

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства»

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Учебно-методическое пособие
по выполнению лабораторных работ

Пенза 2013

УДК 539.3/.6(075.8)

ББК 30.121я73

С64

Рекомендовано Редсоветом университета

Рецензент – зав. кафедрой «Строительные конструкции», доктор технических наук, профессор Н.Н. Ласьков

Авторы: канд. техн. наук В.П. Волков,
канд. техн. наук А.Е. Евсеев,
канд. техн. наук В.В. Зернов,
канд. техн. наук С.Ф. Подшивалов

С64 **Соппротивление** материалов: учеб.-метод. пособие по выполнению лаб. работ / В.П. Волков, А.Е. Евсеев, В.В. Зернов, С.Ф. Подшивалов. – Пенза: ПГУАС, 2013. – 68 с.

Приведены история развития курса сопротивления материалов как составной части технической механики и история появления лабораторных исследований материалов, механизмов и элементов конструкций. Изложены цели, задачи и виды лабораторных исследований. Рассмотрены методика определения механических характеристик материалов при различных видах нагружений и методика опытной проверки расчётных формул и рабочих гипотез.

Учебно-методическое пособие подготовлено на кафедре «Механика» в соответствии с действующей программой курса и предназначено для студентов очной и заочной форм обучения по направлению 270800.62 «Строительство».

© Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства, 2013

ВВЕДЕНИЕ

Техническая механика представляет собой науку об общих законах механического движения и применения их в технике и состоит из двух частей: теоретической и прикладной. Первая часть посвящена изучению теоретических основ механического движения, вторая – использованию положений теоретической механики для практических целей: проектирования механизмов, расчёта деталей машин, строительных конструкций и сооружений.

Механика материалов – это раздел технической механики, в котором изучается поведение твердых деформируемых тел при различных видах нагружения. Она составляет область знаний, известную под различными названиями, включая «сопротивление материалов» и «механика деформируемых тел». Твердые деформируемые тела – это стержни, валы, балки, стойки, а также конструкции из этих элементов. Предметом исследования является определение напряжений, деформаций и перемещений, вызванных нагрузками.

В сопротивлении материалов одинаково важную роль играют теоретические исследования и результаты экспериментов. Во многих случаях для описания механического поведения конструкции используются формулы и соотношения различных величин, но их нельзя применять на практике, пока не установлены некоторые свойства материалов. Эти свойства оказываются известными только после соответствующих экспериментов, проведенных в лаборатории. Кроме того, многие важные для техники проблемы не могут эффективно разрабатываться средствами теорий; поэтому экспериментальное наблюдение оказывается практически необходимым.

Исторически развитие сопротивления материалов представляет собой блестящее смешение теории и эксперимента – эксперимента, указывающего путь получения полезных результатов в одних случаях, и теории, делающей то же в других. Экспериментами по определению прочности канатов, стержней и балок занимались такие знаменитые ученые, как Леонардо да Винчи (1452–1519 гг.) и Галилео Галилей (1564–1642 гг.), хотя они и не развили сколь-либо точных (в соответствии с современными представлениями) теорий для объяснения полученных ими результатов. С другой стороны, блестящий математик Леонард Эйлер (1707–1783 гг.) построил математическую теорию сжатых стержней и вычислил критическую силу для сжатого стержня еще в 1744 году, то есть задолго до того, как появилось экспериментальное подтверждение, указывающее на значимость его результатов. Таким образом, теоретические результаты Эйлера

оставались неиспользованными в течение многих лет, хотя сегодня они составляют основу теории сжатых стержней.

Лабораторные работы являются неотъемлемой частью курса «Сопротивление материалов». Профессор С.П. Тимошенко, впервые внедривший лабораторные работы в учебную программу курса в 1908 году в киевском политехническом институте, писал: «Совокупность аналитических методов, служащих для определения внутренних усилий, и тех приёмов, которыми пользуются при экспериментальном исследовании прочности строительных материалов, составляет предмет науки сопротивления материалов». Современная учебная программа предусматривает проведение цикла лабораторных работ, в ходе которых решаются две принципиально разные проблемы. С одной стороны, проводится экспериментальная проверка справедливости допущений и гипотез, применяемых в теоретических выкладках при выводе окончательных формул. С другой стороны, расчёт конструкций или их отдельных элементов не может быть произведён без знаний важнейших механических характеристик материала: предельно допустимых напряжений и упругих постоянных материала – модулей упругости E и G и коэффициента Пуассона, которые определяются опытным путём. Таким образом, основными задачами лабораторного практикума являются: исследование механических свойств и определение механических характеристик материала; опытная проверка теоретических выводов и законов, а также изучение студентами современных экспериментальных методов исследования напряжённого и деформированного состояний материала и обработки экспериментальных данных.

Рост промышленного производства влечёт за собой не только увеличение потребности в материалах, но и повышение требований к их свойствам в связи с использованием машин и механизмов с более высокими параметрами, повышением их надежности и особенно в связи с автоматизацией производства. При решении народнохозяйственных задач в области экономии материалов при одновременном обеспечении высокого качества изделий на первый план выдвигаются вопросы технического материаловедения. Для определения целесообразности применения того или иного материала необходимо комплексно изучить его свойства и поведение при различных нагрузках, близких к условиям эксплуатации, используя для этого современную технику испытания материалов.

Дальнейшее развитие науки об исследовании характерных свойств материалов и об определении их численных показателей, при котором основное внимание будет по-прежнему уделяться механическим свойствам конструктивных материалов и соответственно механическим и технологическим способам испытания, должно быть тесно связано с использованием

достижений механики твердого тела, в частности механики разрушения. Это определяется тем, что предпосылкой для введения новых способов расчета и определения размеров деталей является наличие надежных данных о механическом поведении материалов, в частности об их сопротивлении пластической деформации и сопротивлении разрушению.

Классификация методов испытания материалов может строиться по различным принципам. Иногда те или иные способы испытания группируют по признаку решения различных задач:

а) механические и технологические методы испытаний – для исследования прочности, деформируемости, пластичности, вязкости и характера разрушения. Найденные численные показатели применяют при расчете размеров механически нагружаемых деталей машин и конструкций; они также могут быть использованы для характеристики технологических свойств – деформируемости при обработке давлением, свариваемости, прокаливаемости. К этой же группе можно отнести определение свойств поверхности, например твердости и сопротивления износу;

б) химические и физические методы исследования химического состава и структуры материала;

в) методы исследования тонкого строения и структуры и их изменения. Поскольку эти методы вначале использовали только для металлических материалов, ранее их называли металлографическими методами испытания, однако теперь их широко применяют и для исследования высокополимерных и керамических материалов;

г) методы неразрушающего контроля, основанные на взаимодействии различных форм энергии с материей; они предназначены для выявления вида, величины и частоты расположения несплошностей, дефектов. Эти методы используются преимущественно для проверки заготовок и деталей машин;

д) физические методы испытания находят применение для количественного определения механических, термических, оптических, электрических и магнитных свойств материала или же для выявления изменения состояния;

е) методы определения деформаций и напряжений в деталях машин представляют собой специфическую область испытания материала (тензометрию), особенно тесно связанную с механикой твердого тела.

Способы исследования технологических и служебных свойств настолько же стары, как и сами материалы. В качестве примера можно назвать испытание мечей на гиб с перегибом, проводившееся для доказательства их упругости и прочности, или обстукивание керамических изделий, чтобы убедиться в отсутствии в них трещин. Однако теоретические и экспери-

ментальные исследования свойств материалов для машин и строительных конструкций известны только со средних веков. Леонардо да Винчи описал испытательную машину для определения прочности проволоки при растяжении и провел, как и несколько позже Галилей, теоретический анализ прочности балки (бруса) на изгиб. В 1678 году Гук опубликовал работу, где была изложена первая фундаментальная закономерность механического поведения материалов: «каково напряжение, такова и деформация»; позднее эта формулировка получила название закона Гука, а после того, как в 1802 году Юнг ввел понятие модуля упругости, предложенная закономерность приобрела принятую теперь форму.

Уже в XVII веке Ван Мушенбрук провел обширные исследования прочности на образцах из дерева и металла. После этого в Англии в связи с промышленной революцией начали возникать первые лаборатории, в которых проводились механические и технологические испытания материалов, что дало толчок для создания аналогичных лабораторий в других промышленных странах, в первую очередь в Германии. Здесь особо следует отметить заслуги Баха (Мюнхен) и Баушингера (Штутгарт), которые ввели в практику способы механических испытаний и основали государственные официальные станции испытания материалов.

В середине XIX века в связи с частыми поломками железнодорожных осей особенно остро встал вопрос о повреждении материалов при циклическом нагружении; тогда же Вёлер разработал способ испытания для определения циклической прочности, используемый до настоящего времени (так называемые усталостные испытания по Вёлеру). Впоследствии это испытание, проводившееся ранее при синусоидальных колебаниях нагрузки с постоянной амплитудой, было существенно усовершенствовано благодаря введению испытаний образцов с надрезом, а также конструктивной прочности (на натуральных деталях машин или конструкций) и испытаний эксплуатационной прочности (при воздействии нагружений, близких к наблюдаемым в условиях службы).

Одновременно начали внедряться способы испытаний при ударном нагружении. Первое испытание на удар на надрезанных тавровых балках провел в 1884 году Тетмайер; на этой основе в 1910 году были разработаны испытания на ударный изгиб надрезанных образцов двух основных типов – с надрезом по Шарпи и по Изоду. Недостаточная показательность этих испытаний, первоначально предназначавшихся только для контроля анизотропии свойств и не позволявших оценить сопротивление хрупкому разрушению, привела к разработке способов испытания на образцах с наведенными трещинами, что позволяет использовать критерий механики

разрушения для более надежного расчета размеров конструкций, склонных к хрупкому разрушению.

Способ определения твердости царапанием был известен минералогии уже давно, но только в 1900 году на Парижской всемирной выставке Бринелль продемонстрировал первый технически приемлемый способ испытания на твердость. Наряду с разработанными позднее способами Роквелла и Виккерса, а также с динамическими способами определения твердости в настоящее время способ испытания по Бринеллю является одним из наиболее широко применяемых в практике испытаний материалов.

В начале XX столетия в связи с повышением рабочих температур паросиловых установок возникла необходимость в проведении испытаний на прочность при температурах выше 600 К. При этом оказалось, что практиковавшиеся прежде способы кратковременных горячих испытаний уже не достаточны, и что необходим учет явлений ползучести, зависящих от времени. Появились способы длительных горячих механических испытаний, продолжительность которых доводится до 100000 часов.

После того, как Сорби в 1861 году в Англии и Мартенс в 1878 году в Германии провели наблюдения поверхности металлических шлифов под микроскопом, а Хейн, Обергоффер, Стед, Д.К. Чернов и др. применили специальные реактивы для травления, начали развиваться методы исследования структуры. Благодаря переходу от оптической микроскопии к электронной и в особенности в связи с применением растрового электронного микроскопа, принцип которого впервые опубликовал Фон Арденне в 1937 году, открылись новые возможности исследования тонкого строения материала.

Расширение областей применения материалов и обусловленное этим разнообразие требований к их свойствам повлекли за собой необходимость осуществления комплексных испытаний, при которых учитывались бы различные факторы: форма реальной конструкции, характер нагружения и влияние окружающей среды. Поскольку развитие таких комплексных испытаний ограничивается техническими и экономическими возможностями, одна из важных задач дальнейших исследований заключается в том, чтобы использовать данные материаловедения о взаимосвязях между структурой и свойствами материалов и на этой основе разрабатывать такие методы испытаний, которые были бы основаны на физике материалов и при приемлемых издержках и хорошей воспроизводимости результатов позволяли бы надежно судить о поведении какого-либо материала в реальных условиях службы. В качестве примера здесь можно назвать тесное сочетание разрушающих и неразрушающих способов испытания; предпосылки для такого сочетания были созданы развитием механики разру-

шения. С развитием последней связан также переход при неразрушающем испытании материалов от простой дефектоскопии (выявление местонахождения дефекта) к дефектометрии (определению размеров дефекта) или от простого определения параметров качества к активному управлению качеством (квалиметрии).

При статических испытаниях для определения характеристик прочности и пластичности образец исследуемого материала подвергают действию постоянной или медленно и плавно (квазистатически) повышающейся нагрузки.

Основные способы статических испытаний представлены в таблице.

Виды нагружения	Основные определяемые величины	Область применения
1	2	3
Растяжение: а) нагрузка непрерывно повышается	Модуль упругости	Все материалы
	Предел упругости	
	Предел текучести	
	Временное сопротивление (предел прочности)	
	Условное сопротивление разрыву	
	Относительное удлинение после разрыва	
	Относительное удлинение в месте разрыва	
	Относительное сужение после разрыва	
б) нагрузка постоянная	Временное сопротивление при ускоренных испытаниях	Металлические материалы при низких температурах
	Временное сопротивление при длительных испытаниях	Полимеры при комнатной температуре
Сжатие	Предел текучести при сжатии	Строительные материалы (не металлические)
	Временное сопротивление при сжатии	Металлические и полимерные материалы специального назначения (например, материал для подшипников)
	Относительное укорочение	

Окончание таблицы

1	2	3
Изгиб	Временное сопротивление при изгибе	Полимеры, строительные материалы, дерево, стекло, керамика, хрупкие металлические материалы (инструментальные стали)
	Модуль упругости	
	Стрела прогиба	
Кручение	Временное сопротивление при кручении	Машиностроительные и строительные материалы (металлические)
	Модуль сдвига	
	Угол закручивания	
Срез	Предел прочности	Дерево, сталь для заклепок, материалы для режущего инструмента

В зависимости от продолжительности испытания подразделяют на кратковременные и длительные.

Для вывода расчетных формул используют различные **гипотезы и допущения**.

1. Гипотеза сплошности, однородности и изотропности материалов.

В сопротивлении материалов принято рассматривать все материалы как однородную сплошную среду, независимо от их микроструктуры. Материал считается: сплошным, если в теле нет разрывов, однородным – если его свойства во всех точках одинаковы; и хотя в действительности реальный материал, как правило, неоднороден (уже в силу его молекулярного строения), тем не менее указанная особенность не является существенной, поскольку в сопротивлении материалов рассматриваются конструкции, размеры которых существенно превышают не только межатомное расстояние, но и размеры кристаллических зерен; изотропным, если его свойства во всех направлениях одинаковы. Отдельно взятый кристалл материала анизотропен, но, так как в объеме реального тела содержится бесконечно большое количество хаотично расположенных кристаллов, принимается, что материал изотропен.

2. Материал конструкции обладает свойством идеальной упругости, т.е. способностью полностью восстанавливать первоначальную форму и

размеры тела после устранения причин, вызвавших его деформацию. Эта предпосылка справедлива лишь при напряжениях, не превышающих для данного материала величины, называемой пределом упругости. При напряжениях, превышающих предел упругости, в материале возникают пластические (остаточные) деформации, не исчезающие после снятия нагрузки, или упругопластические – частично исчезающие.

3. Справедлив закон Гука.

Перемещения точек тела пропорциональны приложенным нагрузкам. Деформации пропорциональны напряжениям.

4. Гипотеза малости деформаций.

Для всякого твердого тела деформации малы по сравнению с размерами тела. При составлении уравнения равновесия тела изменением размера тела вследствие деформации можно пренебречь.

5. Принцип независимости действия сил.

Результат действия на тело системой сил не зависит от порядка приложения нагрузок и равен сумме результатов действия каждой силы в отдельности.

6. Гипотеза плоских сечений, введенная швейцарским ученым Д. Бернулли, гласящая, что плоские сечения остаются плоскими до и после деформации. Ее называют еще гипотезой Бернулли. Эту гипотезу можно рассматривать как экспериментальный факт, наблюдаемый, например, при нанесении прямоугольной сетки на резиновый стержень. При изгибе такого стержня продольные линии искривляются, в то время как поперечные линии остаются прямыми. Эта гипотеза относится только к длинным и тонким стержням и используется при выводе большинства формул при расчете брусьев.

7. Гипотеза отсутствия боковых давлений.

Волокна друг на друга не давят. Считается, что нормальные напряжения действуют только вдоль продольной оси стержня и не действуют в поперечных направлениях. Эта гипотеза относится только к длинным и тонким стержням.

Лабораторная работа №1

ИСПЫТАНИЕ СТАЛЬНОГО ОБРАЗЦА НА РАСТЯЖЕНИЕ

Из всех способов механических и технологических испытаний наибольшее распространение получили испытания на растяжение. Их применяют при разработке новых материалов, при расчете их характеристик для определения размеров статически нагружаемых деталей и конструкций и при контроле качества материалов. В целом эти испытания служат для исследования поведения материала при одноосном нагружении, при котором растягивающая нагрузка равномерно распределена на все поперечное сечение образца. При этом гладкий ненадрезанный образец растягивают в испытательной машине в направлении оси образца до разрыва, а зависимость между растягивающей силой и изменением длины регистрируют в виде диаграммы нагрузка – абсолютное удлинение.

Цель работы – исследовать процесс растяжения стального образца вплоть до его разрушения и определить следующие механические характеристики:

- 1) предел пропорциональности σ_{pr} ;
- 2) предел текучести σ_y ;
- 3) временное сопротивление σ_u ;
- 4) относительное остаточное удлинение при разрыве ϵ_r ;
- 5) относительное сужение поперечного сечения в «шейке» ψ_r .

1. Методика проведения испытания

Размер поперечных сечений многих элементов металлических конструкций, а следовательно, и их масса определяются расчетом, непосредственно учитывающим прочностные свойства материала – предел текучести и временное сопротивление разрыву [1]. Поэтому повышение прочности стали – наиболее действенное средство снижения металлоемкости и стоимости таких конструкций.

Для определения прочностных свойств металлов проводятся испытания на статическое растяжение. В отличие от динамических испытаний статические длятся значительный интервал времени, достаточный для того, чтобы силы инерции оказались пренебрежимо малы по сравнению со статическими силами.

Испытательная машина сообщает образцу принудительное удлинение и регистрирует нагрузку, соответствующую этому удлинению. Результат эксперимента представляет собой так называемую первичную диаграмму

растяжения. Она устанавливает зависимость между усилиями F , действующими на опытный образец, и соответствующими этим усилиям абсолютными удлинениями Δl . Для того чтобы диаграмма не зависела от размеров образца и отражала лишь характеристики изучаемого материала, необходимые для расчета конструкций, используют условную диаграмму напряжений в координатах «нормальные напряжения – относительные удлинения» « $\sigma - \varepsilon$ ». Ординаты этой диаграммы получают делением значений растягивающей силы на первоначальную площадь поперечного сечения образца A_0 :

$$\sigma = F / A_0,$$

а абсциссы – делением абсолютных удлинений Δl на начальную расчетную длину образца l_0 :

$$\varepsilon = \Delta l / l_0.$$

Диаграмма напряжений малоуглеродистой конструкционной стали показана на рис. 1.1.

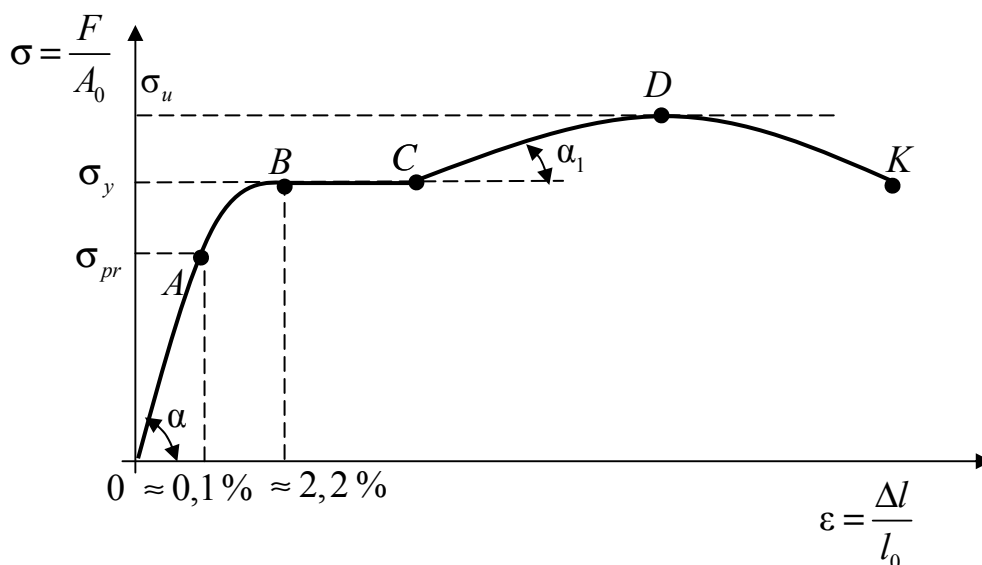


Рис. 1.1. Диаграмма напряжений пластичной малоуглеродистой стали в координатах « $\sigma - \varepsilon$ »

Прямолинейный участок диаграммы OA указывает на прямую пропорциональность между напряжением и деформацией. Эта зависимость называется законом Гука ($\sigma = E \cdot \varepsilon$), а сам участок – участком пропорциональности. Наибольшее напряжение, при котором еще соблюдается закон Гука, называется пределом пропорциональности σ_{pr} . Если разгрузить образец, напряжения в котором не превышают величины предела пропор-

циональности, линия разгрузки будет совпадать с участком пропорциональности AO , а относительная остаточная деформация (после снятия всей нагрузки) исчезнет. В таком случае говорят, что материал работает упруго. Упругие деформации, соответствующие пределу пропорциональности незначительны, и составляют для пластичной стали примерно 0,1 %. Тангенс угла наклона α участка пропорциональности OA к оси деформаций равен модулю упругости

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E.$$

Модуль упругости характеризует сопротивляемость материала деформации растяжения (чем выше модуль упругости, тем меньше деформации).

При дальнейшем нагружении образца закон Гука нарушается – диаграмма искривляется. Для пластичных сталей это явление сопровождается так называемой текучестью – быстрым возрастанием деформаций при постоянном уровне напряжений. На диаграмме появляется горизонтальный участок BC (площадка текучести). Механически текучесть объясняется взаимными сдвигами частиц материала по площадкам наибольших касательных напряжений. Пределом текучести σ_y называется напряжение, которое соответствует площадке текучести и при котором деформации нарастают без увеличения нагрузки.

Следует отметить, что ярко выраженная площадка текучести характерна лишь для пластичной стали. Другие материалы (в том числе и высокоуглеродистые стали) лишены площадки текучести. Предел текучести для таких материалов принимается условно соответствующим напряжению, при котором остаточное удлинение образца составляет 0,2 % его длины и обозначается $\sigma_{0,2}$.

С наступлением текучести образец начинает получать значительную остающуюся, так называемую пластическую, или остаточную, деформацию. Чтобы убедиться в этом, прекратим нагружение образца в некоторый произвольный момент испытания при напряжениях, которые выше предела пропорциональности.

Пусть точка M (рис. 1.2) соответствует моменту прекращения дальнейшего нагружения образца. Полное удлинение образца выражается отрезком OH оси деформации. Постепенно разгружая образец, будем замечать уменьшение его длины, при этом разгрузка изобразится прямой ML , параллельной участку пропорциональности. Отрезок HL представляет собой упругую деформацию, а отрезок LO – остаточную.

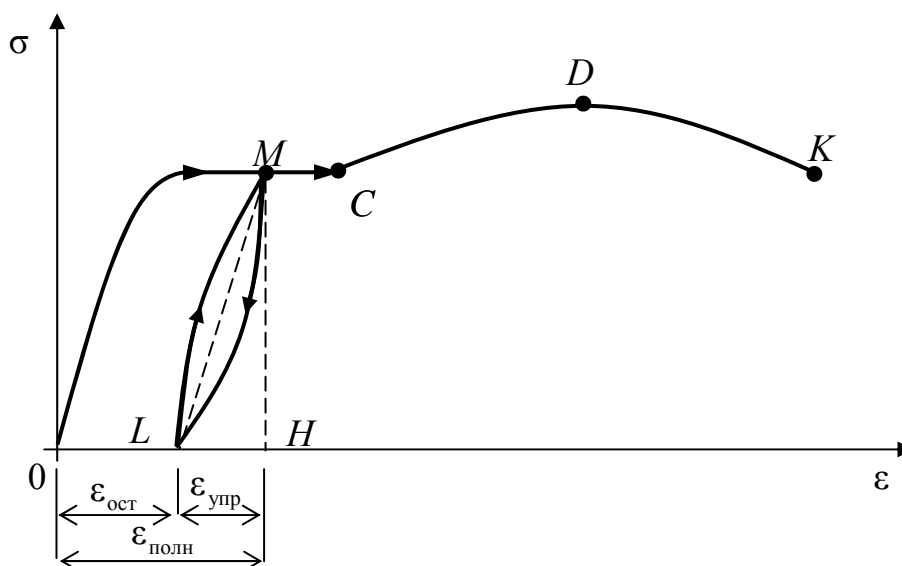


Рис. 1.2. Разгрузка за пределом пропорциональности и явление упрочнения (наклепа)

Загрузим теперь образец снова. На диаграмме повторится также прямая LM , но в обратном направлении, а при дальнейшем нагружении получим кривую $MCDK$, являющуюся продолжением предыдущей диаграммы¹. Таким образом, металл вследствие первоначальной вытяжки как бы приобретает упругие свойства и повышает предел упругости, теряя, однако, в значительной мере способность к пластической деформации. Это явление называется упрочнением (*наклепом* или *нагартовкой*). Упрочнение имеет обычно направленный характер. Поэтому в результате пластической деформации материал приобретает так называемую деформационную анизотропию. Одним из проявлений ее является эффект Баушингера. Он заключается в том, что предварительная пластическая деформация одного знака ухудшает сопротивляемость материала в отношении последующей пластической деформации обратного знака. Так, пластическое растяжение стержня приводит к заметному снижению предела текучести при последующем сжатии того же стержня.

Претерпев состояние текучести, материал вновь начинает сопротивляться возрастающей нагрузке, напряжения за точкой C начинают опять увеличиваться. Кривая CD называется участком упрочнения. При этом угол наклона участка пропорциональности α значительно больше угла наклона участка упрочнения: α_1 ($\alpha_1 \ll \alpha$) (см. рис. 1.1). Точка D является наивысшей точкой диаграммы. Здесь условное напряжение принимает наибольшее значение. Условное напряжение, соответствующее точке D ,

¹ Указанное явление описано схематично. В действительности линии разгрузки и нагружения не идеально прямые и, несколько не совпадая друг с другом, образуют так называемую петлю гистерезиса (см. рис. 1.2).

называется временным сопротивлением или пределом прочности материала и обозначается σ_u .

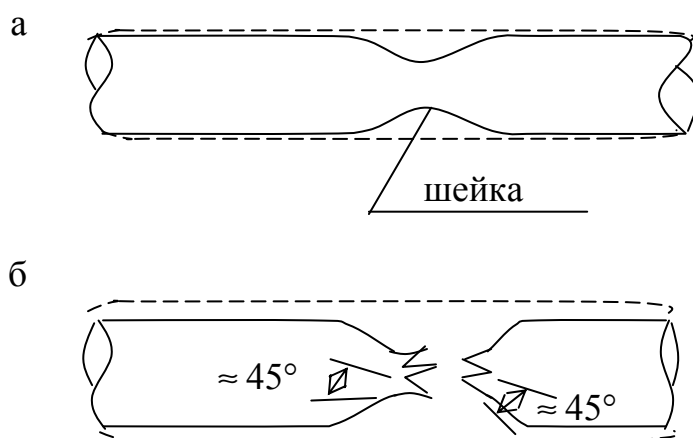


Рис. 1.3. Этапы разрушения образца:
а – образование «шейки»; б – разрыв образца

При максимальной нагрузке в образце начинает образовываться местное сужение поперечного сечения – так называемая «шейка» (рис.1.3, а), вследствие чего сопротивление образца быстро уменьшается, и диаграмма начинает идти вниз. Участок DK называется участком разрушения. При достижении на диаграмме точки K происходит разрыв образца по наименьшему сечению «шейки». Разрушение происходит по площадкам, наклонным к нормальному сечению на угол примерно 45° , т.е. по площадкам наибольших касательных напряжений.

Несмотря на то что внешняя нагрузка уменьшается, истинное напряжение, получающееся делением нагрузки на соответствующую площадь сечения образца в «шейке», возрастает. В момент разрыва истинное напряжение в «шейке» имеет наибольшее значение: оно в несколько раз превышает временное сопротивление.

Испытания на статическое растяжение обязательно проводятся на всех заводах-изготовителях стального проката для каждой партии изделий с 30–40-х годов прошлого века. Таким образом, появилась возможность контролировать качество проката с применением статистических методов.

Минимальные гарантируемые значения предела текучести и временного сопротивления проката стали при растяжении принимаются в качестве основных нормативных сопротивлений материала при расчете и проектировании металлических конструкций (обозначаются R_{yn} и R_{un} соответственно). Значения нормативных сопротивлений для листового широкополосного универсального и фасонного прокатов стали разных уровней

прочности приведены в [2] и [1]. Их обеспеченность, согласно процедуре контроля по стандарту [2], выражается вероятностью $P_{об.к} \geq 0,95$. Там же даны значения расчетных сопротивлений проката по пределу текучести и временному сопротивлению (обозначаются R_y и R_u соответственно). Они получены делением соответствующих нормативных сопротивлений на коэффициент надежности по материалу, значение которого для проката разных сталей регламентировано [1]. Обеспеченность расчетных сопротивлений выражается вероятностью $P_{об.к} \geq 0,995$.

Испытательная машина

В работе используется испытательная машина (комплекс для статических испытаний материалов) КСИМ-40 (рис. 1.4), которая предназначена для испытаний как на сжатие, так и на растяжение.



Рис. 1.4. Общий вид машины КСИМ-40 для испытаний на растяжение и сжатие

Принцип действия машины заключается в следующем: нагружение образца производится с помощью системы зубчатых и червячных передач, создающих постоянную скорость перемещений зажимов, а величина на-

грузки измеряется силоизмерителем (кинематическая схема показана на рис. 1.5).

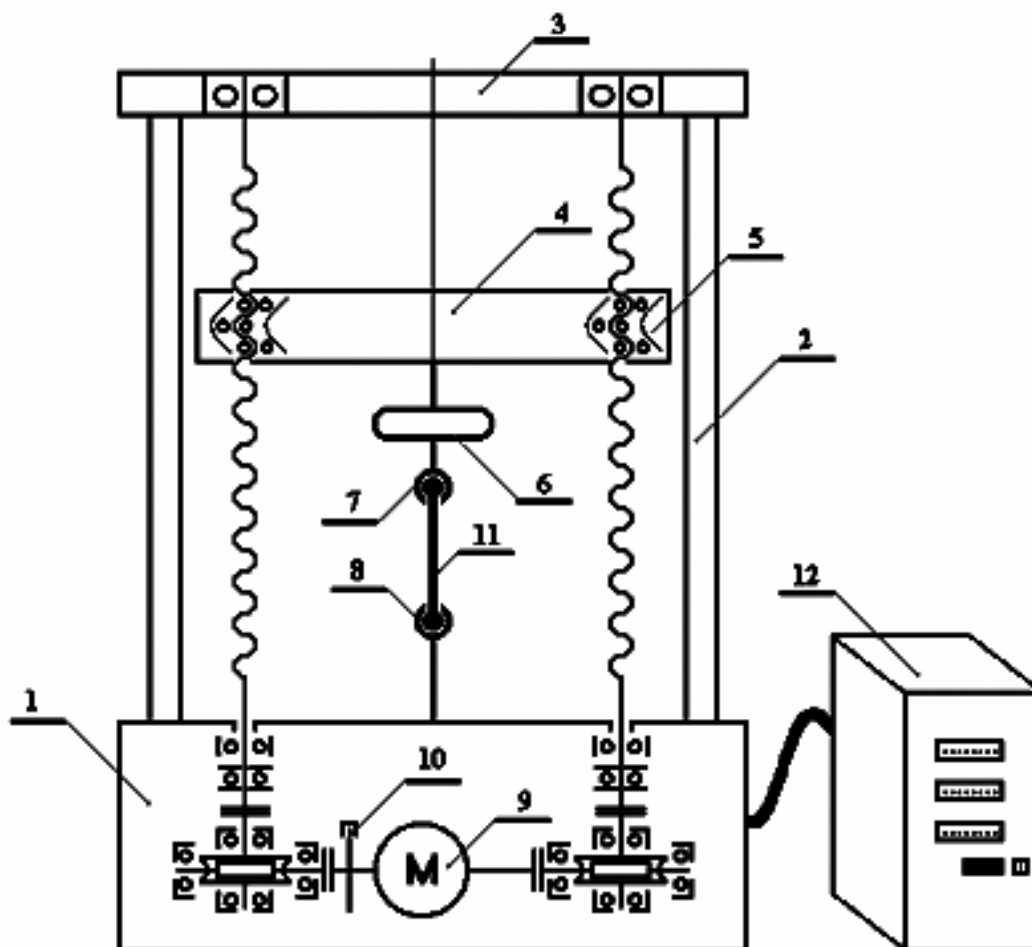


Рис. 1.5. Кинематическая схема машины КСИМ-40 для испытаний на растяжение и сжатие:

- 1 – основание станины; 2 – колонна; 3 – неподвижная траверса;
- 4 – подвижная траверса; 5 – шарико-винтовая передача; 6 – силоизмеритель;
- 7 – верхний захват; 8 – нижний захват; 9 – электродвигатель;
- 10 – преобразователь перемещений; 11 – образец; 12 – блок управления

Машина снабжена связью с ЭВМ посредством передачи данных через СОМ-порт. С помощью специальной программы, определяя значения продольной силы в образце и соответствующие ей абсолютные деформации, на экране монитора можно получить кривую, представляющую собой первичную диаграмму растяжения, т.е. зависимость между удлинением образца и нагрузкой. Впоследствии полученную диаграмму можно распечатать на печатающем устройстве (получить твердую копию результатов испытания). Кроме того, имеется возможность сохранить результаты эксперимента на жестком диске ЭВМ, что позволяет обрабатывать полученные результаты (строить условную диаграмму работы, проводить статистическую обработку результатов и т.п.).

Техническая характеристика КСИМ-40

Наибольшая предельная нагрузка, кН , не менее	40
Наибольшее расстояние между торцами устройства для крепления захватов, включая рабочий ход активного захвата, мм, не менее	420
Ширина рабочего пространства, мм, не менее	350
Рабочий ход активного захвата, мм, не менее	315
Скорость перемещения активного захвата, мм/мин	0,5–60
Диапазон измерения линейного перемещения, мм	0–300
Цена единицы наименьшего разряда (е.н.р.) индикатора нагрузки, Н	10
Размеры образцов, мм:	
• для растяжения:	
– диаметр	6–8
– длина рабочего участка	30–80
• для сжатия:	
– диаметр	6–8
– длина рабочего участка	8–16
Блок управления обеспечивает измерение текущей нагрузки и максимальной силы, автоматическую остановку привода при достижении предельной нагрузки, а также конечных положений траверсы	
Блок управления обеспечивает установку скорости перемещения траверсы, мм/мин, в диапазоне	0,5–60
Габаритные размеры нагружающего устройства, мм, не более:	
– высота	1570
– длина, мм	680
– ширина, мм	610
Масса, кг, не более:	
– станины	180
– блока управления	26
Мощность, потребляемая машиной, В·А, не более	1200

Форма и размеры образцов

В испытании применяют стандартные цилиндрические образцы диаметром в рабочей части 3,0 мм и более с начальной расчетной длиной $l_0 = 5,65 \sqrt{A_0}$, называемые короткими. В других испытательных машинах возможно применение данных образцов с начальной расчетной длиной $l_0 = 11,3 \sqrt{A_0}$. Один из типов образцов показан на рис. 1.6.

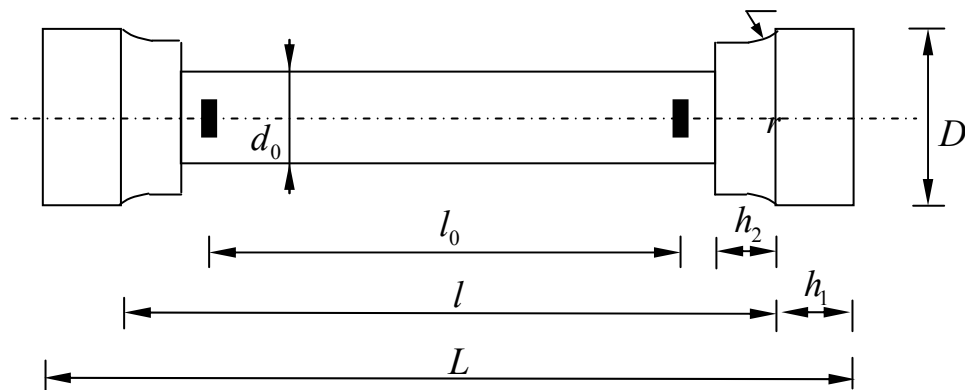


Рис. 1.6. Стандартный металлический образец

Численные значения размеров, указанных на рис. 1.6, установлены ГОСТ 1497–84, в зависимости от начального диаметра d_0 . Так, для короткого образца с $d_0 = 5$ мм размеры должны быть:

$$l_0 = 5d_0 = 25 \text{ мм}$$

$$h_2 = 2,5 \text{ мм}$$

$$l = l_0 + (0,5 \div 2) \cdot d_0$$

$$r = 1,5 \text{ мм}$$

$$D = 11 \text{ мм}$$

$$L = l + 2(h_1 + h_2)$$

$$h_1 = 10 \text{ мм}$$

Порядок проведения работы

1. Вычертить эскиз образца. Измерить штангенциркулем размеры образца l_0 и d_0 по рабочей части с точностью до 0,01 мм. Диаметр необходимо измерить не менее чем в трех местах (в средней части и на границах рабочей длины). За начальный диаметр следует принять наименьшее значение d . Результат занести в протокол испытания.

2. Определить площадь поперечного сечения A_0 с точностью до 0,01 мм². Результат занести в протокол испытания.

3. Установить образец в захваты испытательной машины. Подключить ЭВМ. Подготовить машину и ЭВМ к испытанию.

4. Выбрать зазоры в силовой цепи «образец – испытательная машина».

5. Начать испытание образца на растяжение, выбрав значение скорости перемещения траверсы в пределах 0,2–0,8 мм/мин, до значения силы, превышающей предел текучести на 5–10 %.

Для стандартного образца диаметром 5–8 мм характерные значения силы, соответствующей пределу текучести, зависят от испытываемого материала.

Низкоуглеродистые стали (Ст2, Ст3 и т.п.)	от 0,6 до 1,1 кН
Конструкционные стали (сталь 35, сталь 45 и т.п.)	от 0,98 до 1,8 кН
Медные сплавы	0,55 до 0,95 кН
Алюминиевые сплавы (Д 16, Д 19 и т.п.)	от 0,65 до 1,2 кН

6. Осуществить разгрузку образца со скоростью 0,2–0,8 мм/мин.

7. Осуществить повторное нагружение образца выполнить с той же скоростью до значения силы, достигнутой на предыдущих этапах испытания.

8. Продолжить растяжение образца со скоростью 2–4 мм/мин до разрушения образца.

9. После разрушения образца измерить расстояние l_1 между рисками и диаметр d_1 в месте разрушения (в «шейке»). Для определения l_1 и d_1 части разрушенного образца плотно складывают так, чтобы их оси образовали прямую линию. Полученные результаты занести в протокол испытания.

2. Обработка результатов испытания

На диаграмме растяжения стоят оси координат. Небольшой начальный участок диаграммы бывает криволинейным (рис. 1.7), переходящим далее в прямую линию. Начальная криволинейность диаграммы вызывается отсутствием полного контакта между головками образца и захватами испытательной машины. Эту начальную криволинейность следует исключить, продолжив прямую линию диаграммы вниз, как показано на рис. 1.7. Полученную точку пересечения нужно считать началом диаграммы.

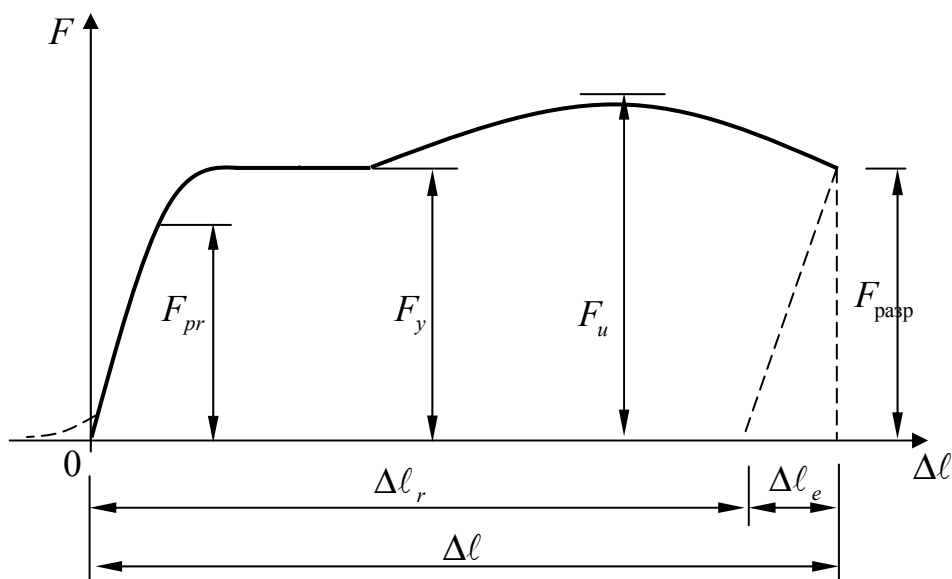


Рис. 1.7. Первичная диаграмма растяжения

На диаграмме отмечают точки, соответствующие пределу прочности F_u , пределу текучести F_y , пределу пропорциональности F_{pr} , а также величину нагрузки в момент разрушения образца $F_{разр}$. Указанные нагрузки определяются по показателям силоизмерителя.

Если на диаграмме растяжения площадка текучести отсутствует, то графическим способом определяется условный предел текучести $\sigma_{0,2}$. Индекс 0,2 указывает на то, что условный предел текучести соответствует остаточному удлинению, составляющему 0,2 % от расчетной длины образца l_0 . Величину остаточного удлинения OD откладывают по оси удлинений от точки O (рис. 1.8). Из точки D проводят прямую, параллельную прямой OM . Точка пересечения этой прямой K с диаграммой растяжения определяет нагрузку $F_{0,2}$, соответствующую условному пределу текучести. Нагрузка F_{pr} , соответствующая пределу пропорциональности, определяется графическим способом (рис. 1.9).

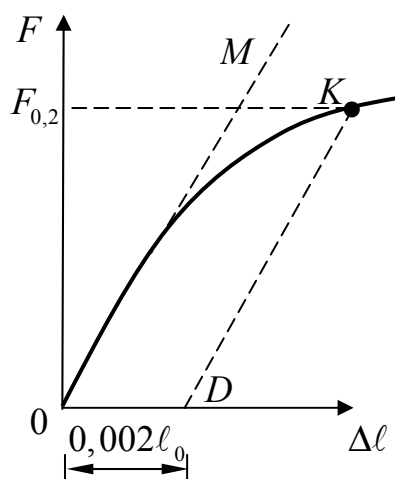


Рис. 1.8. К определению условного предела текучести

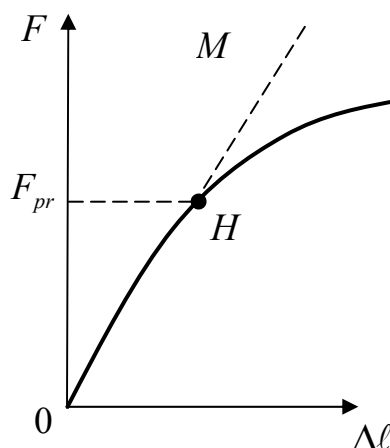


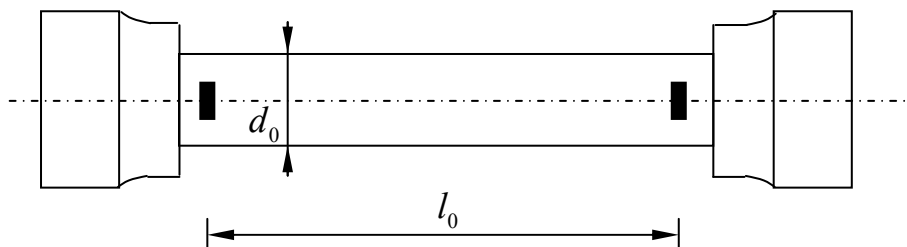
Рис. 1.9. К определению предела пропорциональности

Из начала координат проводят прямую линию OM , совпадающую с начальным прямолинейным участком диаграммы растяжения. Начало отклонения диаграммы от прямой OM (точка H) дает искомую нагрузку F_{pr} , соответствующую пределу пропорциональности. По найденным значениям F_u и F_y (или $F_{0,2}$), F_{pr} в протоколе испытания вычисляют механические характеристики испытываемого материала.

3. Протокол испытания

Испытываемый материал – мягкая конструкционная сталь, легированная сталь, чугун, дюралюминий, латунь... .

Эскиз образца (чертеж образца с указанием основных размеров).



	До испытания	После испытания
Диаметр образца, мм	$d_0 =$	$d_1 =$
Расчетная длина, мм	$l_0 =$	$l_1 =$
Площадь сечения, мм ²	$A_0 = \frac{\pi d_0^2}{4} =$	$A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} =$

Относительное остаточное удлинение:

$$\varepsilon_r = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \cdot 100\% =$$

Относительное остаточное сужение:

$$\psi_r = \frac{A_0 - A_1}{A_0} \cdot 100\% =$$

Нагрузки:

соответствующая пределу пропорциональности	$F_{pr} =$	Н
соответствующая пределу текучести (или условному пределу текучести)	$F_y =$ $F_{0,2} =$	Н
соответствующая пределу прочности (временному сопротивлению)	$F_u =$	Н
разрушающая	$F_{разр} =$	Н

Полученные напряжения:

предел пропорциональности	$\sigma_{pr} = \frac{F_{pr}}{A_0} =$	МПа
предел текучести	$\sigma_y = \frac{F_y}{A_0} =$	МПа
(или условный предел текучести)	$\sigma_{0,2} = \frac{F_{0,2}}{A_{0,2}} =$	МПа
предел прочности (временное сопротивление)	$\sigma_u = \frac{F_u}{A_0};$	
истинное напряжение в момент разрушения	$\sigma_{ист} = \frac{F_{разр}}{A_1} =$	МПа

Для оценки качества испытанного материала важно также определить работу, затраченную на разрыв образца. Чем бóльшую работу необходимо затратить для разрыва образца, тем больше энергии материал в состоянии поглотить, не разрушаясь, и тем лучше он будет сопротивляться ударным нагрузкам, поглощая кинетическую энергию удара.

Для определения работы, затраченной на пластическую деформацию, сначала находят площадь S полученной диаграммы растяжения. Площадь S вычисляется любым методом, применяемым в геометрии для определения площадей. Иногда площадь S определяют приближенно, как площадь прямоугольника высотой F_u и длиной Δl_r , с учетом коэффициента заполнения диаграммы $\eta = 0,8 \dots 0,85$.

Работа W , затраченная на пластическую деформацию, вычисляется путем умножения площади S полученной диаграммы растяжения на масштаб сил и масштаб удлинений.

Удельная работа a определяется делением работы A на объем рабочей части образца W_0 :

$$a = A / W_0.$$

Вопросы для самоконтроля

1. Что понимается под деформацией? Компоненты деформации.
2. Что называется абсолютной линейной деформацией?
3. Что называется относительной линейной деформацией?
4. Какие деформации называются упругими, а какие – остаточными (пластическими)?

5. Нарисуйте диаграмму напряжений при растяжении и сжатии низкоуглеродистой стали.

6. Нарисуйте диаграмму напряжений при растяжении и сжатии хрупкого материала.

7. Что называется пределом пропорциональности?

8. Что называется пределом упругости?

9. Что называется пределом текучести?

10. Что называется площадкой текучести?

11. Какие напряжения – нормальные или касательные – являются причиной возникновения пластических деформаций? На каком уровне напряжений они начинают появляться?

12. Что называется пределом прочности?

13. Какое явление называется наклепом?

14. В чем отличие в поведении под нагрузкой между пластическими и хрупкими материалами?

15. В чем отличие в характере разрушения пластических и хрупких материалов?

16. Что называется расчётным сопротивлением материала? Его размерность.

17. Какой из стержней (стальной, медный или деревянный), имеющих одинаковые размеры и загруженных одинаковой силой, получит наименьшую деформацию?

18. Как найти удельную потенциальную энергию упругой деформации?

Лабораторная работа №2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ УПРУГОСТИ И КОЭФФИЦИЕНТА ПУАССОНА СТАЛИ

Цель работы – определить величины модуля упругости E и коэффициента поперечной деформации ν (коэффициента Пуассона) для малоуглеродистой стали.

1. Методика проведения испытаний

В начальной стадии деформации (до предела пропорциональности) для большинства металлов справедлив закон Гука, выражающий зависимость между удлинением образца и нагрузкой [5]:

$$\Delta l = \frac{Fl_0}{EA} \quad \text{или} \quad \sigma = E\varepsilon.$$

Отсюда модуль упругости:

$$E = \frac{Fl_0}{A\Delta l} \quad \text{или} \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon}.$$

Под действием осевой нагрузки образец меняет не только свою длину, но и поперечные размеры. Соотношение между величинами поперечной и продольной относительных деформаций, взятое по абсолютной величине, даёт значение коэффициента поперечной деформации (коэффициента Пуассона) [5]:

$$\nu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|.$$

Таким образом, модуль упругости E и коэффициент Пуассона ν можно определить, если измерить линейные деформации в продольном ε и поперечном ε' направлениях при действии осевой нагрузки F .

Испытательная машина. В лабораторной работе используется машина КСИМ-40, предназначенная для испытаний на растяжение и сжатие образцов с установленными на них измерительными приборами. Максимальное усилие, развиваемое машиной, составляет 40 кН (см. рис. 1.4).

Форма и размеры образцов. Измерение деформаций в продольном и поперечном направлениях производится специальными приборами (тензометрами). Образец для испытания, выполненный в виде широкой полосы, должен иметь длину, в 4–5 раз большую ширины, чтобы исключить влияние неравномерности распределения деформации в местах приложения нагрузки

к образцу, причём толщина полосы должна быть не менее 3 мм. Указанные соотношения размеров отвечают требованиям ГОСТ 1497–84 [3]. На рис. 2.1 показаны размеры образца и схема расстановки тензометров.

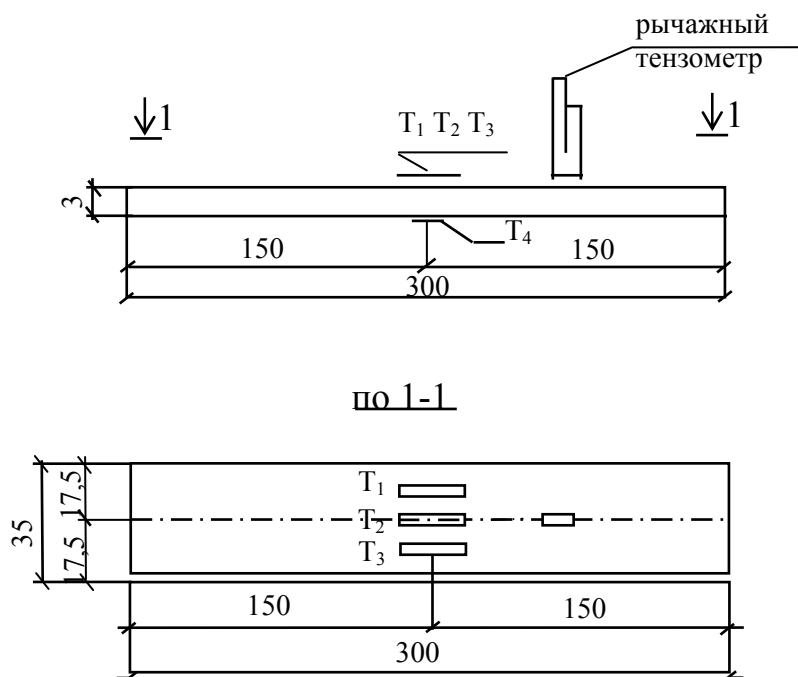


Рис. 2.1. Образец с установленными тензометрами

Приборы для измерения деформаций (тензометры). Деформации тела характеризуются изменением взаимного расположения частиц и являются весьма малыми величинами по сравнению с размерами самого тела. Для измерения и регистрации малых линейных деформаций применяют специальные измерители деформаций – тензометры. По принципу действия различают три основных вида тензометров:

- механические;
- электрические;
- оптико-механические.

В настоящей работе используются электрические и механические тензометры.

Установка для электротензометрирования состоит из двух основных частей: проволочного датчика сопротивления (тензорезистора) и регистрирующего устройства.

Проволочный датчик преобразует деформацию в изменение омического сопротивления проводника. Датчик представляет собой несколько петель тонкой проволоки 1, наклеенной на полоску диэлектрической бумаги 2 (рис. 2.2). Применяется константановая проволока диаметром 0,02–0,03 мм.

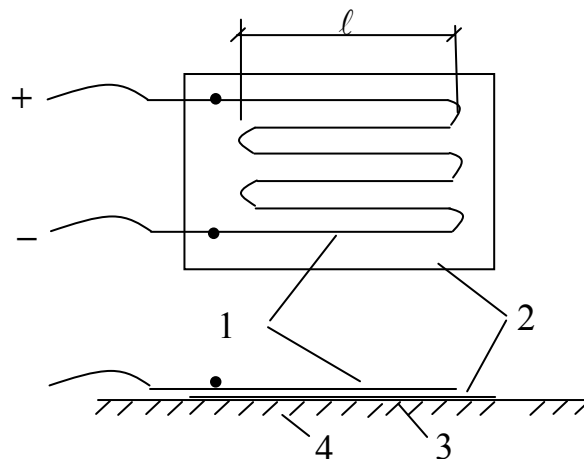


Рис. 2.2. Схема проволочного датчика сопротивления

Длина петли l называется базой датчика. База может быть 5, 10, 20, 50 мм. Выбор базы датчика зависит от материала испытываемой детали и целей испытания. Датчик наклеивается специальным клеем 3 (чаще БФ-4) на поверхность объекта 4 и при нагружении объекта деформируется вместе с ним. При деформировании проволоки меняется её омическое сопротивление r . Опытным путём установлено, что в области малых деформаций существует линейная зависимость между относительным изменением омического сопротивления и относительной деформацией проволоки:

$$\frac{\Delta r}{r} = S \frac{\Delta l}{l}, \text{ или } \frac{\Delta r}{r} = S \varepsilon,$$

где r и Δr – начальное омическое сопротивление проволоки датчика и его абсолютное приращение;

l и Δl – база датчика и её абсолютная деформация;

S – коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом тензочувствительности датчика (определяется на заводе-изготовителе).

Таким образом, измерив изменение омического сопротивления датчика, можно определить деформацию детали или образца на базе датчика.

Малое изменение омического сопротивления Δr регистрируется чувствительным устройством с мостовой схемой (рис. 2.3).

Рабочий датчик с сопротивлением r , наклеенный на поверхность испытываемого образца, является одним плечом моста Уитстона. Другое плечо составляет такой же датчик с сопротивлением r_T , называемый компенсационным. Компенсационный датчик наклеивается на деталь из того же материала, что и испытываемый образец. Сопротивления r и r_T , а также температурные условия обоих датчиков должны быть одинаковыми. Остальные

два плеча моста представляют собой также равные друг другу сопротивления r_1 и r_2 . В таком состоянии, когда выполняется равенство $r + r_1 = r_T + r_2$, мост является сбалансированным. При пропускании через него ток идёт только по плечам моста, а гальванометр Γ , включенный в измерительную диагональ, не покажет тока.

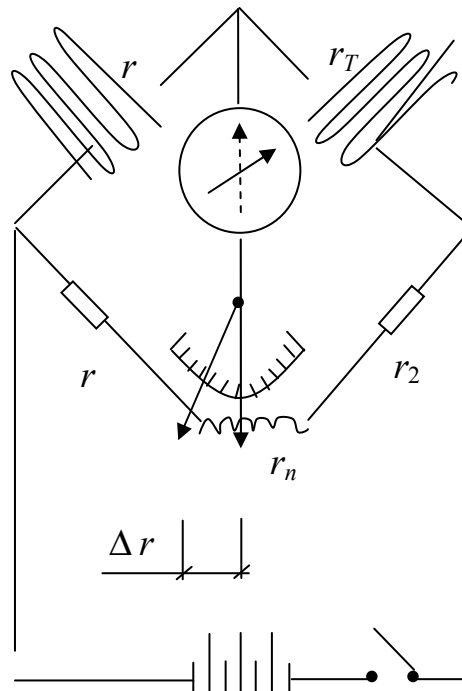


Рис. 2.3. Мостовая схема

При нагружении испытываемого образца вместе с ним деформируется рабочий датчик. Омическое сопротивление датчика r изменится на величину Δr , баланс моста нарушится, в измерительной диагонали пройдёт ток. Для измерения Δr с помощью реохорда r_n вновь производят балансировку моста. По величине отклонения стрелки реохорда можно судить о величине Δr , или, что то же самое, о величине относительной деформации ϵ . Обычно шкалу реохорда градуируют в *единицах относительных деформаций*.

В настоящей работе для измерения деформаций применяется автоматический измеритель деформаций (АИД), в котором реализована описанная мостовая схема. Балансировка моста в АИДе производится автоматически. Поскольку относительная деформация ϵ значительно меньше единицы, цена деления шкалы АИДа составляет $1 \cdot 10^{-5}$.

Рычажный тензометр (тензометр Гуггенбергера) – один из распространённых механических измерителей малых деформаций (рис. 2.4).

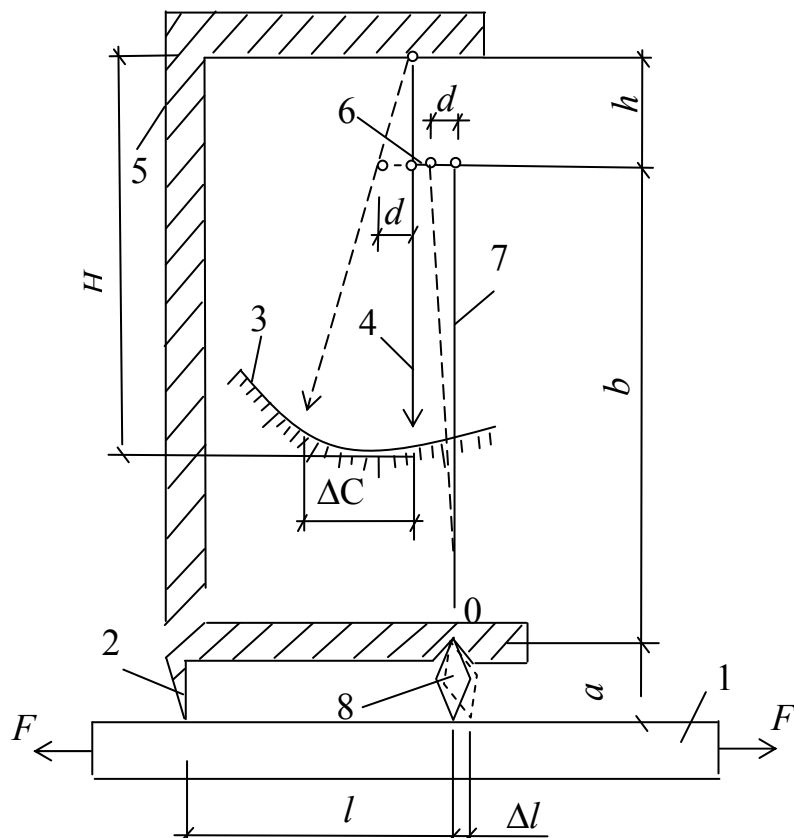


Рис. 2.4. Схема рычажного тензометра Гуггенбергера

Тензометр крепится струбциной к испытываемому образцу 1 двумя ножевыми опорами 2 и 8 (2 – неподвижная, 8 – подвижная опоры). Расстояние l между опорами является базой тензометра (обычно $l = 20$ мм, но с помощью специальных удлинителей базу можно увеличить до 50 и 100 мм). При деформации образца расстояние между опорами изменяется на величину Δl . Подвижная опора 8 поворачивается вокруг точки O и отклоняет рычаг 7. Отклонение d рычага 7 передаётся через тягу 6 на стрелку 4, которая поворачивается вокруг оси, закреплённой на раме 5. Перемещение стрелки ΔC по шкале 3 пропорционально изменению расстояния между ножевыми опорами Δl , но значительно больше его и зависит от соотношения плеч рычагов 7 и 4. Отношение отсчёта ΔC по шкале тензометра к изменению расстояния Δl между опорами называется коэффициентом увеличения тензометра K , который определяется из соотношений (см. рис. 2.4)

$$\frac{\Delta l}{a} = \frac{d}{b} = \frac{d}{h} = \frac{\Delta C}{H},$$

откуда

$$K = \frac{\Delta C}{\Delta l} = \frac{bH}{ah}.$$

Обычно отношение $a/b = 1/50$, $h/H = 1/20$. Тогда $K = 1000$. (Значение коэффициента увеличения всегда указывается в паспорте тензометра.) Таким образом, разность отсчётов ΔC по шкале тензометра показывает абсолютную деформацию $\Delta \ell$, увеличенную в 1000 раз.

Порядок проведения работы

1. Определить площадь поперечного сечения образца A (с точностью до $0,01 \text{ мм}^2$) и записать в протокол испытания.

2. Выбрать шкалу испытательной машины, чтобы обеспечить максимальное напряжение в образце, равное предполагаемому пределу пропорциональности (для малоуглеродистой конструкционной стали $\sigma_{pr} \approx 200 \text{ МПа}$), и определить величину этой нагрузки $F_{pr} = \sigma_{pr} \cdot A$. Результат записать в протокол испытания.

3. Загрузить образец с установленными тензомерами начальной нагрузкой F_0 , соответствующей напряжению, равному 10–15 % от предполагаемого предела пропорциональности σ_{pr}

$$\sigma_0 = 20 \dots 30 \text{ МПа}.$$

4. Снять показания с приборов и записать их в протокол испытания.

5. Равными ступенями нагружать образец до величины нагрузки, соответствующей напряжению, равному 70...80 % от предполагаемого предела пропорциональности, т.е. до $\sigma \approx (140 \dots 160) \text{ МПа}$. Величина ступени нагружения ΔF должна составлять 5...10 % от нагрузки F_{pr} .

6. После каждой ступени нагружения необходимо снимать показания с приборов и записывать их в таблицу протокола испытания.

7. После последней ступени нагружения образец разгрузить до начальной нагрузки F_0 и снять показания с приборов. Эти показания должны совпасть с начальными показаниями приборов. Разброс не должен превышать трёх единиц относительных деформаций.

8. Построить в масштабе график зависимости $\sigma - \epsilon$.

2. Обработка результатов испытаний

1. Вычисляют приращение отсчётов ΔC между последующим и предыдущим отсчётами для каждого тензометра (тензодатчика) на каждой ступени нагружения.

2. Определяют сумму приращений отсчётов $\Sigma \Delta C$ для каждого тензометра от нулевой нагрузки до каждой ступени нагружения.

3. Находят среднее суммарное приращение для каждой пары датчиков:
- в продольном направлении

$$\Sigma \Delta C_{\text{cp}} = \frac{\Sigma \Delta C_1 + \Sigma \Delta C_2 + \Sigma \Delta C_3}{3};$$

- в поперечном направлении

$$\Sigma \Delta C'_{\text{cp}} = \Sigma \Delta C_4.$$

4. Вычисляют относительные деформации в продольном ε и поперечном ε' направлениях на каждой ступени нагружения по формуле

$$\varepsilon = n \cdot \Sigma \Delta C_{\text{cp}} \cdot (1 \cdot 10^{-5});$$

$$\varepsilon' = n' \cdot \Sigma \Delta C'_{\text{cp}} \cdot (1 \cdot 10^{-5}).$$

Здесь

$$n = \frac{S_n}{S}, \quad n' = \frac{S'_n}{S'},$$

где S_n – коэффициент тензочувствительности прибора АИД;

S, S' – коэффициенты тензочувствительности датчиков.

По полученным значениям ε , известной ступени нагружения $\Delta \sigma$ строят график зависимости $\sigma - \varepsilon$ в выбранном масштабе.

5. Определяют среднее приращение относительной продольной и поперечной деформаций на каждой ступени нагружения:

$$\varepsilon_{\text{cp}} = \frac{\varepsilon_m}{m}; \quad \varepsilon'_{\text{cp}} = \frac{\varepsilon'_m}{m},$$

где $\varepsilon_m, \varepsilon'_m$ – относительная продольная и поперечная деформации на последней ступени нагружения;

m – число ступеней нагружения.

6. Определяют модуль упругости E и коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона) ν :

$$E = \frac{\Delta \sigma}{\varepsilon_{\text{cp}}}; \quad \nu = \left| \frac{\varepsilon'_{\text{cp}}}{\varepsilon_{\text{cp}}} \right|.$$

7. В порядке выполнения УИРС проверяют справедливость закона Гука при центральном растяжении.

3. Протокол испытаний

Испытываемый материал- мягкая конструкционная сталь. Схема установки тензометров с указанием размеров образца:

ширина сечения $b =$ м;
высота сечения $h =$ м;
площадь поперечного сечения $A =$ м².

Предполагаемый предел пропорциональности $\sigma_{pr} = 200$ МПа .

Нагрузка, соответствующая σ_{pr} ,

$$F_{pr} = \sigma_{pr} \cdot A = \text{Н.}$$

Начальная нагрузка

$$F_0 = 0,1F_{pr} = \text{Н.}$$

$$\sigma_0 = 0,1\sigma_{pr} = \text{МПа.}$$

Величина ступени нагружения

$$\Delta F = 0,1F_{pr} = \text{Н (округлить до целого числа)}$$

$$\Delta\sigma = \frac{\Delta F}{A} = \text{МПа.}$$

Количество ступеней нагружения:

$$m = \frac{0,8\sigma_{pr} - \sigma_0}{\Delta\sigma} =$$

Средние приращения относительной продольной и поперечной деформаций:

$$\varepsilon_{\text{ср}} = \frac{\varepsilon_m}{m} =$$

$$\varepsilon'_{\text{ср}} = \frac{\varepsilon'_m}{m} =$$

Модуль упругости $E = \frac{\Delta\sigma}{\varepsilon_{\text{ср}}} =$ ГПа.

Коэффициент Пуассона $\nu = \left| \frac{\varepsilon'_{\text{ср}}}{\varepsilon_{\text{ср}}} \right| =$

Модули упругости и коэффициенты Пуассона
для некоторых материалов

Материал	Модуль упругости, МПа		Коэффициент Пуассона ν
	E	G	
Чугун белый, серый,	$(1,15...1,60) \cdot 10^5$	$4,5 \cdot 10^4$	0,23...0,27
Чугун ковкий	$1,55 \cdot 10^5$	–	–
Сталь углеродистая	$(2,0...2,1) \cdot 10^5$	$(8,0...8,1) \cdot 10^4$	0,24...0,28
Сталь легированная	$(2,1...2,2) \cdot 10^5$	$(8,0...8,1) \cdot 10^4$	0,25...0,30
Медь прокатная	$1,1 \cdot 10^5$	$4,0 \cdot 10^4$	0,31...0,34
Сталь холоднотянутая	$1,3 \cdot 10^5$	$4,9 \cdot 10^4$	–
Сталь литая	$0,84 \cdot 10^5$	–	–
Бронза фосфористая катана	$1,15 \cdot 10^5$	$4,2 \cdot 10^4$	0,32...0,35
Бронза марганцевая катана	$1,1 \cdot 10^5$	$4,0 \cdot 10^4$	0,35
Бронза алюминиевая литая	$1,05 \cdot 10^5$	$4,2 \cdot 10^4$	–
Латунь холоднотянутая	$(0,91...0,99) \cdot 10^5$	$(3,5...3,7) \cdot 10^4$	0,32...0,42
Латунь корабельная катана	$1,0 \cdot 10^5$	–	0,36
Алюминий катаный	$0,69 \cdot 10^5$	$(2,6...2,7) \cdot 10^4$	0,32...0,36
Проволока алюминиевая тянутая	$0,7 \cdot 10^5$	–	–
Дуралюмин катаный	$0,71 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^4$	–
Цинк катаный	$0,84 \cdot 10^5$	$3,2 \cdot 10^4$	0,27
Свинец	$0,17 \cdot 10^5$	$0,70 \cdot 10^4$	0,42
Лед	$0,1 \cdot 10^5$	$(0,28...0,3) \cdot 10^4$	–
Стекло	$0,56 \cdot 10^5$	$2,2 \cdot 10^4$	0,25

Гранит	$0,49 \cdot 10^5$	–	–
Известь	$0,42 \cdot 10^5$	–	–
Мрамор	$0,56 \cdot 10^5$	–	–
Песчаник	$0,18 \cdot 10^5$	–	–
Каменная кладка из гранита	$(0,09...0,1) \cdot 10^5$	–	–
Каменная кладка из кирпича	$(0,027...0,030) \cdot 10^4$	–	–
Бетон при пределе прочности, МПа:			
• 10	$(0,146...0,196) \cdot 10^5$	–	0,16...0,18
• 20	$(0,182...0,232) \cdot 10^5$	–	0,16...0,18
Древесина вдоль волокон	$(0,1...0,12) \cdot 10^5$	$0,055 \cdot 10^4$	–
Древесина поперек волокон	$(0,005...0,01) \cdot 10^5$	–	–
Каучук	$0,00008 \cdot 10^5$	–	0,47
Текстолит	$(0,06...0,1) \cdot 10^5$	–	–
Гетинакс	$(0,1...0,17) \cdot 10^5$	–	–
Бакелит	$(2...3) \cdot 10^3$	–	0,36
Целлулоид	$(14,3...27,5) \cdot 10^2$	–	0,33...0,38

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется коэффициентом Пуассона? В каких пределах он изменяется?
2. Что утверждает закон Гука? Что называется жесткостью поперечного сечения?
3. Какие свойства материала характеризует модуль упругости? У какого из материалов – стали или резины – он больше?
4. Как по диаграмме напряжений определить модуль упругости?
5. Какой из стержней (стальной, медный или деревянный), имеющих одинаковые размеры и нагруженных одинаковой силой, получит наименьшую деформацию?

Лабораторная работа №3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ УПРУГОСТИ ПРИ ИСПЫТАНИИ НА ИЗГИБ

Цель работы – определить модуль упругости E стали и сосны (вдоль волны) путем испытаний на изгиб.

Обоснование методики испытания

Существуют два способа определения модуля упругости материала путем испытания его на изгиб. При любом из них балку из исследуемого материала загружают так, чтобы она в основном испытывала чистый изгиб, исключая тем самым влияние касательных напряжений на результаты опыта [6].

Первый способ основан на экспериментальном измерении продольных деформаций ε наиболее нагруженного волокна и последующем определении модуля упругости E по закону Гука. Поскольку волокно испытывает одноосное напряженное состояние, то закон Гука записывают по форме

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (3.1)$$

Нормальное напряжение σ в наиболее напряженном волокне находят по формуле

$$\sigma = \frac{M}{W_x}, \quad (3.2)$$

где M – изгибающий момент в зоне измерения (при чистом изгибе $M = \text{const}$);

W_x – осевой момент сопротивления сечения балки.

Модуль упругости E определяют из формул (3.1), (3.2):

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{M}{\varepsilon W_x}. \quad (3.3)$$

Зная схему нагружения балки и величину нагрузки, вычисляют изгибающий момент M . Момент сопротивления W_x зависит от размеров и формы поперечного сечения. Продольную деформацию ε измеряют после нагружения балки.

Второй способ основан на том, что прогибы балки обратно пропорциональны модулю упругости:

$$\vartheta = \frac{B}{E \cdot I_x}, \quad (3.4)$$

где B – некоторое число, зависящее от величины и схемы нагружения, а также от условия закрепления балки.

Число B определяют теоретически любым способом с использованием известных методов (например, методом непосредственного интегрирования или начальных параметров, с помощью интеграла Мора и т.д.). Осевой момент инерции I_x зависит от размеров и формы поперечного сечения. При нагружении балки измеряют прогиб некоторого сечения ϑ и находят модуль упругости E из формулы

$$E = \frac{B}{\vartheta \cdot I_x}. \quad (3.5)$$

Описание испытательной установки

В лабораторной работе используют установки с деревянной и стальной балками. Конструктивно обе установки одинаковы и различаются лишь размерами опытных балок. Каждая из установок состоит из следующих основных частей (рис. 3.1):

- опытной балки 6 с шарнирно-неподвижной 1 и шарнирно-подвижной 7 опорами, закрепленной на жесткой станине 8;
- груза 3;
- траверсы 4 с шарнирно-неподвижной опорой 2 и шарнирно-подвижной опорой 5;
- индикаторной стойки 9 с индикатором часового типа.

Траверсу 4, имеющую между опорами 2 и 5 постоянное расстояние $a = 12,0$ см, используют для испытания стальной и деревянной балок.

У стальной балки пролет

$$L = 30 \text{ см},$$

расстояние от опоры до точки передачи силы

$$a = \frac{3L}{10} = 9 \text{ см};$$

у деревянной балки

$$L = 36 \text{ см},$$

$$a = \frac{L}{3} = 12 \text{ см}.$$

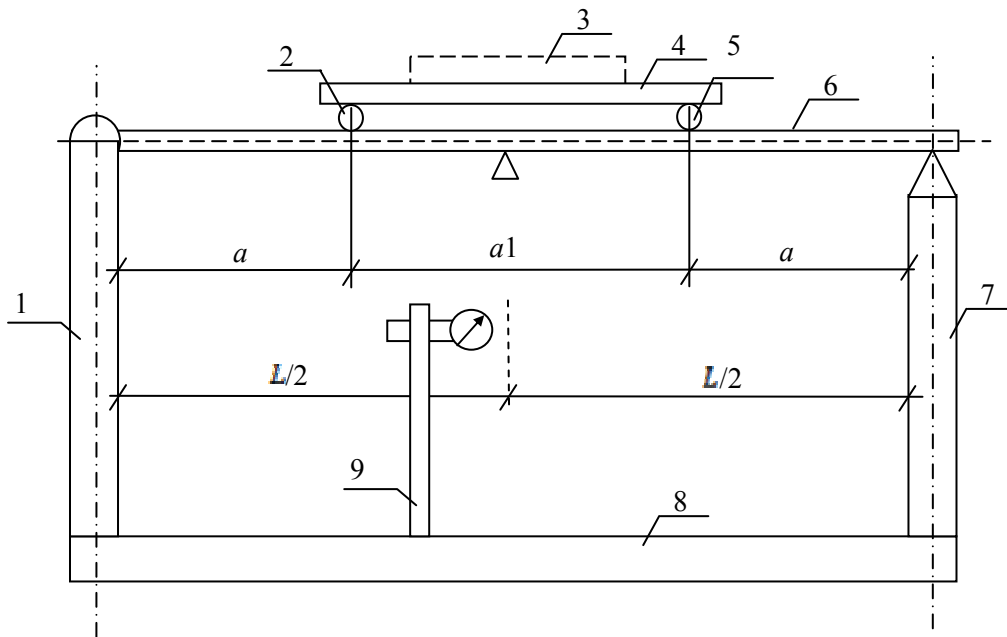


Рис. 3.1

Для измерения линейной деформации ε в зоне чистого изгиба балок применяют проволочные тензодатчики сопротивления с базой 10 и 20 мм, которые наклеены со стороны растянутых волокон. Расположение датчиков опытных (стальной и деревянной) балок с тензодатчиками сопротивления T представлено на рис. 3.2.

Регистрацию деформаций осуществляют измерителем ЦТИ. Подробное описание принципа работы установки для электротензометрирования можно найти в специальной литературе, в частности в [7, 8].

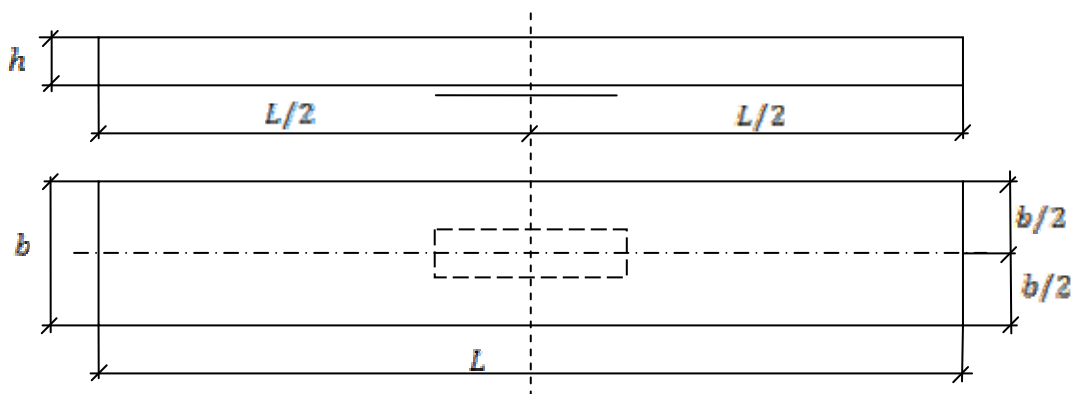


Рис. 3.2

Измерение перемещений (прогибов) в балках производят индикатором часового типа, устанавливаемым в середине пролета балок. Описание индикатора приведено в [7].

Расчетная схема опытной балки

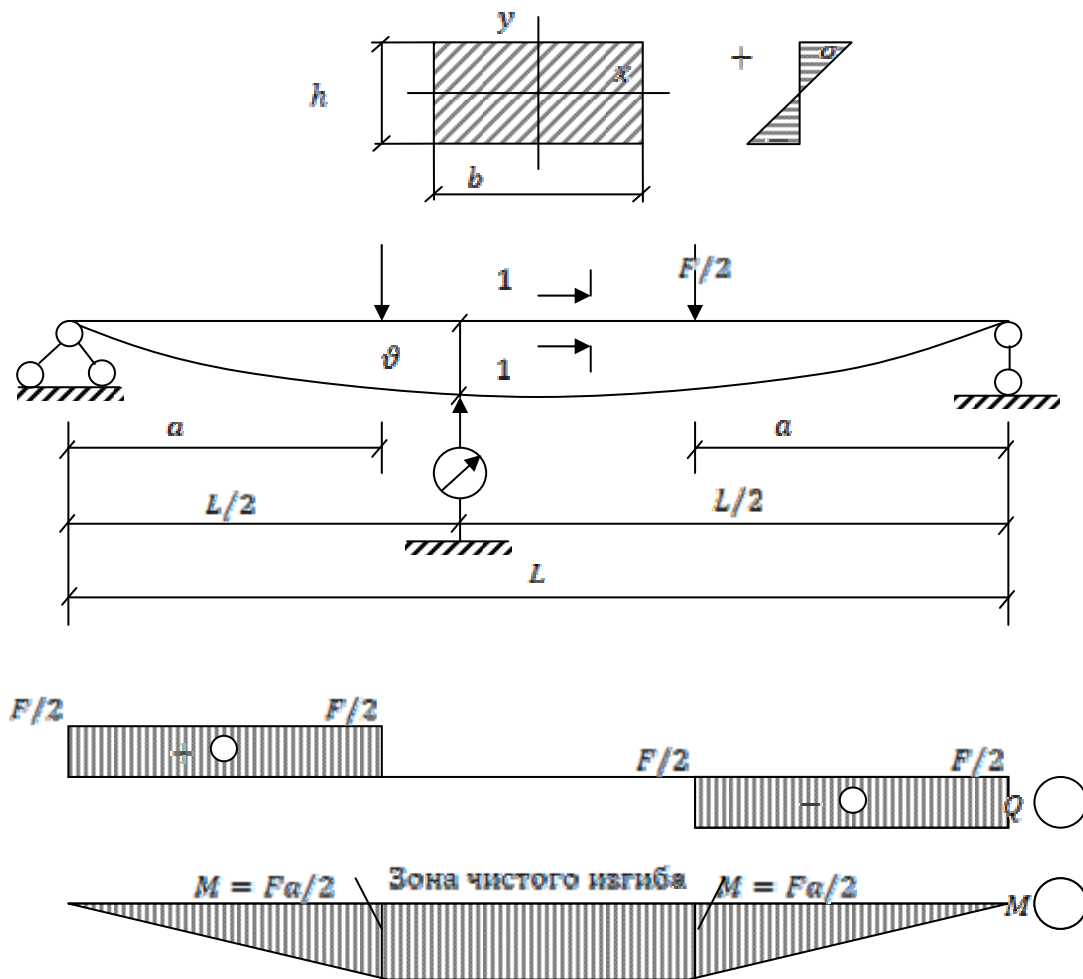


Рис. 3.3

Определение модуля упругости E при испытании на изгиб производят на стальной и деревянной балках прямоугольного сечения. Расчетная схема обеих балок одинакова и представлена на рис. 3.3.

С учетом того, что для стальной балки расстояние от опоры до точки передачи силы

$$a = \frac{3L}{10},$$

а для деревянной балки

$$a = \frac{L}{3},$$

формулы (3.3) и (3.5) для определения модуля упругости записывают в следующем виде:

- для стали при изгибе соответственно

$$E = \frac{3 \cdot F \cdot L}{20W_x \varepsilon};$$

$$E = \frac{33 \cdot F \cdot L^3}{2000 I_x \vartheta};$$

- для дерева при изгибе соответственно

$$E = \frac{F \cdot L}{6 W_x \varepsilon};$$

$$E = \frac{23 \cdot F \cdot L^3}{1296 I_x \vartheta}.$$

Методика проведения испытания

Испытание на изгиб проводят в следующей последовательности:

- определяют наибольшую нагрузку на каждую балку так, чтобы максимальное напряжение в опасном сечении не превышало предела пропорциональности (для малоуглеродистой стали $\sigma_{pr} \approx 200$ МПа для дерева $\sigma_{pr} \approx 8$ МПа); затем находят из условия

$$\sigma = \frac{M}{W_x} \leq \sigma_{pr}$$

предел пропорциональности для величины силы:

$$F_{pr} = \sigma_{pr} \frac{b \cdot h^2}{L};$$

полученный результат записывают в протокол испытания;

- снимают начальные показания со шкалы измерителя деформаций и индикатора при отсутствии нагрузки и заносят их в протокол испытаний;
- нагружают плавно, равными ступенями нагружения ΔF опытную балку; после каждого нагружения снимают показания с измерительных приборов и записывают их в протокол испытаний (при этом максимальная нагрузка на балку не должна превышать F_{pr});
- разгружают балку после последней ступени нагружения поэтапно, после чего снимают результаты отсчета с измерителя деформации и индикатора, а затем сравнивают их значения с начальными показаниями (показания должны быть одинаковыми);
- строят в масштабе графики зависимостей

$$\begin{aligned} \sigma - \varepsilon, \\ F - \vartheta. \end{aligned}$$

Обработка результатов испытаний

Результаты испытания обрабатывают и оформляют в табличном виде (табл. 3.1) в следующей последовательности:

- а) вычисляют приращения отсчетов ΔC между последующим и предыдущим показаниями тензодатчика, а затем приращения отсчетов ΔC_1

между последующим и предыдущим показаниями индикатора часового типа на каждой ступени нагружения;

Т а б л и ц а 3 . 1

Результаты измерения деформаций и прогибов

Номер ступени нагружения	Нагрузка на балку, Н	Тензодатчик		Относительная деформация $\varepsilon = 2\Delta C \cdot 1 \cdot 10^{-5}$	Индикатор часового типа		Прогиб балки $\vartheta = n_1 \Delta C_1$
		Отсчет	Разность отсчетов ΔC		Отсчет	Разновидность отсчетов ΔC_1	
0							
1							
2	0		0	0		0	0
3							

б) находят относительную деформацию ε и прогиб ϑ на каждой ступени нагружения:

$$\varepsilon = 2\Delta C \cdot 1 \cdot 10^{-5};$$

$$\vartheta = n_1 \Delta C_1,$$

где $n_1=0,01$ цена деления индикатора часового типа, мм;

в) определяют модуль упругости E на каждой ступени нагружения ΔF :
– для стальной балки по формулам (3.3) и (3.5):

$$E = \frac{3 \cdot \Delta F \cdot L}{20W_x \varepsilon};$$

$$E = \frac{33 \cdot \Delta F \cdot L^3}{2000I_x \vartheta};$$

г) вычисляют среднее значение модуля для каждого материала;

д) сравнивают результаты, полученные различными способами.

Составление протокола испытаний

Испытываемый материал – конструкционная сталь и дерево (сосна) вдоль волокон.

Для каждого из этих материалов составляют отдельный протокол испытаний по следующей форме.

Ширина сечения балки $b =$ м.

Высота сечения $h =$ м.

Площадь поперечного сечения балки $A = b \cdot h =$ м².

Осей момент инерции сечения $I_x = \frac{bh^3}{12} =$ м⁴.

Осей момент сопротивления $W_x = \frac{bh^2}{6} =$ м³.

Предполагаемый предел пропорциональности $\sigma_{pr} \approx$ МПа.

Соответствующая нагрузка F_{pr}

Величина ступени нагружения ΔF .

Количество ступеней нагружения $m =$

Относительные деформации и прогибы на каждой ступени нагружения

$$\varepsilon = 2\Delta C \cdot 1 \cdot 10^{-5} =$$

$$\vartheta = n_1 \Delta C_1 =$$
 м.

Модуль упругости на каждой ступени нагружения i ($i = 1, 2, \dots, m$).

• первым способом $E_i =$ ГПа;

• вторым способом $E_i =$ ГПа.

Среднее значение модуля упругости для каждого способа

$$E_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^m E_i}{m} =$$
 ГПа.

Вопросы для самоконтроля

1. Сформулируйте гипотезу плоских сечений при чистом изгибе бруса.
2. Что называется нейтральным слоем и где он находится?
3. Как изменяются нормальные напряжения по высоте и ширине сечения балки?
4. Как определить величину нормального напряжения в точке и его направление?
5. Что понимается под жесткостью бруса при изгибе? Зачем нужен расчет на жесткость?
6. Почему расчет на жесткость производится на действие нормативных нагрузок?
7. Что называется углом поворота поперечного сечения?
8. Сформулируйте гипотезу плоских сечений при чистом изгибе.
9. Что называется радиусом кривизны и кривизной?
10. Как кривизна связана с внутренним изгибающим моментом и жесткостью поперечного сечения?
11. Что называется прогибом бруса?
12. Как связаны между собой угол поворота и прогиб?

Лабораторная работа №4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ УПРУГОСТИ СТАЛИ НА СДВИГ ПРИ ИСПЫТАНИИ ОБРАЗЦА НА КРУЧЕНИЕ

Цель работы – экспериментальное подтверждение закона Гука при кручении. Определение модуля упругости при чистом сдвиге. Закрепление теоретического материала и изучение методики проведения лабораторной работы.

Теоретические сведения

Кручение – простой вид сопротивления стержня нагрузки, когда в поперечном сечении возникает только один внутренний крутящий момент. Стержень круглого поперечного сечения, подвергнутый кручению, называется валом. В инженерной практике такой вид нагружения стержня встречается довольно часто (валы машин, трансмиссионные передачи, витые пружины, элементы пространственной конструкции и др.).

Рассмотрим вал, нагруженный по торцам скручивающими моментами M_z (рис. 4.1, а).

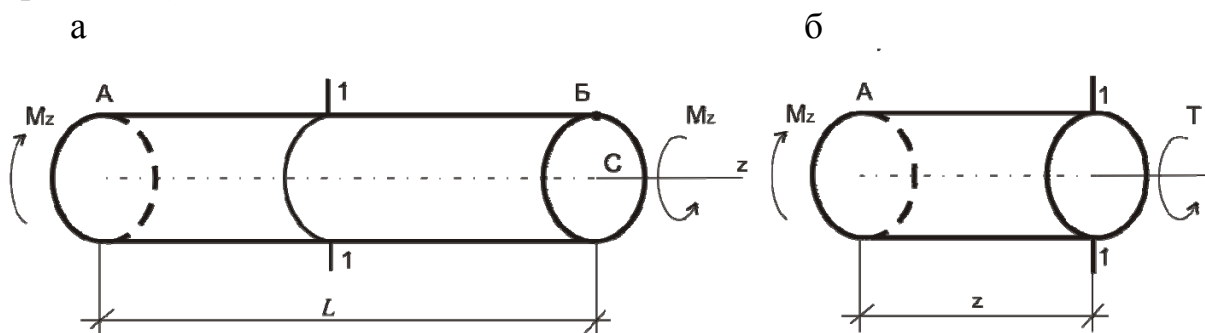


Рис. 4.1

Проводим поперечное сечение 1-1 на некотором расстоянии z от левого конца бруса. Отбрасываем правую часть от сечения 1-1. Действие отброшенной части на левую оставшуюся часть заменяем внутренним крутящим моментом T (рис. 4.1, б). Исходя из уравнения равновесия моментов вокруг оси z , найдем

$$\begin{aligned}\Sigma M_z &= 0, \\ T - M_z &= 0, \\ T &= M_z.\end{aligned}\tag{4.1}$$

Все остальные уравнения равновесия тождественно равны нулю.

Таким образом, крутящий момент на всей длине вала является постоянным.

Под действием момента в поперечном сечении стержня возникают касательные напряжения. Установим направление вектора касательных напряжений. Для этого выделим у поверхности поперечного сечения элементарную площадку dA (рис. 4.2, а). Предположим, что касательное напряжение направлено под некоторым углом к радиусу. Разложим его на составляющие τ_ρ и τ_k .

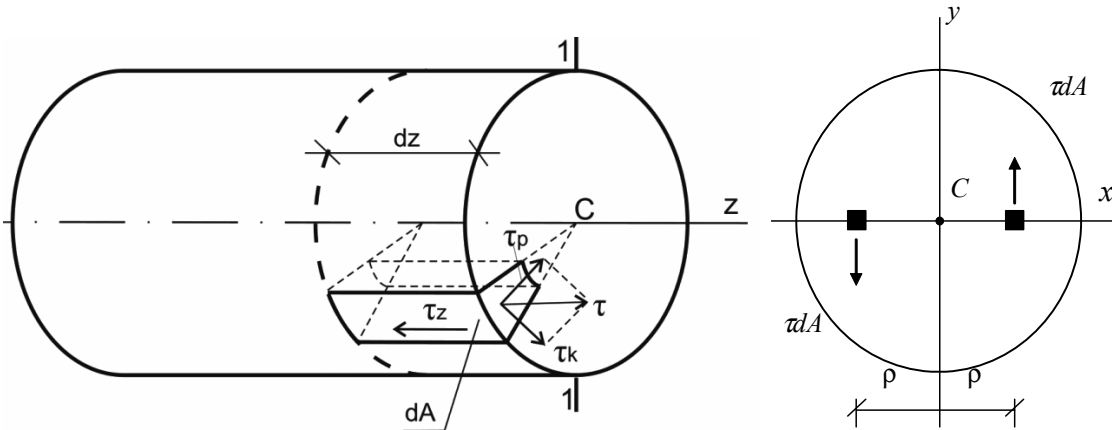


Рис. 4.2

Первый вектор направлен по радиусу к центру круга, а второй – перпендикулярно к нему. Тогда, на основе закона парности касательных напряжений, на взаимно перпендикулярной площадке элементарного параллелепипеда, расположенной у поверхности вала, должно действовать такое же по величине касательное напряжение. Однако в действительности их на поверхности вала нет. Следовательно, составляющая τ_ρ равна нулю.

Таким образом, вектор касательного напряжения в каждой точке поперечного сечения должен быть направлен перпендикулярно радиусу.

Установим связь крутящего момента с касательными напряжениями. Для этого выделим элементарную площадку на расстоянии ρ от продольной оси. Равнодействующая касательных напряжений на элементарной площадке равна $\tau \cdot dA$ (рис. 4.2, б). Элементарный внутренний крутящий момент, создаваемый касательными напряжениями, вокруг продольной оси z равен:

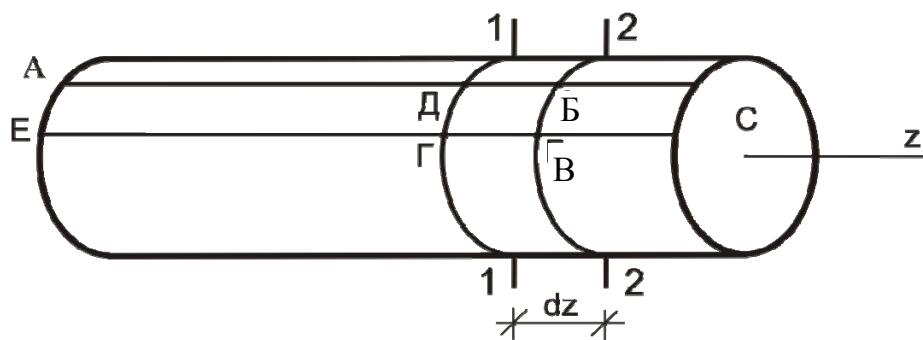
$$dT = \rho \cdot \tau \cdot dA.$$

Полный крутящий момент в поперечном сечении

$$T = \int_A \rho \cdot \tau dA. \quad (4.2)$$

Формула (4.2) представляет собой статическую сторону задачи о кручении вала. Здесь неизвестным является закон распределения касательных напряжений по радиусу. Чтобы его установить, необходимо рассмотреть геометрическую сторону задачи о кручении. Для этого нанесем на поверхность вала сетку из продольных и кольцевых линий (рис. 4.3, а).

а



б

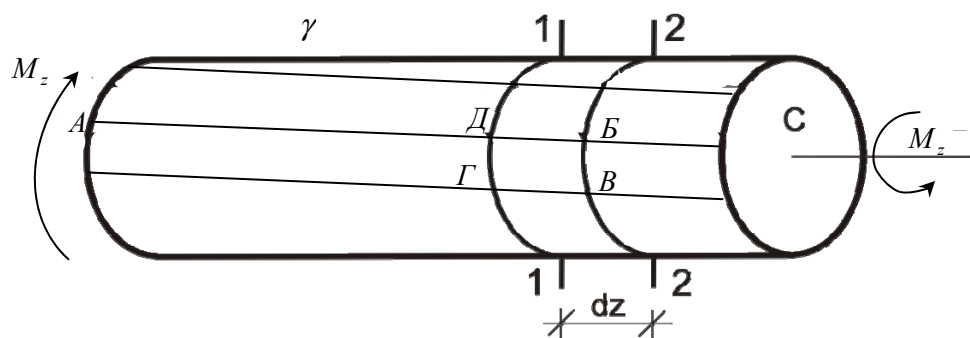


Рис. 4.3

После закручивания образующая $АБ$ отклонится на угол сдвига γ и займет положение $АБ_1$. Считаем левый конец бруса неподвижным. После закручивания прямоугольник $ДБВГ$ перекашивается и занимает положение $Д_1 Б_1 В_1 Г_1$, а ось вала остается прямолинейной (рис. 4.3, б).

В результате кручения вала сечение 1-1 повернется на угол θ , а соседнее с ним сечение 1-2 – на угол $\theta + d\theta$. Следовательно, сечение 2-2 по отношению к сечению 1-1 закрутится на угол $d\theta$. Рассмотрим отдельно элемент длиной dz (рис. 4.4).

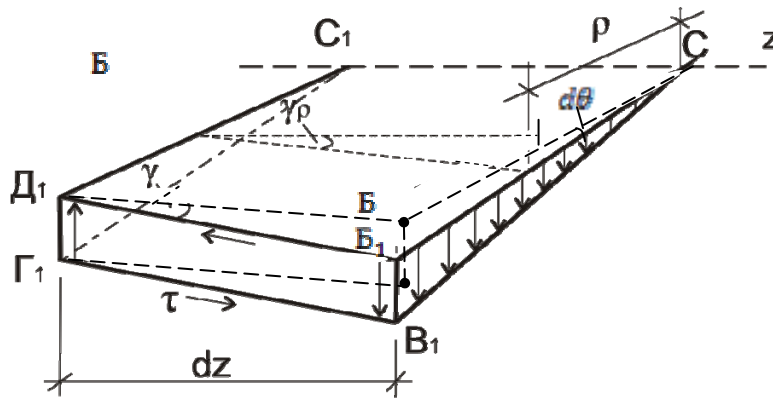


Рис. 4.4

Для удобства левое сечение будем считать неподвижным. Ввиду малости размеров, перемещение по окружности можно заменить прямой линией B_1V_1 .

В основу теории кручения вала положена гипотеза плоских сечений, основанная на следующих положениях:

1. Поперечные сечения, плоские и нормальные к продольной оси вала до деформации, остаются плоскими и нормальными к ней и после приложения нагрузки. При этом они поворачиваются на некоторые углы закручивания θ вокруг этой оси.

2. Расстояния между поперечными сечениями вдоль оси вала не изменяются.

3. Радиусы поперечных сечений не искривляются и сохраняют свою длину.

4. Справедлив закон Гука при чистом сдвиге

$$\tau = \gamma \cdot G, \quad (4.3)$$

где G – модуль упругости материала при сдвиге;

γ – угол сдвига.

На основании принятых гипотез кручение вала можно представить как результат сдвигов, вызванных взаимным поворотом поперечных сечений относительно друг друга. Вследствие этого в поперечных сечениях возникают только касательные напряжения, а нормальные напряжения отсутствуют.

Чтобы установить закон распределения касательных напряжений по радиусу, необходимо в формуле (4.3) найти зависимость изменения угловых деформаций по высоте сечения.

Угол сдвига волокна, лежащего на поверхности вала, определяется равенством

$$\gamma \cdot dz = r d\theta. \quad (4.4)$$

Отсюда следует

$$\gamma = \frac{d\theta}{dz} \cdot r. \quad (4.5)$$

Для произвольного волокна, отстоящего от оси стержня на расстояние ρ , будем иметь угол сдвига:

$$\gamma_\rho = \rho \cdot \frac{d\theta}{dz}. \quad (4.6)$$

Условие (4.6) является выражением геометрической стороны задачи при кручении.

Подставив (4.5) в (4.3), получим:

$$\tau = G\rho \cdot \frac{d\theta}{dz}. \quad (4.7)$$

Таким образом, касательное напряжение изменяется вдоль радиуса по линейному закону, в зависимости от расстояния до продольной оси. Наибольшее напряжение отмечается в точках у поверхности вала (рис. 4.5, б.)

Подставив (4.7) в (4.2), получим:

$$T = \int_A G \cdot \rho^2 \cdot \frac{d\theta}{dz} = G \cdot \frac{d\theta}{dz} \int_A \rho^2 dA = G \cdot I_\rho \cdot \frac{d\theta}{dz},$$

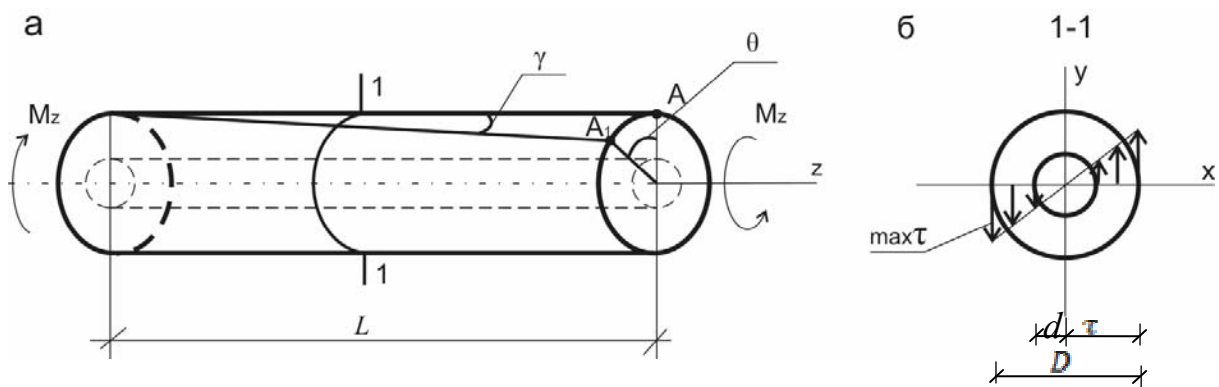
или

$$\frac{T}{G \cdot I_\rho} = \frac{d\theta}{dz}. \quad (4.8)$$

Решая совместно (4.7) и (4.8), найдем:

$$\tau_\rho = \frac{T}{I_\rho} \cdot \rho. \quad (4.9)$$

Для опытного определения модуля упругости при сдвиге используется образец трубчатого сечения с тонкой стенкой, у которого распределение касательных напряжений по её толщине будет близко к равномерному.



В



Рис. 4.5

Максимальное касательное напряжение при $\rho = r$

$$\max \tau = \frac{T}{I_p} \cdot r. \quad (4.10)$$

Величина отношения полярного момента инерции к радиусу называется полярным моментом сопротивления:

$$W_p = \frac{I_p}{r}. \quad (4.11)$$

Для круга полярный момент сопротивления равен:

$$W_p = \frac{\pi D^3}{16}. \quad (4.12)$$

Кольцевое поперечное сечение имеет полярный момент инерции

$$I_p = \frac{\pi D^4}{32} \cdot \left(1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right). \quad (4.13)$$

Для кольца полярный момент сопротивления равен:

$$W_p = \frac{\pi D^3}{16} \left(1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right). \quad (4.14)$$

Максимальное касательное напряжение у поверхности кольца составит:

$$\max \tau = \frac{16 \cdot T}{\pi D^3 \cdot \left(1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right)}. \quad (4.15)$$

Угол закручивания при постоянном поперечном сечении и крутящем моменте по длине вала находится из формулы (4.8):

$$\theta = \frac{T \cdot L}{G \cdot I_p}. \quad (4.16)$$

Таким образом, угол закручивания прямо пропорционален крутящему моменту и длине вала и обратно пропорционален жесткости поперечного сечения – $G \cdot I_p$.

На рис. 4.6 показана графическая интерпретация закона Гука при кручении.

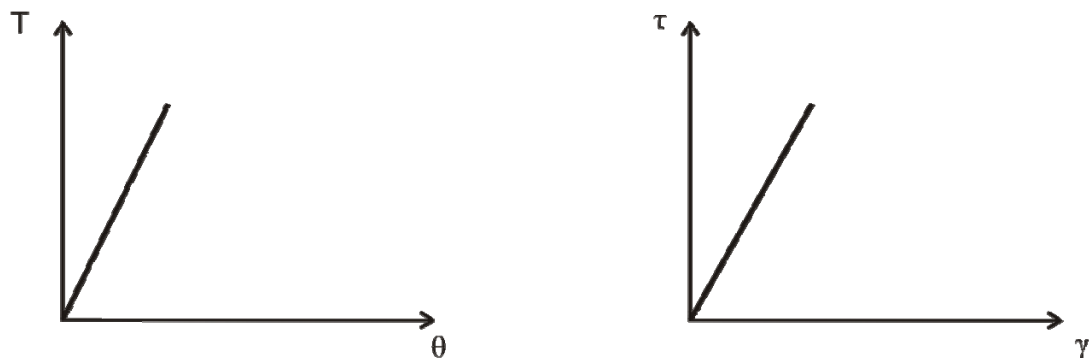


Рис. 4.6

Эпюры крутящего момента и углов закручивания приведены на рис. 4.5, в. При этом крутящий момент считается положительным, если при взгляде со стороны внешней нормали на сечение он направлен по часовой стрелке. В рассматриваемом случае крутящий момент на эпюре отрицательный. При построении эпюры углов закручивания левый конец вала считается условно неподвижным.

Для оценки жесткости стержня при кручении используется относительный угол закручивания, равный:

$$\bar{\theta} = \frac{\theta}{L} = \frac{T}{GI_p}; \quad (4.17)$$

он не должен превышать допустимых значений

$$\bar{\theta} \leq [\bar{\theta}]. \quad (4.18)$$

Из формулы (16) находим модуль упругости при сдвиге:

$$G = \frac{T \cdot L}{\theta \cdot I_p}. \quad (4.19)$$

Модуль упругости при чистом сдвиге можно найти теоретическим путем, в зависимости от модуля упругости при растяжении и коэффициента Пуассона. Для этого рассмотрим параллелепипед единичной толщины, когда на двух взаимно перпендикулярных гранях действуют равные по величине касательные напряжения (рис. 4.7, а).

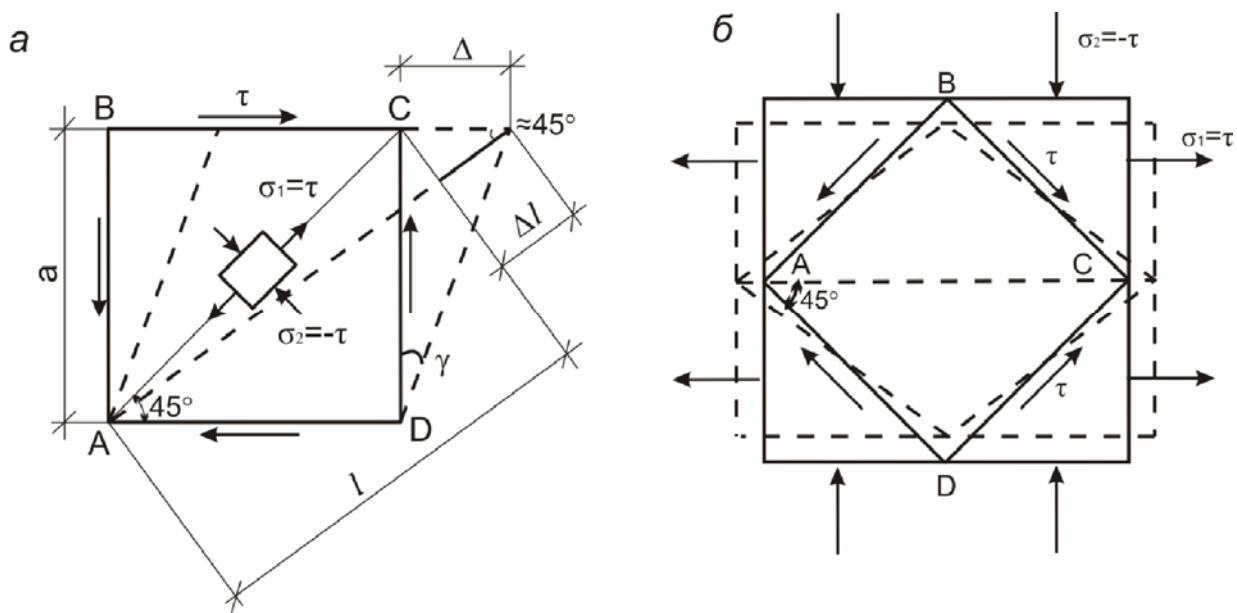


Рис. 4.7

Чистым сдвигом называется частный случай плоского напряженного состояния, когда на двух взаимно перпендикулярных гранях параллелепипеда действуют равные по величине касательные напряжения.

В процессе деформации сдвига происходит удлинение диагонали AC на величину Δl , и, следовательно, она зависит от модуля сдвига G . С другой стороны, растяжение диагонали AC происходит под действием главного растягивающего напряжения σ_1 и сжимающего напряжения в

поперечном направлении σ_3 . В этом случае удлинение диагонали зависит от модуля упругости E . Следовательно, делаем вывод, что модули G и E не являются независимыми друг от друга. К такому же выводу можно прийти из рассмотрения рис. 4.7, б, на котором деформация сдвига элемента АБСД, идентичная деформации, показанной на рис.4.7, а, получена путем растяжения и сжатия параллелепипеда главными напряжениями $\sigma_1 = -\sigma_3$. Удлинение диагонали АС на рис. 4.7, а равно:

$$\Delta L = \Delta \cdot \cos 45 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a \cdot \gamma. \quad (4.20)$$

Размер ребра грани параллелепипеда

$$a = L \cdot \cos 45 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot L. \quad (4.21)$$

По закону Гука,

$$\gamma = \frac{\tau}{G}. \quad (4.22)$$

Подставив (4.21) и (4.22) в (4.20), получим:

$$\Delta L = \frac{\tau}{2G} \cdot L. \quad (4.23)$$

Тогда относительная главная деформация диагонали АС составит:

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\tau}{2G}. \quad (4.24)$$

С другой стороны, её можно определить, используя обобщенный закон Гука:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_1 - \nu \cdot \sigma_3) = \frac{\sigma_1}{E} \cdot (1 + \nu).$$

При чистом сдвиге $\sigma_1 = \tau$, и тогда получим:

$$\varepsilon_1 = \frac{\tau}{E} \cdot (1 + \nu). \quad (4.25)$$

Приравнявая (4.24) и (4.25), находим теоретическую формулу для определения модуля сдвига:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}. \quad (4.26)$$

Формула (4.26) устанавливает связь между тремя постоянными характеристиками изотропного материала: E , G и ν . Если из опыта найти две из них, то третью постоянную можно определить из формулы (4.26). Например, для стали $E = 200$ ГПа. При коэффициенте Пуассона $\nu = 0,25$ по формуле (4.26) найдем:

$$G = \frac{200}{2 \cdot (1 + 0,25)} = 80 \text{ ГПа} .$$

Методика проведения экспериментальных исследований

Лабораторная работа проводится на стенде, показанном на рис. 4.8. Упрощенная принципиальная схема испытания дана на рис. 4.9.



Рис. 4.8. Фотография установки для испытания на кручение

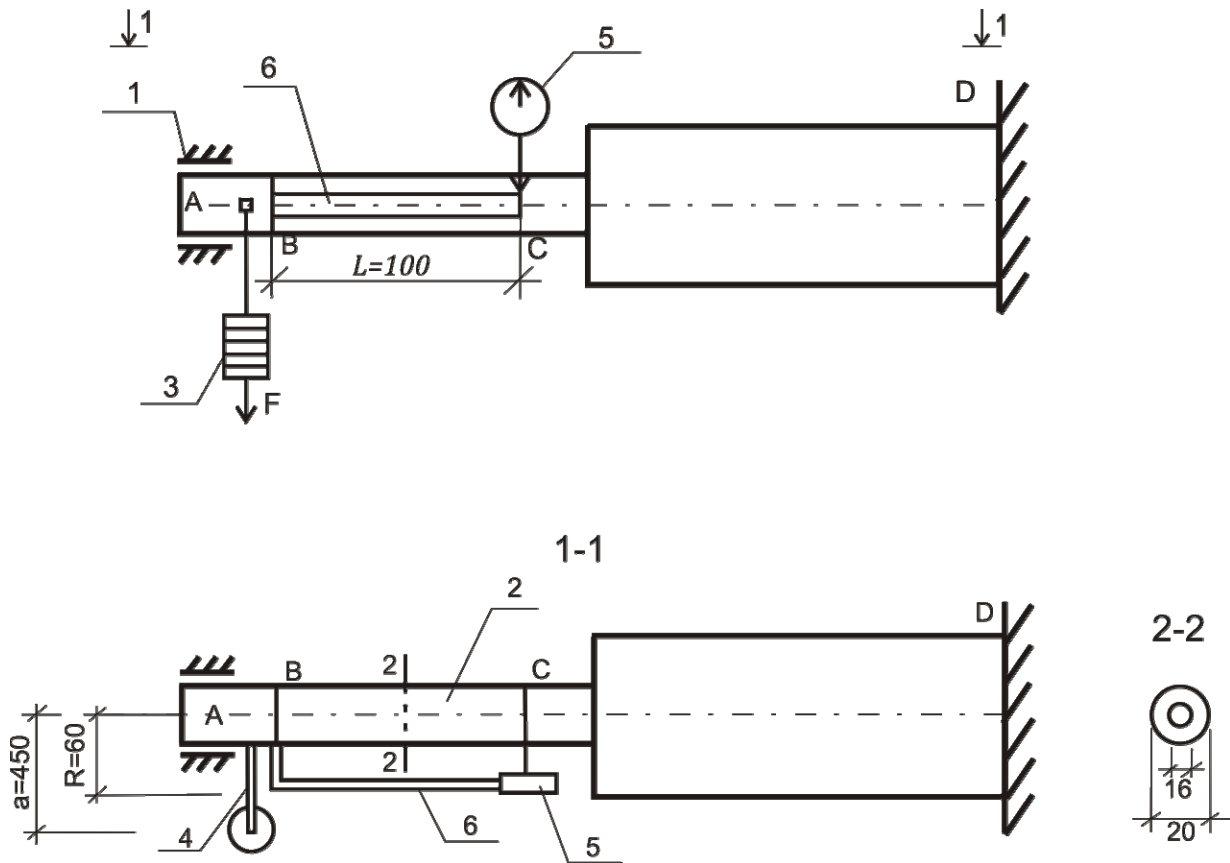


Рис. 4.9. Схема испытания образца:
 1 – опорный подшипник; 2 – трубчатый образец; 3 – платформа с грузом;
 4 – плечо рычага грузовой платформы; 5 – индикатор числового типа;
 6 – угломерное приспособление Бояршинова

Испытываемый образец (см. рис. 4.9) состоит из двух труб разного диаметра, жёстко соединённых между собой. Правый его конец жёстко закреплён на опоре Д в станине. Левый конец образца шарнирно опирается на опору станины с помощью шарикоподшипника. Определение угла закручивания производится на левом участке вала наименьшего диаметра (2). Нагружение осуществляется грузами, укладываемыми на грузовую платформу (3) с длиной рычага (4), равной 450 мм. Рычаг закреплён на образце в сечении, проходящем через точку А. Измерение угловых деформаций производится индикатором часового типа (5), который жёстко закреплён на правом конце исследуемого участка на внешней поверхности трубы в сечении С. Его подвижной шток установлен на угломер С.В. Бояршинова (6), закреплённый на левом конце исследуемого участка в сечении В, с плечом, равным $R = 60$ мм.

Если отсчет по индикатору h_i разделить на величину плеча угломера, то найдем значение угла закручивания поперечного сечения в точке С относительно левого сечения в точке В:

$$\theta = \frac{h_i}{R}. \quad (4.27)$$

Угол закручивания измеряется на участке ВС, равном $L = 100$ мм.

Порядок выполнения работы

Выкрутить левый опорный винт станины до соприкосновения с шарикоподшипником.

Нагрузить образец предварительной нагрузкой $F = 20$ Н, чтобы выбрать зазоры на испытательном стенде. При этом начальный крутящий момент будет равен:

$$M_{кр} = F \cdot a = 20 \cdot 0,45 = 9 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

где $a = 0,45$ м – плечо рычага грузовой площадки.

Сделать отсчет по шкале индикатора.

Нагружать образец следует ступенями четыре раза, с нагрузкой $\Delta F = 50$ Н. После каждой ступени нагружения делать отсчеты по шкале индикатора и данные заносить в табл. 4.1.

Т а б л и ц а 4 . 1

Результаты испытаний

Нагрузка F , Н	$M_{кр}$, Н·м	Показания индикатора		Среднее приращение на ступени нагружения, мм	Угол закручи- вания, рад	Модуль упругости при сдвиге, ГПа
		Отсчет, мм	Приращение на ступени нагружения, мм			
1	2	3	4	5	6	7
20						
50						
100						
150						
200						

Определить угол закручивания в радианах по формуле (4.27).

По данным расчетов построить график зависимости $M_{кр} - \theta$ и убедиться, что он представляет собой линейную функцию.

Вычислить среднюю арифметическую разность отсчетов по индикатору на ступени нагружения Δh :

$$\Delta\theta = \frac{\Delta h}{R}.$$

Рассчитать экспериментальное значение модуля сдвига из формулы (4.16):

$$G = \frac{\Delta M_{\text{кр}} \cdot L}{\Delta\theta \cdot I_p},$$

где $I_p = \frac{\pi D^3 \cdot \delta}{4}$ (D – средний диаметр кольцевого сечения; δ – толщина стенки кольца;

$\Delta M_{\text{кр}} = T$ – величина крутящего момента на ступени нагружения;

L – длина участка трубы, на котором производится измерение угла закручивания).

Полученный результат сравнить с теоретическим модулем упругости, найденным по формуле (4.26).

В о п р о с ы д л я с а м о к о н т р о л я

1. Какой вид сопротивления называется кручением?
2. Что называется углом сдвига?
3. Что называется углом закручивания?
4. Сформулируйте закон Гука при кручении.
5. Сформулируйте закон Гука при чистом сдвиге.
6. Какое напряженное состояние называется чистым сдвигом?
7. Почему касательное напряжение направлено перпендикулярно радиусу поперечного сечения?
8. Какие допущения положены в основу вывода формулы касательных напряжений?
9. Как связаны между собой крутящий момент и касательные напряжения?
10. Как изменяется угловая деформация по радиусу поперечного сечения?
11. По какому закону изменяются касательные напряжения в поперечном сечении?
12. Как определить величину касательных напряжений в произвольной точке поперечного сечения?
13. Как определить наибольшее значение касательных напряжений?

14. Почему тонкостенная труба является наиболее подходящим образцом для лабораторных испытаний при определении модуля упругости при сдвиге?

15. Как определить угол закручивания при кручении?

16. Что понимается под жесткостью поперечного сечения при кручении?

17. Что представляет собой эпюра углов закручивания?

18. Как определить модуль упругости при сдвиге при испытании трубы на кручение?

19. Какое правило знаков принято при построении эпюры крутящих моментов?

20. Как связаны между собой постоянные характеристики материала E , G и ν ?

21. Опишите установку для испытания трубы на кручение.

22. Какие приборы используются для измерения угловых деформаций и как они вычисляются?

23. Порядок выполнения лабораторной работы.

24. Как определить величину крутящего момента, передающегося на вал?

Лабораторная работа №5

ИСПЫТАНИЕ СТАЛЬНОГО СТЕРЖНЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

Цель работы – экспериментальное определение величины критической силы и сравнение её с теоретической.

Краткие теоретические сведения

Понятие устойчивости известно еще из курса физики. Рассмотрим три различных положения шарика на поверхности (рис. 5.1). Выведем шарик из состояния равновесия, сместив его на вогнутой поверхности немного вправо, а затем отпустим (рис. 5.1, а). Через некоторое время, поколебавшись, он вернется в исходное положение. Расположение шарика на дне по сравнению со всеми соседними положениями соответствует наименьшему значению его потенциальной энергии. Если сместить шарик, находящийся на вершине выпуклости (рис. 5.1, б), то он покатится вниз и не вернется в исходное положение. Считается, что в первом случае равновесие шарика является устойчивым, а во втором – неустойчивым. В третьем случае (рис. 5.1, в) при его отклонении он остается в новом положении равновесия, называемом безразличным.

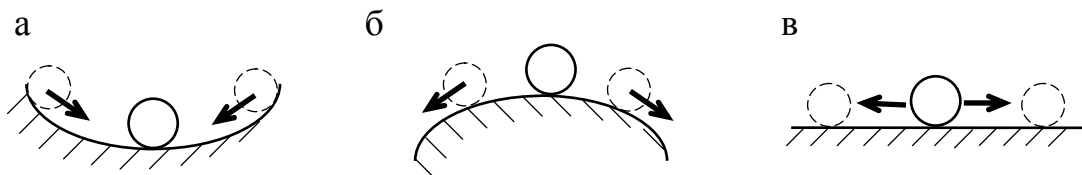


Рис. 5.1

При растяжении стержня с увеличением нагрузки до полного его разрушения положение продольной оси бруса не изменяется (рис. 5.2). Условие равновесия для верхней отсечённой части:

$$\sum F_z = 0; N = F.$$

В центрально-сжатом длинном стержне наблюдается иная картина. Опыт показывает, что в зависимости от величины силы F он может иметь прямолинейную или искривленную форму равновесия (рис. 5.3). Пока нагрузка меньше некоторого критического значения ($F < F_{cr}$) стержень сохраняет первоначальную прямолинейную форму равновесия и $N = F$ (рис. 5.3, а). При этом если слегка отклонить (пунктирная линия), а затем отпустить верхний конец, то после некоторого колебания он вернется в исходное

положение. Следовательно, его прямолинейная форма равновесия считается устойчивой. Когда величина силы F достигнет критического значения, $F = F_{cr}$, стержень перейдет в состояние безразличного равновесия. Если теперь слегка отклонить его от прямолинейного положения (пунктирная линия на рис. 5.3, б), то после удаления возмущающей силы стержень останется в изогнутом состоянии. Следовательно, его прямолинейная форма равновесия оказалась неустойчивой и перешла в другую, новую «искривленную» форму равновесия

$$\sum F_z = 0; N = F; \sum M = 0; M = F \cdot e.$$

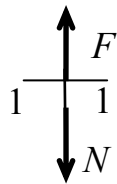
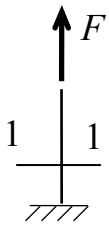


Рис. 5.2

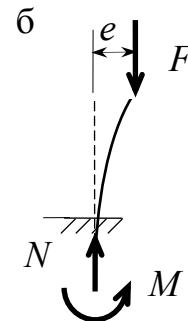
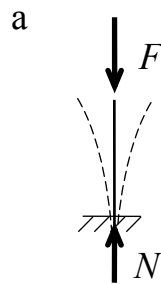


Рис. 5.3

Происходит раздвоение (бифуркация) форм равновесия, когда при одной и той же нагрузке $F = F_{cr}$ наряду с прямолинейной возможно существование и её «искривленной» формы. Описанное явление называется потерей устойчивости прямолинейной формы равновесия. Потеря устойчивости приводит к качественному изменению условий равновесия – появлению изгибающего момента и, следовательно, резкому возрастанию напряжений на сжатой грани поперечного сечения и прогиба изогнутой оси сжатой стойки. Потеря устойчивости недопустима, так как из-за значительных прогибов нормальная эксплуатация стойки невозможна.

Сила, при которой стержень теряет устойчивость, называется критической силой F_{cr} .

Эйлер рассматривал задачу определения критической силы при шарнирном закреплении концов стержня (рис. 5.4).

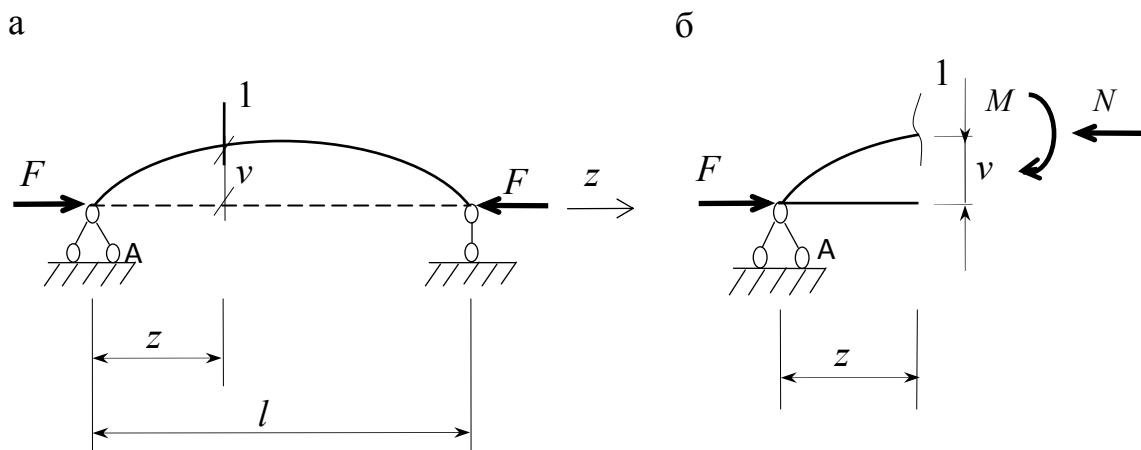


Рис. 5.4

В основу вывода критической силы положено явление бифуркации — раздвоение форм равновесия. В этом случае прогибы малы, а углом поворота и горизонтальным перемещением можно пренебречь. Считаем справедливым закон Гука. При этом используем приближенное дифференциальное уравнение изогнутой оси бруса при изгибе .

$$EI \frac{d^2 v}{dz^2} = M(z). \quad (5.1)$$

Подставив в (5.1) $M(z) = -Fv$ (рис. 5.4, б) и обозначив

$$k^2 = \frac{F}{EI},$$

получим однородное дифференциальное уравнение второго порядка в виде

$$\frac{d^2 v}{dz^2} + k^2 v = 0. \quad (5.2)$$

Решив полученное уравнение, найдем

$$v = A \cdot \cos kz + B \cdot \sin kz. \quad (5.3)$$

Для определения постоянных A и B используются граничные условия:

а) при $z = 0$ $v_A = 0$ и, следовательно, из (5.3)

$$0 = A \cdot \cos 0 + B \cdot \sin 0 = A \cdot 1 + 0 = A;$$

б) при $z = l$ $v_B = 0$ и, следовательно, из (5.3)

$$0 = 0 + B \cdot \sin kl,$$

$$B \cdot \sin kl = 0. \quad (5.4)$$

Это условие выполняется, если $kl = n\pi$ ($n = 1, 2, \dots$).

Тогда

$$k^2 = \frac{n^2 \pi^2}{l^2} = \frac{F}{EI}. \quad (5.5)$$

При $n = 1$ получим формулу Эйлера для минимального значения критической силы:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}. \quad (5.6)$$

Здесь I – минимальное значение осевого момента инерции поперечного сечения.

При потере устойчивости, по Эйлеру, центрально-сжатый стержень с шарнирным закреплением концов изгибается по полуволне синусоиды. При этом величина самого прогиба (амплитуды синусоиды) остается неизвестной. Причиной этого является использование приближенного дифференциального уравнения изогнутой оси бруса при изгибе. опыты показывают, что при одинаковых размерах стержня величина критической нагрузки зависит от условий его закрепления (рис. 5.5). Труднее всего изогнуть стойку с обоими защемленными концами (рис. 5.5, г). Меньшую по величине нагрузку необходимо приложить к стержню со свободным верхним концом, для перемещения которого нет никаких препятствий (рис. 5.5, а).

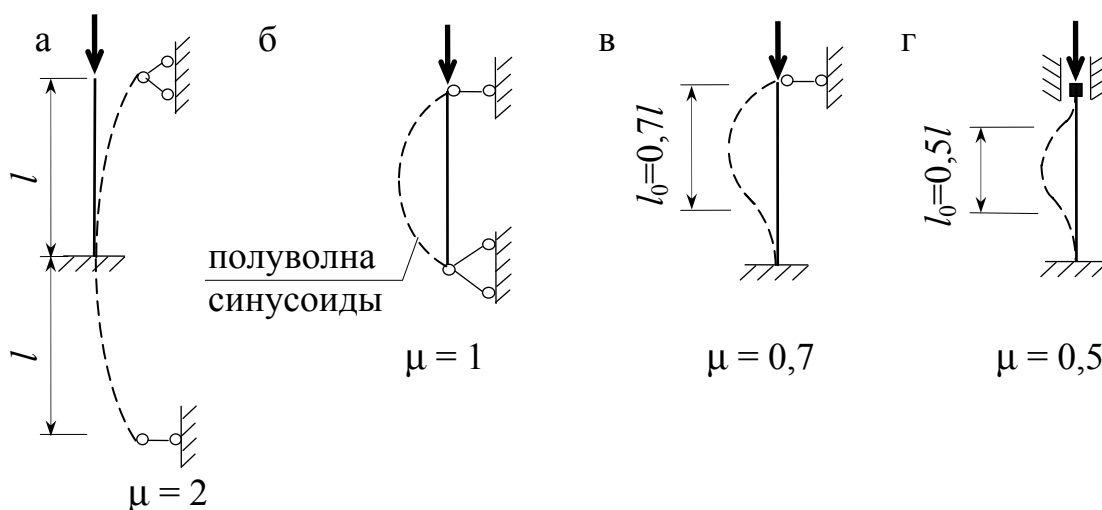


Рис. 5.5

Учёт условий закрепления производится с помощью коэффициента приведения длины μ . При умножении его на геометрическую длину получим расчётную длину участка, на котором происходит потеря устойчи-

ности по полуволне синусоиды, согласно Эйлеру (рис. 5.5). Подставив μ в знаменатель формулы (5.6), получим:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2}. \quad (5.7)$$

Критическое напряжение равно

$$\sigma_{cr} = \frac{F_{cr}}{A}.$$

Подставив в формулу вместо F_{cr} выражение (5.7), получим:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2 A}. \quad (5.8)$$

Обозначаем отношение

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}; \quad \frac{I}{A} = i^2, \quad (5.9)$$

где i – радиус инерции поперечного сечения.

Подставив (5.9) в (5.8), получим:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu l}{i}\right)^2}, \quad (5.10)$$

или

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}. \quad (5.11)$$

Здесь величина, стоящая в знаменателе, называется гибкостью стержня

$$\lambda = \frac{\mu l}{i}. \quad (5.12)$$

Таким образом, чем больше длина стержня, тем больше его гибкость и меньше критическое напряжение. В этом случае стержень теряет устойчивость при меньшей силе. Наоборот, чем больше радиус инерции, тем больше критическая сила. Гибкость также зависит от условий закрепления концов стержня.

Зависимость критических напряжений от гибкости имеет сложный вид. График этой зависимости, например для стали, показан на рис. 5.6.

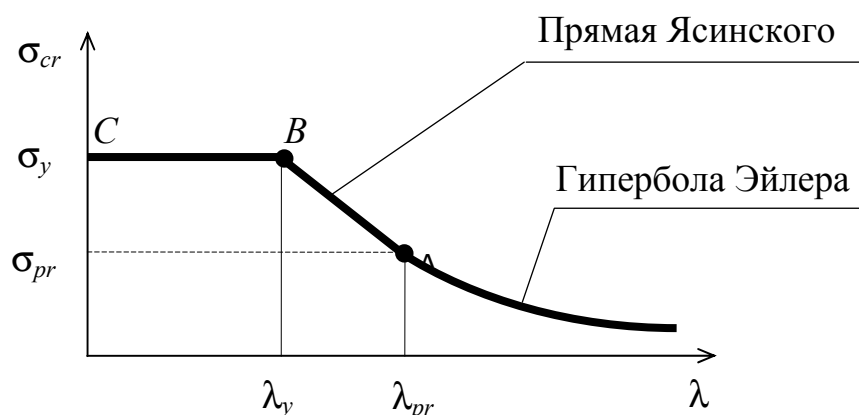


Рис. 5.6

График имеет три характерных участка. При $\lambda > \lambda_{pr}$ он представлен гиперболической функцией Эйлера (5.11).

Тогда критическая сила, по Эйлеру,

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} \sigma_{cr}. \quad (5.13)$$

Отметим, что в момент потери устойчивости напряжения не превышают предела пропорциональности материала.

На участке AB при $\lambda_y \leq \lambda \leq \lambda_{pr}$ график представляет собой прямую линию, и критические напряжения находят по формуле Ясинского:

$$\sigma_{cr} = a - b\lambda. \quad (5.14)$$

Для мягкой стали $a = 310$ МПа и $b = 1,14$ МПа. Для других материалов постоянные a и b имеют иные значения. Необходимо отметить, что в этом случае в момент потери устойчивости напряжение превышает предел пропорциональности и в поперечном сечении появляются неупругие деформации.

На участке BC при $\lambda \leq \lambda_y$ потеря устойчивости не происходит и напряжения достигают предела прочности материала. Таким образом, чем больше гибкость сжатой стойки, тем меньше критическая сила и напряжение.

Граничная гибкость λ_{pr} разделяет два случая потери устойчивости, показанных на рис. 5.6. Ее величина определяется из условия равенства критического напряжения пределу пропорциональности и зависит от вида материала.

Из формулы (5.11) для мягкой стали с пределом пропорциональности $\sigma_{pr} = 200$ МПа и $E = 200$ ГПа получим, что предельная гибкость

$$\lambda_{pr} = \lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{pr}}} = \sqrt{\frac{3,14^2 \cdot 200 \cdot 10^3}{200}} \approx 100. \quad (5.15)$$

Следовательно, при $\lambda \geq 100$ для вычисления критического напряжения рассмотренной выше мягкой стали надо пользоваться формулой Эйлера. При $\lambda < 100$ критическое напряжение находят по формуле Ясинского:

$$\sigma_{cr} = 310 - 1,14\lambda. \quad (5.16)$$

Отметим, что для других марок стали и других материалов граничное значение гибкости будет отличаться от $\lambda_{pr} = 100$.

Испытание стального стержня производится на установке, фотография которой показана на рис. 5.7. Её упрощенная схема дана на рис. 5.8.



Рис. 5.7.Общий вид испытательной установки

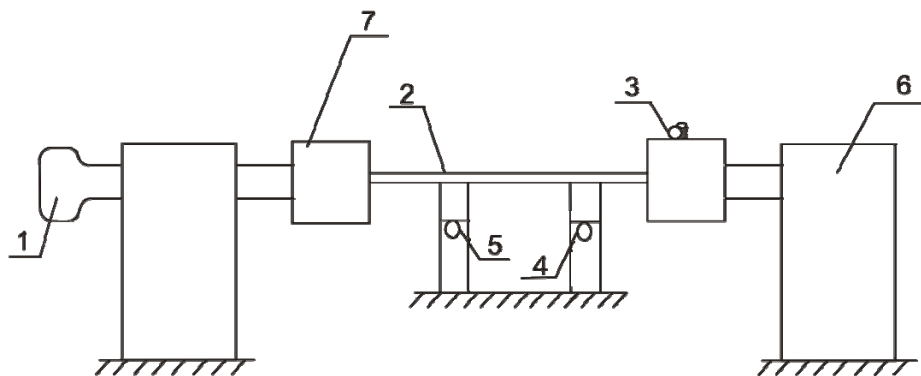


Рис. 5.8. Схема установки:
 1 – винтовой механизм нагружения стержня; 2 – стальной стержень;
 3 – индикатор; 4 и 5 – стойки для закрепления измерителей деформаций;
 6 – станина; 7 – крепление стержня

Методика выполнения работы

Лабораторную работу выполняют в следующей последовательности:

- ✓ готовят протоколы испытаний согласно приложению;
- ✓ осуществляют по очереди один из вариантов закрепления стержня: шарнирное закрепление обоих концов (см. рис. 5.5, б) или шарнирное закрепление одного конца и жесткое защемление другого (см. рис. 5.5, в);
- ✓ нагружают стержень винтовым механизмом 1 с одновременным контролем роста нагрузки по индикатору (см. рис. 5.8); зависимость нагрузки от показаний индикатора приведена в тарифовочной таблице:

Тарифовочная таблица

Нагрузка F , Н	200	400	600	800	1000
Показания индикатора, 10^{-3} мм	158	326	481	627	756

- ✓ фиксируют момент прекращения роста силы F при продолжающемся воздействии механизма. В этом случае значение силы F должно соответствовать критической нагрузке при принятом варианте закрепления. Если не удастся зафиксировать момент прекращения роста силы F , то величину критической силы F_{cr} необходимо установить по моменту возникновения больших поперечных перемещений среднего сечения стержня;

- ✓ вычисляют значения теоретической критической силы (см. приложение);

- ✓ сравнивают теоретическое и экспериментальное значения критической нагрузки для каждого варианта закрепления, которые заносят в отдельный протокол.

Вопросы для самоконтроля

1. В чем заключается явление потери устойчивости равновесного состояния центрально-сжатого стержня?
2. Что называется критической силой и критическим напряжением?
3. По какому закону изгибается ось стержня при шарнирном закреплении концов?
4. Что понимается под гибкостью?
5. Как влияют условия закрепления стержня на его гибкость?
6. Как влияет длина стержня на величину критической силы?
7. Какое влияние оказывают на критическую силу упругие и прочностные характеристики материала при потере устойчивости стержня в упругой стадии?
8. Когда применима формула Эйлера?
9. Как изменится критическая сила, если диаметр стержня круглого поперечного сечения уменьшится в два раза?
10. Как изменится критическая сила, если увеличить в два раза длину пролета шарнирно-опертого по концам стержня?
11. Что понимается под коэффициентом продольного изгиба, от чего он зависит и в каких пределах измеряется?
12. Какой вид имеет график зависимости критических напряжений от гибкости?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. СНиП II-23–81. Строительные нормы и правила. Нормы проектирования. Стальные конструкции.– М., 1988.
2. ГОСТ 27772–88*. Прокат для строительных стальных конструкций. Общие технические условия. – М.: Стандартиформ, 2006.
3. ГОСТ 1497-84. Металлы. Методы испытаний на растяжение. – М.: Стандартиформ, 2005.
4. ОСТ 14-1-34–90. Статистический приемочный контроль металлопродукции по корреляционной связи между параметрами. – М., 1990.
5. Александров, А.В. Сопротивление материалов / А.В. Александров [и др.]. – М.: Высшая школа, 2008.
6. ГОСТ 16483.9–73. Древесина: Методы определения модуля упругости при статическом изгибе. – М.: Изд-во стандартов, 1989.
7. Афанасьев, А.М. Лабораторный практикум по сопротивлению материалов / А.М. Афанасьев, В.А. Марьин. – М.: Наука, 1975.
8. Зернов, В.В. Определение модуля упругости и коэффициента Пуассона стали: методические указания к лабораторной работе №2 / В.В. Зернов. – Пенза: Пензенский инж.-строит. ин-т, 1990.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Протокол определения критической силы при испытаниях стального стержня на устойчивость

Эскиз стержня до испытания

Эскиз стержня после достижения $F = F_{cr}$

№ п/п	Наименование вычисляемых величин	Единица измерения	Заданные величины	Величины, полученные экспериментальным путем
1	2	3	4	5
1	Параметры стержня – длина L – ширина h – толщина b – площадь поперечного сечения стержня A – наименьший момент инерции поперечного сечения стержня J_{\min} – радиус инерции поперечного сечения стержня i_{\min}	см см см см ² см ⁴ см		
2	Гибкость стержня λ			
3	Коэффициент приведения длины стержня μ			
4	Критическое напряжение при $\lambda > 100$: по формуле Эйлера $\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$	МПа		
5	Теоретическая критическая сила $F_{cr} = \sigma_{cr} A$	Н		
6	Экспериментальная сила	Н		

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Лабораторная работа №1	11
ИСПЫТАНИЕ СТАЛЬНОГО ОБРАЗЦА НА РАСТЯЖЕНИЕ.....	11
Лабораторная работа №2	25
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ УПРУГОСТИ И КОЭФФИЦИЕНТА ПУАССОНА СТАЛИ.....	25
Лабораторная работа №3	36
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ УПРУГОСТИ ПРИ ИСПЫТАНИИ НА ИЗГИБ..	36
Лабораторная работа №4	43
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ УПРУГОСТИ СТАЛИ НА СДВИГ ПРИ ИСПЫТАНИИ ОБРАЗЦА НА КРУЧЕНИЕ	43
Лабораторная работа №5	57
ИСПЫТАНИЕ СТАЛЬНОГО СТЕРЖНЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ	57
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	66
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	67

Учебное издание

Волков Владимир Павлович
Евсеев Александр Евгеньевич
Зернов Владимир Викторович
Подшивалов Сергей Федорович

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Учебно-методическое пособие

Редактор М.А. Сухова
Верстка Т.А. Лильп

Подписано в печать 12.08.13. Формат 60×84/16.
Бумага офисная «Снегурочка». Печать на ризографе.
Усл.печ.л. 3,95. Уч.-изд.л. 4,25. Тираж 80 экз.
Заказ №165.



Издательство ПГУАС.
440028, г. Пенза, ул. Германа Титова, 28.