найти из выражения:

$$(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}.$$

Явление возникновения контактной разности потенциалов и ее зависимость от температуры называют *термоэлектрическим эффектом* или *эффектом Зеебека*. Эффект Зеебека (прямой термоэлектрический эффект) заключается в появлении разности потенциалов в термопарах.

Схема термопары состоящей из спая двух разных металлов 1 и 2, показана на рис. 1.69.

На концах термопары возникает *термоЭДС термопары* ε :

$$\varepsilon = \frac{k}{e} \ln \frac{n_1}{n_2} (T_x - T_\Gamma) = \alpha (T_\Gamma - T_x), \quad (1.95)$$

где T_Γ – температура горячего спая; T_x – температура холодного спая.

Таким образом термоЭДС термопары можно найти по формуле:

$$\varepsilon = \alpha (T_\Gamma - T_x),$$

где $\alpha = \frac{k}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}$ – *постоянная термопары*.

Термопары применяют для измерения температуры. Батареи термопар используют как источники ЭДС для питания физических приборов.

Эффектом Пельтье называют обратный термоэлектрический эффект. Он заключается в том, что при пропускании тока через термопару, ее спай поглощает или выделяет тепло в зависимости от направления тока. Количество поглощенной теплоты пропорционально плотности тока.

$$Q_{\Pi} = \Pi_{12} j, \quad (1.96)$$

где Π_{12} – *коэффициент Пельтье*, зависящий от природы контактирующих металлов.

Эффект используют при изготовлении холодильников. Этот термоэлектрический эффект проявляется более эффективно, если используются полупроводники.

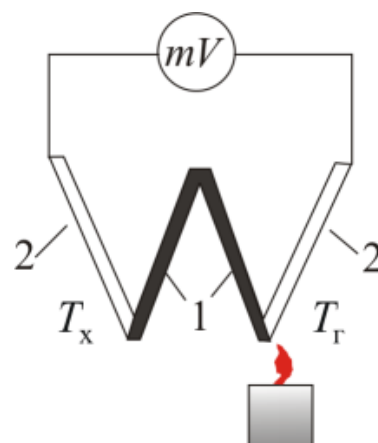


Рис.1.69

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте понятие электрического заряда и опишите его свойства.
2. Введите понятие объемной, поверхностной и линейной плотности заряда.
3. В чем суть закона сохранения электрического заряда?
4. Сформулируйте закон Кулона.
5. Как обнаружить в пространстве наличие электрического поля?
6. Сформулируйте определение напряженности электрического поля. Какова единица напряженности?
7. Сформулируйте принцип суперпозиции электростатических полей.
8. Дайте понятие линий напряженности (силовых линий) электростатического поля.
9. Что называют потоком вектора напряженности (в том числе через элементарную площадку и через произвольную замкнутую поверхность)?
10. Запишите теорему Остроградского-Гаусса для электростатического поля в вакууме в интегральной форме. В чем ее физический смысл?
11. Рассчитайте с помощью теоремы Остроградского-Гаусса поля заряженных тел (плоскости, цилиндра, нити, сферы, шара).
12. Как определяется работа по перемещению электрического заряда в электростатическом поле?
13. Приведите доказательство консервативности сил электростатического взаимодействия.
14. Сформулируйте понятие потенциала электрического поля. Какова единица потенциала?
15. Получите формулы для расчета потенциала точечного заряда, бесконечной равномерно заряженной прямой линии, бесконечной равномерно заряженной плоскости.
16. Установите связь между напряженностью и потенциалом. Дайте понятие градиента скалярного поля.
17. Сформулируйте принцип суперпозиции для потенциала.
18. Какая поверхность называется эквипотенциальной? Чему равна работа по перемещению электрического заряда вдоль эквипотенциальной поверхности?
19. Что называют циркуляцией вектора напряженности электростатического поля по замкнутому контуру?
20. Электрический диполь. Дипольный момент. Поле диполя.
21. Диполь во внешнем поле. Момент сил, действующих на диполь. Потенциальная энергия диполя.
22. Диполь в неоднородном поле.

23. Приведите классификацию веществ по электрическим свойствам. Опишите элементы зонной теории твердых тел.
24. Дайте понятие свободных и связанных зарядов. Поляризованность вещества.
25. Опишите процесс поляризации диэлектриков.
26. Диэлектрическая восприимчивость. Вектор электрического смещения (электрической индукции). Диэлектрическая проницаемость.
27. Сформулируйте теорему Гаусса для электрического поля в однородном изотропном диэлектрике.
28. Опишите граничные условия для электрического поля на границе раздела двух однородных изотропных диэлектриков.
29. Сегнетоэлектрики. Гистерезис. Пьезоэффект. Электрострикция.
30. Опишите свойства проводников в электрическом поле
31. Что называется емкостью уединенного проводника и системы двух проводников?
32. Выполните расчет емкости уединенного металлического шара.
33. Выполните расчет емкости плоского, цилиндрического и сферического конденсаторов.
34. Запишите законы параллельного и последовательного соединения конденсаторов.
35. Энергия системы неподвижных точечных зарядов, заряженного уединенного проводника, заряженного конденсатора, электростатического поля. Пондеромоторные силы.

2. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

2.1. Причины электрического тока. Сила тока

Заряженные объекты являются причиной не только электростатического поля, но и электрического тока. Эти два явления имеют существенное отличие. Для возникновения электростатического поля требуются неподвижные заряды, а для возникновения электрического тока, напротив, требуется наличие свободных, не закрепленных заряженных частиц, которые в электростатическом поле неподвижных зарядов приходят в состояние *упорядоченного движения вдоль силовых линий поля*. Это движение и есть *электрический ток*.

Распределение напряженности \vec{E} и потенциала φ электростатического поля связано с плотностью распределения зарядов ρ в пространстве уравнением Пуассона:

$$\nabla E = \frac{1}{\varepsilon} \rho, \quad (2.1)$$

$$\nabla^2 \varphi = \frac{1}{\varepsilon} \rho \quad (2.2)$$

где $\rho = \frac{\partial q}{\partial V}$ – объемная плотность заряда.

Если заряды неподвижны, то есть распределение зарядов в пространстве стационарно, то ρ не зависит от времени, в результате чего и \vec{E} , а значит и φ являются функциями только координат. Поэтому поле и называется *электростатическим*. Наличие свободных зарядов приводит к тому, что ρ становится функцией времени, что порождает изменение со временем и характеристик электрического поля. Поле перестает быть электростатическим. Появляется *электрический ток*.

Количественной мерой тока служит *сила тока* I , т.е. заряд, перенесенный через рассматриваемую поверхность S (или через поперечное сечение проводника) в единицу времени, т.е.

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (2.3)$$

Ток, величина и направление которого не изменяются с течением времени, называется *постоянным током*.

$$I = \frac{q}{t}. \quad (2.4)$$

Единица измерения силы тока в системе СИ: $\left[\frac{Кл}{В} \right] = [1А]$.

2.2. Плотность тока

В отличие от силы тока, которая является скалярной величиной, *плотность тока* – вектор. Связь между этими двумя физическими величинами такова:

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S}. \quad (2.5)$$

Модуль вектора плотности тока численно равен отношению силы тока dI через элементарную площадку dS , перпендикулярную направлению движения носителей заряда, к ее площади:

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}. \quad (2.6)$$

Единица плотности тока A/m^2 . Плотность тока характеризует ток локально, в каждой точке пространства, а I – это интегральная характеристика, привязанная не к точке, а к области пространства, в которой протекает ток.

Плотность тока связана с плотностью свободных зарядов ρ и с дрейфовой скоростью их движения $\vec{v}_{др}$:

$$\vec{j} = \rho \vec{v}_{др}. \quad (2.7)$$

За направление вектора \vec{j} принимают направление вектора $\vec{v}_{др}$ положительных носителей зарядов. Если носителями являются как положительные, так и отрицательные заряды, то плотность тока определяется по формуле

$$\vec{j} = q_+ n_+ \vec{v}_{др+} + q_- n_- \vec{v}_{др-}, \quad (2.8)$$

где $q_+ n_+$ и $q_- n_-$ – объемные плотности соответствующих зарядов.

Там где носители только электроны, плотность тока определяется по формуле

$$\vec{j} = en \vec{v}_{др}. \quad (2.9)$$

Поле вектора \vec{j} можно изобразить графически с помощью *линий тока*, которые проводят так же, как и линии вектора напряженности \vec{E} (рис. 2.1).

Зная \vec{j} в каждой точке интересующей нас поверхности S , можно найти силу тока через эту поверхность, как *поток вектора \vec{j}* :

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S}.$$

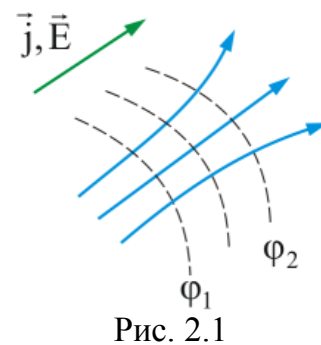


Рис. 2.1

Сила тока является величиной скалярной и алгебраической. А знак определяется, кроме всего прочего, выбором направления нормали к поверхности S .

2.3. Уравнение непрерывности

Представим себе, в некоторой проводящей среде, где течет ток, замкнутую поверхность S . Для замкнутых поверхностей векторы нормалей, а, следовательно, и векторы $d\vec{S}$ принято брать наружу, поэтому интеграл $\oint \vec{j} d\vec{S}$ дает заряд, выходящий в единицу времени наружу из объема V , охваченного поверхностью S . Плотность постоянного электрического тока одинакова по всему поперечному сечению S однородного проводника. Поэтому для постоянного тока в однородном проводнике с поперечным сечением S сила тока:

$$I = jS. \quad (2.10)$$

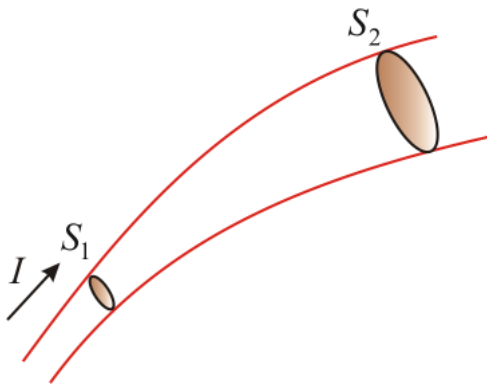


Рис. 2.2

Из выражения (2.10) и постоянства значения I во всех участках цепи постоянного тока следует, что плотности постоянного тока в различных поперечных сечениях 1 и 2 цепи обратно пропорциональны площадям S_1 и S_2 этих сечений (рис. 2.2):

$$\frac{j_2}{j_1} = \frac{S_1}{S_2}.$$

Пусть S – замкнутая поверхность, а векторы $d\vec{S}$ всюду проведены по внешним нормалем \vec{n} . Тогда поток вектора \vec{j} сквозь поверхность S равен электрическому току I , идущему вовне из области, ограниченной замкнутой поверхностью S . Следовательно, согласно закону сохранения электрического заряда, суммарный электрический заряд q , охватываемый поверхностью S , изменяется за время dt на $dq = -Idt$, тогда в интегральной форме можно записать:

$$\oint \vec{j} d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}.$$

Это соотношение называется *уравнением непрерывности*.

В случае постоянного тока, распределение зарядов в пространстве должно оставаться неизменным:

$$\frac{dq}{dt} = 0,$$

следовательно,

$$\oint \vec{j} d\vec{S} = 0$$

– это уравнение непрерывности для постоянного тока (в интегральной форме).

Линии \vec{j} в этом случае нигде не начинаются и нигде не заканчиваются. Поле вектора \vec{j} не имеет источника.

Если ток постоянный, то избыточный заряд внутри однородного проводника всюду равен нулю. В самом деле, т.к. для постоянного тока справедливо уравнение $\oint \vec{j} d\vec{S} = 0$, то $\sum q_i = 0$.

Избыточный заряд может появиться только на поверхности проводника в местах соприкосновения с другими проводниками, а также там, где проводник имеет неоднородности.

2.4. Сторонние силы и ЭДС

Для того, чтобы поддерживать ток достаточно длительное время, необходимо от конца проводника с меньшим потенциалом непрерывно отводить, а к другому концу – с большим потенциалом – подводить электрические заряды. Т.е. необходим круговорот зарядов. Поэтому в замкнутой цепи, наряду с нормальным движением зарядов, должны быть участки, на которых движение (положительных) зарядов происходит в направлении возрастания потенциала, т.е. против сил электрического поля (рис. 2.3).

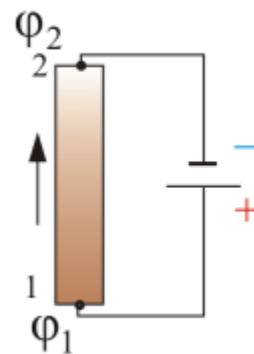


Рис. 2.3.

Перемещение заряда на этих участках возможно только с помощью *сил неэлектрической природы* (сторонних сил): химические процессы, диффузия носителей заряда, вихревые электрические поля.

Сторонние силы можно характеризовать работой, которую они совершают над зарядами, перемещающимися по замкнутой цепи или ее участку.

Величина, равная работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда в цепи, называется *электродвижущей силой (ЭДС), действующей в цепи*:

$$\varepsilon = \frac{A}{q}. \quad (2.11)$$

Из формулы (2.11) видно, что, размерность ЭДС совпадает с размерностью потенциала, т.е. измеряется в вольтах.

Вектор сторонней силы, действующей на заряд:

$$\vec{F}_{\text{ст}} = q\vec{E}_{\text{ст}}, \quad (2.12)$$

где $\vec{E}_{\text{ст}}$ – напряженность поля сторонних сил.

Работа сторонних сил на участке 1 – 2:

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}_{\text{ст}} d\vec{l} = q \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l},$$

тогда

$$\varepsilon_{12} = \frac{A_{12}}{q} = \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}. \quad (2.13)$$

Для замкнутой цепи:

$$\varepsilon = \sum \varepsilon_i = \oint \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}. \quad (2.14)$$

Циркуляция вектора напряженности сторонних сил равна ЭДС, действующей в замкнутой цепи (алгебраической сумме ЭДС).

При этом необходимо помнить, что поле сторонних сил не является потенциальным, и к нему нельзя применять термин разность потенциалов или напряжение.

2.5. Закон Ома для неоднородного участка цепи и для замкнутой цепи

Один из основных законов электродинамики был открыт в 1826 г. немецким учителем физики Георгом Омом. Он установил, что сила тока в проводнике пропорциональна разности потенциалов:

$$I = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}.$$

Рассмотрим участок цепи, содержащий источник ЭДС (т.е. участок, где действуют силы неэлектрической природы). Такой участок называется *неоднородным*. Напряженность \vec{E} поля в любой точке неоднородного участка цепи равна

$$\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_{\text{ст}},$$

где \vec{E}_q – напряженность поля кулоновских сил; $\vec{E}_{\text{ст}}$ – напряженность поля сторонних сил.

Величина, численно равная работе по переносу единичного положительного заряда суммарным полем кулоновских и сторонних сил на участке цепи (1 – 2), называется *напряжением* на этом участке U_{12} (рис. 2.4).

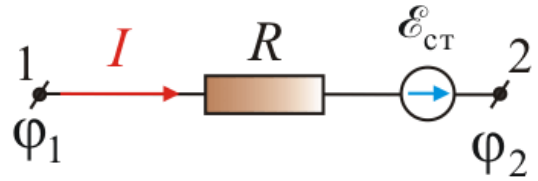


Рис. 2.4

$$U_{12} = \int_1^2 \vec{E}_q d\vec{l} + \int_1^2 \vec{E}_{ст} d\vec{l}. \quad (2.15)$$

Так как $\vec{E}_q d\vec{l} = -d\varphi$, или $\int_1^2 \vec{E}_q d\vec{l} = \varphi_1 - \varphi_2$, то

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}. \quad (2.16)$$

Напряжение на концах участка цепи равно разности потенциалов только в случае, если на этом участке нет ЭДС, т.е. на *однородном* участке цепи.

Формула закона Ома для неоднородного участка цепи имеет вид:

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}}{R_{12}}. \quad (2.17)$$

Этот закон выражает закон сохранения энергии применительно к участку цепи постоянного тока. Он в равной мере справедлив как для пассивных участков (не содержащих ЭДС), так и для активных (содержащих ЭДС).

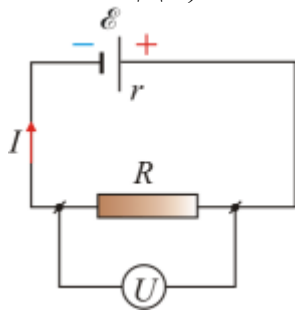


Рис. 2.5

В случае замкнутой цепи: $\varphi_1 = \varphi_2$, поэтому

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{\Sigma}},$$

где $R_{\Sigma} = R + r$.

R – сопротивление внешнего участка цепи;
 r – внутреннее сопротивление источника тока (рис. 2.5).

2.6. Закон Ома в дифференциальной форме

Закон Ома в интегральной форме для однородного участка цепи (не содержащего ЭДС):

$$I = \frac{U}{R}, \quad (2.18)$$

где R – сопротивление участка.

Сопротивление однородного линейного проводника:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (2.19)$$

где l – длина; S – площадь сечения проводника; ρ – удельное объемное сопротивление; $[\rho] = [\text{Ом}\cdot\text{м}]$.

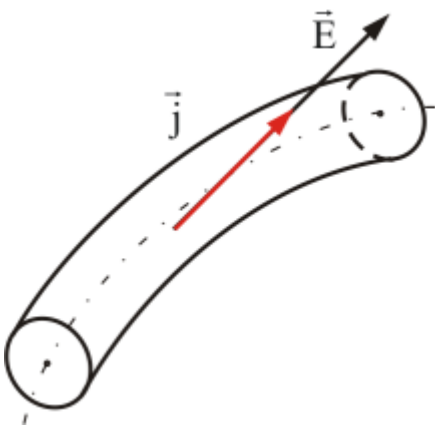


Рис. 2.6

Найдем связь между векторами \vec{j} и \vec{E} в бесконечно малом объеме проводника.

В изотропном проводнике (в данном случае с постоянным сопротивлением) носители зарядов движутся в направлении действия силы, т.е. вектор плотности тока \vec{j} и вектор напряженности поля \vec{E} коллинеарны (рис. 2.6).

Согласно закону Ома:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{Edl}{\rho \frac{dl}{dS}} = \frac{EdS}{\rho}.$$

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS} = \frac{\vec{E}}{\rho}. \quad (2.20)$$

Формула (2.20) – закона Ома в дифференциальной форме.

2.7. Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца

Рассмотрим произвольный участок цепи, к концам которого приложено напряжение U . За время dt через каждое сечение проводника проходит заряд

$$dq = Idt.$$

Силы электрического поля, действующего на данном участке, совершают работу

$$\delta A = Udq = UI dt.$$

Разделив работу на время, получим выражение для мощности тока

$$P = \frac{\delta A}{dt} = UI. \quad (2.21)$$

Формулу (2.21) можно записать в виде

$$P = I^2 R. \quad (2.22)$$

Тогда

$$\delta A = I^2 R dt. \quad (2.23)$$

В 1841 г. английский физик Джеймс Джоуль и в 1843 г. петербургский академик Эмилий Ленц установили закон теплового действия электрического тока.

Независимо друг от друга Джоуль и Ленц показали, что при протекании постоянного тока, в проводнике выделяется количество теплоты:

$$Q = I^2 R t. \quad (2.24)$$

Если ток изменяется со временем, то

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I^2 R dt. \quad (2.25)$$

Выражение (2.25) – закон Джоуля – Ленца в интегральной форме.

Нагревание происходит за счет работы, совершаемой силами поля над зарядом.

Для описания тепловыделения в произвольной точке получим закон Джоуля – Ленца в локальной дифференциальной форме.

Тепловая мощность тока в элементе проводника Δl , сечением ΔS , объемом $\Delta V = \Delta l \cdot \Delta S$ равна:

$$\Delta W = I^2 R = I \Delta \varphi = j \Delta S E \Delta l = j E \Delta V.$$

Удельная мощность тока

$$\omega = \frac{\Delta W}{\Delta V} = \vec{j} \vec{E}.$$

Так как, согласно закону Ома в дифференциальной форме $\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\rho}$, то закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме характеризующий плотность выделенной энергии имеет вид

$$\omega = \frac{\vec{E}^2}{\rho}. \quad (2.26)$$

Поскольку, количество теплоты, выделенной током, равно работе сил электрического поля

$$A = UI t,$$

то мощность тока:

$$W = IU = I^2 R. \quad (2.27)$$

Мощность, выделенная в единице объема проводника

$$\omega = \rho j^2.$$

Приведенные формулы справедливы для однородного участка цепи и для неоднородного.

2.8. КПД источника тока

Рассмотрим электрическую цепь, содержащую источник ЭДС с внутренним сопротивлением r и внешний участок с сопротивлением R (см. рис. 2.5).

КПД определим как отношение полезной работы к затраченной:

$$\eta = \frac{A_{\text{п}}}{A_{\text{з}}} = \frac{P_{\text{п}}}{P_{\text{з}}} = \frac{UI}{\varepsilon I} = \frac{U}{\varepsilon}. \quad (2.28)$$

Полезная – это мощность, выделяемая на внешнем сопротивлении участке цепи. По закону Ома

$$U = IR, \text{ а } \varepsilon = I(R + r),$$

тогда

$$\eta = \frac{U}{\varepsilon} = \frac{IR}{I(R + r)} = \frac{R}{R + r}.$$

Из формулы видно, что, что при $R \rightarrow \infty$, $\eta \rightarrow 1$, но при этом ток в цепи мал и полезная мощность мала.

Найдем условие, при котором полезная мощность будет максимальна. Для этого найдем и приравняем к нулю первую производную от $P_{\text{п}}$ по R :

$$\frac{dP_{\text{п}}}{dR} = 0.$$

Учтем, что $P_{\text{п}} = I^2 R = \left(\frac{\varepsilon}{R + r} \right)^2 R$, тогда

$$\frac{dP_{\text{п}}}{dR} = \frac{\varepsilon^2 (R + r)^2 - 2(R + r)\varepsilon^2 R}{(R + r)^4} = 0. \quad (2.29)$$

Упростив выражение (2.29), получим

$$\varepsilon^2 [(R+r) - 2R] = 0.$$

В полученном выражении $\varepsilon \neq 0$, $R+r \neq 0$, следовательно, должно быть равно нулю выражение в квадратных скобках, т.е. должно выполняться условие $r = R$.

При этом условии выделяемая мощность максимальна, а КПД равен 50% (рис. 2.7).

Как видно из рисунка максимальный КПД получается в данной цепи при уменьшении полезной мощности.

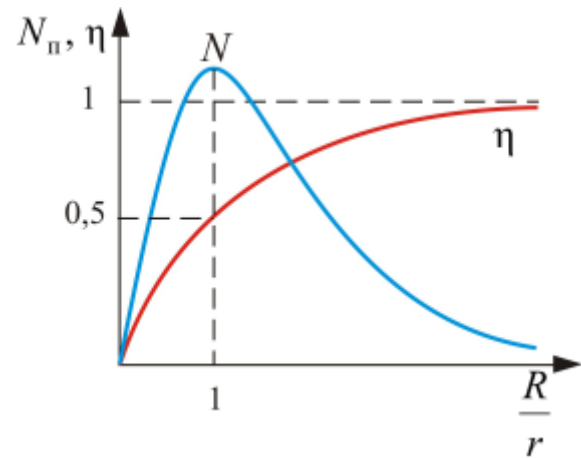


Рис. 2.7

2.9. Правила Кирхгофа для разветвленных цепей

Расчет разветвленных цепей с помощью закона Ома довольно сложен. Эта задача решается более просто с помощью двух правил немецкого физика Г. Кирхгофа (1824–1887).

Первое правило Кирхгофа (правило узлов) утверждает, что *алгебраическая сумма токов, сходящихся в любом узле цепи равна нулю*:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0. \quad (2.30)$$

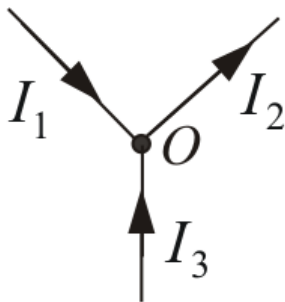


Рис. 2.8

В случае установившегося постоянного тока в цепи ни в одной точке проводника, ни на одном из его участков не должны накапливаться электрические заряды (узел – любой участок цепи, где сходятся более двух проводников (рис. 2.8)).

Токи, втекающие в узел, считаются положительными, токи, вытекающие из узла – отрицательными:

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0.$$

Второе правило Кирхгофа (правило контуров) является обобщением закона Ома для разветвленной цепи.

Для каждого участка произвольного контура (рис. 2.9) можно записать:

$$\begin{aligned} \varphi_2 - \varphi_3 + \varepsilon_1 &= I_1 R_1; \\ \varphi_3 - \varphi_1 + \varepsilon_2 &= I_2 R_2; \\ \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_3 &= I_3 R_3. \end{aligned}$$

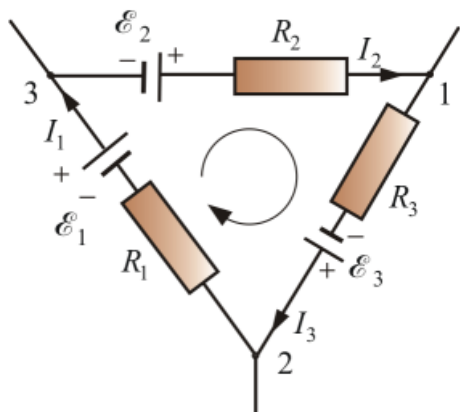


Рис. 2.9

Складывая эти уравнения, получим выражение *второго правила Кирхгофа*:

$$\sum_k I_k R_k = \sum_i \varepsilon_i. \quad (2.31)$$

В любом замкнутом контуре электрической цепи *алгебраическая сумма произведений токов на сопротивления равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в контуре*.

Обход контуров осуществляется по часовой стрелке, если направление обхода совпадает с направлением тока, то ток берется со знаком «плюс».

2.10. Электрический ток в металлах

2.10.1. Электронная проводимость металлов

Электрический ток в металлах – это упорядоченное движение электронов под действием электрического поля.

Наиболее убедительное доказательство электронной природы тока в металлах было получено в опытах с инерцией электронов (опыты Толмена и Стьюарта).

Катушка с большим числом витков тонкой проволоки (рис. 2.10) приводилась в быстрое вращение вокруг своей оси. Концы катушки с помощью гибких проводов были присоединены к чувствительному баллистическому гальванометру. Раскрученная катушка резко тормозилась, при этом в цепи возникал кратковременный ток, обусловленный инерцией носителей заряда. Полный заряд, протекающий по цепи, измерялся гальванометром.

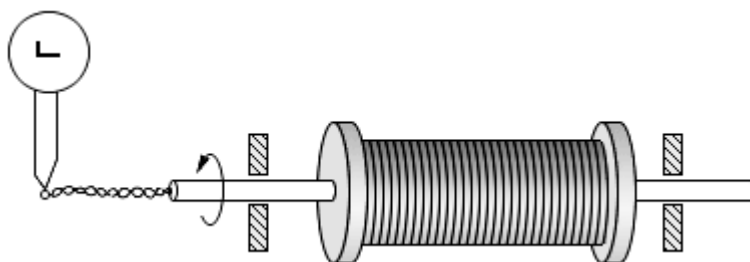


Рис. 2.10

При торможении вращающейся катушки на каждый носитель заряда e массой m действует тормозящая сила, которая играет роль сторонней силы, то есть силы неэлектрической природы:

$$F = -m \frac{dv}{dt}.$$

Напряженность поля сторонних сил

$$E_{\text{ст}} = \frac{F}{e} = -\frac{m}{e} \frac{d\nu}{dt}.$$

Следовательно, в цепи при торможении катушки возникает электродвижущая сила:

$$\varepsilon = E_{\text{ст}} l = -\frac{m}{e} \frac{d\nu}{dt} l.$$

За время торможения катушки по цепи проходит заряд q , равный:

$$q = \int Idt = \frac{1}{R} \int \varepsilon dt = \frac{ml}{e} \frac{\nu_0}{R},$$

где l – длина проволоки катушки; I – мгновенное значение силы тока в катушке; R – полное сопротивление цепи; ν_0 – начальная линейная скорость проволоки.

Хорошая электропроводность металлов объясняется высокой концентрацией свободных электронов, равной по порядку величины числу атомов в единице объема.

Предположение о том, что металлы обладают электронной проводимостью возникло значительно раньше опытов Толмена и Стюарта. Еще в 1900 году немецкий ученый П. Друде на основе гипотезы о существовании свободных электронов в металлах создал электронную теорию проводимости металлов. Эта теория получила развитие в работах голландского физика Х. Лоренца и носит название *классической электронной теории*. Согласно этой теории, электроны в металлах ведут себя как электронный газ, во многом похожий на идеальный газ.

Электронный газ заполняет пространство между ионами, образующими кристаллическую решетку металла. Из-за взаимодействия с ионами электроны могут покинуть металл, лишь преодолев так называемый потенциальный барьер. Высота этого барьера называется *работой выхода*.

При обычных (комнатных) температурах у электронов не хватает энергии для преодоления потенциального барьера. Согласно теории Друде-Лоренца, электроны обладают такой же средней энергией теплового движения, как и молекулы одноатомного идеального газа. Это позволяет оценить среднюю скорость теплового движения электронов по формулам молекулярно-кинетической теории: $\nu_{\text{теп}} \sim 10^5$ м/с.

При наложении внешнего электрического поля в металлическом проводнике кроме теплового движения электронов возникает их упорядоченное движение (дрейф), то есть электрический ток. Величина дрейфовой скорости электронов лежит в пределах 0,6–6 мм/с. Таким образом, средняя

скорость упорядоченного движения электронов в металлических проводниках на много порядков меньше средней скорости их теплового движения.

Малая скорость дрейфа не противоречит опытному факту, что ток во всей цепи устанавливается практически мгновенно. Замыкание цепи вызывает распространение электрического поля со скоростью $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Через промежуток времени $\tau = \frac{l}{c}$ (l – длина цепи) вдоль цепи устанавливается стационарное распределение электрического поля и начинается упорядоченное движение электронов.

В классической электронной теории металлов предполагается, что движение электронов подчиняется законам механики Ньютона. В этой теории пренебрегают взаимодействием электронов между собой, а их взаимодействие с положительными ионами сводят только к соударениям. Предполагается также, что при каждом соударении электрон передает решетке всю накопленную в электрическом поле энергию и поэтому после соударения он начинает движение с нулевой дрейфовой скоростью.

Несмотря на то, что все эти допущения являются весьма приближенными, классическая электронная теория качественно объясняет законы электрического тока (закон Ома, закон Джоуля – Ленца) в металлических проводниках, а также существование электрического сопротивления металлов.

Закон Ома:

$$I = enS \langle v_d \rangle = \frac{1}{2} \frac{e^2 \tau n S}{m} E = \frac{e^2 \tau n S}{2m l} U.$$

Закон Джоуля–Ленца:

$$\Delta Q = \frac{1}{2} \frac{e^2 \tau^2 n S l \Delta t}{m \tau} E^2 = \frac{n e^2 \tau S}{2m} U^2 \Delta t = \frac{U^2}{R} \Delta t.$$

Электрическое сопротивление проводника:

$$R = \frac{2m l}{e^2 n \tau S}.$$

Однако в ряде вопросов классическая электронная теория приводит к выводам, противоречащим опыту. Эта теория не может, например, объяснить, почему молярная теплоемкость металлов, также как и молярная теплоемкость диэлектрических кристаллов, равна $3R$ (закон Дюлонга и Пти). Классическая электронная теория не может также объяснить температурную зависимость удельного сопротивления металлов: теория дает зависимость вида $\rho \sim \sqrt{T}$, в то время как из эксперимента получается зависимость $\rho \sim T$.

2.10.2. Зонная модель электронной проводимости металлов

Качественное различие между металлами, полупроводниками и диэлектриками состоит в характере зависимости удельной проводимости от температуры. У металлов с ростом температуры проводимость падает, а у полупроводников и диэлектриков растет. При $T \rightarrow 0$ К у чистых металлов проводимость $G \rightarrow \infty$. У полупроводников и диэлектриков при $T \rightarrow 0$ К, $G \rightarrow 0$. Качественного различия между полупроводниками и диэлектриками в отношении электропроводности, нет.

Проявление у одних веществ металлических свойств, а у других полупроводниковых и диэлектрических может быть последовательно объяснено только в рамках квантовой теории.

Согласно квантовым представлениям, энергия электронов в атоме может изменяться дискретно. Причем, согласно принципу Паули, в одном квантовом состоянии может находиться не более одного электрона. В результате электроны не собираются на каком-то одном энергетическом уровне, а последовательно заполняют разрешенные энергетические уровни в атоме, формируя его электронные оболочки.

При сближении большого числа атомов и образовании кристаллической структуры химические связи между атомами образуются за счет электронов, находящихся во внешних, валентных, электронных оболочках.

Согласно принципу Паули, атомы не могут сбиться в плотную массу, поскольку в этом случае в одном квантовом состоянии оказалось бы много частиц с полуцелым спином $L = \frac{\hbar}{2}$. Такие частицы называются *фермионами*, и к ним, в частности, относятся электроны, протоны, нейтроны.

Названы они так в честь итальянского физика Э. Ферми, впервые описавшего особенности поведения коллективов подобных частиц. При сближении большого числа атомов в пределах твердого тела происходит расщепление исходного энергетического уровня валентного электрона в атоме на N подуровней, где N – число атомов, образующих кристалл. В результате образуется зона разрешенных энергетических уровней для электронов в твердом теле (рис. 2.11).

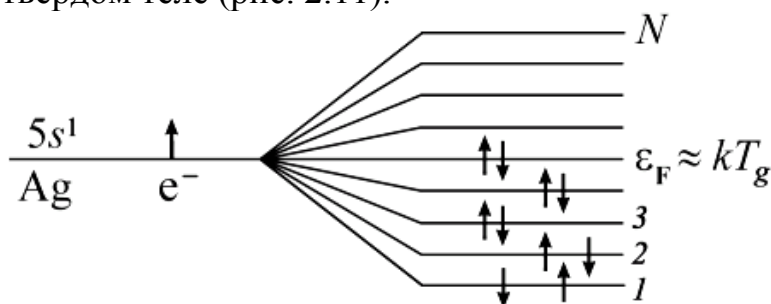


Рис. 2.11

В металлах внешние валентные оболочки заполнены не полностью, например, у атомов серебра во внешней оболочке $5s^1$ находится один электрон, в то время как, согласно принципу Паули, могло бы находиться два электрона с различными ориентациями спинов, но второго электрона во внешней оболочке атома серебра нет. При сближении N атомов Ag и расщеплении внешнего энергетического уровня $5s^1$ на N подуровней каждый из них заполняется уже двумя электронами с различными ориентациями спинов. В результате при сближении N атомов серебра возникает энергетическая зона, наполовину заполненная электронами. Энергия, соответствующая последнему заполненному электронному уровню при 0 К, называется энергией Ферми $\varepsilon_F \approx kT_g$. Расстояние между соседними энергетическими уровнями $\Delta\varepsilon$ очень мало, поскольку N очень велико, (до 10^{23} см^{-3} $\varepsilon_F \sim 1 \div 10 \text{ эВ}$, $\Delta\varepsilon = \frac{\varepsilon_F}{N} \ll kT \approx 0,025 \text{ эВ}$).

Расстояние между соседними разрешенными уровнями электронов в металлах много меньше энергии теплового движения электронов даже при самых низких температурах. Если поместить проводник в электрическое поле, включив его, например, в замкнутую цепь с источником ЭДС, то электроны начнут перемещаться из точки проводника с меньшим потенциалом к точке с большим потенциалом, так как их заряд отрицателен. Но движение в электрическом поле означает увеличение энергии электрона, а по квантовым представлениям, переход на более высокий энергетический уровень у электрона возможен, если этот соседний уровень свободен. В металлах таких свободных уровней для электронов, находящихся вблизи уровня Ферми, вполне достаточно, поэтому металлы являются хорошими проводниками электрического тока.

Однако эту проводимость обеспечивают не все свободные электроны металла, а лишь те из них, что расположены вблизи уровня Ферми. Концентрация таких электронов примерно равна $\frac{nT}{T_g}$, где T_g – температура вырождения ($T_g = 5 \cdot 10^4 \text{ К}$).

2.11. Электрический ток в полупроводниках

К числу полупроводников относятся многие химические элементы (германий, кремний, селен, теллур, мышьяк и др.), огромное количество сплавов и химических соединений. Почти все неорганические вещества окружающего нас мира – полупроводники. Самым распространенным в

природе полупроводником является кремний, составляющий около 30% земной коры.

Качественное отличие полупроводников от металлов проявляется в зависимости удельного сопротивления от температуры (рис. 2.12)

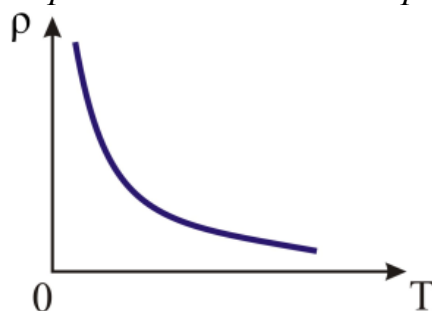


Рис. 2.12

2.11.1. Зонная модель электронно-дырочной проводимости полупроводников

При образовании твердых тел возможна ситуация, когда энергетическая зона, возникшая из энергетических уровней валентных электронов исходных атомов, оказывается полностью заполненной электронами, а ближайšie, доступные для заполнения электронами энергетические уровни отделены от валентной зоны E_V промежутком неразрешенных энергетических состояний – так называемой запрещенной зоной E_g (рис. 2.13). Выше запрещенной зоны расположена зона разрешенных для электронов энергетических состояний – зона проводимости E_C .

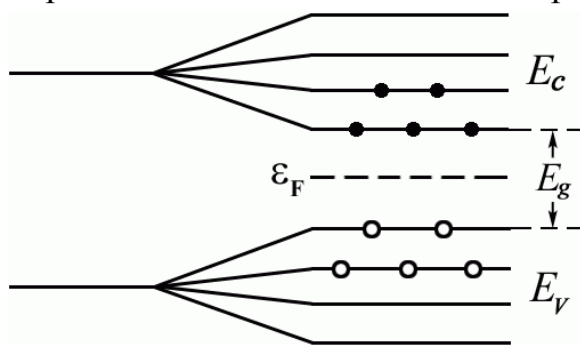


Рис. 2.13

Зона проводимости при 0 К полностью свободна, а валентная зона полностью занята. Подобные зонные структуры характерны для кремния, германия, арсенида галлия (GaAs), фосфида индия (InP) и многих других твердых тел, являющихся полупроводниками.

При повышении температуры полупроводников и диэлектриков электроны способны получать дополнительную энергию kT , связанную с тепловым движением. У части электронов энергии теплового движения оказывается достаточно для перехода из валентной зоны в зону проводимости, где электроны под действием внешнего электрического поля могут перемещаться практически свободно.

В этом случае, в цепи с полупроводниковым материалом по мере повышения температуры полупроводника будет нарастать электрический ток. Этот ток связан не только с движением электронов в зоне проводимости, но и с появлением вакантных мест от ушедших в зону проводимости электронов в валентной зоне, так называемых *дырок*. Вакантное место может быть занято валентным электроном из соседней пары, тогда дырка переместится на новое место в кристалле.

Если полупроводник помещается в электрическое поле, то в упорядоченное движение вовлекаются не только свободные электроны, но и дырки, которые ведут себя как положительно заряженные частицы. Поэтому ток I в полупроводнике складывается из электронного I_n и дырочного I_p токов:

$$I = I_n + I_p.$$

Электронно-дырочный механизм проводимости проявляется только у чистых (т.е. без примесей) полупроводников. Он называется *собственной электрической проводимостью* полупроводников.

Электроны забрасываются в зону проводимости с *уровня Ферми*, который оказывается в собственном полупроводнике расположенным *посередине запрещенной зоны* (см. рис. 2.13).

Существенно изменить проводимость полупроводников можно, введя в них очень небольшие количества примесей. Так, добавление в чистый кремний 3 % атомов фосфора увеличивает электропроводность кристалла в 10^5 раз.

Небольшое добавление примеси к полупроводнику называется легированием. Необходимым условием резкого уменьшения удельного сопротивления полупроводника при введении примесей является отличие валентности атомов примеси от валентности основных атомов кристалла.

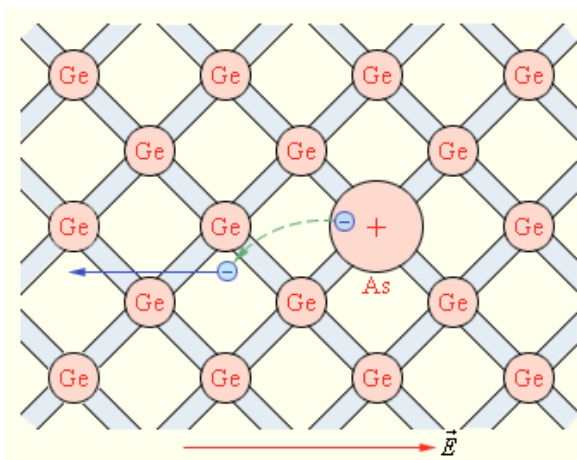


Рис. 2.14

Проводимость полупроводников при наличии примесей называется *примесной проводимостью*.

Различают *два типа примесной проводимости* – электронную и дырочную проводимости. *Электронная проводимость* возникает, когда в кристалл германия с четырехвалентными атомами введены пятивалентные атомы (например, атомы мышьяка, As) (рис. 2.14).

Четыре валентных электрона атома мышьяка включены в образование

ковалентных связей с четырьмя соседними атомами германия. Пятый валентный электрон оказывается излишним. Он легко отрывается от атома мышьяка и становится свободным. Атом, потерявший электрон, превращается в положительный ион, расположенный в узле кристаллической решетки.

Примесь из атомов с валентностью, превышающей валентность основных атомов полупроводникового кристалла, называется донорской примесью. В результате ее введения в кристалле появляется значительное число свободных электронов. Это приводит к резкому уменьшению удельного сопротивления полупроводника – в тысячи и даже миллионы раз.

Удельное сопротивление проводника с большим содержанием примесей может приближаться к удельному сопротивлению металлического проводника. Такая проводимость, обусловленная свободными электронами, называется электронной, а полупроводник, обладающий электронной проводимостью, называется *полупроводником n-типа*.

Дырочная проводимость возникает, когда в кристалл германия введены трехвалентные атомы, например, атомы индия (рис. 2.15)

На рис. 2.15 показан атом индия, который создал с помощью своих валентных электронов ковалентные связи лишь с тремя соседними атомами германия. На образование связи с четвертым атомом германия у атома индия не хватает электрона. Этот недостающий электрон может быть захвачен атомом индия из ковалентной связи соседних атомов германия. В этом случае атом индия превращается в отрицательный ион, расположенный в узле кристаллической решетки, а в ковалентной связи соседних атомов образуется вакансия.

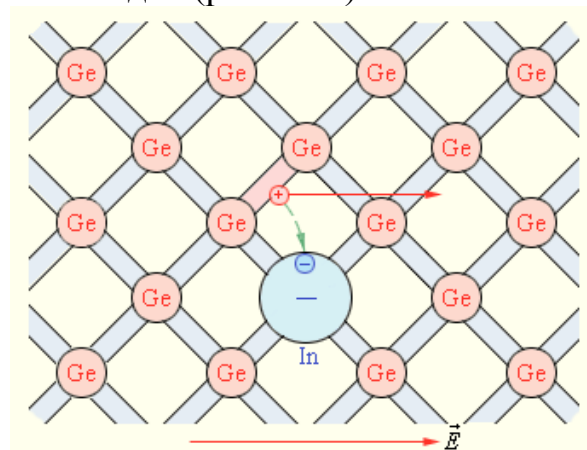


Рис. 2.15

Примесь атомов, способных захватывать электроны, называется акцепторной примесью. В результате введения акцепторной примеси в кристалле разрывается множество ковалентных связей и образуются вакантные места (дырки). На эти места могут перескакивать электроны из соседних ковалентных связей, что приводит к хаотическому блужданию дырок по кристаллу.

Концентрация дырок в полупроводнике с акцепторной примесью значительно превышает концентрацию электронов, которые возникли из-за механизма собственной электропроводности полупроводника: $n_p \gg n_n$. Проводимость такого типа называется *дырочной проводимостью*. Примес-

ный полупроводник с дырочной проводимостью называется *полупроводником p-типа*. Основными носителями свободных зарядов в полупроводниках p-типа являются дырки.

2.11.2. Электронно-дырочный переход. Диоды и транзисторы

В современной электронной технике полупроводниковые приборы играют исключительную роль. За последние три десятилетия они почти полностью вытеснили электровакуумные приборы.

В любом полупроводниковом приборе имеется один или несколько электронно-дырочных переходов. Электронно-дырочный переход (или *n-p-переход*) – это область контакта двух полупроводников с разными типами проводимости.

На границе полупроводников (рис. 2.16) образуется двойной электрический слой, электрическое поле которого препятствует процессу диффузии электронов и дырок навстречу друг другу.

Способность *n-p-перехода* пропускать ток практически только в одном направлении используется в приборах, которые называются *полупроводниковыми диодами*.

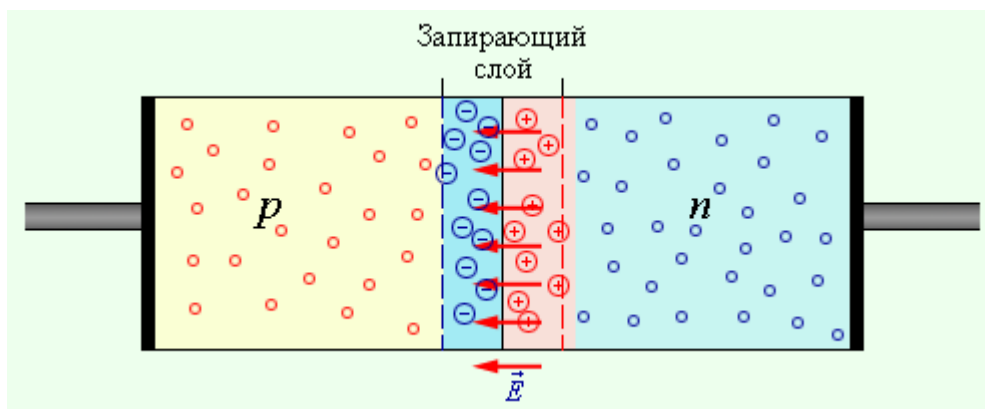


Рис. 2.16

Полупроводниковые диоды изготавливаются из кристаллов кремния или германия. При их изготовлении в кристалл с каким-либо типом проводимости вводят примесь, обеспечивающую другой тип проводимости.

На рис. 2.17 приведена вольт-амперная характеристика кремниевого диода.

Полупроводниковые приборы не с одним, а с двумя *n-p-переходами* называются *транзисторами*. Транзисторы бывают двух типов: *p-n-p-транзисторы* и *n-p-n-транзисторы*. В транзисторе *n-p-n-типа* основная германиевая пластинка обладает проводимостью p-типа, а созданные на ней две области – проводимостью n-типа (рис. 2.18).

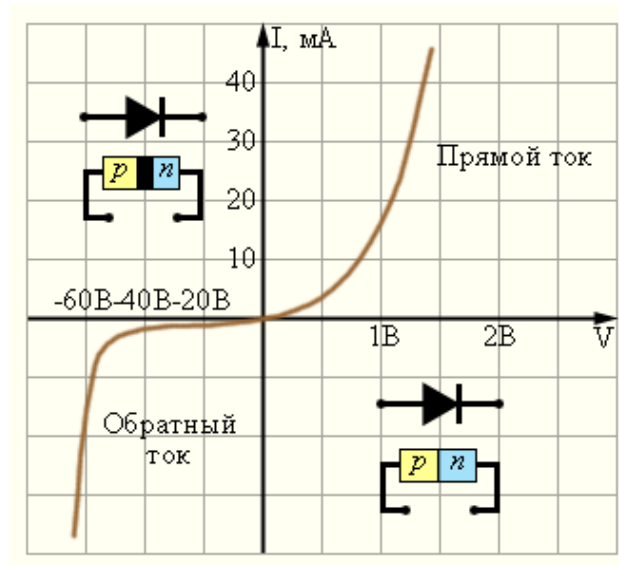


Рис. 2.17

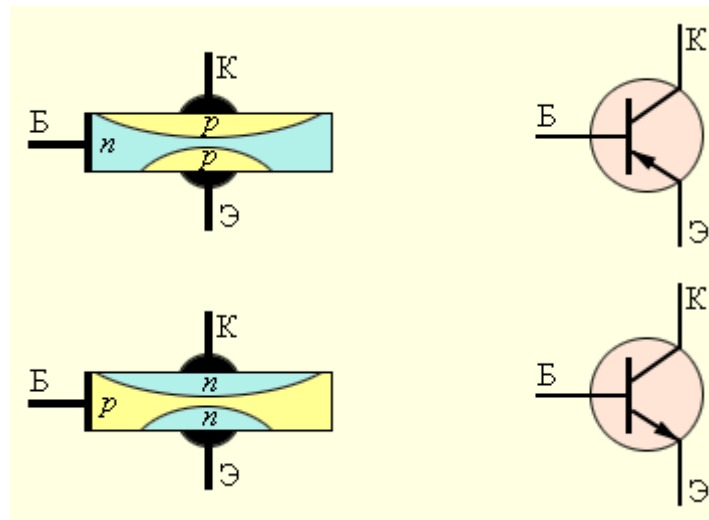


Рис. 2.18

В транзисторе *p-n-p*-типа всё наоборот. Пластинку транзистора называют *базой* (Б), одну из областей с противоположным типом проводимости – *коллектором* (К), а вторую – *эмиттером* (Э).

2.12. Электрический ток в жидкостях (электролитах)

2.12.1. Электролиз. Законы электролиза.

Электролитами принято называть проводящие среды, в которых прохождение электрического тока сопровождается переносом вещества. Носителями свободных зарядов в электролитах являются положительно и отрицательно заряженные ионы.

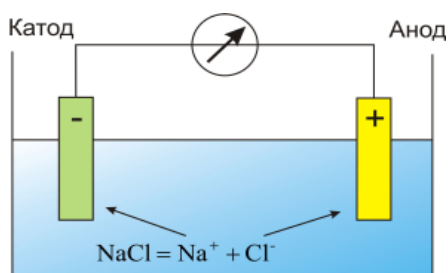


Рис. 2.18

Основными представителями электролитов, широко используемыми в технике, являются водные растворы неорганических кислот, солей и оснований. Прохождение электрического тока через электролит сопровождается выделением веществ на электродах. Это явление получило название *электролиза* (рис. 12.18).

Электрический ток в электролитах представляет собой перемещение ионов обоих знаков в противоположных направлениях. Положительные ионы движутся к отрицательному электроду (*катоду*), отрицательные ионы – к положительному электроду (*аноду*). Ионы обоих знаков появляются в водных растворах солей, кислот и щелочей в результате расщепления части нейтральных молекул. Это явление называется *электролитической диссоциацией*.

Законы электролиза были экспериментально установлен английским физиком М. Фарадеем в 1833 году.

Первый закон Фарадея определяет количества первичных продуктов, выделяющихся на электродах при электролизе: *масса m вещества, выделившегося на электроде, прямо пропорциональна заряду q , прошедшему через электролит:*

$$m = kq = kIt,$$

где k – *электрохимический эквивалент вещества* $\left(k = \frac{1}{F} \frac{M}{n} \right)$.

$F = eN_A = 96485$ Кл / моль – *постоянная Фарадея*.

Второй закон Фарадея: электрохимические эквиваленты различных веществ относятся их химические эквиваленты k_x :

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{k_{x2}}{k_{x1}}.$$

Объединенный закон Фарадея для электролиза:

$$m = \frac{1}{F} \frac{M}{n} It.$$

Электролитические процессы классифицируются следующим образом:

- 1) получение неорганических веществ (водорода, кислорода, хлора, щелочей и т.д.);
- 2) получение металлов (литий, натрий, калий, бериллий, магний, цинк, алюминий, медь и т.д.);

- 3) очистка металлов (медь, серебро);
- 4) получение металлических сплавов;
- 5) получение гальванических покрытий;
- 6) обработка поверхностей металлов (азотирование, борирование, электрополировка, очистка);
- 7) получение органических веществ;
- 8) электродиализ и обессоливание воды;
- 9) нанесение пленок при помощи электрофореза.

2.12.2. Практическое применение электролиза

Электрохимические процессы широко применяются в различных областях современной техники, в аналитической химии, биохимии и т.д.

В химической промышленности электролизом получают хлор и фтор, щелочи, хлораты и перхлораты, надсерную кислоту и персульфаты, химически чистые водород и кислород и т.д. При этом одни вещества получают путем восстановления на катоде (альдегиды, парааминофенол и др.), другие электроокислением на аноде (хлораты, перхлораты, перманганат калия и др.).

Электролиз в гидрометаллургии является одной из стадий переработки металлосодержащего сырья, обеспечивающей получение товарных металлов. Электролиз может осуществляться с растворимыми анодами – процесс электрорафинирования или с нерастворимыми – процесс электроэкстракции. Главной задачей при электрорафинировании металлов является обеспечение необходимой чистоты катодного металла при приемлемых энергетических расходах. В цветной металлургии электролиз используется для извлечения металлов из руд и их очистки.

Электролизом расплавленных сред получают алюминий, магний, титан, цирконий, уран, бериллий и др. Для рафинирования (очистки) металла электролизом из него отливают пластины и помещают их в качестве анодов 1 в электролизер 3 (рис. 2.19). При пропускании тока металл, подлежащий очистке 1, подвергается анодному растворению, т. е. переходит в раствор в виде катионов. Затем эти катионы металла разряжаются на катоде 2, благодаря чему образуется компактный осадок уже чистого металла. Примеси, находящиеся в аноде, либо остаются нерастворимыми 4, либо переходят в электролит и удаляются.

На рис. 2.19 приведена схема электролитического рафинирования меди.

Гальванотехника – область прикладной электрохимии, занимающаяся процессами нанесения металлических покрытий на поверхность как металлических, так и неметаллических изделий при прохождении постоянного электрического тока через растворы их солей. Гальванотехника подразделяется на гальваностегию и гальванопластику.

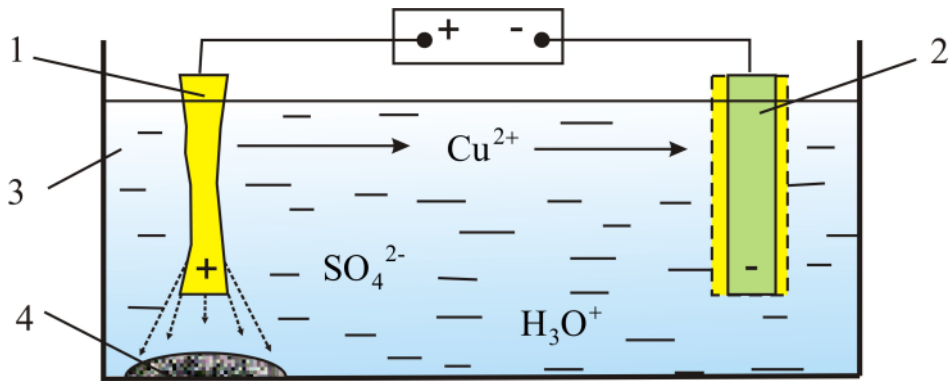


Рис. 2.19

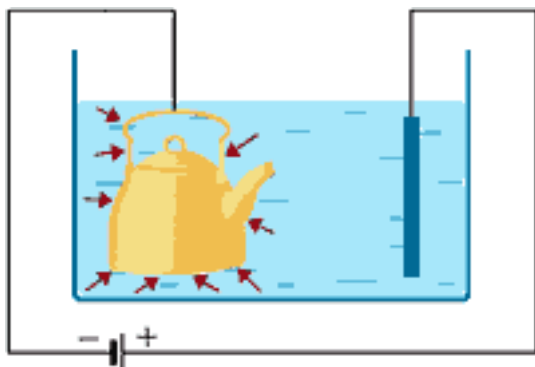


Рис. 2.20

Гальваностегия (от греч. покрывать) – это электроосаждение на поверхность металла другого металла, который прочно связывается (сцепляется) с покрываемым металлом (предметом), служащим катодом электролизера (рис. 2.20).

Способом гальваностегии можно покрыть предмет тонким слоем золота или серебра, хрома или никеля. С помощью электролиза можно наносить

тончайшие металлические покрытия на различные металлические поверхности. При таком способе нанесения покрытий, предмет используют в качестве катода, помещенного в раствор соли того металла, покрытие из которого необходимо получить. В качестве анода используется пластинка из того же металла.

Гальванопластика – получение путем электролиза точных, легко отделяемых металлических копий значительной толщины с различных как неметаллических, так и металлических предметов, называемых матрицами (рис. 2.21).

С помощью гальванопластики изготавливают бюсты, статуи и т.д. Гальванопластика используется для нанесения сравнительно толстых металлических покрытий на другие металлы (например, образование "накладного" слоя никеля, серебра, золота и т. д.).

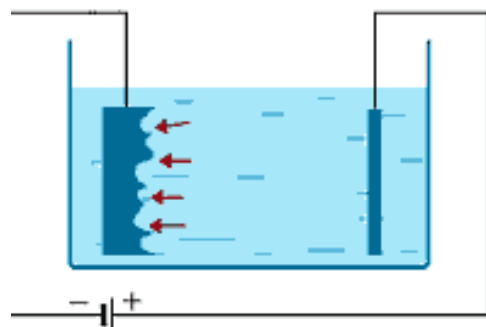


Рис. 2.21

2.13. Электрический ток в газах

2.13.1. Явление ионизации и рекомбинации в газах

В обычном состоянии газы состоят из электрически нейтральных молекул и атомов, и, следовательно, не могут проводить электрический ток. Поэтому газы являются хорошими электрическими изоляторами. Например, окружающий нас воздух является хорошим и самым дешёвым диэлектриком, и его изолирующие свойства широко используются в различных устройствах высокого напряжения (ЛЭП, подстанциях, электростатических генераторах и др.).

Для того, чтобы газ начал проводить электрический ток, его необходимо ионизировать.

Процесс *ионизации* заключается в том, что под действием высокой температуры или некоторых лучей молекулы газа теряют электроны, и тем самым превращаются в положительные ионы. Таким образом, в результате происходит освобождение электронов из атомов и молекул, которые могут присоединиться к нейтральным молекулам или атомам, превращая их в отрицательные ионы. Ионы и свободные электроны делают газ проводником электричества.

Ионизация газа может происходить под действием коротковолнового излучения – ультрафиолетовых, рентгеновских и гамма-лучей, а также α -, β -и космических лучей.

Установлено, что в нормальных условиях газы, например воздух, обладают электрической проводимостью, но очень ничтожной. Эта проводимость вызвана излучением радиоактивных веществ, имеющих на поверхности Земли, а также космическими лучами, приходящими из глубин космоса. Однако равновесная концентрация ионов в воздухе не превышает нескольких десятков пар ионов в кубическом сантиметре. Для того, чтобы воздух стал заметно проводить электрический ток, его надо подвергнуть воздействию интенсивных ионизаторов.

Итак, при ионизации молекул газа под действием внешнего источника из молекулы обычно вырывается один электрон, и остаётся положительный молекулярный ион с зарядом e^+ , т.е. образуется пара – положительный ион и электрон. Вырвавшийся электрон обычно присоединяется к какой-либо другой молекуле и образует отрицательный молекулярный ион с зарядом e^- , опять образуется пара – положительный и отрицательный ионы. Оба типа ионов одновалентны ($z = 1$), имеют одинаковую концентрацию n , но несколько различные подвижности μ_+ и μ_- . Под действием внешнего электрического поля эти ионы приходят в движение, и возникает *электрический ток*.

Электрический ток, возникающий в ионизированном газе – это встречный поток ионов и свободных электронов.

Одновременно с процессом ионизации идёт обратный процесс рекомбинации.

Рекомбинация – это нейтрализация при встрече разноименных ионов или воссоединение иона и электрона в нейтральную молекулу (атом).

Факторы, под действием которых возникает ионизация в газе, называют *внешними ионизаторами*, а возникающая при этом проводимость называется *несамостоятельной проводимостью*.

При данной мощности внешнего ионизатора в объёме газа устанавливается *равновесное состояние*, при котором число пар ионов, возникающих под действием ионизатора за одну секунду в единице объёма, равно числу пар рекомбинировавших ионов. При этом скорость ионизации равна скорости рекомбинации:

$$v_{\text{ион}} = v_{\text{рек}} \cdot \quad (2.32)$$

Явление прохождения электрического тока через газ называется *газовым разрядом*. Газовые разряды можно разделить на два вида: *несамостоятельный и самостоятельный*.

2.13.2. Несамостоятельный газовый разряд

Несамостоятельным газовым разрядом называется такой разряд, который, возникнув при наличии электрического поля, может существовать только под действием внешнего ионизатора.

Рассмотрим физические процессы, имеющие место при несамостоятельном газовом разряде. Введем ряд обозначений: N_0 – число молекул газа в исследуемом объёме V ; n_0 – концентрация молекул ($n_0 = \frac{N_0}{V}$).

Часть молекул ионизирована. Обозначим: N – число ионов одного знака; n – их концентрация ($n = \frac{N}{V}$); Δn_i – число пар ионов, возникающих под действием ионизатора за одну секунду в единице объёма газа.

Наряду с процессом ионизации в газе происходит рекомбинация ионов. Вероятность встречи двух ионов разных знаков пропорциональна как числу положительных, так и числу отрицательных ионов в единице объёма, а эти числа, в свою очередь, равны n . Следовательно, число пар ионов, рекомбинирующих за секунду в единице объёма, пропорционально n^2 :

$$\Delta n_r = rn^2, \quad (2.33)$$

где r – коэффициент рекомбинации.

В состоянии равновесия число возникающих ионов в единице объема равно числу рекомбинирующих ионов:

$$\Delta n_i = \Delta n_r = rn^2. \quad (2.34)$$

Отсюда для равновесной концентрации ионов (числа пар ионов в единице объема) получается следующее выражение:

$$n = \sqrt{\frac{\Delta n_i}{r}}. \quad (2.35)$$

Схема эксперимента с газоразрядной трубкой изображена на рис.2.22.

Проанализируем далее действие электрического поля на процессы в ионизованных газах. Подадим постоянное напряжение на электроды. Положительные ионы будут направляться к отрицательному электроду, а отрицательные ионы и электроны – к положительному электроду. Таким образом, часть носителей из газоразрядного промежутка будет уходить к электродам (в цепи возникнет электрический ток).

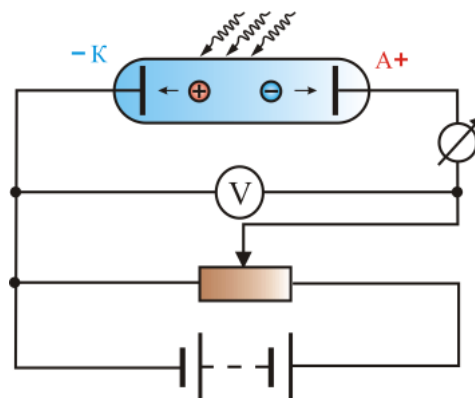


Рис. 2.22

Пусть из единицы объема уходит каждую секунду Δn_j пар ионов. Теперь условие равновесия можно представить в виде

$$\Delta n_i = \Delta n_r + \Delta n_j. \quad (2.36)$$

1. Рассмотрим случай слабого поля: $\Delta n_j \ll \Delta n_r$. В цепи будет протекать слабый ток. Величина плотности тока пропорциональна концентрации носителей n , заряду q , переносимому каждым носителем и скорости направленного движения положительных и отрицательных ионов v^+ и v^- :

$$\vec{j} = nq(v^+ + v^-). \quad (2.37)$$

Выразим скорость направленного движения ионов через их подвижность μ и напряженность \vec{E} электрического поля:

$$\vec{v}^+ = \mu_+ \vec{E}, \quad \vec{v}^- = \mu_- \vec{E}. \quad (2.38)$$

Подвижность – физическая величина, численно равная скорости направленного движения ионов в газе под действием поля с напряженностью 1 В/м.

На основании (2.38), плотность тока:

$$\vec{j} = nq(\mu_+ + \mu_-)\vec{E}. \quad (2.39)$$

В слабом поле ($\Delta n_j \ll \Delta n_r$) равновесная концентрация равна: $n = \sqrt{\frac{\Delta n_i}{r}}$.

Подставим это выражение в (2.39):

$$\vec{j} = q\sqrt{\frac{\Delta n_i}{r}}(\mu_+ + \mu_-)\vec{E}. \quad (2.40)$$

В формуле (2.40) множитель при \vec{E} не зависит от напряженности. Обозначив его буквой, получим закон Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \sigma\vec{E}, \quad (2.41)$$

где $\sigma = q\sqrt{\frac{\Delta n_i}{r}}(\mu_+ + \mu_-)$ – удельная электропроводность.

Таким образом, в случае слабых электрических полей ток при несамостоятельном разряде подчиняется закону Ома.

2. Рассмотрим случай сильного поля. В этом случае $\Delta n_r \ll \Delta n_j$ и $\Delta n_i = \Delta n_j$, т.е. все генерируемые ионы уходят из газоразрядного промежутка под действием электрического поля. Это объясняется тем, что за время, требующееся иону, чтобы пролететь в сильном поле с напряженностью \vec{E} от одного электрода к другому, ионы не успевают сколько-нибудь заметно рекомбинировать. Поэтому все ионы, производимые ионизатором, участвуют в создании тока и уходят на электроды. А так как число, генерируемых ионизатором ионов в единицу времени Δn_i , не зависит от напряженности поля, то плотность тока будет определяться только величиной Δn_i и не будет зависеть от \vec{E} . Другими словами, с дальнейшим увеличением приложенного напряжения ток перестает расти и остается постоянным.

Максимальное значение тока, при котором все образующиеся ионы уходят к электродам, называется *током насыщения*.

Дальнейшее увеличение напряженности поля ведет к образованию лавины электронов, когда возникшие под действием ионизатора электроны приобретают на длине свободного пробега (от столкновения до столкновения) энергию, достаточную для ионизации молекул газа (ударная ионизация).

Возникшие при этом вторичные электроны, разогнавшись, в свою очередь, производят ионизацию и т.д. – происходит лавинообразное размно-

жение первичных ионов и электронов, созданных внешним ионизатором и усиление разрядного тока.

На рис. 2.23 изображен процесс образования лавины.

Полученные результаты можно изобразить графически (рис. 2.24) в виде вольтамперной характеристики несамостоятельного газового разряда.

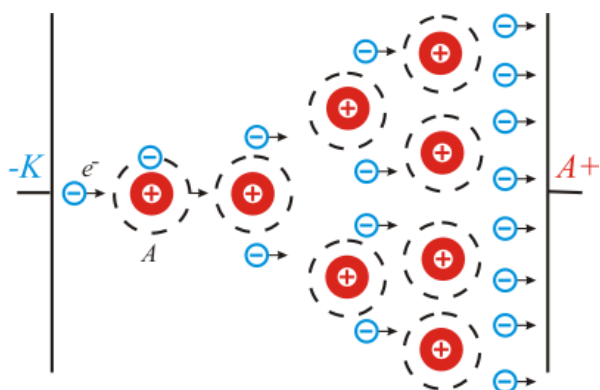


Рис. 2.23

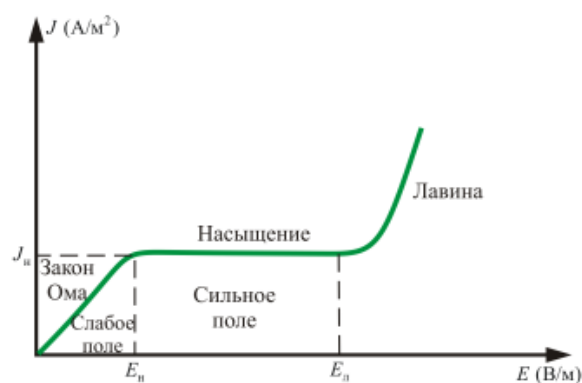


Рис. 2.24

Таким образом, для несамостоятельного разряда при малых плотностях тока, т.е. когда основную роль в исчезновении зарядов из газоразрядного промежутка играет процесс рекомбинации, имеет место закон Ома ($\vec{j} = \sigma \vec{E}$); в сильных полях ($E \geq E_k$) закон Ома не выполняется – наступает явление насыщения, а в полях, напряженность которых превышает значение $E_{л}$, возникает лавина зарядов, обуславливающая значительное увеличение плотности тока.

2.13.3. Самостоятельный газовый разряд

Рассмотренный выше процесс возникновения и образования лавин за счет ударной ионизации не утрачивает характера несамостоятельного разряда, т.к. в случае прекращения действия внешнего ионизатора разряд быстро исчезает.

Однако возникновение и образование лавины зарядов не ограничивается процессом ударной ионизации. При дальнейшем, сравнительно небольшом увеличении напряжения на электродах газоразрядного промежутка, положительные ионы приобретают большую энергию и, ударяясь о катод, выбивают из него электроны, происходит *вторичная электронная эмиссия*. Возникшие свободные электроны на пути к аноду производят ударную ионизацию молекул газа. Положительные ионы на пути к катоду при электрических полях с напряженностью $E_{л} = E$ сами ионизируют молекулы газа.

Если каждый выбитый с катода электрон способен ускориться и производить ударную ионизацию молекул газа, то разряд будет поддерживаться и после прекращения воздействия внешнего ионизатора. Напряжение, при котором развивается самостоятельный разряд, называется *напряжением замыкания*.

Самостоятельным разрядом называется такой газовый разряд, в котором носители тока возникают в результате таких процессов в газе, которые обусловлены приложенным к нему напряжением. Т.е. самостоятельный разряд продолжается и после прекращения действия ионизатора.

Когда межэлектродный промежуток перекрывается полностью проводящей газоразрядной плазмой, наступает его пробой. Напряжение, при котором происходит пробой межэлектродного промежутка, называется *пробивным напряжением*. А соответствующая напряженность электрического поля носит название *пробивной напряженности*.

Рассмотрим условия возникновения и поддержания самостоятельного разряда.

При больших напряжениях между электродами газового промежутка ток сильно возрастает. Это происходит вследствие того, что возникающие под действием внешнего ионизатора электроны, сильно ускоренные электрическим полем, сталкиваются с нейтральными молекулами газа и ионизируют их. В результате этого образуются *вторичные электроны* и *положительные ионы* (процесс 1, рис. 2.25). Положительные ионы движутся к катоду, а электроны – к аноду. Вторичные электроны вновь ионизируют молекулы газа, и, следовательно, общее количество электронов и ионов будет возрастать по мере продвижения электронов к аноду лавинообразно. Это и является причиной увеличения электрического тока. Описанный процесс называется *ударной ионизацией*.

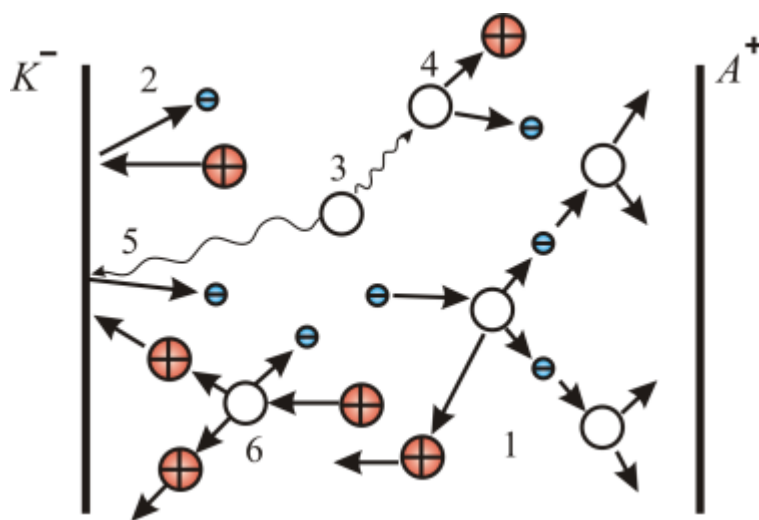


Рис. 2.25

Однако ударная ионизация под действием электронов недостаточна для поддержания разряда при удалении внешнего ионизатора. Для этого необходимо, чтобы электронные лавины «воспроизводились», т.е. чтобы в газе под действием каких-то процессов возникали новые электроны. Это следующие процессы:

1) ускоренные электрическим полем положительные ионы, ударяясь о катод, выбивают из него электроны (процесс 2);

2) положительные ионы, сталкиваясь с молекулами газа, переводят их в возбужденное состояние; переход таких молекул в основное состояние сопровождается испусканием фотонов (процесс 3);

3) фотон, поглощенный нейтральной молекулой, ионизирует ее, происходит процесс фотонной ионизации молекул (процесс 4);

4) выбивание электронов из катода под действием фотонов (процесс 5);

5) наконец, при значительных напряжениях между электродами газового промежутка наступает момент, когда положительные ионы, обладающие меньшей длиной свободного пробега, чем электроны, приобретают энергию, достаточную для ионизации молекул газа (процесс 6), и к отрицательной пластине устремляются ионные лавины.

Когда возникают, кроме электронных лавин, еще и ионные, сила тока растет уже практически без увеличения напряжения.

2.13.4. Типы газовых разрядов

В зависимости от давления газа, конфигурации электродов и параметров внешней цепи существует четыре типа самостоятельных разрядов: тлеющий разряд; искровой разряд; дуговой разряд; коронный разряд.

1. *Тлеющий разряд* возникает при низких давлениях. Его можно наблюдать в стеклянной трубке с впаянными у концов плоскими металлическими электродами (рис. 2.26).

Вблизи катода располагается тонкий светящийся слой, называемый *катодной светящейся пленкой* 2.

Между катодом и пленкой находится *астроново темное пространство* 1. Справа от светящейся пленки помещается слабо светящийся слой, называемый *катодным темным пространством* 3.

Этот слой переходит в светящуюся область, которую называют *тлеющим свечением* 4, с тлеющим пространством граничит темный промежуток – *фарадеево темное пространство* 5. Все перечисленные слои образуют *катодную часть* тлеющего разряда. Вся остальная часть трубки заполнена светящимся газом. Эту часть называют *положительным столбом* 6. При пони-

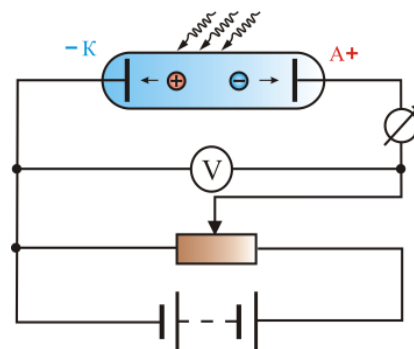


Рис. 2.26

жении давления катодная часть разряда и фарадеево тёмное пространство увеличивается, а положительный столб укорачивается.

Измерения показали, что почти все падения потенциала приходятся на первые три участка разряда (астоново темное пространство, катодную свящуюся плёнку и катодное тёмное пятно). Эту часть напряжения, приложенного к трубке, называют *катодным падением потенциала*.

В области тлеющего свечения потенциал не изменяется – здесь напряженность поля равна нулю. Наконец, в фарадеевом тёмном пространстве и положительном столбе потенциал медленно растёт.

Такое распределение потенциала вызвано образованием в катодном темном пространстве положительного пространственного заряда, обусловленного повышенной концентрацией положительных ионов. Положительные ионы, ускоренные катодным падением потенциала, бомбардируют катод и выбивают из него электроны. В астоновом темном пространстве эти электроны, пролетевшие без столкновений в область катодного тёмного пространства, имеют большую энергию, вследствие чего они чаще ионизируют молекулы, чем возбуждают. Т.е. интенсивность свечения газа уменьшается, но зато образуется много электронов и положительных ионов. Образовавшиеся ионы вначале имеют очень малую скорость, и поэтому в катодном тёмном пространстве создаётся положительный пространственный заряд, что и приводит к перераспределению потенциала вдоль трубки и к возникновению катодного падения потенциала.

Электроны, возникшие в катодном тёмном пространстве, проникают в область тлеющего свечения, которая характеризуется высокой концентрацией электронов и положительных ионов с суммарным пространственным зарядом, близким к нулю (плазма). Поэтому напряженность поля здесь очень мала. В области тлеющего свечения идёт интенсивный процесс рекомбинации, сопровождающийся излучением выделяющейся при этом энергии. Таким образом, тлеющее свечение есть, в основном, свечение рекомбинации.

Из области тлеющего свечения в фарадеево тёмное пространство электроны и ионы проникают за счёт диффузии. Вероятность рекомбинации здесь сильно падает, т.к. концентрация заряженных частиц невелика. Поэтому в фарадеевом тёмном пространстве имеется поле. Увлекаемые этим полем электроны накапливают энергию и часто, в конце концов, возникают условия, необходимые для существования плазмы. Положительный столб представляет собой газоразрядную плазму. Он выполняет роль проводника, соединяющего анод с катодными частями разряда. Свечение положительного столба вызвано, в основном, переходами возбужденных молекул в основное состояние.

2. *Искровой разряд* возникает в газе обычно при давлениях порядка атмосферного. Он характеризуется прерывистой формой. По внешнему виду искровой разряд представляет собой пучок ярких зигзагообразных разветвляющихся тонких полос, мгновенно пронизывающих разрядный промежуток, быстро гаснущих и постоянно сменяющих друг друга (рис. 2.27). Эти полосы называют *искровыми каналами*.

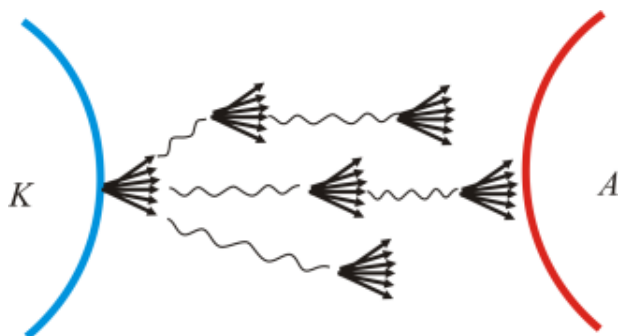


Рис. 2.27

После того, как разрядный промежуток «пробит» искровым каналом, сопротивление его становится малым, через канал проходит кратковременный импульс тока большой силы, в течение которого на разрядный промежуток приходится лишь незначительное напряжение. Если мощность источника не очень велика, то после этого импульса тока разряд прекращается. Напряжение между электродами начинает повышаться до прежнего значения, и пробой газа повторяется с образованием нового искрового канала.



Рис. 2.28

В естественных природных условиях искровой разряд наблюдается в виде молнии. На рис. 2.28 изображен пример искрового разряда – молния, продолжительностью $0,2 \div 0,3$ с силой тока $10^4 - 10^5$ А, длиной 20 км.

3. *Дуговой разряд*. Если после получения искрового разряда от мощного источника постепенно уменьшать расстояние между электродами, то разряд из прерывистого становится непрерывным, возникает новая форма газового разряда, называемая дуговым разрядом (рис. 2.29).

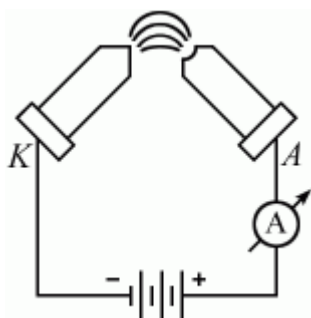


Рис. 2.29

При этом ток резко увеличивается, достигая десятков и сотен ампер, а напряжение на разрядном промежутке падает до нескольких десятков вольт.

Согласно В.Ф. Литкевичу (1872 – 1951), дуговой разряд поддерживается, главным образом, за счет термоэлектронной эмиссии с поверхности катода. На практике – это сварка, мощные дуговые печи.

4. *Коронный разряд* (рис. 2.30) возникает в сильном неоднородном электрическом поле при сравнительно высоких давлениях газа (порядка атмосферного). Такое поле можно получить между двумя электродами, поверхность одного из которых обладает большой кривизной (тонкая проволочка, острие).



Рис. 2.30

Наличие второго электрода необязательно, но его роль могут играть ближайшие, окружающие заземленные металлические предметы. Когда электрическое поле вблизи электрода с большой кривизной достигает примерно $3 \cdot 10^6$ В/м, вокруг

него возникает свечение, имеющее вид оболочки или короны, откуда и произошло название заряда.

2.13.5. Применение газового разряда

Глубокое понимание процессов, сопровождающих газовый разряд, привело к созданию ряда приборов и устройств, которые широко используются в различных областях науки и техники. Самые распространённые приборы, основанные на явлении газового разряда, можно разделить на следующие группы:

- 1) тиратроны и газотроны тлеющего разряда;
- 2) стабилитроны тлеющего и коронного разрядов;
- 3) коммутаторные счётчики;
- 4) индикаторы тлеющего разряда;
- 5) газотроны, тиратроны с наполненным катодом;
- 6) импульсные водородные тиратроны с наполненным катодом.

Газоразрядные приборы различаются видом используемого разряда. Они предназначены для стабилизации напряжения, защиты от перенапряжения, выполнения переключательных функций, индикации электрического состояния и т.д. Например, с помощью искрового разряда инициируют взрывы и процессы горения, измеряют напряжение. Его используют в спектральном анализе, для регистрации заряженных частиц, в переключателях электрических цепей, для обработки металлов, разрушения высокопрочных материалов и пород.

2.14. Понятие о плазме

В последнее время для повышения защиты уязвимых и ответственных объектов, например, пусковых комплексов ракет, пытаются реализовать различные формы управления молнией, в частности лазерное иници-

рование молнии. Лазерное инициирование основано на создании в воздухе ионизированного канала с помощью лазерного излучения.

В газовом разряде возникает большое количество положительных ионов вследствие высокой эффективности ударной ионизации, причем концентрация ионов и электронов одинакова. Такая система из электронов и положительных ионов, распределенных с одинаковой концентрацией, называется *плазмой*.

Плазма, возникающая в газовом разряде, называется газоразрядной. К ней относятся положительный столб тлеющего разряда, канал искрового и дугового разрядов.

Положительный столб представляет *неизотермическую плазму*. В такой плазме средние кинетические энергии электронов, ионов и нейтральных молекул (атомов) различны.

Связь между средней кинетической энергией молекул идеального газа (давление газа в тлеющем разряде невелико, поэтому его можно считать идеальным) и температурой математически выражается формулой

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2}kT.$$

Можно утверждать, что температуры компонентов плазмы различны. Так, температура электронов в тлеющем разряде в неоне при давлении 3 мм. рт. ст., порядка $4 \cdot 10^4$ К, а температура ионов и атомов 400 К, причем температура ионов несколько выше температуры атомов.

Плазма, в которой выполняется равенство: $T_e = T_i = T_a$ называется *изотермической*. Такая плазма имеет место при ионизации с помощью высокой температуры (дуга, горящая при атмосферном и выше давлении; искровой канал). Например, в дуге сверхвысокого давления (до 1000 атм.) температура плазмы достигает 10000 К; температура плазмы при термоядерном взрыве – порядка нескольких десятков миллионов градусов; в установке «ТОКАМАК» для исследования термоядерных реакций – порядка $7 \cdot 10^6$ К.

Плазма может возникнуть не только при прохождении тока через газ. Газ можно перевести в плазменное состояние и путем его нагревания до высоких температур. Внутренние области звезд (в том числе и Солнца) находятся в плазменном состоянии, температуры которых достигают 10^8 К.

Кулоновское дальнедействующее взаимодействие заряженных частиц в плазме приводит к качественному своеобразию плазмы, позволяющему считать ее особым, *четвертым агрегатным состоянием вещества*.

Свойства плазмы:

1) сильное взаимодействие с внешними магнитными и электрическими полями, связанное с ее высокой электропроводностью;

2) специфическое коллективное взаимодействие частиц плазмы, осуществляющееся через усредненные электрические и магнитные поля, которые создают сами эти частицы;

3) благодаря коллективным взаимодействиям плазма ведет себя как своеобразная упругая среда, в которой легко возбуждаются и распространяются различного рода колебания и волны;

4) во внешнем магнитном поле плазма ведет себя как диамагнитная среда;

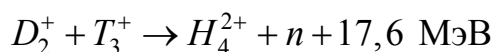
5) удельная электрическая проводимость полностью ионизированной плазмы не зависит от её плотности плазмы и увеличивается с ростом термодинамической температуры, пропорционально $T^{3/2}$. При $T \geq 10^7$ К, удельная электрическая проводимость столь велика, что плазму можно приближенно считать идеальным проводником.

Плазма – наиболее распространенное состояние вещества во Вселенной. Солнце и другие звезды состоят из полностью ионизированной высокотемпературной плазмы. Основным источником энергии излучения звезд – термоядерные реакции синтеза, протекающие в недрах звезд при огромных температурах. Холодные туманности и межзвездная среда также находятся в плазменном состоянии. Они представляют собой низкотемпературную плазму, ионизация которой происходит, главным образом, путем фотоионизации под действием ультрафиолетового излучения звезд. В околоземном пространстве слабоионизованная плазма находится в радиационных поясах и ионосфере Земли. С процессами, происходящими в ней, связаны такие явления, как магнитные бури, нарушения дальней радиосвязи и полярные сияния.

Низкотемпературная газоразрядная плазма, образующаяся при тлеющем, искровом и дуговом разрядах в газах, широко используется в различных источниках света, в газовых лазерах, для сварки, резки, плавки и других видов обработки металлов.

Основной практический интерес к физике плазмы связан с решением проблемы управляемого термоядерного синтеза – процесса слияния легких атомных ядер при высоких температурах в управляемых условиях.

Энергетический выход реактора составляет 10^5 кВт/м³ в реакции



при плотности плазмы 10^5 см⁻³ и температуре 10^8 К.

Удерживать высокотемпературную плазму предлагается (1950 г. СССР, И.Е. Тамм, А.Д. Сахаров) сильным магнитным полем в тороидальной камере с магнитными катушками, сокращенно – *токамак*. На рис. 2.31а изображена *схема токамака*: 1 – первичная обмотка трансформатора; 2 – катушки тороидального магнитного поля; 3 – лайнер, тонкостенная

внутренняя камера для выравнивания тороидального электрического поля; 4 – катушки тороидального магнитного поля; 5 – вакуумная камера; 6 – железный сердечник (магнитопровод).

В настоящее время, в рамках осуществления мировой термоядерной программы, интенсивно разрабатываются новейшие системы типа *токамак*. Например, в Санкт Петербурге создан первый Российский *сферический токамак* «Глобус-М». Планируется создание крупного токамака ТМ-15, для исследования управления конфигурацией плазмы. Начато сооружение Казахстанского токамака КТМ для отработки технологий термоядерной энергетики.

Осуществление управляемой термоядерной реакцией в высокотемпературной плазме позволит человечеству в будущем получить практически неисчерпаемый источник энергии.

Низкотемпературная плазма ($T \sim 10^3$ К) находит применение в газоразрядных источниках света, газовых лазерах, термоэлектронных преобразователях тепловой энергии в электрическую. Возможно создание плазменного двигателя, эффективного для маневрирования в космическом пространстве. Плазма служит в качестве рабочего тела в плазменных ракетных двигателях и МГД-генераторах.

Движение плазмы в магнитном поле используется в методе прямого преобразования внутренней энергии ионизованного газа в электрическую. Этот метод осуществлен в магнитогидродинамическом генераторе (МГД-генераторе), принципиальная схема которого показана на рис. 2.32.

Сильно нагретый ионизованный газ, образующийся в результате сгорания топлива и обогащения продуктов сгорания парами щелочных металлов, которые способствуют повышению степени ионизации газа, проходит через сопло и расширяется в нем. При этом часть внутренней энергии газа преобразуется в его кинетическую энергию. В поперечном магнитном поле (на рис. 2.31б вектор \vec{B} магнитной индукции поля направлен в плоскость чертежа) положительные ионы отклоняются под действием силы Лоренца к верхнему электроду A , а свободные электроны – к нижнему электроду K . При замыкании электродов на внешнюю нагрузку в

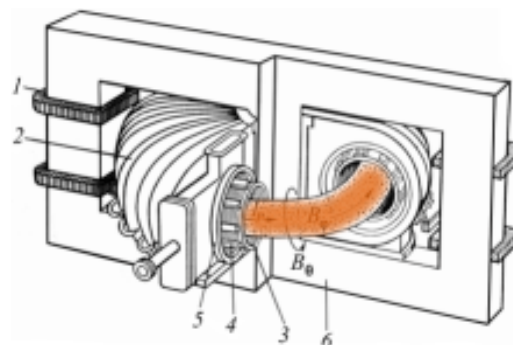


Рис. 2.31а

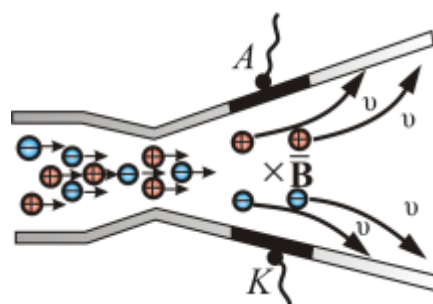


Рис. 2.31б

ней идет электрический ток, направленный от анода A , МГД-генератора, к его катоду K .

Свойства плазмы излучать электромагнитные волны ультрафиолетового диапазона используются в современных телевизорах с плоским плазменным экраном. Ионизация плазмы в плоском экране происходит в газовом разряде. Разряд возникает при бомбардировке молекул газа электронами, ускоренными электрическим полем – самостоятельный разряд. Разряд поддерживается достаточно высоким электрическим потенциалом – десятки и сотни вольт. Наиболее распространенным газовым наполнением плазменных дисплеев является смесь инертных газов на основе гелия или неона с добавлением ксенона.

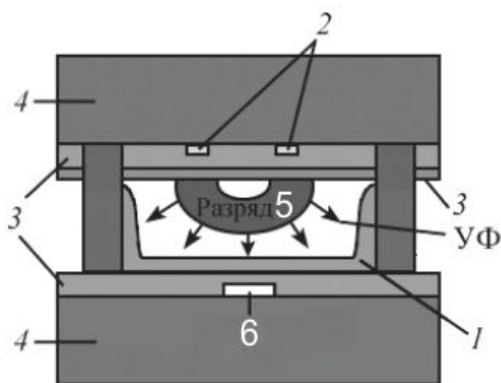


Рис. 2.32

Экран плоского телевизора или дисплея на газоразрядных элементах составлен из большого числа ячеек, каждая из которых – самостоятельный излучающий элемент. На рис. 2.32 показана конструкция плазменной ячейки, состоящей из люминофора 1, электродов 2, иницирующей плазмы 5, слоя диэлектрика (MgO) 3, стекла 4, адресного электрода 6. Адресный электрод вместе с основной функцией проводника, выполняет функцию зеркала, отражающего половину света, излучаемого люминофором, в сторону зрителя. Срок службы такого плазменного экрана 30 тыс. часов.

В плоских газоразрядных экранах, воспроизводящих цветное изображение, применяются три разновидности люминофоров, излучающих красный (R), зеленый (G) и синий (B) свет. Плоский телевизор с экраном из газоразрядных элементов содержит около миллиона маленьких плазменных ячеек, собранных в триады RGB – пиксели.

2.15. Сверхпроводимость

При некоторой определенной температуре $T_{кр}$, различной для разных веществ, удельное сопротивление скачком уменьшается до нуля.

В 1908 г. голландскому физику Г. Камерлинг–Оннесу удалось получить жидкий гелий с температурой кипения 4,44 К. Метод получения жидкого гелия оказался очень сложным и малоэффективным, и в течение долгого времени лишь лаборатория Камерлинг – Оннеса в Лейдене производила жидкий гелий.

Изучая поведение сопротивления ртути, охлаждаемой до гелиевых температур, Камерлинг–Оннес в 1911 г. впервые в мире наблюдал исчез-

новение сопротивления ртути практически до нуля. Это явление было названо *сверхпроводимостью*.

Камерлинг – Оннес писал: «При 4,3 К сопротивление ртути уменьшается до 0,084 Ом, что составляет 0,0021 от значения сопротивления, которое имела бы твердая ртуть при 0°С (39,7 Ом). Обнаружено, что при 3 К сопротивление падает ниже $3 \cdot 10^{-6}$ Ом, что составляет 10^{-7} от значения при 0 °С». Отметим, что температурный интервал, в котором сопротивление уменьшалось до нуля, очень узок, и для некоторых металлов он составляет лишь 10^{-3} К.

В 1957 г. Дж. Бардином, Л. Купером, Дж. Шриффером дано квантово-механическое объяснение природы сверхпроводимости (*теория БКШ*). Было показано, что хотя между электронами действуют силы кулоновского отталкивания, тем не менее в твердых телах при температуре перехода в сверхпроводящее состояние $T_{кр}$ – критической температуре, между электронами начинают действовать силы притяжения, обусловленные обменом фононами между электронами (*фононы* – кванты упругих колебаний кристаллической решетки). Это притяжение приводит к образованию связанных электронных пар – *куперовских пар*.

Пары электронов уже не являются *фермионами*, и для них уже не действует принцип запрета Паули. Спаренные электроны являются бозонами – частицами с нулевым спином, и стремятся сконденсироваться. В результате такой конденсации образуется электрически заряженная, сверхтекучая электронная жидкость, обладающая свойствами сверхпроводимости.

Сверхпроводящее состояние является макроскопическим квантовым состоянием металла. Электрон, движущийся среди положительно заряженных ионов, поляризует решетку, т.е. электростатическими силами притягивает к себе ближайшие ионы. Благодаря такому смещению ионов в окрестности траектории электрона локально возрастает плотность положительного заряда. Второй электрон, движущийся вслед за первым, будет притягиваться областью с избыточным положительным зарядом. В результате косвенным образом за счет взаимодействия с решеткой между электронами 1 и 2 возникают силы притяжения (связанная куперовская пара).

Вещества в сверхпроводящем состоянии обладают исключительными свойствами. Практически наиболее важным из них является способность длительное время (многие годы) поддерживать без затухания электрический ток, возбужденный в сверхпроводящей цепи.

Научный интерес к сверхпроводимости возрастал по мере открытия новых материалов с более высокими критическими температурами. Значительный шаг в этом направлении произошел в 1986 году, когда было обнаружено, что у одного сложного керамического соединения $T_{кр} = 35$ К. Уже в следующем 1987 году физики сумели создать новую керамику с

критической температурой 98 К, превышающей температуру жидкого азота (77 К).

Явление перехода веществ в сверхпроводящее состояние при температурах, превышающих температуру кипения жидкого азота, было названо *высокотемпературной сверхпроводимостью*. В 1988 году было создано керамическое соединение на основе элементов Тl–Са–Ва–Cu–О с критической температурой 125 К.

Вопросы для самоконтроля

1. Что называют электрическим током? Дайте понятия конвекционного тока и тока проводимости.

2. При каких условиях в данной среде ток может возникнуть и существовать?

3. Что называют силой тока? Назовите единицу измерения силы тока в системе СИ.

4. Какой ток называют постоянным?

5. Что называют плотностью тока? Какова единица измерения плотности тока в системе СИ?

6. Что такое источник тока? Какова его роль в электрической цепи? Дайте определение ЭДС. В каких единицах измеряется ЭДС?

7. Что называют напряжением на участке цепи? При каком условии оно равно разности потенциалов на концах участка?

8. Какой участок цепи называется неоднородным? Сформулируйте закон Ома для неоднородного участка цепи.

9. Какой участок цепи называется однородным? Запишите закон Ома для однородного участка цепи.

10. Как записывается закон Ома в дифференциальной форме?

11. Какова физическая природа электрического сопротивления проводника? От каких величин зависит сопротивление однородного проводника?

12. Что называют удельным сопротивлением вещества?

13. Как зависит от температуры удельное сопротивление металлов?

14. Какое соединение проводников называется последовательным; параллельным? Какие физические величины сохраняются при последовательном (параллельном) соединении проводников?

15. Дайте определение замкнутой (полной) цепи. Сформулируйте и запишите закон Ома для замкнутой цепи.

16. Как определяются работа и мощность постоянного тока, от чего они зависят?

17. При каком условии полезная мощность, выделяемая на внешнем участке цепи максимальна?

18. Что выражает собой закон Джоуля – Ленца и как он записывается в интегральной и дифференциальной формах?

19. Чем определяется коэффициент полезного действия (КПД) источника тока? При каком условии при протекании постоянного тока во внешней цепи выделяется наибольшее количество теплоты?

20. Что такое разветвленные цепи? Какие методы расчета разветвленных цепей (правила Кирхгофа, метод контурных токов и другие) Вам известны?

21. Сформулируйте правила Кирхгофа

22. Как формулируются основные положения классической теории электропроводности металлов Друде – Лоренца? Какие следствия вытекают из этой теории?

23. Какова природа электрического сопротивления металлов с точки зрения классической теории? Что Вы знаете о явлении сверхпроводимости металлов и высокотемпературной сверхпроводимости диэлектриков (керамик)? Чем отличается сверхпроводник от идеального проводника?

24. Какова природа носителей тока в газах? Что такое самостоятельный и несамоостоятельный газы разряды? Какой вид имеет вольтамперная характеристика (ВАХ) газового разряда? Какие виды газового разряда Вы знаете?

25. Что является носителями тока в электролитах? Как формулируются основные законы электролиза Фарадея? Где применяется электролиз?

26. В чем состоит явление термоэлектронной эмиссии, как это явление используется при создании электрического тока в вакууме? От чего зависит работа выхода электрона из металла?

27. Как устроен вакуумный диод? Какой вид имеет ВАХ вакуумного диода?

28. Что такое ток насыщения? Каким законом описывается зависимость тока насыщения от температуры катода? Как этот закон может быть использован для определения работы выхода электрона из металла?

29. Чем обусловлена проводимость собственных полупроводников?

30. Как наличие примеси влияет на проводимость полупроводников?

31. Примеси какой валентности обеспечивают получение полупроводника: а) *n*-типа; б) *p*-типа?

32. Где располагается уровень Ферми у примесных полупроводников: а) *n*-типа; б) *p*-типа?

33. Что такое диффузия носителей в полупроводнике?

34. Что такое дрейф носителей в полупроводнике?

35. Чем определяется электропроводность полупроводника: а) *n*-типа; б) *p*-типа?

36. Что такое *p-n*-переход?

37. Чем объясняется изменение толщины *p-n*-перехода при включении внешнего источника?

38. Почему с ростом прямого напряжения ток через *p-n*-переход растет по экспоненциальному закону?

3. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

3.1. Магнитные взаимодействия

Магнитные свойства постоянных магнитов, их способность притягивать железные предметы были известны еще древним грекам. Земля также является магнитом, и явления земного магнетизма были использованы ещё древними китайцами 3000 лет тому назад для создания подобия компаса, т.е. свободно вращающейся магнитной стрелки, указывающей ориентацию сторон света. Китайские мореплаватели использовали компас в XI веке, в Европе подобные устройства появились лишь в XII веке.

В пространстве, окружающем намагниченные тела, возникает *магнитное поле*. Помещенная в это поле маленькая магнитная стрелка устанавливается в каждой его точке вполне определенным образом, указывая тем самым направление поля. Тот конец стрелки, который в магнитном поле Земли указывает на север, называется *северным*, а противоположный – *южным*.

Хорошо известно, что, если поднести два магнита друг к другу, между ними действует сила. Магниты либо притягивают друг друга, либо отталкивают; их взаимодействие ощущается даже тогда, когда магниты не соприкасаются. Если к северному полюсу одного магнита поднести северный полюс другого, магниты будут отталкиваться; то же самое будет, если поднести магниты друг к другу южными полюсами. Но если к северному полюсу одного магнита поднести южный полюс другого, возникает притяжение.

При отклонении стрелки, помещенной в магнитное поле от направления магнитного поля, на нее действует механический крутящий момент $M_{кр}$, пропорциональный синусу угла отклонения α и стремящийся повернуть ее вдоль указанного направления. Таким образом, при взаимодействии постоянных магнитов они испытывают результирующий момент сил, но не силу. Подобно электрическому диполю, постоянный магнит в однородном поле стремится повернуться по полю, но не перемещаться в нем.

Существенное отличие постоянных магнитов от электрических диполей заключается в следующем. Электрический диполь всегда состоит из зарядов, равных по величине и противоположных по знаку. Эти заряды можно отделить друг от друга и расположить на отдельных телах, например, разрезав диполь пополам по плоскости, перпендикулярной оси диполя. Постоянный же магнит, будучи разрезан таким образом пополам, превращается в два меньших магнита, каждый из которых имеет и северный и южный полюса. Никакое деление не дает возможности получить

отдельно источники северного и южного магнетизма – *магнитные заряды*. Причина этого состоит в том, что «магнитных зарядов» в природе не существует.

Подводя итоги сведениям о магнетизме, накопленным к 1600 г., английский ученый-физик Уильям Гильберт в труде «О магните, магнитных телах и большом магните – Земле» высказал мнение, что, несмотря на некоторое внешнее сходство, природа электрических и магнитных явлений различна. Действительно, опыт показывает, что если расположить вблизи магнитной стрелки компаса легкий заряженный шарик, то мы не обнаружим никакого действия со стороны заряда шарика на магнитную стрелку. В свою очередь, магнитное поле стрелки никак не действует на заряженный шарик. Все же, к середине XVIII века, окрепло убеждение о наличии тесной связи между электрическими и магнитными явлениями. Однако природа этой связи тогда установлена быть не могла из-за отсутствия достаточно мощных источников тока.

В 1820 году Эрстед открыл явление отклонения магнитной стрелки гальваническим током и тем самым сделал первый существенный шаг в выяснении характера связи электрических и магнитных явлений. Затем Гей-Люссак и Араго наблюдали намагничивание железа постоянным током, идущим в проводнике. Ампер обнаружил притяжение между проводниками, по которым проходят одинаково направленные параллельные токи, и отталкивание между противоположно направленными токами. Им же была выдвинута гипотеза о том, что свойства постоянных магнитов обусловлены циркулирующими в их толще постоянными круговыми токами (молекулярными токами).

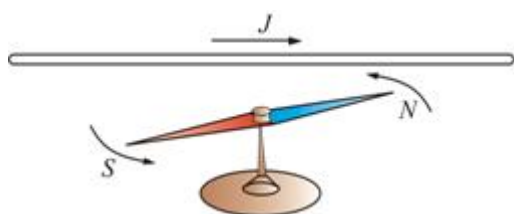


Рис. 3.1

Эрстед помещал магнитную стрелку в непосредственной близости от проводника с током и обнаружил, что при протекании по проводнику тока, стрелка отклоняется; после выключения тока стрелка возвращается в исходное положение (рис. 3.1).

Из описанного опыта Эрстед сделал вывод о том, что *вокруг прямолинейного проводника с током есть магнитное поле*. Он обратил внимание также на то, что при изменении направления тока в проводнике северный конец стрелки поворачивается в другую сторону.

В дальнейшем исследовалось действие на магнитную стрелку проводников с током самой различной формы. Был сделан общий вывод: *вокруг всякого проводника с током есть магнитное поле*.

Но ведь ток – это направленное движение зарядов. Возможно, вокруг всякого движущегося заряда существует магнитное поле? Опыты под-

твердили, что действительно магнитное поле появляется вокруг электронных пучков и вокруг перемещающихся в пространстве заряженных тел.

Таким образом, *вокруг всякого движущегося заряда помимо электрического поля существует еще и магнитное. Магнитное поле – это поле движущихся зарядов.* Известно, что оно обнаруживает себя по действию на магнитные стрелки или на проводники с токами, т.е. на движущиеся заряды.

Магнитное поле материально. Это материя, связанная с движущимися зарядами и обнаруживающая себя по действию на магнитные стрелки и движущиеся заряды, помещенные в это поле.

Эрстед изложил результаты своих опытов Амперу, который тут же повторил эти опыты и продолжил их. Он взял катушку с током, намагниченный металлический стержень и обнаружил воздействие магнитного поля катушки на стержень. В этом опыте непосредственно была показана *связь электрического и естественного магнетизма.* Кроме того, Ампер изучил действие магнитного поля на проводники с током.

Подобно тому, как для исследования электрического поля используется пробный точечный заряд, для исследования магнитного поля используется точечное магнитное поле, созданное пробным током, циркулирующим в плоском замкнутом контуре очень малых размеров.

Возьмем такой контур с током I и поместим его в магнитное поле.

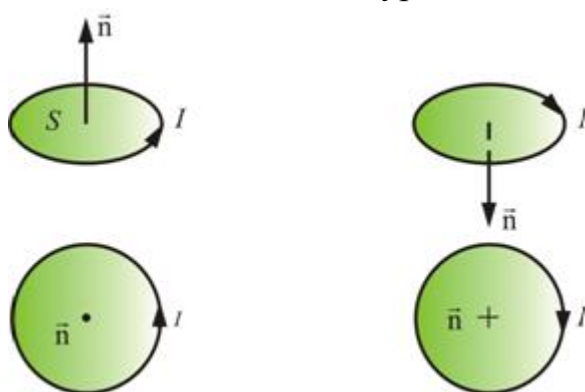


Рис. 3.2

Основное свойство магнитного поля – способность действовать на движущиеся электрические заряды с определенной силой. В магнитном поле контур с током будет ориентироваться определенным образом. Ориентацию контура в пространстве характеризуют направлением нормали \vec{n} , связанной с движением тока *правилом правого винта* или «*правилом буравчика*» (рис. 3.2).

Итак, на контур с током в магнитном поле действует вращающий момент. Контур ориентируется в данной точке поля только одним способом. Примем положительное направление нормали \vec{n} за направление магнитного поля \vec{B} в данной точке. Вращающий момент прямо пропорционален величине тока I , площади контура S и синусу угла α между направлением магнитного поля и нормали \vec{n} .

$$M \sim IS \sin \alpha,$$

где M – *вращающий момент*, или *момент силы*; $IS = P_m$ – *магнитный момент* контура (аналогично $ql = \vec{P}$ – *электрический момент* диполя).

Направление вектора магнитного момента совпадает с положительным направлением нормали.

$$\vec{P}_m = P_m \vec{n}. \quad (3.1)$$

Отношение момента силы к магнитному моменту $\frac{M}{P_m}$ для данной точки магнитного поля будет одним и тем же и может служить характеристикой магнитного поля, названной *магнитной индукцией*:

$$B = \frac{M}{P_m \sin(\vec{n}, \vec{B})} \quad (3.2)$$

или

$$\vec{B} = \frac{\vec{M}_{\max}}{\vec{P}_m},$$

где \vec{B} – вектор магнитной индукции, совпадающий с нормалью \vec{n} .

Магнитная индукция \vec{B} характеризует силовое действие магнитного поля на ток (аналогично, \vec{E} характеризует силовое действие электрического поля на заряд). \vec{B} – силовая характеристика магнитного поля.

Поскольку M – момент силы и P_m – магнитный момент являются характеристиками вращательного движения, то можно предположить, что магнитное поле – *вихревое*.

Условились, за направление \vec{B} принимать направление северного конца магнитной стрелки. Силовые линии выходят из северного полюса, а входят, соответственно, в южный полюс магнита.

Для графического изображения магнитных полей удобно пользоваться силовыми линиями (*линиями магнитной индукции*). Линиями магнитной индукции называются кривые, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора \vec{B} в этой точке.

Конфигурацию силовых линий легко установить с помощью мелких железных опилок (рис. 3.3), которые намагничиваются в исследуемом магнитном поле и ведут себя подобно маленьким магнитным стрелкам (*поворачиваются вдоль силовых линий*).

Так было установлено, что силовые линии магнитного поля прямолинейного проводника с током – это концентрические окружности с центрами на оси проводника, лежащие в плоскости, перпендикулярной проводнику.

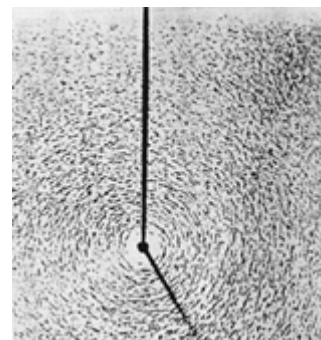


Рис. 3.3

Магнитные силовые линии всегда замкнуты (вихревое поле).

3.2. Закон Био–Савара–Лапласа

В 1820 г. французские физики Жан Батист Био и Феликс Савар, провели исследования магнитных полей токов различной формы. А французский математик Пьер Лаплас обобщил эти исследования. Он проанализировал экспериментальные данные и сделал вывод, что магнитное поле любого тока может быть вычислено как векторная сумма (суперпозиция) полей, создаваемых отдельными элементарными участками тока:

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i.$$

Элемент тока длины dl (рис. 3.4) создает поле с магнитной индукцией:

$$d\vec{B} = k \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}. \quad (3.4)$$

Формула (3.4) – закон Био-Савара-Лапласа, полученный экспериментально.

Здесь I – ток; $d\vec{l}$ – вектор, совпадающий с элементарным участком тока и направленный в сторону тока; \vec{r} – радиус-вектор, проведенный от элемента тока в точку, в которой мы определяем вектор $d\vec{B}$; r – модуль радиус-вектора; k – коэффициент пропорциональности, зависящий от системы единиц.

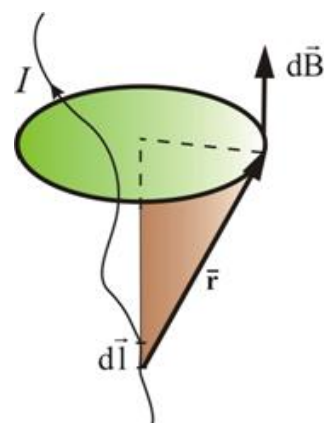


Рис. 3.4

Как видно из рисунка, вектор магнитной индукции $d\vec{B}$ направлен перпендикулярно плоскости, проходящей через $d\vec{l}$ и точку, в которой вычисляется вектор магнитной индукции.

Направление $d\vec{B}$ связано с направлением $d\vec{l}$ «правилом буравчика»: направление вращения головки винта дает направление $d\vec{B}$, поступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе.

Таким образом, закон Био-Савара-Лапласа определяет величину и направление вектора $d\vec{B}$ в произвольной точке магнитного поля, созданного проводником $d\vec{l}$ с током I .

Модуль вектора $d\vec{B}$:

$$dB = k \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}, \quad (3.5)$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{r} .

В международной системе единиц СИ закон Био-Савара-Лапласа для вакуума можно записать так:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}, \quad (3.6)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – магнитная постоянная.

Справедливость закона Био-Савара-Лапласа была подтверждена и для других форм движения заряда: в 1903 г. А.А. Эйхенвальд установил появление магнитного поля при движении наэлектризованных тел (например, пластин плоского конденсатора); в 1911 г. А.Ф. Иоффе исследовал магнитное поле пучка ускоренных электронов.

3.3. Магнитное поле движущегося заряда

Как известно, электрический ток – упорядоченное движение зарядов, а магнитное поле порождается движущимися зарядами. Найдем магнитное поле, создаваемое одним движущимся зарядом (рис. 3.5).

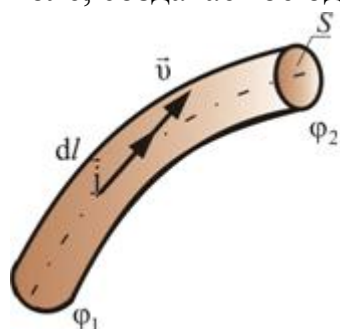


Рис. 3.5

В уравнении (3.6) заменим ток I на jS , где j – плотность тока. Векторы \vec{j} и $d\vec{l}$ имеют одинаковое направление, значит

$$Idl = Sjdl.$$

Если все заряды одинаковы и имеют величину q , то

$$\vec{j} = qn\vec{v}, \quad (3.7)$$

где n – число носителей заряда в единице объема; \vec{v} – дрейфовая скорость зарядов.

Если заряды положительные, то \vec{j} и \vec{v} имеют одинаковое направление (см. рис. 3.5).

Подставив выражение (3.7) в (3.6), получим:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Sdlnq[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}. \quad (3.8)$$

Обозначим $dN = Sdln$ – число носителей заряда в отрезке $d\vec{l}$. Разделив уравнение (3.8) на это число, получим выражение для *индукции магнитного поля, создаваемого одним зарядом*, движущимся со скоростью \vec{v} :

$$\vec{B}_1 = \frac{dB}{dN} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}. \quad (3.9)$$

Величина индукции магнитного поля одного заряда в вакууме определяется по формуле:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv \sin(\vec{v}, \vec{r})}{r^2}. \quad (3.8)$$

Эта формула справедлива при скоростях заряженных частиц $v \ll c$.

3.4. Напряженность магнитного поля

Магнитное поле – это одна из форм проявления электромагнитного поля, особенностью которого является то, что это поле действует только на движущиеся частицы и тела, обладающие электрическим зарядом, а также на намагниченные тела.

Магнитное поле создается проводниками с током, движущимися электрическими заряженными частицами и телами, а также переменными электрическими полями.

Силовой характеристикой магнитного поля служит вектор магнитной индукции \vec{B} поля созданного одним зарядом в вакууме:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}.$$

Еще одной характеристикой магнитного поля является *напряженность*.

Напряженностью магнитного поля называют векторную величину \vec{H} , характеризующую магнитное поле и определяемую следующим образом:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}. \quad (3.10)$$

Напряженность магнитного поля заряда q , движущегося в вакууме равна:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}. \quad (3.11)$$

Это выражение закона Био-Савара-Лапласа для вектора \vec{H} .

Напряженность магнитного поля \vec{H} является, аналогом вектора электрического смещения \vec{D} в электростатике.

3.5. Применение закона Био-Савара-Лапласа для расчета магнитных полей простейших токов

3.5.1. Магнитное поле прямого тока

Рассмотрим магнитное поле прямого тока (рис. 3.6).

Все векторы $d\vec{B}$ от произвольных элементарных участков $d\vec{l}$ имеют одинаковое направление. Поэтому сложение векторов можно заменить сложением модулей.

Пусть точка, в которой определяется магнитное поле, находится на расстоянии b от провода. Из рис. 3.6 видно, что:

$$r = \frac{b}{\sin \alpha}; \quad dl = \frac{rd\alpha}{\sin \alpha} = \frac{bd\alpha}{\sin^2 \alpha}.$$

Подставив найденные значения r и dl в формулу закона Био-Савара-Лапласа, получим:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Ibd\alpha \sin \alpha \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cdot b^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \sin \alpha d\alpha.$$

Для конечного проводника угол α изменяется от α_1 , до α_2 . Тогда

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (3.12)$$

Для бесконечно длинного проводника $\alpha_1 = 0$, а $\alpha_2 = \pi$, тогда

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b},$$

или, что удобнее для расчетов,

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b}. \quad (3.13)$$

Линии магнитной индукции прямого тока представляют собой систему концентрических окружностей, охватывающих ток (рис. 3.3).

3.5.2. Магнитное поле прямого тока

Рассмотрим поле, создаваемое током I , текущим по тонкому проводу, имеющему форму окружности радиуса R (рис. 3.7).

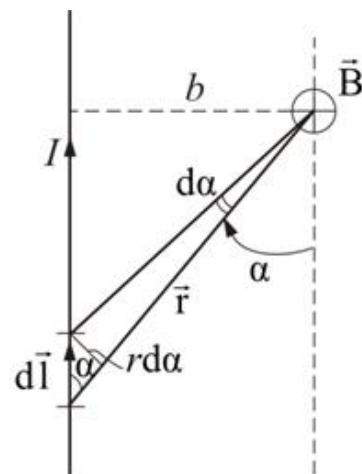


Рис. 3.6

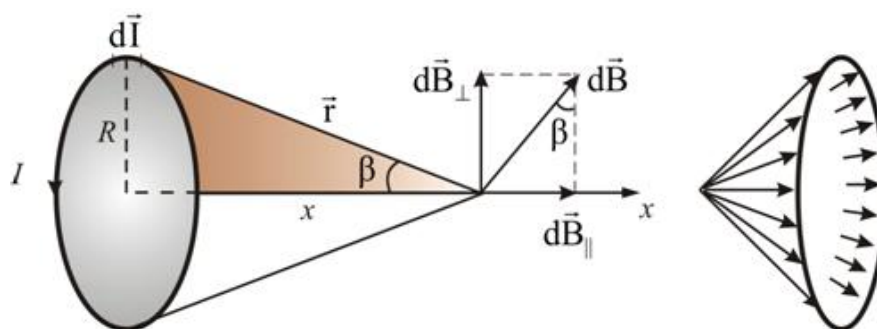


Рис. 3.7

Определим магнитную индукцию на оси проводника с током на расстоянии x от плоскости кругового тока. Векторы $d\vec{B}$ перпендикулярны плоскостям, проходящим через соответствующие $d\vec{l}$ и \vec{r} . Следовательно, они образуют симметричный конический веер. Из соображений симметрии видно, что результирующий вектор \vec{B} направлен вдоль оси кругового тока. Каждый из векторов $d\vec{B}$ вносит вклад равный dB_{\parallel} , а $d\vec{B}_{\perp}$ взаимно уничтожаются. Но $dB_{\parallel} = dB \sin \beta$, $\sin \beta = \frac{R}{r}$, а т.к. угол между $d\vec{l}$ и \vec{r} α – прямой, то $\sin \alpha = 1$, тогда получим:

$$dB_{\parallel} = dB \frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl R}{r^2} \frac{R}{r}. \quad (3.14)$$

Подставив в (3.14) выражение $r = \sqrt{R^2 + x^2}$ и, проинтегрировав по всему контуру $l = 2\pi R$, получим формулу для нахождения магнитной индукции поля кругового тока:

$$B = \int_0^{2\pi R} dB_{\parallel} = \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (3.15)$$

При $x = 0$, получим магнитную индукцию в центре кругового тока:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}. \quad (3.16)$$

Заметим, что в числителе (3.15) $I\pi R^2 = IS = P_m$ – магнитный момент контура. Тогда, на большом расстоянии от контура, при $R \ll x$, магнитную индукцию можно рассчитать по формуле:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2P_m}{x^3}. \quad (3.17)$$

Силовые линии магнитного поля кругового тока показаны на рис. 3.8.

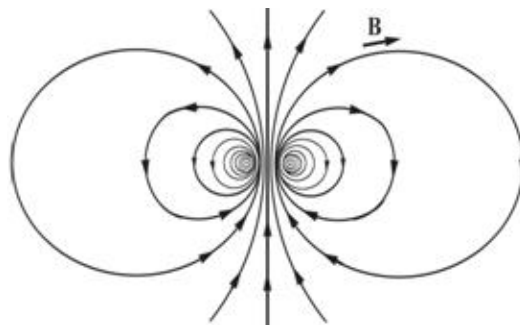


Рис. 3.6

3.6. Теорема Гаусса для вектора магнитной индукции

Выше было показано, что в природе нет магнитных зарядов. В 1931 г. П. Дирак высказал предположение о существовании обособленных магнитных зарядов, названных впоследствии *монополи Дирака*. Однако до сих пор они не найдены. Это приводит к тому, что линии вектора \vec{B} не имеют ни начала, ни конца.

Поток любого вектора через поверхность равен разности числа линий, начинающихся у поверхности, и числа линий, оканчивающихся внутри поверхности:

$$\Phi = N_{\text{нач}} - N_{\text{оконч}}.$$

В соответствии с вышеизложенным, можно сделать заключение, что *поток вектора \vec{B} через замкнутую поверхность должен быть равен нулю.*

Таким образом, для любого магнитного поля и произвольной замкнутой поверхности S имеет место условие:

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} d\vec{S} = 0, \quad (3.18)$$

Это теорема Гаусса для Φ_B (в интегральной форме): *поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю.*

Этот результат является математическим выражением того, что в природе нет магнитных зарядов – источников магнитного поля, на которых начинались и заканчивались бы линии магнитной индукции.

В этом его отличие от электростатического поля, которое является потенциальным и может быть выражено скалярным потенциалом φ , магнитное поле – *вихревое*.

На рис. 3.7 показаны линии индукции магнитного поля Земли, на рис. 3.8 показаны магнитное поле постоянного магнита. Линии магнитной индукции замкнутые.

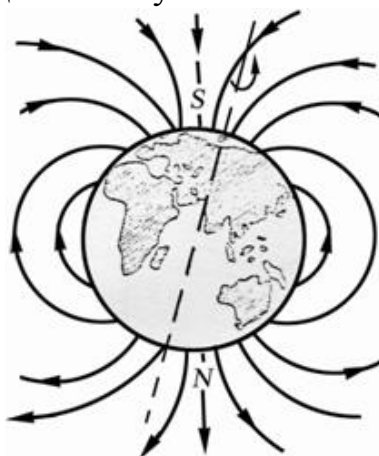


Рис. 3.7

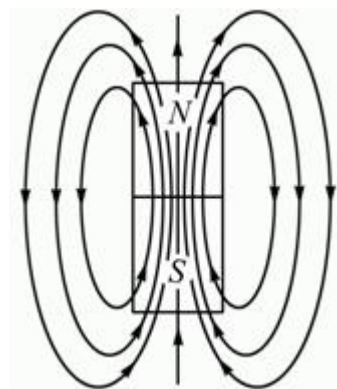


Рис. 3.8

3.7. Закон Ампера

В 1820 г. А.М. Ампер экспериментально установил, что два проводника с током взаимодействуют друг с другом с силой:

$$F = k \frac{I_1 I_2}{b}, \quad (3.19)$$

где b – расстояние между проводниками; k – коэффициент пропорциональности, зависящий от системы единиц.

В современной записи в СИ, формула закона Ампера имеет вид:

$$d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}], \quad (3.20)$$

где $d\vec{F}$ – сила, с которой магнитное поле действует на бесконечно малый проводник $d\vec{l}$ с током I .

Модуль силы, действующей на проводник,

$$dF = IdlB \sin(\vec{dl}, \vec{B}), \quad (3.21)$$

Если магнитное поле однородное и проводник перпендикулярен силовым линиям магнитного поля, то

$$F = IlB, \quad (3.22)$$

где $I = qn \upsilon S$ – ток через проводник сечением S .

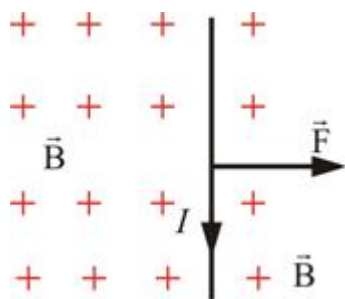


Рис. 3.9

Направление силы \vec{F} определяется, как показано на рис. 3.9, правилом левой руки: вектор магнитной индукции \vec{B} должен входить в ладонь, четыре вытянутых пальца ориентируют по направлению тока в проводнике, тогда большой палец, отогнутый на 90° , показывает направление вектора силы Ампера.

Из закона Ампера следует физический смысл магнитной индукции: \vec{B} – величина, численно равная силе, с которой магнитное поле действует на проводник единичной длины, с током $1A$, расположенный перпендикулярно к магнитным силовым линиям.

$$B = \frac{F}{Il}.$$

$$\text{Размерность индукции } [B] = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = \text{Тл}.$$

3.8. Взаимодействие двух параллельных проводников с токами

Пусть b – расстояние между двумя параллельными, бесконечно длинными проводниками (рис. 3.10). Задачу о взаимодействии проводников следует решать так: один из проводников с током I_2 создаёт магнитное поле, второй с током I_1 находится в этом поле.

Магнитная индукция поля, создаваемого током I_2 на расстоянии b от него:

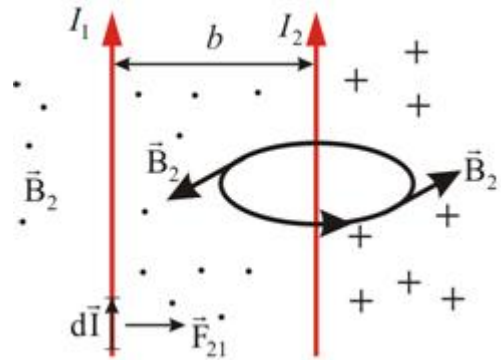


Рис. 3.10

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi b}. \quad (3.23)$$

Если I_1 и I_2 лежат в одной плоскости, то угол между \vec{B}_2 и I_1 прямой, следовательно, $\sin(\vec{l}, \vec{B}) = 1$. Тогда, сила, действующая на элемент dl тока I_1 ,

$$F_{21} = B_2 I_1 dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2 dl}{2\pi b}. \quad (3.24)$$

На каждую единицу длины проводника действует сила

$$F_{21\text{ед}} = \frac{F_{21}}{dl} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi b}, \quad (3.25)$$

(со стороны первого проводника на второй действует такая же по величине сила).

Если эти два проводника будут воздействовать на третий, тогда их магнитные поля \vec{B}_1 и \vec{B}_2 нужно сложить (геометрически).

3.9. Действие магнитного поля на рамку с током

На рис. 3.11 показана рамка с током I , находящаяся в однородном магнитном поле \vec{B} . α – угол между векторами \vec{n} и \vec{B} (направление нормали \vec{n} связано с направлением тока «правилом буравчика»).

Сила Ампера, действующая на сторону рамки длиной l , равна:

$$F_1 = IlB; \quad (\vec{B} \perp \vec{l}).$$

На другую сторону длиной l действует такая же сила. Получается «пара сил», или вращающий момент.

$$M = F_1 h = IlBb \sin \alpha, \quad (3.26)$$

где плечо пары $h = b \sin \alpha$.

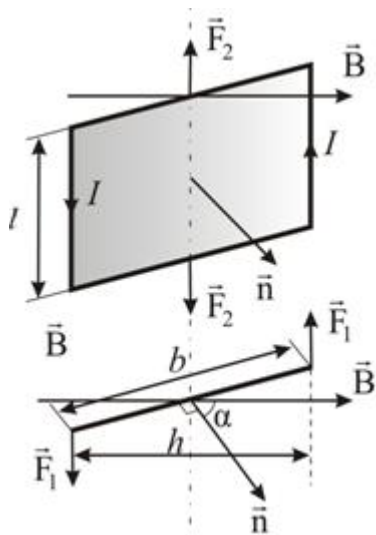


Рис. 3.11

Так как $lb = S$ – площадь рамки, тогда можно записать

$$M = IBS \sin \alpha = P_m B \sin \alpha, \quad (3.27)$$

где M – вращающий момент силы; P_m – магнитный момент.

Под действием этого вращающего момента рамка повернётся так, что $\vec{n} \parallel \vec{B}$ (рис. 3.12).

На стороны длиной b тоже действует силы Ампера F_2 – и растягивают рамку. Так как силы равны по величине и противоположны по направлению, рамка не смещается, в этом случае $M = 0$, состояние *устойчивого равновесия*.

Когда \vec{n} и \vec{B} антипараллельны, то снова $M = 0$ (так как плечо равно нулю). Это состояние *неустойчивого равновесия*. Рамка сжимается и, если чуть сместится, сразу возникает вращающий момент, возвращающий рамку в состояние устойчивого равновесия: $\vec{n} \parallel \vec{B}$.

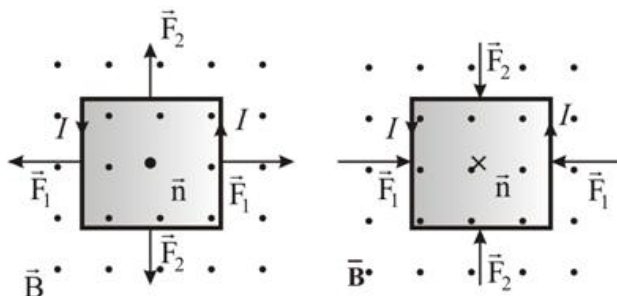


Рис. 3.12

В неоднородном поле рамка повернется, и будет втягиваться в область более сильного поля.

3.10. Единицы измерения магнитных величин

Закон Ампера используется для установления единицы силы тока – ампер.

1 Ампер – это сила постоянного тока, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого сечения, расположенным на расстоянии один метр, один от другого в вакууме, вызывает между этими проводниками силу взаимодействия $2 \cdot 10^{-7}$ Н/м.

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{b}, \quad (3.28)$$

где $dl = 1\text{м}$; $b = 1\text{м}$; $I_1 = I_2 = 1\text{А}$; $\frac{dF}{dl} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Определим отсюда размерность и величину магнитной постоянной μ_0 в СИ

$$2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{м}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot 2\text{А}^2,$$

следовательно

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{А}^2}, \text{ или } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{ГН}}{\text{м}}.$$

Из закона Био-Савара-Лапласа, для прямолинейного проводника с током $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b}$, тоже можно найти размерность индукции магнитного поля:

$$[B] = \frac{\text{Н}}{\text{А}^2} \frac{\text{А}}{\text{м}} = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = 1 \text{ Тл}.$$

Другое определение: 1 Тл равен магнитной индукции, при которой, магнитный поток сквозь площадку 1м^2 , перпендикулярную направлению поля, равен 1Вб.

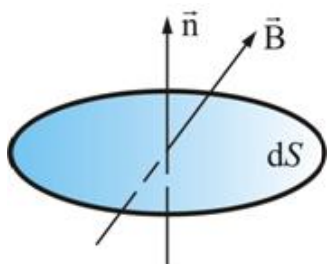


Рис. 3.13

Магнитный поток Φ через поверхность S – одна из характеристик магнитного поля (рис. 3.13):

$$d\Phi_B = B d\vec{S} \cos(d\vec{n}, \vec{B}), \quad \Phi = \int_S B_n dS.$$

Единица измерения магнитного потока в СИ:

$$[\Phi_B] = [B] \cdot [S] = \text{Тл} \cdot \text{м}^2 = \text{Вб}.$$

Напряженность магнитного поля H измеряется в $\text{А} \cdot \text{м}^{-1}$.

В табл. 3.1. приведены основные характеристики магнитного поля.

Т а б л и ц а 3.1

Наименование величины	Обозначение	Единица измерения в СИ
Магнитная индукция	B	$\text{Тл} \left(\frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} \right)$
Напряженность магнитного поля	H	А/м
Магнитная постоянная	μ_0	$\frac{\text{Н}}{\text{А}^2}; \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$
Поток магнитной индукции	Φ_B	$\text{Вб} (\text{Тл} \cdot \text{м}^2)$

3.11. Сила Лоренца

Электрический ток – это совокупность большого числа n движущихся со скоростью \vec{v} зарядов. Найдем силу, действующую на один заряд со стороны магнитного поля. По закону Ампера сила, действующая на проводник с током в магнитном поле,

$$d\vec{F} = I[\vec{dl}, \vec{B}], \quad (3.29)$$

но ток $I = jS$, причем $j = qn\upsilon$, тогда

$$d\vec{F} = qn\upsilon S[\vec{dl}, \vec{B}] = qnSdl[\vec{v}, \vec{B}].$$

Т.к. $nSdl$ – число зарядов в объёме Sdl , тогда для одного заряда

$$\frac{d\vec{F}}{nSdl} = q[\vec{v}, \vec{B}], \text{ или}$$

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}, \vec{B}], \quad (3.30)$$

Сила Лоренца – сила, действующая со стороны магнитного поля на движущийся со скоростью \vec{v} положительный заряд (здесь \vec{v} – скорость упорядоченного движения носителей положительного заряда). Модуль силы Лоренца:

$$F_L = q\upsilon B \sin \alpha, \quad (3.31)$$

где α – угол между \vec{v} и \vec{B} .

Из уравнения (3.31) видно, что на заряд, движущийся вдоль линии \vec{B} , не действует сила ($\sin 0^\circ = 0$).

Направлена сила Лоренца перпендикулярно к плоскости, в которой лежат векторы \vec{v} и \vec{B} . К движущемуся положительному заряду применимо *правило левой руки* или «правило буравчика» (рис. 3.14).

Направление действия силы для отрицательного заряда – противоположно, следовательно, к *электронам* применимо *правило правой руки*.

Так как сила Лоренца направлена перпендикулярно вектору \vec{v} , работа этой силы всегда равна нулю. Следовательно, действуя на заряженную частицу, сила Лоренца не может изменить кинетическую энергию частицы.

Сила Лоренца действует на электронные пучки в кинескопе телевизора (рис. 3.15). Движение пучка по плоскости экрана стимулируется магнитным полем отклоняющей катушки. Если поднести постоянный магнит к плоскости экрана, то легко заметить его воздействие на электронный пучок по возникающим в изображении искажениям.

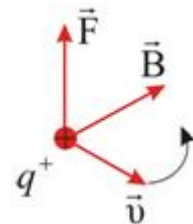


Рис. 3.14



Рис. 3.15

3.12. Циркуляция вектора магнитной индукции. Закон полного тока для магнитного поля в вакууме

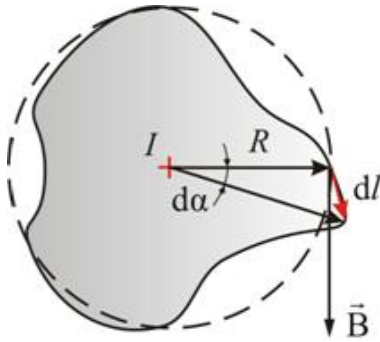


Рис. 3.16

Возьмем контур l (рис. 3.16), охватывающий прямой ток I , и вычислим для него циркуляцию вектора магнитной индукции \vec{B} , т.е. $\int \vec{B}_l d\vec{l}$.

Вначале рассмотрим случай, когда контур лежит в плоскости перпендикулярно потоку (ток I направлен за чертеж). В каждой точке контура вектор \vec{B} направлен по касательной к окружности, проходящей через эту точку (линии \vec{B} прямого тока – окружности).

Воспользуемся свойствами скалярного произведения векторов.

$$B_l dl = B dl_B,$$

где dl_B – проекция dl на вектор \vec{B} , но $dl_B = R d\alpha$, где R – расстояние от прямой тока I до dl .

$$B_l dl = B dl_B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} R d\alpha = \frac{\mu_0 I d\alpha}{2\pi}.$$

Откуда

$$\int B_l dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\alpha = \mu_0 I. \quad (3.32)$$

Выражение (3.32) – это *теорема о циркуляции вектора \vec{B}* : циркуляция вектора магнитной индукции равна произведению тока, охваченного контуром, на магнитную постоянную.

Иначе обстоит дело, если ток не охватывается контуром (рис. 3.17).

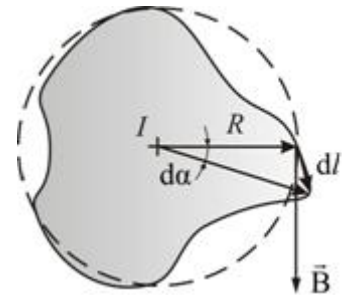


Рис. 3.17

При обходе контура радиальная прямая поворачивается сначала в одном направлении (1–2), а потом в другом (2–1). Поэтому $\int d\alpha = 0$, и следовательно

$$\int \vec{B} d\vec{l} = 0. \quad (3.33)$$

Итак, $\int_L B_l dl = \mu_0 I$, где I – ток, охваченный контуром L .

Эта формула справедлива и для тока произвольной формы, и для контура произвольной формы.

Если контур охватывает несколько токов, то

$$\int B_l dl = \mu\mu_0 \sum I_i, \quad (3.34)$$

т.е. циркуляция вектора \vec{B} равна алгебраической сумме токов, охваченных контуром произвольной формы.

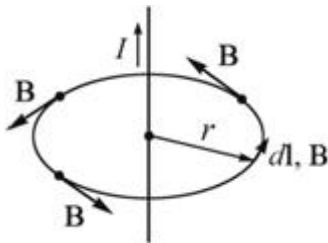


Рис. 3.18

Теорема о циркуляции вектора индукции магнитного поля $\int \vec{B}, d\vec{l} = \mu_0 I$ позволяет легко рассчитать величину B от бесконечно длинного проводника с током (рис. 3.18): $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$.

Итак, циркуляция вектора магнитной индукции \vec{B} отлична от нуля, если контур охватывает ток (сравните с циркуляцией вектора \vec{E} : $\int E_l dl = 0$).

Такие поля, называются *вихревыми*.

Магнитному полю нельзя приписывать потенциал, как электрическому полю. Этот потенциал не был бы однозначным: после каждого обхода по контуру он получал бы приращение $\mu_0 I$.

Линии напряженности *электрического поля* начинаются и заканчиваются на зарядах. А *магнитных* зарядов в природе нет. Опыт показывает, что линии \vec{B} *всегда замкнуты*. Поэтому теорема Гаусса для вектора магнитной индукции \vec{B} записывают так:

$$\int_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

3.13. Применение закона полного тока для расчета магнитного поля соленоида

Применим теорему о циркуляции вектора \vec{B} ($\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu\mu_0 \sum I_i$) для вычисления простейшего магнитного поля – бесконечно длинного соленоида, представляющего собой тонкий провод, намотанный плотно виток к витку на цилиндрический каркас (рис. 3.19).

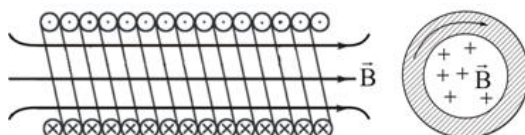


Рис. 3.19

Соленоид можно представить в виде системы одинаковых круговых токов с общей прямой осью.

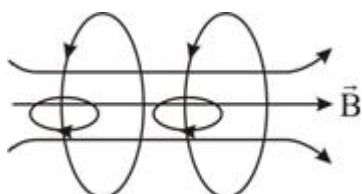


Рис. 3.20

Бесконечно длинный соленоид симметричен относительно любой, перпендикулярной к его оси плоскости. Взятые попарно (рис. 3.20), симметричные относительно такой плоскости витки создают поле, в котором вектор \vec{B} перпендикулярен плоскости витка, т.е. линии магнитной индукции имеют направление параллельное оси соленоида внутри и вне его.

Из параллельности вектора \vec{B} оси соленоида вытекает, что поле как внутри, так и вне соленоида должно быть однородным.

Возьмём воображаемый прямоугольный контур 1–2–3–4–1 и разместим его в соленоиде, как показано на рис. 3.21.

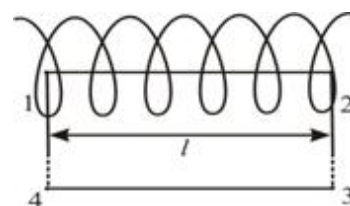


Рис. 3.21

$$\oint B_l dl = \int_1^2 B_l dl + \int_2^3 B_l dl + \int_3^4 B_l dl + \int_4^1 B_l dl .$$

Второй и четвёртый интегралы равны нулю, т.к. вектор \vec{B} перпендикулярен направлению обхода, т.е. $B_l = 0$.

Возьмём участок 3–4 – на большом расстоянии от соленоида, где поле стремится к нулю, и пренебрежём третьим интегралом, тогда

$$\int_1^2 B_l dl = \int_1^2 B_l dl = \mu\mu_0 \sum I_i ,$$

где $B_l = B$ – магнитная индукция на участке 1–2 – внутри соленоида; μ – магнитная проницаемость вещества.

Если отрезок 1–2 внутри соленоида, контур охватывает ток:

$$nI = \sum I_i,$$

где n – число витков на единицу длины; I – ток в соленоиде (в проводнике).

Тогда магнитная индукция *внутри соленоида*:

$$B = \mu\mu_0 nI. \quad (3.35)$$

Вне соленоида:

$$\sum I_i = 0 \text{ и } \int B_l dl = Bl = 0, \text{ т.е. } B = 0.$$

Бесконечно длинный соленоид аналогичен плоскому конденсатору – и тут, и там поле однородно и сосредоточено внутри.

Произведение nI – называется *число ампер витков на метр*.

У конца *полубесконечного соленоида*, на его оси магнитная индукция равна:

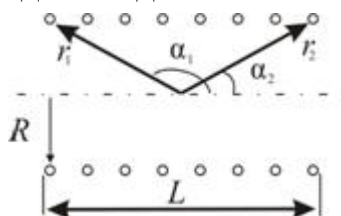
$$B = \frac{1}{2} \mu\mu_0 nI. \quad (3.36)$$

Практически, если длина соленоида много больше, чем его диаметр, формула (3.35) справедлива для точек вблизи середины, формула (3.36) для точек около конца.

Если же катушка короткая, что обычно и бывает на практике, то магнитная индукция в любой точке A , лежащей на оси соленоида, направлена вдоль оси (по правилу буравчика) и численно равна алгебраической сумме индукций магнитных полей создаваемых в точке A всеми витками. В этом случае в точке, лежащей на середине оси соленоида магнитное поле будет максимальным:

$$B_{\max} = \mu_0 \mu nI \frac{L}{\sqrt{4R^2 + L^2}}, \quad (3.37)$$

где L – длина соленоида; R – радиус витков.



В произвольной точке конечного соленоида (рис. 3.22) магнитную индукцию можно найти по формуле

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 \mu nI (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (3.38)$$

Рис. 3.22

На рис. 3.23 изображены силовые линии магнитного поля \vec{B} : а) металлического стержня; б) соленоида; в) железные опилки, рассыпанные на листе бумаги, помещенной над магнитом, стремятся вытянуться вдоль силовых линий; г) магнитные полюсы соленоида.

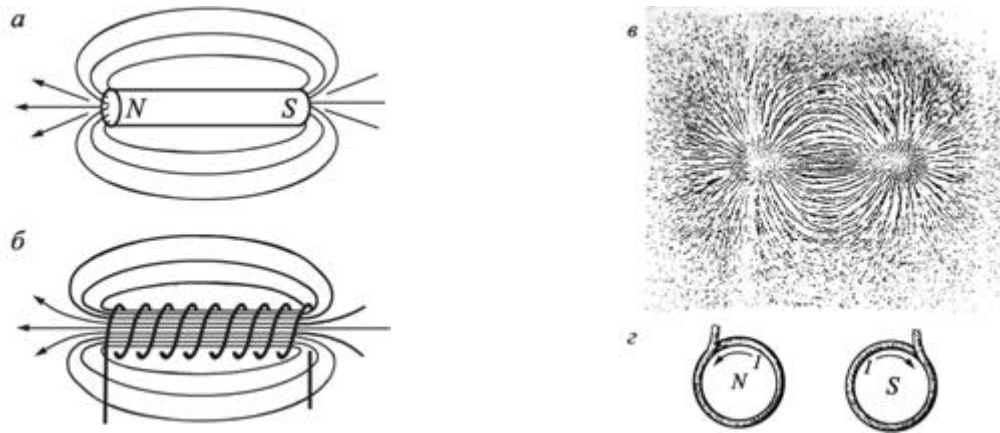


Рис. 3.23

3.14. Магнитное поле тороида

Тороид представляет собой тонкий провод, плотно (виток к витку) намотанный на каркас в форме тора (рис.3.24).

Возьмём контур L в виде окружности радиуса r , центр которого совпадает с центром тора радиуса R .

В силу симметрии, вектор \vec{B} в каждом токе направлен по касательной к контуру.

Следовательно,

$$\int_L B_l dl = B2\pi r = Bl, \quad (3.39)$$

где $l = 2\pi r$ – длина контура.

Если контур проходит внутри тороида, он охватывает ток $2\pi RnI$ (n – число витков на единицу длины).

Тогда, в соответствии с теоремой о циркуляции вектора \vec{B} , можно записать:

$$B2\pi r = 2\pi RnI\mu\mu_0.$$

Откуда следует:

$$B = \mu\mu_0 nI \frac{R}{r}, \quad (3.40)$$

Контур вне тороида токов не охватывает, поэтому $B = 0$.

Для тороида, где радиус тора намного больше радиуса витка, отношение $\frac{R}{r} \approx 1$, тогда индукцию магнитного поля B можно рассчитать по формуле

$$B = \mu\mu_0 nI.$$

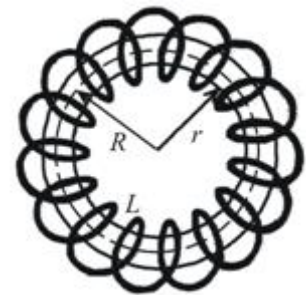


Рис. 3.24

В тороиде магнитное поле однородно только по величине, т.е. по модулю, но направление его в каждой точке поля различно.

3.15. Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

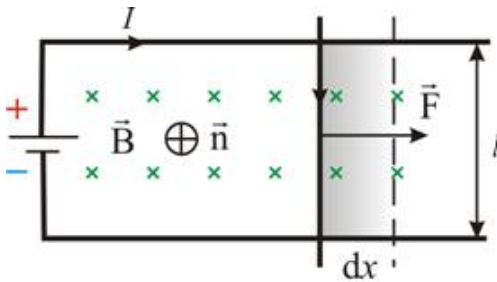


Рис. 3.25

Рассмотрим контур с током, образованный неподвижными проводами и скользящей по ним подвижной перемычкой длиной l (рис. 3.25). Этот контур находится во внешнем однородном магнитном поле \vec{B} , перпендикулярном к плоскости контура. При показанном на рисунке направлении тока I , вектор \vec{B} сонаправлен с вектором \vec{n} .

На элемент тока I (подвижный провод) длиной l действует сила Ампера, направленная вправо:

$$F = IlB.$$

Пусть проводник l переместится параллельно самому себе на расстояние dx . При этом совершается работа:

$$dA = Fdx = IBldx = IBdS = Id\Phi,$$

$$dA = Id\Phi. \quad (3.41)$$

Работа, совершаемая проводником с током при перемещении, численно равна произведению тока на магнитный поток, пересечённый этим проводником.

Формула остаётся справедливой, если проводник любой формы движется под любым углом к линиям вектора магнитной индукции.

Получим выражение для работы по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле.

Рассмотрим прямоугольный контур с током 1-2-3-4-1 (рис. 3.26). Магнитное поле направлено от нас перпендикулярно плоскости контура. Магнитный поток Φ_1 , пронизывающий контур, направлен по нормали \vec{n} к контуру, поэтому $\Phi_1 > 0$.

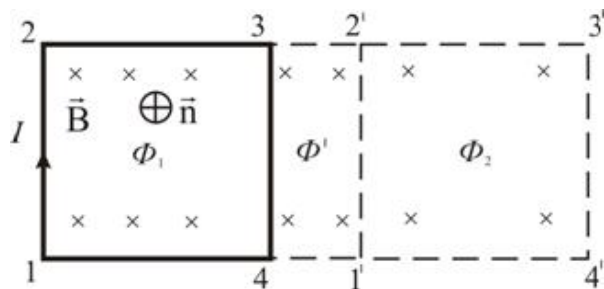


Рис. 3.26

Переместим этот контур параллельно самому себе в новое положение 1'-2'-3'-4'-1'. Магнитное поле в общем случае может быть неоднородным и новый контур будет пронизан магнитным потоком Φ_2 .

Площадка 4-3-2'-1'-4, расположенная между старым и новым контуром, пронизывается потоком Φ' .

Полная работа по перемещению контура в магнитном поле равна алгебраической сумме работ, совершаемых при перемещении каждой из четырех сторон контура:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41},$$

где A_{23} , A_{41} равны нулю, т.к. эти стороны не пересекают магнитного потока, при своём перемещении.

$$A_{34} = I(\Phi' + \Phi_2).$$

Провод 1–2 перерезает поток $(\Phi_1 + \Phi')$, но движется против сил действия магнитного поля.

$$A_{12} = -I(\Phi_1 + \Phi').$$

Тогда общая работа по перемещению контура

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1),$$

или

$$A = I\Delta\Phi, \quad (3.42)$$

где $\Phi_2 - \Phi_1 = \Delta\Phi$ – это изменение магнитного потока, сцепленного с контуром.

Работа, совершаемая при перемещении замкнутого контура с током в магнитном поле, равна произведению величины тока на изменение магнитного потока, сцепленного с этим контуром.

Элементарную работу по бесконечно малому перемещению контура в магнитном поле можно найти по формуле

$$dA = Id\Phi. \quad (3.43)$$

Соотношение (3.43), полученное для простейшего случая, остаётся справедливым для контура любой формы в произвольном магнитном поле. Более того, если контур неподвижен, а меняется \vec{B} , то при изменении магнитного потока в контуре на величину $d\Phi$, магнитное поле совершает ту же работу $dA = Id\Phi$.

3.16. Эффект Холла

Часто силой Лоренца называют сумму электрической и магнитной сил:

$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}], \quad (3.44)$$

где $q\vec{E}$ – электрическая сила (она укоряет частицу, изменяет ее энергию).

Одним из проявлений магнитной составляющей силы Лоренца в веществе $q[\vec{v}, \vec{B}]$ служит эффект, обнаруженный в 1879 г. американским физиком Э.Г. Холлом (1855–1938). Эффект состоит в возникновении на боковых гранях проводника с током, помещенного в поперечное магнит-

ное поле, разности потенциалов, пропорциональной величине тока I и индукции магнитного поля B .

Представим себе проводник с током I в виде плоской ленты, расположенной в магнитном поле с индукцией \vec{B} , направленной от нас (рис. 3.27).

В случае, изображенном на рис. 3.27, а, верхняя часть проводника будет заряжаться отрицательно, в случае 3.27, б – положительно.

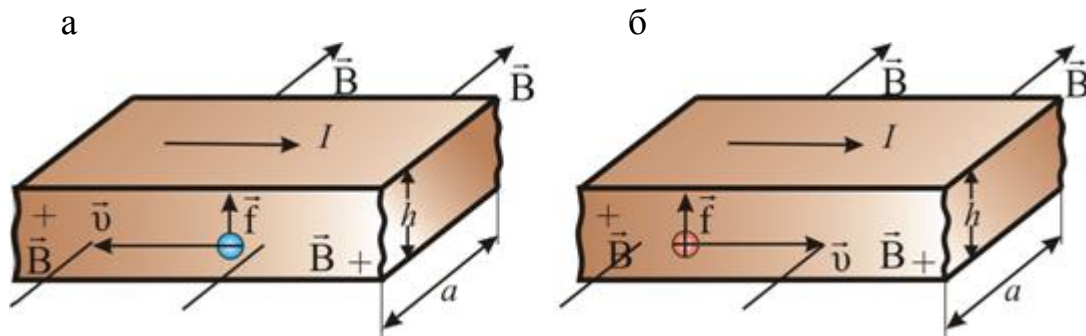


Рис. 3.27

Это позволяет экспериментально определить знак носителя заряда в проводнике.

При равной концентрации носителей заряда обоих знаков возникает холловская разность потенциалов, если различна подвижность, т.е. дрейфовая скорость носителей заряда.

Подсчитаем величину холловской разности потенциалов (U_x).

Обозначим: E_x – напряженность электрического поля, обусловленного ЭДС Холла, h – толщина ленты проводника.

$$U_x = E_x h, \quad (3.45)$$

Перераспределение зарядов прекратится, когда сила qE_x уравновесит силу Лоренца, т.е.

$$qE_x = qvB, \text{ или } E_x = vB.$$

Плотность тока $j = nvq$, отсюда $v = \frac{j}{nq}$. Тогда $E_x = B \frac{j}{nq}$.

Подставим E_x в формулу (3.45) и найдем U_x :

$$U_x = \frac{jBh}{nq}, \text{ или } U_x = \frac{BhI}{nqS} = \frac{BI}{qna} = \frac{RBI}{a}, \quad (3.46)$$

где $R = 1/qn$ – коэффициент Холла.

Исследования ЭДС Холла привели к выводу о том, что металлы могут обладать проводимостью p – типа (Zn, Cd – у них дырки более подвижные, чем электроны). Это металлы с чуть перекрывающимися знаками, т.е. полуметаллы.

Вопросы для самоконтроля

1. Назовите источники магнитного поля.
2. Какая величина является силовой характеристикой магнитного поля?
3. Чему равен и куда направлен магнитный момент плоского контура тока?
4. Как связаны между собой индукция и напряженность магнитного поля в вакууме?
5. Что называется линиями магнитной индукции? Как устанавливается их направление?
6. Назовите свойства силовых линий магнитного поля. В чем отличие силовых линий магнитного поля от линий напряженности электростатического поля?
7. В чем состоит закон Био-Савара-Лапласа?
8. Сформулируйте и запишите математически принцип суперпозиции магнитных полей.
9. Примените закон Био-Савара-Лапласа к расчету индукции магнитного поля в центре кругового витка с током.
10. Запишите и сформулируйте закон Ампера.
11. Объясните, как будут взаимодействовать два параллельных длинных проводника, по которым пропускают ток одного направления? противоположных?
12. Что называется магнитным потоком? Чему равно минимальное и максимальное значения магнитного потока?
13. Какой закон является выражением вихревого характера магнитного поля?
14. Как, пользуясь понятием циркуляции вектора магнитной индукции, определить индукцию магнитного поля бесконечно длинного соленоида?
15. Сформулируйте и запишите закон полного тока.
16. Примените закон полного тока для вычисления индукции магнитного поля тороида.
17. Как определить работу по перемещению контура с током в магнитном поле?
18. Что такое сила Лоренца и какими свойствами она обладает?
19. Как движутся заряженные частицы в магнитном поле при различных взаимных ориентациях вектора скорости и вектора магнитной индукции?
20. В чем заключается эффект Холла?

4. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

4.1. Опыты Фарадея. Индукционный ток. Правило Ленца

С момента открытия связи магнитного поля с током (что является подтверждением симметрии законов природы), делались многочисленные попытки получить ток с помощью магнитного поля. Задача была решена английским физиком М. Фарадеем в 1831 г.

Схемы опытов Фарадея показаны на рис. 4.1–4.3.

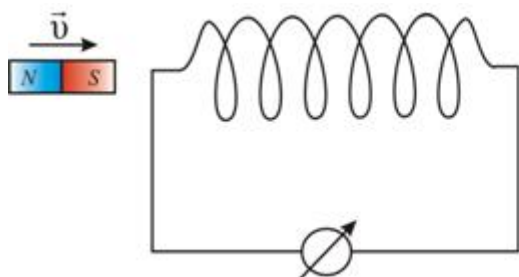


Рис. 4.1

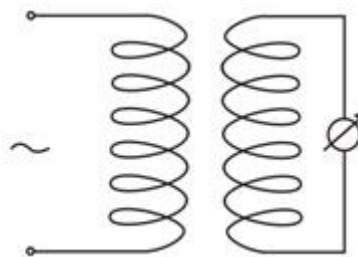


Рис. 4.2

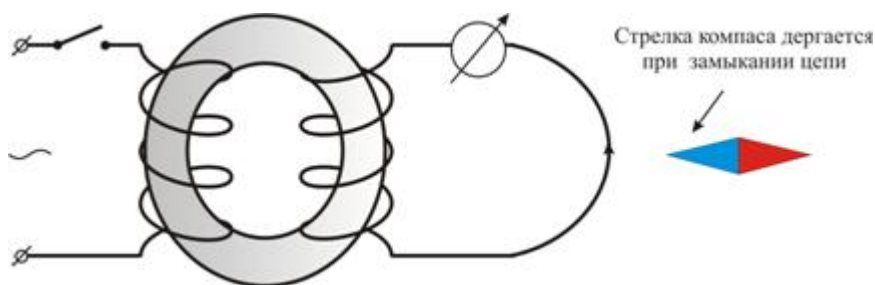


Рис. 4.3

Если подносить постоянный магнит к катушке или наоборот (см. рис. 4.1), то в катушке возникнет электрический ток. То же самое происходит с двумя близко расположенными катушками: если к одной из катушек подключить источник переменного тока, то в другой также возникнет переменный ток (см. рис. 4.2), но лучше всего этот эффект проявляется, если две катушки соединить сердечником (см. рис. 4.3).

По определению Фарадея общим для этих опытов является следующее: *если поток вектора индукции, пронизывающий замкнутый, проводящий контур, изменяется, то в контуре возникает электрический ток.*

Открытое Фарадеем явление называют явлением *электромагнитной индукции*, а ток – *индукционным*. Явление электромагнитной индукции совершенно не зависит от способа изменения потока вектора магнитной индукции.

Для каждого конкретного случая Фарадей указывал направление индукционного тока.

В 1833 г. русский физик Э.Х. Ленц сформулировал общее правило нахождения направления тока: *индукционный ток всегда направлен так, что магнитное поле этого тока препятствует изменению магнитного потока, вызывающего индукционный ток* (правило Ленца).

Заполнение всего пространства однородным магнетиком приводит, при прочих равных условиях, к увеличению ЭДС индукции в μ раз. Этот факт подтверждает то, что индукционный ток обусловлен изменением потока вектора магнитной индукции \vec{B} , а не потока вектора напряженности \vec{H} .

4.2. Величина ЭДС индукции

Для создания тока в цепи необходимо наличие электродвижущей силы. Поэтому явление электромагнитной индукции свидетельствует о том, что при изменении магнитного потока в контуре возникает электродвижущая сила индукции E_i . Используя закон сохранения энергии, определим величину E_i и выясним ее природу.

Для этого рассмотрим перемещение подвижного участка 1–2 контура с током в магнитном поле \vec{B} (рис. 4.4).

Пусть сначала магнитное поле \vec{B} отсутствует. Батарея с ЭДС равной ε_0 создает ток I_0 . За время dt , батарея совершает работу:

$$dA = \varepsilon_0 I_0 dt. \quad (4.1)$$

За счет этой работы выделяется теплота, количество которой можно найти по закону Джоуля-Ленца:

$$Q = dA = \varepsilon_0 I_0 dt = I_0^2 R dt,$$

где $I_0 = \frac{\varepsilon_0}{R}$, R – полное сопротивление всего контура.

Поместим контур в однородное магнитное поле с индукцией \vec{B} . Линии $\vec{B} \parallel \vec{n}$. \vec{n} – вектор нормали к плоскости контура. Магнитный поток Φ , сцепленный с контуром – положительный.

Каждый элемент контура испытывает механическую силу $d\vec{F}$. Подвижная сторона рамки будет испытывать силу \vec{F}_0 . Под действием этой силы участок 1–2 будет перемещаться со скоростью $v = dx/dt$. При этом изменится и поток магнитной индукции. Тогда в результате электромагнитной индукции, ток в контуре изменится и станет равным: $I = I_0 - I_i$.

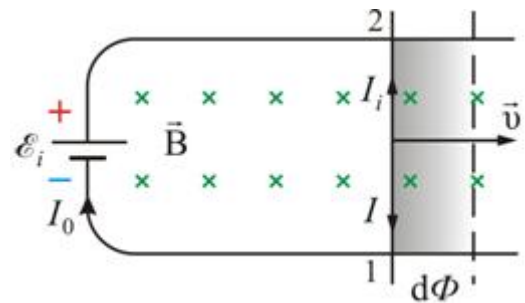


Рис. 4.4

Изменится и сила \vec{F}_0 , которая теперь станет равна результирующей силе \vec{F} . Эта сила за время dt совершит работу dA :

$$dA = Fdx = Id\Phi.$$

Как и в случае, когда все элементы рамки неподвижны, источником работы является ε_0 .

При неподвижном контуре эта работа сводилась только к выделению тепла. В втором случае тепло тоже будет выделяться, но уже в другом количестве, так как ток изменился. Кроме того, совершается механическая работа. Общая работа за время dt равна:

$$\varepsilon_0 Idt = I^2 R dt + Id\Phi. \quad (4.2)$$

Умножим левую и правую часть выражения (4.2) на $\frac{1}{IRdt}$, получим

$$\frac{\varepsilon_0}{R} = I + \frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt},$$

Откуда

$$I = \frac{E_0 - \frac{d\Phi}{dt}}{R}. \quad (4.3)$$

Полученное выражение (4.3) представляет собой закон Ома для контура, в котором, кроме ЭДС источника тока ε_0 , действует ЭДС индукции E_i , равная:

$$E_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (4.4)$$

ЭДС индукции контура (E_i) равна скорости изменения потока магнитной индукции, пронизывающего этот контур.

Выражение (4.4) для ЭДС индукции контура является универсальным, не зависящим от способа изменения потока магнитной индукции и носит название *закон Фарадея*.

Знак минус – математическое выражение правила Ленца о направлении индукционного тока: индукционный ток всегда направлен так, чтобы своим полем противодействовать изменению внешнего магнитного поля.

Направление индукционного тока и направление $\frac{d\Phi}{dt}$ связаны «*правилом буравчика*» (рис. 4.5).

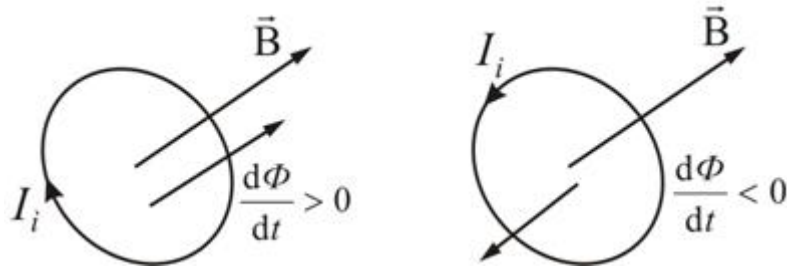


Рис. 4.5

Если контур состоит из нескольких витков, то надо пользоваться понятием *потокосцепления* (полный магнитный поток):

$$\Psi = \Phi N,$$

где N – число витков.

Итак, если

$$E_i = -\sum_{i=1}^N \frac{d\Phi_i}{dt} = -\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^N \Phi_i,$$

$$\sum \Phi_i = \Psi.$$

Тогда закон Фарадея можно записать в виде:

$$E_i = -\frac{d\Psi}{dt}. \tag{4.5}$$

4.3. Природа ЭДС индукции

Ответим на вопрос, что является причиной возникновения индукционного тока. Рассмотрим рис. 4.6.

Если перемещать проводник в однородном магнитном поле \vec{B} , то под действием силы Лоренца, электроны будут отклоняться вниз, а положительные заряды вверх – возникает разность потенциалов. Это и будет E_i , вызывающая индукционный ток. Для положительных зарядов

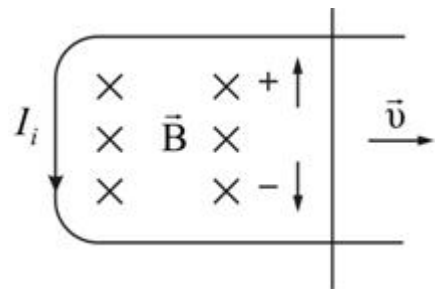


Рис. 4.6

$$\vec{F}_L = q^+ [\vec{B}, \vec{v}], \text{ для электронов } \vec{F}_L = -e [\vec{B}, \vec{v}].$$

Если проводник неподвижен, а изменяется магнитное поле, какая сила возбуждает индукционный ток в этом случае?

Возьмем обыкновенный трансформатор (рис. 4.3). Как только мы замкнули цепь первичной обмотки, во вторичной обмотке сразу возникает

индукционный ток. Сила Лоренца здесь не причем, т.к. она действует на движущиеся заряды.

Ответ был дан Дж. Максвеллом в 1860 г.: *всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве переменное электрическое поле E'* . Оно и является причиной возникновения индукционного тока в проводнике. То есть, E' возникает только при наличии переменного магнитного поля (на постоянном токе трансформатор не работает).

Сущность явления электромагнитной индукции совсем не в появлении индукционного тока (ток появляется тогда, когда есть заряды и замкнута цепь), а в возникновении вихревого электрического поля (не только в проводнике, но и в окружающем пространстве, в вакууме).

Это поле имеет совершенно иную структуру, нежели поле, создаваемое зарядами. Так как оно не создается зарядами, то силовые линии не могут начинаться и заканчиваться на зарядах. Силовые линии вихревого электрического поля замкнуты.

Так как это поле перемещает заряды, оно обладает силой. Введем вектор напряженности вихревого электрического поля \vec{E}' . Сила, с которой это поле действует на заряд,

$$\vec{F}' = q\vec{E}'.$$

Но при движении заряда в магнитном поле, на него действует сила Лоренца:

$$\vec{F}'_{\pi} = q[\vec{v}, \vec{B}].$$

Эти силы должны быть равны: $q\vec{E}' = q[\vec{v}, \vec{B}]$, откуда:

$$\vec{E}' = [\vec{v}, \vec{B}], \quad (4.6)$$

где \vec{v} – скорость движения заряда q относительно \vec{B} .

Но для явления электромагнитной индукции важна скорость изменения магнитного поля \vec{B} . Поэтому можно записать:

$$\vec{E}' = -[\vec{v}_B, \vec{B}], \quad (4.7)$$

где \vec{v}_B – скорость изменения магнитного поля относительно заряда.

ЭДС индукции $E_i = -\frac{d\Phi}{dt}$. Если площадь S , которую пронизывает магнитный поток, величина постоянная ($S = \text{const}$), то можно записать:

$$E_i = -S \frac{dB}{dt},$$

то есть, ЭДС индукции E_i пропорциональна скорости изменения магнитного поля $\frac{dB}{dt}$.

4.4. Циркуляция вектора напряженности вихревого электрического поля

Определим циркуляцию вектора \vec{E}' вихревого электрического поля в случае, изображенном на рис. 4.7.

Работу вихревого электрического поля по перемещению заряда вдоль замкнутого контура L можно подсчитать по формуле

$$dA = q \int_L \vec{E}' d\vec{l}. \quad (4.8)$$

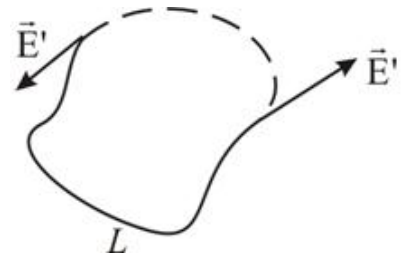


Рис. 4.7

С другой стороны, работа по перемещению единичного заряда вдоль замкнутой цепи равна ЭДС, действующей в этой цепи:

$$dA = E_i q. \quad (4.9)$$

Из сравнения выражений (4.8) и (4.9) следует, что циркуляция вектора \vec{E}' вихревого электрического поля равна:

$$\int_L \vec{E}' d\vec{l} = E_i. \quad (4.10)$$

Так как никаких других сторонних сил в цепи, где течет индукционный ток, нет, то можно записать:

$$\int_L \vec{E}' d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (4.11)$$

Эти выражения для циркуляции вектора \vec{E}' вихревого электрического поля справедливы всегда, независимо от того, выполнен контур в виде линейного проводника, диэлектрика или речь идет о контуре (мысленном) в вакууме.

При движении заряда в проводнике из-за сопротивления устанавливается динамическое равновесие.

Если контур выполнен из диэлектрика, то каждый элемент его поляризуется в соответствии с действующим электрическим полем \vec{E}' .

Если заряд q движется в вакууме по контуру, то при каждом обходе контура механическая энергия его возрастает на величину

$$\frac{mv^2}{2} = \int_L q \vec{E}' d\vec{l} = q E_i, \quad (4.12)$$

На использовании этого факта основан оригинальный ускоритель электронов – *бетатрон*.

4.5. Токи Фуко (вихревые токи). Скин-эффект

До сих пор мы рассматривали индукционные токи в линейных проводниках. Но индукционные токи будут возникать и в толще сплошных проводников при изменении в них потока вектора магнитной индукции \vec{B} . Они будут циркулировать в веществе проводника (напомним, что линии напряженности \vec{E}' вихревого электрического поля замкнуты). Так как электрическое поле вихревое, то и токи называются вихревыми токами, или *токами Фуко*.

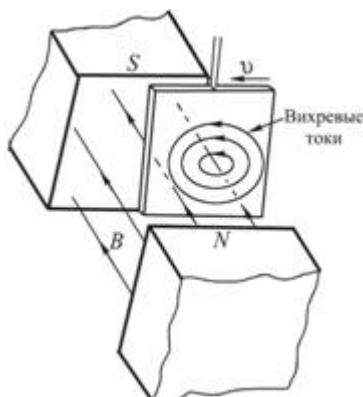


Рис. 4.8

Если медную пластину отклонить от положения равновесия и отпустить так, чтобы она вошла со скоростью v в пространство между полосами магнита, то пластина практически остановится в момент ее вхождения в магнитное поле (рис. 4.8).

Замедление движения связано с возбуждением в пластине вихревых токов, препятствующих изменению потока вектора магнитной индукции. Поскольку пластина обладает конечным сопротивлением, токи индукции постепенно затухают и пластина медленно движется в магнитном поле.

Если электромагнит отключить, то медная пластина будет совершать обычные колебания, характерные для маятника.

Сила и расположение вихревых токов очень чувствительны к форме пластины. Если заменить сплошную медную пластину «гребенкой» – медной пластиной с пропилами, то вихревые токи в каждой части пластины возбуждаются меньшими потоками. Индукционные токи уменьшаются, уменьшается и торможение (рис. 4.9).

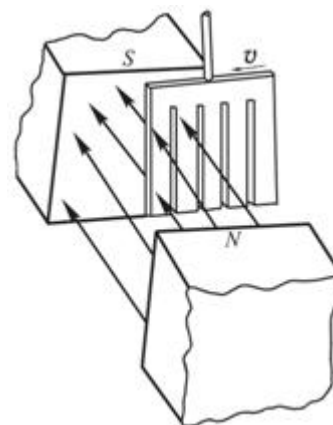


Рис. 4.9

Маятник в виде гребенки колеблется в магнитном поле почти без сопротивления. Этот опыт объясняет, почему сердечники электромагнитов, трансформаторов делают не из сплошного куска железа, а набранными из тонких пластин, изолированных друг от друга. В результате уменьшаются токи Фуко и выделяемое ими тепло.

Если взять медный диск диаметром 5 см и толщиной 5 мм и уронить его между полюсами электромагнита, то при выключенном магните диск падает с обычным ускорением. При включении магнитного поля с индукцией 1 Тл падение диска резко замедляется и его движение напоминает падение тела в очень вязкой среде.

Тормозящее действие тока Фуко используется для создания магнитных успокоителей – демпферов. Если под качающейся в горизонтальной плоскости магнитной стрелкой расположить массивную медную пластину, то возбуждаемые в медной пластине токи Фуко будут тормозить колебание стрелки. Магнитные успокоители такого рода используются в сейсмографах, гальванометрах и других приборах.

Токи Фуко применяются в электрометаллургии для плавки металлов. Металл помещают в переменное магнитное поле, создаваемое током частотой 500 – 2000 Гц. В результате индуктивного разогрева металл плавится, а тигль, в котором он находится, при этом остается холодным. Например, при подведенной мощности 600 кВт тонна металла плавится за 40–50 минут.

Если быстропеременный высокочастотный ток протекает по проводнику, то вихревые токи, индуцируемые в проводнике, препятствуют равномерному распределению плотности тока по поперечному сечению проводника – плотность тока на оси провода оказывается меньше, чем у его поверхности. Ток как бы вытесняется на поверхность провода, при этом вихревые токи по оси проводника текут против направления основного тока, а на поверхности – в том же направлении (рис. 4.10).

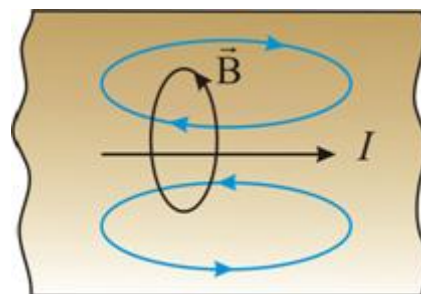


Рис. 4.10

Это явление называется скин-эффектом (от англ. *skin* – кожа, оболочка). Впервые это явление описано в 1885–1886 гг. английским физиком О. Хевисайдом, а экспериментально обнаружено его соотечественником Д. Юзом в 1886 г.

При нарастании тока в проводе ЭДС индукции направлена против тока. Электрическое поле самоиндукции максимально на оси провода, что приводит к неравномерному распределению плотности тока. Плотность тока убывает от поверхности к оси провода примерно по экспоненциальному закону.

При частоте $\nu = 50$ Гц, $r_0 = 10$ мм – ток практически равномерно распределен по объему проводов, исключая очень толстые кабели. Но при высокочастотных колебаниях $\nu \approx 100$ МГц $= 10^8$ Гц глубина проникновения $r_0 \approx 7 \cdot 10^{-3}$ мм и ток почти целиком течет по поверхности провода. По этой причине с целью уменьшения потерь поверхность высокочастотных контуров серебрят. Провода для переменных токов высокой частоты, учитывая скин-эффект, сплетают из большого числа тонких проводящих нитей, изолированных друг от друга эмалевым покрытием – литцендратом.

ВЧ-токи используются для закалки поверхностей деталей: поверхностный слой разогревается быстро в ВЧ-поле, закаливается и становится прочным, но не хрупким, так как внутренняя часть детали не разогревалась и не закаливалась.

4.6. Ускорители заряженных частиц

Ускорителями заряженных частиц называются устройства, в которых под действием электрических и магнитных полей создаются и управляются пучки высокоэнергетичных заряженных частиц (электронов, протонов, мезонов и т.д.).

Любой ускоритель характеризуется типом ускоряемых частиц, разбросом частиц по энергиям и интенсивностью пучка. Ускорители подразделяются на *непрерывные* (равномерный во времени пучок) и *импульсные* (в них частицы ускоряются порциями – импульсами). Последние характеризуются длительностью импульса.

По форме траектории и механизму ускорения частиц ускорители делятся на *линейные*, *циклические* и *индукционные*. В линейных ускорителях траектории движения частиц близки к прямым линиям, в циклических и индукционных траекториями частиц являются окружности или спирали.

Рассмотрим некоторые типы ускорителей заряженных частиц.

1. Линейный ускоритель.

Ускорение частиц осуществляется электростатическим полем, создаваемым, например, высоковольтным генератором Ван-де-Граафа. Заряженная частица проходит поле однократно: заряд q , проходя разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$, приобретает кинетическую энергию $K = q(\varphi_1 - \varphi_2)$. Таким способом частицы ускоряются до ≈ 10 МэВ. Их дальнейшее ускорение с помощью источников постоянного напряжения невозможно из-за утечки зарядов, пробоев и т.д.

2. Линейный резонансный ускоритель.

Ускорение заряженных частиц осуществляется переменным электрическим полем сверхвысокой частоты, синхронно изменяющимся с движением частиц. Таким способом протоны ускоряются до энергий порядка десятков мегаэлектронвольт, электроны – до десятков гигаэлектронвольт.

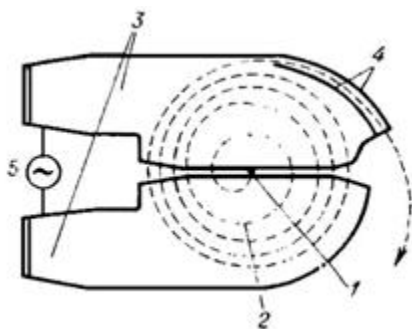


Рис. 4.11

К линейным резонансным ускорителям относятся: циклотрон, микротрон, фазотрон, синхротрон, синхрофазотрон, бетатрон.

А) *Циклотрон* – циклический резонансный ускоритель тяжелых частиц (протонов, ионов). Принципиальная схема циклотрона приведена на рис. 4.11.

Между полюсами сильного электромагнита помещается вакуумная камера, в которой находятся два электрода в виде полых металлических полуцилиндров, или дуантов (3). К дуантам приложено переменное электрическое поле (5). Магнитное поле, создаваемое электромагнитом, однородно и перпендикулярно плоскости дуантов.

Если заряженную частицу ввести в центр зазора (1) между дуантами, то она, ускоряемая электрическим и отклоняемая магнитным полями, войдет в дуант и опишет полуокружность, радиус которой пропорционален скорости частицы. К моменту ее выхода из первого дуанта полярность напряжения изменяется (при соответствующем подборе изменения напряжения между дуантами), поэтому частица вновь ускоряется и, переходя во второй дуант, описывает там полуокружность уже большего радиуса (2) и т.д.

Для непрерывного ускорения частицы в циклотроне необходимо выполнять условие синхронизма (условие «резонанса») – периоды вращения частицы в магнитном поле и колебаний электрического поля должны быть равны. При выполнении этого условия частица будет двигаться по раскручивающейся спирали, получая при каждом прохождении через зазор дополнительную энергию. На последнем витке, когда энергия частиц и радиус орбиты доведены до максимально допустимых значений, пучок частиц посредством отклоняющего электрического поля выводится из циклотрона (4).

В циклотронах заряженная частица с зарядом q и массой m ускоряется до скоростей, при которых релятивистский эффект увеличения массы частицы практически не проявляется. Период обращения частицы

$$T = \frac{2\pi m}{qB}.$$

Радиус траектории частицы

$$R = \frac{mv}{qB}.$$

Циклотроны позволяют ускорять протоны до энергий примерно 20 МэВ. Дальнейшее их ускорение в циклотроне ограничивается релятивистским возрастанием массы со скоростью, что приводит к увеличению периода обращения (он пропорционален массе) и синхронизм нарушается. Поэтому циклотрон совершенно неприменим для ускорения электронов (при $E = 0,5$ МэВ, их масса возрастает в 2 раза $m = 2m_0$ при $E = 10$ МэВ, $m = 28m_0$).

Ускорение релятивистских частиц в циклических ускорителях можно, однако, осуществить, если применять предложенный в 1944 г. советским физиком В. И. Векслером (1907–1966) и в 1945 г. американским физиком Э. Мак-Милланом (1907–1991) принцип автофазировки. Его идея заключается в том, что для компенсации увеличения периода вращения частиц,

ведущего к нарушению синхронизма, изменяют либо частоту ускоряющего электрического, либо индукцию магнитного полей, либо то и другое. Принцип автофазировки используется в фазотроне, синхротроне и синхрофазотроне.

Б) *Фазотрон* (синхроциклотрон) – циклический резонансный ускоритель тяжелых заряженных частиц (например, протонов, ионов, α -частиц), в котором управляющее магнитное поле постоянно, а частота ускоряющего электрического поля медленно изменяется с периодом. Движение частиц в фазотроне, как и в циклотроне, происходит по раскручивающейся спирали. Частицы в фазотроне ускоряются до энергий примерно равных 1ГэВ (ограничения здесь определяются размерами фазотрона, так как с ростом скорости частиц растет радиус их орбиты).

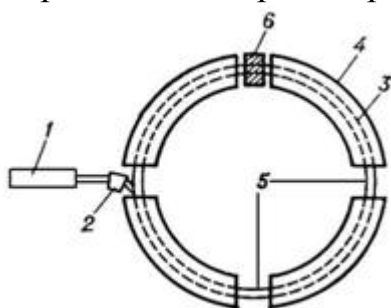


Рис. 4.12

В) *Синхротрон* – циклический резонансный ускоритель ультррелятивистских электронов, в котором управляющее магнитное поле изменяется во времени, а частота ускоряющего электрического поля постоянна. На рис. 4.12 схематически изображен синхротрон: 1 – инжектор электронов; 2 – поворотный магнит; 3 – пучок электронов; 4 – управляющий электромагнит; 5 – вакуумная тороидальная камера; 6 – ускоряющий промежуток.

Г) *Синхрофазотрон* – циклический резонансный ускоритель тяжелых заряженных частиц (протонов, ионов), в котором объединяются свойства фазотрона и синхротрона. Здесь управляющее магнитное поле и частота ускоряющего электрического поля одновременно изменяются во времени так, чтобы радиус равновесной орбиты частиц оставался постоянным.

Рассчитаем энергию протонного ускорителя, представляющего собой кольцевой магнит диаметром 2 км. Между полюсами магнита расположена тороидальная вакуумная камера, в которую инжектирован пучок протонов. Если смотреть на ускоритель сверху (рис. 4.13), то пучок протонов движется по часовой стрелке со скоростью v , близкой к скорости света.

На протон действует центростремительная сила \vec{F} , равная по величине

$$F = m_p (v^2/R),$$

где m_p – релятивистская масса протона.

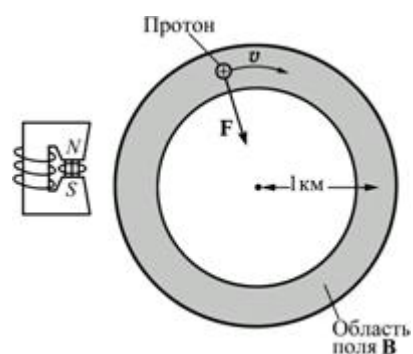


Рис. 4.13

Так как эта сила обусловлена действием магнитного поля, она равна $(e\upsilon B)$. Тогда

$$m_p \upsilon^2 / R = e\upsilon B.$$

Поскольку $\upsilon \approx c$, то можно записать $m_p c^2 = e c B R$ – так можно рассчитать полную релятивистскую энергию протонов:

$$E = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1,8 \cdot 10^3 = 8,64 \cdot 10^{-8} = 540 \text{ ГэВ}.$$

Заметим при этом, что магнитное поле не увеличивает скорость или энергию частиц. Ускорение протонов осуществляется при каждом их обороте в кольце за счет электростатического поля, которое действует на коротком участке кольца.

В фазотронах, микротронах, синхротронах и синхрофазотронах частицы ускоряются до релятивистских скоростей.

Масса частицы m зависит от ее скорости υ :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

где m_0 – масса покоя частицы; $\beta = \upsilon/c$ – отношение скорости частицы υ к скорости света c в вакууме.

Кинетическая энергия частицы K : $K = W - W_0$, где $W = mc^2$ – полная энергия частицы; $W_0 = m_0 c^2$ – энергия покоя частицы.

Импульс релятивистской частицы

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{K(K + 2m_0 c^2)}.$$

Период обращения релятивистской частицы

$$T = \frac{2\pi m_0}{qB\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}} = \frac{2\pi W}{qBc^2}.$$

Радиус кривизны траектории релятивистской частицы

$$R = \frac{m_0 \upsilon}{qB\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}}.$$

Д) *Микротрон* (электронный циклотрон) – циклический резонансный ускоритель, в котором, как и в циклотроне, и магнитное поле, и частота ускоряющего поля постоянны во времени, но резонансное условие в процессе ускорения всё же сохраняется за счёт изменения кратности ускорения q . Частица вращается в микротроне в однородном магнитном поле, многократно проходя ускоряющий резонатор. В резонаторе она полу-

чает такой прирост энергии, что её период обращения изменяется на величину, равную или кратную периоду ускоряющего напряжения. Причем, если частица с самого начала вошла в резонанс с ускоряющим полем, этот резонанс сохраняется, несмотря на изменение периода обращения. В микротроне действует механизм автофазировки, так что частицы, близкие к равновесной орбите, также будут ускоряться.

Микротрон – ускоритель непрерывного действия, и способен давать токи порядка 100 мА, максимальная достигнутая энергия порядка 30 МэВ. Реализация больших энергий затруднительна из-за повышенных требований к точности магнитного поля, а существенное повышение тока ограничено электромагнитным излучением ускоряемых электронов.

Для длительного сохранения резонанса магнитное поле микротрона должно быть однородным. Такое поле не обладает фокусирующими свойствами по вертикали; соответствующая фокусировка производится электрическим полем резонатора. Предлагались варианты микротронов с меняющимся по азимуту магнитным полем (секторный микротрон), но сколько-нибудь значительного развития они пока не получили.

Е) *Бетатрон* – единственный циклический ускоритель (электронов) нерезонансного типа, в котором ускорение осуществляется вихревым электрическим полем.

Электродвижущая сила индукции, создаваемая переменным магнитным полем, может существовать и в отсутствие проводников. Энергия K , передаваемая вихревым электрическим полем единичному положительному заряду, равна контурному интегралу по замкнутой траектории L :

$$K = E = \int_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (4.13)$$

Согласно закону Фарадея, этот интеграл равен изменению магнитного потока через замкнутый контур L . Таким образом, вихревое электрическое поле может действовать на сгусток электронов, двигающихся в изменяющемся магнитном поле, и ускорять их. При определенных условиях движение электронов происходит в переменном магнитном поле по орбите

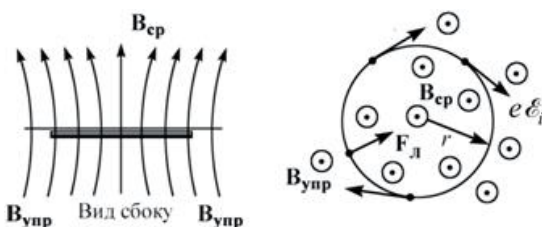


Рис. 4.14

постоянного радиуса и является устойчивым, причем энергия электронов увеличивается за счет вихревого электрического поля, создаваемого изменяющимся магнитным потоком, пронизывающим орбиту частиц (рис. 4.14). Циклический индукционный ускоритель электронов данного типа называется бетатроном.

Как показано на рис. 4.14, переменный центральный магнитный поток B_{cp} создает в бетатроне вихревую ЭДС индукции, ускоряющую электроны. При каждом обходе контура энергия электронов увеличивается на величину qE_i .

$$\frac{m v^2}{2} = q E_i \quad ,$$

Удержание электронов на стационарной круговой орбите осуществляется управляющим магнитным полем $B_{упр}$, определенным образом, изменяющимся во времени.

Переменное магнитное поле выполняет две функции: во-первых, создает вихревое электрическое поле, ускоряющее электроны внутри тороида; во-вторых, удерживает электроны на орбите (силовые линии располагаются так, чтобы пучок электронов находился в состоянии устойчивого равновесия в центре тора).

За время порядка 10^{-3} с электроны успевают сделать до 10^6 оборотов и приобрести энергию до 500 МэВ (сотни МэВ в разных ускорителях). При такой энергии скорость электронов близка к скорости света ($v \approx c$).

Кроме того, сам пучок электронов в данном случае выполняет роль вторичной обмотки трансформатора.

В конце цикла ускорения включается дополнительное магнитное поле, которое отклоняет электроны от стационарной орбиты и направляет их на специальную мишень, расположенную внутри камеры. Попадая на мишень, электроны тормозятся в ней, и испускают жесткие γ – лучи или рентген, которые используются в ядерных исследованиях при неразрушающих методах контроля, в медицине и т.д. (рис. 4.15).

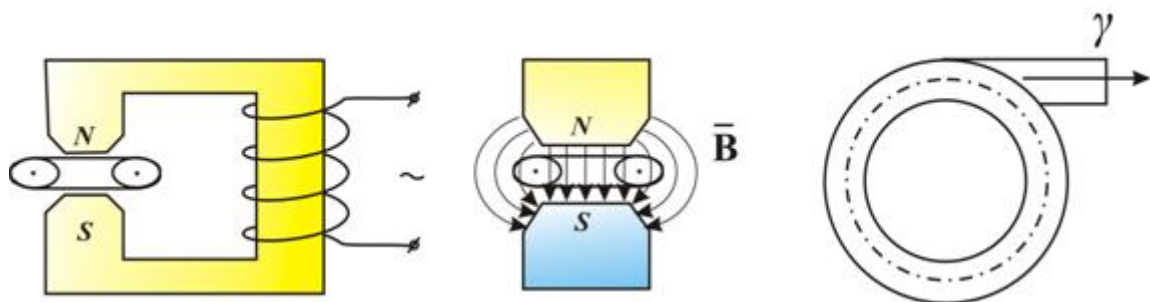


Рис. 4.15

Идея бетатрона запатентована в 1922 г. Дж. Слепяном. В 1928 г. Р. Видероз сформулировал условие существования равновесной орбиты – орбиты постоянного радиуса «условие 2:1». Первый действующий бетатрон был создан в 1940 г. Д. Керстом.

В СССР первые бетатроны были разработаны и созданы учеными Томского политехнического института (ныне университета): профессорами

А.А. Воробьевым, Л.М. Ананьевым, В.И. Горбуновым, В.А. Москалевым, Б.Н. Родимовым. В последующие годы в институте интроскопии (НИИН при ТПУ) под руководством профессора В.Л. Чахлова, успешно разрабатываются и изготавливаются малогабаритные переносные бетатроны применяемые в медицине, дефектоскопии и других прикладных и научных исследованиях.

Благодаря простоте конструкции, дешевизне и удобству пользования бетатроны нашли особо широкое применение в прикладных целях в диапазоне энергии 20-50 МэВ. Используется непосредственно сам электронный пучок или тормозное γ -излучение, энергия которого может плавно изменяться.

3) Большой адронный коллайдер (БАК).

Это самый крупный в мире ускоритель частиц, расположенный на франко-швейцарской границе в Женеве и принадлежащий концерну CERN. «Большим» он назван из-за своих размеров: длина основного кольца ускорителя составляет 26659 м; «адронным» – потому, что он ускоряет адроны, то есть тяжёлые частицы, состоящие из кварков; «коллайдером» (англ. *collider* – *сталкиватель*) – из-за того, что пучки частиц ускоряются в противоположных направлениях и сталкиваются в специальных точках столкновения (рис. 4.15).

Основной задачей строительства Большого адронного коллайдера был поиск бозона Хиггса, неуловимой частицы, последнего элемента Стандартной модели. Задачу коллайдер выполнил: физики действительно обнаружили элементарную частицу на предсказанных энергиях $125,09 \pm 0,21$ ГэВ.

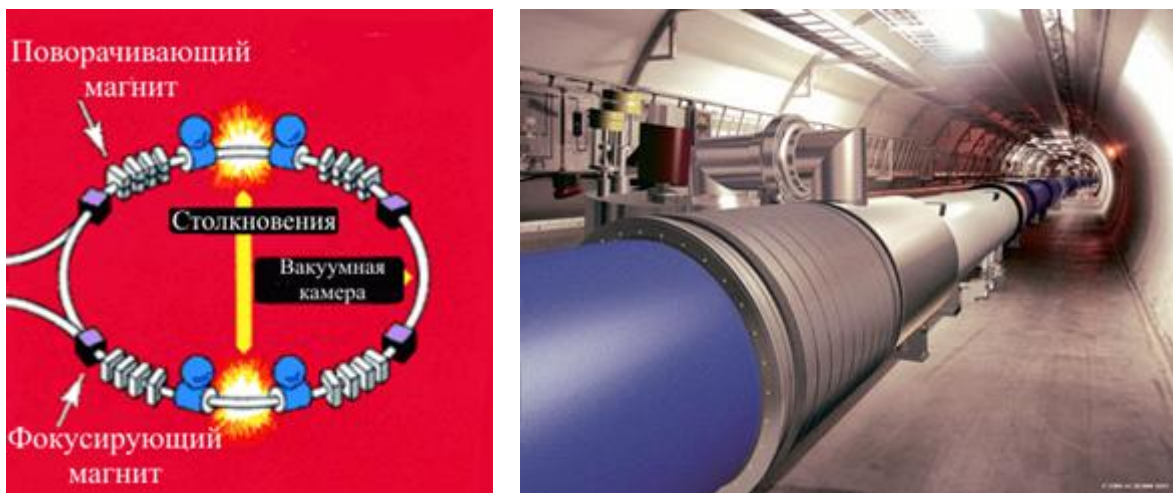


Рис. 4.16

4.7. Явление самоиндукции

На практике чаще всего магнитные поля создаются с помощью различного рода соленоидов, т.е. многовитковых контуров с током.

Здесь возможны два случая: при изменении тока в контуре изменяется магнитный поток, пронизывающий: а) этот же контур; б) соседний контур.

ЭДС индукции, возникающая в самом же контуре, называется *ЭДС самоиндукции*, а само явление – *самоиндукция*.

Если же ЭДС индукции возникает в соседнем контуре, то говорят о явлении *взаимной индукции*.

Ясно, что природа явления одна и та же, а разные названия использованы для того, чтобы подчеркнуть место возникновения ЭДС индукции.

Явление самоиндукции открыл американский ученый Дж. Генри.

Явление самоиндукции заключается в следующем.

Ток I , текущий в любом контуре, создает магнитный поток Φ , пронизывающий этот же контур. При изменении I будет изменяться Φ . Следовательно, в контуре будет наводиться ЭДС индукции.

Т.к. магнитная индукция \vec{B} пропорциональна току I
($B = \mu\mu_0 nI$), то $\Phi = LI$,

где L – коэффициент пропорциональности, названный *индуктивностью контура*.

Если внутри контура нет ферромагнетиков, то $L = \text{const}$ (т.к. $\mu = f(I) = f(H)$).

Индуктивность контура L зависит от геометрии контура, числа витков, площади витка контура.

За единицу индуктивности в СИ принимается индуктивность такого контура, в которого при токе $I = 1\text{А}$ возникает полный поток $\Phi = 1\text{Вб}$. Эта единица называется Генри (Гн).

Вычислим индуктивность соленоида L . Если длина соленоида l гораздо больше его диаметра d ($l \gg d$), то к нему можно применить формулы для бесконечно длинного соленоида. Тогда

$$B = \mu\mu_0 I \frac{N}{l},$$

где N – число витков. Поток через каждый из витков $\Phi = BS$.

Потокосцепление

$$\psi = NBS = \mu\mu_0 I \frac{N}{l} NS = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} I.$$

Поскольку $\Phi = LI$, то индуктивность соленоида

$$L_{\text{сол}} = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} = \mu\mu_0 n^2 l S,$$

где n – число витков на единицу длины, т.е. $n = \frac{N}{l}$, $lS = V$ – объем соленоида, значит

$$L_{\text{сол}} = \mu\mu_0 m^2 V, \quad (4.14)$$

Из этой формулы можно найти размерность для магнитной постоянной:

$$[\mu_0] = \frac{[L][I]}{[S]} = \frac{\text{Гн} \cdot \text{м}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Гн}}{\text{м}}.$$

При изменении тока в контуре возникает ЭДС самоиндукции, равная:

$$E_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{de}(IL) = -L \frac{dI}{dt}.$$

$$E_i = -L \frac{dI}{dt}. \quad (4.15)$$

Знак минус в этой формуле обусловлен правилом Ленца.

Явление самоиндукции играет важную роль в электротехнике и радиотехнике. Благодаря самоиндукции происходит перезарядка конденсатора, соединенного последовательно с катушкой индуктивности, в результате в такой LC -цепи (колебательном контуре) возникают электромагнитные колебания.

4.8. Влияние самоиндукции на ток при замыкании и размыкании цепи, содержащей индуктивность

Рассмотрим несколько случаев влияния ЭДС самоиндукции на ток в цепи.

Случай 1.

По правилу Ленца, токи возникающие в цепях вследствие самоиндукции всегда направлены так, чтобы препятствовать изменению тока, текущего в цепи. Это приводит к тому, что при замыкании ключа K установление тока I_2 в цепи, содержащей индуктивность L , будет происходить не мгновенно, а постепенно (рис. 4.17).

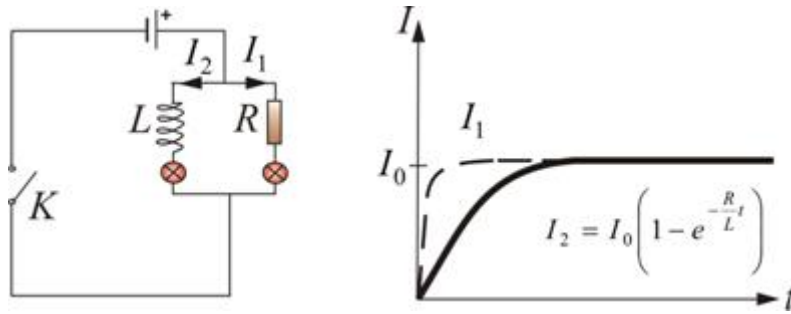


Рис. 4.17

Сила тока в этой цепи

$$I_2 = I_0 \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}} \right). \quad (4.16)$$

Скорость возрастания тока характеризуют *постоянной времени цепи*:

$$\tau = \frac{L}{R}. \quad (4.17)$$

В цепи, содержащей только активное сопротивление R , ток I_1 установится практически мгновенно (пунктирная кривая рис. 4.16).

Случай 2.

При переводе ключа из положения 1 в 2 в момент времени t_0 , ток начнет уменьшаться, но ЭДС самоиндукции будет поддерживать ток в цепи, т.е. препятствовать резкому уменьшению тока (рис. 4.18). В этом случае убывание тока в цепи можно описать уравнением

$$I = I_0 e^{-\frac{Rt}{L}} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (4.18)$$

Оба эти случая подтверждают, что чем больше индуктивность цепи L и чем меньше сопротивление R , тем больше постоянная времени τ и тем медленнее изменяется ток в цепи.

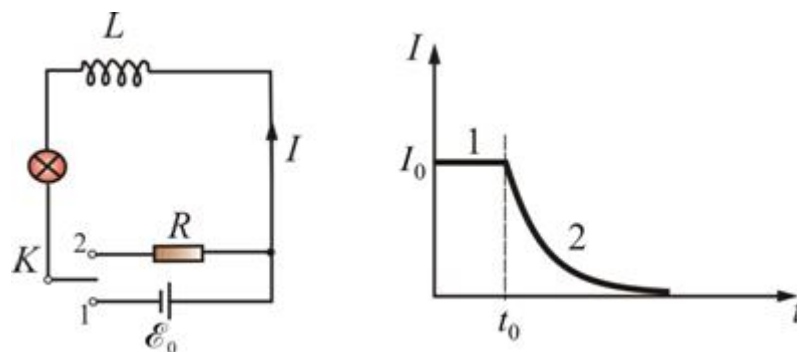


Рис. 4.18

Случай 3.

Размыкание цепи, содержащей индуктивность L . Т.к. цепь разомкнута, ток не течёт, поэтому зависимость $E_i(t)$ имеет вид, показанный на рис. 4.19.

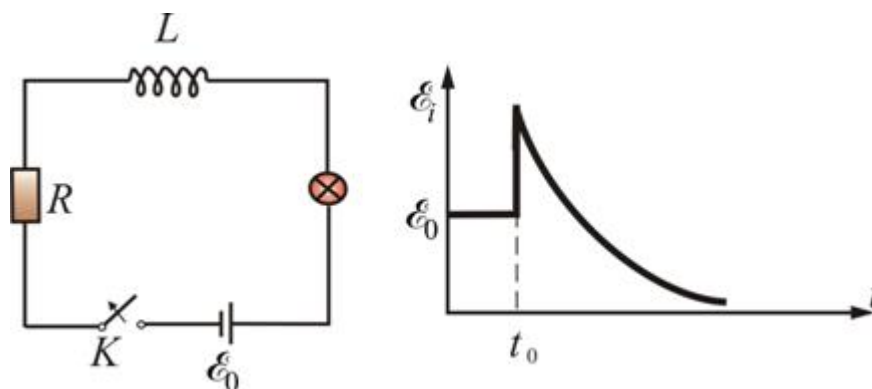


Рис. 4.19

При размыкании цепи в момент времени t_0 , $R \rightarrow \infty$. Это приводит к резкому возрастанию ЭДС индукции, определяемой по формуле

$$E_i = -L \frac{dI}{dt}.$$

Происходит этот скачок вследствие большой величины скорости изменения тока $\frac{dI}{dt}$.

E_i резко возрастает по сравнению с E_0 и даже может быть в несколько раз больше E_0 . Поэтому нельзя резко размыкать цепь, включающую в себя трансформаторы и другие индуктивности.

4.9. Взаимная индукция

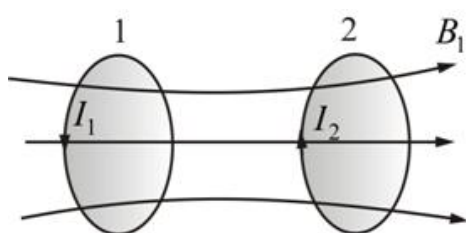


Рис. 4.20

Возьмем два контура, расположенные недалеко друг от друга, как это показано на рис. 4.20.

В первом контуре течет ток I_1 . Он создает магнитный поток, который пронизывает и витки второго контура

$$\Phi_2 = L_{21} I_1. \quad (4.19)$$

При изменении тока I_1 во втором контуре наводится ЭДС индукции:

$$E_{i2} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}. \quad (4.20)$$

Аналогично, ток I_2 второго контура создает магнитный поток, пронизывающий первый контур:

$$\Phi_1 = L_{12}I_2. \quad (4.21)$$

И при изменении тока I_2 наводится ЭДС:

$$E_{i2} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}. \quad (4.22)$$

Контуров называются *связанными*, а явление – *взаимной индукцией*. Коэффициенты L_{21} и L_{12} называются *коэффициентами взаимной индукции*. Причём $L_{21} = L_{12} = L$.

4.10. Индуктивность трансформатора

Типичным примером двух связанных контуров является трансформатор. Он был изобретен Яблочковым, русским ученым, в 1876 г. для раздельного питания отдельных электрических источников света (свечи Яблочкова). Трансформатор состоит из двух катушек, индуктивность первой из которых L_1 , второй – L_2 , намотанных на *общий сердечник* (рис. 4.21).

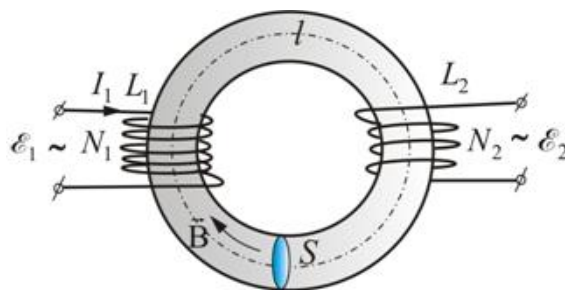


Рис. 4.21

Когда в первой катушке идет ток I_1 , в сердечнике возникает магнитное поле с индукцией \vec{B} и магнитный поток Φ через поперечное сечение S .

Магнитное поле сердечника (тороида) можно рассчитать по формуле

$$B = \mu\mu_0 I_1 \frac{N_1}{l}.$$

Через вторую обмотку проходит полный магнитный поток ψ_2 , сцепленный со второй обмоткой:

$$\psi_2 = N_2 B S = \mu\mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} S I_1,$$

где $\psi_2 = N_2 \Phi$ – потокосцепление, которое можно найти по формуле:

$$\psi_2 = L_{21} I_1.$$

По определению, взаимная индуктивность двух катушек равна:

$$L_{12} = L_{21} = \frac{\psi_2}{I_1} = \mu\mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} S.$$

К первичной обмотке подключена переменная ЭДС E_1 . По закону Ома ток в этой цепи будет определяться алгебраической суммой внешней ЭДС и ЭДС индукции:

$$E_1 = -\frac{d(N_1\Phi)}{dt} + I_1R_1,$$

где R_1 – сопротивление обмотки.

Сопротивление вторичной обмотки R_2 – делают малым (медные провода) и $I_1R_1 \rightarrow 0$. Тогда

$$E_1 \approx \frac{d(N_1\Phi)}{dt} \approx N_1 \frac{d\Phi}{dt}.$$

Во второй обмотке, по аналогии, $E_2 \approx N_2 \frac{d\Phi}{dt}$, откуда

$$\frac{E_1}{E_2} \approx \frac{N_1}{N_2}. \quad (4.23)$$

Если пренебречь потерями, т.е. предположить, что $R \approx 0$, то

$$E_1 I_1 \approx E_2 I_2. \quad (4.24)$$

Коэффициент трансформации равен:

$$k = \frac{E_2}{E_1} = \frac{N_2}{N_1}.$$

4.11. Энергия магнитного поля

Рассмотрим электрическую цепь, схема которой представлена на рис. 4.22.

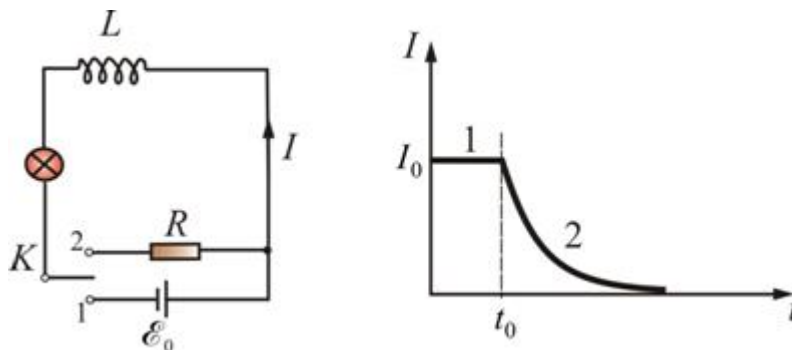


Рис. 4.22

Сначала замкнем соленоид L на источник с ЭДС E_0 . В нем будет протекать ток I_0 . Затем в момент времени t_0 переключим ключ в положение 2 – замкнем соленоид на сопротивление R . В цепи будет течь убывающий ток I . При этом будет совершена работа:

$$dA = E_i Idt,$$

или

$$dA = -L \frac{dI}{dt} Idt = -LI dI; \quad A = -L \int_I^0 IdI = \frac{LI^2}{2}.$$

$$A = \frac{LI^2}{2}. \quad (4.25)$$

Эта работа пойдет на нагревание проводников. Но откуда взялась эта энергия? Поскольку других изменений, кроме исчезновения магнитного поля в окружающем пространстве, не произошло, остается заключить, что энергия была локализована в магнитном поле. Значит, проводник с индуктивностью L , по которой течет ток I , обладает энергией

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (4.26)$$

Выразим энергию магнитного поля через параметры магнитного поля. Для соленоида:

$$L = \mu\mu_0 n^2 l S = \mu\mu_0 n^2 V.$$

$$H = In, \text{ откуда } I = \frac{H}{n}.$$

Подставим эти значения в формулу (4.26):

$$W = \frac{\mu\mu_0 n^2 V H^2}{2n} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V. \quad (4.27)$$

Обозначим w – плотность энергии магнитного поля (энергия в единице объема), тогда

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}, \quad (4.28)$$

но т.к. $B = \mu\mu_0 H$, то

$$w = \frac{BH}{2} \text{ или } w = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}. \quad (4.29)$$

Энергия однородного магнитного поля в длинном соленоиде может быть рассчитана по формуле

$$W = \frac{1}{2} \mu\mu_0 n^2 I^2 V, \quad (4.30)$$

а плотность энергии

$$w = \frac{1}{2} \mu \mu_0 n^2 I^2. \quad (4.31)$$

Плотность энергии магнитного поля в соленоиде с сердечником складывается из энергии поля в вакууме и в магнетике сердечника:

$$w = w_{\text{вак}} + w_{\text{магнет}}, \text{ откуда } w_{\text{магнет}} = w - w_{\text{вак}}.$$

Т.к. для вакуума $\mu = 1$, то

$$w_{\text{магнет}} = \frac{\mu \mu_0 H^2}{2} - \frac{\mu_0 H^2}{2} = \frac{\mu_0 (\mu - 1) H^2}{2}.$$

В табл. 4.1 приведены сравнительные характеристики электрического и магнитного полей.

Т а б л и ц а 4.1

Электрическое поле	Формулы и обозначения	Магнитное поле	Формулы и обозначения
1	2	3	4
Точечный заряд	q	Ток	$I \vec{l}$
Электрическая постоянная	ϵ_0	Магнитная постоянная	μ_0
Диэлектрическая проницаемость	ϵ	Магнитная проницаемость	μ
Диэлектрическая восприимчивость	$\chi = \epsilon - 1$	Магнитная восприимчивость	$\chi = \mu - 1$
Взаимодействие точечных зарядов	$F = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{ q_1 q_2 }{r^2}$	Взаимодействие токов	$F = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{r}$
Силовая характеристика электрич. поля	$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$	Силовая характеристика магнитного поля	$\vec{B} = \frac{\vec{M}_{\text{max}}}{\vec{P}}$
Принцип суперпозиции	$\vec{E} = \sum_k \vec{E}_k$	Принцип суперпозиции	$\vec{B} = \sum_k \vec{B}_k$
Поляризованность	$\vec{P} = \chi\epsilon_0 \vec{E}$	Намагниченность	$\vec{J} = \frac{\chi}{\mu_0} \vec{B}$
Емкость проводника	$C = \frac{q}{\phi}$	Индуктивность катушки	$L = \frac{\Phi}{I}$
Энергия заряженного конденсатора	$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$	Энергия катушки с током	$W = \frac{LI^2}{2}$

1	2	3	4
Объемная плотность энергии	$w = \frac{ED}{2} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$	Объемная плотность энергии	$w = \frac{BH}{2} = \frac{\mu_0 H^2}{2}$
Поток; вектора \vec{E} сквозь поверхность S	$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$	Поток вектора \vec{B} сквозь поверхность S	$\Phi_B = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$
Циркуляция вектора \vec{E}	$\oint_L \vec{E} dl = 0$	Циркуляция вектора \vec{B}	$\oint_L \vec{B} dl = \mu_0 I$

Вопросы для самоконтроля

1. Какие опыты Фарадея легли в основу открытия явления электромагнитной индукции?
2. Что является причиной возникновения ЭДС индукции в замкнутом проводящем контуре? От чего и как зависит ЭДС индукции, возникающая в контуре?
3. В чем заключается явление электромагнитной индукции?
4. Почему для обнаружения индукционного тока лучше использовать замкнутый проводник в виде катушки, а не в виде одного витка провода?
5. Сформулируйте правило Ленца, проиллюстрировав его примерами.
6. Всегда ли при изменении магнитной индукции в проводящем контуре в нем возникает ЭДС индукции? Индукционный ток?
7. Чему равна ЭДС индукции контура?
8. Сформулируйте закон Ома для контура.
9. Как связано направление индукционного тока и направление скорости изменения потока магнитной индукции?
10. Сформулируйте закон Фарадея для контура с током, состоящего из одного и нескольких витков.
11. Возникает ли индукционный ток в проводящей рамке, поступательно движущейся в однородном магнитном поле?
12. Покажите, что закон Фарадея есть следствие закона сохранения энергии.
13. Какова природа ЭДС электромагнитной индукции?
14. Выведите выражение для ЭДС индукции в плоской рамке, равномерно вращающейся в однородном магнитном поле. За счет чего ее можно увеличить?
15. Что такое вихревые токи? Вредны они или полезны?
16. Почему сердечники трансформаторов не делают сплошными?
17. Какое явление называется скин-эффектом?

18. Произведите классификацию ускорителей.
19. Каковы параметры линейных ускорителей.
20. Когда заряженная частица движется в магнитном поле по спирали? От чего зависит шаг спирали? Ответы подтвердите выводами формул.
21. Что такое ускорители заряженных частиц? Какие они бывают и чем характеризуются?
22. Почему для ускорения электронов не применяются циклотроны?
23. В чем заключается принцип автофазировки? Где он используется?
24. Когда ЭДС самоиндукции больше – при замыкании или размыкании цепи постоянного тока?
25. В чем заключается физический смысл индуктивности контура? взаимной индуктивности двух контуров? От чего они зависят?
26. В чем заключаются явления самоиндукции и взаимной индукции? Вычислите ЭДС индукции для обоих случаев.

27. В чем заключается физический смысл времени релаксации $\tau = \frac{L}{R}$?

Докажите, что τ имеет размерность времени.

28. Запишите и проанализируйте выражения для объемной плотности энергии электростатического и магнитного полей. Чему равна объемная плотность энергии электромагнитного поля?
29. Напряженность магнитного поля возросла в два раза. Как изменилась объемная плотность энергии магнитного поля?
30. Приведите соотношение между токами в первичной и вторичной обмотках повышающего трансформатора.

5. МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА

5.1. Магнитные моменты электронов и атомов

Различные среды при рассмотрении их магнитных свойств называют *магнетиками*.

Все вещества в той или иной мере взаимодействуют с магнитным полем. У некоторых материалов магнитные свойства сохраняются и в отсутствие внешнего магнитного поля. Намагничивание материалов происходит за счет токов, циркулирующих внутри атомов – вращения электронов и движения их в атоме. Поэтому намагничивание вещества следует описывать при помощи реальных атомных токов, называемых амперовскими токами.

В отсутствие внешнего магнитного поля магнитные моменты атомов вещества ориентированы обычно беспорядочно, так что создаваемые ими магнитные поля компенсируют друг друга. При наложении внешнего магнитного поля атомы стремятся сориентироваться своими магнитными моментами \vec{P}_m по направлению внешнего магнитного поля, и тогда компенсация магнитных моментов нарушается, тело приобретает магнитные свойства – намагничивается. Большинство тел намагничивается очень слабо и величина индукции магнитного поля B в таких веществах мало отличается от величины индукции магнитного поля в вакууме B_0 . Если магнитное поле слабо усиливается в веществе, то такое вещество называется *парамагнетиком*:

$$\mu = \frac{B}{B_0} > 1 \text{ (Ce}^{3+}, \text{Pr}^{3+}, \text{Ti}^{3+}, \text{V}^{3+}, \text{Fe}^{2+}, \text{Mg}^{2+}, \text{Li}, \text{Na}),$$

если ослабевает, то это *диамагнетик*:

$$\mu = \frac{B}{B_0} < 1 \text{ (Bi, Cu, Ag, Au и др.)}$$

Но есть вещества, обладающие сильными магнитными свойствами. Они называются *ферромагнетиками*:

$$\mu = \frac{B}{B_0} \gg 1 \text{ (Fe, Co, Ni и пр.)}$$

Эти вещества способны сохранять магнитные свойства и в отсутствие внешнего магнитного поля, представляя собой постоянные магниты.

Все тела при внесении их во внешнее магнитное поле *намагничиваются* в той или иной степени, т.е. создают собственное магнитное поле, которое накладывается на внешнее магнитное поле.

Магнитные свойства вещества определяются магнитными свойствами электронов и атомов.

Магнетики состоят из атомов, которые, в свою очередь, состоят из положительных ядер и, условно говоря, вращающихся вокруг них электронов.

Электрон, движущийся по орбите в атоме эквивалентен замкнутому контуру с *орбитальным током*:

$$I = ev,$$

где e – заряд электрона, v – частота его вращения по орбите:

$$v = \frac{1}{T} = \frac{v}{2\pi r}.$$

Орбитальному току соответствует *орбитальный магнитный момент* электрона

$$\vec{P}_m = IS\vec{n} = \frac{e\vec{v}}{2\pi r}, \quad (5.1)$$

где S – площадь орбиты; \vec{n} – единичный вектор нормали к S ; \vec{v} – скорость электрона.

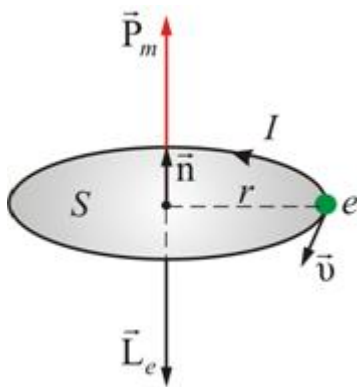


Рис. 5.1

На рис. 5.1 показано направление орбитального магнитного момента электрона.

Электрон, движущийся по орбите, имеет орбитальный момент импульса $\vec{L}_e = m\vec{v}r$, который направлен противоположно по отношению к вектору \vec{P}_m и связан с ним соотношением

$$\vec{P}_m = -\gamma\vec{L}_e, \quad (5.2)$$

где γ – коэффициент пропорциональности, называемый *гиромагнитным отношением* орбитальных моментов. Он равен:

$$\gamma = -\frac{e}{2m}, \quad (5.3)$$

где m – масса электрона.

Кроме того, электрон обладает собственным моментом импульса L_s , который называется *спином* электрона

$$L_s = \frac{1}{2}\hbar, \quad (5.4)$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}$, $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}$ – постоянная Планка

Спину электрона соответствует *спиновый магнитный момент* электрона P_{ms} , направленный в противоположную сторону:

$$\vec{P}_{ms} = -\gamma_s\vec{L}_s. \quad (5.5)$$

Величину γ_s называют *гиромагнитным отношением спиновых моментов*

$$\gamma_s = -\frac{e}{m}. \quad (5.6)$$

Проекция спинового магнитного момента электрона на направление вектора индукции магнитного поля \vec{B} может принимать только одно из следующих двух значений:

$$P_{msB} = \pm \mu_B = \pm \frac{e\hbar}{2m} = \frac{l}{2m} L_s, \quad (5.7)$$

где μ_B – *квантовый магнитный момент электрона – магнетон Бора*.

Орбитальным магнитным моментом \vec{P}_m атома называется геометрическая сумма орбитальных магнитных моментов всех электронов атома

$$\vec{P}_m = \sum_{i=1}^Z \vec{P}_{mi}, \quad (5.8)$$

где Z – число всех электронов в атоме (порядковый номер элемента в периодической системе Менделеева).

Орбитальным моментом импульса \vec{L} атома называется геометрическая сумма моментов импульса всех электронов атома:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^Z \vec{L}_{ei}. \quad (5.9)$$

5.2. Атом в магнитном поле

При внесении атома в магнитное поле с индукцией \vec{B} на электрон, движущийся по орбите, эквивалентной замкнутому контуру с током, действует момент сил \vec{M} :

$$\vec{M} = [\vec{P}_m, \vec{B}]. \quad (5.10)$$

При этом изменяется орбитальный момент импульса электрона:

$$\frac{d\vec{L}_e}{dt} = [\vec{P}_m, \vec{B}] = [-\gamma \vec{B}, \vec{L}_e]. \quad (5.11)$$

Аналогично изменяется вектор орбитального магнитного момента электрона:

$$\frac{d\vec{P}_m}{dt} = [-\gamma \vec{B}, \vec{P}_m]. \quad (5.12)$$

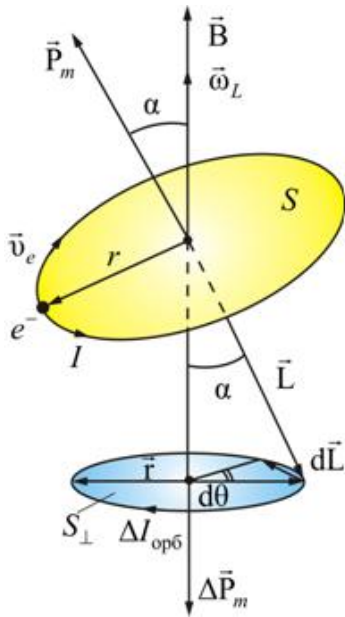


Рис. 5.2

Из этого следует, что векторы \vec{L}_e и \vec{P}_m , и сама орбита *прецессирует* вокруг направления вектора \vec{B} . На рис. 5.2 показано прецессионное движение электрона и его орбитального магнитного момента, а также дополнительное (прецессионное) движение электрона.

Эта прецессия называется *ларморовской прецессией*. Угловая скорость этой прецессии $\vec{\omega}_L$ зависит только от индукции магнитного поля и совпадает с ней по направлению.

$$\vec{\omega}_L = \frac{e}{2m} \vec{B}. \quad (5.13)$$

Теорема Лармора: единственным результатом влияния магнитного поля на орбиту электрона в атоме является прецессия орбиты и вектора \vec{P}_m –

орбитального магнитного момента электрона с угловой скоростью ω_L вокруг оси, проходящей через ядро атома параллельно вектору индукции магнитного поля.

Прецессия орбиты электрона в атоме приводит к появлению дополнительного орбитального тока, направленного противоположно току I :

$$\Delta I_{\text{орб}} = e \frac{\omega_L}{2\pi} \quad (5.14)$$

и соответствующего ему наведенного орбитального магнитного момента ΔP_m :

$$\Delta \vec{P}_m = -\Delta I_{\text{орб}} S_{\perp} = -\frac{e^2 S_{\perp}}{4\pi m} \vec{B}, \quad (5.15)$$

где S_{\perp} – площадь проекции орбиты электрона на плоскость, перпендикулярную вектору \vec{B} . Знак минус говорит, что $\Delta \vec{P}_m$ противоположен вектору \vec{B} . Тогда общий орбитальный момент атома равен:

$$\Delta \vec{P}_m = -\frac{e^2 Z S_{\perp}}{4\pi m} \vec{B}. \quad (5.16)$$

5.3. Макротоки и микротоки

При изучении магнитного поля в веществе различают два типа токов – *макротоки и микротоки*.

Макротоками называются токи проводимости и конвекционные токи, связанные с движением заряженных макроскопических тел.

Микротоками (молекулярными токами) называют токи, обусловленные движением электронов в атомах, молекулах и ионах.

Магнитное поле в веществе является суперпозицией двух полей: внешнего магнитного поля, создаваемого макротоками и внутреннего, или собственного, магнитного поля, создаваемого микротоками.

Характеризует магнитное поле в веществе вектор \vec{B} , равный геометрической сумме векторов $\vec{B}_{\text{внеш}}$ и $\vec{B}_{\text{внутр}}$ магнитных полей:

$$\vec{B} = \vec{B}_{\text{внеш}} + \vec{B}_{\text{внутр}} \quad (5.17)$$

Количественной характеристикой намагниченого состояния вещества служит векторная величина – намагниченность \vec{J} равная отношению магнитного момента малого объема вещества к величине этого объема:

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^n \vec{P}_{mi} \quad (5.18)$$

где \vec{P}_{mi} – магнитный момент i -го атома из числа n атомов, в объеме ΔV .

Для того чтобы связать вектор намагниченности среды \vec{J} с током $I_{\text{микро}}$, рассмотрим равномерно намагниченный параллельно оси цилиндрический стержень длиной l и поперечным сечением S (рис. 5.3, а). Равномерная намагниченность означает, что плотность атомных циркулирующих токов внутри материала $I_{\text{микро}}$ повсюду постоянна.

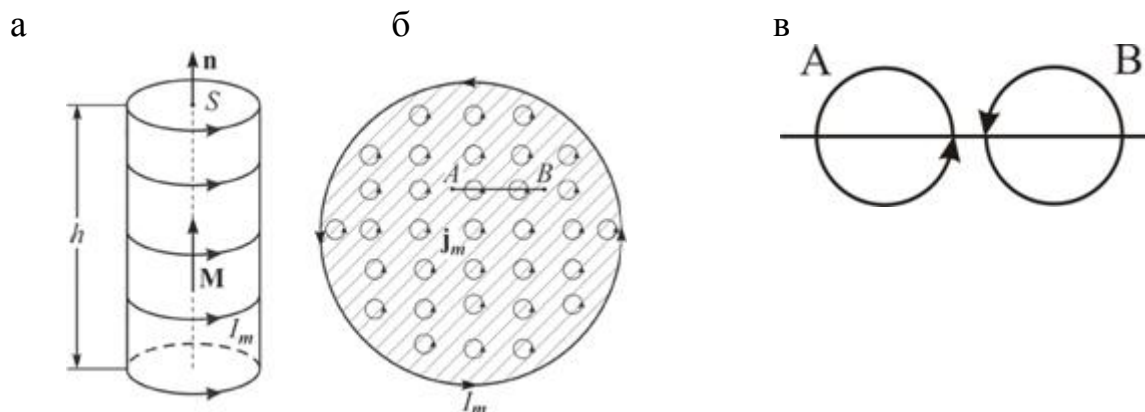


Рис. 5.3

Каждый атомный ток в плоскости сечения стержня, перпендикулярной его оси, представляет микроскопический кружок, причем все микротоки текут в одном направлении – против часовой стрелки (рис. 5.3, б). В местах соприкосновения отдельных атомов и молекул (A , B) молекулярные токи противоположно направлены и компенсируют друг друга (рис. 5.3, в). Нескомпенсированными остаются лишь токи, текущие вблизи поверхности

материала, создавая на поверхности материала некоторый микроток $I_{\text{микро}}$, возбуждающий во внешнем пространстве магнитное поле, равное полю, созданному всеми молекулярными токами.

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме можно обобщить на случай магнитного поля в веществе:

$$L \oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I_{\text{макро}} + I_{\text{микро}}), \quad (5.19)$$

где $I_{\text{микро}}$ и $I_{\text{макро}}$ – алгебраическая сумма макро- и микроточков сквозь поверхность, натянутую на замкнутый контур L .

Как видно из рис. 5.4, вклад в $I_{\text{микро}}$ дают только те молекулярные токи, которые нанизаны на замкнутый контур L .

Алгебраическая сумма сил микроточков связана с циркуляцией вектора намагниченности соотношением

$$I_{\text{микро}} = \int_L \vec{J} d\vec{l}, \quad (5.20)$$

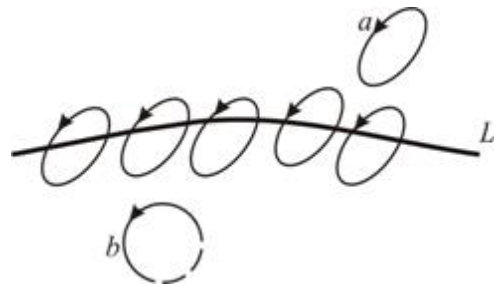


Рис. 5.4

тогда закон полного тока можно записать в виде

$$\oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = I_{\text{микро}}. \quad (5.21)$$

Вектор

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}$$

называется *напряженностью магнитного поля*.

Таким образом, закон полного тока для магнитного поля в веществе утверждает, что циркуляция вектора напряженности магнитного поля \vec{H} вдоль произвольного замкнутого контура L равна алгебраической сумме макроточков сквозь поверхность, натянутую на этот контур:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I_{\text{микро}}. \quad (5.22)$$

Выражение (5.22) – закон полного тока в интегральной форме.

Намагниченность изотропной среды связана с напряженностью поля \vec{H} соотношением:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (5.23)$$

где χ – коэффициент пропорциональности, характеризующий магнитные свойства вещества и называемый *магнитной восприимчивостью*. Он связан с магнитной проницаемостью вещества соотношением $\mu = 1 + \chi$.

Микроскопические плотности токов в намагниченном веществе чрезвычайно сложны и сильно изменяются даже в пределах одного атома. Но во многих практических задачах столь детальное описание является излишним, и нас интересуют средние магнитные поля, созданные большим числом атомов.

5.4. Диамагнетики

В подразд. 5.1 было отмечено, что, магнетики можно разделить на три основные группы: диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики.

Диамагнетизм (от греч. *dia* – расхождение и магнетизм) – свойство веществ намагничиваться навстречу приложенному магнитному полю.

Диамагнетиками называются вещества, магнитные моменты атомов которых в отсутствии внешнего поля равны нулю, т.к. магнитные моменты всех электронов атома взаимно скомпенсированы (например, инертные газы, водород, азот, NaCl и др.).

При внесении диамагнитного вещества в магнитное поле его атомы приобретают наведенные магнитные моменты. В пределах малого объема ΔV изотропного диамагнетика наведенные магнитные моменты ΔP_m всех атомов одинаковы и направлены *противоположно* вектору \vec{B} .

Вектор намагниченности диамагнетика равен:

$$\vec{J} = \frac{n\Delta\vec{P}_m}{\Delta V} = n_0\Delta\vec{P}_m = \frac{\vec{B}}{\mu_0}\chi d = \vec{H}\chi, \quad (5.24)$$

где n_0 – концентрация атомов; μ_0 – магнитная постоянная; χ – магнитная восприимчивость вещества.

Для всех диамагнетиков $\chi < 0$. Таким образом, вектор $\vec{B}_{\text{внутр}}$ магнитной индукции собственного магнитного поля, создаваемого диамагнетиком при его намагничивании во внешнем поле $\vec{B}_{\text{внеш}}$ направлен в сторону, противоположную $\vec{B}_{\text{внеш}}$. (В отличие от диэлектрика в электрическом поле).

У диамагнетиков $|\chi| \sim 10^{-6} \div 10^{-5}$.

5.5. Парамагнетики

Парамагнетизм (от греч. *para* – возле, рядом и магнетизм) – свойство веществ во внешнем магнитном поле намагничиваться в направлении этого поля, поэтому внутри парамагнетика к действию внешнего поля прибавляется действие наведенного внутреннего поля.

Парамагнетиками называются вещества, атомы которых имеют, в отсутствие внешнего магнитного поля, отличный от нуля магнитный момент \vec{P}_m .

Эти вещества намагничиваются в направлении вектора $\vec{B}_{\text{внеш}}$.

К парамагнетикам относятся многие щелочные металлы, кислород O_2 , оксид азота NO , хлорное железо $FeCl_2$ и др.

В отсутствие внешнего магнитного поля намагниченность парамагнетика $J = 0$, так как векторы \vec{P}_{mi} разных атомов ориентированы беспорядочно.

При внесении парамагнетика во внешнее магнитное поле происходит преимущественная ориентация собственных магнитных моментов атомов \vec{P}_{mi} по направлению поля, так что парамагнетик намагничивается. Значения χ для парамагнетиков положительны ($\chi > 0$) и находятся в пределах $\sim 10^{-5} \div 10^{-3}$, то есть примерно как и у диамагнетиков.

5.6. Ферромагнетики

К ферромагнетикам (*ferrum* – железо) относятся вещества, магнитная восприимчивость которых положительна и достигает значений $10^4 - 10^5$. Намагниченность $\vec{J} = \chi \vec{H}$ и магнитная индукция $\vec{B} = (\vec{H} + \vec{J})\mu_0$ ферромагнетиков растут с увеличением напряженности магнитного поля \vec{H} нелинейно, и в полях с напряженностью $\sim 8 \cdot 10^3$ А/м намагниченность ферромагнетиков достигает предельного значения \vec{J}_m , а вектор магнитной индукции растет линейно с \vec{H} :

$$\vec{B} = \vec{J}_m \mu_0 + \vec{H} \mu_0.$$

Ферромагнитные свойства материалов проявляются только у веществ в твердом состоянии, атомы которых обладают постоянным спиновым, или орбитальным, магнитным моментом, в частности у атомов с недостроенными внутренними электронными оболочками. Типичными ферромагнетиками являются переходные металлы. В ферромагнетиках происходит резкое усиление внешних магнитных полей. Причем для ферромагнетиков χ сложным образом зависит от величины магнитного поля. Типичными ферромагнетиками являются Fe, Co, Ni, Gd, Tb, Dy, Ho, Er, Tm, а также соединения ферромагнитных материалов с неферромагнитными: Fe_3Al , Ni_3Mn , $ZnCMn_3$ и др.

Существенным отличием ферромагнетиков от диа- и парамагнетиков является наличие у ферромагнетиков самопроизвольной (спонтанной)

намагниченности в отсутствие внешнего магнитного поля. Наличие у ферромагнетиков самопроизвольного магнитного момента \vec{J} в отсутствие внешнего магнитного поля означает, что электронные спины и магнитные моменты атомных носителей магнетизма ориентированы в веществе упорядоченным образом.

Ферромагнетики – это вещества, обладающие самопроизвольной намагниченностью, которая сильно изменяется под влиянием внешних воздействий – магнитного поля, деформации, температуры.

Ферромагнетики, в отличие от слабо магнитных диа- и парамагнетиков, являются сильно магнитными веществами: внутреннее магнитное поле в них может в сотни раз превосходить внешнее поле.

Отличительные особенности ферромагнетиков:

1. Нелинейная зависимость намагниченности от напряженности магнитного поля H (рис. 5.5).

Как видно из рис. 5.5, при $H > H_s$ наблюдается магнитное насыщение.

2. При $H < H_s$ зависимость магнитной индукции B от H нелинейная, а при $H > H_s$ – линейная (рис. 5.6).

3. Зависимость относительной магнитной проницаемости от H имеет сложный характер (рис. 5.7), причем максимальные значения μ очень велики ($10^3 - 10^6$).

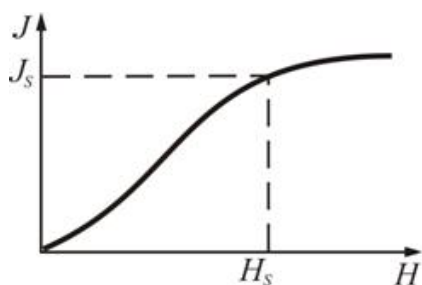


Рис. 5.5

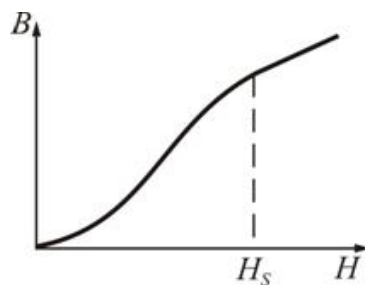


Рис. 5.6

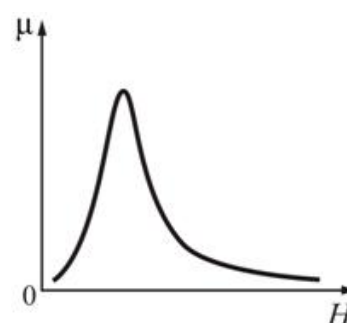


Рис. 5.7

Впервые систематические исследования μ от H были проведены в 1872 г. А.Г. Столетовым (1839–1896). Зависимость магнитной проницаемости ферромагнетика от напряженности магнитного поля называют кривой Столетова.

4. У каждого ферромагнетика имеется такая температура, называемая *точкой Кюри* (T_K), выше которой он теряет свои особые магнитные свойства. Наличие температуры Кюри связано с разрушением при $T > T_K$ упорядоченного состояния в магнитной подсистеме кристалла – параллельной ориентации магнитных моментов. Для никеля температура Кюри равна 360°C . Если подвесить образец никеля вблизи пламени горелки так, чтобы

он находился в поле сильного постоянного магнита, то не нагретый образец может располагаться горизонтально, сильно притягиваясь к магниту (рис. 5.8).

По мере нагрева образца и достижения температуры $T > T_K$ ферромагнитные свойства у никеля исчезают и образец падает. Остыв до температуры ниже точки Кюри, образец вновь притянется к магниту. Нагревшись, вновь падает и т.д., колебания будут продолжаться все время, пока горит свеча.

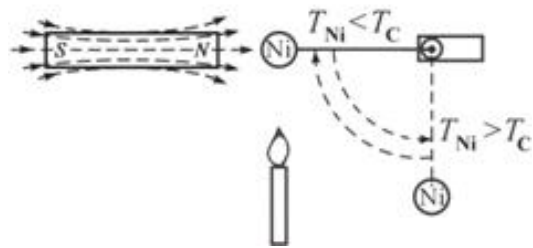


Рис. 5.8

5. Существование магнитного гистерезиса.

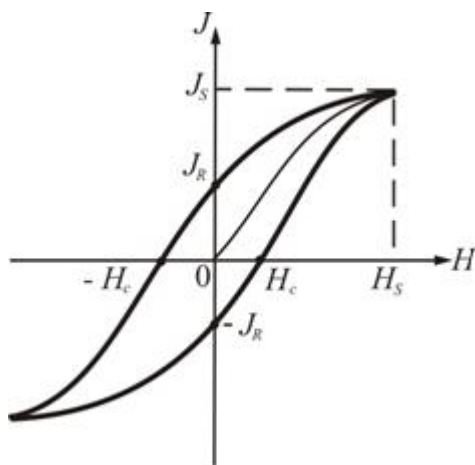


Рис. 5.9

На рис. 5.9 показана петля гистерезиса – график зависимости намагниченности вещества от напряженности магнитного поля H .

Намагниченность J_S при $H = H_S$ называется намагниченностью насыщения.

Намагниченность $\pm J_R$ при $H = 0$ называется остаточной намагниченностью (что необходимо для создания постоянных магнитов).

Напряженность $\pm H_c$ магнитного поля, полностью размагниченого ферромагнетика, называется коэрцитивной силой. Она характеризует способность ферромагнетика сохранять намагниченное состояние.

Большой коэрцитивной силой (широкой петлей гистерезиса) обладают магнитотвердые материалы. Малую коэрцитивную силу имеют магнитомягкие материалы.

Измерение гиромангнитного отношения для ферромагнетиков показали, что элементарными носителями магнетизма в них являются спиновые магнитные моменты электронов.

Самопроизвольно, при $T < T_K$, намагничиваются лишь очень маленькие монокристаллы ферромагнитных материалов, например никеля или железа. Для того чтобы постоянным магнитом стал большой кусок железа, необходимо его намагнитить, т.е. поместить в сильное магнитное поле, а затем это поле убрать. Оказывается, что при $T < T_K$ большой исходный кусок железа разбит на множество очень маленьких ($10^{-2} \div 10^{-3}$ см), полностью намагниченных областей – доменов. Векторы намагниченности доменов в отсутствие внешнего магнитного поля ориентированы таким образом, что полный магнитный момент ферромагнитного материала равен

нулю. Если бы в отсутствие поля кристалл железа был бы единым доменом, то это привело бы к возникновению значительного внешнего магнитного поля, содержащего значительную энергию (рис. 5.10, а).

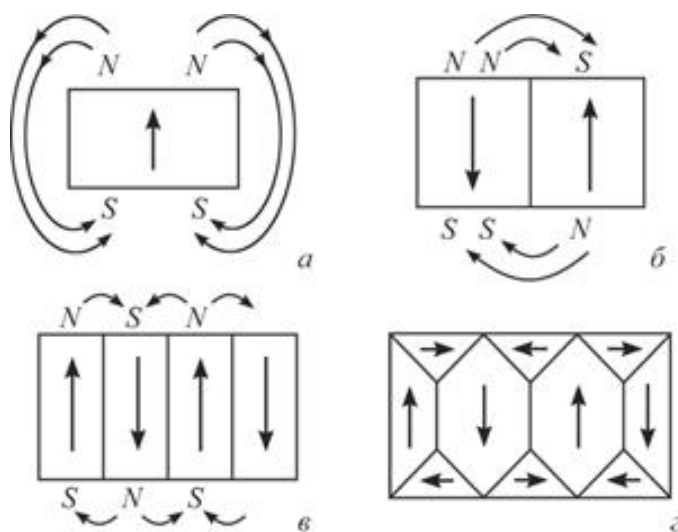


Рис. 5.10

Разбиваясь на домены, ферромагнитный кристалл уменьшает энергию магнитного поля. При этом, если домены имеют косоугольную форму (рис. 5.10, г), то, в этом случае можно легко получить такое состояние ферромагнитного кристалла, из которого магнитное поле вообще не выходит. В целом в монокристалле реализуется такое разбиение на доменные структуры, которое соответствует минимуму свободной энергии ферромагнетика. Если поместить ферромагнетик, разбитый на домены, во внешнее магнитное поле, то в нем начинается движение доменных стенок. Они перемещаются таким образом, чтобы областей с ориентацией вектора намагниченности по полю стало больше, чем областей с противоположной ориентацией (рис. 5.10, б, в, г). Такое движение доменных стенок понижает энергию ферромагнетика во внешнем магнитном поле. По мере нарастания магнитного поля весь кристалл превращается в один большой домен с магнитным моментом, ориентированным по полю (рис. 5.10, а).

Ферромагнитные материалы играют огромную роль в самых различных областях современной техники. Магнитомягкие материалы используются в электротехнике при изготовлении трансформаторов, электромоторов, генераторов, в слаботочной технике связи и радиотехнике; магнитожесткие материалы применяют при изготовлении постоянных магнитов.

Широкое распространение в радиотехнике, особенно в высокочастотной радиотехнике, получили ферриты (Fe_2O_3) сочетающие ферромагнитные и полупроводниковые свойства.

Магнитные материалы широко используются в традиционной технологии записи информации в винчестере (рис. 5.11).

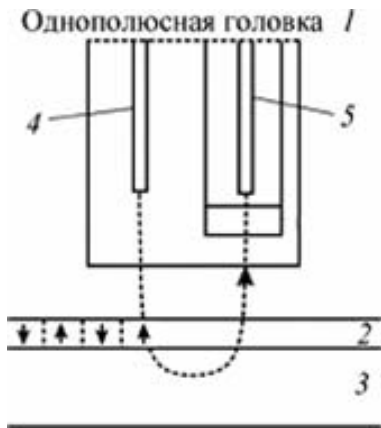


Рис. 5.11

Магнитное вещество 2 нанесено тонким слоем на основу твердого диска 3. Каждый бит информации представлен группой магнитных доменов (в идеальном случае – одним доменом). Для перемагничивания домена (изменения направления вектора его намагниченности) используется поле записывающей головки 4 (5 – считывающая головка). Наличие дополнительных стабилизирующих слоев, препятствует самопроизвольной потере информации. Записью на вертикально ориентированные домены достигается плотность до 450 Гбайт/см².

Вопросы для самоконтроля

1. Почему орбитальный магнитный и механический моменты электрона в атоме противоположно направлены?
2. Что называют гиромангнитным отношением?
3. Из каких магнитных моментов складывается магнитный момент атома?
4. Какая физическая величина характеризует магнитные свойства вещества?
5. Дайте определение магнитной проницаемости вещества.
6. Напишите формулу для определения магнитной проницаемости вещества.
7. Как объяснить наличие магнитных свойств у вещества?
8. Сформулируйте гипотезу Ампера о намагничивании веществ.
9. Что такое диамагнетики?
10. Назовите материалы, обладающие диамагнитными свойствами?
11. Что такое парамагнетики?
12. Назовите материалы, обладающие парамагнитными свойствами.
13. В чем различие магнитных свойств диамагнетиков и парамагнетиков?
14. Что такое намагниченность? Какая величина может служить ее аналогом в электростатике?
15. Запишите и объясните соотношения между магнитными проницаемостью и восприимчивостью для парамагнетика; для диамагнетика.
16. Выведите связь между векторами магнитной индукции, напряженности магнитного поля и намагниченности.
17. Выведите и прокомментируйте условия для векторов \mathbf{B} и \mathbf{H} на границе раздела двух магнетиков.
18. Что такое ферромагнетики?

19. Назовите материалы, обладающие ферромагнитными свойствами.
20. Чем обусловлены магнитные свойства у ферромагнетиков?
21. Что такое домены?
22. Как происходит намагничивание ферромагнетика?
23. В чем сущность магнитного гистерезиса?
24. Объясните петлю гистерезиса ферромагнетика
25. Какие ферромагнетики являются магнитомягкими?
26. Что представляют собой магнитотвердые материалы?
27. За счет чего происходит намагничивание в магнитомягких и магнитотвердых материалах?
28. Чем отличается электромагнит от постоянного магнита?
29. Какую температуру для ферромагнетика называют точкой Кюри?
30. Каково применение ферромагнетиков?
31. Что такое основные кривые намагничивания?
32. Что такое магнитострикция?

6. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

6.1. Ток смещения

Если в каком – либо проводнике течет переменный ток – ток проводимости, то внутри есть и переменное электрическое поле, т.е. ток смещения.

Магнитное поле проводника определяется *полным током*:

$$\vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j}_{\text{пров}} + \frac{\delta \vec{D}}{\delta t} = \vec{j}_{\text{пров}} + \vec{j}_{\text{см}}. \quad (6.1)$$

В зависимости от электропроводности среды и частоты (поля) оба слагаемых играют разную роль:

– в *металлах* и на низких частотах $j_{\text{см}} \ll j_{\text{пров}}$ (в скин-эффекте) $j_{\text{см}}$ не играет заметной роли);

– в *диэлектриках* и на высоких частотах $j_{\text{см}}$ играет основную роль.

Оба слагаемых в уравнении полного тока могут иметь одинаковые знаки и противоположные. Поэтому $j_{\text{полн}}$ может быть как больше, так и меньше тока проводимости или равна нулю.

Если проводник разомкнут, то на его концах обрывается только ток проводимости. Поэтому если под током понимать полный ток, то окажется, что в природе все *переменные электрические токи – замкнуты*. Этот вывод сделан Дж. Максвеллом.

Если замкнуть ключ (рис. 6.1), то лампа при постоянном токе гореть не будет: емкость C – разрывает цепь постоянного тока. Но вот в моменты включения лампа будет вспыхивать.

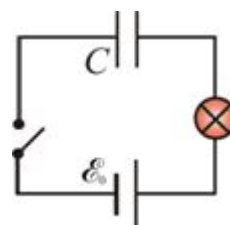


Рис. 6.1

При переменном токе – лампа горит, но в то же время ясно, что электроны из одной обкладки конденсатора в другую не переходят – между ними диэлектрик. А вот если

бы взять прибор, измеряющий магнитное поле, то в промежутке между обкладками мы обнаружили бы магнитное поле (рис. 6.2).

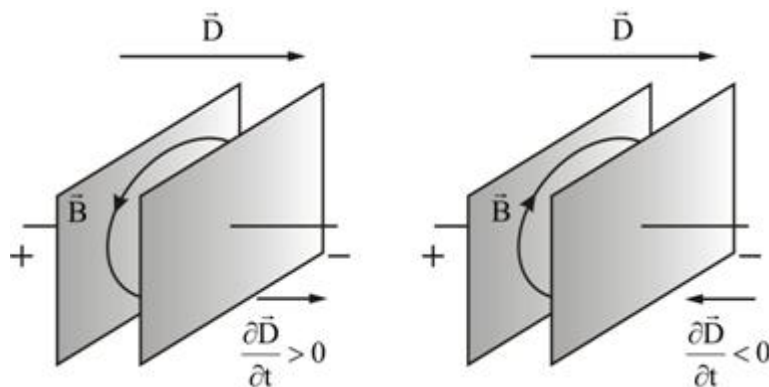


Рис. 6.2

Для установления количественных соотношений между изменяющимся электрическим полем и вызываемым им магнитным полем Максвелл ввел понятие *тока смещения*. Этот термин имеет смысл в таких веществах, как, например, диэлектрики. Там смещаются заряды под действием электрического поля. Но в вакууме зарядов нет – смещаться нечему, а магнитное поле есть. То есть название Максвелла «ток смещения» – не совсем удачное, но смысл, вкладываемый в него Максвеллом, – правильный.

Максвелл сделал вывод: всякое переменное электрическое поле порождает переменное магнитное поле.

Токи проводимости в проводнике замыкаются токами смещения в диэлектрике или в вакууме. Переменное электрическое поле в конденсаторе создает такое же магнитное поле, как если бы между обкладками существовал ток проводимости, имеющий величину, равную току в металлическом проводнике.

Это утверждение позволяет (в примере с конденсатором) найти величину тока смещения. Известно, что поверхностная плотность поляризационных зарядов σ ($\sigma = E\varepsilon\varepsilon_0$) равна \vec{D} – вектору электрического смещения ($D = E\varepsilon\varepsilon_0$):

$$D = \sigma. \quad (6.2)$$

Полный заряд на поверхности диэлектрика и, следовательно, на обкладках конденсатора $q = \sigma S$ (S – площадь обкладки).

Тогда ток смещения

$$I_{\text{см}} = \frac{\delta q}{\delta t} = \frac{\delta(\sigma S)}{\delta t},$$

или

$$I_{\text{см}} = S \frac{\delta D}{\delta t}, \quad (6.3)$$

т.е. ток смещения пропорционален скорости изменения вектора электрического смещения \vec{D} . Поэтому он и получил такое название – ток смещения.

Плотность тока смещения

$$\vec{j} = \frac{\delta \vec{D}}{\delta t}. \quad (6.4)$$

Вихревое магнитное поле (\vec{B}) образующееся при протекании тока смещения, связано с направлением вектора $\frac{\delta \vec{D}}{\delta t}$ *правилом правого винта* (рис. 6.2).

Известно, что относительная диэлектрическая проницаемость среды $\epsilon = 1 + \chi$ где χ – диэлектрическая восприимчивость среды.

Тогда

$$D = \epsilon \epsilon_0 E = (1 + \chi) \epsilon_0 E, \text{ или } D = \epsilon_0 E + \epsilon_0 E \chi,$$

где $\epsilon_0 \chi E = \vec{P}_i$ – вектор поляризации.

Следовательно

$$\vec{j}_{\text{см}} = \epsilon_0 \frac{\delta \vec{E}}{\delta t} + \frac{\delta \vec{P}_i}{\delta t}. \quad (6.5)$$

В формуле (6.5) $\epsilon_0 \frac{\delta \vec{E}}{\delta t}$ – плотность тока смещения в вакууме; $\frac{\delta \vec{P}_i}{\delta t}$ – плотность тока поляризации, т.е. плотность тока, обусловленная перемещением зарядов в диэлектрике.

Таким образом, переменное магнитное поле вызывает появление вихревого электрического поля. Переменное электрическое поле вызывает появление магнитного поля. Взаимно порождаясь, они могут существовать независимо от источников (зарядов или токов), которые первоначально создали одно из них. Совокупность переменного электрического поля и неразрывно связанного с ним переменного магнитного поля называют электромагнитным полем (ЭМП). Превращение одного поля в другое и распространение в пространстве есть способ существования ЭМП. Конкретными проявлениями ЭМП являются: радиоволны, свет, гамма-лучи и т.д.

6.2. Уравнения Максвелла

В 1860 г. знаменитый английский физик Дж. Максвелл создал единую теорию электрических и магнитных явлений, в которой он использовал понятие тока смещения и предсказал существование в свободном пространстве *электромагнитных волн*, которые распространяются со скоростью света.

Теорию ЭМП Максвелл сформулировал в виде системы нескольких уравнений. В учении об электромагнетизме эти уравнения Максвелла играют такую же роль, как уравнения (или законы) Ньютона в механике.

1) Математическое выражение теоремы о циркуляции вектора напряжённости магнитного поля имеет вид:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum I_i = I_{\text{пр}} + I_{\text{см}},$$

но: $I_{\text{см}} = \int_S \frac{d\vec{D}}{dt} d\vec{S}$; $dI_{\text{пр}} = \vec{j}dS$, т.е. $I_{\text{пр}} = \int_S \vec{j}dS$, тогда

$$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{d\vec{D}}{dt} \right) d\vec{S}. \quad (6.6)$$

Это уравнение является обобщением закона Био–Савара–Лапласа и показывает, что циркуляция вектора \vec{H} по произвольному замкнутому контуру L равна сумме токов проводимости и токов смещения сквозь поверхность, натянутую на этот контур. Оно устанавливает связь между полным током и порождаемым им магнитным полем.

2) Электродвижущая сила индукции $E_i = \oint_L \vec{E}'_i d\vec{l}$. Перейдем от вихревого электрического поля к магнитному:

$$\oint_L \vec{E}'_i d\vec{l} = E_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B}d\vec{S} = -\int_S \frac{d\vec{B}}{dt} d\vec{S}.$$

$$\oint_L \vec{E}'_i d\vec{l} = -\int_S \frac{d\vec{B}}{dt} d\vec{S}. \quad (6.7)$$

Это уравнение следует из закона электромагнитной индукции (закон Фарадея) и устанавливает количественную связь между электрическим и магнитным полями: переменное электрическое поле порождает переменное магнитное поле.

Различие в знаках левой и правой частей этого уравнения Максвелла соответствует закону сохранения энергии и правилу Ленца. Если бы знаки при $\frac{d\vec{B}}{dt}$ и $\frac{d\vec{D}}{dt}$ были одинаковы, то бесконечно малое увеличение одного из полей вызвало бы неограниченное увеличение обоих полей, а бесконечно малое уменьшение одного из полей, приводило бы к полному исчезновению обоих полей. То есть различие в знаках является необходимым условием существования устойчивого электромагнитного поля.

3) Третье уравнение является следствием теоремы Остроградского–Гаусса для электростатического поля

$$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = \int_V \rho dV. \quad (6.8)$$

Поток вектора электрического смещения \vec{D} через замкнутую поверхность S равен сумме зарядов, охваченных этой поверхностью. Это уравнение показывает также, что силовые линии вектора \vec{D} и \vec{E} начинаются и заканчиваются на зарядах.

4) Четвертое уравнение является следствием теоремы Остроградского–Гаусса для магнитного поля

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (6.9)$$

Это уравнение выражает то свойство магнитного поля, что линии вектора магнитной индукции \vec{B} всегда замкнуты и что магнитных зарядов нет.

Величины, входящие в эти четыре уравнения не независимы, и между ними существует связь:

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}. \quad (6.10)$$

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}. \quad (6.11)$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} + \vec{j}_{\text{стр}}, \quad (6.12)$$

где σ – удельная проводимость, $\vec{j}_{\text{стр}}$ – плотность сторонних токов.

Уравнения (6.6)–(6.9) составляют *полную систему уравнений Максвелла*. Они являются наиболее общими для электрических и магнитных полей в покоящихся средах. Уравнения Максвелла – инвариантны относительно преобразований Лоренца.

Полная система уравнений Максвелла в интегральной форме имеет вид:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{d\vec{D}}{dt} \right) d\vec{S},$$

$$\oint_L \vec{E}' d\vec{l} = - \int_S \frac{d\vec{B}}{dt} d\vec{S},$$

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV,$$

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Теория Максвелла является последовательной теорией единого электромагнитного поля, создаваемого произвольной системой зарядов и токов. В ней решается основная задача электродинамики – по заданному распределению зарядов и токов определяют характеристики электрического и магнитного полей. Эта теория явилась обобщением важнейших законов, описывающих электрические и магнитные явления.

В теории Максвелла рассматриваются макроскопические поля, которые создаются макрозарядами и макротоками. Расстояния от источников полей до рассматриваемых точек поля много больше размеров атомов. Периоды изменения переменных электрических и магнитных полей много больше периодов внутренних процессов.

Теория Максвелла имеет феноменологический характер. В ней не рассматривается внутренний механизм явлений в среде. Среда описывается с помощью трёх величин ϵ , μ и σ .

Теория Максвелла является теорией близкодействия, согласно которой электрические и магнитные взаимодействия осуществляются посредством электрических и магнитных полей, причем не мгновенно, а с конечной скоростью, равной скорости света в данной среде.

6.3. Электромагнитные волны

6.3.1. Свойства электромагнитных волн

По представлениям Максвелла: при любом изменении электрического поля возникает вихревое магнитное поле и, наоборот, при любом изменении магнитного поля возникает вихревое электрическое поле. Однажды начавшийся процесс взаимного порождения магнитного и электрического полей должен непрерывно продолжаться и захватывать все новые и новые области в окружающем пространстве (рис. 6.3).

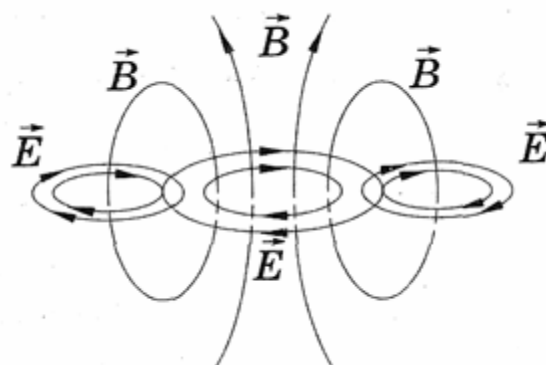


Рис. 6.3

Процесс взаимного порождения электрических и магнитных полей происходит во взаимно перпендикулярных плоскостях. Переменное электрическое поле порождает вихревое магнитное поле, переменное магнитное поле порождает вихревое электрическое поле.

Совокупность связанных друг с другом периодически изменяющихся электрического и магнитного полей называют *электромагнитным полем*.

Согласно теории Максвелла переменное электромагнитное поле распространяется в пространстве с конечной скоростью. Электромагнитное поле, распространяющееся с конечной скоростью в вакууме или в какой-либо среде, называется *электромагнитной волной*.

Максвелл показал, что векторы напряженностей переменного электрического поля (\vec{E}) и переменного магнитного поля (\vec{H}) удовлетворяют волновому уравнению типа:

$$\Delta E = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}, \quad (6.13)$$

$$\Delta H = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}. \quad (6.14)$$

$\left[\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right]$ – оператор Лапласа, v – фазовая скорость].

Скорость электромагнитных волн определяется электрическими и магнитными свойствами среды, в которой они распространяются

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu}},$$

где ϵ_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные, ϵ и μ – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды.

Если электромагнитные волны распространяются в вакууме, то $\epsilon = 1$, $\mu = 1$. Скорость распространения электромагнитных волн в вакууме:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Скорость распространения электромагнитных волн в вакууме равна скорости света в вакууме: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

Электромагнитные волны являются поперечными: векторы \vec{E} и \vec{H} взаимно перпендикулярны и лежат в плоскости, перпендикулярной вектору \vec{v} – скорости распространения волны. Кроме того, в электромагнитной волне \vec{E} и \vec{H} всегда колеблются в одинаковых фазах; одновременно достигают максимума, одновременно обращаются в нуль (рис. 6.4).

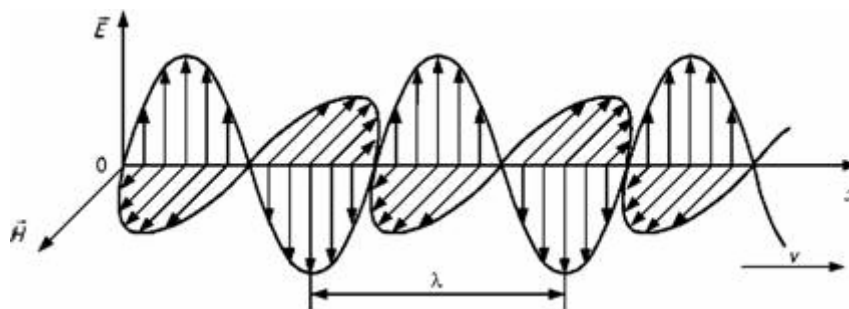


Рис. 6.4

Мгновенные значения векторов \vec{E} и \vec{H} в любой точке связаны отношением

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H.$$

Уравнениям (6.13) и (6.14) удовлетворяют плоские монохроматические электромагнитные волны ($E_x = E_z = 0$, $H_x = H_z = 0$) описываемые уравнениями

$$E_y = E_0 \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (6.15)$$

$$H_y = H_0 \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (6.16)$$

где E_0 и H_0 – амплитуды векторов \vec{E} и \vec{H} .

В уравнениях (6.15) и (6.16) φ_0 одинаковые, так как колебания электрического и магнитного векторов в электромагнитной волне происходят в одинаковой фазе.

Реальное существование электромагнитных волн, возможности их передачи и приема были доказаны Г. Герцем.

Герцем Г., Лебедевым А.П. и другими физиками были исследованы основные свойства электромагнитных волн (интерференция, дифракция, поляризация, давление и т.д.).

6.3.2. Энергия электромагнитных волн

Энергия электромагнитного поля равна сумме энергий электрического и магнитного полей

$$W = W_э + W_м.$$

Объемная плотность энергии электромагнитного поля соответственно складывается из объемных плотностей энергий электрического и магнитного полей

$$w = w_э + w_м = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu \mu_0 H^2}{2}.$$

Объемная плотность энергии электрического и магнитного полей волны в каждый момент времени одинакова

$$w_э = w_м.$$

Так как электрическая и магнитная составляющие электромагнитного поля энергетически равноправны, то

$$w = 2w_э = \varepsilon_0 \varepsilon E^2. \quad (6.17)$$

Так как $E\sqrt{\epsilon\epsilon_0} = H\sqrt{\mu\mu_0}$, то формулу (6.17) можно записать в виде

$$w = \sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0}EH = \frac{1}{v}EH,$$

где v – скорость распространения электромагнитной волны.

Умножив последнее выражение на скорость распространения волны, получим

$$S = wv = EH.$$

\vec{S} – вектор плотности потока энергии электромагнитной волны.

Так как векторы \vec{E} и \vec{H} взаимно перпендикулярны, то вектор плотности потока электромагнитной энергии можно представить как векторное произведение \vec{E} и \vec{H}

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}].$$

Вектор \vec{S} называют *вектором Умова-Пойнтинга*. Он направлен в сторону распространения электромагнитной волны, а его модуль равен энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени сквозь единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны.

6.3.3. Шкала электромагнитных волн

Из теории Максвелла следует, что различные электромагнитные волны имеют общую природу.

Опытами Герца была установлена идентичность природы электромагнитного излучения и света. Из этого следует очень важный вывод, что видимый свет представляет электромагнитное излучение. Дальнейшие исследования подтвердили, что не только видимый свет, но и инфракрасное и ультрафиолетовое излучения, рентгеновское и гамма-излучение имеют электромагнитную природу, т.е. *электромагнитные волны имеют очень широкий диапазон частот или длин волн*.

Спектр электромагнитного излучения охватывает радиоволны, инфракрасное излучение, видимый свет, ультрафиолетовое, рентгеновское и гамма-излучение. Названия для лучей, лежащих в различных областях спектра, сложились исторически. Электромагнитные волны всех длин распространяются в пространстве с одной и той же скоростью. Отличаются они друг от друга только длиной волны

$$\lambda = \frac{c}{\nu},$$

где c – скорость света, ν – частота волны.

Радиоволны и УКВ имеют длину волны от нескольких километров до нескольких сантиметров. Генерируют их с помощью вибраторов различных конструкций.

Инфракрасное излучение, видимый свет и ультрафиолетовые лучи испускают тела, нагретые до различных температур. Чем выше температура тела, тем короче длина волны испускаемых им электромагнитных волн.

Рентгеновское излучение возникает при резком торможении заряженных частиц – электронов. Гамма-излучение испускается при радиоактивном распаде атомов.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие поля называются вихревыми?
2. Что называют током смещения?
3. Дайте понятие вихревого электрического поля. Запишите первое уравнение Максвелла в интегральной форме.
4. Запишите второе уравнение Максвелла в интегральной форме.
5. Запишите и объясните третье и четвертое уравнения Максвелла.
6. Запишите полную систему уравнений Максвелла для электромагнитного поля.
7. Каков физический смысл уравнений Максвелла?
8. Объясните образование свободной электромагнитной волны.
9. Как определяется энергия электромагнитной волны?
10. Что такое вектор Умова – Пойнтинга?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данном разделе курса рассмотрены вопросы классической электродинамики, включая экспериментальные законы и общую теорию методов.

Знание законов электродинамики играет огромную роль в решении большого количества проблем современной науки и техники и определяет развитие энергетики, транспорта, вычислительной техники, физики плазмы, термоядерного синтеза и т.д. Дефектоскопия, электромагнитные линзы, магнитная запись информации, поезда на магнитной подушке – вот далеко не полный перечень перспективных областей промышленного применения электромагнитного поля. В течение многих лет не ослабевает интерес к электромагнитным полям биологических объектов, повышено внимание к среде их обитания.

Среди прикладных проблем необходимо упомянуть также физические методы исследования Земли: электроразведку, магниторазведку, радиоволновые методы. В геологии, как и в других науках, используется большое количество измерительных приборов, принцип действия которых основан на электромагнитных взаимодействиях.

Очевидна роль электродинамики при решении таких теоретических проблем, как природа и эволюция электрического и магнитного полей Земли, их взаимодействие с космосом и влияние на человека.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Трофимова, Т.И. Курс физики [Текст] / Т.И. Трофимова. – М.: КноРус, 2015. – 592 с.
2. Бондарев, Б.В. Курс общей физики / Б.В. Бондарев, Н.П. Калашников, Г. Г. Спирин. – М.: Юрайт, 2013. – 354 с.
3. Сивухин, Д.В. Общий курс физики [Текст] / Д.В. Сивухин. – М.: Физматлит, 2014. – 560 с.
4. Хавруняк, В.Г. Курс физики / В.Г. Хавруняк. – М.: ИНФРА-М, 2014. – 400 с.
5. Грабовский, Р.И. Курс физики [Текст] / Р.И. Грабовский. – СПб.: Лань, 2012. – 608 с.
6. Трофимова, Т.И. Сборник задач по курсу физики с решениями [Текст] / Т.И. Трофимова, З.Г. Павлова. – М.: Абрис, 2012. – 312 с.
7. Савельев, И.В. Курс общей физики [Текст]: в 3-х т. Т. 2 Электричество и магнетизм. Волны. Оптика / И.В. Савельев. – М.: Лань, 2016. – 495 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА.....	5
1.1. Закон сохранения заряда. Взаимодействие зарядов. Закон Кулона.....	5
1.2. Электрическое поле. Напряженность электрического поля.....	6
1.3. Принцип суперпозиции.....	7
1.4. Электрическое поле диполя.....	11
1.5. Взаимодействие двух диполей.....	12
1.6. Линии напряженности.....	14
1.7. Поток вектора напряженности.....	16
1.8. Теорема Остроградского-Гаусса.....	17
1.9. Вычисление электрических полей с помощью теоремы Остроградского-Гаусса.....	20
1.10 Теорема о циркуляции вектора напряженности.....	25
1.11. Работа электростатического поля.....	26
1.12. Потенциал электростатического поля.....	27
1.13. Связь напряженности и потенциала.....	29
1.14. Силовые линии и эквипотенциальные поверхности.....	30
1.15. Расчет потенциалов простейших электростатических полей.....	32
1.16. Поляризация диэлектриков.....	37
1.17. Различные виды диэлектриков.....	40
1.17.1. Сегнетоэлектрики.....	41
1.18. Вектор электрического смещения.....	44
1.19. Поток вектора электрического смещения. Теорема Остроградского –Гаусса для вектора.....	46
1.20. Изменение ϵ на границе раздела двух диэлектриков.....	47
1.21. Напряженность и потенциал электростатического поля в проводнике...	49
1.22. Определение напряженности поля вблизи поверхности заряженного проводника.....	50
1.23. Электрическая емкость.....	51
1.24. Соединение конденсаторов.....	52
1.25. Расчет емкостей различных конденсаторов.....	53
1.26. Энергия заряженного конденсатора.....	55
1.27. Эмиссия электронов из проводников.....	58
1.28. Контактные явления на границе раздела двух проводников.....	63
Вопросы для самоконтроля.....	66
2. ПОСТОЯННЫЙ ТОК.....	68
2.1. Причины электрического тока. Сила тока.....	68
2.2. Плотность тока.....	69
2.3. Уравнение непрерывности.....	70
2.4. Сторонние силы и ЭДС.....	71
2.5. Закон Ома для неоднородного участка цепи и для замкнутой цепи.....	72
2.6. Закон Ома в дифференциальной форме.....	74

2.7. Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца	74
2.8. КПД источника тока	76
2.9. Правила Кирхгофа для разветвленных цепей.....	77
2.10. Электрический ток в металлах	78
2.11. Электрический ток в полупроводниках	82
2.12. Электрический ток в жидкостях (электролитах).....	87
2.13. Электрический ток в газах	91
2.14. Понятие о плазме	100
2.15. Сверхпроводимость	104
Вопросы для самоконтроля	106
3. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ.....	108
3.1. Магнитные взаимодействия.....	108
3.2. Закон Био–Савара–Лапласа	112
3.3. Магнитное поле движущегося заряда.....	113
3.4. Напряженность магнитного поля.....	114
3.5. применение закона био-савара-лапласа для расчета магнитных полей простейших токов.....	114
3.6. Теорема Гаусса для вектора магнитной индукции.....	117
3.7. Закон Ампера.....	118
3.8. Взаимодействие двух параллельных проводников с токами	119
3.9. Действие магнитного поля на рамку с током	119
3.10. Единицы измерения магнитных величин.....	120
3.11. Сила Лоренца	122
3.12. Циркуляция вектора магнитной индукции. Закон полного тока для магнитного поля в вакууме	123
3.13. Применение закона полного тока для расчета магнитного поля соленоида	125
3.14. Магнитное поле тороида.....	127
3.15. Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле.....	128
3.16. Эффект Холла.....	129
Вопросы для самоконтроля	131
4. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ.....	132
4.1. Опыты Фарадея. Индукционный ток. Правило Ленца	132
4.2. Величина ЭДС индукции	133
4.3. Природа ЭДС индукции.....	135
4.4. Циркуляция вектора напряженности вихревого электрического поля....	137
4.5. Токи Фуко (вихревые токи). Скин-эффект	138
4.6. Ускорители заряженных частиц.....	140
4.7. Явление самоиндукции	147
4.8. Влияние самоиндукции на ток при замыкании и размыкании цепи, содержащей индуктивность	148
4.9. Взаимная индукция.....	150
4.10. Индуктивность трансформатора	151
4.11. Энергия магнитного поля	152
Вопросы для самоконтроля	155

5. МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА.....	157
5.1. Магнитные моменты электронов и атомов	157
5.2. Атом в магнитном поле	159
5.3. Макротоки и микротоки.....	160
5.4. Диамагнетики	163
5.5. Парамагнетики	163
5.6. Ферромагнетики.....	164
Вопросы для самоконтроля.....	168
6. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ.....	170
6.1. Ток смещения	170
6.2. Уравнения Максвелла.....	172
6.3. Электромагнитные волны	175
Вопросы для самоконтроля.....	179
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	180
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	181

Учебное издание

Очкина Наталья Александровна

ФИЗИКА: ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ
Учебное пособие

Под общ. ред. Г.И. Грейсуха

Редактор Н.Ю. Шалимова
Верстка Н.А. Сазонова

Подписано в печать ..2016. Формат 60×84/16.
Бумага офисная «Снегурочка». Печать на ризографе.
Усл. печ. л. 10,7. Уч.-изд. л. 11,5. Тираж 80 экз.
Заказ №414.



Издательство ПГУАС.
440028, г.Пенза, ул. Германа Титова, 28.